

Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Matrixtheorie

Tucson, AZ, 2019

Vorwort

Matrixtheorie ist eine Teiltheorie der linearen Algebra. Innerhalb der qualitativen Mathematik, zu der auch die Semiotik gehört, sind viele Ergebnisse der klassischen Matrixtheorie ungültig; andererseits treten Ergebnisse auf, die in der klassischen Matrixtheorie unbekannt sind.

Das vorliegende Buch versammelt einige zentrale Aufsätze zur semiotischen Matrixtheorie, die ich zwischen 2007 und 2019 geschrieben habe.

Dieses Buch steht im Zeichen des dankbaren Gedenkens an meine geliebte Frau Rose Marie Davila (1955-2018), ohne deren Hilfe ich auch dieses Buch nicht hätte schreiben können.

Tucson, AZ, 5.9.2019

Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer neuen semiotischen Realitätentheorie

1. Nach der “klassischen” Semiotik, worunter wir die von Max Bense formalisierte Peircesche Semiotik verstehen wollen, gibt es 10 semiotische Realitäten, nämlich je eine durch Dualisation aus jeder der 10 Zeichenklassen gewonnene Realitätsthematik – ein Argument, das Bense gerne gegen die vermeintliche Monokontextualität dieser klassischen Semiotik verwendete (Bense 1980). Jede dieser 10 klassischen Realitätsthematiken präsentiert nun nach Bense eine entitatische oder strukturelle Realität, die aus der kategorialen Abfolge der Subzeichen der Realitätsthematiken abgelesen werden kann, also “die ontologisch orientierte essentielle Realitätsbedeutung” (Bense 1992, S. 67).

In Toth (2008a) hatte ich gezeigt, dass zusätzlich zu den 10 Zeichenklassen noch je 5 Transpositionen kommen – worunter sich die als “Inversionen” bezeichneten Klassen befinden, welche die semiotische Struktur der kategorientheoretischen Heteromorphismen repräsentieren (Toth 2008b). Nun kann aber jede dieser total $6 \times 10 = 60$ Zeichenklassen noch in 4 Kontexturen aufscheinen, die den 4 Quadranten einer komplexen semiotischen Ebene entsprechen (Toth 2007, S. 52 ff.). Damit ergeben sich also nicht nur 10, sondern total 240 Zeichenklassen, die ferner dualisiert werden können, also insgesamt auch 240 Realitätsthematiken und damit ebenfalls 240 strukturelle oder entitatische Realitäten, deren Haupttypen wir uns hier zuwenden wollen.

2. Geht man davon aus, dass eine Zeichenklasse die abstrakte Form (a.b c.d e.f) besitzt, so kann man das vollständige Schema der semiotischen Repräsentation (Zeichenklassen, Transpositionen und Dualisationen) wie folgt notieren:

(a.b c.d e.f) × (f.e d.c b.a)	(-a.b -c.d -e.f) × (f.-e d.-c b.-a)
(a.b e.f c.d) × (d.c f.e b.a)	(-a.b -e.f -c.d) × (d.-c f.-e b.-a)
(c.d a.b e.f) × (f.e b.a d.c)	(-c.d -a.b -e.f) × (f.-e b.-a d.-c)
(c.d e.f a.b) × (b.a f.e d.c)	(-c.d -e.f -a.b) × (b.-a f.-e d.-c)
(e.f a.b c.d) × (d.c b.a f.e)	(-e.f -a.b -c.d) × (d.-c b.-a f.-e)
(e.f c.d a.b) × (b.a d.c f.e)	(-e.f -c.d -a.b) × (b.-a d.-c f.-e)

$$\begin{array}{ll}
(a.-b \ c.-d \ e.-f) \times (-f.e \ -d.c \ -b.a) & (-a.-b \ -c.-d \ -e.-f) \times (-f.-e \ -d.-c \ -b.-a) \\
(a.-b \ e.-f \ c.-d) \times (-d.c \ -f.e \ -b.a) & (-a.-b \ -e.-f \ -c.-d) \times (-d.-c \ -f.-e \ -b.-a) \\
(c.-d \ a.-b \ e.-f) \times (-f.e \ -b.a \ -d.c) & (-c.-d \ -a.-b \ -e.-f) \times (-f.-e \ -b.-a \ -d.-c) \\
(c.-d \ e.-f \ a.-b) \times (-b.a \ -f.e \ -d.c) & (-c.-d \ -e.-f \ -a.-b) \times (-b.-a \ -f.-e \ -d.-c) \\
(e.-f \ a.-b \ c.-d) \times (-d.c \ -b.a \ -f.e) & (-e.-f \ -a.-b \ -c.-d) \times (-d.-c \ -b.-a \ -f.-e) \\
(e.-f \ c.-d \ a.-b) \times (-b.a \ -d.c \ -f.e) & (-e.-f \ -c.-d \ -a.-b) \times (-b.-a \ -d.-c \ -f.-e)
\end{array}$$

3. Um zu den möglichen Typen struktureller Realitäten zu kommen, setzen wir nun, wie seit Peirce üblich, $a = 3$, $c = 2$ und $e = 1$, wir erfüllen also sowohl die Triadizitätsbedingung der Zeichenklassen als auch die Ordnung ihrer Subzeichen nach der “pragmatischen Maxime” (Buczynska-Garewicz 1976). Als Beispiel stehe die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), d.h. wir vereinbaren $b = 1$, $d = 1$, $f = 3$:

$$\begin{array}{ll}
(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3) & (-3.1 \ -2.1 \ -1.3) \times (3.-1 \ 1.-2 \ 1.-3) \\
(3.1 \ 1.3 \ 2.1) \times (1.2 \ 3.1 \ 1.3) & (-3.1 \ -1.3 \ -2.1) \times (1.-2 \ 3.-1 \ 1.-3) \\
(2.1 \ 3.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.3 \ 1.2) & (-2.1 \ -3.1 \ -1.3) \times (3.-1 \ 1.-3 \ 1.-2) \\
(2.1 \ 1.3 \ 3.1) \times (1.3 \ 3.1 \ 1.2) & (-2.1 \ -1.3 \ -3.1) \times (1.-3 \ 3.-1 \ 1.-2) \\
(1.3 \ 3.1 \ 2.1) \times (1.2 \ 1.3 \ 3.1) & (-1.3 \ -3.1 \ -2.1) \times (1.-2 \ 1.-3 \ 3.-1) \\
(1.3 \ 2.1 \ 3.1) \times (1.3 \ 1.2 \ 3.1) & (-1.3 \ -2.1 \ -3.1) \times (1.-3 \ 1.-2 \ 3.-1) \\
\\
(3.-1 \ 2.-1 \ 1.-3) \times (-3.1 \ -1.2 \ -1.3) & (-3.-1 \ -2.-1 \ -1.-3) \times (-3.-1 \ -1.-2 \ -1.-3) \\
(3.-1 \ 1.-3 \ 2.-1) \times (-1.2 \ -3.1 \ -1.3) & (-3.-1 \ -1.-3 \ -2.-1) \times (-1.-2 \ -3.-1 \ -1.-3) \\
(2.-1 \ 3.-1 \ 1.-3) \times (-3.1 \ -1.3 \ -1.2) & (-2.-1 \ -3.-1 \ -1.-3) \times (-3.-1 \ -1.-3 \ -1.-2) \\
(2.-1 \ 1.-3 \ 3.-1) \times (-1.3 \ -3.1 \ -1.2) & (-2.-1 \ -1.-3 \ -3.-1) \times (-1.-3 \ -3.-1 \ -1.-2) \\
(1.-3 \ 3.-1 \ 2.-1) \times (-1.2 \ -1.3 \ -3.1) & (-1.-3 \ -3.-1 \ -2.-1) \times (-1.-2 \ -1.-3 \ -3.-1) \\
(1.-3 \ 2.-1 \ 3.-1) \times (-1.3 \ -1.2 \ -3.1) & (-1.-3 \ -2.-1 \ -3.-1) \times (-1.-3 \ -1.-2 \ -3.-1)
\end{array}$$

Wir bekommen damit die folgenden 24 strukturellen Realitäten der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):

(3.1 <u>1.2</u> <u>1.3</u>)	31 $\leftarrow$ 12,<	(3.-1 <u>1.-2</u> <u>1.-3</u>)	3-1 $\leftarrow$ 1-2,<
(<u>1.2</u> 3.1 <u>1.3</u>)	11,< $\rightarrow$ 31 $\leftarrow$ 11	(<u>1.-2</u> 3.-1 <u>1.-3</u>)	1-1,< $\rightarrow$ 3-1 $\leftarrow$ 1-1
(3.1 <u>1.3</u> <u>1.2</u>)	31 $\leftarrow$ 12,>	(3.-1 <u>1.-3</u> <u>1.-2</u>)	3-1 $\leftarrow$ 1-2,>
(<u>1.3</u> 3.1 <u>1.2</u>)	11,> $\rightarrow$ 31 $\leftarrow$ 11	(<u>1.-3</u> 3.-1 <u>1.-2</u>)	1-1,> $\rightarrow$ 3-1 $\leftarrow$ 1-1
(<u>1.2</u> <u>1.3</u> 3.1)	12,< $\leftarrow$ 31	(<u>1.-2</u> <u>1.-3</u> 3.-1)	1-2,< $\leftarrow$ 3-1
(<u>1.3</u> <u>1.2</u> 3.1)	12,> $\leftarrow$ 31	(<u>1.-3</u> <u>1.-2</u> 3.-1)	1-2,> $\leftarrow$ 3-1
(-3.1 <u>-1.2</u> <u>-1.3</u>)	-31 $\leftarrow$ -12,<	(-3.-1 <u>-1.-2</u> <u>-1.-3</u>)	-3-1 $\leftarrow$ -1-2,<
(<u>-1.2</u> -3.1 <u>-1.3</u>)	-11,< $\rightarrow$ -31 $\leftarrow$ -11	(<u>-1.-2</u> -3.-1 <u>-1.-3</u>)	-1-1,< $\rightarrow$ -3-1 $\leftarrow$ -1-1
(-3.1 <u>-1.3</u> <u>-1.2</u>)	-31 $\leftarrow$ -12,>	(-3.-1 <u>-1.-3</u> <u>-1.-2</u>)	-3-1 $\leftarrow$ -1-2,>
(<u>-1.3</u> -3.1 <u>-1.2</u>)	-11,> $\rightarrow$ -31 $\leftarrow$ -11	(<u>-1.-3</u> -3.-1 <u>-1.-2</u>)	-1-1,> $\rightarrow$ -3-1 $\leftarrow$ -1-1
(<u>-1.2</u> <u>-1.3</u> -3.1)	-12,< $\leftarrow$ -31	(<u>-1.-2</u> <u>-1.-3</u> -3.-1)	-1-2,< $\leftarrow$ -3-1
(<u>-1.3</u> <u>-1.2</u> -3.1)	-12,> $\leftarrow$ -31	(<u>-1.-3</u> <u>-1.-2</u> -3.-1)	-1-2,> $\leftarrow$ -3-1

