Prof. Dr. Alfred Toth

Inklusion und Partition

1. Bekanntlich ist eine Relation erst dann eine Zeichenrelationen, wenn sie aus inklusiven Partialrelationen besteht. So ist (1) keine Zeichenrelation, während (2) die Definition der Peirceschen Zeichenrelation ist:

(1) $R^3 = ({}^1M, {}^1O, {}^1I)$

(2) $ZR^3 = ({}^1M, {}^2O, {}^3I)$.

Falls x^m eine Partialrelation von R^n ist, dann gilt natürlich $n \geq m$, d.h. M, O, I können theoretisch die folgenden 24 Relationszahlen annehmen:

111; 112, 121, 211; 122, 212, 221;

113, 131, 311; 133, 313, 331;

222; 223, 232, 322; 333;

123, 132, 231, 21, 321, 312.

Dagegen wäre eine Relation mit einem $m > n$ überbalanciert. Genau solche Relationen sind aber die Folge, wenn Partialrelationen mit Hilfe von kartesischen Produkten gebildet werden, vgl.

$1^1. \times .3^3 = 1^1.3^4$ vs. $3^3. \times .1^1 = 3^3.1^1$.

So regiert als im ersten Fall eine 1-stellige Relation eine 3-stellige (pathologisch), im zweiten, „dualen“, Fall aber eine 3-stellige eine 1-stellige (unterbalanciert, aber korrekt). Balanciert sind somit innerhalb der semiotischen Matrix allein die genuinen Subzeichen auf der Hauptdiagonalen.

2. Man müsste somit, ausgehend von den Verhältnissen bei den Subzeichen, annehmen, dass die drei effektiv aufscheindenden relationalen Verhältnisse – Unterbalanciertheit, Balanciertheit und Überbalanciertheit von Partialrelationen –

auch auf der Ebene der Zeichenklassen aufscheinen. Doch merwürdigerweise hat hier bereits Peirce eine künstliche Ordnung in die Semiotik hineingetragen, die man folgendermassen formulieren kann:

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$.

Die Ordnung besagt also, dass unterbalancierte trichotomische Werte eines Subeichens der Folge (n+1) relativ zu einem Subzeichen der Folge (n) zugelassen sind. Dies ist nun aber aus zwei Gründen ein Unsinn: Erstens einfach deswegen, weil hier die Zeichenklassen über den Subzeichen definiert werden, für die ja alle drei Typen von Balanciertheit definiert sind. Und zweitens deswegen, weil die genuine Relation $a > b > c$ effektiv aufscheint, und zwar in der bereits erwähnten Hauptdiagonalen (3.3 2.2 1.1). Es ist also semiotisch widersprüchlich, unterbalancierte trichotomische Partialrelationen auszuschliessen. (Damit erhöht sich die Anzahl der Zeichenklassen aus die maximale Menge 3 x 3 x 3 = 27.)

3. Die Peircesche Definition der Zeichenrelation als einer triadischen Inklusionsrelation über einer monadischen, dyadischen und triadischen Relation (2) setzt voraus, dass die Relationen mengentheoretisch wie folgt interpretierbar sind:

$ZR = (M \subset (O \subset I))$,

denn erst so wird der Interpretant zum Zeichen selbst (vgl. Buczynska-Garewicz 1976). Der Interpretant als Zeichen enthält also das bezeichnete Objekt und das Mittel, und das bezeichnete Objekt enthält das Mittel. Damit entsteht also ein treppenartiges Modell des Zeichens, das die Bildung unter- und überbalancierter Subzeichens motiviert.

Demgegenüber ist es schwer vorstellbar, dass inklusive Verhältnisse bei Objekten gelten sollten. Ein Zeichenträger $\mathcal{M}$ gehört zwar der realen Welt der Objekte an, an er muss deswegen ja nicht ein Teil des Objektes sein, das er trägt (Ω). Ganz bestimmt ist auch der Interpret oder Zeichsetzer $\mathcal{J}$ weder eine Obermenge des Zeichenträgers noch des Subjektes, sondern alle drei objektalen Kategorien, $\mathcal{M}$,

Ω, $\mathcal{J}$ sind ontologisch different, d.h. sie gehören verschiedenen Ontologien an. Wenn nun ein Objekt immer Menge einer Familie von Objekten ist (das gilt auch für „unitäre" Objekte wie Einhörner, die Sonne, die Venus usw.), d.h. wenn gilt

$\Omega_l \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}$,

so gehören die Objektfamilien selbst u.U. verschiedenen Ontologien an:

$\{\Omega_j\} \in [\Omega_k]$.

