Prof. Dr. Alfred Toth

Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren

1. Unter einer Spurenklasse verstehen wir eine Zeichenklasse, deren drei (monadische, dyadische und triadische) Bezüge referentiell „unscharf" sind. Wenn wir für referentielle Unschärfe das Zeichen ‹ einführen, können wir definieren:

Skl = ((3.a)‹ (2.b)‹ (1.c)‹) ,

wobei ein Ausdruck wie (a.b)‹ gleichbedeutend ist mit a.‹ und .b‹, d.h. die Unschärfe kann sich auf die triadischen ebenso wie auf die trichotomischen Bezüge beziehen. Für die Subzeichen gilt dann

(3.a) = {{3.1}‹, {3.2}‹, {3.3}‹}

(2.b) = {{2.1}‹, {2.2}‹, {2.3}‹}

(1.c) = {{1.1}‹, {1.2}‹, {1.3}‹},

d.h. wir können präziser definieren

Skl = {{3.a}, {2.b}, {1.c}}.

Damit sind allerdings die Bedingungen für eine Potenzmenge für

PZ = {1, 2, 3} (vgl. Bense 1980)

erfüllt, d.h. wir bekommen

ℙPZ = {{1}, {2}, {3}, {1, 2}, {2, 3}, {1, 3}, {1, 2, 3}, ∅}.

Und hieraus ergibt sich

(∅.d) = {{∅.1}‹, {∅.2}‹, {∅.3}‹},

weshalb wir erneut redefinieren müssen

Skl = {({3.a}‹ {2.b}‹ {1.c}‹, {∅.d}‹} .

2. Man kann somit als Basis zur Konstruktion von Spurenklassen sowie ihren dualen Spurenthematiken die folgende Spurenmatrix sowie ihre Transponierte benutzen:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\leftarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\to \varnothing} & 2_{\to \varnothing} & 3_{\to \varnothing} \\ \hline 1_{\to 1} & 1_{\leftarrow 2} & 1_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{\leftarrow 3} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{T}$$

Nun sind aber die beiden möglichen Fälle

$\varnothing_{\to 1}$
$\varnothing_{\leftarrow 1}$

ambig, denn sie haben zwei Interpretationen:

1. Ein unspezifiziertes Nullzeichen ∅ wird auf 1 ≡ M abgebildet.
2. $\varnothing_{\to 1} \to (\varnothing.1)$.

Ähnlich liegen die Fälle bei den Dualen:

$1_{\to \varnothing}$
$1_{\leftarrow \varnothing}$,

denn hier hat man die Wahl zwischen

1. Ein 1 ≡ M wird auf ein unspezifiziertes Nullzeichen ∅ abgebildet.
2. $1_{\to \varnothing} \to (1.\varnothing)$.

Zur Beseitigung der Ambiguitäten bei Nullzeichen (d.h. Zeichen, bei denen entweder D = ∅ oder C = ∅ oder beide = ∅ sind) kann man nun festsetzen (vgl. Toth 2009a):

$1_{\to\varnothing} \quad \to \{(1_{\to\varnothing 1}), (1_{\to\varnothing 2}), (1_{\to\varnothing 3})\}$
$2_{\to\varnothing} \quad \to \{(2_{\to\varnothing 1}), (2_{\to\varnothing 2}), (2_{\to\varnothing 3})\}$
$3_{\to\varnothing} \quad \to \{(3_{\to\varnothing 1}), (3_{\to\varnothing 2}), (3_{\to\varnothing 3})\}.$

mit

$\{(a_{\to\varnothing 1}), (b_{\to\varnothing 2}), (c_{\to\varnothing 3})\} = \{(a_{\to\varnothing\to 1}), (b_{\to\varnothing\to 2}), (c_{\to\varnothing\to 3})\}.$

