Die vollständige semiotische Spurenmatrix

1. Während eine Kategorie aus einem Paar von Objekten sowie einer Abbildung zwischen ihnen besteht

Kat = ((a, b), →),

besteht eine Spur aus einem Objekt sowie einer Abbildung

Spur = (a, →).

Jede Kategorie ist daher eine Spur, während das Umgekehrte nicht gilt. Eine Spur ist allgemeiner und abstrakter als eine Kategorie. So wie man die Mathematik auf dem Begriff der Kategorie aufbauen kann, könnte man sie also auf dem Begriff der Spur aufbauen.

2. Eine Spur kann in genau 4 Varianten auftreten:

1. a→ 3. →a

2. a← 4. ←a,

d.h. es gibt also voraus- und rückwärtsweisende Spuren. Die Konverse einer Spur definiert sich als

$(a\rightarrow)^{\circ} = (a\leftarrow)$.

Das Duale einer Spur ist definiert durch

$\times(a\rightarrow) = (\leftarrow a)$,

d.h. die Spur und ihr Duales sind also symmetrisch. Um die Transformation

$(a\rightarrow) \rightarrow (\rightarrow a)$

bedarf es also einer weiteren Operation, wir nennen sie Spiegelung (σ). Somit können durch Konversion, Dualisation und Spiegelung also alle 4 Grundtypen von Spuren dargestellt bzw. ineinander überführt werden.

3. Wir konstruieren nun die vollständige semiotische Spurenmatrix. Wie die vollständige kategoriale Matrix, die sie als Untermatrix enthält (Toth 2010), ist sie identitätsfrei, und zwar trotz der Konversen und Dualia sowie weiterer Symmetrien. Wir können demnach a→ und →a als morphismische Spuren (Spur + morphismische Konverse) und a← sowie ←a als heteromorphe Spuren (heteromorphe Spur + heteromorphe Konverse) bezeichnen:

	→a	←a	a→	a←	→b	←b	b→	b←
→a	→a→a	→a←a	→aa→	→aa←	→a→b	→a←b	→ab→	→ab←
←a	←a→a	←a←a	←aa→	←aa←	←a→b	←a←b	←ab→	←ab←
a→	a→→a	a→←a	a→a→	a→a←	a→→b	a→←b	a→b→	a→b←
a←	a←→a	a←←a	a←a→	a←a←	a←→b	a←←b	a←b→	a←b←
→b	→b→a	→b←a	→ba→	→ba←	→b→b	→b←b	→bb→	→bb←
←b	←b→a	←b←a	←ba→	←ba←	←b→b	←b←b	←bb→	←bb←
b→	b→→a	b→←a	b→a→	b→a←	b→→b	b→←b	b→b→	b→b←
b←	b←→a	b←←a	b←a→	b←a←	b←→b	b←←b	b←b→	b←b←

Diese Matrix ist also das Fundament des noch zu konstruierenden spurentheoretischen semiotischen Universums.

An n-Spuren sind innerhalb der Semiotik zunächst die Bi-Spuren zu behandeln, welche die morphismischen Übergänge zwischen den 64 Paaren von Morphismen festlegen. An Multi-Spuren wird man solche bezeichnen, bei denen mehr als 1 Paar von Morphismen im Input der als Automat aufgefassten semiotischen n-Spur vorhanden ist.

Spuren werden entsprechenden den Kategorien komponiert, z.B.

(b←←a) ○ (b←b→) = b←b←←a,

wobei hier vorausgesetzt wurde, dass ← eine höhere „Valenz“ besitzt als→, denn dann lautete das obige Kompositum (b←←a) ○ (b←b→) = b←b←a.

Bibliograhie

Toth, Alfred Die kategoriale Matrix als Untermatrix der semiotischen Matrix: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Die triadische kategoriale Matrix als Untermatrix der oktadischen semiotischen Spurenmatrix

1. Eine semiotische Kategorie kann im einfachsten Fall durch

Kat = ((a, b), →),

d.h. ein a ∈ DOM, ein b ∈ COD und einen Morphismus definiert werden, gesetzt, die Kompositionen, Assoziationen und Identitäten sind definiert (vgl. z.B. Schubert 1970, S. 1 ff.).

Dagegen benötigt man zur Definition einer semiotischen Spur

Sp = (a, →)

nur ein a ∈ {1, 2, 3} sowie eine beliebige Abbildung $\rightarrow_x$ mit x ∈ {α, β} (da natürlich bei einer triadischen Relation zwei Abbilungstypen genügen) (vgl. Toth 2010a).

2. Das bedeutet jedoch nicht, dass Sp ⊂ Kat gilt, denn vgl.

a→, a←; →a, ←a,

d.h. a kann im vierfacher Gestalt auftreten, entsprechend b, womit wir a.b´s der foglenden Form bekommen

a→b, a←b, b→a, b←a,

von denen die zweite und vierte im klassischen semiotischen Kategoriensystem jedoch nicht definiert sind.

3. Wenn man nun alle möglichen Kombinationen von dyadischen Spuren zusammenstellt, erhält man folgende vollständige semiotische Spurenmatrix (Toth 2010b):

	→a	←a	a→	a←	→b	←b	b→	b←
→a	→a→a	→a←a	→aa→	→aa←	→a→b	→a←b	→ab→	→ab←
←a	←a→a	←a←a	←aa→	←aa←	←a→b	←a←b	←ab→	←ab←
a→	a→→a	a→←a	a→a→	a→a←	a→→b	a→←b	a→b→	a→b←
a←	a←→a	a←←a	a←a→	a←a←	a←→b	a←←b	a←b→	a←b←
→b	→b→a	→b←a	→ba→	→ba←	→b→b	→b←b	→bb→	→bb←
←b	←b→a	←b←a	←ba→	←ba←	←b→b	←b←b	←bb→	←bb←
b→	b→→a	b→←a	b→a→	b→a←	b→→b	b→←b	b→b→	b→b←
b←	b←→a	b←←a	b←a→	b←a←	b←→b	b←←b	b←b→	b←b←

Wir können die Morphismen vereinfachen, indem wir festsetzen:

x→ := α →x := $\dot{\alpha}$

x← := α^0 ←x := $\dot{\alpha}^0$ ($x \in \{a, b\}$),

wobei $\alpha \in$ MORPH, $\alpha \in$ HETEROMORPH ist (vgl. Kaehr 2007).

Damit erhalten wir die obige Matrix in folgender Gesalt:

	$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^0$	α	α^0	β'	β'^0	β	β^0
$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}^0$	$\acute{\alpha}\,\alpha$	$\acute{\alpha}\,\alpha^0$	$\acute{\alpha}\,\beta'$	$\acute{\alpha}\,\beta'^0$	$\acute{\alpha}\,\beta$	$\acute{\alpha}\,\beta^0$
$\acute{\alpha}^0$	$\acute{\alpha}^0\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^0\,\acute{\alpha}^0$	$\acute{\alpha}^0\alpha$	$\acute{\alpha}^0\alpha^0$	$\acute{\alpha}^0\beta'$	$\acute{\alpha}^0\beta'^0$	$\acute{\alpha}^0\beta$	$\acute{\alpha}^0\beta^0$
α	$\alpha\,\acute{\alpha}$	$\alpha\,\acute{\alpha}^0$	$\alpha\alpha$	$\alpha\alpha^0$	$\alpha\beta'$	$\alpha\beta'^0$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^0$
α^0	$\alpha^0\,\acute{\alpha}$	$\alpha^0\,\acute{\alpha}^0$	$\alpha^0\alpha$	$\alpha^0\alpha^0$	$\alpha^0\beta'$	$\alpha^0\beta'^0$	$\alpha^0\beta$	$\underline{\alpha^0\beta^0}$
β'	$\beta'\,\acute{\alpha}$	$\beta'\,\acute{\alpha}^0$	$\beta'\alpha$	$\beta'\alpha^0$	$\beta'\beta'$	$\beta'\beta'^0$	$\beta'\beta$	$\beta'\beta^0$
β'^0	$\beta'^0\,\acute{\alpha}$	$\beta'^0\,\acute{\alpha}^0$	$\beta'^0\alpha$	$\beta'^0\alpha^0$	$\beta'^0\beta'$	$\beta'^0\beta'^0$	$\beta'^0\beta$	$\beta'^0\beta^0$
β	$\beta\,\acute{\alpha}$	$\beta\,\acute{\alpha}^0$	$\underline{\beta\alpha}$	$\beta\alpha^0$	$\beta\beta'$	$\beta\beta'^0$	$\beta\beta$	$\beta\beta^0$
β^0	$\beta^0\,\acute{\alpha}$	$\beta^0\,\acute{\alpha}^0$	$\beta^0\alpha$	$\beta^0\alpha^0$	$\beta^0\beta'$	$\beta^0\beta'^0$	$\beta^0\beta$	$\beta^0\beta^0$

Nur die eingerahmten 16 Spurenpaare sind innerhalb monokontexturaler Systeme überhaupt definierbar, d.h. in solchen, die keine Heteromorphismen kennen. Allerdings enthält die semiotische 3×3-Matrix nur die 2, die zusätzlich unterstrichen sind, stellt also ein sehr unbedeutendes Fragment eines Fragments der vollständigen Spurenmatrix dar.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Bd. 2.: Spuren. Tucson, AZ, 2010 (= 2010a)

Toth, Alfred, Die vollständige semiotische Spurenmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010 (= 2010b)

Kleine Arithmetik der semiotischen oktadischen Spurenmatrix

1. Eine semiotische Kategorie kann im einfachsten Fall durch

Kat = ((a, b), →),

d.h. ein a ∈ DOM, ein b ∈ COD und einen Morphismus definiert werden, gesetzt, die Kompositionen, Assoziationen und Identitäten sind definiert (vgl. z.B. Schubert 1970, S. 1 ff.).

Dagegen benötigt man zur Definition einer semiotischen Spur

Sp = (a, →)

nur ein a ∈ {1, 2, 3} sowie eine beliebige Abbildung →x mit x ∈ {α, β} (da natürlich bei einer triadischen Relation zwei Abbilungstypen genügen) (vgl. Toth 2010a).

2. Das bedeutet jedoch nicht, dass Sp ⊂ Kat gilt, denn vgl.

a→, a←; →a, ←a,

d.h. a kann im vierfacher Gestalt auftreten, entsprechend b, womit wir a.b´s der foglenden Form bekommen

a→b, a←b, b→a, b←a,

von denen die zweite und vierte im klassischen semiotischen Kategoriensystem jedoch nicht definiert sind.

3. Wenn man nun alle möglichen Kombinationen von dyadischen Spuren zusammenstellt, erhält man folgende vollständige semiotische Spurenmatrix (Toth 2010b):

	→a	←a	a→	a←	→b	←b	b→	b←
→a	→a→a	→a←a	→aa→	→aa←	→a→b	→a←b	→ab→	→ab←
←a	←a→a	←a←a	←aa→	←aa←	←a→b	←a←b	←ab→	←ab←
a→	a→→a	a→←a	a→a→	a→a←	a→→b	a→←b	a→b→	a→b←
a←	a←→a	a←←a	a←a→	a←a←	a←→b	a←←b	a←b→	a←b←
→b	→b→a	→b←a	→ba→	→ba←	→b→b	→b←b	→bb→	→bb←
←b	←b→a	←b←a	←ba→	←ba←	←b→b	←b←b	←bb→	←bb←
b→	b→→a	b→←a	b→a→	b→a←	b→→b	b→←b	b→b→	b→b←
b←	b←→a	b←←a	b←a→	b←a←	b←→b	b←←b	b←b→	b←b←

Wir können nun die Morphismen vereinfachen, indem wir festsetzen:

x→ := α →x := $\dot{\alpha}$

x← := α^{0} ←x := $\dot{\alpha}^{0}$ (x ∈ {a, b}),

wobei α ∈ MORPH, α´ ∈ HETEROMORPH ist (vgl. Kaehr 2007).

Damit erhalten wir die obige Matrix in folgender Gesalt:

	$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^0$	α	α^0	β'	β'^0	β	β^0
$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}^0$	$\acute{\alpha}\,\alpha$	$\acute{\alpha}\,\alpha^0$	$\acute{\alpha}\,\beta'$	$\acute{\alpha}\,\beta'^0$	$\acute{\alpha}\,\beta$	$\acute{\alpha}\,\beta^0$
$\acute{\alpha}^0$	$\acute{\alpha}^0\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^0\,\acute{\alpha}^0$	$\acute{\alpha}^0\alpha$	$\acute{\alpha}^0\alpha^0$	$\acute{\alpha}^0\beta'$	$\acute{\alpha}^0\beta'^0$	$\acute{\alpha}^0\beta$	$\acute{\alpha}^0\beta^0$
α	$\alpha\,\acute{\alpha}$	$\alpha\,\acute{\alpha}^0$	$\alpha\alpha$	$\alpha\alpha^0$	$\alpha\beta'$	$\alpha\beta'^0$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^0$
α^0	$\alpha^0\,\acute{\alpha}$	$\alpha^0\,\acute{\alpha}^0$	$\alpha^0\alpha$	$\alpha^0\alpha^0$	$\alpha^0\beta'$	$\alpha^0\beta'^0$	$\alpha^0\beta$	$\underline{\alpha^0\beta^0}$
β'	$\beta'\,\acute{\alpha}$	$\beta'\,\acute{\alpha}^0$	$\beta'\alpha$	$\beta'\alpha^0$	$\beta'\beta'$	$\beta'\beta'^0$	$\beta'\beta$	$\beta'\beta^0$
β'^0	$\beta'^0\,\acute{\alpha}$	$\beta'^0\,\acute{\alpha}^0$	$\beta'^0\alpha$	$\beta'^0\alpha^0$	$\beta'^0\beta'$	$\beta'^0\beta'^0$	$\beta'^0\beta$	$\beta'^0\beta^0$
β	$\beta\,\acute{\alpha}$	$\beta\,\acute{\alpha}^0$	$\underline{\beta\alpha}$	$\beta\alpha^0$	$\beta\beta'$	$\beta\beta'^0$	$\beta\beta$	$\beta\beta^0$
β^0	$\beta^0\,\acute{\alpha}$	$\beta^0\,\acute{\alpha}^0$	$\beta^0\alpha$	$\beta^0\alpha^0$	$\beta^0\beta'$	$\beta^0\beta'^0$	$\beta^0\beta$	$\beta^0\beta^0$

Man kann allerdings nicht weiter gehen:

Wir definieren als „Basispuren“:

$a := a\rightarrow\ = \alpha$

$b := b\rightarrow\ = \beta$

sowie die beiden spurentheoretischen Operationen

K = Konversion: $K(X) = X^0$

S = Spiegelung (Reflexion): $S(X\rightarrow) = \rightarrow X$

Damit kann man die oktadische Matrix noch stärker vereinfacht darstellen, z.B. lautet dann die letzte Zeile:

β^0	$\beta^0\,\acute{\alpha}$	$\beta^0\,\acute{\alpha}^0$	$\beta^0\alpha$	$\beta^0\alpha^0$	$\beta^0\beta'$	$\beta^0\beta'^0$	$\beta^0\beta$	$\beta^0\beta^0$
Kb	KbSa	KbSKa	Kba	KbKa	KbSb	KbSKb	Kbb	KbKb

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Schubert, Horst, Kategorien. 2 Bde. Heidelberg 1970

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Bd. 2.: Spuren. Tucson, AZ, 2010 (= 2010a)

Toth, Alfred, Die oktadische semiotische Spurenmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

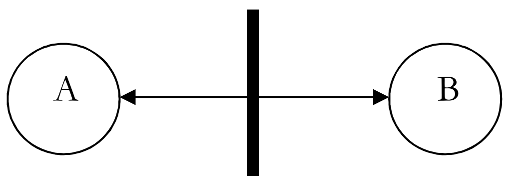
Bis dass der Tod euch scheidet 1

Nachtwandlerischer Schlaf im Gehen,
wer schlief ihn vor der Zeit?
Einer, der alt geboren wurde
und früh ins Dunkel muss.
Die ganze Süße trug ein Strahl des Lichts
an ihm vorüber.

Ingeborg Bchmann, Die gestundete Zeit (München 1990, S. 24)

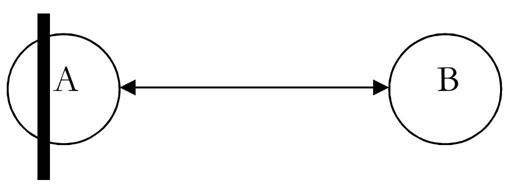
1. Eine Relation zwischen zwei Menschen setzt (trivialerweise) 2 Personen, A und B, sowie die Relation $\leftrightarrow$ voraus. Mathematisch gesehen gibt es dann genau 4 Möglichkeiten des Scheidens:

1.1.



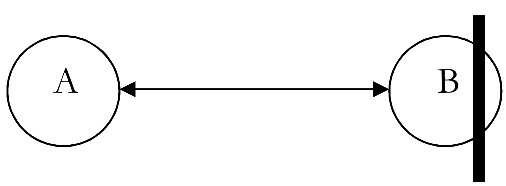
Hier wird die Scheidung durch A, B, sowohl A als auch B oder einen beliebigen, im Schema nicht genannten Partizipanten C bewirkt.

1.2.1.

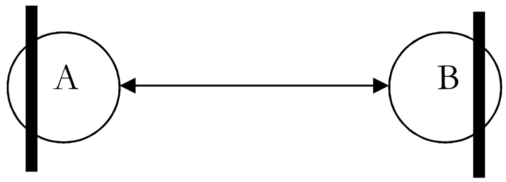


$\Rightarrow \mathbf{\Omega} \rightarrow B$ / $\mathbf{\Omega} \leftarrow B$. Die Scheidung tritt z.B. durch den Tod von A ein.

1.2.2.



$\Rightarrow A \rightarrow \mathbf{\Omega}$ / $A \rightarrow \mathbf{\Omega}$. Die Scheidung tritt z.B. durch den Tod von B ein.

1.3. 

$\Rightarrow \mathbf{\Omega} \leftrightarrow \mathbf{\Omega} = \mathbf{\Omega} \rightarrow B \wedge A \leftarrow \mathbf{\Omega}$. Die Scheidung tritt z.B. durch den Tod sowohl von A als auch von B ein.

2. Da wir im Anschluss an Toth (2010) Kategorien und Spuren wie folgt definieren können:

Cat := (A, B, $\rightarrow$)

Sp := (A, $\rightarrow$=,

stellt eine Spur eine Art von Fragment einer Kategorie, eine Form von reduzierter Kategorie dar.

Wird also eine Beziehung durch willentliche Entscheidung aufgelöst, so kann sie, mindestens mathematisch, als Kategorie trotzdem fortbestehen, denn es ist ja möglich, in der Kategorietheorie „mit Pfeilen zu rechnen" (Mac Lane 1971, S. iii). Ist die Entscheidung hingegen existentiell, d.h. stirbt einer oder beide, so zerfällt sie hinwiederum nicht in „Nichts", sondern bleibt als Spur, d.h. als Kategoriefragment, beim Nachlebenden vorhanden. Wir haben hier also die formale Ursache der gewaltigen Kreativität, welche zebrochene Beziehungen auslösen können, vom Minnesang über Werther bis in die neuste Zeit.

Bibliographie

Mac Lane, Saunders, Kategorien. New York 1971

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Bd.2: Spuren Tucson, AZ, 2010

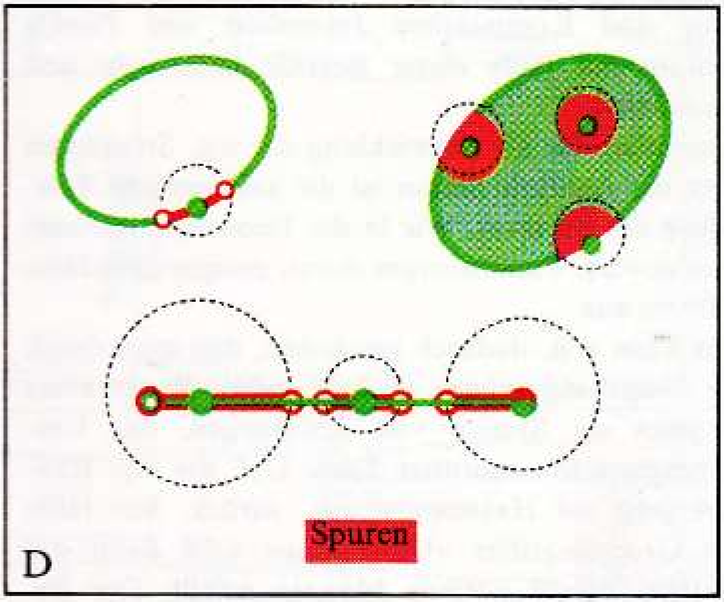
Semiotische Objekte als Spuren

1. Ich hatte zuletzt in Toth (2010) auf die mereotopologisch eigentümliche Doppelnatur des Index (2.2) hingewiesen, denn dieser kann 1. (in theoretisch beliebiger Distanz) auf sein Objekt hindeuten, und 2. sein Objekt bzw. seinen „Rand" oder seine „Hülle" tangential berühren. Als Beispiel kann man für Fall 1 etwa den Wegweiser nehmen, der ja nicht in Kontaktdistanz zum verwiesenen Ort aufgestellt ist (und somit sogar sinnlos würde), als Beispiel für Fall 2 kann man alle Arten von Zuleitungs- und Ableitungssystemen wie Strassen, Gräben, Kanäle usw. anführen, denn diese müssen ihre Objekte, also z.B. die Ausgüsse, natürlich berühren, da sie sonst ebenfalls ziemlich sinnlos wären. Sprachlich entspricht diesen beiden Arten von Indizes die attributive und die prädikative Verwendung von Artikeln, Determinativ- und Demonstrativpronomina u.ä.; vgl.

(1) Dieser/Jener Mann heisst Müller.

(2) Jener, der dort drüben sitzt (und ein Bier trinkt, Schweinebraten isst, Zeitung liest, ...), ist der Müller.

