Prof. Dr. Alfred Toth

Fibonacci-Zahlen und Peirce-Zahlen

1. Wie bekannt, kann man die Fibonacci-Zahlen durch die Formel

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

berechnen. Dabei wird als Anfangswert 0 und für die zweite Zahl 1 gesetzt; jede weitere Zahl ist dann die Summe ihrer beiden Vorgängerzahlen:

f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}	f_{17}	f_{18}	f_{19}	f_{20}	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$f_{...}$
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1.597	2.584	4.181	6.765	10.946	17.711	28.657	46.368	...

2. Setzt man jedoch als Anfangswert 1, so erhält man

FZ =(1, 1,2, 3, 5,..),

d.h. die Anfangszahl wird sozusagen zweimal gesetzt. Obwohl hier nur eine Spekulation möglich ist, möchte ich doch darauf hinweisen, dass die Notwendigkeit, die semiotische Erstheit verdoppelt zu setzen, von Rudolf Kaehr (2008, S. 1) entdeckt wurde:

> **Firstness as a doublet**
> A composition always is accompanied by an environment of its morphisms. Therefore, an initial object or the number 1, firstness, is diamond theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e.(A | a). That is, as a morphism, and as a hetero-morphism. A diamond initial object is not a singular object but a *doublet*. Also called *bi-object*. Furthermore, self-identity is able to distinguish its directionality as left (lo) and right (ro) order.

Im Gegensatz zu den Peirce-Zahlen

PZ = (1, 2, 3),

die als rein monokonteturale Zahlen ja keine Unterscheidung zwischen Objekt und Umgebung ermöglichen, wird diese Nowendigkeit also von den Fibonacci-Zahlen erfüllt.

3. Man braucht aber die Anfangs-0 bei den Fibonacci-Zahlen gar nicht wegzulassen, denn sie korrespondiert genau mit der von Kaehr entdeckten „diamond zeroness“ (2008, S. 1) bzw. den bereits von Bense stipulieren Kategorialzahlen, welche eine trichotomische Untergliederung von Objekten mit Relationszahl r = 0 ermöglichen (Bense 1975, S. 65 ff.). Diese durch r = 0 gekennzeichneten Objekte bilden dann den „ontischen“ im Gegensatz zum „semiotischen Raum“ (mit $r > 1$):

ontischer Raum (oR) = $\{(x.y) \mid x = 0 \wedge y \in \{1, 2, 3\}$

semiotischer Raum (sR) = $\{(x.y) \mid x \in \{1, 2, 3\} \wedge y \in \{1, 2, 3\}$.

In polykontexturalen semiotischen Diamanten (Kaehr 2008, S. 46)

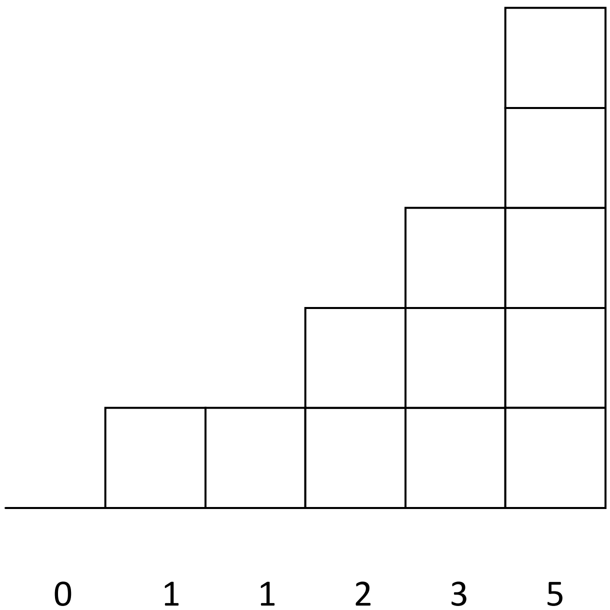
Diamond semiotics scheme, anchors omitted

$$\mathrm{Diam}(ZR) = \begin{pmatrix} \emptyset \mid \emptyset \\ A \mid a \\ A \Rightarrow B \mid c \\ A \Rightarrow B \Rightarrow C \mid b_2 \longleftarrow b_1 \\ A \Rightarrow B \Rightarrow C \Rightarrow D \mid b_2 \leftarrow b_1 \parallel c_2 \leftarrow c_1 \end{pmatrix}$$