Die strukturelle Realität des “Mittel-thematisierten Interpretanten” der Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3) der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) taucht also in einer polykontextualen Semiotik in 24 Formen auf, die wir in einer formalen Notation ausgedrückt haben, deren Teile folgendes besagen: Die Pfeile bezeichnen die Thematisationsrichtung. Die “Basis” gibt den triadischen Wert der Realitätsthematik (und damit dual den trichotomischen Wert der Zeichenklasse) an, der “Exponent” die Frequenz des thematisierenden oder thematisierten Subzeichens. “<” oder “>” beziehen sich auf den trichotomischen Stellenwert eines Subzeichens und dienen also der Unterscheidung der Reihenfolge thematisierender Subzeichen. Das negative Vorzeichen vor einer Basis bezeichnet eine im triadischen, das negative Vorzeichen vor

einem Exponenten eine im trichotomischen Stellenwert negative Kategorie (Toth 2007, S. 55 ff.). Die formale Notation der Thematisierungstypen von Realitätsthematiken zur Kennzeichnung struktureller Realitäten ist damit eineindeutig.

4. In einer triadischen Semiotik (für höhere Semiotiken vgl. Toth (2008, S. 214 ff.) gibt es also folgende 6 Grund-Typen struktureller Realitäten:

1. $(\pm I \leftarrow \pm M_1, \pm M_2)$
2. $(\pm I \leftarrow \pm M_2, \pm M_1)$
3. $(\pm M_1, \pm M_2 \leftarrow \pm I)$
4. $(\pm M_2, \pm M_1 \leftarrow \pm I)$
5. $(\pm M_1 \rightarrow \pm I \leftarrow \pm M_2)$
6. $(\pm M_2 \rightarrow \pm I \leftarrow \pm M_1)$

Im Gegensatz zum “Haupttyp” der klassischen Semiotik (Nr. 1), wo sowohl die Thematisierungsrichtung als auch die Reihenfolge der thematisierenden Subzeichen singular ist, können in einer polykontextualen Semiotik also sämtliche kombinatorischen Varianten auftreten, d.h. beide möglichen Ordnungen der thematisierenden Subzeichen und alle drei möglichen Ordnungen der Thematisierungsrichtung – und dies sowohl im reellen als auch im komplexen Kategorien-Primzahlen-Bereich. Von besonderem Interesse sind die “Sandwich-Thematisierungen” Nrn. 5 und 6 (vgl. Toth 2008, S. 216), die innerhalb der triadischen Semiotik nur bei den 3 möglichen Thematisierungen der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), sonst aber erst ab tetradischen Semiotiken vorkommt (Toth 2008, S. 217 ff.).

Mit anderen Worten: In einer polykontextualen Semiotik spielen die **Stellenwerte** sowohl der thematisierenden als auch des thematisierten Subzeichens eine Rolle, sie markieren also die ontologischen Positionen dessen, was semiotisch thematisierend und thematisiert repräsentiert wird. Nachdem die Inverse (e.f c.d a.b) einer Zeichenklasse (a.b c.d e.f) nach Toth (2008b) in Übereinstimmung mit der heteromorphismischen Komposition in semiotischen Diamanten zugleich für die “Umgebung” steht im Gegensatz zur morphismischen Komposition, welche für das “System” steht, ergibt sich hier also wie bereits in Toth (2008c) wieder ein Hinweis darauf, dass bereits **innerhalb** einer Zeichenrelation zwischen internem und externem Interpretanten im Sinne Benses (1971, S. 85), d.h. zwischen Beobachtetem und Beobachtendem im Sinne einer Kybernetik der 2. Ordnung unterschieden werden kann. Man bedenke auch, dass bei $(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3)$ der externe Interpretant der Realitätsthematik dem Mittel der Zeichenklasse und die beiden Mittel der Realitätsthematik dem Interpretanten und dem Objektbezug der Zeichenklasse entsprechen, so dass also wegen

(1.2) $\times$ (2.1)

(1.3) $\times$ (3.1)

(2.3) $\times$ (3.2)

durch Dualisation Mittel in Objekte und Interpretanten und Objekte im Interpretanten verwandelt werden können (Eineindeutigkeit herrscht nur bei der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) $\times$ (1.1 2.2 3.3), bei der die Abbildung von Zeichen- und Realitätsthematik bijektiv ist). Da ferner nach Toth (2008c) im Güntherschen Modell (Günther 1976, S. 336 ff.) das objektive Subjekt dem Mittelbezug, das Objekt dem Objektbezug und das subjektive Subjekt dem Interpretantenbezug entspricht, können in einer polykontexturalen Semiotik also, über die Möglichkeiten einer polykontexturalen Logik hinausgehend, alle drei logischen und semiotischen Glieder durch Dualisation ausgetauscht werden, und diese Tatsache kommt natürlich in den dualisierten Zeichenklassen, d.h. den Realitätsthematiken zum Ausdruck, welche ja die strukturelle Realitäten präsentieren. Da es nicht nur die Zeichenklasse und ihre Inverse zum semiotischen Ausdruck des kybernetischen Verhältnisses von System und Umgebung gibt, sondern 6 Transpositionen und ihre zugehörigen 6 Dualisationen, ergibt sich hiermit natürlich eine ausreichende formale Basis zur Konstruktion einer semiotischen Systemtheorie.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Gotthard Günthers Universal-Metaphysik. In: Neue Zürcher Zeitung 20./21. September 1980 (o.S.)

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Buczynska-Garewicz, Hanna, Der Interpretant, die Autoreproduktion des Symbols und die pragmatische Maxime . In: Semiosis 2, 1976, S. 10-17

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Transpositionelle Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Semiotische Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Trialität, Teridentität, Tetradizität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Zu einer semiotischen Zahlentheorie I

1. Wie die Mathematik, so kann auch die Semiotik auf der Basis von Zahlen, Mengen oder Kategorien eingeführt werden. Wir geben im folgenden die Peano-Axiome, wobei $\mathbf{N}$ für die Menge der natürlichen Zahlen, N für die Nachfolgefunktion stehe und 0 ein Element (die Null) ist (Oberschelp 1976, S. 14):

P1: $0 \in \mathbf{N}$.

P2: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \in \mathbf{N}$.

P3: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \neq 0$.

P4: $x, y \in \mathbf{N} \wedge x \neq y \Rightarrow N(x) \neq N(y)$.

P5: $0 \in A \wedge \forall x (x \in \mathbf{N} \wedge x \in A \Rightarrow N(x) \in A) \Rightarrow \forall x (x \in \mathbf{N} \Rightarrow x \in A)$.

In umgangssprachlicher Formulierung:

P1: Null ist eine natürliche Zahl.

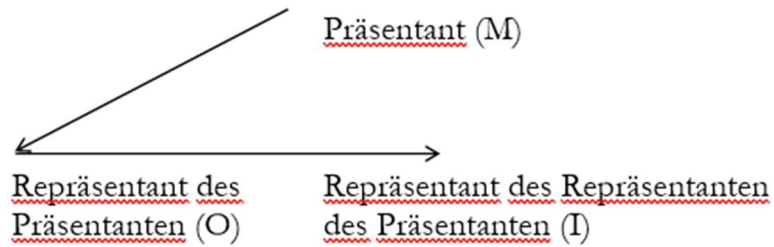
P2: Der Nachfolger jeder natürlichen Zahl ist eine natürliche Zahl.

P3: Null ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl.

P4: Zwei voneinander verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.

P5: Wenn eine Menge die Zahl Null enthält und mit jeder natürlichen Zahl auch deren Nachfolger, so enthält sie jede natürliche Zahl.

Bense hatte nun festgestellt, dass mit der Nachfolgefunktion N die semiotische Generierung korrespondiert: “Wir gehen dabei davon aus, dass die triadische Zeichenrelation $Z = R(M, O, I)$, wie wir entwickelten, als generatives Repräsentationsschema steigender Semiotizität betrachtet werden kann. In der universalkategorischen Konzeption stellt es sich mit Peirce bekanntlich als generierende Relation des Überganges von der ‘Erstheit’ zur ‘Zweitheit’ zur ‘Drittheit’ dar und damit im Sinne eines durch drei Ordinalzahlen festgelegten Repräsentationsschemas als eine generalisierte Nachfolgerrelation (bzw. Nachfolgefunktion) [...]. Als Graphenschema kann man für diesen Zeichenprozess folgendes angeben” (Bense 1975, S. 170 f.):



Damit formuliert Bense 4 semiotische Peano-Axiome (SP) unter Auslassung von P5 (denn die Peircesche Zeichenrelation hat ja nur drei Glieder) wie folgt (1975, S. 171):

SP1: Der Präsentant ist ein Repräsentant.

SP2: Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.

SP3: Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten.

SP4: Es gibt keine zwei [Re-]Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.

In seinem Kapitel “Über die Axioms of Number von Ch. S. Peirce” ist Bense später (1983, S. 192 ff.) noch einmal auf die Peano-Axiome zurückgekommen, welche Peirce bereits 1881, also fast zwanzig Jahre vor Peano, formuliert hatte, und zwar in der folgenden umgangssprachlichen Gestalt:

AN1: 1 ist eine natürliche Zahl.

AN2: Jede natürliche Zahl besitzt eine eindeutig bestimmte natürliche Zahl als “Nachfolger”.