2. Was in der Linguistik als Skopus (Reichweite ana- und kataphorischer Pronomina) bezeichnet wird, entspricht in der Topologie und der Semiotik der Umgebung von Zeichen: „Betrachtet man einen ganzen Raum $\mathbb{R}2$, so kann man durch die offenen Kreisscheiben (ohne Rand) um P beschreiben, wie „nah" ein Punkt Q dem Punkt P kommt. Man nennt die offenen Kreisscheiben um P mit beliebigem Radius und jede ihrer Obermengen – Umgebungen von P in $\mathbb{R}2$. Beschränkt man sich jedioch auf Teilmengen M des $\mathbb{R}2$, so verwendet man als Umgebungen von P in M die „Spuren", die die Umgebungen von P in $\mathbb{R}2$ in der Teilmenge erzeugen. Genauer: Eine Umgebung von P in M ist der Durchschnitt von M mit einer Umgebung von P in $\mathbb{R}2$. Man nennt diesen Vorgang Relativierung" (Atl.z.Math., Bd. 1, S. 209):



Relativierung

Obwohl nun natürlich ein Wegweiser sich nicht auf einen Rand- oder Hüllenpunkt seines Objektes bezieht, sondern auf das Objekt als Ganzes (bzw. „in seiner Lage"), würde er natürlich einen solchen treffen, würde man z.B. einen Faden an seinen Pfeil spannen und ihn bis zum Objekt verlängern. Fall man von Objekten ohne Ränder ausgeht, wäre dann das Ende des Fadens natürlich kein tangentialer, sondern ein innerer Punkt.

Betrachten wir aber nochmals die Demonstrativa: Sie nehmen entweder vorweg oder weisen vor auf Nomina, die für Objekte stehen. Damit haben sie aber eine zweifache semiotische Funktion, indem sie einerseits auf ihre Objekte verweisen (referieren), andererseits sie aber auch ersetzen, denn falls Herr Müller bekannt ist, kann man ja jederzeit statt „Herr Müller frühstückt gerade" sagen: Dieser/Der/Er frühstückt gerade. Gerade die Referenz ermöglicht hier also die Substitution (und nicht umgekehrt, denn sonst würde bei zuerst angewandter Substanz alle Information bereits wegfallen, und es gäbe dann nichts mehr, worauf referiert werden könnte).

Dasselbe haben wir bei aussersprachlichen Zeichen: Der Wegweiser verweist natürlich primär auf die Stadt, in deren Richtung er in die Landschaft gestellt ist (Referenz), aber er ersetzt sie quasi, wenigstens in einem metaphorischen Sinne, insofern er vom Wanderer als Vorposten und Bestätigung empfunden wird. (Wo kein Wegweiser aufscheint, wo man einen erwartet, fühlt man sich sogleich in der Irre.) Referenz und

Substitution sind also die beiden semiotischen Funktionen, die Indizes des 2. Falles (ohne Berührung ihres Objektes) kennzeichnen. Damit wir aber ganz genau einen Fall von topologischer Relativierung in der Semiotik vor uns, wie er in dem obigen Bild dargestellt ist: Zwischen dem Wegweiser/Pronomen und ihren Objekten vermitteln topologische Spuren wie bei den Punktmengen.

Die Frage ist nur, um was für welche Spuren es sich semiotisch handelt. In der Generativen Grammatik wird zwischen einem Pronomen und seinem Nomen eine mehr oder minder mysteriöse (jedenfalls nie konsistent fassbare) Relation angenommen, die durch „Barrieren" unterbrochen sein können (die falsche Referenzen verursachen), vgl. z.B.

(3) Er hatte sich bereits gewundert, dass kein Bild von ihm ausgestellt war.

Dieser Satz ist in mehrfacher Hinsicht mehrdeutig: 1. wegen Er ... von ihm. Es kann Korreferenz herrschen, aber auch nicht. 2. Bild von ihm: Das Bild kann sie auf das Subjekt des Hauptsatzes, aber ein nicht-koreferentes Subjekt des Nebensatzes, aber auch auf eine weitere (nicht-koreferente) Person beziehen. Je nachdem müssen also referentielle Barrieren zwischen Er ... und ... von ihm angenommen werden. Klar ist etwa der Fall

(4) Er hatte sich bereits gewundert, dass kein Bild von Karl ausgestellt war,

denn hier verunmöglicht eine mysteriöse Barriere die Korefrenz von Er und Karl, d.h. verhindert die kataphorische Lesart des semiotischen Index „Er".

Nur sind „Barrieren" (an sich bereits Metaphern) keine semiotischen Begriffe, sie waren auch linguistisch nicht konsistent, so dass wir zur semiotischen Rekonstruktion topologischer Spuren uns anders besinnen müssen. Bei sämtliche Indizes 2. Art haben wir am „Anfang" (d.h. im linken gestrichelten Kreis im Bild) ein Zeichen, nämlich den Index (2.2). Dieser ist seiner Natur nach ein gerichtetes Zeichen, während die beiden anderen Objektbezüge, das Icon und das Symbol, nicht-gerichtet sind. Am „Ende" (rechts im Bild) haben wir dagegen das referierte/substituierte Objekt. Dieser muss, will man die Referenz nicht mystisch als Aura oder Äther definieren, ein gerichtetes Objekt sein, etwa so, wie Bruno Taut von gerichteten architektonischen Objekten gesprochen hatte. Sowohl der Index wie das Objekt müssen also semiotische Spuren besitzen, welche die Referenz in beide Richtungen gewährleisten, d.h. vom Zeichen zum Objekt wie umgekehrt:

$ZR \rightarrow ... \leftarrow \mathbf{\Omega}$,

wobei ... für die semiotisch-topologischen Spuren stehen. Was vermittelt aber nun zwischen einem Zeichen und seinem Objekt? – Ein Zeichenobjekt, denn wir haben

$ZR \circ (ZR\text{-}\mathbf{\Omega}) \circ \mathbf{\Omega}$,

und umgekehrt vermittelt ein Objektzeichen zwischen Objekt und Zeichen:

$\mathbf{\Omega} \circ (\mathbf{\Omega}\text{-}ZR) \circ ZR$,

aber ($ZR\text{-}\mathbf{\Omega}$) und ($\mathbf{\Omega}\text{-}ZR$) sind selbst weder reine Zeichen noch reine Objekte , sondern das, was Bense semiotische Objekte nannte (ap. Walther 1979, S. 122 f.). Damit sind wir endlich am Ziel:

Satz: Als topologische Spuren vermitteln bei Indizes 2. Art semiotische Objekte zwischen Zeichen und Objekt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Sind Zuleitungssysteme semiotische Objekte? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Einführung in die spurentheoretische Semiotik

1. Während die Minimalbedingungen für eine (algebraische) Kategorie ein Element aus einer Domäne, ein Element aus einer Codomäne genannten Menge sowie eine Morphismus genannte Abbildung zwischen beiden Elementen sind (Schubert 1970)

$Cat = (a \in A, b \in B, \rightarrow)$,

benötigt man für eine Spur lediglich ein irgendwie geartetes mathematisches Objekt sowie eine „Richtung“ (Toth 2010)

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$.

Spuren sind damit nichts anderes als gerichtete Objekte, wobei sie kraft ihrer Richtungsangaben „reduzierte Abbildungen“ und damit natürlich Zeichen sind. Im Gegensatz zu Zeichen als nicht-reduzierten Abbildungen sind bei Spuren die Abbildungen jedoch mehrfach-eindeutig. Es ist also nicht ganz korrekt zu sagen, jede Spur sei eine Kategorie; dies trifft nur dann zu, wenn die Abbildung einfach-eindeutig, also ein Grenzfall, ist. Beim Übergang von einer Spur zu einer Kategorie geht daher die immanente Mehrdeutigkeit der Spur zu Gunsten der mathematischen Eindeutigkeit verloren; umgekehrt tritt beim Übergang von einer Kategorie auf eine Spur mit dem Verlust der mathematischen Eindeutigkeit eine Erweiterung des semiotischen Referenzspektrums ein.

2. Betrachtet man die Spur jedoch als Reduktion einer Kategorie bzw. die Kategorie als Erweiterung einer Spur, dann kann man die Spur wie folgt definieren

$Sp = (x \in X, y \in Y, \rightarrow, \leftarrow)$.

Man kann dann X = A (Domäne) und y = B (Codomäne) setzten, wobei sowohl X als auch Y als auch beide Mengen leer sein dürfen. Um die Spur aber weiterhin von einer Kategorie zu unterscheiden, muss in diesem Fall jedoch zusätzlich die inverse Richtung eingeführt werden. Im einzelnen betrachten wir also folgende 6 Gruddtypen:

$a_i\rightarrow$, $a_i\leftarrow$; $a_{i\rightarrow}$, $a_{i\leftarrow}$; $a_{i\rightarrow}\rightarrow$, $a_{i\leftarrow}\leftarrow$,

mit $a \in \{\varnothing., 1., 2., 3.\}$, $i \in \{.\varnothing, .1, .2, .3\}$.

Wenn also $i = \varnothing$ ist, dann haben wir einfache Spuren (a = 1./.1, a = 2./.2, a = 3./.3), wenn $i \neq \varnothing$, dann sprechen wir von zusammengesetzten Spuren. Wegen 0 können Spuren also z.B. in den Gestalten $a_{\varnothing\rightarrow}/a_{\varnothing\leftarrow}$; $\varnothing_{i\rightarrow}/\varnothing_{i\leftarrow}$, jedoch auch als $\varnothing(\rightarrow)_{\varnothing(\rightarrow)}$/ $\varnothing(\rightarrow)_{\varnothing(\leftarrow)}$ auftreten.

Da jede Spur in 6 Grundtypen auftreten kann und es 4 x 4 = 16 kombinatorische Möglichkeiten für jeden Grundtyp gibt, gibt es also total 6 x 16 = **96 Typen von Spuren**.

3.1. Da somit jedes Primzeichen in der von Bense (1980) gegebenen Definition des Zeichens als einer Primzeichenrelation

ZR = (.1., .2., .3.)

in total 96 Typen von Spuren auftreten kann, ergibt sich bereits für ZR eine Menge von 3 x 96 = **288 monadischen Spurentypen**.

3.2. Da jedes Subzeichen ein kartesisches Produkt zweier Primzeichen darstellt und da es in der kleinen semiotischen Matrix 9 Subzeichen gibt, bekommen wir 9 x 962 = **82´944 dyadische Spurentypen**.

3.3. Da jede Zeichenrelation aus 3 Subzeichen besteht und es 27 bzw. 10 Zeichenrelationen gibt (je nachdem, ob man die Inklusionsordnung a ≤ b ≤ c auf (3.a 2.b 1.c) anerkennt oder nicht), haben wir 27/10 x 963 = 23´887´872 / 8´847´360, und dies natürlich sowohl im Teilsystem der Zeichenklassen sowie der Realitätsthematiken, d.h. wir haben **47´775´744 / 17´694´720 triadische Spurentypen**, d.h. also auch dann, falls man nur die sog. Peirceschen Zeichenklassen akzeptiert, haben wir über 17 Millionen Möglichkeiten, ein Objekt als Spur eines Zeichens mathematisch mit Hilfe der hier eingeführten Spurentheorie zu analysieren.

3.2. Da in der von Bense (1975, S. 105) eingeführten Grossen Matrix die Basiseinheit, d.h. das „Subzeichen“, ein kartesisches Produkt zweier Subzeichen der kleinen Matrix ist und daher die Form

F = ((a.b) (c.d))

hat, ist also die Menge aller F gleich der Menge aller dyadischen Kombinationen(a.b) x (c.d), d.h.

{F} = {(a.b) (c.d)}

und beträgt bereits 962 = 9´216 dyadische Kombinationen. Wenn wir kleinere „clusters" überspringen, haben wir also bei 729 Zeichenklassen (Steffen 1980)

729 x ((962) x (962) x (962)) = 729 x 782´757´789´696,

und d.h. **über 1 Billiarde wohlunterscheidbarer semiotischer Spuren** als Analysemodell.

4. Ersetzt man jedoch die mengentheoretische ZF-Definition des Zeichens

ZR = (M, O, I)

durch die AFA-Definition (vgl. Acel 1988)

ZR* = {M, {M, O}, {M, O, I}},

die genau der von Bense (1979, S. 53, 67) gegebenen selbstenthaltenden und daher zirkulären Zeichendefnition entspricht dann reduzieren sich die Zahlen in der grossen Matrix auf 10 x 96 = 960 M-Bezüge, auf 10 x 962 = 92´160 (M-O)-Bezüge, und auf 8´847´360 (M-O-I)-Bezüge.

Bei der kleinen Matrix bleibt natürlich alles beim Alten, ausser, dass sich mit der Matrix auch die kartesischen Produkte, d.h. die Subzeichen, wie folgt verändern:

	M	{M, O}	{M, O, I}
M	MM	M{M, O}	M{M, O, I}
{M, O}	{M, O}M	{M, O}{M, O}	{M, O} {M, O, I}
{M, O, I}	{M, O, I}M	{M, O, I}{M, O}	{M, O, I}{M, O, I}

Die Bildung von AFA-Zeichenklassen funktioniert dann wie folgt:

Zkl = {{M, O, I}.a, {M, O}.b, M.c}

mit a, b, c $\in$ {M, {M, O}, {M, O, I} und a $\leq$ b $\leq$ c (denn hier gilt natürlich {M, O, I} $\not\subset$ {M, O} $\not\subset$ M).

Bibliographie

Aczel, Peter, Non Well-Founded Sets. Cambridge, U.K. 1988

Bense, Max, Die Einführung der Primzechen. In: Ars Semeiotica 3, 1980

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Schubert, Horst, Kategorien I. Heidelberg 1970

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der Grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronmic Journal for Mathemaical Semiotics, 2010

Ein Notationssystem für die spurentheoretische Semiotik

1. Nach einigen Vorarbeiten (Toth 2010a), wurde die spurentheoretische Semiotik in Toth (2010b) systematisch eingeführt. Grob gesagt, ist eine Spur eine Menge, bestehend aus mindestens 1 Objekt sowie einer Abbilung

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$.

Sieht man von der Richtung der Abbildung ab, können also folgende 4 Grundtypen unterschieden werden:

1. x_i 3. $x_{i\rightarrow}$

2. $x_i\rightarrow$ 4. $x\rightarrow_{i\rightarrow}$

Anders gesagt: Eine Spur ist ein Objekt, bei dem das Objekt, seine Abbildung oder beide gerichtet sein können. Die „Nullstufe“ liegt bei 1 vor.

2. Um ein möglichst redundanzfreies Notationssystem zu bekommen, gehen wir von einer Positionierung aus, die aus einer oberen und einer unteren Position besteht:

$$\begin{array}{l} x \\ \hline \rightarrow \end{array}$$

Damit können wir 4 Grundtypen wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{array}{llll} x/y & x\rightarrow & x & x\rightarrow \\ \hline & y & y\rightarrow & y\rightarrow \end{array}$$

Konverse Abbildung werden einfach (wie in der Kategorientheorie) durch Umkehrung der Pfeile dargestellt:

$$\begin{array}{llll} x/y & x\leftarrow & x & x\leftarrow \\ \hline & y & y\leftarrow & y\leftarrow \end{array}$$

Da sowohl bei Spuren wie bei Kategorien (Morphismen) die folgenden 3 semiotischen Typen auftreten:

1 --> 2

2 -->> 3

1 -->>> 3

setzen wir folgende Mengen von Abbildungen an:

A = (-->, -->>, -->>>),

es ist also

A^0 = (<--,<< --, <<<--).

Mit x, y ∈ {∅, 1, 2, 3} kann damit die gesamte semiotische Spurentheorie in eindeutiger Weise notiert werden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Gesammelte Schriften zur mathematischen Semiotik. Bd. 4: Äpfel und Birnen. Bd. 4/2: Spuren. Tucson, AZ, 2010 (2010a)

Toth, Alfred, Einführung in die spurentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Die Umgebung semiotischer Spuren

1. Eine semiotische Spur kann in folgenden 4 Gestalten auftreten:

x_i; $x\rightarrow_i$; $x_{i\rightarrow}$; $x\rightarrow_{i\rightarrow}$,

d.h. sie kann gerichtet oder ungerichtet sein. Ist eine Spur gerichtet, so können entweder ihr triadischer Hauptwert, ihr trichotomischer Stellenwert oder beide Werte gerichtet sein. In numerischer Schreibweise: 1_2; $1\rightarrow_2$; $1_{2\rightarrow}$; $1\rightarrow_{2\rightarrow}$.

2. Wir setzen fest, dass eine Spur sich selbst enthalten muss, so dass aus ihr allein ein topologischer Raum definiert werden kann. Ferner sei die Umgebung einer Spur die Menge aller Spuren, die höchstens um 1 Schritt, d.h. einen Repräsentationswert, von der betreffenden Spur entfernt seien (hiermit wird diagonale Nachbarschaft ausgeschlossen). Dann haben wir

$U(x_i) = \{x_i, (x\pm1)_i, x_{i\pm1}, (x\pm1)_{i\pm1}\}$

$U(x\rightarrow_i) = \{x\rightarrow_i, (x+1)\rightarrow_i, x_{i\pm1}, (x+1)\rightarrow_{i\pm1}\}$

$U(x_{i\rightarrow}) = \{x_{i\rightarrow}, (x\pm1)_i, x_{i\pm1}, (x\pm1)_{i\pm1}\}$

$U(x\rightarrow_{i\rightarrow}) = \{x\rightarrow_{i\rightarrow}, (x+1)\rightarrow_{i\rightarrow}, x_{(i\pm1)\rightarrow}, (x+1)\rightarrow_{(i\pm1)\rightarrow}\}$

Bibliographie

Toth, Alfred, Das pentadische Zeichenmodell als assoziatives Opetop. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Spuren, Keime und Kategorien

1. Wir setzen:

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

Eine Spur ist damit eine Kategorie ohne Urbildbereich, ein Keim ist eine Kategorie ohne Bildbereich. Damit ist eine Kategorie aus einem Spuren- und einem Keimteil zusammengesetzt. Intuitiv betreffend damit Spuren die Rekonstruktion von Sendern, Keime die Präkonstruktion von Empfängern.

2. Formal kann man die Enstehung von Spuren aus der kartesischen Multiplikation von Triaden und präsemiotischen Trichotomien erklären (Toth 2008):

$1. \times 0.1 = 1_1$ $\quad$ $2. \times 0.1 = 2_1$ $\quad$ $3. \times 0.1 = 3_1$

$2. \times 0.2 = 1_2$ $\quad$ $2. \times 0.2 = 2_2$ $\quad$ $3. \times 0.2 = 3_2$

$3. \times 0.3 = 1_3$ $\quad$ $2. \times 0.3 = 2_3$ $\quad$ $3. \times 0.3 = 3_3$

Dagegen entstehen Keime aus der kartesischen Multiplikation von Trichotomien und präsemiotischen Trichotomien (Toth 2010):

$.1 \times 0.1 = {}_{1}1$ $\quad$ $.2 \times 0.1 = {}_{2}1$ $\quad$ $.3 \times 0.1 = {}_{3}1$

$.2 \times 0.2 = {}_{1}2$ $\quad$ $.2 \times 0.2 = {}_{2}2$ $\quad$ $.3 \times 0.2 = {}_{3}2$

$.3 \times 0.3 = {}_{1}3$ $\quad$ $.2 \times 0.3 = {}_{2}3$ $\quad$ $.3 \times 0.3 = {}_{3}3$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

$Cat = (x_{\rightarrow} \square\square\ {}_{y}\!\rightarrow) = (x \rightarrow y), x \in X, y \in Y.$

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2010

Die Rolle des Index in der semiotischen Spurenmatrix

1. Nach Peirce gibt es keine Kategorie der „Zeroness". Sie wurde allerdings in Bense (1975, S. 65 f.) in der Form „kategoraler Objekte mit der Relationszahl r = 0", in der Form der „disponiblen Kategorien" (vgl. zus. Bense 1975, S. 39, 44 f.) als notwendig erwiesen und später vor allem in mehreren Arbeiten Stiebings aufgenommen. Vom Standpunkt der Präsemiose aus hat auch Götz (1982, S. 4, 28) eine Ebene der Nullheit angenommen und sie trichotomisch in (0.1), (0.2), (0.3) unterteilt (obwohl diese drei „Subzeichen" nicht anders als durch kartesische Multiplikation mit dem Faktor 0. entstanden sein können!!).

2. Bildet man über der Peirceschen ZR = (M, O, I) die Potenzmenge, erhält man ebenfalls die leere Menge, d.h. die Kategorie der Nullheit:

$\wp ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M \rightarrow O\}, \{O \rightarrow I\}, \{M \rightarrow I\}, \{M \rightarrow O \rightarrow I\}, \varnothing\}$.

Eine vrschachtelte Teilmenge der Potenzmenge ist nun die zirkuläre Zeichendefinition, die Bense (1979, S. 53, 67) gegeben hatte

$ZR^* = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$.

Man braucht also nur $ZR^* \cup \varnothing$ zu bilden

$ZR^{**} = (\varnothing, M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$,

um zur folgenden Spurenmatrix zu kommen, welche die Peirceschen 3×3-Matrix als Submatrix enthält:

-	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$
$1_\varnothing$	1_1	1_2	1_3
$2_\varnothing$	2_1	2_2	2_3
$2_\varnothing$	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$

Was wir hier also vor uns haben, ist eine unvollständige 4 × 4 semiotische Spuren-Matrix, in der die absolute negative Spur nicht auftritt, und zwar nicht deshalb, weil aus dem Nichts nichts auf das Sein (?) abgebildet werden kann, sondern weil kategoriale

Objekte nicht iterierbar sind, und zwar nicht einmal in ihrer negativen Existenzform, d.h.als Nichts!

