

Prof. Dr. Alfred Toth

Dyadische semiotische Gewebe

1. Die Theorie der Gewebe, einer Klasse teilweise geordneter Mengen, die also nicht nur reflexiv und transitiv, sondern auch antisymmetrisch sind, wurde von Klein-Barmen (1939) in die Mathematik eingeführt und gehört heute zur Verbandstheorie. Da für die in Toth (2012) eingeführte binär-nadische Zeichenrelation

$$\mathbb{Z}R^{2,n} = \langle x, y \rangle \neq \langle y, x \rangle$$

gilt, da ja auch für die zugrunde liegende logische Wahrheitswertverteilung $[0, 1] \neq [1, 0]$ usw. gilt, sind also die in der Gewebetheorie als isomorphe behandelten Gewebe semiotisch i.a. nicht-isomorph.

2. Eine Folge a_1, \dots, a_n heißt *Brücke* (in einer Menge M), wenn je zwei unmittelbar aufeinander folgende Elemente voneinander abhängig sind (Klein-Barmen 1939, S. 110). (Die Glieder der Folge heißen *Pfeiler*, wobei a_1 und a_n *Endpfeiler* und a_2, \dots, a_{n-1} *innere Pfeiler* sind.) Unter einem *Gewebe* wird nun eine vermöge des folgenden Axioms zusammenhängende verstanden:

Axiom: Sind a und b zwei voneinander unabhängige Elemente der teilweise geordneten Menge M , so gibt es in M mindestens eine a mit b verbindende Brücke (Klein-Barmen 1939, S. 111).

3. Wir geben im folgenden die Beispiele, die Klein-Barmen (1939, S. 118) für endliche Gewebe 1. – 4. Ordnung bringt und stellen sie mithilfe der Definition von $\mathbb{Z}R^{2,n}$ für $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ dar.

3.1. Gewebe 1. Ordnung

● (Punkt)

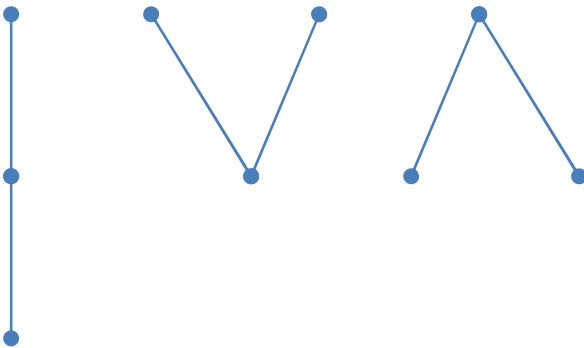
$$\mathbb{Z}R^{2,1} = \langle x, y \rangle$$

3.2. Gewebe 2. Ordnung



$$\text{ZR}^{2,2} = \langle x, \langle y, z \rangle \rangle \neq \langle \langle x, y \rangle, z \rangle$$

3.3. Gewebe 3. Ordnung



$$\text{ZR}^{2,3} = \langle x, \langle y, z \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle \langle x, y \rangle, z \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle x, \langle z, y \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle \langle x, z \rangle, y \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle y, \langle x, z \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle \langle y, x \rangle, z \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle y, \langle z, x \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle \langle y, z \rangle, x \rangle$$

