Prof. Dr. Alfred Toth

Ansätze zu einer Theorie der Bifunktorialität in der Semiotik

1. Bereits bei den Zeichenklassen, die über der Grossen Semiotischen Matrix konstruiert werden und deren Grundschema wie folgt ausschaut

GZkl = (3.a 3.b 2.c 2.d 1.e 1.f),

stellt sich die Frage, welche Objekte hier wie aufeinander abgebildet werden und ob nicht auch die Morphismen zwischen den Objekten auf eine Art aufeinander abgebildet werden müssen. GZkl enthält als eingebettete die entsprechende Zkl

Zkl = 3.a 2.c 1.e,

wobei wir hier als Menge der Objekte O = {3.a, 2.c, 1.e} und als Menge der Morphismen M = {(3.a) → (2.c), (2.c) → (1.e)} haben, d.h. wir bewegen uns soweit also noch im Bereich der (gewöhnlichen) 1-Kategorien.

2. Wenn wir hingegen von GZkl ausgehen, haben wir jeweils zwei Positionen für die Triaden, d.h. die eine von beiden bestimmt die andere (wobei es Sache der Konvention ist, welche primär und welche sekundär ist). In anderen Worten: Während die in GZkl eingebettete triadische Grundstruktur Zkl seriell geordnet ist, sind die „sekundären Triaden“ jeweils zu ihren „primären Triaden“ parallel. Wir können GZkl daher auch wie folgt darstellen:

$$\begin{array}{lllll} & (3.b & 2.b & 1.d) & \updownarrow\ \text{parallel} \\ \text{GZkl} = & (3.a & 2.c & 1.e) & \longrightarrow \text{seriell.} \end{array}$$

Daraus folgt, dass wir folgende zusätzlichen Morphismen hbaen wizischen Objekten:

(3.b) → (3.a)

(2.b) → (2.c)

(1.d) → (1.e),

nennen wir sie γ, δ, ε. Diese bestimmen nun aber ferner die 1-kategorialen Morphismen

(3.a) → (2.c) := α

(2.c) → (1.e) := β,

und zwar haben wir passend zu den 2-kategorialen Objekten dann folgende 2-kategoriale Morphismen:

$$\begin{tikzcd}
(3.b) \arrow[r, "\alpha'"] \arrow[d, "\gamma"'] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow A"] & (2.c) \arrow[r, "\beta'"] \arrow[d, "\delta"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow B"] & (1.e) \arrow[d, "\varepsilon"] \\
(3.a) \arrow[r, "\alpha"'] & (2.d) \arrow[r, "\beta"'] & (1.f),
\end{tikzcd}$$

d.h. die „parallelen" Pfeile sind wie folgt definiert:

A := (α´ → α)

B := (β´ → β).

