Prof. Dr. Alfred Toth

Die semiotische Struktur von komplexen und hyperkomplexen Zahlen

1. Eine Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

kann 1 oder 10^6 Objekte repräsentieren, d.h. es spielt keine Rolle, wie viele Objekte durch das Zeichen repräsentiert sind. Nehmen wir an, das Objekt $\mho_1$ werde durch ein Zeichen ZR repräsentiert, d.h.

$\mho_1 \rightarrow ZR$,

dann ist $\mho_1$ also z.B. der bestimmte, singuläre Ball, der vor mir liegt. Nun werde ich aber bald sehen, dass es eine ungeheuer grosse Anzahl von Bällen gibt. Deshalb gilt automatisch

$\{\mho_1, \mho_2, \mho_3, ..., \mho_n\} \rightarrow ZR$,

wobei die Zahl n absolut keinen Einfluss auf ZR hat. Diese nicht so ganz triviale Trivitalität ist es nun, durch welche sich eine Zeichenrelation markant von einer Objektrelation

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$

unterscheidet, denn OR enthält das bestimmte, singuläre Objekt, das zum Zeichen erklärt werden soll und nicht eine Klasse solcher Objekte, welche eine Abstraktion darstellt, die den Zeichenbegriff voraussetzt. Eine Objektrelation ist eine singuläre Präsentation, eine Zeichenrelation ist eine mengenmässige Repräsentation. Es wäre also ein Hysteron-Proteron, würde man durch OR mehr als ein Objekt bestimmen lassen. Hier gilt also im Gegensatz zu ZR:

$\mho_1 \rightarrow \Omega_1$

$\{℧_1, ℧_2, ℧_3, ..., ℧_n\} \rightarrow \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\} \rightarrow$
$\{(\mathcal{M}_1, \Omega_1, \mathcal{I}_1), (\mathcal{M}_2, \Omega_2, \mathcal{I}_2), (\mathcal{M}_3, \Omega_3, \mathcal{I}_3), ..., (\mathcal{M}_n, \Omega_n, \mathcal{I}_n)\}$

2. Es macht daher einen Unterschied, welche Arten von Zahlen man mit Hilfe der semiotischen Objektrelation bestimmt. So kann man eine reelle Zahl einfach durch

$OR = \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$

bestimmen.

Es ist aber die Struktur einer komplexen Zahl

$z = x + iy$,

wobei $i = \sqrt{-1}$ ist.

Nach Toth (2009) ist es nun möglich die Objektrelation so parametrisieren:

$OR = \{\pm\mathcal{M}, \pm\Omega, \pm\mathcal{I}\}$,

so dass wir einer komplexe Zahl mit reellem erstem und imaginärem zweitem Bestandteil die folgende semiotische Struktur zuschreiben können:

$c = \{<\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2>, <\pm\Omega_1, \pm\Omega_2>, <\pm\mathcal{I}_1, \pm\mathcal{I}_2>\}$.

Ein Quaternion, das bekanntlich als

$x = x_0 + x_1 \cdot \mathrm{i} + x_2 \cdot \mathrm{j} + x_3 \cdot \mathrm{k}$

d.h. mit einem Real- und drei Imaginärteilen definiert ist, hat dann folgende semiotische Struktur:

$h = \{<\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, \pm\mathcal{M}_4>, <\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, \pm\Omega_4>, <\pm\mathcal{I}_1, \pm\mathcal{I}_2, \pm\mathcal{I}_3, \pm\mathcal{I}_4>\}$.

Ein Oktonion, das man bekanntlich so definieren kann:

$$x = x_0 + x_1\, i + x_2\, j + x_3\, k + x_4\, l + x_5\, il + x_6\, jl + x_7\, kl,$$

hat folglich die semiotische Struktur

$$\begin{aligned} o = \{&<\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, \pm\mathcal{M}_4, \pm\mathcal{M}_5, \pm\mathcal{M}_6, \pm\mathcal{M}_7, \pm\mathcal{M}_8>, \\ &<\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, \pm\Omega_4, \pm\Omega_5, \pm\Omega_6, \pm\Omega_7, \pm\Omega_8> \\ &<\pm\mathcal{J}_1, \pm\mathcal{J}_2, \pm\mathcal{J}_3, \pm\mathcal{J}_4, \pm\mathcal{J}_5, \pm\mathcal{J}_6, \pm\mathcal{J}_7, \pm\mathcal{J}_8>\}. \end{aligned}$$

Wenn man also sämtliche Zahlen mit Hilfe von semotischen Objektrelationen definieren will, kann man dies mittels der Mengenfamilie tun

$$OR = \{\pm\mathcal{M}_i, \pm\Omega_i, \pm\mathcal{J}_i\}$$

mit

$$\pm\mathcal{M}_i \in \{\pm\mathcal{M}_1, \pm\mathcal{M}_2, \pm\mathcal{M}_3, \ldots, \pm\mathcal{M}_n\}$$
$$\pm\Omega_i \in \{\pm\Omega_1, \pm\Omega_2, \pm\Omega_3, \ldots, \pm\Omega_n\}$$
$$\pm\mathcal{J}_i \in \{\pm\mathcal{J}_1, \pm\mathcal{J}_2, \pm\mathcal{J}_3, \ldots, \pm\mathcal{J}_n\}.$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

28.9.2009