AN3: 1 ist nicht der Nachfolger einer natürlichen Zahl.

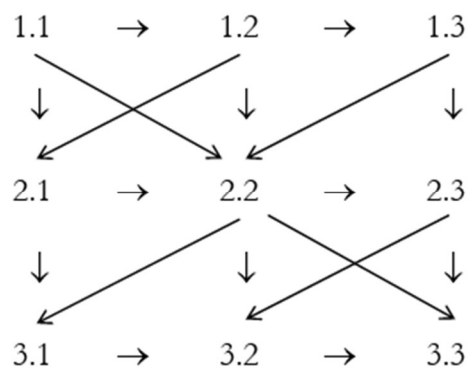
AN4: Verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.

AN5: Eine Eigenschaft, die der 1 zukommt und mit jeder natürlichen Zahl auch ihrem Nachfolger, kommt allen natürlichen Zahlen zu.

Bense vermutet, dass “es Peirce in einem System der ‘Axioms of Number’ um den indirekten (d.h. im System nicht zugestandenen) Versuch einer Anwendung der triadischen Zeichenkonzeption” ging, d.h. also, dass bereits Peirce die Einführung der natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion mit der erst später von Bense explizit eingeführten Operation der Generierung (“ $\Rightarrow$ ”) von Zeichen parallelisierte und daher selbst schon die Grundlagen für eine zahlentheoretische Semiotik gelegt hatte.

2. Die Verhältnisse zwischen Zahl und Zeichen sind jedoch viel verwickelter, denn die Primzeichen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (.1., .2., .3.) müssen ja kartesisch zu Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) multipliziert werden, damit Zeichenklassen und Realitätsthematiken gebildet werden können, die erst semiotische Analoga zu Zahlen darstellen: Bense selbst hatte zur semiotische Repräsentation der “Zahl an sich” die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) bestimmt (Bense 1992, S. 16).

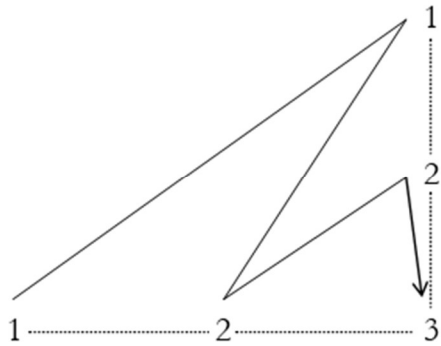
Damit erhalten wir folgende nicht-lineare Zeichen-Zahlen-Folge:



In den Spalten, welche den triadischen Semiosen entsprechen, stehen also die rein iterativen und in den Zeilen, welche den trichotomischen Semiosen entsprechen, die rein akkretiven Zeichen-Zahlen.

Jeder rein iterativen Zeichen-Zahl entsprechen also 3 iterativ-akkretive Zeichen-Zahlen, wobei die Hauptdiagonale, d.h. die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), solche Zeichen-Zahlen enthält, deren akkretive und iterative Werte identisch sind, und die Nebendiagonale, d.h. die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), solche Zeichen-Zahlen, deren Glieder zueinander gruppentheoretisch invers sind, wobei als semiotisches Einselement die Zweitheit (.2.) fungiert (vgl. Toth 2007, S. 36 ff.).

Nun stellt die Semiotik ein “Tripel-Universum” dar, bestehend aus den drei Universen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (Bense 1986, S. 17 ff.), weshalb man die drei Universen auch als semiotische Kontexturen einführen und im obigen Diagramm die horizontalen Pfeile als Repräsentanten der intra-kontexturalen und die vertikalen sowie diagonalen Pfeile als Repräsentanten der inter-kontexturalen semiotischen Übergänge (Transitionen und Transgressionen) auffassen kann. Die 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix lassen sich demnach als Ausschnitt der von Günther stammenden und von Kronthaler (1986, S. 31) reproduzierten zweidimensionalen Darstellung polykontexturaler Zahlen darstellen:

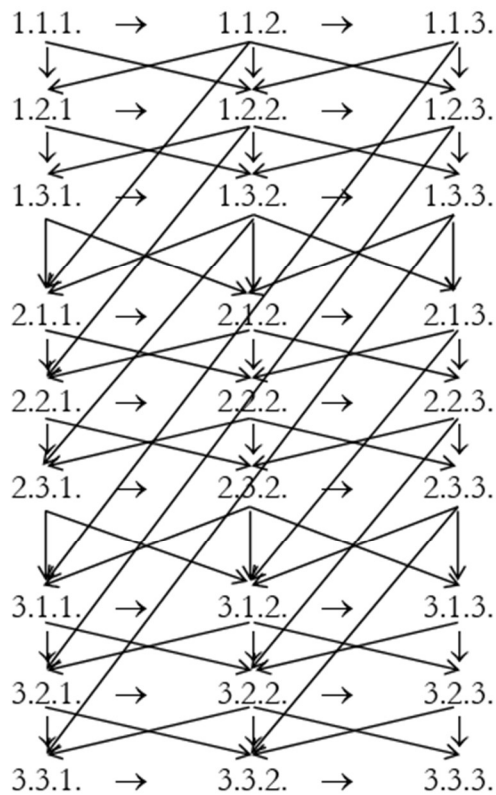


Die Zeichen-Zahlen sind demnach wie die polykontexturalen Zahlen zweidimensionale (flächige) Zahlen und erlauben wie jene Rossers “sideward move”, durch welchen der den Peano-Zahlen entsprechenden Primzahlen eine Feinstruktur verliehen wird, die mit Hilfe topologischer Faserung entsprechend den polykontxturalen Zahlen beschrieben werden kann (vgl. Kronthaler 1986, S. 77 ff.).

3. Geht man statt von der kleinen von der grossen semiotischen Matrix aus und setzt man Zeichenklassen durch jeweils 3 Subzeichen pro triadischen Bezug zusammen (vgl. Steffen 1982), so erhält man dreidimensionale (räumliche) Zeichen-Zahlen wie etwa in dem folgenden Beispiel, in dem die triadisch-trichotomischen Hauptwerte unterstrichen sind:

$$((\underline{3.2} \ 3.3 \ 3.1) (\underline{2.2} \ 2.3 \ 2.1) (\underline{1.2} \ 1.3 \ 1.1)) \times ((\underline{2.1} \ 3.1 \ 1.1) (\underline{2.2} \ 3.2 \ 1.2) (\underline{2.3} \ 3.3 \ 1.3))$$

Eine weitere interessante und weiter zu verfolgende Möglichkeit, statt mit Kombinationen von dyadischen Subzeichen mit Kombinationen von monadischen Primzeichen dreidimensionale Zeichenzahlen zu konstruieren, findet man in Stiebing (1978, S. 77). Notiert man Stiebings System gemäss den Prinzipien unseres obigen Diagramms, erhält man:



Damit stellt sich weiter auch das Problem des Verhältnisses von Zeichen-Zahlen zu Peano-Zahlen einerseits und zu Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen andererseits sowie die daraus hervorgehende Frage, in welchem Verhältnis die Subzeichen als akkretiv-iterative Zahlen, die ja nicht ohne qualitativen Verlust auf die Peano-Folge abbildbar sind, zu den Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen stehen (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

Literatur

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
 Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1983
 Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
 Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
 Oberschelp, Arnold, Aufbau des Zahlensystems. 3. Aufl. Göttingen 1976
 Steffen, Werner, Der Iterationsraum der Grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982, S. 55-70
 Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorie auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
 Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
 Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Die Primzeichen als quantitativ-qualitative Zahlenkontinua

Max Bense hatte gezeigt, “dass unter einer ‘Zahl’ eine triadische (zeichenanaloge) Relation

$$ZaR = R(Za(M), Za(O), Za(I))$$

verstanden wird bzw. dass jede ‘Zahl’ ein ‘Repertoire’ ($Za(M)$), einen ‘Objektbezug’ ($Za(O)$) und einen ‘Interpretanten’ ($Za(I)$) besitzt” (1980, S. 288).

Damit hat man nun “auf der semiotischen Repräsentationsebene des Zahlbegriffs drei zur Repräsentation gehörende Teilaspekte zu unterscheiden:

1. die Kardinalität der Zahl (Kardinalzahl), d.h. Repräsentation als ‘Mächtigkeit’
2. die Ordinalität der Zahl (Ordinalzahl), d.h. Repräsentation als ‘Nachfolge’
3. die Relationalität der Zahl (Relation als Zahl), d.h. Repräsentation als ‘Konnex’ (1980, S. 293).

Was Punkt 2, also die Ordinalzahl im Sinne der Repräsentation als Nachfolge, betrifft, hatte Bense bereits einige Jahre zuvor nachgewiesen, dass sich die Peano-Axiome in der Form von semiotischen Axiomen schreiben lassen:

1. Der Präsentant ist ein Repräsentant
2. Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.
3. Es gibt keine zwei Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.
4. Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten (Bense 1975, S. 171).

Damit erfüllt also der semiotische Zahlbegriff 3 von den 4 durch von Franz (1970, S. 75) aufgestellten Kriterien einer quantitativ-qualitativen Zahl:

1. Quantität. Diese betrifft die Zahl als Kardinalzahl.
2. Geometrisierbarkeit (Topologie). Diese betrifft die Zahl als Relationalzahl.
3. Algebraisierbarkeit (Mengenlehre). Diese betrifft die Zahl als Ordinalzahl.

Wir fragen uns nun, ob der semiotische Zahlbegriff nicht auch das letzte Kriterium erfüllt:

4. Qualitativer Rhythmus eines Einskontinuums, Sinnaspekt: “Die Eins fasst Ganzheiten zusammen, die Zwei teilt, wiederholt und erzeugt Symmetrien, die Drei

zentriert Symmetrien und startet lineare Abläufe, die Vier stabilisiert durch Rückwendung zur Eins und macht individuelle Ganzheiten durch Setzung von Scheidegrenzen sichtbar” (von Franz 1970, S. 75).

