

Ableitung, Replikation, Involution

1. Einen im weitesten Sinne zum mathematischem Differenzialquotienten parallelen semiotischen Begriff stellt nach Peirce die Replikation oder Replica-Bildung dar: "Jedes realisierte Legizeichen ist hinsichtlich seines Auftretens oder Vorkommens 'hier und jetzt' ein Sinzeichen. Man muss jedoch, wie Peirce mit Recht feststellt, das Sinzeichen, das als realisiertes Legizeichen verstanden wird, unterscheiden vom Sinzeichen, wie es in der Trichotomie des Mittelbezugs auf das Qualizeichen folgt; denn einmal ist das Zeichen als Sinzeichen, ein andermal aber das Auftreten des Legizeichens im Sinne seiner Konkretisierung entscheidend. Natürlich bleibt das Legizeichen als solches von seiner Realisation unabhängig das identisch-eine Legizeichen. Peirce nennt daher das Auftreten oder die Realisation des Legizeichens auch die 'Replica' des Legizeichens" (Walther 1979, S. 88). Wie Herrmann (1990) gezeigt hatte, kann das System der 10 monokontexturalen Zeichenklassen mithilfe der replikativen Ableitung so dargestellt werden, dass keine Zeichenklasse zweimal auftritt. Mit Hilfe der replikativen Ableitung kann das System der 10 monokontexturalen Zeichenklassen ebenfalls als Antimatroid dargestellt werden (Toth 2008b, S. 282 ff.), wobei sowohl bei Peirce, Herrmann als auch Toth die replikative Ableitung retrosemiosisch-degenerativ eingeführt wird:

(3.1 2.1 1.1)

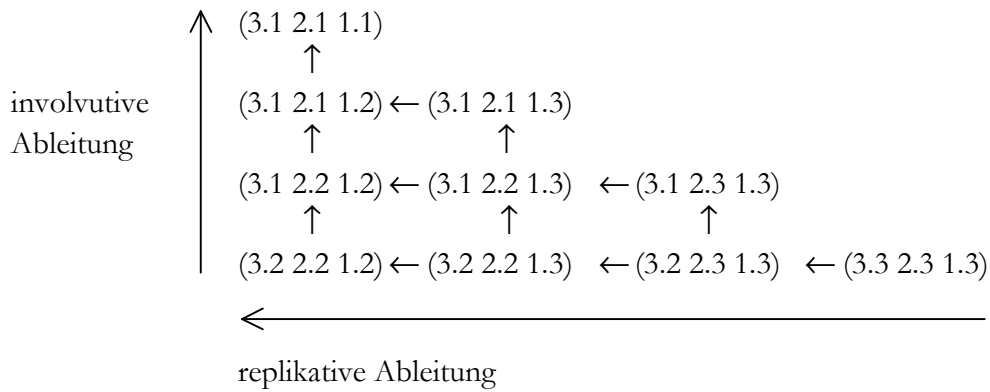
(3.1 2.1 1.2) ← (3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2) ← (3.1 2.2 1.3) ← (3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.2) ← (3.2 2.2 1.3) ← (3.2 2.3 1.3) ← (3.3 2.3 1.3)

Wenn aber alle 6 möglichen Permutationen einer triadischen Zeichenklasse definiert sind (Toth 2008a, S. 177 ff.), dann muss es sowohl retrosemiosisch-degenerative wie semiosisch-generative als auch gemischte Typen von replikativer Ableitung geben.

Die replikative Ableitung stellt also eine Form von "Instantiation" oder Realisation dar, indem in der Trichotomie eines Subzeichens eine Drittheit durch eine Zweitheit ersetzt und daher Konventionalität durch Singularität ersetzt wird. Der Übergang $3 \rightarrow 2$ entspricht dem inversen Morphismus β° . Da dieser innerhalb der semiotischen Kategorietheorie natürlich nicht isoliert auftritt, hatte bereits Klein (1984, S. 44) vorgeschlagen, der dem Übergang $2 \rightarrow 1$ entsprechenden inversen Morphismus α° mit "Involution" zu bezeichnen. Inhaltlich gesehen, bedeutet Involution auf drittheitlicher Ebene die Öffnung eines abgeschlossenen Konnexes, auf zweitheitlicher Ebene die Iconisierung eines nexalen Zusammenhanges, und auf erstheitlicher Ebene die qualitative Verallgemeinerung der Singularität des Auftretens eines Zeichens. Demnach können wir zwei Formen semiotischer Ableitungen unterscheiden: Replikation und Involution, und damit können wir auch das obige Herrmannsche Ableitungsschema wie folgt ergänzen:



2. Mit Hilfe von replikativer und involutiver Ableitung können nun natürlich auch polykontexturale, d.h. tetradische Zeichenklassen und ihre triadischen partiellen Zeichenrelationen ineinander überführt werden.

