Prof. Dr. Alfred Toth

Anzahlklassen von Objekten und ihre Eigenschaften

1. In der Prädikatenlogik kann man auch sog. Minimalaussagen über Anzahlklassen von Objekten machen (vgl. Menne 1991, S. 101), die für die Semiotik v.a. wegen der in Toth (2012) dargestellten engen Beziehung zwischen der systemischen Ontik und der Prädikatenlogik interessieren:

$Q \subset \Omega = [I \to A] \subset [A \to [I \to A]]$ und $\Omega \subset \Sigma = [A \to [I \to A]] \subset [I \to [A \to [I \to A]]$

$\Rightarrow Q \subset \Omega \subset \Sigma = [[I \to A] \subset [A \to [I \to A]] \subset [I \to [A \to [I \to A]]]$,

d.h. wir haben die folgenden ontisch-prädikatenlogischen Entsprechungen:

Ontik	Systemik	Prädikatenlogik
Q	$[I \to A]$	$F(x)$
Ω	$[A \to [I \to A]]$	$\vdash. g(\sqcap x\, f(x)) \to E!\sqcap x\, f(x)$
Σ	$[I \to [A \to [I \to A]]]$	$\vdash. E!\, \sqcap x\, f(x) \to \sqcap x\, f(x) \equiv \sqcap x\, f(x)$.

Im folgenden wollen wir uns die Anzahlklassen für unikale, paarweise, tripelweise usw. Objekte in Bezug auf ihre definierenden Eigenschaften ansehen.

2.1. $\exists_1 f := \exists x. f(x)$

"Es gibt wenigstens einen Gegenstand mit der Eigenschaft f".

In der Logik vertraute Beispiele sind die Sonne, der Mond, jeder einzelne der Planeten.

2.2. $\exists_2 f := \exists xy.\ x \not\equiv y \wedge f(x) \wedge f(y)$

"Es gibt wenigstens zwei Gegenstände mit der Eigenschaft f".

Beispiele sind: linke und rechte Hand, die beiden Augen, Ohren, Arme, Beine; Hänsel und Gretel, Twiddeldum und Twiddeldai usw.

2.3. $\exists_3 f := \exists xyz.\ x \not\equiv y \wedge x \not\equiv z \wedge y \not\equiv z \wedge f(x) \wedge f(y) \wedge f(z)$

"Es gibt wenigstens drei Gegenstände mit der Eigenschaft f".

Beispiele sind: die drei Musketiere, die drei Eidgenossen, Tick, Trick und Track, usw.

Nun kann man in der Prädiaktenlogik aus den Eigenschaften von Individuen (d.h. den Qualitäten semiotischer Objekte) auf die Existenz der betreffenden Objekte qua

(1) $\vdash.\ g(\text{⎍}x\ f(x)) \rightarrow E!\text{⎍}x\ f(x)$

und auf die Abhängigkeit der Objekte von Subjekten qua

(2) $\vdash.\ E!\ \text{⎍}x\ f(x) \rightarrow \text{⎍}x\ f(x) \equiv \text{⎍}x\ f(x)$

schließen, wobei die Qualitäten von Objekten die Identität dieser Objekte definieren, und umgekehrt die Identität von Objekten dadurch definiert wird, daß sie die gleichen Eigeschaften haben (vgl. Menne 1991, S. 99):

(3) $a \equiv b := F(a) \leftrightarrow F(b)$.

Wie Menne natürlich richtig bemerkt, ist es beinahe unmöglich, alle Eigenschaften von Objekten zu vergleichen, ferner ist Def. (3) wegen der Goedelschen Sätze problematisch, allerdings kann man versuchen, sich zu fragen, ob Objekte, welche in die obigen Anzahlklassen partitioniert werden können, d.h. Unikal-, Paar- und Tripel-Objekte, d.h. solche, die nicht als simple dreielementige Mengen betrachtet werden können, sondern logisch betrachtet "intensional" sind und mathematisch "übersummativ", ob man also in solchen Fällen, statt jeweils alle definitorischen Eigenschaften zu finden zu versuchen, mit je einer Eigenschaft, d.h. semiotischen Qualität auskommen könnte, welche das Unicale auszeichnet und die Paria und Triplicia definiert. Was wir also suchen, kann man semiotisch wie folgt allgemein, d.h. für n Anzahlklassen, ausdrücken:

$D = [[I \rightarrow A]_1 \cap [I \rightarrow A]_2 \cap [I \rightarrow A]_3 \cap \ldots [I \rightarrow A]_n]] \neq \emptyset$.

Z.B. gehört zu Unikalobjekten die Charakteristik bzw. logische Eigenschaft bzw. semiotische Qualität "alleinvorkommend", zu Paarobjekten "vom gleichen Elternpaar am gleichen Tag gezeugt", zu Tripel- und höheren Objekten "intensional an die (numerische) Extension gebunden", usw. (vgl. auch Toth 2009 u. weitere Arbeiten zu multiplen Objekten).

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Paarzeichen und Paarobjekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Ontik und Prädiaktenlogik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

16.3.2012