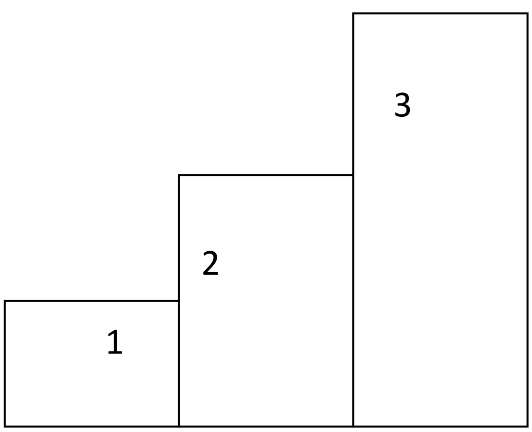
with the operators ops $= \{\Longrightarrow, \ o, \ \mid, \ \longleftarrow, \ \parallel\}$:
morphism $(\Longrightarrow)$, composition (o), separation $(\mid)$,
hetero – morphism $(\longleftarrow)$, saltisition $(\parallel)$.

finden wir also die leere Menge durch sich selbst eingeführt, gefolgt von der monadischen Relation, wie oben gezeigt als Dublette eingeführt, und dann die dyadische, triadische und tetradische Relation.

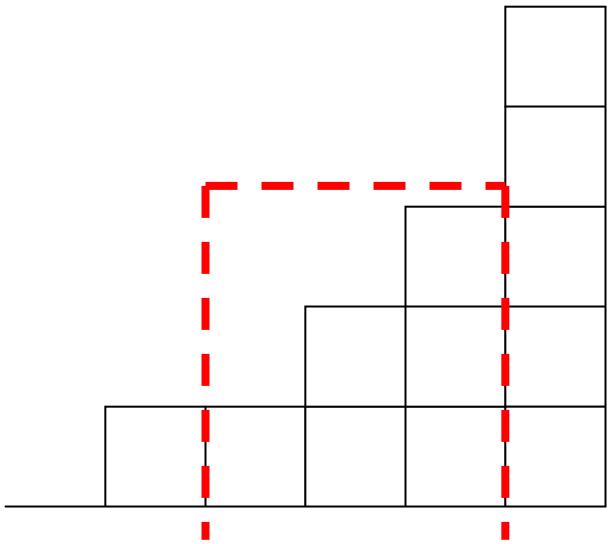
4. Auch wenn nun die Peircesche Semiotik auf Triaden beschränkt ist, ist es nun aber interessant, dass der 5-stufige Aufbau des Kaehr-Diamanten wiederum mit einer 5-Stufigkeit nicht der Peirce-Zahlen, sondern der Fibonacci-Zahlen korrespondiert:



Dagegen schaut die Struktur der Peirce-Zahlen, bei denen ja der Nachfolger der n-ten Zahl die Summe aller n Zahlen ist, wie folgt aus (Toth 2010):



Die Peirce-Zahlen nehmen also innerhalb der Fibonacci-Zahlen den folgenden Teilraum ein:



0 1 1 2 3 5

Nach PZ = FZ = 3 verändert sich aber das Verhältnis 1:1 zwischen Relationalzahl unhd Stufenzahl. Wir müssen aus diesem Gründe zusätzlich den Begriff der Stufenzahl (SZ) in die Semiotik einführen und verstehen darunter die Differenz

SZ =($\sum_{i=0}^{n} \sigma i$ - $\sum_{i=n-1}^{n} \sigma i$) .

Die Stufenzahl ist also der „Überschuss" zwischen der Summe aller n Summanden und derjenigen nur der letzten beiden Summanden einer n-stelligen Relation. In der eingangs gegeben Progression der Fibonacci-Zahlen

f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}	f_{17}	f_{18}	f_{19}	f_{20}	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	$f_{...}$
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1.597	2.584	4.181	6.765	10.946	17.711	28.657	46.368	...

sind die SZ also einfach die Differenz des Funktionsindexes und der Fibonacci-Zahl, d.h.

SZ = {0, 0, 1, 1, 1, 0, 2, 6, 13, 25,45, 78, 132, ...}

Die durch die Differenz von n-stelliger Relation und n-ter Fibonacci -Zahl verursachten „Sprünge" beginnen nun nach R = 3, d.h. die triadische Zeichenrelation ist die letzte, bei der Relations- und Fibonacci-Zahl noich übereinstimmen (d.h. SZ = 0 ist). Für R = 4 gibt es gar keine Fibonacci-Zahl, und für

R = 5,d.h. eine pentadische semiotische Relation, ist eine um den Wert 1 höhere Stufenzahl nötig, wie man am besten aus dem obigen Diagramm ersieht.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: ders., Diamond Semiotic Short, Studies. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2008)

Toth, Alfred, Treppe, Eskalator, Lift. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Treppe,%20Esk.,%20Lift.pdf (2010)

20.09.2010