sowie für die Dualen

$\times\{(1_{\to\varnothing 1}), (1_{\to\varnothing 2}), (1_{\to\varnothing 3})\} = \{(\varnothing_{1\to 1}), (\varnothing_{2\to 1}), (\varnothing_{3\to 1})\}$
$\times\{(2_{\to\varnothing 1}), (2_{\to\varnothing 2}), (2_{\to\varnothing 3})\} = \{(\varnothing_{1\to 2}), (\varnothing_{2\to 2}), (\varnothing_{3\to 2})\}$
$\times\{(3_{\to\varnothing 1}), (3_{\to\varnothing 2}), (3_{\to\varnothing 3})\}.= \{(\varnothing_{1\to 3}), (\varnothing_{2\to 3}), (\varnothing_{3\to 3})\}.$

mit $\{(\varnothing_{1\to 3}), (\varnothing_{2\to 3}), (\varnothing_{3\to 3})\} = \{(\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3})\}.$

3. Ausdrücke wie

$\{(a_{\to\varnothing\to 1}), (b_{\to\varnothing\to 2}), (c_{\to\varnothing\to 3})\}$

oder

$\{(\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3}), (\varnothing_{\to a\to 3})\}$

können nun nur dann als Spuren interpretiert werden, wenn es sich bei den Doppelabbildungen und homogene Kompositionen der abstrakten Gestalt

$(a \to b) \circ (b \to c) = (a \to c)$

handelt. Dieses Schema erlaubt uns nun aber, sämtliche Spuren und nicht nur diejenigen, bei denen entweder die Domäne, die Codomäne oder beide = ∅ sind, als Bi-Spuren einzuführen:

$(1 \to 1) \circ (1 \to 1) = (1 \to 1)$
$(1 \to 2) \circ (2 \to 2) = (1 \to 2)$
$(1 \to 3) \circ (3 \to 3) = (1 \to 3)$

$(2 \to 1) \circ (1 \to 1) = (2 \to 1)$
$(2 \to 2) \circ (2 \to 2) = (2 \to 2)$
$(2 \to 3) \circ (3 \to 3) = (2 \to 3)$

$(3 \to 1) \circ (1 \to 1) = (3 \to 1)$
$(3 \to 2) \circ (2 \to 2) = (3 \to 2)$
$(3 \to 3) \circ (3 \to 3) = (3 \to 3)$,

d.h. wir haben nun statt einfachen Spuren der Form

$a_{\to c}$

fortan solche der Form

$a_{b\to c}$,

wozu wir die entsprechenden Bi-Spuren-Matrizen bilden können:

$$\left(\begin{array}{c:ccc} \varnothing_{\to 1} & 1_{1\to 1} & 1_{1\to 2} & 1_{1\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{1\leftarrow 2} & 2_{2\to 2} & 2_{2\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{1\leftarrow 3} & 2_{2\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{ccc} 1_{\to\varnothing} & 2_{\to\varnothing} & 3_{\to\varnothing} \\ \hdashline 1_{1\to 1} & 1_{1\leftarrow 2} & 1_{1\leftarrow 3} \\ 1_{1\to 2} & 2_{\to 2} & 2_{2\leftarrow 3} \\ 1_{1\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)^{T}$$

Man beachte also, dass für duale Subzeichen innerhalb der gleichen Matrizen (d.h. für die symmetrischen Paare) gilt:

$(2.1) = (2_{1\to 1}) = (1_{1\leftarrow 2})$
$(3.1) = (3_{1\to 1}) = (1_{1\leftarrow 3})$
$(3.2) = (3_{2\to 2}) = (2_{2\leftarrow 3})$.

Wenn man nun sowohl zwei- als auch drei-dimensionale Subzeichen (vgl. Toth 2009b) mit Hilfe von Bi-Spuren definiert, kann man den Unterschied auf die Homogenität bzw. Inhomogenität der entsprechenden Bi-Spuren zurückführen; vgl. z.B.

$(1_{1\rightarrow 2}) = (1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2\ ) = (1.2)$ (= α) [homogen: 2-dim. Sz]

aber

$(1_{2\rightarrow 3}) = (1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 3) = (1.2.3)$ [inhomogen: 3-dim. Sz]

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III, 3 (1980), S. 287-294

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)

Toth, Alfred, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

26.10.2009