3. Bilden wir nun, wie zuletzt in Toth (2010), vollständige negative topologische Räume für jedes Subzeichen aus den Spurenmatrizen, so erhalten wir z.B. Gebilde wie das folgende für U(U(∅2) ∪ Δ(Δ(∅2):

-	$\underline{\varnothing_1}$	$\underline{\varnothing_2}$	$\underline{\varnothing_3}$
$1_\varnothing$	$\underline{1_1}$	$\underline{1_2}$	1_3
$\underline{2_\varnothing}$	2_1	2_2	$\underline{2_3}$
$2_\varnothing$	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$

d.h. es gibt normalerweise keinen ALLEINIGEN Repräsentanten für die positiven topologischen semiotischen Räume, so wie es auch keinen ALLEINIGEN Repräsentanten für die negativen Räume gibt. Hingegen gilt – den Verhältnissen in Toth (2010) enstprechend -, dass auch hier der Index eine säuberliche Scheidung zwischen der in die Spurenmatrix eingebetteten semiotischen Matrix einerseits und der sie inbettenden präsemiotischen Zeilen- und Spaltenvektoren vornimmt:

-	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$
$1_\varnothing$	1_1	1_2	1_3
$2_\varnothing$	2_1	2_2	2_3
$2_\varnothing$	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$

Man kann das also wie formulieren: Der Index (2.2) separiert als zentraler Repräsentant der semiotischen Positivität zwischen der Matrix als der Menge positiver semiotischer Elemente einerseits und dem Hüllensystem

$$\mathcal{H}(\text{Matrix}) = \{(\varnothing_1), (\varnothing_2), (\varnothing_3), (1_\varnothing), (2_\varnothing), (3_\varnothing)\}$$

als der Menge negativer semiotischer Elemente andererseits. Damit zeigt also der Index nichts Geringeres als dass die Präsemiotik als Hülle der Semiotik der Bereich der semiotischen Negativität ist.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. phil. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Zusammenfassende Darstellung negativer semiotischer topologischer Räume. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Homogene und heterogene Spuren- und Keim-Matrizen

1. Bekanntlich (Toth 2010) wird eine Spur als

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

und ein Keim als

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

definiert. Eine Kategorie

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

lässt sich daher im abstraktesten Sinne als spurenhafter Keim bzw. als keimhafte Spur definieren.

2. Ein Keim ist offenbar eine duale Spur, denn es gilt

$\times(Sp) = Ke; \times(Ke) = Sp.$

Damit können wir aber sowohl Spuren als auch Keime auf je 2 Arten notieren:

$Sp = \{1_1; 1^1\}$

$Ke = \{{}_11; {}^11\},$

worauf wir eine kleine Spuren- und Keim-Arithmetik bauen können, denn wegen $Cat = Sp \circ Ke$ gilt natürlich

$1_1 \circ {}_11 = (1.1)$

(das Qualizeichen als Kategorie). Ferner haben wir

$1_1 \circ 1_1 = (1.1.)$

${}_1 1 \circ 1_1 = (.11.)$

${}_1 1 \circ {}_1 1 = (.1.1)$.

Neben den zwei homogenen Matrizen für Spuren

$$\begin{pmatrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1^1 & 1^2 & 1^3 \\ 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 3^1 & 3^2 & 3^3 \end{pmatrix}$$

und den zwei homogenen Matrizen für Keime

$$\begin{pmatrix} {}_1 1 & {}_2 1 & {}_3 1 \\ {}_1 2 & {}_2 2 & {}_3 2 \\ {}_1 3 & {}_2 3 & {}_3 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} {}^1 1 & {}^2 1 & {}^3 1 \\ {}^1 2 & {}^2 2 & {}^3 2 \\ {}^1 3 & {}^2 3 & {}^3 3 \end{pmatrix}$$

d.h. den Hautpdiagonalen der Struktur SSS sowie KKK, können wir also heterogene Matrizen der Strukturen KKS, KSK, SKK; SSK, SKS, KSS, total also 8 Matrizen, konstruieren.

Bibliographie

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Spuren, Keime und Disponibilität

1. Bedeute wie üblich Sp(ur), Ke(im), Cat(egorie), und seien wie üblich

Sp = ($x \in X, \rightarrow$)

Ke = ($y \in Y, \rightarrow$)

Cat = ($x \in X, y \in Y, \rightarrow$)

Es gilt:

$1. \times 0.1 = 1_1$	$2. \times 0.1 = 2_1$	$3. \times 0.1 = 3_1$	
$2. \times 0.2 = 1_2$	$2. \times 0.2 = 2_2$	$3. \times 0.2 = 3_2$	Spuren
$3. \times 0.3 = 1_3$	$2. \times 0.3 = 2_3$	$3. \times 0.3 = 3_3$	

$.1 \times 0.1 = {}_{1}1$	$.2 \times 0.1 = {}_{2}1$	$.3 \times 0.1 = {}_{3}1$	
$.2 \times 0.2 = {}_{1}2$	$.2 \times 0.2 = {}_{2}2$	$.3 \times 0.2 = {}_{3}2$	Keime
$.3 \times 0.3 = {}_{1}3$	$.2 \times 0.3 = {}_{2}3$	$.3 \times 0.3 = {}_{3}3$	

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

Cat = ($x_{\rightarrow}$ $\square\square$ ${}_{y}\rightarrow$) = ($x \rightarrow y$), $x \in X$, $y \in Y$.

2. Es ist

$\times$(Sp) = Ke; $\times$(Ke) = Sp.

Damit erhalten wir zwei 2-elementige Mengen:

$Sp = \{1_1; 1^1\}$

$Ke = \{{}_1 1; {}^1 1\}$,

Wir haben dann also

$1_1 \circ {}_1 1 = (1.1)$

$1_1 \circ 1_1 = (1.1.)$

${}_1 1 \circ 1_1 = (.11.)$

${}_1 1 \circ {}_1 1 = (.1.1)$.

und somit zwei homogene Matrizen für Spuren

$$\begin{pmatrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1^1 & 1^2 & 1^3 \\ 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 3^1 & 3^2 & 3^3 \end{pmatrix}$$

und zwei homogene Matrizen für Keime

$$\begin{pmatrix} {}_1 1 & {}_2 1 & {}_3 1 \\ {}_1 2 & {}_2 2 & {}_3 2 \\ {}_1 3 & {}_2 3 & {}_3 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} {}^1 1 & {}^2 1 & {}^3 1 \\ {}^1 2 & {}^2 2 & {}^3 2 \\ {}^1 3 & {}^2 3 & {}^3 3 \end{pmatrix}$$

3. Da eine Spur eine Kategorie ohne Codomäne und ein Keim eine Kategorie ohne Domäne ist, kann man die drei Basisspuren auch als (trichotomische) Zeilenvektoren und die drei Basiskeime auch als (triadische) Spaltenvektor, welche beide die eingebettete Peircesche 3×3-Matrix quasi wie ein Hüllensystem umgeben und einbetten, notieren:

-	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$
$1_\varnothing$	1_1	1_2	1_3
$2_\varnothing$	2_1	2_2	2_3
$2_\varnothing$	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$

Damit ergeben sich also zwei Reihen von Übergängen aus der Präsemiotik in die Semiotik:

1. Keime → Subzeichen: $\varnothing_i \rightarrow$ (a.i)

2. Spuren →Subzeichen: $a_\varnothing \rightarrow$ (a.i)

($a \in \{1., 2., 3.\}$, $I \in \{i \in \{.1, .2, .3\}$).

Nun handelt es sich hier im Gegensatz zu den innersemiotischen Übergängen α und β, deren Kompositionen und Konversen, um qualitative (Kontextur-)Übergänge. Wir bezeichnen sie daher mit $\aleph_i$ und ω_i (i = 1, 2, 3). Diese qualitativen Übergänge entsprechen offenbar den bereits von Bense angesetzten Übergängen von „disponiblen" zu „relationalen" Kategorien (Bense 1975, S. 45 f.).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Vierfach mögliche Nicht-Selbstidentität von Spuren und Keimen

1. Wie üblich definieren wir

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$.

Im Anschluss an Toth (2010) definieren wir die logische Austauschrelation zwischen Position und Negation bei Spuren und Keimen durch die semiotische Austauschrelation zwischen Objekt und Richtung. Dadurch erhält man für jedes Objekt 2 Spuren und 2 Keime, jeweils eines positiv und eines negativ:

$Sp = (a_i, a^i)$

$Ke = ({}_i a, {}^i a)$

2. Interessanterweise kann man nun die Richtung als die Kontexturgrenze zwischen Triadizität und Trichotomizität bestimmen, denn wir finden folgende Entsprechungen:

(1..1) = (1.1)	Triade/Triade	(a_i)
(.1.1)	Trichotomie/Trichotomie	$({}_i a)$
(1.1.)	Triade/Trichotomie	(a^i)
(.11.)	Trichotomie/Triade	$({}^i a)$

Damit kann man nun zwei homogene, d.h. selbstidentische Spurenklassen

$SpK+ = (3_i\ 2_j\ 1_k)$

$SpK- = (3^i\, 2^j\, 1^k)$

und zwei homogene, d.h. selbstidentische Keimklassen

$KeK+ = ({}_i3\ {}_j2\ {}_k1)$

$KeK- = ({}^i3\ {}^j2\ {}^k1)$

bilden.

Wenn wir nun mit Menne (1992, S. 100) die in der zweiwertigen aristotelischen Logik obligatorische Selbstidentität von Objekten durch

$\nexists x.\ x \not\equiv x$

definieren, können wir ferner eine grosse Anzahl nicht-selbstidentischer Spuren- und Keimklassen konstruieren. Z.B. enthält die heterogene Klasse

$({}_i3\ {}_a1\ {}_j22^b\ {}^k13_c) = (.3.1\ .22.\ .13.)$,

deren Struktur (TtTt, TtTr, TrTr) ist, für jedes Primzeichen eine Richtung, und zwar i, j, k für Tr und a, b, c für Tt, so dass also die „Zeichenklasse“ in einem gewissen Sinne nbnestimmt ist, denn natürlich gilt a, b, c $\in$ {1., 2., 3.} und i, j, k $\in$ {.1, .2, .3}. Die minimale Unbestimmtheit dieser „Zeichenklasse“ ist daher

$({}_3\ {}_1\ {}_2{}^2\ {}^1{}_3) = (.3.1\ .22.\ 1.3.3)\ \ (.3.1\ .22.\ .13.)$.

Wie man sieht, verändert sich also nichts an der triadisch-trichotomischen Struktur, wenn man eine Zeichenklasse als Spuren- oder Keimklasse notiert. Was sie ändert, ist etwas, das man als semiotischen Spuren- und Keimraum nennen würde, d.h. eine Zeichenklasse ist eine Erstarrung, bei der die Triaden- und Trichotomienwerte mit den „parasitären“ Spuren- und Keimenwerten identisch ist. Damit müssen die Triaden- und Trichotomienwerte aber als Intervalle definiert werden, z.B. in unserem obigen Falle

$({}_3\ {}_1\ {}_2{}^2\ {}^1{}_3) = (.{}_{[1,3]}3.{}_{[1,3]}1\ .{}_{[1,3]}22.{}_{[1,3]}\ 1.{}_{[1,3]}3.{}_{[1,3]}3)\ \ (.{}_{[1,3]}3.{}_{[1,3]}1\ .{}_{[1,3]}22.{}_{[1.3]}\ .{}_{[1.3]}13.{}_{[1,3]})$.

Bibliographie

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Eine hexadische Matrix für Spuren und Keime

1. Wie üblich sei

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$.

Im Anschluss an Toth (2010) definieren wir wieder die logische Austauschrelation zwischen Position und Negation bei Spuren und Keimen durch die semiotische Austauschrelation zwischen Objekt und Richtung. Dadurch erhält man für jedes Objekt 2 Spuren und 2 Keime, jeweils eines positiv und eines negativ:

$Sp = (a_i, a^i)$

$Ke = ({}_ia, {}^ia)$

Interessanterweise kann man die Richtung als die Kontexturgrenze zwischen Triadizität und Trichotomizität bestimmen, denn wir finden folgende Entsprechungen:

(1..1) = (1.1)	Triade/Triade	$(a_i) := A_A$
(.1.1)	Trichotomie/Trichotomie	$({}_ia) := a_a$
(1.1.)	Triade/Trichotomie	$(a^i) := A_a$
(.11.)	Trichotomie/Triade	$({}^ia) := a_A$

3. D.h., jedes der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix kann in den 4 Gestalten (A_A), (a_a), (A_a) und (a_A) auftreten. Damit ergibt sich ein Total von 36 Subzeichen, die in der Form einer hexadischen Matrix wie folgt dargestellt werden können:

	a	A	b	B	c	C
a	aa	aA	ab	aB	ac	aC
A	Aa	AA	Ab	AB	Ac	AC
b	ba	bA	bb	bB	bc	bC
B	Ba	BA	Bb	BB	Bc	BC
c	ca	cA	cb	cB	cc	cC
C	Ca	CA	Cb	CB	Cc	CC

Wie man leicht erkennt, enthält diese Spuren- und Keimmatrix eine eigenreale Nebendigonale wie die Peircesche semiotische Matrix:

×(Ca cA Bb bB Ac aC) = (Ca cA Bb bB Ac aC)

einschliesslich der in der kleinen Matrix auftretenden Binnensymmetrie

(Ca cA Bb × bB Ac aC).

Ferner lassen sich weitere Formen von Eigenrealität leicht konstruieren:

(aa AA bB) → (aa bB AA) → (bB aa AA)

(aA aA bB) → (ab bB aA) → (bB ab aA)

(ab AB aA) → (ab aA AB) → (AA ab AB), ...

Trotz der Hexadizität der Matrix ist aber das abstrakte Schema der Form einer Spuren/Keimklasse natürlich triadisch:

SKK = (X.x Y.y Z.z)

mit X, Y, Z ∈ {A, B, C} und x, y, z,∈ {a, b, c}

sowie A, B, C; a, b, c ∈ {→, ←},

d.h. im Grunde wird erst hier, d.h. auf der tieferen Ebene der Spuren und Keime, nur noch mit Pfeilen gerechnet und nicht bereits auf der Ebene der Kategorien, denn vgl.

$Sp \circ Ke = \varnothing$

$Ke \circ Sp = Cat$,

den es ist ja

$\rightarrow \circ \leftarrow = \varnothing$,

jedoch

$\leftarrow \circ \rightarrow = Cat$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Spuren, Keime und Zustandsmengen

1. Die Coalgebra, einer der jüngsten Disziplinen der Mathematik (und eine der wenigen, die nicht aus der Mathematik selbst entstanden sind) ist basiert auf einer Menge von Zuständen („states“), die auf Strukturen abgebildet werden.

2.1. Transformation der trichotomischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix I:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.2. Transformation der triadischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix II:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \square & \square & \square \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \square & \square & \square \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.3. Transformation der diagonalen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix III:

2.3. Transformation der diagonalen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix III:

$$\begin{pmatrix} & \square & & \square & & \square \\ \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.1. Bedeute wie üblich Sp(ur), Ke(im), Cat(egorie), und seien wie üblich

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

Es gilt:

$$\left.\begin{array}{lll} 1. \times 0.1 = 1_1 & 2. \times 0.1 = 2_1 & 3. \times 0.1 = 3_1 \\ 2. \times 0.2 = 1_2 & 2. \times 0.2 = 2_2 & 3. \times 0.2 = 3_2 \\ 3. \times 0.3 = 1_3 & 2. \times 0.3 = 2_3 & 3. \times 0.3 = 3_3 \end{array}\right\} \text{Spuren}$$

$$\left.\begin{array}{lll} .1 \times 0.1 = {}_1 1 & .2 \times 0.1 = {}_2 1 & .3 \times 0.1 = {}_3 1 \\ .2 \times 0.2 = {}_1 2 & .2 \times 0.2 = {}_2 2 & .3 \times 0.2 = {}_3 2 \\ .3 \times 0.3 = {}_1 3 & .2 \times 0.3 = {}_2 3 & .3 \times 0.3 = {}_3 3 \end{array}\right\} \text{Keime}$$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

Cat = ($x_{\rightarrow}$ □□ ${}_{y}\!\rightarrow$) = ($x \rightarrow y$), $x \in X$, $y \in Y$.

3.2. Es ist

$\times$(Sp) = Ke; $\times$(Ke) = Sp.

Damit erhalten wir zwei 2-elementige Mengen:

Sp = $\{1_1; 1^1\}$

Ke = $\{{}_11; {}^11\}$,

Wir haben dann also

$1_1 \circ {}_11 = (1.1)$

$1_1 \circ 1_1 = (1.1.)$

${}_11 \circ 1_1 = (.11.)$

${}_11 \circ {}_11 = (.1.1)$.

und somit zwei homogene Matrizen für Spuren

$$\begin{pmatrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1^1 & 1^2 & 1^3 \\ 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 3^1 & 3^2 & 3^3 \end{pmatrix}$$

und zwei homogene Matrizen für Keime

$$\begin{pmatrix} {}_11 & {}_21 & {}_31 \\ {}_12 & {}_22 & {}_32 \\ {}_13 & {}_23 & {}_33 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} {}^11 & {}^21 & {}^31 \\ {}^12 & {}^22 & {}^32 \\ {}^13 & {}^23 & {}^33 \end{pmatrix}$$

4. Man kann nun die Ergebnisse dieser Studie insofern zusammenfassen, als man in die Zustände der semiotischen Zustandsmatrizen Spuren bzw. Keime einsetzt, und zwar korrespondieren offenbar die Spuren den Semiosen und die Keime den Retrosemiosen und im erweiterten, polykontexturalen Sinne die Semiosen den Morphismen und die Retrosemiosen den Heteromorphismen. Dabei erkennt man, dass man in semiotischen Zustandsmatrizen aus Nullstellen auf dem Hinweg aufbricht, aber nicht auf dem Rückweg aus ihnen aufbricht, sondern lediglich an ihnen ankommt bzw. zu ihnen zurückkehrt. Das „Nichts" ist also immer und nur dort, wo ein semiotischer Prozess entsteht (die der Semiose vorangehende Kenese bzw. Meontik), aber er endet stets im Vermittelt-Sein der Semiotik.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Punktierte, gerichtete und invertierte Objekte

1. Semiotische Objekte (die Peirceschen „Universalkategorien“ Erstheit, Zweitheit, Drittheit) können als punktierte Objekte eingeführt werden (Lawvere 1997, S. 2):

$1 \rightarrow_0 T$

$2 \rightarrow_0 T$

$3 \rightarrow_0 T$

Dies ist eine Formalisierung der von Fichte rein metaphysisch eingeführten „thetischen Setzung“.

2. Spuren, Keime und Kategorien. Wir setzen:

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

Eine Spur ist damit eine Kategorie ohne Urbildbereich, ein Keim ist eine Kategorie ohne Bildbereich. Damit ist eine Kategorie aus einem Spuren- und einem Keimteil zusammengesetzt. Formal kann man die Enstehung von Spuren aus der kartesischen Multiplikation von Triaden und präsemiotischen Trichotomien erklären:

$1. \times 0.1 = 1_1$	$2. \times 0.1 = 2_1$	$3. \times 0.1 = 3_1$
$2. \times 0.2 = 1_2$	$2. \times 0.2 = 2_2$	$3. \times 0.2 = 3_2$
$3. \times 0.3 = 1_3$	$2. \times 0.3 = 2_3$	$3. \times 0.3 = 3_3$

Dagegen entstehen Keime aus der kartesischen Multiplikation von Trichotomien und präsemiotischen Trichotomien:

$.1 \times 0.1 = {}_{1}1$ $.2 \times 0.1 = {}_{2}1$ $.3 \times 0.1 = {}_{3}1$

$.2 \times 0.2 = {}_{1}2$ $.2 \times 0.2 = {}_{2}2$ $.3 \times 0.2 = {}_{3}2$

$.3 \times 0.3 = {}_{1}3$ $.2 \times 0.3 = {}_{2}3$ $.3 \times 0.3 = 33$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

Cat = ($x_{\rightarrow}$ □□ $_{y}\rightarrow$) = ($x \rightarrow y$), $x \in X$, $y \in Y$.

Im einzelnen haben wir:

$(1.1) = id1 \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 1}$

$(1.2) = \alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 2}$

$(1.3) = \beta\alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 3}$

$(2.1) = \alpha^{\circ} \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 2}$

$(2.2) = id2 \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 2}$

$(2.3) = \beta \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 3}$

$(3.1) = \alpha^{\circ}\beta^{\circ} \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 3}$

$(3.2) = \beta^{\circ} \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 2} = 2_{\leftarrow 3}$

$(3.3) = id3 \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 3}$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_{\to 1} & 1_{\to 1} & 1_{\to 2} & 1_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\to 2} & 2_{\to 3} \\ \varnothing_{\to 3} & 1_{\to 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\to 3} \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{c:c:c} 1_{\to \varnothing} & 2_{\to \varnothing} & 3_{\to \varnothing} \\ 1_{\to 1} & 2_{\to 1} & 3_{\to 1} \\ 1_{\to 2} & 2_{\to 2} & 3_{\to 2} \\ 1_{\to 3} & 2_{\to 3} & 3_{\to 3} \end{array}\right)$$

3. Nullzeichen (Nullspuren, Nullkeime). Bisher können wir Zeichenklassen mit folgenden Objekten bilden:

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c)

2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3)

3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\to a}\ 2_{\to b}\ 1_{\to c})$

4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\to c}\ 2_{\to b}\ 3_{\to a})$

5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}), (3_{\leftarrow a}\ 2_{\to b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw.

6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a}), (1_{\to c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\to a})$, usw.

7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\to a_3\ \to b_2\ \to c_1)$

8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\to c_1\ \to b_2\ \to a_3)$

9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

$Zkl_{Sp} = (\leftarrow a_3 \leftarrow b_2 \leftarrow c_1), (\leftarrow a_3 \rightarrow b_2 \leftarrow c_1)$, usw.

10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

    $Rth_{Sp} = (\leftarrow c_1 \leftarrow b_2 \leftarrow a_3), (\rightarrow c_1 \leftarrow b_2 \rightarrow a_3)$, usw.