Der qualitative Aspekt ganzer Zahlen lässt sich nach von Franz durch sog. Brouwersche Kontinua darstellen, d.h. “die unendliche Folge von ineinander geschachtelten Teilintervallen von wachsender Stufe” (1970, S. 71). Man beachte, dass “das vollständige Zeichen als eine triadisch gestufte Relation von Relationen zu verstehen” ist (Bense 1979, S. 67), d.h. die Zeichenrelation ist derart gebaut, dass die monadische Relation in die dyadische und die monadische und die dyadische Relation in die triadische Relation geschachtelt sind (Bense 1979, S. 53).

Man beachte ferner, dass ein wesentlicher Unterschied zwischen Primzahlen und Primzeichen (abgesehen davon, dass 1 als Primzeichen, nicht aber als Primzahl fungieren kann) darin besteht, dass auf der Ebene der Primzahlen

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 1 + 1 = 3,$$

auf der Ebene der Primzeichen jedoch

$$1 + 1 = 1$$

$$1 + 2 = 2$$

$$1 + 1 + 1 = 1$$

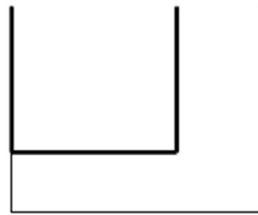
gilt (vgl. Toth 2007, S. 71 ff.), d.h. ein Primzeichen der Form $(n+1)$ ist nur dann erreichbar, wenn bereits einer der beiden Summanden die Form $(n+1)$ hat, nicht jedoch durch quantitative Summation. In diesem Umstand spiegelt sich also der Bensesche Begriff der “geschachtelten” Relation, denn die Relationen der Form n , $(n+1)$, $(n+2)$ enthalten sich stets selbst. Diese Tatsache ist nun aber qualitativ, denn qualitative Zahlen der Form $(n+1)$ lassen sich aus quantitativen Zahlen der Form (n) nur durch einen “Qualitätssprung”, nicht durch bloße Addition von Quantitäten, erreichen (Kronthaler 1986, S. 35). Im Falle der polykontexturalen Zahlen spricht man hier von Proto-, Deutero- und Tritto-Zahlen, im Falle der semiotischen Zahlen bzw. Primzeichen entsprechen sie der Erstheit, Zweitheit und Drittheit.

Da es sich bei den von Bense (1980) eingeführten Primzeichen also um quantitativ-qualitative Zeichenzahlen bzw. Zahlenzeichen handelt, schlagen wir zu ihrer

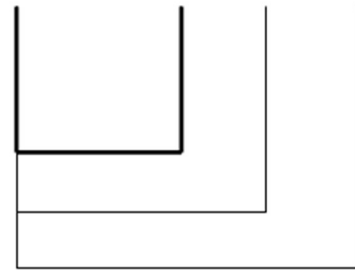
Darstellung eine an von Franz (1970, S. 71) angelehnte Notation vor. Wir bekommen dann für die neun Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix:



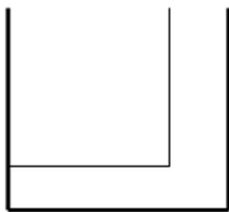
(1.1)



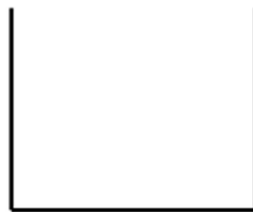
(1.2)



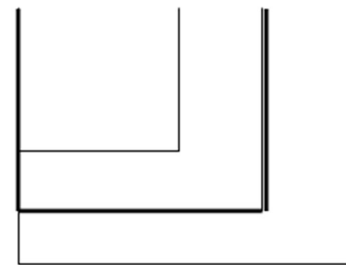
(1.3)



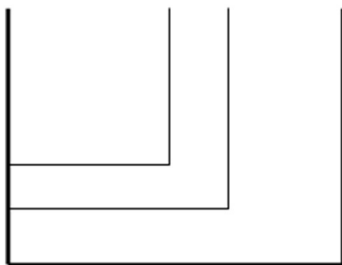
(2.1)



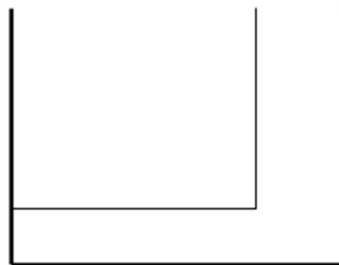
(2.2)



(2.3)



(3.1)



(3.2)



(3.3)

Wie man erkennt, sind also Primzeichen flächige Zahlen: sie wachsen in zwei Dimensionen. Dabei haben die Subzeichen (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2) die gleichen offenen Quadrate. Da die Subzeichen aber im Gegensatz zu den quantitativen Zahlen 12 und 21, 13 und 31, 23 und 32 nicht an verschiedenen Positionen eines “Zahlenstrahls” liegen, sondern wegen ihrer Dualität an der gleichen Position, ist die Vertauschung von Haupt- und Stellenwerten durch Fettzeichnung unterschieden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

von Franz, Marie-Louise, Zahl und Zeit. Stuttgart 1970

Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität

1. Bense nannte das Auffinden numerischer Gesetze im Zusammenhang mit den von ihm so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980) „semiotische Zahlentheorie“ (vgl. Bense 1977), wohl deshalb, weil man in der Semiotik nicht weiter zählt als bis 3 und von den ersten drei natürlichen Zahlen zufällig zwei Primzahlen sind. Aus Gründen, auf die ich in meinem Werk oft hingewiesen hatte, sollte man vielleicht den Ausdruck Zahlentheorie, übrigens auch in der Mathematik selbst, von der Vorstellung von Primzahlen befreien und einfach die Theorie numerischer Sätze darunter verstehen.
2. Wie wir zuletzt in Toth (2009) zeigten, handelt es sich bei der triadischen Relation über drei „triadischen Objekten“ (Bense/Walther 1973, S. 71)

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$$

um eine einfache dreistellige Relation über drei 3-stelligen Relata, d.h.

$$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J}),$$

während es sich bei der triadischen Zeichenrelation um eine „dreifach gestufte Relation über Relationen“ handelt, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen und beide in der triadischen Relation enthalten sind (Bense 1979, S. 53, 67):

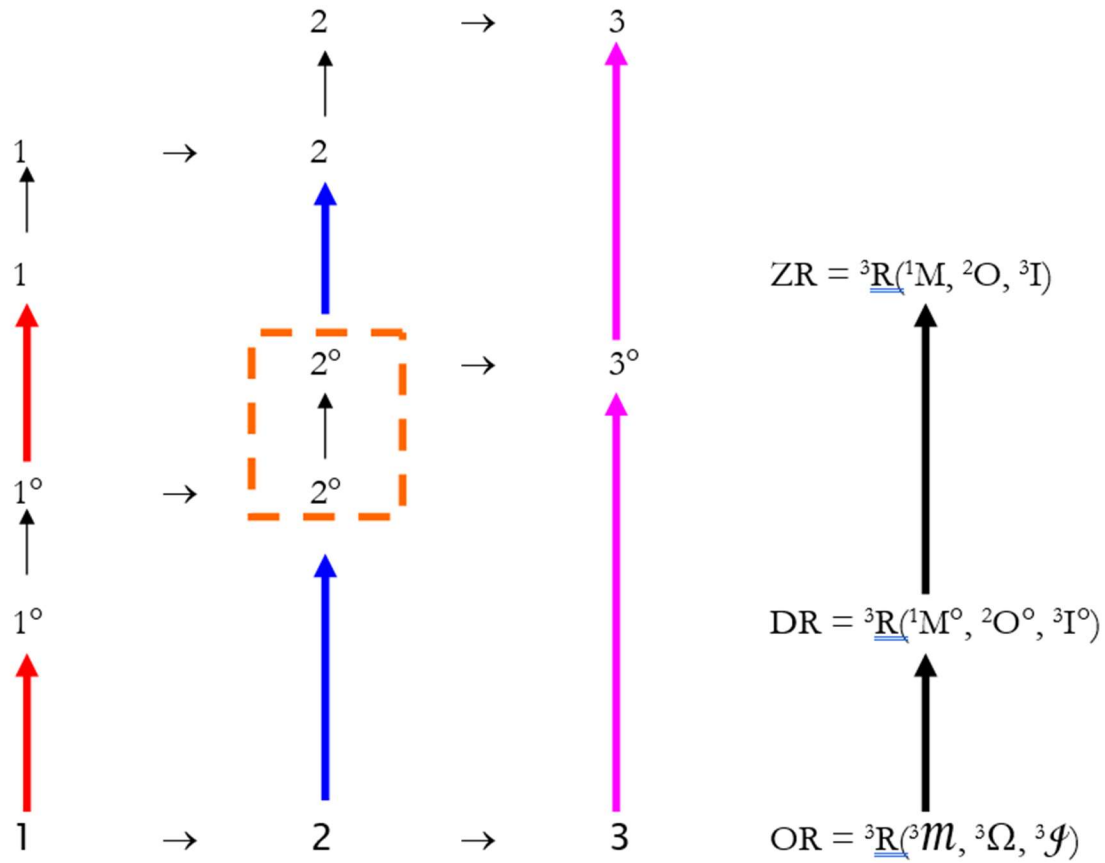
$$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I).$$

Während Bense (1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) bereits ausführlich begründet hatte, dass die Primzeichen Ordinalzahlen sind, hatte ich in Toth (2009) darzustellen versucht, dass die Relationalzahlen (Bense 1975, S. 65), d.h. die Elemente von OR, Kardinalzahlen sind. Da eine Semiotik im einfachsten Fall als

$$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle$$

definiert ist, fängt also jede Semiose im Objektbereich der Kardinalität an und endet im Zeichenbereich der Ordinalität, vermittelt durch einen bisher nie beschriebenen Zahlenbereich im präsemiotischen Raum der „Disponibilität“ (Bense 1975, S. 65 f.).