3. Zum theoretischen Hintergrund vgl. den folgenden Text aus Kaehr (2010):

3.2. Monoidal categories

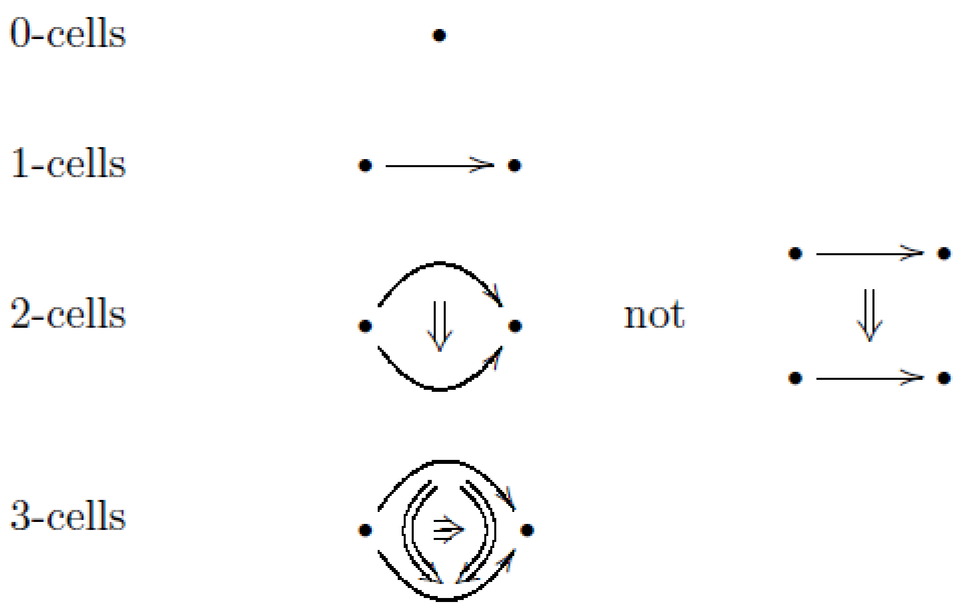
3.2.1. Bifunctoriality

Monoidal categories might be considered as another strategy to introduce *multitude* within the framework of a Grothendieck universe. A multitude over objects of a universe is established by the introduction of a new type of composition: *yuxtaposition*.
This yuxtaposition, which is a parallel operation in contrast to the serial operation of composition, is considered as of the same level of abstraction as the fundamental operation of composition. This gets its reason with a change of strategy from an *abstract* mathematical to a more *concrete* physical modeling of operations and processes, i.e. *serial* for composition (∘) and *parallel* for yuxtaposition (⊗). With the obvious condition of strictness that no composition becomes a yuxtaposition and vice versa, no yuxtposition becomes a composition.

$$CAT_{BIF} = (obj, \circ, \otimes)$$

The great advantage of this subversive approach to category theory is the introduction of an inter-relation between composition and yuxtaposition inscribed as bifunctoriality.

sowie folgende Darstellung über die Zellen voin n-Kategorien bei Cheng (2004):



4. Man erkennt, haben wir in der Semiotik also die „verbotenen“ 2-Zellen der rechten Struktur im obigen Bild vor uns; nochmals gezeigt anhand unseres Beispiels:

$$\begin{tikzcd}
(3.b) \arrow[r, "\alpha'"] \arrow[d, "\gamma"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow A"] & (2.c) \arrow[r, "\beta'"] \arrow[d, "\delta"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow B"] & (1.e) \arrow[d, "\varepsilon"] \\
(3.a) \arrow[r, "\alpha"] & (2.d) \arrow[r, "\beta"] & (1.f),
\end{tikzcd}$$

wobei dies also die allgemeine 2-kategorientheoretische Struktur von Benses sog. „erweiterten“ Zeichenklassen der „Grossen Semiotik Matrix“ ist.

4.1. Eine erste weitere verwandte Struktur finden wir in der Architektursemiotik Arins (1981):

12.13 D I E F E I N D I F F E R E N Z I E R U N G E N D E S S Y M B O L I S C H E N R A U M E S BZW. D E S A R C H I T E K T O N I S C H E N E I N Z E L Z E I C H E N S M I T D E M R H E M A T I S C H E N I N T E R P R E T A N T E N (3.1).

Da die Objektwelt nicht allein durch Zeichenklassen und durch ihre Differenzierungen präzise erfaßt werden kann, wurden hier Feindifferenzierungen untersucht. Einzelraum als Zeichen ist: (3.1 2.3 1.3).

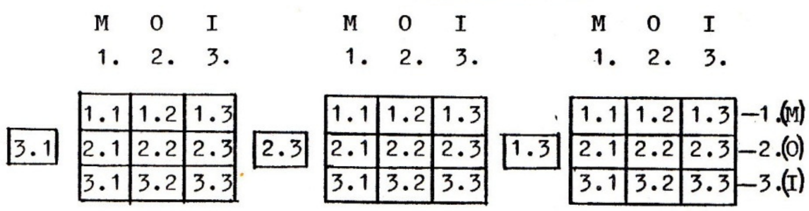
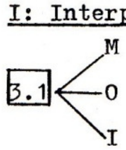


ABB. 12.13.A.
ALLGEMEINES SCHEMA DER DIFFERENZIERUNG EINER ZEICHENKLASSE DURCH MULTIPLIKATION IHRER SUBZEICHEN MIT DENEN DER KLEINEN MATRIX NACH BENSE

I: Interpretanten-Bezug.