Nullzeichen wurden einerseits in Zeichenklassen, d.h. in undualisierter Form als $\varnothing_{\rightarrow 1}$, $\varnothing_{\rightarrow 2}$, $\varnothing_{\rightarrow 3}$, anderseits in Realitätsthematiken, d.h. in dualisierter Form als $1_{\rightarrow\varnothing}$, $2_{\rightarrow\varnothing}$, $3_{\rightarrow\varnothing}$ eingeführt. Allerdings sind die Nullzeichen im letzteren Fall selber nicht indiziert, d.h. haben keine eigene Codomäne. Wenn man dem abhilft, d.h. $1_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 1}$, $2_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 2}$, $3_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 3}$ einführt, bekommt man sog. Bi-Spuren. Entsprechend kann man dann Bi-Spuren für sämtliche Spuren (1. bis 10.) verallgemeinern.

Wir wollen nun Nullzeichen analog zu den Nicht-Null-Spuren einführen.

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c ∅.d),

   wobei hier zwischen partiellen und vollständigen zu unterscheiden ist:

   (3.a 2.b ∅.c ∅.d), (3.a ∅.b ∅.c ∅.d), (∅.a ∅.b ∅.c ∅.d), und gemischte.

2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3), d.h.

   (d.∅ c.1 b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.∅),

   und gemischte, sowie mit/ohne Indizierung des Nullzeichens (vgl. 3.).

3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow\varnothing}\ 2_{\rightarrow\varnothing}\ 1_{\rightarrow\varnothing})$, wobei hier die Nullzeichen indiziert oder nichtindiziert sein können (vgl. 3.). Ferner

   $(\varnothing_{\rightarrow I}\ \varnothing_{\rightarrow O}\ \varnothing_{\rightarrow M})$, sowie Kombinationen.

4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$. $(\varnothing_{\rightarrow c}\ \varnothing_{\rightarrow b}\ \varnothing_{\rightarrow a})$ oder $(1_{\rightarrow\varnothing}\ 2_{\rightarrow\varnothing}\ 3_{\rightarrow\varnothing})$, usw.

5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}), (3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

$Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a}), (1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow\varnothing_3 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_1)$

8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow\varnothing_1 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_3)$

9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_3 \leftarrow\varnothing_2 \leftarrow\varnothing_1), (\leftarrow\varnothing_3 \rightarrow\varnothing_2 \leftarrow\varnothing_1)$, usw.

10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_1 \leftarrow\varnothing_2 \leftarrow\varnothing_3), (\rightarrow\varnothing_1 \leftarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_3)$, usw.

Zu 4.7.-4.10. stellt sich die generelle Frage nach der Indizierung von $\varnothing$ in Ausdrücken wie $(\rightarrow\varnothing_3 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_1)$ oder $(\rightarrow\varnothing_1 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_3)$, wo die folgenden Ausdrücke wegen den definitorisch fehlenden Domänen semiotisch äquivalent sind: $(\varnothing_{\rightarrow\varnothing 3}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 2}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 1})$, usw. Wenn man hier die Domänen indiziert, erhält man wiederum Bi-Spuren (vgl. 3.), hier allerdings von den Domänen und nicht von den Codomänen her, womit beide möglichen Fälle behandelt sind.

Zu 4.7.-4.10. stellt sich die generelle Frage nach der Indizierung von $\varnothing$ in Ausdrücken wie $(\rightarrow\varnothing_3 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_1)$ oder $(\rightarrow\varnothing_1 \rightarrow\varnothing_2 \rightarrow\varnothing_3)$, wo die folgenden Ausdrücke wegen den definitorisch fehlenden Domänen semiotisch äquivalent sind: $(\varnothing_{\rightarrow\varnothing 3}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 2}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 1})$, usw. Wenn man hier die Domänen indiziert, erhält man wiederum Bi-Spuren (vgl. 3.), hier allerdings von den Domänen und nicht von den Codomänen her, womit beide möglichen Fälle behandelt sind.

Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$ZO_{Sp} = (\rightarrow a_{\langle M, \mathit{m}\rangle}, \rightarrow b_{\langle O, \Omega\rangle}, \rightarrow c_{\langle I, \mathcal{I}\rangle})$

$OZ_{sp} = (\rightarrow a_{\langle \mathit{m}, M\rangle}, \rightarrow b_{\langle \Omega, O\rangle}, \rightarrow c_{\langle \mathcal{I}, I\rangle})$

Objekt-Spuren neben Spuren-Objekten

$OR_{sp} = (\mathit{m}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I})$

$Sp_{OR} = (_{\rightarrow a}, _{\rightarrow b}, _{\rightarrow c}) \equiv (\rightarrow a_{\mathit{m}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{I}})$.

4. In einer 2-dimensionalen Semiotik wie derjenigen von Peirce gibt es nur 2 Typen von Primzeichen:

- die triadischen, welche nach rechts binden: a.

- die trichotomischen, welche nach links binden: .a

Diese können zu folgenden 4 Verbindungen kombiniert werden:

- a.a.   - a..a

- .a.a   - .aa.,

wobei also der Fall a..a = a.a, die sog. kartesische Multiplikation, nur einen Sonderfall unter mehreren einnimmt.

2. Gehen wie jedoch von einer 3-dimensionalen Semiotik aus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), so finden wir die folgenden 6 Typen von Primzeichen:

- horizontal triadische: a.

- horizontal trichotomische: .a

- vertikal triadische: ȧ

-vertikal trichotomische: ạ

- hinten/vorne triadische: à

-hinten/vorne trichotomische: á.

Diese lassen sich zu 21 Kombinationen dimensionaler semiotischer Objekte verbinden, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

a.a.

a..a .a.a

a.a˙ .aa˙ a˙ a˙

a.ạ .aạ a˙ạ ạạ

a.à .aà a˙à ạà àà

a. á .aá a˙á ạá àá áá

Seien nun

$\underline{S}$: 3. → 2. → 1.

$\underline{S}^{o}$: .3 ← .2 ← .1.

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat $\underline{S}^{o}$ ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte" Kategorien vorstellen:

$\underline{S}^{?}$: .3 ← .2 → .1

$\underline{S}^{??}$: .3 → .2 ← .1

Da in der Semiotik die Basisrelation n-adischer Relationen für n ≥3 die Dyaden sind (n = 2), müssen wir jedoch auch mit invertierbaren Objekten rechnen. Diese ergeben sich zwangslos in der Semiotik dadurch, dass das Subzeichen zugleich statisch und dynamisch („Semiose") konzipiert ist:

(3.↔1.) →(2.↔2.) → (1.↔3.)

(3.↔1.) → (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.↔1.) ← (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) →(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2.↔.2) →(1.↔.3)

(3.→←.1) →(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1) ←(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) →(1.→←.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1) →(2.↔.2) →(1.→←3.)

(3.↔.1)→ (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1)← (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1) →(2.→←.2) →(1.→←.3)

(3.↔.1)→ (2.→←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1)← (2.→←.2) ←(1.→←.3)

Gehen wir wie oben von räumlicher anstatt von nlinearer Semiotik, aus und setzen als Platzhalter für die Position eines der 6 möglichen Primzeichen ⌂, so bekommen wir das folgende allgemeine Schema eines Subzeichens:

⌂ ⌂

⌂3 ⌂ ⌂⌂

⌂ ⌂

Damit ergeben sich also pro Dyade $8^2 = 64$ Kombinationen und pro Triade $64^3 =$ 262´144 Kombinationen semiotischer Objekte.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2010a

Toth, Alfred, Zur Einführung der Kategorien in die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Spuren, Keime, Kategorien, Saltatorien, Garben

1. Bedeute wie üblich Sp(ur), Ke(im), Cat(egorie), und seien (Toth 2010a)

$Sp = (x \in X, \rightarrow) \equiv x_{\rightarrow}/x^{\rightarrow}$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow) \equiv {}_{\leftarrow}x/{}^{\leftarrow}x$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow) \equiv (x \rightarrow y)$

$Salt = (y \in Y, x \in X, \leftarrow) \equiv (x \leftarrow y)$

Für Spuren gilt:

$1. \times 0.1 = 1_1 \equiv 1_{\rightarrow 1}/1^{\rightarrow 1}$ $\quad 2. \times 0.1 = 2_1 \equiv 2_{\rightarrow 1}/2^{\rightarrow 1}$ $\quad 3. \times 0.1 = 3_1 \equiv 3_{\rightarrow 1}/3^{\rightarrow 1}$

$2. \times 0.2 = 1_2 \equiv 1_{\rightarrow 2}/1^{\rightarrow 2}$ $\quad 2. \times 0.2 = 2_2 \equiv 2_{\rightarrow 2}/2^{\rightarrow 2}$ $\quad 3. \times 0.2 = 3_2 \equiv 3_{\rightarrow 2}/3^{\rightarrow 2}$

$3. \times 0.3 = 1_3 \equiv 1_{\rightarrow 3}/1^{\rightarrow 3}$ $\quad 2. \times 0.3 = 2_3 \equiv 2_{\rightarrow 3}/2^{\rightarrow 3}$ $\quad 3. \times 0.3 = 3_3 \equiv 3_{\rightarrow 3}/3^{\rightarrow 3}$

Für Keime gilt:

$.1 \times 0.1 = {}_{1}1 \equiv {}_{1\leftarrow}1/{}^{1\leftarrow}1$ $\quad .2 \times 0.1 = {}_{2}1 \equiv {}_{1\leftarrow}2/{}^{1\leftarrow}2$ $\quad .3 \times 0.2 = {}_{3}2 \equiv {}_{1\leftarrow}3/{}^{1\leftarrow}3$

$.2 \times 0.2 = {}_{1}2 \equiv {}_{2\leftarrow}1/{}^{2\leftarrow}1$ $\quad .2 \times 0.2 = {}_{2}2 \equiv {}_{2\leftarrow}2/{}^{2\leftarrow}2$ $\quad .3 \times 0.2 = {}_{3}2 \equiv {}_{2\leftarrow}3/{}^{2\leftarrow}3$

$.3 \times 0.3 = {}_{1}3 \equiv {}_{3\leftarrow}1/{}^{3\leftarrow}1$ $\quad .2 \times 0.3 = {}_{2}3 \equiv {}_{3\leftarrow}2/{}^{3\leftarrow}2$ $\quad .3 \times 0.3 = {}_{3}3 \equiv {}_{3\leftarrow}3/{}^{3\leftarrow}3$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

$Cat = (x_{\rightarrow} \square\square\ {}_{y}\rightarrow) = (x \rightarrow y),\ x \in X,\ y \in Y.$

2. Es ist

$\times(Sp) = Ke; \times(Ke) = Sp.$

Damit erhalten wir zwei 2-elementige Mengen:

$Sp = \{x_1; x^1\}$

$Ke = \{_1y; {}^1y\}$,

Wir haben dann also

$x_1 \circ {}_1y = (x.y)$

$x_1 \circ x_1 = (x.x.)$

${}_1y \circ x_1 = (.yx.)$

${}_1y \circ {}_1y = (.y.y)$.

und somit durch Einsetzung für x, y $\in$ {1, 2, 3} zwei homogene Matrizen für Spuren

$$\begin{pmatrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1^1 & 1^2 & 1^3 \\ 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 3^1 & 3^2 & 3^3 \end{pmatrix}$$

und zwei homogene Matrizen für Keime

$$\begin{pmatrix} {}_11 & {}_21 & {}_31 \\ {}_12 & {}_22 & {}_32 \\ {}_13 & {}_23 & {}_33 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} {}^11 & {}^21 & {}^31 \\ {}^12 & {}^22 & {}^32 \\ {}^13 & {}^23 & {}^33 \end{pmatrix}$$

3. Da eine Spur eine Kategorie ohne Codomäne und ein Keim eine Kategorie ohne Domäne ist, kann man die drei Basisspuren auch als (trichotomische) Zeilenvektoren und die drei Basiskeime auch als (triadische) Spaltenvektor, welche beide die eingebettete Peircesche 3 $\times$ 3-Matrix quasi wie ein Hüllensystem umgeben und einbetten, notieren:

-	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$
$1_\varnothing$	1_1	1_2	1_3
$2_\varnothing$	2_1	2_2	2_3
$3_\varnothing$	3_1	3_2	3_3

Damit ergeben sich also zwei Reihen von Übergängen aus der Präsemiotik in die Semiotik:

1. Keime → Subzeichen: $\varnothing_i \rightarrow$ (x.y)

2. Spuren →Subzeichen: $a_\varnothing \rightarrow$ (x.y)

($x \in \{1., 2., 3.\}$, $I \in \{y \in \{.1, .2, .3\}$).

Nun handelt es sich hier im Gegensatz zu den innersemiotischen Übergängen α und β, deren Kompositionen und Konversen, um qualitative (Kontextur-)Übergänge. Wir bezeichnen sie daher mit $\aleph_i$ und ω_i (i = 1, 2, 3). Diese qualitativen Übergänge entsprechen also den bereits von Bense angesetzten Übergängen von „disponiblen" zu „relationalen" Kategorien (Bense 1975, S. 45 f.).

4. Für Garben benutzen wir als Indizierung, wie bereits in Toth (2010b), das Lokalitätsmass über einem Intervall

L = [1, 6].

Dieses besagt, dass etwa der „Halm" (1.1) nur in eine Garbe eingeht und daher maximal lokal ist $(1.1)_1$ während etwa der Halm (1.3) maximal global ist, da er sich zu 6 Garben verbindet $(1.3)_6$. Für die Monaden gilt (mit $(a.b)_L = (a.b)^o{}_L$):

$$\left.\begin{array}{l} 1.1_1,\ 1.2_3,\ 1.3_6 \\ 2.1_3,\ 2.2_4,\ 2.3_3 \\ 3.1_6,\ 3.2_3,\ 3.3_1 \end{array}\right\} \equiv \left\{\begin{array}{l} \downarrow_1,\ \rightarrow_3,\ \rightarrow_6 \\ \leftarrow_3,\ \downarrow_4,\ \rightarrow_3 \\ \leftarrow_6,\ \leftarrow_3,\ \downarrow_1 \end{array}\right.$$

(↓ ist Abkürzung für →←.)

Für die Dyaden haben wir:

$$\left.\begin{array}{l}
(2.1\ 1.1)_1, (2.1\ 1.2)_1, (2.1\ 1.3)_1 \\
(2.2\ 1.2)_2, (2.2\ 1.3)_2 \\
(2.3\ 1.3)_3 \\
(3.1\ 2.1)_3, (3.1\ 2.2)_2, (3.1\ 2.3)_1 \\
(3.2\ 2.2)_2, (3.2\ 2.3)_1 \\
(3.3\ 2.3)_1 \\
(3.1\ 1.1)_1, (3.1\ 1.2)_2, (3.1\ 1.3)_3 \\
(3.2\ 1.2)_1, (3.2\ 1.3)_2 \\
(3.3\ 1.3)_1
\end{array}\right\} \equiv
\begin{array}{l}
(\leftarrow\downarrow)_1, (\leftarrow\rightarrow)_1, (\leftarrow\rightarrow)_1 \\
(\downarrow\rightarrow)_2, (\downarrow\rightarrow)_2 \\
(\rightarrow\rightarrow)_3 \\
(\leftarrow\leftarrow)_3, (\leftarrow\downarrow)_2, (\leftarrow\rightarrow)_1 \\
(\leftarrow\downarrow)_2, (\leftarrow\rightarrow)_1 \\
(\downarrow\rightarrow)_1 \\
(\leftarrow\downarrow)_1, (\leftarrow\rightarrow)_2, (\leftarrow\rightarrow)_3 \\
(\leftarrow\rightarrow)_1, (\leftarrow\rightarrow)_2 \\
(\downarrow\rightarrow)_1
\end{array}$$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Spuren, Keime und Disponibilität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Semiotische Garben mit indizierten Pfeilen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Präsentation und Repräsentation von Objekten

1. Per definitionem kann ein „Natur-Objekt“ durch die drei Parameter [+ gegeben], [+ determiniert], [+ antizipierbar] charakterisiert bzw. im Rahmen einer „Objekt-Arithmetik“ formal dargestellt werden (vgl. Stiebing 1981). Die Frage, die sich allerdings stellt, ist die: In welchen erkenntnistheoretischen Raum gehört solch ein Objekt? Klarerweise setzen die drei Paramter ein Bewusstsein voraus, für welches das Objekt gegeben, determiniert und antizipierbar ist, denn das vom Bewusstsein isolierte Objekt kümmert sich ja nicht darum. Folgt man nun der Stiebingschen Objekt-Arithmetik, so steht das „Natur-Objekt“ am unteren Ende einer Skala von 23 = 8 Objekten, an deren oberen Ende das „Kunst-Objekt“ steht, das durch die Parameter [- gegeben], [- determiniert], [- antizipierbar] charakterisiert ist. Es kann also kein Zweifel daran bestehen, dass ein Stiebingsches Objekt durch [± gegeben] in Bezug auf seinen präsemiotischen Mittelbezug, durch [± determiniert] in Bezug auf seinen präsemiotischen Objektbezug, und durch [± antizipierbar] in Bezug auf seinen präsemiotischen Interpretantenbezug vorbestimmt ist, d.h. dass es sich also um ein präsemiotisches Objekt und nicht um ein ontisches Objekt handeln. Innerhalb der Objekt-Arithmetik bewegen wir uns also im präsemiotischen Raum. Wenn wir das vorauszusetzende ontische Objekt mit $\mho$ bezeichnen, haben wir also

$$\begin{array}{llll} & \nearrow & \mathcal{M} & \text{---} \quad \text{Gegebenheit} \\ \mathrm{I}(\mho) & \rightarrow & \Omega & \text{---} \quad \text{Determiniertheit} \\ & \searrow & \mathfrak{I} & \text{---} \quad \text{Antizipierbarkeit} \end{array}$$

Das präsemiotische Objekt wird danach wie folgt definiert:

$$\mathrm{Obj}_{\text{präs}} = \mathrm{I}(\mho) = (\mathcal{M}, \Omega, \mathfrak{I}).$$

2. Ein weiteres Problem, das sich uns nun jedoch stellt, besteht darin, dass Objpräs weder präsentamentisch (wie $\mho$) noch repräsentamentisch (wie ZR) ist; es nimmt, wie der Name präsemiotisch andeutet, eine Mittelstellung ein zwischen dem ontischen Objekt und dem „metaobjektierten“ Objekt, d.h. dem Zeichen (Bense 1967, S. 9):

$Obj_{ont} = \mho$ ---------------- ontologischer Raum

$Obj_{präs} = I(\mho) = (\mathfrak{M}, \Omega, \mathfrak{I})$ ----------- präsemiotischer Raum

$Obj_{sem} = ZR = (M, O, I)$ ------------ semiotischer Raum

Wegen der Partizipation des präsemiotischen Raumes sowohl am ontologischen wie am semiotischen Raum sehen die Verhältnisse etwa wie folgt aus:

Ontol.	Präsem	Ontol.
raum	Raum	Raum

3. Damit haben wir also zwei und nicht nur einen Übergang zu klären: 1. denjenigen von ontischen zu präsemiotischen und 2. denjenigen von präsemiotischen zu semiotischen Objekten.

3.1. Übergang Ontizität → Präsemiotik

Dieser Fall ist bereits oben behandelt worden:

$\nearrow$ $\mathfrak{M}$ --- Gegebenheit

$I(\mho) \rightarrow$ Ω --- Determiniertheit

$\searrow$ $\mathfrak{I}$ --- Antizipierbarkeit

Das präsemiotische Objekt wird danach wie folgt definiert:

$Obj_{präs} = I(\mho) = (\mathcal{M}, \Omega, \mathfrak{I})$.

3.2. Übergang Präsemiotik → Semiotik

Bedeute Sp(ur), Ke(im), Cat(egorie), und seien

$Sp = (x \in X, \rightarrow) \equiv x_{\rightarrow}/x^{\rightarrow}$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow) \equiv {}_{\leftarrow}x/{}^{\leftarrow}x$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow) \equiv (x \rightarrow y)$

$Salt = (y \in Y, x \in X, \leftarrow) \equiv (x \leftarrow y)$,

dann gilt für Spuren:

$1. \times 0.1 = 1_1 \equiv 1_{\rightarrow 1}/1^{\rightarrow 1}$ $2. \times 0.1 = 2_1 \equiv 2_{\rightarrow 1}/2^{\rightarrow 1}$ $3. \times 0.1 = 3_1 \equiv 3_{\rightarrow 1}/3^{\rightarrow 1}$

$2. \times 0.2 = 1_2 \equiv 1_{\rightarrow 2}/1^{\rightarrow 2}$ $2. \times 0.2 = 2_2 \equiv 2_{\rightarrow 2}/2^{\rightarrow 2}$ $3. \times 0.2 = 3_2 \equiv 3_{\rightarrow 2}/3^{\rightarrow 2}$

$3. \times 0.3 = 1_3 \equiv 1_{\rightarrow 3}/1^{\rightarrow 3}$ $2. \times 0.3 = 2_3 \equiv 2_{\rightarrow 3}/2^{\rightarrow 3}$ $3. \times 0.3 = 3_3 \equiv 3_{\rightarrow 3}/3^{\rightarrow 3}$

Und für Keime:

$.1 \times 0.1 = {}_11 \equiv {}_{1\leftarrow}1/{}^{1\leftarrow}1$ $.2 \times 0.1 = {}_21 \equiv {}_{1\leftarrow}2/{}^{1\leftarrow}2$ $.3 \times 0.2 = {}_32 \equiv {}_{1\leftarrow}3/{}^{1\leftarrow}3$

$.2 \times 0.2 = {}_12 \equiv {}_{2\leftarrow}1/{}^{2\leftarrow}1$ $.2 \times 0.2 = {}_22 \equiv {}_{2\leftarrow}2/{}^{2\leftarrow}2$ $.3 \times 0.2 = {}_32 \equiv {}_{2\leftarrow}3/{}^{2\leftarrow}3$

$.3 \times 0.3 = {}_13 \equiv {}_{3\leftarrow}1/{}^{3\leftarrow}1$ $.2 \times 0.3 = {}_23 \equiv {}_{3\leftarrow}2/{}^{3\leftarrow}2$ $.3 \times 0.3 = {}_33 \equiv {}_{3\leftarrow}3/{}^{3\leftarrow}3$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

Cat = $(x_{\rightarrow}$ ◫◫ $_{y}\rightarrow) = (x \rightarrow y)$, $x \in X$, $y \in Y$.