2.1. Replikative Ableitung tetradischer Zeichenklassen

Die maximale Form eines tetradischen Dualsystems ist

$$(a.3, b.3, c.3, d.3) \times (3.d, 3.c, 3.b, 3.a)$$

Wenn Δ sowohl die replikative wie die involutive semiotische Ableitung bezeichnen soll, haben wir

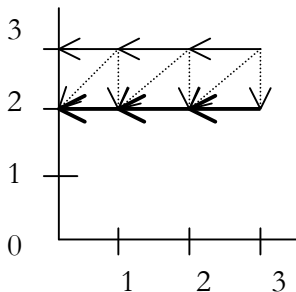
$$\Delta(a.3, b.3, c.3, d.3) = (a.3, b.3, c.3, d.2)$$

$$\Delta(a.3, b.3, c.3, d.2) = (a.3, b.3, c.2, d.2)$$

$$\Delta(a.3, b.3, c.2, d.2) = (a.3, b.2, c.2, d.2)$$

$$\Delta(a.3, b.2, c.2, d.2) = (a.2, b.2, c.2, d.2)$$

Wenn sowohl $a = b = c = d = 3$, dann können wir eine maximale replikative Ableitung im Falle einer homogenen retrosemiotischen Ordnung der Zeichenklasse folgt illustrieren:



2.2. Involutive Ableitung tetradischer Zeichenklassen

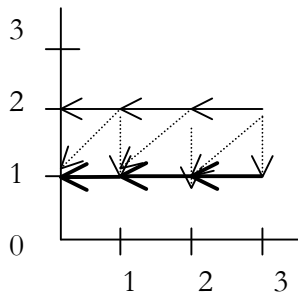
$$\Delta(a.2, b.2, c.2, d.2) = (a.2, b.2, c.2, d.1)$$

$$\Delta(a.2, b.2, c.2, d.1) = (a.2, b.2, c.1, d.1)$$

$$\Delta(a.2, b.2, c.1, d.1) = (a.2, b.1, c.1, d.1)$$

$$\Delta(a.2, b.1, c.1, d.1) = (a.1, b.1, c.1, d.1)$$

Wenn sowohl $a = b = c = d = 2$, dann können wir eine maximale involutive Ableitung im Falle einer homogenen retrosemiotischen Ordnung der Zeichenklasse also folgt illustrieren:



Da also der semiotische Ableitungsoperator Δ einfach eine Trichotomie der Stufe n in eine Trichotomie der Stufe $n-1$ überführt, kann man replikative und involutive Ableitungen auch kombinieren.

2.3. Totale Ableitung tetradischer Zeichenklassen

$$\Delta(a.n, b.n, c.n, d.n) = (a.n, b.n, c.n, d.n-1)$$

$$\Delta(a.n, b.n, c.n, d.n-1) = (a.n, b.n, c.n-1, d.n-1)$$

$$\Delta(a.n, b.n, c.n-1, d.n-1) = (a.2, b.n-1, c.n-1, d.n-1)$$

$$\Delta(a.2, b.n-1, c.n-1, d.n-1) = (a.n-1, b.n-1, c.n-1, d.n-1)$$

$$\Delta(a.n-1, b.n-1, c.n-1, d.n-1) = (a.n-1, b.n-1, c.n-1, d.n-2)$$

$$\Delta(a.n-1, b.n-1, c.n-1, d.n-2) = (a.n-1, b.n-1, c.n-2, d.n-2)$$

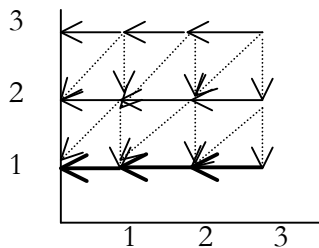
$$\Delta(a.n-1, b.n-1, c.n-2, d.n-2) = (a.n-1, b.n-2, c.n-2, d.n-2)$$

$$\Delta(a.n-1, b.n-2, c.n-2, d.n-2) = (a.n-2, b.n-2, c.n-2, d.n-2)$$

} replikative
Ableitungen

} involutive
Ableitungen

Da $\max(n) = 3$, ist somit eine triadisch maximale tetradische Zeichenklasse total abgeleitet. Das vollständige funktionale Schema totaler semiotischer Ableitungen ist somit



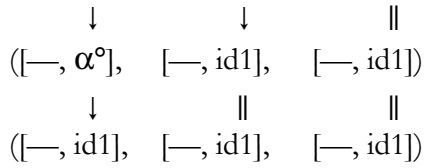
3. Da nach Klein (1984, S. 44) die Ableitung $n \rightarrow (n-1)$ im Falle von $n = 3$ durch den Morphismus β° und im Falle von $n = 2$ durch den Morphismus α° beschrieben wird, schauen wir uns die totale Ableitung der maximalen tetradischen Zeichenklasse (3.3 2.3 1.3 0.3) in kategoriethoretischer Notation an:

$$\begin{array}{l}
 \Delta(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) = (3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.2) \\
 \Delta(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.2) = (3.3\ 2.3\ 1.2\ 0.2) \\
 \Delta(3.3\ 2.3\ 1.2\ 0.2) = (3.3\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \\
 \Delta(3.3\ 2.2\ 1.2\ 0.2) = (3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \\
 \Delta(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) = (3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.1) \\
 \Delta(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.1) = (3.2\ 2.2\ 1.1\ 0.1) \\
 \Delta(3.2\ 2.2\ 1.1\ 0.1) = (3.2\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \\
 \Delta(3.2\ 2.1\ 1.1\ 0.1) = (3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1)
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{replikative} \\ \text{Ableitungen} \\ \\ \\ \text{involutive} \\ \text{Ableitungen} \end{array} \equiv$$

$$\begin{array}{l}
 \Delta([\beta^\circ, \text{id}3], [\alpha^\circ, \text{id}3], [\gamma^\circ, \text{id}3]) = ([\beta^\circ, \text{id}3], [\alpha^\circ, \text{id}3], [\gamma^\circ, \beta^\circ]) \\
 \Delta([\beta^\circ, \text{id}3], [\alpha^\circ, \text{id}3], [\gamma^\circ, \beta^\circ]) = ([\beta^\circ, \text{id}3], [\alpha^\circ, \beta^\circ], [\gamma^\circ, \text{id}2]) \\
 \Delta([\beta^\circ, \text{id}3], [\alpha^\circ, \beta^\circ], [\gamma^\circ, \text{id}2]) = ([\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \text{id}2], [\gamma^\circ, \text{id}2]) \\
 \Delta([\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \text{id}2], [\gamma^\circ, \text{id}2]) = ([\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \text{id}2], [\gamma^\circ, \text{id}2]) \\
 \Delta([\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \text{id}2], [\gamma^\circ, \text{id}2]) = ([\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \text{id}2], [\gamma^\circ, \alpha^\circ]) \\
 \Delta([\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \text{id}2], [\gamma^\circ, \alpha^\circ]) = ([\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\gamma^\circ, \text{id}1]) \\
 \Delta([\beta^\circ, \text{id}2], [\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\gamma^\circ, \text{id}1]) = ([\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha^\circ, \text{id}1], [\gamma^\circ, \text{id}1]) \\
 \Delta([\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha^\circ, \text{id}1], [\gamma^\circ, \text{id}1]) = ([\beta^\circ, \text{id}1], [\alpha^\circ, \text{id}1], [\gamma^\circ, \text{id}1])
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{replikative} \\ \text{Ableitungen} \\ \\ \\ \text{involutive} \\ \text{Ableitungen} \end{array}$$

Da bei der hier angewandten Notation in Form von dynamischen Morphismen (vgl. Toth 2008a, S. 159 ff.) die hauptstelligen Morphismen $[\beta^\circ, \text{—}]$, $[\alpha^\circ, \text{—}]$ und $[\gamma^\circ, \text{—}]$ lediglich das triadisch-trichotomische ‘‘Skelett’’ der tetradischen Zeichenrelation angeben, k6nnen wir also abschliessend das abstrakte Schema einer totalen, d.h. sowohl replikativen wie involutiven semiotischen Ableitung einer tetradisch-polykontexturalen Zeichenklasse wie folgt angeben (\parallel bedeutet Nullsemiose; vgl. Toth 1997, S. 24):

$$\begin{array}{ccc}
 ([\text{—}, \text{id}3], & [\text{—}, \text{id}3], & [\text{—}, \beta^\circ]) \\
 \parallel & \downarrow & \downarrow \\
 ([\text{—}, \text{id}3], & [\text{—}, \beta^\circ], & [\text{—}, \text{id}2]) \\
 \downarrow & \downarrow & \parallel \\
 ([\text{—}, \beta^\circ], & [\text{—}, \text{id}2], & [\text{—}, \text{id}2]) \\
 \downarrow & \parallel & \parallel \\
 ([\text{—}, \text{id}2], & [\text{—}, \text{id}2], & [\text{—}, \text{id}2]) \\
 \parallel & \parallel & \downarrow \\
 ([\text{—}, \text{id}2], & [\text{—}, \text{id}2], & [\text{—}, \alpha^\circ]) \\
 \parallel & \downarrow & \downarrow \\
 ([\text{—}, \text{id}2], & [\text{—}, \alpha^\circ], & [\text{—}, \text{id}1])
 \end{array}$$



wobei dieses Schema wie die obige kategoriethoretischen Ableitungen natürlich nur tetradische Zeichenklasse der homogen-retrosemiosischen (degenerativen) Ordnung (3.a 2.b 1.c 0.d) repräsentieren. Da eine tetradische Zeichenklasse $4! = 24$ Permutationen hat, hat also jede der 15 polykontexturalen Zeichenklassen 24 solcher semiotischer Ableitungen.

Bibliographie

- Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101
- Klein, Josef, Vom Adel des Gesetzes – zu einer Semiotik der Norm. In: Semiosis 33, 1984, S. 34-69
- Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997
- Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
- Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. Klagenfurt 2008 (2008b)
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

©2008, Prof. Dr. Alfred Toth