1.1 MM 1.2 MO 1.3 MI	Dies ist hier zur "Wahrnehmung" und zur "möglichen Interpretation" erforderlich.

M: Jeder Einzelraum ist als Mittel ein singuläres Mittel und diese Singularität ist dominierend. Sie läuft über 2.Heit zu SinZ.(1.2). Damit haben wir hier ein objektorientiertes Mittel, d.h. ein Objekt als Zeichen vor uns. Da aber der rhematische Interpretant (3.1) des Zeichens über ein Objekt-Zeichen (1.2) läuft und durch dieses bestimmt wird, so haben wir hier ein singuläres Zeichen, SinZ. über offenen Interpretantensystemen. Daher ist die Differenzierung ein SinZ.-Rhema.

Differenzierung:
3.1 1.2
IM MO (semiotisch)
NM MW (modal)

214

Hier wird also die eine „subsidiäre“ Parallelstelle auf 3 (primäre, sekundäre, tertiäre Subzeuichen) ausgeweitet, wobei jeweils alle 9 Subzeichen aus allen

Bezügen in Frage kommen. Als allgemeines Strukturschema einer derartig konstruierten Zeichenklasse ergibt sich also

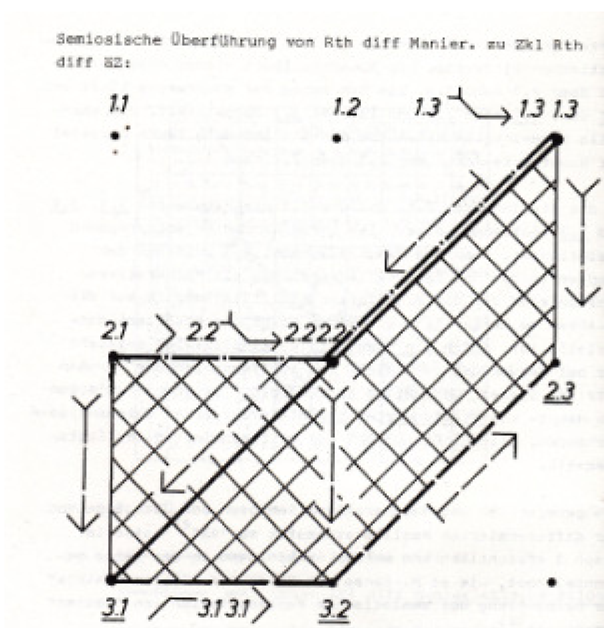
	(1.1)	(1.1)	(1.1)		(1.1)	(1.1)	(1.1)		(1.1)	(1.1)	(1.1)
	...	....	...		...	...	...		...	...	...
<u>(3.a)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)	<u>(2.b)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)	<u>(1.c)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)
	...	...	...		...	....	...		...	...	...
	(3.3)	(3.3)	(3.3)		(3.3)	(3.3)	(3.3)		(3.3)	(3.3)	(3.3)

und als allgemeines Kategorienschema:

(3.a)→(a.b) → (c.d)→ (e.f)→(2.b)→(g.h)→(i.j)→(k.l)→ (1.c) →(m.n) → (o.p) → (q.r)

(3.a) $\longrightarrow_{\alpha}$ (2.b) $\longrightarrow_{\beta}$ (1.c)

4.2. Eine zweite weitere verwandte Struktur finden wir in der Kunstsemiotik Steffens (1981):



In diesem Modell wird von sog. „generativen Einflussfelder“ primärer, sekundärer, ..., n-ärer Subzeichen auf die Hauptsubzeichen, d.h. auf diejenigen der in einer GZkl eingebetteten Zkl ausgegangen (Steffen 1981, S. 8 ff.). Da das Arinsche Modell (4.1) ein maximales Modell ist, was die Auswahl der Subzeichen sowohl als auch der semiotischen Dimensionen betrifft, bringt das Steffenschen Modell nichts Neues für die Theorie der semiotischen Bifunktorialität.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher-Dimensional Categories. http://www.cheng.staff.shef.ac.uk/guidebook/guidebook-new.pdf (2004)

Kaehr, Rudolf, From Universe to Polyverses. In: http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1041&context=thinkartlab (2010)

Steffen, Werner, Zum semiotischen Aufbau ästhetischer Zustände von Bildwerken. Diss. phil. Stuttgart 1981

21.11.2010