Es ist

$\times(Sp) = Ke$; $\times(Ke) = Sp$.

Damit erhalten wir zwei 2-elementige Mengen:

$Sp = \{x_1; x^1\}$

$Ke = \{_1y; {}^1y\}$,

Wir haben dann also

$x_1 \circ {}_1y = (x.y)$

$x_1 \circ x_1 = (x.x.)$

${}_1y \circ x_1 = (.yx.)$

${}_1y \circ {}_1y = (.y.y)$.

und somit durch Einsetzung für $x, y \in \{1, 2, 3\}$ zwei homogene Matrizen für Spuren

$$\begin{pmatrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1^1 & 1^2 & 1^3 \\ 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 3^1 & 3^2 & 3^3 \end{pmatrix}$$

und zwei homogene Matrizen für Keime

$$\begin{pmatrix} {}_11 & {}_21 & {}_31 \\ {}_12 & {}_22 & {}_32 \\ {}_13 & {}_23 & {}_33 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} {}^11 & {}^21 & {}^31 \\ {}^12 & {}^22 & {}^32 \\ {}^13 & {}^23 & {}^33 \end{pmatrix}$$

Da eine Spur eine Kategorie ohne Codomäne und ein Keim eine Kategorie ohne Domäne ist, kann man die drei Basisspuren auch als (trichotomische) Zeilenvektoren und die drei Basiskeime auch als (triadische) Spaltenvektor, welche beide die eingebettete Peircesche 3 $\times$ 3-Matrix quasi wie ein Hüllensystem umgeben und einbetten, notieren:

-	$\varnothing_1$	$\varnothing_2$	$\varnothing_3$
$1_\varnothing$	1_1	1_2	1_3
$2_\varnothing$	2_1	2_2	2_3
$3_\varnothing$	3_1	3_2	3_3

Damit ergeben sich also zwei Reihen von Übergängen aus der Präsemiotik in die Semiotik:

1. Keime → Subzeichen: $\varnothing_i \rightarrow$ (x.y)

2. Spuren →Subzeichen: $a_\varnothing \rightarrow$ (x.y)

(x $\in$ {1., 2., 3.}, I $\in$ {y $\in$ {.1, .2, .3}).

Nun handelt es sich hier im Gegensatz zu den innersemiotischen Übergängen α und β, deren Kompositionen und Konversen, um qualitative (Kontextur-)Übergänge. Wir bezeichnen sie daher mit β_i und ω_i (i = 1, 2, 3). Diese qualitativen Übergänge entsprechen also den bereits von Bense angesetzten Übergängen von „disponiblen" zu „relationalen" Kategorien (Bense 1975, S. 45 f.).

4. Nun hatte aber Bense (1975, S. 16) festgestellt: „(...) der bemerkenswerte erkenntnistheoretische Effekt der Semiotik, also der Umstand, dass die Semiotik, im Unterschied zur Logik, die als solche nur eine ontologische Seinsthematik konstituieren kann, darüber hinaus auch die erkenntnistheoretische Differenz, die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren vermag".

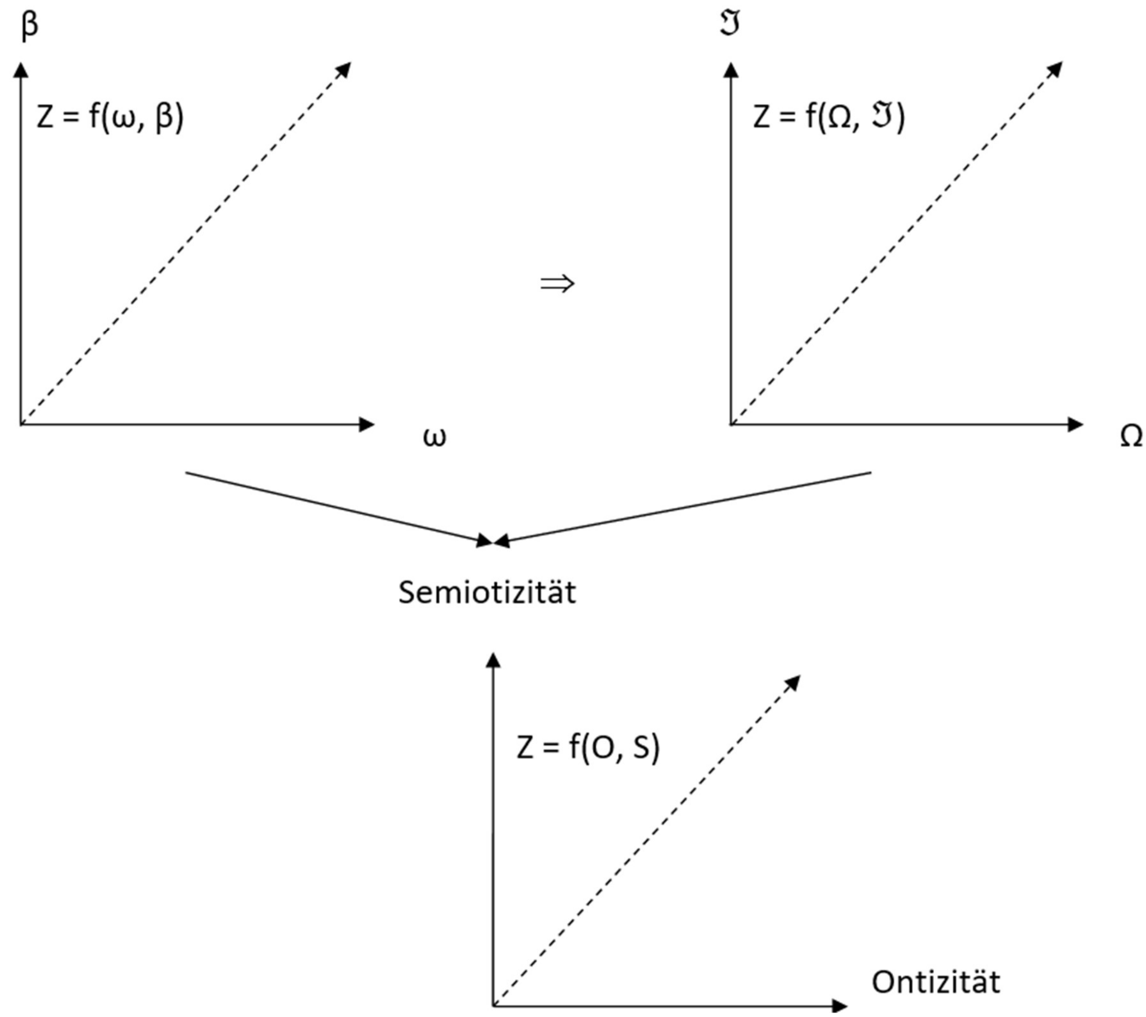
Hieraus erhalten wir folgende Definition des Zeichens:

$Z = f(\omega, \beta)$,

dem in unserer obigen Notation

$Z = f(\Omega, \mathfrak{I})$

entspricht:



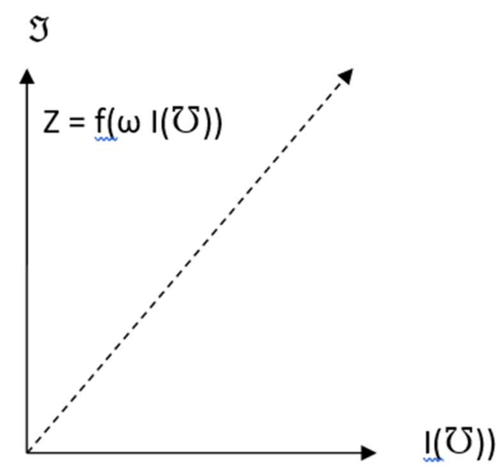
Der Zusammenfall beider obigen Graphen zum unteren erfolgt somit, dadurch, dass die folgenden Übergänge vollzogen werden:
Welt → Ontizität

Bewusstsein → Semotizität.

Dies hat allerdings enorm weitreichende Konsequenzen:

Die Welt ist die Welt der Objekte. Deren Wahrnehmung setzt apiorische Perzeption voraus. Ein Zeichen, das durch Z = f(ω, β) definiert ist, vermittelt also zwischen apriorischen Objekten und reinen Bewusstseinen. Davon abgesehen, dass kein Mensch über diese Eigenschaften verfügt, müsste ferner erklärt werden, wie die reinen Objekte ohne Keime zu präsemiotischen Objekten „imprägniert“ werden, auf dass sie dass zu Zeichen erklärt werden können. So paradox es klingt: Zeichen, die von apiorischen Objekten abgezogen werden, sind arbiträr!

Nimmt man dagegen $I(\mho)$statt ω bzw. Ω, dann enthält die x-Achse $x\rightarrow = \{(x, y) \mid y = 0\}$ verkeimte, d.h. präsemiotische anstatt apiorischer (ontischer) Objekte. Hier liegt dann also der von Novalis festgestellte „sympathische Abgrund“ anstatt arbiträrer Beziehung zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt vor. Die y-Achse $y\rightarrow = \{(x, y) \mid x = 0\}$ ist gegenüber der ersten Zeichendefinition Z = f(ω, β) in Z = f(ω, $I(\mho)$) also unverändert. Beide der ersten zwei obigen Graphen sind also als Zeichenmodelle unbrauchbar; was wir brauchen, ist



Ein solches Zeichen vermittelt also nicht zwischen der „Disjunktion von Welt und Bewusstsein“, sondern zwischen der Welt der wahrgenommenen Objekte und ihrer Interpretation. Dieses Theorem bildet damit die unmittelbare Voraussetzung zu

5. Benses bekanntem (und anfechtbarem) „Theorem über Ontizität und Semiotizität": „Mit wachsender Semiotizität steigt auch die Ontizität der Repräsentation an" (Bense 1976, S. 60), das er wie folgt erklärt: „Das reine triadische ordinal-kategoriale System ´Erstheit, Zweitheit, Drittheit´ [...] stellt zwar das fundamentale und universale zeichentragende (bzw. zeichenfundierende) System dar, fungiert aber selbst nicht als Zeichen oder Zeichenrelation (im Sinne repräsentierender Semiotzizität. Es hat Ontizität, aber keine Semiotizität. Es präsentiert das vollständige System aller Zeichenklassen und ihrer (semiotischen) Realitätsthematiken, aber es repräsentiert sie nicht" (1976, S. 61). In Wahrheit hat aber, wie wir aus dem oben Gesagten schliessen dürfen, kein ontisches Objekt präsentamentische Funktion, denn dieser Begriff setzt wieder ein Bewusstsein voraus, für das präsentiert wird, d.h. I(Ʊ) anstatt Ω. In Benses Theorem allerdings geht es um ein weiteres, bisher nicht behandeltes Objekt: um O. O ist die R Relation des bezeichneten Objekt zum Mittel, O = (M → O), denn O ist ja eine zweistellige Relation. O ist also weder apriorisches noch aposteriorisches Objekt und streng genommen überhaupt kein Objekt, sondern symbolischer Ausdruck dafür, was in der Peirceschen Zeichenrelation mit einem Objekt geschieht.

Auch mit dem Übergang des „Theorems über Welt und Bewusstsein" zum „Theorem über Ontizität und Semiotizität" haben wir es wieder mit einem enorm einschneidenden Schritt zu tun: Der Übergang von I(Ʊ) → ZR und damit von $\mathcal{M}$ → M, von Ω → O und von $\mathfrak{I}$ → I bedeutet nämlich faktisch die Verabschiedung von der transzendentalen Funktion des Zeichens, denn ursprünglich kontextural geschiedenes

Ʊ ‖ ZR (Zeichen vs. bezeichnetes Objekt)

wird nun zugunsten von

Ʊ → O

in die Zeichenrelation ZR = (M, O, I) hineingenommen, denn eine transzendentale Zeichenrelation müsste immerhin Ʊ selbst besitzen, also z.B. wie ZR* = (M, O, I, Ʊ) aussehen. Genau das ist jedoch der Zweck der Peirceschen Semiotik, dabei aber ihr grosses Paradox: Obwohl explicite die Semiose als Metaobjektivierung, d.h. als Übergang eines Objektes in ein Zeichen definiert wird (z.B. Bense 1967, S. 9), ist nach vollzogener Semiose nicht mehr die Rede von diesem Objekte. Objekte gibt es eigentlich gar nicht im semiotischen Raum, wenn man von der Abkürzung O absieht (siehe oben). Der semiotische Raum ist ein konsequent nicht- und sogar anti-transzendentaler Raum, dem Zeichen wird von Bense (1975, S. 16) zwar eine Brückenfunktion zwischen der Welt der Objekte und der Welt des Bewusstseins zugestanden, dieser Unterschied wird aber sogleich in einer Weder-Fisch-noch-Vogel-Definition verwischt, denn das Zeichen, obwohl per definitonem zwischen beiden Welten vermittelnd, gehört selbst keiner der beiden Welten an (sondern einer dritten!). Das ist etwa dasselbe, wie eine von A und den Abgrund C nach B führende Brücke D, die weder in A noch in B festgemacht wäre und C angehörte, also eine Art nicht-fixiertes Monstrum, das über dem Abyss kreist. Niemand könnte eine solche Brücke benutzen, man könnte sie weder betreten, noch, einmal betreten, wieder verlassen, denn damit würde man die Existenz des Raumes mit dem Punkt A sowie des Raumes mit dem Punkt B (des ontologischen und des Bewusstseinsraumes) voraussetzen, und damit würde (sogar eine doppelte!) Transzendenz zugestanden. Es handelt sich beim Zeichen also um eine wahrhaft kafkaeske Erscheinung: „Was [bei Kafka, A.T.] an vermeintlichen Realien auftritt, Figuren, Geschehnisse, Dinge, es sind keine Realien und daher auch keine Geschöpfe Gottes; es fehlt der zureichende Grund" (Bense 1952, S. 96). Bei der Semiotik handelt es sich also um eine „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit", denn „die einfache Erfahrung, dass man seiend dem Sein nicht entrinnen kann" (Bense 1952, S. 98) wird in ihr zur Frage gesteigert, ob man nicht-seiend dem Repräsentiertsein entrinnen könne. Die Antwort auf diese Frage hängt nun eben davon ab, ob man von einer transzendentalen oder einer nicht-transzendentalen Semiotik ausgeht. Für die nicht-transendentale Peircesche Semiotik gilt die erbarmungslose Aussicht in Benses Worten: „Die Gegebenheit des Seienden und seines Seins ist eine Frage ihrer Repräsentierbarkeit. Gegeben ist, was repräsentierbar ist. Das Präsentamen geht kategorial und realiter dem Repräsentamen voraus. So auch die Realitätsthematik der Zeichenthematik; aber wir können den präsentamentischen Charakter der Realitätsthematik erst aus dem repräsentamentischen Charakter ihrer Zeichenrelation eindeutig ermitteln" (Bense 1981, S. 11).

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Eine Dame verschwindet

1. Die Situation in Hitchcocks „The Lady Vanishes“ (1938) ist bekannt: Ein junger Mann trifft Miss Froy im Zug, plötzlich verschwindet sie, und zwar so, als ob ihre Existenz ausgelöscht ware, selbst Spuren werden uminterpretiert.

2. Wer schauspielt, mache sich selbst zum Zeichen, führte Max Bense in einer Vorlesung im Winter-Semester 1988/89 aus. Die Objekthaftigkeit seines Körpers wird zum Träger eines konkreten Zeichens, neben den Mittelbezug seiner semiotischen Existenz tritt das gegenständliche Mittel, das die Figur trägt und gleichzeitig den Schaupieler als Objekt mit seiner abstrakten Figur verbindet. auf dem Zelluloid übernimmt hingegen ein anderes Medium die Funktion des Körpers als Mittel. Was hier iconisch abgebildet erscheint, ist das Objekt Ω als, d.h. in der Funktion eines Zeichens für ein (anderes) Objekt Ω´:

$\Omega \rightarrow f(\Omega')$.

Da

$f(\Omega') = ZR$,

haben wir also

$\Omega \rightarrow ZR\Omega'$.

Allerdings sind Objekte logisch und mathematisch gesehen nichts anderes als Konstanten, d.h. 0-stellige Relationen, damit haben wir

$O° \rightarrow ZR\Omega'$,

genauer sind die O°i und die ZRi sogar ein und desselben Ursprungs, denn in der Dichotomie [O°/ZR] repräsentiert das Zeichen die Subjektseite der Opposition. Dieser identische Ursprung, der folglich vor der Ausdifferenzierung in Subjekt und Objekt angesiedelt ist, liegt nach Kaehr (2009) in der kenomischen Matrix: Nicht jedes beliebige Etwas kann zum Zeichen erklärt werden, sondern eine kenomische Matrix kann entweder als Objekt – d.h. als 0-stellige Relation – oder als Zeichen – d.h. (z.B.) als triadische Relation interpretiert werden.

3. Hiermit kommen wir auzf das Verschwinden als semiotische Kategorie zurück: Bei der Abbildung $O° \rightarrow ZR\Omega´$ bleibt $O° = \Omega$ zurück, denn ein Objekt zum Zeichen machen bedeutet ja nicht, das Objekt aufzuheben. Verschwindet nun aber dieses Objekt, durch den Tod, d.h. stirbt es, dann ist der physische Träger der Rolle endgültig durch das Celluloid des Films als Mittel abgelöst. Das ursprüngliche Objekt ist dann „kein natürliches Wesen mehr“ (Bense) und weil der Celluloid-Träger selbst ein Zeichenträger ist, gilt also

$(O° \rightarrow ZR\Omega´) \rightarrow (\Omega ZR \rightarrow ZR\Omega´)$.

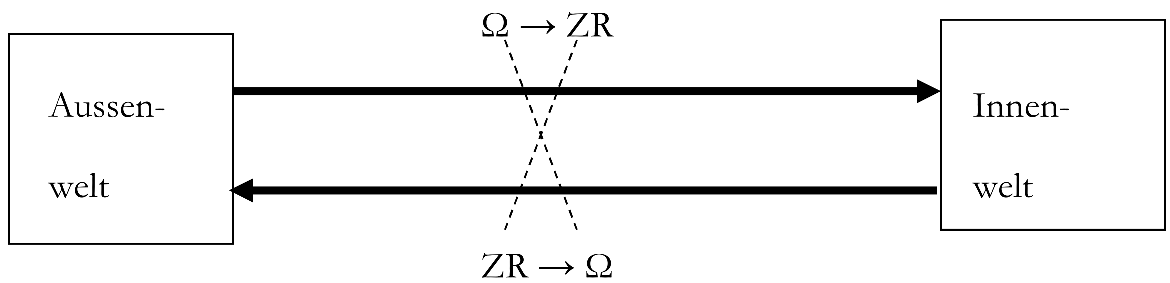
Was wir also semiotisch tun, wenn wir das Verschwinden der realen Personen mit samt ihren Biographien rekonstruieren wollen, ist

$(\Omega ZR \rightarrow ZR\Omega´) \rightarrow O°$,

also ein partieller semiotischer Umkehrprozess. Wie man aber sieht, wird im einen Fall ein Objekt, das andere Mal ein Zeichen auf ein Zeichen abgebildet. Damit stellt sich bei diesen diametralen Richtungen – vom Objekt zum Zeichen sowie vom Zeichen zum Objekt – die Frage, woher wir überhaupt die Gewissheit nehmen zu sagen sagt, dass ein reales Objekt sich zum Zeichen machen kann und woher wir die Fähigkeit nehmen, zwischen dem realen Objekt und dem gespielten Objekt (Zeichen) zu unterscheiden.

Die eine ist bekanntlich die materialistische, die andere die idealistische Position. Panizza hatte dazu augeführt: „Aber wo stekt dann der Unterschied zwischen einem wirklichen und einem halluzinirten Baum, da der zentrale Prozess der Wahrnehmung ja für die Halluzinazion wie für die normale Sinnes-Empfindung der gleiche ist? Wie komt es, dass ich die Aussenwelt nicht als Innen-Welt empfinde, nachdem die wirkliche Wahrnehmung der Aussen-Welt nur ein in meinem Innern, zentral-verlaufender Prozess ist?“ (1895, S. 19f.). Noch deutlicher heisst es: „Und ist denn ein so großer Unterschied zwischen einem halluzinirten Dampfer und einem veritablen Dampfer? Steken nicht beide in unserem Kopf?“ (1992, S. 90) und folgert: „Demnach bleibt nur die erste Alternative: dass normale Sinnes-Wahrnehmung wie Halluzinazion in gleicher Weise aus dem Innern in die Aussenwelt projziert werden. Da aber dann der vorausgehende Weg des Eindringens der Aussenwelt in mein Inneres bei der normalen Sinnes-Wahrnehmung überflüssig wird – auch wenig wahrscheinlich ist, und auch sinnfällig nicht stattfindet; denn der Baum dringt doch nicht in meinen Kopf – so ist die Welt Halluzinazion" (1895: 20).