Demnach können wir die Bedingung der Non-Inklusion für objektale anstatt für semiotische Kategorien wie folgt formulieren:

$\mathcal{M} \in [\Omega_k]$, $\Omega \in [\Omega_l]$, $\mathcal{J} \in [\Omega_m]$ und $k \neq l \neq m$.

Ein Objekt per se ist also ein simples Gebilde, das wir z.B. mit Ω bezeichnen können. Die Feststellung, dass Objekte Gruppen bilden (z.B. Tassen, Gläser, Bowlen, Eimer, Kübel, Bierkrüge, ...) setzt bereits voraus, dass sie Objektklassen zugeordnet wurden. Dafür schreiben wir also $\Omega_l \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}$. Wer nun einmal Lewis Carroll gelesen hat, der weiss, dass sich Objekt widerspenstig verhalten können, dann vor allem, wenn sie nicht derselben Ontologie wie wir angehören. Dafür schreiben wir $\{\Omega_j\} \in [\Omega_k]$. Ein Tisch in unserer Ontologie muss also kein Tisch in einer anderen Ontologie sein. Die Mehr-Ontologien-Relation benötigen wir allerdings auch dann, wenn wir Objekte Objektklassen zuordnen, denn die totale Inklusion der Zeichenrelationen gilt ja nicht für Objektrelationen, so dass normalerweise $\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{J}$ jeweils einer anderen Ontologie angehören. Z.B. ist der Fetzen Papier, auf den ich etwas schreibe, kein vorgegebenes, sondern ein künstlich hergestelltes (geschöpftes) Objekt. Die Nachricht, die ich darauf schreibe, ist z.B. ein blosses Gedankenobjekt (ein Plan, eine Absicht), und ich selbst bin natürlich weder Papier noch imaginär, sondern Fleisch und Blut. Eine Objektrelation $\mathcal{M} \subset \Omega \subset \mathcal{J}$ würde bedeuten, dass sowohl der reale Zeichenträger wie das reale Objekt im Interpreten, der realen Person, eingeschlossen sind. Das ist, wie man sofort erkennt, nur bei Gedankenzeichen ohne objektalen Referenten der Fall. Dieser Grenzfall ist aber das Zeichen an sich, das aus genau diesem Grunde eigenreal ist, weshalb wir statt $\mathcal{M} \subset \Omega \subset \mathcal{I}$ einfach $M \subset O \subset I$ oder gleich (2) $ZR^3 = (^1M, ^2O, ^3I)$ schreiben können.

4. Geht man von einer triadischen Relation

R = (1, 2, 3),

so hat man im inklusiven Falle nur die Möglichkeiten genau einer Ordnung:

$R = (1 \subset 2 \subset 3)$,

d.h. die Permutationen (132, 231, 213, 321, 312) sind nicht definiert. So kann man nur dadurch weitere kategorielle Abstufungen bilden, dass man also Pathologie „gemischte" oder „halbe" Kategorien wie (1.2), (1.3), (2.3), ... einführt.

Geht man hingegen, wie im Falle von Objekten nicht anders möglich, davon aus, dass es überhaupt keine Inklusionsrelationen gibt, dann kann man Partialrelationen o.B.d.A. durch Partitionen bilden:

333 → 3321 → 33111 → 321111 → 3111111 → 21111111 → 111111111 bzw.

$3^3 \rightarrow 3^2 2^1 1^1 \rightarrow 3^2 1^3 \rightarrow 3^1 2^1 1^4 \rightarrow 3^1 1^6 \rightarrow 21^3 \rightarrow 1^7$.

Damit erübrigen sich Pathologien wie Unbalanicertheit und „fraktale" Kategorien von selbst.

Bibliographie

Buczynska-Garewicz, Hanna, Der Interpretant, die Autoreproduktion des Symbols und die pragmatische Maxime. In: **Semiosis** 2, **1976**, S. 10-17