Wir können die relationalen Verhältnisse der drei Ebenen, bzw. des ontologischen, des präsemiotischen und des semiotischen Raumes, wie folgt darstellen:



Bereits in Toth (2009) war argumentiert worden, dass die Disponibilitätsrelation mit der qualitativ-numerischen Ebene der Tritozahlen korrespondiert.. Man vergleiche allerdings die Trito-Zahlen der Kontextur T3 mit ihren Dezimaläquivalenten (aus Toth 2003, S. 18):

Kenogramme	Trito-Zahlen	Binär-Äquivalente	Dezimal-Äquivalente
○	0	 Ø 0	 Ø 0
○ ○	0 0	 Ø 0	 Ø 0
○ Δ	0 1	 Ø 1	 Ø 1
○ ○ ○	0 0 0	 Ø 0	 Ø 0
○ ○ Δ	0 0 1	 Ø 1	 Ø 1
○ Δ ○	0 1 0	 Ø 11	 Ø 3
○ Δ Δ	0 1 1	 Ø 100	 Ø 4
○ Δ ■	0 1 2	 Ø 101	 Ø 5

○Δ

Man erkennt also leicht, dass auf der Trito-Ebene von der Primzeichen resp. ihren disponiblen Äquivalenten (1.°, 2.°, 3.°) die Zweitheit nicht repräsentiert ist. Geht man in höhere Kontexturen hinauf, werden zwar jeweils weitere, in den niedrigeren Kontexturen fehlenden Dezimaläquivalente repräsentiert:

T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₁₀
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10 (Toth 2003, S. 52)

allein, die Dezimalzahl 2 ist in keiner Kontextur darstellbar. Auf der semiotischen Vermittlungsebene der disponiblen Kategorien gilt daher:

$$1^{\circ} \equiv 001$$

$$2^{\circ} \equiv \emptyset$$

$$3^{\circ} \equiv 010$$

Ein weiterer Hinweis zusätzlich zu den Angaben in Toth (2009) dafür, dass DR dem Trito-System entspricht, ist das ganz dem Peirceschen Stufenbau von ZR entsprechende „Verhaktsein“ der Repräsentation der Dezimaläquivalente, vgl.

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

Die fehlende Repräsentation der Zweitheit bedeutet jedoch, dass zwischen 001 und 010 noch ein Zahlenschritt vorhanden sein muss, der auch nicht durch das bisher tiefste und abstrakteste Zahlensystem, dasjenige der Trito-Zahlen, erfassbar ist. Es geht also darum, Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität aus ihrer Ambiguität zu befreien.

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	$DR = (M^\circ, O^\circ, I^\circ)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	$ZR = (M, O, I)$	Ordinalität

Der Weg hinauf und hinunter ist nicht derselbe: In semiosischer Richtung haben wir Ordi-Kardi, in retrosemiosischer Richtung Kardi-Ordi. Der Weg von $ZR \rightarrow DR$ entspricht dem Aufbrechen der Zeichenrelation für Ambivalenzen der Disponibilität. Umgekehrt bedeutet der Weg von $DR \rightarrow ZR$ das Ausselektieren der Disponibilitäten zur Einordnung in eine Zeichenrelation. Wir haben damit

1. $001 \rightarrow *011 \rightarrow 010$

2. $001 \rightarrow *000 \rightarrow 010$.

Der erste Weg führt über den Umweg durch die ZR zur DR, der zweite über den Umgehung der OR zur DR:

1. $DR \rightarrow ZR \rightarrow DR$

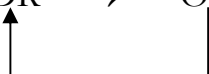
2. $DR \rightarrow OR \rightarrow DR$

bzw.

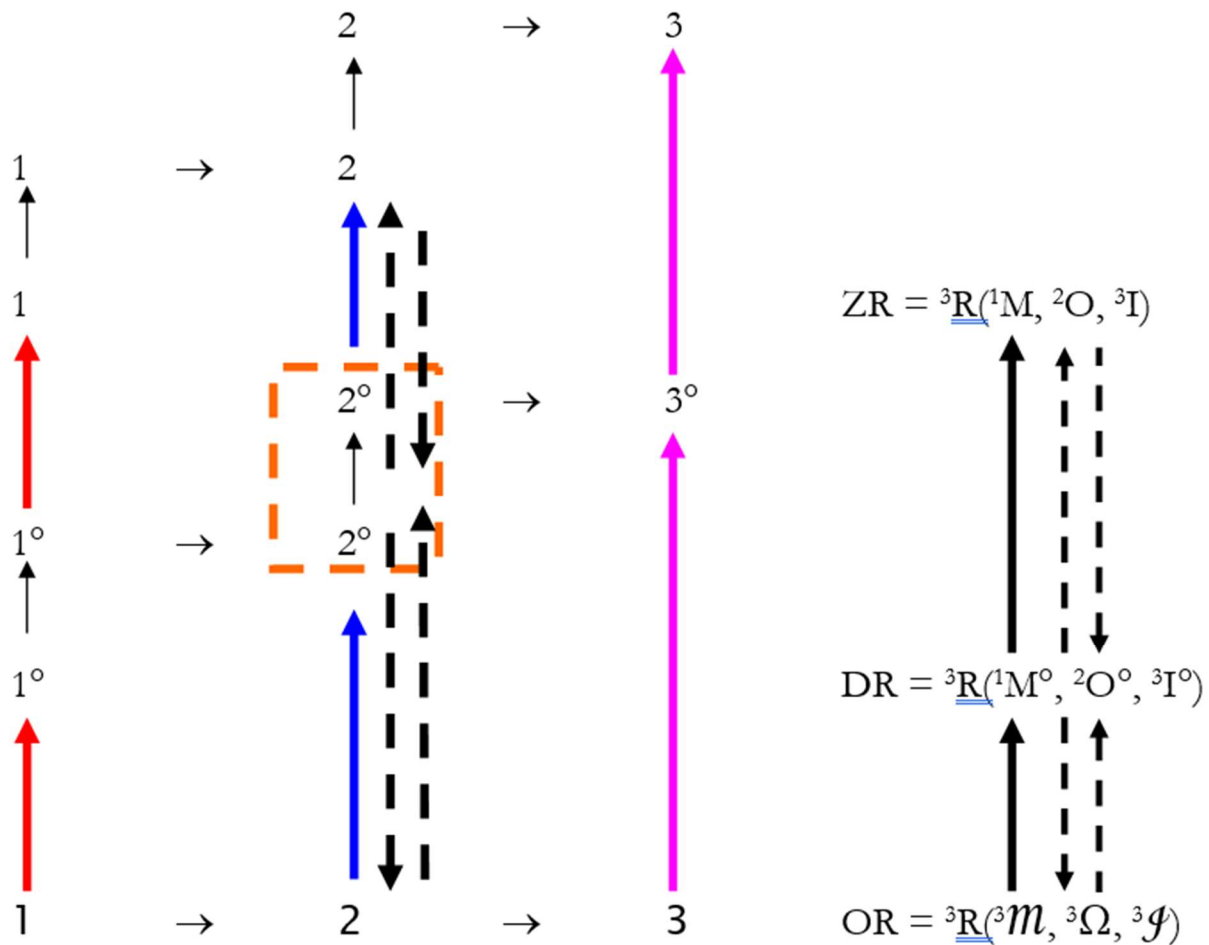
$DR \rightarrow ZR$



$DR \rightarrow OR$



bzw. vollständig



Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28
- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294
- Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
- Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
- Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
- Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Limeszahlen

1. Eine Menge m aller (kleineren) Ordinalzahlen hat entweder ein grösstes Element k , dann gilt zwangsläufig $n = k+$, und n heisst Nachfolgerzahl. Oder m hat kein grösstes Element, in diesem Fall gilt $n = \cup m$ (Erné 1982, S. 274). Die letztere Zahl wird Limeszahl genannt.

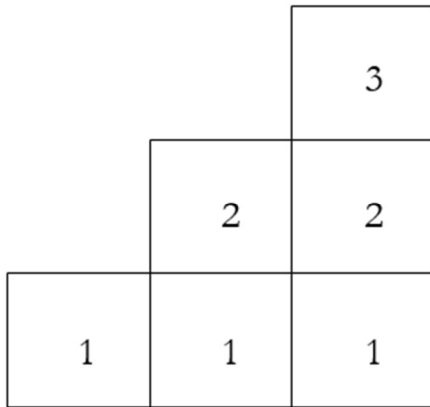
Bei Peirce ist es nun so, dass er, ohne allerdings eine entsprechende Grenzzahl einzuführen, ganz offenbar die Drittheit seiner Zeichenrelation als „Grenzrelation“ im Sinne hatte: „Und die Analyse wird zeigen, dass jede Relation, die tetradisch, pentadisch oder von irgendeiner höheren Anzahl von Korrelaten ist, nichts anderes als eine Zusammensetzung von triadischen Relationen ist. Es ist daher nicht überraschend, wenn man findet, dass ausser den drei Elementen der Ersttheit, Zweitheit und Drittheit nichts anderes im Phänomen zu finden ist' (1.347)“ (Walther 1989, S. 298). Wie bereits in Toth (2007, S. 178 ff.) angedeutet, werde ich diesem Aufsatz zeigen, dass die Behauptung von Peirce – und auch diejenige in seinem Anschluss von Marty (1980) falsch ist.

In diesem Zusammenhang möchte ich, nicht nur der Vollständigkeit halber, auch noch auf eine in der Semiotik konsequent übersehene Feststellung Gotthard Günthers in Bezug auf Peirce Triadismus aufmerksam machen: „Höchst wesentlich aber war für Peirce seine Weigerung, über die Triadenlogik hinauszugehen. Zwar hatte er mit dem Vf. [G.G.] das gemeinsam, dass beide von der Voraussetzung ausgehen, dass die zweiwertige Logik der Dualitäten nicht ausreichend sei, unsere rationalen Bedürfnisse zu befrieden, aber Peirce schneidet sich weitere Erwägungen dann selbst mit der bündigen Feststellung ab: ‚Triadic logic is universally true‘ (...). Die klassische Logik lässt nach Peirce noch ein Unsicherheitsmoment zu, welches dann im Triadischen beseitigt wird. Die Analogie zur göttlichen Trinität und der Allweisheit eines absoluten Bewusstseins ist unverkennbar“ (Günther 1978, S. vii f.).

2. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Peircesche Zeichen definiert als eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

$$Z = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R) = R(M, O, I) = ((M), ((M \rightarrow O), O \rightarrow I)).$$

Man kann diesen Sachverhalt sehr gut in einem Treppenmodell darstellen:



Jede Kategorie funktioniert zwar insofern unabhängig, als keine höhere direkt über ihr liegt, andererseits ist sie aber auch mengeninklusiv in alle kleineren Kategorien eingebettet, d.h. es gilt $1 \subset 2 \subset 3$, wobei $(2 \subset 3)$ näher bei 3 liegt als (1) bzw. $(1 \subset 2)$. Schaut man nun den Bau einer Zeichenklasse an, wozu man die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen in Toth (2009a) vergleiche,

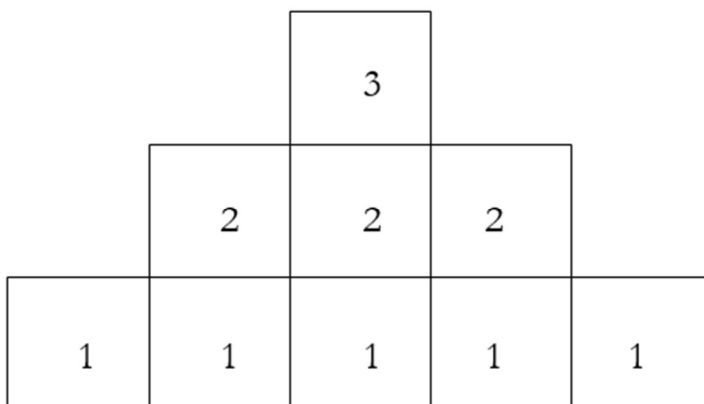
$$Zkl = \left(3. \begin{Bmatrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{Bmatrix} \quad 2. \begin{Bmatrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{Bmatrix} \quad 1. \begin{Bmatrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{Bmatrix} \right)$$

und vergleicht sie mit dem Bau ihrer zugehörigen dualen Realitätsthematik

$$Rth = \left(1. \begin{Bmatrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{Bmatrix} \quad 2. \begin{Bmatrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{Bmatrix} \quad 3. \begin{Bmatrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{Bmatrix} \right)$$

dann

erkennt man, dass die Trichotomien oder Stellenwerte der Zeichenklassen nichts anderes sind als die Triaden oder Hauptwerte der Realitätsthematiken, weshalb man zur vollständigen Behandlung nicht nur der triadischen, sondern auch der trichotomischen Peirce-Zahlen das obige Treppenmodell zur folgenden Doppeltreppe spiegeln muss:



3. Für die von Bense ausdrücklich als „ordinale“ Primzeichen – in Analogie zu Primzahlen gebildet – eingeführten Fundamentalkategorien (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) gelten nun die meisten der für gewöhnliche Ordinalzahlen gültigen Operationen nicht – und zwar im Widerspruch zum „Nachweis“ Benses, dass die Nachfolgerrelation der Primzeichen isomorph ist zur Nachfolgerrelation der natürlichen Zahlen (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff.), vgl. Toth (2009b). So haben wir z.B. bei den triadischen (links) und bei den trichotomischen (rechts) Peirce-Zeichen

$$(1.) + (1.) \neq (2.)$$

$$(1.) + (1.) \neq (2.)$$

$$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$$

$$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$$

$$(1.) + (2.) \neq (3.)$$

$$(1.) + (2.) \neq (3.)$$

$$(2.) + (1.) \neq (3.)$$

$$(2.) + (1.) \neq (3.)$$

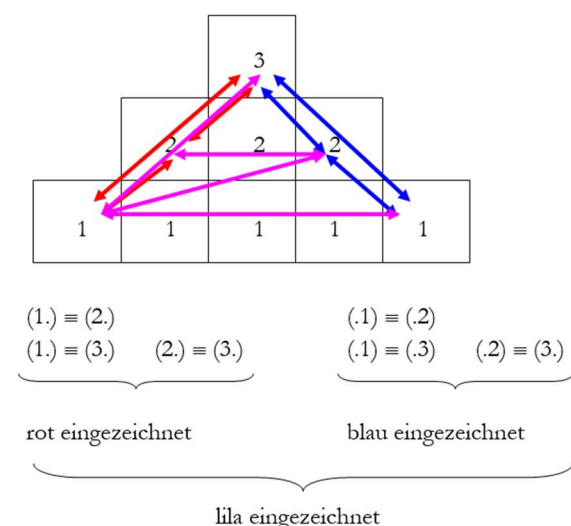
Umgekehrt kann man aber mit Hilfe der ordinalen Peirce-Zahlen Operationen durchführen, für die es in der üblichen Ordinalzahlarithmetik keine Parallelen gibt, vgl. etwa die bereits bei Walther (1979, S. 76 u. 120) gezeigten verschiedenen Typen von Superisationen, vgl. dazu ausführlich meine „Allgemeine Zeichengrammatik“ (Toth 2008). So gibt es z.B. die folgenden Basis-Superisationstypen

$$(1.) \equiv (2.)$$

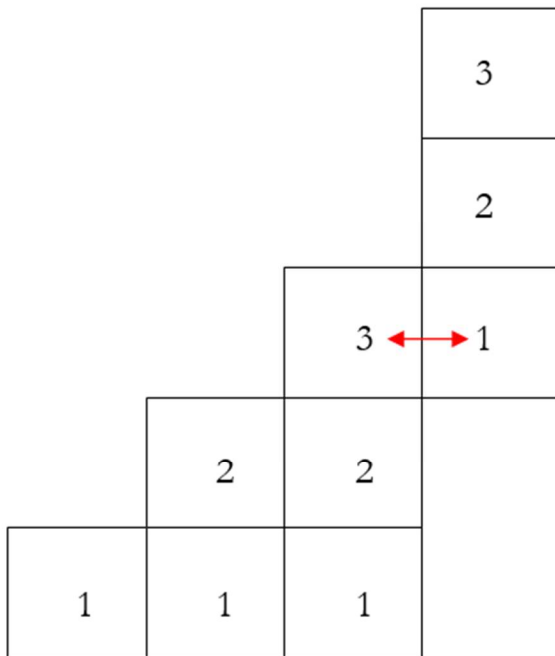
$$(.1) \equiv (.2)$$

$$(1.) \equiv (3.) \quad (2.) \equiv (3.) \quad (.1) \equiv (.3) \quad (.2) \equiv (.3.),$$

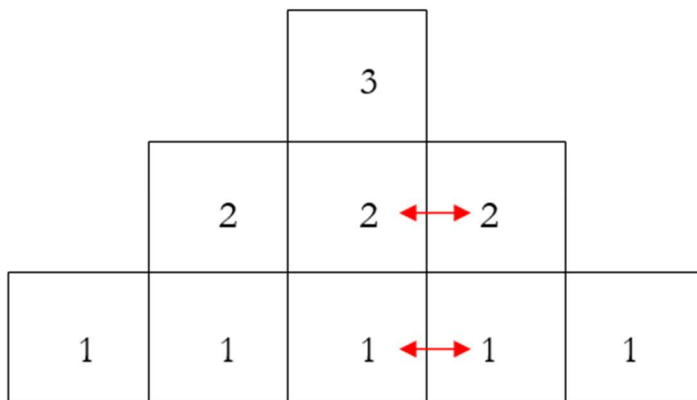
sowie Kombinationen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen. Man kann die angeführten Superisationsoperationen wie folgt mit dem Treppenmodell darstellen:



Gilt also etwa in einer Zeichenverbindung $I1 \equiv M2$, kann man dies wie folgt darstellen:



In komplexeren Fällen, wie etwa den von Bense (1975, S. 79) selbst auf andere Weise dargestellten Verknüpfungen $(O1 \equiv O2) \wedge (M1 \equiv M2)$ sieht das im ökonomischen Fall wie folgt aus:



(Wie viele Darstellungsmöglichkeiten gibt es total? Welche Rolle spielt die Zeichen-Dimension bei der Ökonomie der Darstellung?)

4.1. Nun kann man sich natürlich, rein theoretisch wenigstens, ohne Probleme ein Gebilde wie das folgende, analog zu den „gewöhnlichen“ Ordinalzahlen gebildete, vorstellen:

			4
		3	3
	2	2	2
1	1	1	1

also das Inklusionsschema einer tetradischen Zeichenrelation. Ein solches Schema wurde bisher deshalb nicht konstruiert, weil man dem Peirceschen „Beweis“ glaubte, jede n -adische Relation mit $n > 3$ können aus triadischen, dyadischen und monadischen Relationen zusammengesetzt werden. Das funktioniert zwar, wenn man von den semiotischen Funktionen dieser $n \leq 3$ -stelligen Relationen absieht, d.h. aber die Relationen als reine Mittelbezüge behandelt, allerdings wurden diese aber ja gerade wegen dieser Funktionen eingeführt, die in der Semiotik mit Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion bezeichnet werden (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.). Nur schon die in Toth (2009c) eingeführte tetradische erweiterte Peircesche Zeichenrelation

$$ZR+ = (M, O, I, \emptyset),$$

deren eingebettetes Nullzeichen zwangslos aus der Bildung der Potenzmenge über der Peirceschen Menge der Fundamentalkategorien $\{M, O, I\}$ folgt, sollte eigentlich zu denken geben, denn $\emptyset$ ist eine 0-stellige Relation und keine 4-stellige. Wie also sollte man $ZR+$ als Konkatination von Triaden, Dyaden und Monaden darstellen können?

4.2. Es gibt aber noch wesentlich wichtigere Gründe, warum eine Dekomposition n -adischer Relation mit $n > 3$ nicht möglich ist, denn wie in Toth (2007, S. 178 ff.) gezeigt worden war, weisen höhere als triadische Relationen in ihren thematisierten Realitäten Strukturen auf, welche in niedrigeren Relation entweder gar nicht oder erst marginal

auftreten. Um einen detaillierten Einblick zu ermöglichen, bringe ich hier die zusammenfassenden Klassifikation der strukturellen thematisierten Realitäten für 3-adische, 4-adische, 5-adische und 6-adische Semiotiken:

4.3. Für die **triadische Semiotik** können wir damit folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Thematisationsrichtung:

$X^m Y^n$ mit $X \in \{1, 2, 3\}$, wobei $X = Y$ erlaubt und $m, n \in \{1, 2\}$ mit $X^m \rightarrow Y^n$, falls $m > n$ bzw. $X^m \leftarrow Y^n$, falls $m < n$. (Der Fall $m = n$ tritt nicht auf.)