Semiotisch kann man die beiden Richtungen wie folgt darstellen:



Wie man erkennt, führen die antiparallelen Richtungen von idealistischer und materialistischer Position zu einem semiotischen Chiasmus der Abbildung eines Zeichens auf ein Objekt bzw. umgekehrt. Wo sich die überkreuzten Relationen schneiden, liegt das, was Panizza einerseits „causa transcendentalis", anderseits (in Anlehnung an Sokrates und Laplace) „Dämon“ (1985, S. 25) nennt. Wie man sieht, ist es der Platz, wo sich die Austauschrelationen aufheben, wo Subjekt und Objekt koinzidieren, wo weder eine semiotische noch eine logische Interpretation vorhanden ist, wo also nicht Sein, sondern Nichts „ist“. Es ist der vor-arithmetische, vor-logische und vor-semiotische Bereich der Meontik, der Bereich der noch uninterpretierten, aber noch zu interpretierenden kenomischen Matrizen.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Panizza, Oskar, Mama Venus. Hrsg. von Michael Bauer, München 1992

Destination und Prädestination

1. Nehmen wir an, jemand sitzt an einem Tisch und raucht eine Zigarette. Dabei fällt etwas heisse Asche aufs Tischtuch, und es bleibt ein Loch zurück. Spuren sind Hinterlassenschaften von Objekten, selbst Objekte zwar, doch als Teile eben nur in einer Teil-Ganzes-Relation zu ihren Objekten stehend. Dank dieser Ordnung ist es z.B. der Polizei möglich, herauszufinden, wer an besagem Tag und zu besagter Stunden an jenem Tisch gesessen und eine Zigarette z.B. der Marke „Salem" geraucht hat. Wallfahrtsorte beruhen auf Spuren, auch dann, wenn sie realiter nicht mehr vorhanden sind. Man meint, den „Geist" Goethes, Schillers oder Nietzsches in ihrem ehemaligen Wohnhäusern zu spüren.

Die Umkehrung der Spur ist der Keim (vgl. Toth 2009). Während Spuren in die Vergangenheit weisen, weisen Keime in die Zukunft. Während Spuren retrograd und regressiv sind, sind Keime proterograd und progressiv. Wäre der Zeitpfeil umkehrbar, wäre es der Polizei nicht nur möglich, anhand einer Spur das Objekt, zu dem sie gehört, zu rekonstruieren, sondern ein Objekt dahingehend zu untersuchen, welche Spuren es hinterlassen wird. Spurenbasierte Rekonstruktion ist also historisch, keimbasierte Konstruktion aber futurologisch. Man könnte auch das Gegensatzpaar „intrapolativ" vs. extrapolativ bilden.

Genauso wie Spuren partes pro toto ihrer Objekte sind, sind es auch Keime, aber während die Spur als Material präsentiert ist, ist der Keim als Idee repräsentiert. Die Umkehrung der Vorstellung, dass der „Geist" Nietzsches seine Spuren in dem bekannten Haus in Sils Maria zurückgelassen habe, wäre also, dass das Haus als Idee für die spätere Präsenz Nietzsches angelegt ist, d.h. der spurentheoretischen Destination steht die keimtheoretische Prädestination gegenüber. So mystisch eine solche Annahme klingt, so antimetaphysch ist sie, denn in den semiotischen Formeln für die Spuren brauchen wir nur die Zeitrichtungen zu ändern, und das kann man, wie in Toth (2009) gezeigt, einfach dadurch tun, dass man die Ordnungen der Relata von Zeichenrelationen umkehrt. Damit sind wir bereits imstande, die beiden folgenden Definitionen aufzustellen:

$$\text{Spur} = (a.b)_{\rightarrow}$$

$$\text{Keim} = ((a.b)_{\rightarrow})^{\circ} = \{(a.b)_{\leftarrow}, (b.a)_{\rightarrow}, (b.a)_{\leftarrow}\},$$

d.h. jeder Spur korrespondiert eine Menge von Keimen. Mit anderen Worten: Obwohl in der Praxis die Rekonstruktion von Objekten aus ihren Spuren mühevoll ist, liegt eine ein-eindeutige Abbildung von Spuren auf Objekte vor, während die Abbildungen von Objekten auf Spuren mehr-eindeutig im Sinne Korzybskis ist.

2. Wie in Toth (2011) gezeigt, kann man aus der Menge S = (1, 2, 3) der Primzeichen 48 gerichtete semiotische Relationen konstruieren:

$(3 \rightarrow_a 2 \rightarrow_b 1 \rightarrow_c)$	$(3 \rightarrow_a 1 \rightarrow_b 2 \rightarrow_c)$	$(2 \rightarrow_a 3 \rightarrow_b 1 \rightarrow_c)$
$(3 \rightarrow_a 2 \rightarrow_b 1 \leftarrow_c)$	$(3 \rightarrow_a 1 \rightarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(2 \rightarrow_a 3 \rightarrow_b 1 \leftarrow_c)$
$(3 \rightarrow_a 2 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$	$(3 \rightarrow_a 1 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(2 \rightarrow_a 3 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$
$(3 \leftarrow_a 2 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$	$(3 \leftarrow_a 1 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(2 \leftarrow_a 3 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$
$(3 \rightarrow_a 2 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$	$(3 \rightarrow_a 1 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(2 \rightarrow_a 3 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$
$(3 \leftarrow_a 2 \leftarrow_b 1 \rightarrow_c)$	$(3 \leftarrow_a 1 \leftarrow_b 2 \rightarrow_c)$	$(2 \leftarrow_a 3 \leftarrow_b 1 \rightarrow_c)$
$(3 \leftarrow_a 2 \rightarrow_b 1 \leftarrow_c)$	$(3 \leftarrow_a 1 \rightarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(2 \leftarrow_a 3 \rightarrow_b 1 \leftarrow_c)$
$(3 \leftarrow_a 2 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$	$(3 \leftarrow_a 1 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(2 \leftarrow_a 3 \leftarrow_b 1 \leftarrow_c)$

$(2 \rightarrow_a 1 \rightarrow_b 3 \rightarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 3 \rightarrow_b 2 \rightarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 2 \rightarrow_b 3 \rightarrow_c)$
$(2 \rightarrow_a 1 \rightarrow_b 3 \leftarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 3 \rightarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 2 \rightarrow_b 3 \leftarrow_c)$
$(2 \rightarrow_a 1 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 3 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 2 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$
$(2 \leftarrow_a 1 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 3 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 2 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$
$(2 \rightarrow_a 1 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 3 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(1 \rightarrow_a 2 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$
$(2 \leftarrow_a 1 \leftarrow_b 3 \rightarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 3 \leftarrow_b 2 \rightarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 2 \leftarrow_b 3 \rightarrow_c)$
$(2 \leftarrow_a 1 \rightarrow_b 3 \leftarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 3 \rightarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 2 \rightarrow_b 3 \leftarrow_c)$
$(2 \leftarrow_a 1 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 3 \leftarrow_b 2 \leftarrow_c)$	$(1 \leftarrow_a 2 \leftarrow_b 3 \leftarrow_c)$

Wir wollen nun in Kürze die elementaren mereotopologischen Gesetze (vgl. z.B. Cohn und Varzi 2003) angeben, die für gerichtete Objekte gültig sind. Man beachte, dass man mit den der klassischen Mengenlehre nachgebildeten Operationen lediglich mit gleichgerichteten Objekten rechnen kann.

3. Closure-Gesetze

3.1	$\varnothing\rightarrow\ = c(\varnothing\rightarrow)$	3.5	$c(c(x\rightarrow)) \subseteq c(x\rightarrow)$
3.2	$\varnothing\rightarrow\ \neq c(\varnothing\leftarrow)$	3.6	$c(c(x\rightarrow)) \subseteq c(x\leftarrow)$
3.3	$\varnothing\leftarrow\ \neq c(\varnothing\rightarrow)$	3.7	$c(c(x\leftarrow)) \subseteq c(x\rightarrow)$
3.4	$\varnothing\leftarrow\ = c(\varnothing\leftarrow)$	3.9	$c(c(x\leftarrow)) \subseteq c(x\leftarrow)$

3.10	$x\rightarrow\ \subseteq c(x\rightarrow)$	3.14	$c(x\rightarrow) \cup c(y\rightarrow) = c(x\rightarrow \cup\ y\rightarrow)$
3.11	$x\rightarrow\ \not\subset c(x\leftarrow)$	3.15	$c(x\rightarrow) \cup c(y\leftarrow) = c(x\rightarrow \cup\ y\leftarrow)$
3.12	$x\leftarrow\ \not\subset c(x\rightarrow)$	3.16	$c(x\leftarrow) \cup c(y\rightarrow) = c(x\leftarrow \cup\ y\rightarrow)$
3.13	$x\leftarrow\ \subseteq c(x\leftarrow)$	3.17	$c(x\leftarrow) \cup c(y\leftarrow) = c(x\leftarrow \cup\ y\leftarrow)$

4. Äquivalenzen des Zusammenhangs

C1 $(x, y) \Leftrightarrow x\rightarrow \cap\ y\rightarrow\ \neq \varnothing$ / $x\rightarrow \cap\ y\leftarrow\ = \varnothing$ / $x\leftarrow \cap\ y\rightarrow\ = \varnothing$ / $x\leftarrow \cap\ y\leftarrow\ \neq \varnothing$

C2 $(x, y) \Leftrightarrow x\rightarrow \cap\ c(y\rightarrow) \neq \varnothing$ / $x\rightarrow \cap\ c(y\leftarrow) \neq \varnothing$ / $x\leftarrow \cap\ c(y\rightarrow) \neq \varnothing$ / $x\leftarrow \cap\ c(y\leftarrow) \neq \varnothing$

od. $c(x\rightarrow) \cap y\rightarrow\ \neq \varnothing$ / $c(x\rightarrow) \cap y\leftarrow\ \neq \varnothing$ / $c(x\leftarrow) \cap y\rightarrow\ \neq \varnothing$ / $c(x\leftarrow) \cap y\leftarrow\ \neq \varnothing$

C3 $(x, y) \Leftrightarrow c(x\rightarrow) \cap c(y\rightarrow) \neq \varnothing$ / $c(x\rightarrow) \cap c(y\leftarrow) \neq \varnothing$ / $c(x\leftarrow) \cap c(y\rightarrow) \neq \varnothing$ / $c(x\leftarrow) \cap c(y\leftarrow) \neq \varnothing$

5. Mereotopologische Basis-Definitionen

5.1. $O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) := \exists z(P(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge P(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := \exists z(P(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge P(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ Überlappung

5.2. $A(x, y) := C(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow})$

$A(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := C(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow})$ Angrenzung

5.3. $E(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$E(x, y) := P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ Gleichheit

5.4. $PP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ echter Teil

5.5. $TP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \exists z^{\rightarrow}(A(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge A(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \exists z^{\leftarrow}(A(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge A(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ tangentialer Teil

Bibliographie

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal for Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390.

Toth, Alfred, Gerichtete semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Kategoriale Struktur des semiotischen Zählschemas

1. Spiegelt man den in Toth (2011) vorgeschlagenen vervollständigten semiotischen Zählbereich

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\
\varnothing \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\
\varnothing \arrow[r] & \varnothing \arrow[r] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3,
\end{tikzcd}$$

dann kann man ihn in 8 kommutierende Quadrate zerlegen, die jeweils über die Mittelachse des Zählbereichs miteinander zusammenhängen:

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\
\varnothing \arrow[r] & 1
\end{tikzcd}$$

$(\varnothing \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow \varnothing) = (\varnothing \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow \varnothing)$

$$\begin{tikzcd}
\boldsymbol{\varnothing} \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\
1 \arrow[r] & \mathbf{2}
\end{tikzcd}$$

$(1 \rightarrow \mathbf{2}) \circ (\boldsymbol{\varnothing} \rightarrow 1) = (\varnothing \rightarrow 2) \circ (\varnothing \rightarrow \varnothing)$

$$\begin{tikzcd}
\varnothing \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\
2 \arrow[r] & \varnothing
\end{tikzcd}$$

$(2 \rightarrow \varnothing) \circ (\varnothing \rightarrow 2) = (\varnothing \rightarrow \varnothing) \circ (\varnothing \rightarrow \varnothing)$

$$\begin{tikzcd} \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\ \varnothing \arrow[r] & \varnothing \end{tikzcd}$$

$(\varnothing \rightarrow \varnothing) \circ (\varnothing \rightarrow \varnothing) = (\varnothing \rightarrow \varnothing) \circ (\varnothing \rightarrow \varnothing)$

$$\begin{tikzcd} \varnothing \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] \\ \varnothing \arrow[r] & \varnothing \end{tikzcd}$$

$(\varnothing \rightarrow \varnothing) \circ (\varnothing \rightarrow \varnothing) = (1 \rightarrow \varnothing) \circ (\varnothing \rightarrow 1)$

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\ \varnothing \arrow[r] & 1 \end{tikzcd}$$

$(\varnothing \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow \varnothing) = (2 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 2)$

$$\begin{tikzcd} 2 \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\ 1 \arrow[r] & 2 \end{tikzcd}$$

$(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 1) = (\varnothing \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow \varnothing)$

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{\varnothing} \arrow[r] \arrow[d] & \varnothing \arrow[d] \\ 2 \arrow[r] & \mathbf{3} \end{tikzcd}$$

$(2 \rightarrow \mathbf{3}) \circ (\boldsymbol{\varnothing} \rightarrow 2) = (\varnothing \rightarrow 3) \circ (\varnothing \rightarrow \varnothing)$

6 von diesem kommutativen Quadraten sind also homogen, d.h. es gilt für ein $x \in \{1, 2, 3\}$ $x \in COD = x \in DOM$. In 2 Fällen ist diese Bedingung nicht gegeben:

$(1 \rightarrow \mathbf{2}) \circ (\boldsymbol{\emptyset} \rightarrow 1) = (\emptyset \rightarrow 2) \circ (\emptyset \rightarrow \emptyset)$

$(2 \rightarrow \mathbf{3}) \circ (\boldsymbol{\emptyset} \rightarrow 2) = (\emptyset \rightarrow 3) \circ (\emptyset \rightarrow \emptyset)$,

d.h. hier liegen, um mit Kaehr (2009) zu sprechen, heterogene Konkatenationen vor, und man muss auf die von Kaehr eingeführte Strategie der „matching conditions" ausweichen, um überhaupt eine semiotische Verbindung herzustellen, da diese Fälle klassisch ja natürlich ausgeschlossen sind. Das bedeutet aber, dass wir hier bereits auf klassischer kategorietheoretischer Ebene im Falle des vervollständigten semiotischen Zählschemas wieder eine der von mir schon so oft hervorgehobenen zahlreichen „Einbruchstellen" polykontexturaler Strukturen in monokontexturale vor uns haben. Solche gibt es, wie Kaehr im Rahmen der von ihm geschaffenen polykontexturalen Semiotik detailliert aufgezeigt hat, nur im Rahmen der semiotischen Diamantentheorie, genauer: zwischen Bi-Zeichen. Das bedeutet aber für uns nichts anderes, als dass das vervollständigte semiotische Zählschema neben den monokontexturalen Peirce-Zahlen auch bereits ihre spiegelhaften polykontexturalen Schatten mitführt, dass Zeichen also bereits die Spuren von Bi-Zeichen tragen, die dann in der polykontexturalen Semiotik im Rahmen ihrer Eingebundenheit in „Texteme" und „Diamanten" die basalen Einheiten bilden.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Vervollständigung des semiotischen Zahlenschemas. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Derricks Theorie. Elemente einer objektalen Spurentheorie

1. Nur Zeichen und Spuren benötigen materiale Träger, sog. Medien. Im Gegensatz zu Zeichen sind jedoch Spuren nicht im Sinne Benses (1967, S. 9) meta-objektiviert, d.h. eben thetisch als Zeichen eingeführt; sie werden oft sogar nicht-intendierter Weise auf ihren nachträglichen Trägersubstanzen hinterlassen. Wenn aber Spuren keine Zeichen sind, so folgt wegen der absoluten Dichotomie von Zeichen und Objekt, daß sie eben Objekte sein müssen. Objekte können deshalb zu Spuren werden bzw. als Spuren interpretiert werden, ohne daß diese Identifizierung eine Zeichensetzung bedeutet. Unter Objekt wird hier im semiotischen Sinne also alles verstanden, was kein Zeichen ist, d.h. auch Vorgänge, Abläufe, Zustände und selbst nur gedachte oder sogar illusionäre Gegen-Stände, d.h. alles, worauf sich das Denken richtet oder von diesem erzeugt wird, und zwar ohne damit zu implizieren, daß diese Gegenstände des Denkens dadurch, daß an sie gedacht wird oder daß sie denkend erzeugt werden, bereits Zeichen sind. Allein die Existenz von Spuren verbietet somit, abstrakte oder apriorische Objekte anzunehmen.

2. Ein Objekt allein kann niemals Spur sein, daraus folgt, daß Spuren als n-tupel von Objekten definiert werden müssen. Als einfachsten Fall haben wir ein Paar von Objekten

$\Omega_i, \Omega_j \rightarrow [\Omega_i, \Omega_j]$,

woraus aber noch nicht folgt, daß entweder Ω_i eine Spur von Ω_j oder Ω_j eine Spur von Ω_i ist. Genauso wie Zeichen verlangen Spuren eine referentielle Beziehung

$[\Omega_i, \Omega_j] \rightarrow [\Omega_{i,a}, \Omega_{j,b}]$,

wobei a, b $\in\{\rightarrow, \leftarrow\}$, d.h. 2 Objekte können, falls sie einem Spuren-Tupel angehören, auf 2! = 4 Möglichkeiten referieren: $[\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}]$, $[\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\leftarrow}]$, $[\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\rightarrow}]$, $[\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}]$. Inhaltlich bedeutet das, daß entweder eines der beiden Objekte auf das andere oder eines oder beide auf ein Objekt außerhalb des Spuren-Paars referieren können. Für ein n-Spuren-Tupel gibt es also n! Möglichkeiten.

3. Ferner muß die Referenz qualitativ determinierbar sein. Spuren können material oder immaterial sein, d.h. sie können qualitativ (z.B. Blut), quantitativ (Temperatur) oder

referentiell (Täter und Tatort) sein. Ferner kann die Referenz von Spuren iconisch (Haare), indexikalisch (Fingerabdruck) oder symbolisch (aufgezeichnetes Gespräch) sein. Schließlich können Spuren – wie bereits aus ihrer Definition hervorgeht – alle drei Grundformen von Konnexen innerhalb der sich definierenden n-Tupel einnehmen, d.h. sie können rhematisch, dicentisch oder argumentisch ist. Daraus folgt, daß sich Spuren von Zeichen hinsichtlich der neun Partialrelationen des triadisch-trichotomischen Zeichenmodells gar nicht unterscheiden. Damit bekommen wir

$[\Omega_{i,a}, \Omega_{j,b}] \rightarrow [\Omega_{i,A,a}, \Omega_{j,Bb}]$

mit A, B $\in$ {(1.1), ..., (3.3)}, zusammengefaßt also

$[\Omega_i, \Omega_j] \rightarrow [\Omega_{i,a}, \Omega_{j,b}] \rightarrow [\Omega_{i,A,a}, \Omega_{j,Bb}]$,

wobei wir die anfangs zur Unterscheidung zweier Objekte eingeführte Numerierung weglassen können. Damit haben wir

$Sp = [\Omega_{A,a}, \Omega_{Bb}]$

mit A, B $\in$ {(1.1), ..., (3.3)} und a, b $\in$ {$\rightarrow$, $\leftarrow$}. Spuren sind damit nichts anderes als indizierte Objekte, und zwar in doppeltem Sinne: Mathematisch als indizierte Objekte Ω_1, ..., Ω_n, und inhaltlich oder praktisch im Sinne von interpretierbaren, referentiellen Objekten. Die theoretische Gesamtheit referentieller Objekte kann man als

$\underline{\Omega} = \{ \Omega_i, ..., \Omega_n\}$,

im Sinne einer Familie von referentiellen Objekten definieren.

4. Eine wesentliche Komplikation ergibt sich nun dadurch, daß die Indexmengen {a, b} und {A, B} miteinander in einer Funktionsbeziehung stehen, so zwar, daß erstens die Entscheidung, ob eine Spur σ auf einer Objekt Ω_i oder ein anderes Objekt Ω_j oder gar nicht referiert (und in diesem letzteren Falle gar keine Spur ist), von der Menge {A, B} abhängt

$\sigma = f(\{A, B\})$,

zweitens aber auch die Entscheidung über die Qualität der Spuren von {a, b}, d.h. von der Referenz abhängt:

$\sigma = f(\{a, b\})$.

Somit ergibt sich die „paradoxe“ (heterarchive und damit die zweiwertige Logik hinter sich lassende) Gleichung

$\sigma = f(\{A, B\}, \{a, b\})$,

die praktisch jedoch dadurch aufgelöst sind, daß entweder weitere Spuren aufgedeckt werden oder sich weitere Referenzen einstellen. Semiotisch bedeutet das, daß es mit der doppelten Indizierung referentieller Objekte nicht getan ist: Diese genügt zwar zur Definition einer Spur, aber nicht für die Darstellung einer Spurentheorie, da die Spuren selbst untereinander ebenfalls referieren, und zwar „in beiden Richtungen“, d.h. zwischen n Spuren $\sigma 1$ ... σn gibt es wieder n! kombinatorische Möglichkeiten, z.B. bei drei Spuren σ_i, σ_j und σ_k die Fälle $[\sigma_i \rightarrow \sigma_j \rightarrow \sigma_k]$, $[\sigma_i \rightarrow \sigma_j \leftarrow \sigma_k]$, $[\sigma_i \leftarrow \sigma_j \rightarrow \sigma_k]$ und $[\sigma_i \leftarrow \sigma_j \leftarrow \sigma_{kj}]$.