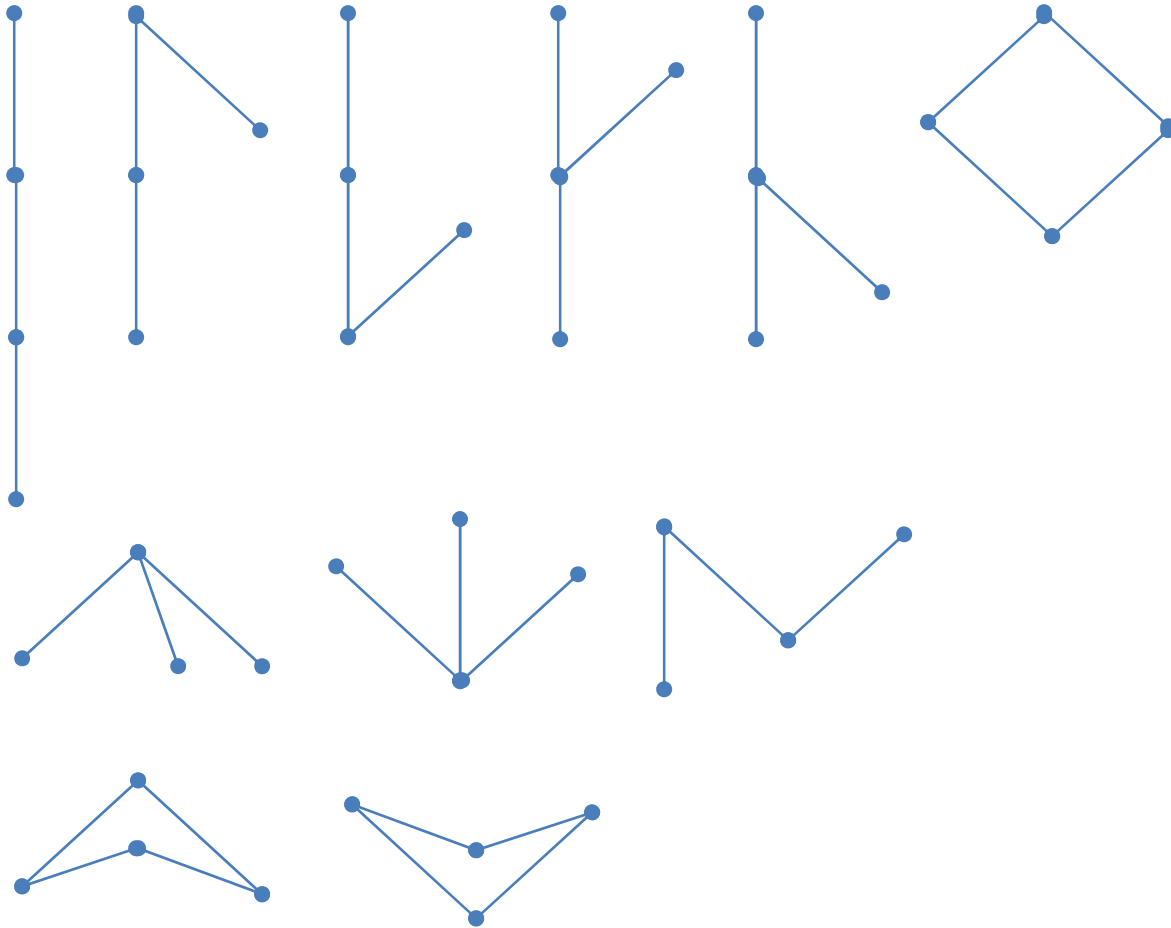
$$\text{ZR}^{2,3} = \langle z, \langle x, y \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle \langle z, x \rangle, y \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle z, \langle y, x \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,3} = \langle \langle z, y \rangle, x \rangle$$

3.4. Gewebe 4. Ordnung



$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle x, \langle y, \langle z, w \rangle \rangle \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle \langle \langle x, y \rangle, z \rangle, w \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle x, \langle y, \langle w, z \rangle \rangle \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle \langle \langle x, y \rangle, w \rangle, z \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle x, \langle w, \langle y, z \rangle \rangle \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle \langle \langle x, w \rangle, y \rangle, z \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle x, \langle w, \langle z, y \rangle \rangle \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle \langle \langle x, w \rangle, z \rangle, y \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle x, \langle z, \langle w, y \rangle \rangle \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle \langle \langle x, z \rangle, w \rangle, y \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle x, \langle z, \langle y, w \rangle \rangle \rangle$$

$$\mathbb{Z}R^{2,4} = \langle \langle \langle x, z \rangle, y \rangle, w \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle y, \langle x, \langle z, w \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle y, x \rangle, z \rangle, w \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle y, \langle x, \langle w, z \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle y, x \rangle, w \rangle, z \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle y, \langle w, \langle x, z \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle y, w \rangle, x \rangle, z \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle y, \langle w, \langle z, x \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle y, w \rangle, z \rangle, x \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle y, \langle z, \langle w, x \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle y, z \rangle, w \rangle, x \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle y, \langle z, \langle x, w \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle y, z \rangle, x \rangle, w \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle z, \langle y, \langle x, w \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle z, y \rangle, x \rangle, w \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle z, \langle y, \langle w, x \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle z, y \rangle, w \rangle, x \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle z, \langle w, \langle y, x \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle z, w \rangle, y \rangle, x \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle t, \langle w, \langle x, y \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle z, w \rangle, x \rangle, y \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle z, \langle x, \langle w, y \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle z, x \rangle, w \rangle, y \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle z, \langle x, \langle y, w \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle z, x \rangle, y \rangle, w \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle w, \langle y, \langle z, x \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle w, y \rangle, z \rangle, x \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle w, \langle y, \langle x, z \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle w, y \rangle, x \rangle, z \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle w, \langle x, \langle y, z \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle w, x \rangle, y \rangle, z \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle w, \langle x, \langle z, y \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle w, x \rangle, z \rangle, y \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle w, \langle z, \langle x, y \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle w, z \rangle, x \rangle, y \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle w, \langle z, \langle y, x \rangle \rangle \rangle$$

$$\text{ZR}^{2,4} = \langle \langle \langle w, z \rangle, y \rangle, x \rangle$$

Literatur

Klein-Barmen, Fritz, Theorie der Gewebe. In: Math. Zeitschrift 45/1, 1939, S. 107-126

Toth, Alfred, Grundlegung einer logischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

22.5.2012