Prof. Dr. Alfred Toth

Die gemeinsamen fundamentalen Axiome von Mathematik, Semiotik und Ästhetik

1. Nach Bense (1992) repräsentiert die mit ihrer Realitätsthematik dualinvariante eigenreale Zeichenklasse

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$

1. das Zeichen als solches, 2. die Zahl als solche und 3. den ästhetischen Zustand bzw. die ästhetische Realität als solche, denn sie ist "selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden", d.h. ihre mit ihrer Zeichenthematik identische Realitätsthematik thematisiert nur durch das Zeichen selbst vermittelte Realitäten, nämlich die Semiotik, die Mathematik (und Logik) sowie die Ästhetik. Dadurch, dass bei der eigenrealen Zeichenklasse also der Subjekt- und der Objektpol der semiotischen Erkenntnisrelation koinzidieren und daher beide "rekursiv" (Bense 1992, S. 32 f.) definiert werden, werden durch das der eigenrealen Zeichenklasse inhärente semiotische Kreationsschema apriorische Objektbezüge erzeugt, welche "Seinsvermehrung im Sinne der Thematisierung einer Realitätserweiterung" (Bense 1992, S. 16), d.h. von der Empirie unabhängige "Mitrealität", also "transzendentalen Schein" darstellen (vgl. Toth 2009). Weil ferner Mathematik (Logik) und Ästhetik selbst auf die Semiotik zurückführbar sind, da ihre Realitäten ja zeichenvermittelt sind, folgt, dass die gemeinsamen fundamentalen Axiome von Mathematik (Logik), Semiotik und Ästhetik als semiotische Gesetze formuliert werden müssen. Ferner ist damit die eigenreale Zeichenklasse mit Bense (1981, 197 ff.), aber gegen Bense (1986, S. 80 ff.) auch die Zeichenklasse der Apriorität, und die Bedeutung eines Transformationsschemas der Form

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.a\ 2.b\ 1.c)$

ist also die Erzeugung einer Zeichenklasse aus der Apriorität, d.h. unabhängig von Erfahrung.

2. Wegen der konstanten triadischen Hauptwerte für beide Glieder des Transformationsschemas, weist dieses also folgendes "Gerüst" auf:

$[[\beta°, X], [\alpha°, Y]]$, mit $X, Y \in \{\alpha, \beta, \alpha°, \beta°, \beta\alpha, \alpha°\beta°, id1, id2, id3\}$ (vgl. Toth 1997, S. 21 ff),

d.h. wir können, um Redundanzen zu beseitigen, die 4 möglichen Stellen der Transformatiosnschemata auf 2 reduzieren und die Liste der 10 fundamentalen semiotisch-mathematisch-ästhetischen Axiome wie folgt notieren:

1. Semiotisch-mathematisch-ästhetisches Axiom

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.1) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, id1], [\alpha°, id1]] =$
$[(\alpha° \rightarrow id1), (\beta \rightarrow id1)]$

2. Semiotisch-mathematisch-ästhetisches Axiom

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, id1], [\alpha°, \alpha]] =$
$[(\alpha \rightarrow id1), (\beta \rightarrow \alpha)]$

3. Semiotisch-mathematisch-ästhetisches Axiom

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]] =$
$[(\alpha \rightarrow id1), (\beta \rightarrow \beta\alpha)]$

Diese 1. Gruppe von Axiomen zeichnet sich also dadurch aus, dass in der 1. Stelle des Transformationsschemas (1.2 → 1.1) reduziert wird, d.h. es liegt hier Involution einer Zweitheit in die Erstheit im Mittelbezug vor.

2.4. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.2\ 2.2\ 1.3) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [\beta°, id2], [\alpha°, \beta]] =$
$[(\alpha \rightarrow id2), —]$

2.5. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.2\ 1.2) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] =$
$[—, (\beta \rightarrow id2)]$

2.6. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.2\ 1.3) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] =$
$[—, —]$

Die 2. Gruppe von Axiomen zeichnet sich dadurch aus, dass beim ersten Axiom die 2. Stelle, beim zweiten Axiom die erste Stelle und beim dritten Axiom beide Stellen unbesetzt sind. In der ersten der besetzen Stellen wird wegen (1.2 → 2.2) eine Erstheit in einer Zweitheit realisiert, und in der zweiten der besetzten Stellen wird wegen (2.3 → 3.3) eine Zweitheit zu einer Drittheit formalisiert bzw. generalisiert.

2.7. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.2\ 2.2\ 1.2) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, id2], [\alpha°, id2]] =$
$[(\alpha \rightarrow id2), (\beta \rightarrow id2)]$

Die Abbildung der apriorischen Zeichenklasse auf die Zeichenklasse des vollständigen Objektes nimmt auch unter den Axiomen (wie sonst, vgl. Bense 1992, S. 14 ff.) eine Sonderstellung ein und bildet somit eine eigene Gruppe, insofern hier in der 1. Stelle Realisation einer Erstheit in einer Zweitheit und in der 2. Stelle Formalisation einer Zweitheit zu einer Drittheit vorliegt.

2.8. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.3\ 1.3) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, id3]] = [(\alpha \rightarrow \beta\alpha), (\beta \rightarrow id3)]$

2.9. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.2\ 2.3\ 1.3) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, \beta], [\alpha°, id3]] = [(\alpha \rightarrow \beta), (\beta \rightarrow id3)]$

2.10. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.3\ 2.3\ 1.3) = [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \rightarrow [[\beta°, id3], [\alpha°, id3]] = [(\alpha \rightarrow id3), (\beta \rightarrow id3)]$

Die letzte Gruppe von Axiomen umfasst solche, deren 2. Stelle mit $(\beta \rightarrow id3)$ bzw. $(2.3 \rightarrow 3.3)$ besetzt ist, d.h. es liegt in der 2. Stelle Formalisierung einer Zweitheit zu einer Drittheit vor. In der 1. Stelle finden wir nacheinander die folgenden Transformationen: $(1.2 \rightarrow 1.3)$, $(1.2 \rightarrow 2.3)$ und $(1.2 \rightarrow 3.3)$, d.h. es handelt sich bei der ersten Transformation um eine trichotomische Formalisierung, in der zweiten um eine komplexe Transformation aus triadischer Realisierung und trichotomischer Formalisierung und in der dritten ebenfalls um eine komplexe Transformation aus Formalisierung und Realisierung in der Triade und um Formalisierung in der Trichotomie.

Da diese 10 semiotisch-mathematisch-ästhetischen Axiome die tiefst möglichen fundierenden Axiome dieser drei Wissenschaften sind, die zudem in der Sprache der Semiotik wiedergegeben sind, muss für jedes Wissensgebiet von Fall zu Fall entschieden werden, für welche Modell die Transformationsschema gültig sind.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
Toth, Alfred, Der Seinsmodus der Seinsvermehrung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)