5. Abschließend kann man die Qualität der Referenz einer Spur – die wiederum in heterarchischer Weise einerseits von der Interpretation der referentiellen Objekte abhängt, sie aber gleichzeitig determiniert – mit Hilfe der mereotopologischen Semiotik (vgl. z.B. Toth 2010, 2011a, b) darstellen:

5.1. $O(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) := \exists\Omega k(P(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow}) \wedge P(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}))$

$O(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) := \exists\Omega k(P(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow}) \wedge P(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}))$ Überlappung

5.2. $A(\Omega_i, \Omega_j) := C(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge \neg O(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow})$

$A(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) := C(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge \neg O(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow})$ Angrenzung

5.3. $E(\Omega_i, \Omega_j) := \quad P(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge P(\Omega_{j\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow})$

$E(\Omega_i, \Omega_j) := \quad P(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge P(\Omega_{j\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow})$ Gleichheit

5.4. $PP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge \neg P(\Omega_{j\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow})$

$P(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge \neg P(\Omega_{j\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow})$ echter Teil

5.5. $TP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge \exists \Omega_{k\rightarrow}(A(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow}) \wedge A(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}))$

$P(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge \exists \Omega_{k\leftarrow}(A(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow}) \wedge A(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}))$ tangentialer Teil

5.6. $O(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) := \exists \Omega_k(P(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows}) \wedge P(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}))$

$O(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) := \exists \Omega_k(P(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows}) \wedge P(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}))$ Überlappung

5.7. $A(\Omega_i, \Omega_j) := \quad C(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge \neg O(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows})$

$A(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) := C(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge \neg O(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows})$ Angrenzung

5.8. $E(\Omega_i, \Omega_j) := \quad P(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge P(\Omega_{j\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows})$

$E(\Omega_i, \Omega_j) := \quad P(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge P(\Omega_{j\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows})$ Gleichheit

5.9. $PP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge \neg P(\Omega_{j\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows})$

$P(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge \neg P(\Omega_{j\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows})$ echter Teil

5.10. $TP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge \exists \Omega_{k\rightleftarrows}(A(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows}) \wedge A(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}))$

$P(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge \exists \Omega_{k\leftrightarrows} (A(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows}) \wedge A(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}))$ tangentialer Teil

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Mereotopologische Relationen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Mereotopologische Zeichenzusammenhänge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Elemente einer quadralektischen semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Der Abzug der Wirkung der Sinne

1. In Oskar Panizzas "Illusionismus" liest man: "[Ich] nenne das 'An sich' meines Gegenüber, was nach Abzug MEINER Sinnestätigkeit an ihm übrig bleibt, - Dämon" (1895, S. 190). Der "Dämon" ist für Panizza "der Geist, das Kreatorische in der Natur" (ibd.), er ist eine "transcendentale causa", genauer: "kausallos, d.i. transcendental" (ibd., S. 186), bildlich gesprochen: "In der Erscheinungswelt trifft sich also der Dämon von zwei Seiten, maskiert, wie auf einem Maskenball. In zwei einander gegenüberstehenden Menschen, die sich messen, spielt also der Dämon mit seinem 'alter ego'; beide in Maske. Und ich, der sinnliche Erfahrungsmensch, bin nur gut zum Maskenspiel. Wir sind nur Marjonetten, gezogen an fremden uns unbekannten Schnüren" (ibd., S. 191).

2. Wir sollten uns diese Zitate, wie schon früher in nicht-systemischem semiotischem Zusammenhang (vgl. Toth 2002), zum Anlaß nehmen, über die metaphysische Relevanz der in Toth (2012) definierten systemischen Zeichenrelationen

$$ZR = (M, ((M \to O), (M \to O \to I)) \leftrightarrow$$

$$ZR_{sys} = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[A \to I] \to A] \to I]]] \leftrightarrow$$

$$ZR_{sys\text{-}rel} = [\omega, [[\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]] \leftrightarrow$$

$$ZR_{sys\text{-}REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$$

nachzudenken. Die Abbildung $[A \to I]$ setzt ja voraus, daß statt eines vorgegebenen Objektes Ω, das von einem Subjekte Σ geschieden ist, die Kontexturgrenze zwischen Ω und Σ sich nunmehr innerhalb von $[A \to I]$ befindet, genauer: daß es genau diese Abbildung ist, welche die Kontexturgrenze durchstößt. Noch drastischer gesagt: In der Abbildung $[A \to I]$ gibt kein Objekt mehr, damit jedoch auch kein Zeichen mehr, da die Dichotomie [Zeichen, Objekt] diejenige von [Subjekt, Objekt] repetiert. Beide Dichotomien werden somit einerseits aufgehoben, anderseits aber relativiert, und zwar durch die dichotomische Abbildung $[A \to I]$, welche also die Dichotomie [Außen, Innen] voraussetzt. Diese Dichotomie ist somit abstrakter als diejenige des Zeichens, kann zwar das Zeichen – auf systemischer Ebene – repräsentieren, aber auch Nicht-Zeichenhaftes, sofern es systemhaft ist. Damit ist also streng genommen die Dichotomie [Außen, Innen] keine Subjekt-Objekt-Dichotomie, sondern repräsentiert als Abbildung $[A \to I]$ die Dichotomie zwischen Beobachter und Beobachtetem (bzw.

System und Umgebung), die somit die Subjekt-Objekt-Dichotomie natürlich voraussetzt, von ihr jedoch nur die Kontexturengrenze mit in die Abbildung nimmt.

3. Falls man diesen Ausführungen folgen kann, dürfte klar sein, daß die semiosische Ordnung

$$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$$

im Sinne von Panizzas idealistischer Metaphysik die "idealistische", dagegen die retrosemiosische Ordnung

$$ZR_{sys}° = [[[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]], [A \rightarrow [I \rightarrow A]]], [I \rightarrow A]]]$$

die "materialistische" Stoßrichtung seines Weltbildes darstellt. Beide Richtungen bzw. Ordnungen können natürlich im Sinne Panizzas personifiziert als jedes anderen Alter Ego interpretiert werden. Der Dämon, der sich "von zwei Seiten" trifft, kann man damit durch den Schnittpunkt der chiastischen Relation von ZRsys und ZRsys° wie folgt darstellen:

$$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$$

$$ZR_{sys}° = [[[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]], [A \rightarrow [I \rightarrow A]]], [I \rightarrow A]]]$$

Dort, wo sich die Verbindungslinien treffen, sitzt also der Dämon, ist das Ansich oder die "transcendentale causa", denn es handelt sich tatsächlich um den GRUND des Zusammenhangs zwischen den beiden elementaren systemischen Abbildungen [A → I] und [I → A]. Und alles, was sozusagen über diesen Schnitt- oder spiegelpunkt zwischen

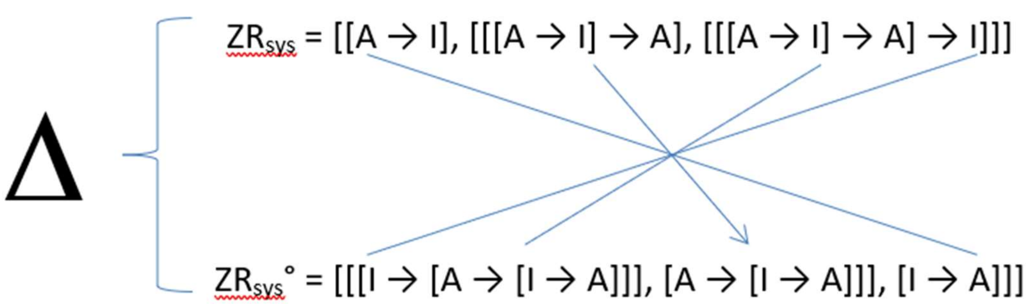
$[A \rightarrow I] \times [I \rightarrow A]$

hinausgeht, ist das, was Panizza in seinem illusorischen Solipsismus je nachdem, ob es der Vorstellungs- oder der Erfahrungswelt angehört, "Hallucination" oder "Illusion" nennt. Beim Tode dieser jemeinigen Vorstellungs- und Erfahrungswelt "zieht sich der Dämon zurück. Die kreatorische Tätigkeit stelt [sic!, so auch weiters, A.T.] er ein. Und die Hülse, die Maske, verfault zusehends im illusorischen Genuss – der Andern, Ueberlebenden. Dass kein Rest, kein Denk-Rest, soweit Menschen-Erfahrung reicht, von mir übrig bleibt, muss uns, so eifrig nach 'Erhaltung der Kraft' Spürende, doch aufmerksam machen, dass hier etwas zum Teufel geht, wie man vulgär sagt. Etwas, das Denken, wohin? – Und die Maske verfault vor unseren Augen. Sie mischt sich in die Masse der übrigen illusorischen Produkte. Sie geht ohne Rest auf. Für unsere illusorische Anschauung. Wir rechnen sie in Stikstoff und Kohlensäure um. Und die Rechnung stimt. Innerhalb der Erscheinungswelt giebt es kein Manko. Aber das Denken, wo geht das, Verfechter des Prinzips der Erhaltung der Kraft, hin?" (1895, S. 191 f.).

Aus diesem Panizzaschen "qualitativen Erhaltungssatz" (vgl. Toth 1998) folgt in völliger Übereinstimmung mit unseren obigen formalen Ergebnissen, daß die Semiose und die Retrosemiosische einer Zeichenrelation (sei sie systemisch oder nicht!) nicht "dasselbe" ist, d.h. daß die blosse Umkehrung oder Dualisierung die reine Quantität übersteigt, d.h. qualitativ relevant ist. Noch prägnanter gesagt: Der Weg hin und der Weg zurück sind nicht derselbe! Um wieder formaler zu werden, bedeutet das, daß es eine (je nach Richtung bzw. semiosischer Ordnung) positive oder negative Differenz gibt zwischen [A → I] und [I → A], d.h.

$$\Delta(ZR_{sys}, ZR_{sys}°) = \Delta([[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]], [[[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]], [A \rightarrow [I \rightarrow A]]], [I \rightarrow A]]]) \neq 0$$

In unserer obigen Skizze ist der Differenzbereich natürlich der nachstehend hervorgehobene



(Δ steht, wenn man so will, für Differenz, aber auch für (Niemandsland des) Dämons.)

Literatur

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, S. 105-112

Toth, Alfred, Oskar Panizzas Forderung eines Neo-Hegelianismus (orig. publ. 2002). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2007

Toth, Alfred, Mennes Bedeutungsrelation als triadische Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Semiotische Objekte und Substratrelationen

1. In Toth (2012a) hatten wir folgendes linear-nicht-lineare (ontisch-semiotische) relationale Vermittlungssystem

$$\begin{tikzcd}
Z_0 \arrow[r] \arrow[dr] \arrow[ddr] & Z^3 \arrow[r, dashed] & M_3 \arrow[r] \arrow[dr] \arrow[ddr] & M^1 \\
\Omega_0 \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & \Omega^3 \arrow[r, dashed] & O_3 \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & O^2 \\
\Sigma_0 \arrow[uur] \arrow[ur] \arrow[r] & \Sigma^3 \arrow[r, dashed] & I_3 \arrow[uur] \arrow[ur] \arrow[r] & I^3
\end{tikzcd}$$

aufgestellt, in welchem die gestrichelt eingezeichneten Relationen die sog. Substrat-Relationen sind (vgl. Toth 2012b), für die gilt

$Z = S(M)$

$\Omega = S(O)$

$\Sigma = S(I)$.

Beim Übergang von einem Objekt zu einem es bezeichnenden Zeichen wird also die durch X^i bezeichnete –adizität einer Relation zur durch X_j bezeichneten Stelligkeit der durch die Substratrelationen vermittelten korrespondierenden Relation. Das bedeutet somit vor allem, daß Objekte im Prozeß der Semiose nicht direkt auf Zeichen abgebildet werden können, da Objekte zwar triadische, aber 0-stellige Relationen sind, wogegen Zeichen zwar auch triadische, aber immer mindestens 1-stellige Relationen sind. Die Abbildung von Objekten auf Zeichen ist daher durch einen Übergang von einer linearen zu einer nicht-linearen Ordnung von Relata durch relationale Verschiebung der Stelligkeiten der Partialrelationen sowie mengentheoretisch durch die dadurch bedingte Aufhebung des Fundierungsaxioms (vgl. Toth 2009) ausgezeichnet.

2. Der hier präsentierte Formalismus ermöglicht es nun natürlich, abermals eine neue Definition dessen zu versuchen, was seit Bense ap. Walther (1979, S. 122 f.) semiotische Objekte genannt wird, d.h. Objekte, die künstlich hergestellt wurden mit dem Zweck, entweder als ganze oder teilweise als Zeichen zu fungieren, d.h. auf entweder in ihnen selbst oder außerhalb von ihnen liegende Objekte zu referieren (ersteres ist der Fall z.B. bei Prothesen, da sie reale

Objekte ersetzen, letzteres z.B. bei Wegweisern, da sie ja gerade auf von ihnen entfernete (d.h. andere) Objekte verweisen). Bevor wir eine neue Formalisierung semiotischer Objekte versuchen, sei darauf hingewiesen, daß wir in Toth (2012b) neben Objektzeichen (z.B. Prothesen) und Zeichenobjekten (z.B. Wegweisern) noch Spuren unterschieden hatten. Dabei muß jedoch differenziert werden: Es gibt sowohl Zeichen, die als Spuren für Objekte, als auch Objekte, die als Spuren für Zeichen dienen. Beide spielen erwartungsgemäß z.B. in der Kriminalistik eine bedeutende Rolle. Z.B. ist ein am Tatort liegengebliebens Haar ein Indiz, d.h. ein Zeichen für den Täters (wenn er mit Hilfe der Haar-DNS überführt werden kann). Umgekehrt kann z.B. eine bestimmte Konstellation von Objekten, die an einem Tatort gefunden werden, als Hinweis auf das Tatmotiv gewertet werden. Wie man sich leicht vorstellen kann, fungieren also Zeichenspuren sowie Objektspuren ihrerseits als Vermittlungen zwischen Objekten und Zeichen und sind daher für eine Theorie der Substratrelationen als zwischen Ontik und Semiotik vermittelnde transitorische Abbildungen besonders wichtig.

3. Gestützt auf unsere Ergebnisse in Toth (2012a, b), gehen wir aus von den folgenden relationalen Definitionen der ontischen und der semiotischen Begriffe:

$$Q := [A \rightarrow I] = [\omega]$$

$$M := [I \rightarrow A] = [\omega^{-1}]$$

$$O := [[A \rightarrow I] \rightarrow A] = [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]$$

$$\Omega := [A \rightarrow [I \rightarrow A]] = [\omega, R^{\leftarrow}[\omega]]$$

$$I := [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] = [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]]$$

$$\Sigma := [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]] = [[\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], R^{\rightarrow}[\omega]],$$

d.h. wir haben als Objektrelation

$$OR = [Q, \Omega, \Sigma] = [[\omega], [\omega, R{\leftarrow}[\omega]], [[\omega, R{\leftarrow}[\omega]], R{\rightarrow}[\omega]]]$$

$OR = [Q, \Omega, \Sigma] = [[\omega], [\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], [[\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], R^{\rightarrow}[\omega]]]$

und als Zeichenrelation

$ZR = [M, [O, [I]]] = [[\omega^{-1}], [[R^{\leftarrow}[\omega], \omega], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]]].$

Wegen der Korrespondenzen der Substratrelationen, d.h. $Z = S(M)$; $\Omega = S(O)$; $\Sigma = S(I)$ haben wir also

$$[Q, \Omega, \Sigma] = [[\omega], [\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], [[\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], R^{\rightarrow}[\omega]]]$$

$$[M, [O, [I]]] = [[\omega^{-1}], [[R^{\leftarrow}[\omega], \omega], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], \omega]]]].$$

Da, wie seit längerem bekannt (vgl. Toth 2008) der Zeichenanteil bei Zeichenobjekten (ZO) und der Objektanteil bei Objektzeichen (OZ) prädomominant sind, bekommen wir somit die folgenden Definitionen

$OZ = [<[\omega], [\omega^{-1}]> \leftrightarrow <[\omega, R^{\leftarrow}[\omega]], [[R^{\leftarrow}[\omega], [\omega]]> \leftrightarrow <[[[\omega], R^{\leftarrow}[\omega]], R^{\rightarrow}[\omega]]], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], [\omega]]]]>$

$ZO = [<[\omega^{-1}], [\omega]> \leftrightarrow <[[R^{\leftarrow}[\omega], [\omega]], [[\omega], R^{\leftarrow}[\omega]]> \leftrightarrow <[R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], [\omega]]]], [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], [\omega]]]]>].$

Bei Spuren können wir somit je nachdem die nicht-prädominanten Zeichen- oder Objektanteile als indizierte Mengenfamilien darstellen, d.h. wir haben für Zeichenspuren (ZS) und Objektspuren (OS):

$OS = [[\omega^{-1}]_{[\omega]}, [[R^{\leftarrow}[\omega], [\omega]]_{[[\omega], R\leftarrow[\omega]]}, [R^{\rightarrow}[\omega], [R^{\leftarrow}[\omega], [\omega]]]]_{[R\rightarrow[\omega], [R\leftarrow[\omega], [\omega]]]]}]$

$ZS = [[\omega]_{[\omega-1]}, [\omega, R^{\leftarrow}[\omega]]_{[[R\leftarrow[\omega], [\omega]]}, [[[\omega], R^{\leftarrow}[\omega]], R^{\rightarrow}[\omega]]]_{[R\rightarrow[\omega], [R\leftarrow[\omega], [\omega]]]]}].$

Literatur

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, The Droste effect in semiotics. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft (GrKG) 50/3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Semiotische Abbildungen und Relationskennzeichnungen II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Lineare und nicht-lineare ontisch-semiotische Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Signifikantenspuren und Signifikatenspuren

1. Etwas vereinfacht könnte man vielleicht behaupten, die beiden wichtigsten semiotischen Voraussetzungen für die Derridasche Dekonstruktion seien erstens die Möglichkeit der Umkehrung der Ordnung von Bezeichnendem und Bezeichnetem in der Zeichenrelation, und zweitens die Annahme, daß das Bezeichnende eine Spur seines Bezeichnetem enthält (woraus die Umkehrung dieser Annahme wegen der dichotomischen Definitiond des Zeichens automatisch folgt). Ferner ist es somit so, daß die zweite Voraussetzung die erste impliziert, da erst die spurentheoretische Präsenz des Bezeichneten im Bezeichnenden die Konversion der Zeichenrelation ermöglicht. Man kann somit die beiden Voraussetzungen auf die Annahme einer gegenseitigen "Partizipationsrelation" von Bezeichnendem und Bezeichnetem reduzieren.

2. Im Grunde wäre man dazu verleitet, eine ternäre statt einer binären Relation anzusetzen, indem die Partizipation als Vermittlung – ähnlich wie dies beim Mittelbezug der Peirceschen Zeichenrelation der Fall ist, der zwischen Objekt- und Interpretantenbezug vermittelt – eine dritte Position neben dem Bezeichnenden und dem Bezeichneten einnimmt. Das ist jedoch eine Täuschung, denn gerade die Binarität der Dichotomie von Bezeichnendem und Bezeichnetem, welche der logischen binären Relation von Position und Negation folgt, setzt eine Isomorphie der letzteren und somit natürlich auch derjenigen von Bezeichnetem und Bezeichnendem bzw. Zeichen und Objekt voraus. Aus dieser Spiegelbildlichkeit folgt also, daß weder das Objekt noch das Zeichen absolut definierbar sind, vielmehr besitzt das Zeichen einen Objektanteil und demzufolge das Objekt einen Zeichenanteil. Somit folgt also die Derridasche Annahme von Spuren des Bezeichneten im Bezeichnenden und Spuren des Bezeichnenden im Bezeichneten direkt aus der zweiwertigen aristotelischen Logik, hintergeht sie somit nicht auf führt auch nicht zu einer tieferen als der auf der Dichotomie von Sein und Seiendem gegründeten Ontologie.[1]

---

[1] Diese damit sowohl für die Ontik als auch für die Semiotik gültige Feststellung hat natürlich enorme Konsequenzen für die Günthersche Polykontexturalitätstheorie, die ja, wie Rudolf Kaehr bereits in seiner Dissertation aufgezeigt hatte, eine sympathetische Nähe zur

3. Zeichen- und Objektrelation sind damit bereits durch ihre in Toth (2012) gegebenen Definitionen

ZR = $\{<\omega_{i1}, \omega_{i2}>, \{<\omega_{i3}, \omega_{i4}>, <\omega_{i5}, \omega_{i6}>\}\}$

OR = $\{\{<\omega_{i1}, \omega_{i2}>, <\omega_{i3}, \omega_{i4}>\}, <\omega_{i5}, \omega_{i6}>\}$

"spurentheoretisch" angelegt, d.h. wir können sie wie folgt notieren

ZR = $\{<\omega_{i1}, \omega_{i2}>_{\{<\omega i3, \omega i4>, <\omega i5, \omega i6>\}}, \{<\omega_{i3}, \omega_{i4}>, <\omega_{i5}, \omega_{i6}>\}_{<\omega i1, \omega i2>}\}$

OR = $\{\{<\omega_{i1}, \omega_{i2}>, <\omega_{i3}, \omega_{i4}>\}_{<\omega i5, \omega i6>}, <\omega_{i5}, \omega_{i6}>_{\{<\omega i1, \omega i2>, <\omega i3, \omega i4>\}}\}$

Wegen der ebenfalls bereits in Toth (2012) dargelegten Isomorphie

$\{S\} \cong \{S'\}$

für alle S = (OR, ZR) gelten die beiden "spurentheoretischen" Definitionen auch für alle $\omega_i \in \mathbb{N}$, d.h. für alle semiotischen und objektalen Dyaden sowie Dyadenpaare.

Literatur

Kotzmann, Ernst, Einige Fragen zum logischen Ansatz Gotthard Günthers. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), Technik, Logik, Technologie. Klagenfurt 1994, S. 127-143

Toth, Alfred, Dichotomien, Dyaden und Paare. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Dekonstruktion zeigt. Vom suggestiven mythologischen Inhalt des Güntherschen Werkes abgesehen wird man sich also, was dessen Formalismus betrifft, der Ansicht Ernst Kotzmanns anschließen müssen: "Faktum bleibt: In allen drei kenogrammatischen Ebenen wird traditionelle Mathematik betrieben. Das Argument, in der Kenogrammatik gelte der Satz von der Identität nicht mehr, es werde ein logischer Bereich eröffnet, halte ich deshalb für überzogen. In allen drei Bereichen der Kenogrammatik wird kenogrammatische Identität durch Äquivalenzrelationen [die sog. Schadach-Äquivalenzen, A.T.] aus der üblichen semiotischen Identität gewonnen " (Kotzmann 1994, S. 130).

Pseudotriadische Dyaden

1. Bekanntlich (vgl. Toth 2012a) verläuft zwischen den beiden Relata der in Toth (2012b) eingeführten dyadischen Zeichenrelation

$ZR^{2,n} = \langle a, b \rangle$

eine Kontexturgrenze, die wir durch $\langle a \parallel b \rangle$ bezeichnet hatten, d.h. Bezeichnendes und Bezeichnetes sind einander transzendent. Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2012c) auf die Derridasche Spurentheorie hingewiesen und dabei festgestellt, daß wegen der Isomorphie der logischen Semiotik die Annahme von Signifikatsspuren in Signifikanten die Existenz von Signifikantenspuren in Signifikaten impliziert. Wegen der wechselseitigen Transzendenz von a und b gilt also

$ZR^{2,1} = \langle a \parallel b \rangle \neq \langle b \parallel a \rangle$

$ZR^{2,2} = \langle\langle a \parallel b \rangle \parallel c \rangle \neq \langle c \parallel \langle a \parallel b \rangle\rangle$

$ZR^{2,3} = \langle\langle\langle a \parallel b \rangle \parallel c \rangle \parallel d \rangle \neq \langle d \parallel \langle c \parallel \langle a \parallel b \rangle\rangle\rangle$, usw.

2. Allerdings gibt es mehr als (n-1) Kontexturübergänge in n-adischen Relationen, wenn wir wie in Toth (2012d) von der Menge der Permutationen der $ZR^{2,n}$ ausgehen. Wir bekommen dann die folgenden Fälle kontextureller Relationen für $n \leqq 3$, nämlich

für n = 1:

1.a $KR_{ZR2,1} = \langle x \parallel y \rangle$ 1.b $KR_{ZR2,1} = \langle y \parallel x \rangle$

Für n = 2:

1.a $KR_{ZR2,2} = \langle x \parallel \langle y \parallel z \rangle\rangle$ 1.b $KR_{ZR2,2} = \langle\langle x \parallel y \rangle \parallel z \rangle$

2.a $KR_{ZR2,2} = \langle x \parallel \langle z \parallel y \rangle\rangle$ 2.b $KR_{ZR2,2} = \langle\langle x \parallel z \rangle \parallel y \rangle$

3.a $KR_{ZR2,2} = \langle y \parallel \langle x \parallel z \rangle\rangle$ 3.b $KR_{ZR2,2} = \langle\langle y \parallel x \rangle \parallel z \rangle$

4.a $KR_{ZR2,2} = \langle y \| \langle z \| x\rangle\rangle$ 4.b $KR_{ZR2,2} = \langle\langle y \| z\rangle \| x\rangle$

5.a $KR_{ZR2,2} = \langle z \| \langle x \| y\rangle\rangle$ 5.b $KR_{ZR2,2} = \langle\langle z \| x\rangle \| y\rangle$

6.a $KR_{ZR2,2} = \langle z \| \langle y \| x\rangle\rangle$ 6.b $KR_{ZR2,2} = \langle\langle z \| y\rangle \| x\rangle$

Für $n = 3$:

1.a $KR_{ZR2,3} = \langle x \| \langle y \| \langle z \| w\rangle\rangle\rangle$ 1.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle x \| y\rangle \| z\rangle \| w\rangle$

2.a $KR_{ZR2,3} = \langle x \| \langle y \| \langle w \| z\rangle\rangle\rangle$ 2.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle x \| y\rangle \| w\rangle \| z\rangle$

3.a $KR_{ZR2,3} = \langle x \| \langle w \| \langle y \| z\rangle\rangle\rangle$ 3.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle x \| w\rangle \| y\rangle \| z\rangle$

4.a $KR_{ZR2,3} = \langle x \| \langle w \| \langle z \| y\rangle\rangle\rangle$ 4.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle x \| w\rangle \| z\rangle \| y\rangle$

5.a $KR_{ZR2,3} = \langle x \| \langle z \| \langle w \| y\rangle\rangle\rangle$ 5.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle x \| z\rangle \| w\rangle \| y\rangle$

6.a $KR_{ZR2,3} = \langle x \| \langle z \| \langle y \| w\rangle\rangle\rangle$ 6.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle x \| z\rangle \| y\rangle \| w\rangle$

7.a $KR_{ZR2,3} = \langle y \| \langle x \| \langle z \| w\rangle\rangle\rangle$ 7.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle y \| x\rangle \| z\rangle \| w\rangle$

8.a $KR_{ZR2,3} = \langle y \| \langle x \| \langle w \| z\rangle\rangle\rangle$ 8.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle y \| x\rangle \| w\rangle \| z\rangle$

9.a $KR_{ZR2,3} = \langle y \| \langle w \| \langle x \| z\rangle\rangle\rangle$ 9.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle y \| w\rangle \| x\rangle \| z\rangle$

10.a $KR_{ZR2,3} = \langle y \| \langle w \| \langle z \| x\rangle\rangle\rangle$ 10.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle y \| w\rangle \| z\rangle \| x\rangle$

11.a $KR_{ZR2,3} = \langle y \| \langle z \| \langle w \| x\rangle\rangle\rangle$ 11.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle y \| z\rangle \| w\rangle \| x\rangle$

12.a $KR_{ZR2,3} = \langle y \| \langle z \| \langle x \| w\rangle\rangle\rangle$ 12.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle y \| z\rangle \| x\rangle \| w\rangle$

13.a $KR_{ZR2,3} = \langle z \| \langle y \| \langle x \| w\rangle\rangle\rangle$ 13.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle z \| y\rangle \| x\rangle \| w\rangle$

14.a $KR_{ZR2,3} = \langle z \| \langle y \| \langle w \| x\rangle\rangle\rangle$ 14.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle z \| y\rangle \| w\rangle \| x\rangle$

15.a $KR_{ZR2,3} = \langle z \| \langle w \| \langle y \| x\rangle\rangle\rangle$ 15.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle z \| w\rangle \| y\rangle \| x\rangle$

16.a $KR_{ZR2,3} = \langle z \| \langle w \| \langle x \| y\rangle\rangle\rangle$ 16.b $KR_{ZR2,3} = \langle\langle\langle z \| w\rangle \| x\rangle \| y\rangle$

17.a $KR_{ZR2,3} = <z \| <x \| <w \| y>>>$ 17.b $KR_{ZR2,3} = <<<z \| x> \| w> \| y>$

18.a $KR_{ZR2,3} = <z \| <x \| <y \| w>>>$ 18.b $KR_{ZR2,3} = <<<z \| x> \| y> \| w>$

19.a $KR_{ZR2,3} = <w \| <y \| <z \| x>>>$ 19.b $KR_{ZR2,3} = <<<w \| y> \| z> \| x>$

20.a $KR_{ZR2,3} = <w \| <y \| <x \| z>>>$ 20.b $KR_{ZR2,3} = <<<w \| y> \| x> \| z>$

21.a $KR_{ZR2,3} = <w \| <x \| <y \| z>>>$ 21.b $KR_{ZR2,3} = <<<w \| x> \| y> \| z>$

22.a $KR_{ZR2,3} = <w \| <x \| <z \| y>>>$ 22.b $KR_{ZR2,3} = <<<w \| x> \| z> \| y>$

23.a $KR_{ZR2,3} = <w \| <z \| <x \| y>>>$ 23.b $KR_{ZR2,3} = <<<w \| z> \| x> \| y>$

24.a $KR_{ZR2,3} = <w \| <z \| <y \| x>>>$ 24.b $KR_{ZR2,3} = <<<w \| z> \| y> \| x>$

Will man also Signfikantenspuren in Signifikaten bzw. umgekehrt konstruieren, so setzt man

$V = <a, [a \leftrightarrows b]_{a \cup b}, b>$

mit $a, b \in < ..._n>$ und $n \geqq 1$.

Literatur

Toth, Alfred, Zu differentialtopologischen Modellen für Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer logischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Signifikantenspuren und Signifikatenspuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Dyadisch-semiotische Typen und Stufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Spuren als Teile von Objekten

1. Wie ich vor allem in Toth (2011a) gezeigt hatte, ist zwischen konkreten und abstrakten Zeichen zu unterscheiden. Wichtig ist dabei, daß sich diese nicht-triviale Unterscheidung nicht mit den Unterscheidungen zwischen "sign events" und "signs", "tokens" and "types" (Peirce), Zeichenexemplaren und Zeichengestalten (G. Klaus), Signal und Zeichen oder Lalem und Lexem (A. Menne) decken, da in allen diesen Fällen Zeichen und Mittel bzw. Mittelbezug identifiziert und darauf einfach die Abstraktionsklassen gebildet werden. Bereits Bense (1973, S. 71) hatte jedoch darauf hingewiesen, daß das konkrete Mittel ein "triadisches Objekt" ist. Selbstverständlich ist natürlich auch der abstrakte Mittelbezug triadisch, denn es vermittelt ja sich selbst zwischen Objekt- und Interpretantenbezug der abstrakten Zeichenrelation. Nun gehört das Mittel aber dem "ontischen Raum" an (Bense 1975, S. 65 f.) und ist somit ein Teil eines Objektes. Wenn somit das konkrete Mittel als triadisches Objekt fungiert, dann gibt es zwischen ihm und dem trivialerweise triadisch fungierenden Mittelbezug eine nicht-triviale (d.h. nicht wie in den Semiotiken von G. Klaus und A. Menne aus der logischen Zweiwertigkeit folgende) Isomorphie zwischen Objekt und Zeichen und damit zwischen ontischem und semiotischem Raum. Da Bense (1975, S. 39 ff.) im Rahmen seiner invarianten-theoretischen Semiotik gezeigt hatte, daß die Übergänge zwischen ontischem und semiotischem Raum durch sog. disponible Kategorien von Statten gehen, folgt, daß die beiden isomorphen Räume zudem durch einen Teilraum oder "Rand" vermittelt sind, der ein System von sowohl am ontischen als auch am semiotischen Raum partizipierenden Relationen enthält. Schematisch:

$$\underbrace{\text{Mittel} \longleftrightarrow \text{Mittelbezug}}_{\text{Rand des Systems } (Z,\, \Omega)}$$

2. Wie zuletzt in Toth (2012) gezeigt, haben diese partizipativen Relationen, die als Austauschrelationen zwischen dem ontischen Teilraum der Mittel und dem

semiotischen Teilraum der Mittelbezüge charakterisiert sind, chiastische Gestalt. Definiert man die ontischen Relationen isomorph den semiotischen und benutzt dazu als Grundbegriff denjenigen des Systems, das einfach durch

$S = [A, I]$

eingeführt ist, d.h. als

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Mittel (Q)	$[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

dann kann man das vollständige partizipative Syste, d.h. den Rand zwischen Zeichen und Objekt, wie folgt darstellen:

3.heit	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$
2.heit	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$
1.heit	$[A \rightarrow I]$
0.heit	$[I \rightarrow A]$,

und es ist also

Mittelbezug: $[A \rightarrow I] := I$

Mittel: $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Man kann diese zueinander isomorphen ontischen und semiotischen Relationen bzw. Abildungen dadurch vereinfachen, daß man sie wie in Toth (2011b) als relationale Einbettungen definiert

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$

und diese wiederum durch sog. relationale Einbettungszahlen gemäß

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$.

Unter der Voraussetzung, daß ω entweder für ein triadisches Objekt oder für ein triadisches Zeichen steht, bekommt man hierdurch nämlich die folgende Isomorphiehierarchie zwischen systemischen Kategorien und relationalen Einbettung(szahl)en, die allerdings, wie bereits angetönt, anders als die entsprechenden Isomorphiehierarchien der logischen Semiotiken, nicht-trivial ist:

$\omega = \omega = 1$

$\{\omega\} = [\omega, 1] = 1_{-1}$

$\{\{\omega\}\} = [[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$

$\{\{\{\omega\}\}\} = [[[\omega, 1], 1], 1] = 1_{-3}$, usw.

Spuren können nun nur in dem wenig interessanten Sinne Teile von Abstraktionsklassen, d.h. von Zeichenrelationen und ihren Superisationen, sein, z.B. Rumpfthematiken wie etwa (3.1, 2.2), (2.2, 1.3) oder (3.1, 1.3) als dyadische Teilrelationen vollständiger triadischer Zeichenrelationen. Interessant – und der landläufigen Auffassung entsprechend – sind Spuren jedoch Teile von Objekten, d.h. also auch von konkreten Zeichen. Und zwar sind Spuren als Zeichen interpretierte Teile von Objekten, die dadurch auf die Objekte, deren Teile sie sind, abgebildet werden:

Spur: $o \rightarrow_{ZR} \{o\}$,

wobei $o \in (\omega, \{\omega\}, \{\{\omega\}\}, ...)$ sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Bivalenz und Tetravalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Der semiotische Repräsentationsoperator

1. Einen interessanten und m.W. wie so viele gute Ideen Benses später sogar von ihm selbst nicht mehr aufgenommenen Vorschlag zur Darstellung der triadischen peirceschen Zeichenrelation findet sich in Bense (1976, S. 128)

$Z = (P, RP, RRP)$,

worin P für "Präsentation" und R für "Repräsentation" steht. Dabei ist allerdings P offenbar im Gegensatz zu R kein Operator, sondern ein definitorisch eingeführtes Symbol, welches die Differenz zwischen Präsentanz und Repräsentanz anzeigt, welche übrigens nicht nur innerhalb der Systeme

$Z^* = [Z, \Omega]$

bzw.

$\Omega^* = [\Omega, Z]$,

d.h. zwischen den dichotomisch geschiedenen Entitäten Objekt und Zeichen, sondern vermöge Bense (1975, S. 64 ff.) auch präsemiotisch relevant ist, denn "vorthetische" bzw. "disponible" Objekte werden von Bense explizit als 0-stellige Relationen mit Repräsentationswert $R = 0$ eingeführt.

2. Wie zuletzt in Toth (2014) dargelegt worden war, unterscheidet sich die peircesche Semiotik, die ja logisch 2-wertig, aber semiotisch 3-adisch ist, von der ebenfalls 2-wertigen, aber auch 2-adischen aristotelischen Logik dadurch, daß sie über 2 statt nur 1 Objekt-Position, nämlich den Mittelbezug neben dem Objektbezug, verfügt. Da die Selektion eines Mittels aus einem Repertoire nach Bense (1967, S. 9) arbiträr ist, fallen Mittel- und Objektrelations-Objekt ontisch nur in Spezialfällen (z.B. bei natürlichen Zeichen, Spuren, Resten und Ostensiva) zusammen, d.h. die Zeichenträger entstammen in den meisten Fällen anderen Objekten als denjenigen, welche die Zeichen bezeichnen. M und O sind somit logisch gesehen irreduzibel und stellen also tatsächlich zwei Objektpositionen und nicht nur die eine der klassischen Logik in verdoppelter Erscheinungsform dar.

Benses R-Operator ermöglicht nun allerdings eine Differenzierung der beiden semiotischen Objekte, insofern

$M = P$,

aber

$O = RP$

ist. Dadurch wird zwar keine logische Differenzierung induziert, aber die vollständige triadische Zeichenrelation kann ausschließlich mit Hilfe des R-Operators definiert werden. Da nämlich der 3-adische Interpretantenbezug ein Zeichen im Zeichen darstellt, haben wir

$I = RRP$.

Der R-Operator induziert somit somit in der ebenfalls von Bense (1976, S. 128) eingeführten von Neumannschen Ordinalzahlnotation

$Z = (Ø, (Ø), (Ø, (Ø)))$

die weiteren semiotisch-arithmetischen Gleichungen

$M = P = Ø$

$O = RP = (Ø)$

$I = RRP = ((Ø))$.

Das Zeichen läßt sich daher unter Absehung seiner Qualitäten rein quantitativ allein durch M und drei Einbettungsstufen definieren, d.h. wir könnten auch schreiben

$Z = (Ø_0, Ø_{-1}, Ø_{-2})$.

Ein zur dieser Definition des Zeichens korrespondentes Beispiel aus der Ontik wäre also ein System mit drei Einbettungsstufen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Polyontik und Polylogik der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Bis daß der Tod euch scheidet 2

1. Ein sehr wesentlicher Punkt, der heute noch genauso wegweisend ist wie er es 1939 war, scheint mir in Benses früher Feststellung zu liegen, bei den Zeichenzahlen handle es sich um ein „nur auf Sein oder Nichtsein von Etwas abzielendes System von puren Unterscheidungen, die quantitativ nicht zu verstehen sind“ (Bense 1939, S. 159). Der Grund für das Einbrechen von Qualität in Quantität dort, wo die Mathematik aufhört, bloße „Größenlehre“ zu sein, wird also nach Bense durch die seinssetzende Qualität der Differenz verursacht. Damit nimmt Bense nicht nur den zentralen Gedanke der erst 1969 veröffentlichten Theorie der „Laws of Form“ von Spencer-Brown, sondern auch der erst vor wenigen Jahren publizierten Ergebnisse der polykontexturalen Logik und Mathematik vorweg (vgl. z.B. Kaehr 2012). Die Differenz zwischen Sein und Nichtsein wird allerdings auf dem Boden der 2-wertigen aristotelischen Logik auf höchst problematische Weise durch eine Dichotomie der Form

$L = (0, 1)$

ausgedrückt, darin aber der Wert, der die Negation ausdrückt (0) und der Wert, der die Position ausdrückt (1) spiegelbildlich sind. Vgl. hierzu den treffenden Kommentar von Günther: „Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

Das bedeutet aber, daß

$L = (0, 1) = L\text{-}1 = (1, 0)$

gilt, d.h. daß jeder der beiden Werte der 2-wertigen Logik nichts haben kann, was der andere Wert nicht bereits hat. (Aus diesem Grunde ist auch $\neg\neg 0 = 0$ und $\neg\neg 1 = 1$.) Der Grund dafür, daß die Differenz nicht auftritt in L, d.h. daß wir nicht

$L = (0 \mid 1)$

haben, ist natürlich das Prinzip des Tertium non datur, d.h. die Differenz selbst wäre dann das Dritte, welches die 2-wertigkeit der Logik außer Kraft setzte. Wie ich allerdings bereits in Toth (2015) ausgeführt hatte, bezieht sich dieses Grundgesetz des Denkens nur auf substantielle Werte, nicht jedoch auf nicht-substantielle. Wir können daher definieren

$\mid := E$

mit

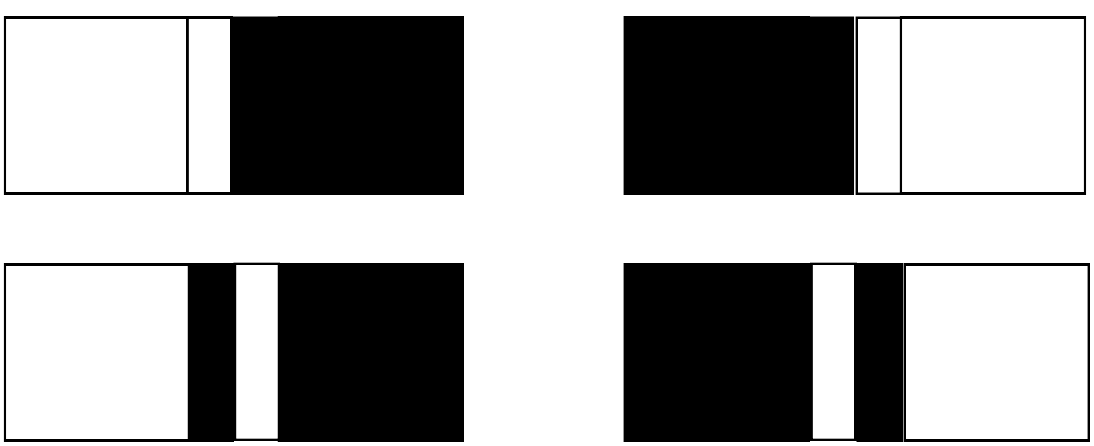
$E = x \rightarrow (x)$,

d.h. der Differenzoperator wird als Einbettungsoperator definiert. Dann bekommen wir

$E \rightarrow L =$

$L1 = (0, (1))$	$L3 = L1^{-1} = ((1), 0)$
$L2 = ((0), 1)$	$L4 = L2^{-1} = (1, (0))$,

d.h. ein Quadrupel von einbettungstheoretisch differenzierten L-Funktionen, darin jeder der beiden Werte von jedem anderen Wert funktional abhängig ist. Man kann dies auch mittels Venn-Diagrammen darstellen. Stehe weiß für 0 und schwarz für 1 (oder umgekehrt), dann haben wir



Die Werte in einer solchen Logik sind also vermöge eines differentiellen Tertiums vermittelt. In Sonderheit gilt somit für die Differenz |

(0 | 1) ≠ (1 | 0)

(vgl. Toth 2019).

2. Was bedeutet von diesem Standpunkt aus betrachtet der Satz „Bis daß der Tod euch scheidet“? Zwei Subjekte A und B, die als solche natürlich different sein müssen, wo also

L = (A | B) = ((A, (B)), (B(A)), ((A), B), ((B), A))

gilt,

werden durch Paarbildung zu einer Menge

τ: (L = ((A, (B)), (B(A)), ((A), B), ((B), A)) → (A, B).

Wird nun eines der beiden Subjekte durch den Tod aus der Menge entfernt, bleibt es also ontische Spur im Paar zurück

(A, B) → (ØA, B)

(A, B) → (A, ØB).

Damit ist zwar entweder A von B oder B von A geschieden, aber logisch gesehen sind damit keineswegs sowohl A von B als auch B von A geschieden, denn es gibt noch den dritten möglichen Fall

(A, B) → (ØA, ØB).

Logisch gesehen bedeutet dies, daß z.B. beim Tode eines Ehepartners die beiden Partner erst dann voneinander geschieden sind, wenn beide Partner und also nicht nur einer zu ontischen Spuren geworden sind.

Literatur

Bense, Max, Geist der Mathematik. Berlin 1939

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kaehr, Rudolf, Finite State Machines and Morphogrammatics. Machines on Differences: A Contribution to Saussure-Derrida Machines. In: http://www.vordenker.de/rk/rk_Finite-State-Machines-and-Morphogrammatics_2012.pdf

Spencer-Brown, George, Laws of Form. London 1969

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Was ist qualitative an der qualitativen Mathematik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019