2. Mehrdeutige Thematisationen und Thematisationsrichtungen gibt es bei den HZkln×HRthn 1, 7 und 10. Bei 1 und 10 könnte man aus strukturellen Gründen Links- bzw. Rechtsthematisation stipulieren; dies ist jedoch bei 7 nicht möglich. Also gibt es keine einheitlichen Thematisationsrichtungen bei den homogenen Thematisationen, d.h. bei den HZkln×HRthn.

3. Triadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten:

$$\begin{array}{rcl} 5. & 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & \underline{3.1} & \underline{2.2} & 1.3 & 3^1 2^1 \rightarrow 1^1 \\ & & & & & \underline{3.1} & 2.2 & \underline{1.3} & 3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \\ & & & & & 3.1 & \underline{2.2} & \underline{1.3} & 3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \end{array}$$

4. Einzig bei der triadischen Realität tritt ein von allen übrigen strukturellen Realitäten abweichender Thematisationstyp auf, den ich "Sandwich-Thematisation" nennen möchte:

$$\underline{3.1} \quad 2.2 \quad \underline{1.3} \quad 3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$$

4.4. Für die **tetradische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^m Y^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw. $Z^{2m} \rightarrow X^m Y^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäss der grössten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisierungen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisierungen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.
3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisierungstypen möglich:

$$\begin{array}{lcl}
 15 & 3.0 & 2.1 \quad 1.2 \quad 0.3 \quad \times \quad \underline{3.0} \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1 \\
 & & \underline{3.0} \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1 \\
 & & \underline{3.0} \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1 \\
 & & 3.0 \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1 \\
 & & 3.0 \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1 \\
 & & 3.0 \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1 \\
 & & \underline{3.0} \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1 \\
 & & 3.0 \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1 \\
 & & 3.0 \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1 \\
 & & 3.0 \underline{2.1} \underline{1.2} \underline{0.3} \quad 3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1
 \end{array}$$

Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen $3m > m$. Dann würden die Typen $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. linksmehrfa.

4.5. Für die **pentadische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäss nun tetradische Thematisierungstypen auf.
2. Bei den triadischen Thematisierungen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisierungen erscheinen nun

zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.

3. Bei den tetradischen Thematisierungen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisierungen erscheinen linksmehrache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.
4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, dass die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisierung) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

4.6. Für die **hexadische Semiotik** können wir schliesslich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäss treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisierungstypen auf.
2. Bei den dyadischen Thematisierungen treten Sandwiches unklarer Thematisierungsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.
3. Bei den triadischen Thematisierungen sind die Thematisierungsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisierungsrichtung auf.
4. Für die tetradischen Thematisierungen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisierungsrichtung auf.
5. Für die pentadischen Thematisierungen gilt das zu den tetradischen Gesagte.

6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
 7. Für die zu erwartenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur dass hier noch mehr Verwirrung herrscht.
5. Man kann nun natürlich fortfahren und mühsam die Strukturen 7-, 8-, 9-, 10-, 11-, 12-, 13-, 14-, 15; ... -adischer Semiotiken ausrechnen und wird finden, dass immer neue Strukturen auftreten, die in unteren Strukturen fehlen, so dass also von einer Dekomposition von $n > 3$ -adischen Relationen in Triaden, Dyaden und Monaden keine Rede sein kann. Dabei tritt ein solcher Strukturverlust ein, dass z.B. Eigenrealität isoliert unverständlich ist, speziell als Sonderfall triadischer, tetradischer, ... Realität. Niedrigere Strukturen benötigen also Erhellung durch höhere, dessen Fragmente sie sind, ebenso wie höhere Strukturen niedrigere brauchen, aus denen sie sich, deren übergeordnete Mengen sie sind, gewissermassen verselbständigen. Trotzdem scheint, wie man gesehen hat, der semiotische Dreischritt mit einer semiotischen Limeszahl abzuschliessen, denn die Triade, Trichotomie und trichotomische Triade sind die Grundbegriffe der Semiotik. Hiervon rührt auch die Idee, höhere Relationen könnten auf Triaden abgebildet werden. In Wahrheit ist die Semiotik ein hierarchisches System von Dreischritten mit den Limeszahlen 3, 6, 9, ..., die jedesmal qualitative "Sprünge" (vgl. Kronthaler 1986, S. 93 ff.; Ern  1982, S. 263 denkt offenbar an "Würfe") INNERHALB eines semiotischen Zahlensystems haben und nicht ZWISCHEN Zahlensystemen wie das in der transfiniten Arithmetik der Fall ist. Auch in diesem Punkt zeigt also bereits die klassische Peircesche Semiotik klar polykontexturale Züge (vgl. Kronthaler 1986, S. 93).

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
- Ern , Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982
- Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9
- Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978
- Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
- Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)
- Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)
- Toth, Alfred, Das Nullzeichen. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1978
- Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Eine neue Betrachtung zu Peirce-Zahlen

1. Bekanntlich hatte Max Bense mehrfach versucht, die Isomorphie der Peano-Zahlen mit den sog. Primzeichen nachzuweisen (Bense 1975, S. 171 ff., 1983, S. 192 ff. [Peirce's eigener Versuch, die natürlichen Zahlen durch vollständige Induktion einzuführen], schliesslich Bense 1980 [Primzahlen, Primzeichen]). Ich hatte schon früh kritisiert, dass dies falsch sein muss, denn wir haben allein in der kleinen Matrix drei verschiedene Peirce-Zahlen, nämlich triadische, trichotomische und diagonale:

$$\text{tdP} = ((1., 2., 3.), <)$$

$$\text{ttP} = (.1, .2, .3), \leq$$

$$\text{dgP} = \text{tdP} \times \text{ttP} = \text{ttP} \times \text{tdP} = ((1.1, 2.2, 3.3, </>).$$

2. Nun lautet aber die Definition des Peirceschen Zeichens nach Bense (1979, S. 53):

$$\text{ZR} = (\text{M},)(\text{M} \rightarrow \text{O}), (\text{M} \rightarrow \text{O} \rightarrow \text{I}))),$$

d.h. ZR ist eine triadisch-verschachtelte Relation über einer monadischen, dyadischen und triadischen Relation und damit mengentheoretisch äquivalent mit

$$\text{ZR} = \{\text{M}, \{\text{M}, \text{O}\}, \{\text{M}, \text{O}, \text{I}\}\}$$

Nun ist aber

$$\text{ZR} = \{\text{M}, \text{O}, \text{I}\}$$

und damit gilt

$$\text{ZR} = \{\text{ZR}\} = \{\text{ZR}, \text{ZR}\}, \text{ usw.,}$$

d.h. es kann keine Isomorphie bestehen zwischen den Peano-Zahlen

$$\mathbb{P} = ((1, 2, 3, \dots), <)$$

und den Peirce-Zahlen

$$\text{ZR} = \{1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}.$$

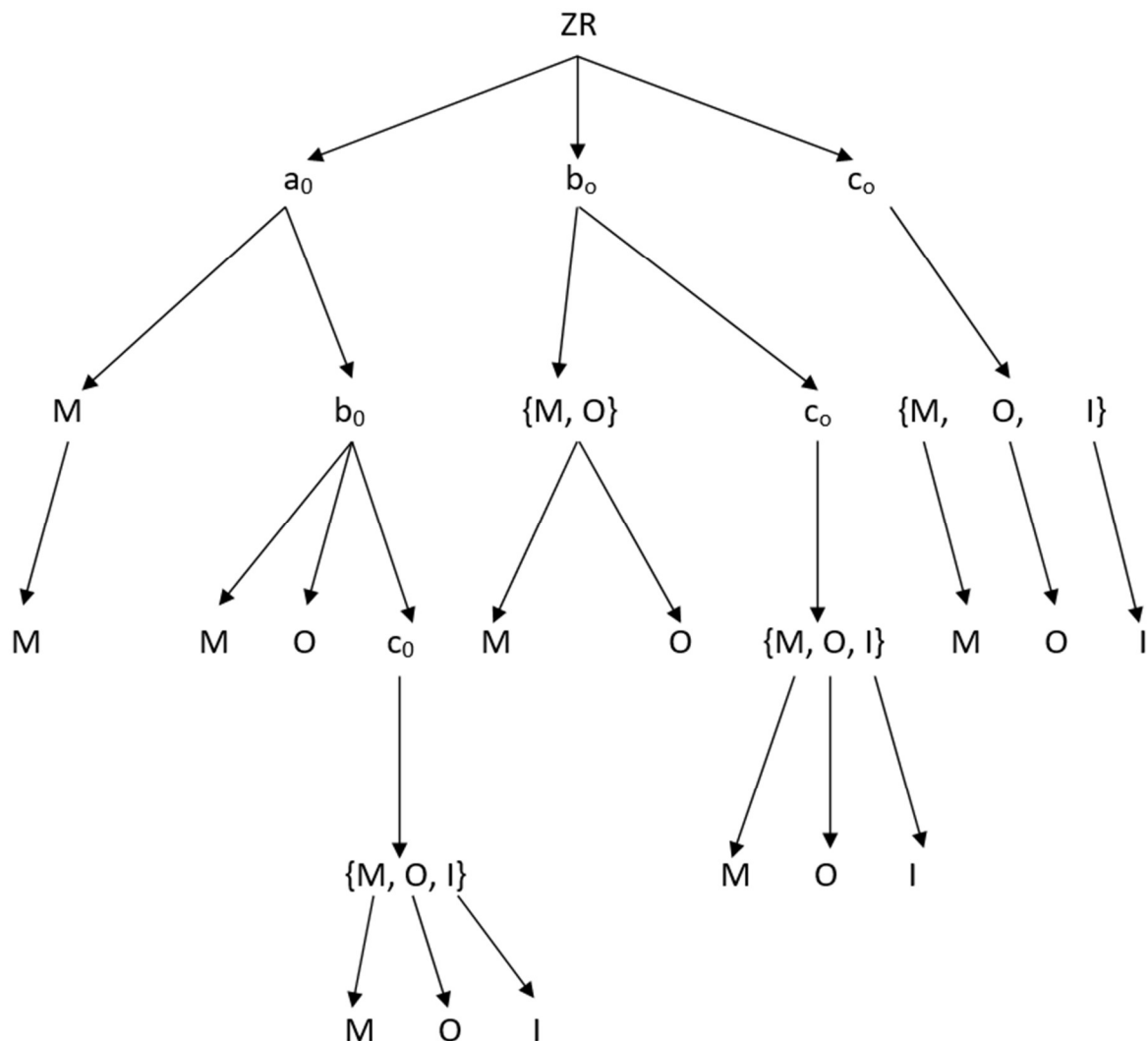
Weil ferner gilt

$$\text{M} = \{\text{M}\}, \text{O} = \{\text{O}\} \text{ sowie}$$

$$\text{M} \subset \{\text{M}, \text{O}\}, \text{O} \subset \{\text{O}, \text{I}\},$$

bekommen wir folgende Stammbaumableitung der Peirce-Zahlen:

$ZR = \{a_0, b_0, c_0\}$, $a_0 = \{M, b_0\}$, $b_0 = \{\{M, O\}, c_0\}$, $c_0 = \{M, O, I\}$:



Und die Zahlenfolge der Peirce-Zahlen lautet demgemäss:

112, 123, 12, 123, 123

Es werden also 14 Ziffern benötigt, um in einem Zahlensystem auf 3 zu zählen, in dessen mengentheoretischer Basis das Fundierungsaxiom durch das Anti-Fundierungsaxiom ersetzt ist (Toth 2010, Aczel 1988). Dabei sieht die Verteilung der Anzahl Ziffern auf die Fundmentalkategorien M, O und I wie folgt aus:

ZR^3 : $M = 6$, $O = 5$, $I = 3$.

Bei ZR^2 hatten wir gefunden (Toth 2010):

ZR^2 : $M = 3, O = 2, I = 0$.

Wie man leicht zeigen kann, gilt allgemein

ZR^n : $FK1 = n, FK2 = (n-1), FK3 = (n-2), \dots, FK_n = 1$,

wobei $FK 1 = M, FK 2 = O, FK3 = I$.

Dabei hat die Peirce-Zahlen-Folge für ZR^2 die Länge 7 ($= 3 + 4$), für ZR^3 die Länge 14 ($= 6 + 5 + 3$). Für ZR^4 würden es dann 21 sein. Allgemein gilt damit, dass eine n-adische Zeichenrelation eine Länge von $(n-1)$ mal 7 Ziffern besitzt.

Bibliographie

Aczel, Peter, Non well founded sets. Cambridge 1988

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden –Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Die Peircesche Zeichenrelation und das Anti-Fundierungsaxiom. In:
Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

„In der Semiotik muss man nur auf 3 zählen können“ (Max Bense)

1. Das Titelzitat stammt aus Benses letzter wöchentlichlicher Vorlesung im Winter-Semester 1989/90 an der Universität Stuttgart und beeindruckte die beiden damals anwesenden Mathematiker, Günther Sigle und den Verfasser dieser Zeilen, einigermaßen.

2. Tatsächlich hatte Bense (1980) die Fundamentalkategorien als „Primzeichen“-Relation

$$\text{PZR} = (1, 2, 3)$$

einführt. Allerdings steht hier die 1 für 1R , die 2 für 2R und die 3 für 3R , so dass man also genauer schreiben sollte

$$\text{PZR} = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R),$$

zu lesen also: Die Primzeichen bilden eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation. Denn tatsächlich hatte Bense ja kurz zuvor das Verhältnis von $({}^1R, {}^2R, {}^3R)$ als „verschachtelte“ Relation wie folgt definiert (Bense 1979, S. 53):

$$\text{ZR} = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))).$$

Relational geschrieben ist das also

$$\text{PZR} = R({}^1R, (({}^1R \rightarrow {}^2R), ({}^1R \rightarrow {}^2R \rightarrow {}^3R))),$$

wobei die grosse Frage auftaucht, welche Valenz das initiale R vor der Klammer hat. 6? Oder 14?

3. Direkt mit der Valenz der übergeordneten, umfassenden Relationen verschachtelter Relationen hängen nämlich verschiedene mögliche Zähl- bzw. Zahlensysteme zusammen. Wir können z.B. zeigen, dass Benses Primzeichen-Relation $\text{PZR} = (1, 2, 3)$, worin er die Relationen mit den ersten zwei Primzahlen sowie der 1 identifizierte (und später das Ordnungsprinzip analog dem Peanoschen Nachfolgeprinzip konstruieren wollte [Bense 1975, S. 171 ff., 1983, S. 192 ff.]) falsch ist, denn in der Semiotik wird einfach nicht 1, 2, 3 gezählt – obwohl es gewissermaßen richtig ist, zu sagen, in der Semiotik müsse man nur bis drei zählen können. Allerdings verlangt dieses Zählen bis zur 3 ein ganz anderes als normales Verständnis der mengentheoretischen Grundlagen der Semiotik.

Der Grund: Da

$${}^1R \subset {}^2R \subset {}^3R$$

gilt, gilt auch:

$$M \subset \{M\}, O \subset \{O\}, I \subset \{I\}$$

und damit

$$ZR \subset \{ZR\}$$

und wegen $I = ZR$

$$ZR = \{ZR\},$$

was zu Aczels Zirkelparadoxie führt (Aczel 1988, S. 6), falls wir nicht das Fundierungsaxiom ausschalten und sog. Mirimanoff-Folgen zu lassen, also das, was das berühmte Bild auf den „La vache qui rit“-Streichkäslein oder Mani Matters Lied „Bim Coiffeur“ beinhaltet. Klassisch, d.h. mit Fundierungsaxiom, gilt nämlich

$$ZR \cup \{ZR\} = \emptyset,$$

und wegen $ZR = \{ZR\}$ kämen wir dann nämlich zu

$$ZR = \emptyset,$$

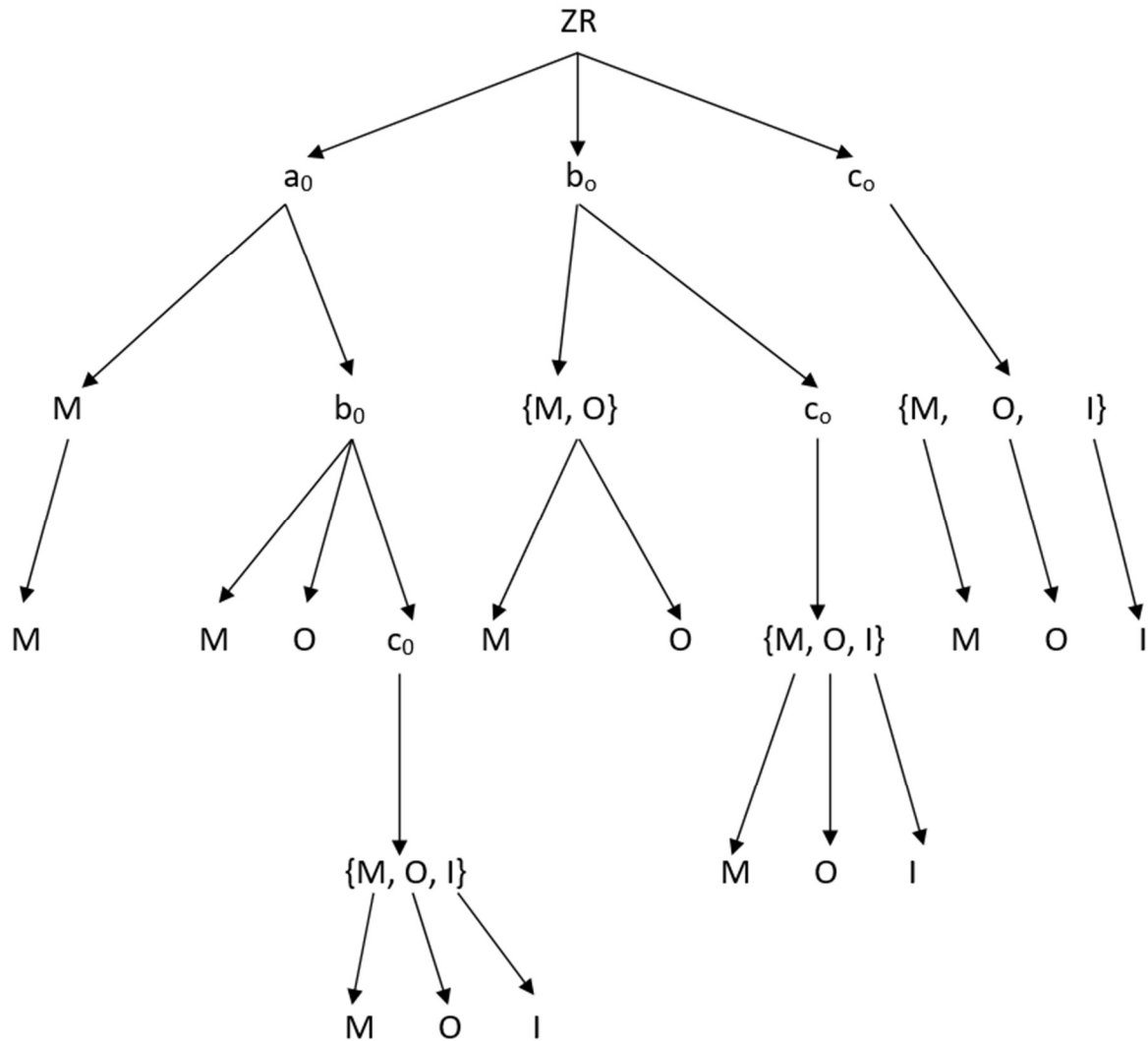
in Widerspruch zu PZR und ZR.

3. Während nämlich das Zählen bis 3 bei den Peano-Zahlen eine lineare Folge bildet:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3,$$

kann davon bei den verschachtelten Peirce-Zahlen, wie wir nun besser anstatt Primzeichen sagen, keine Rede sein:

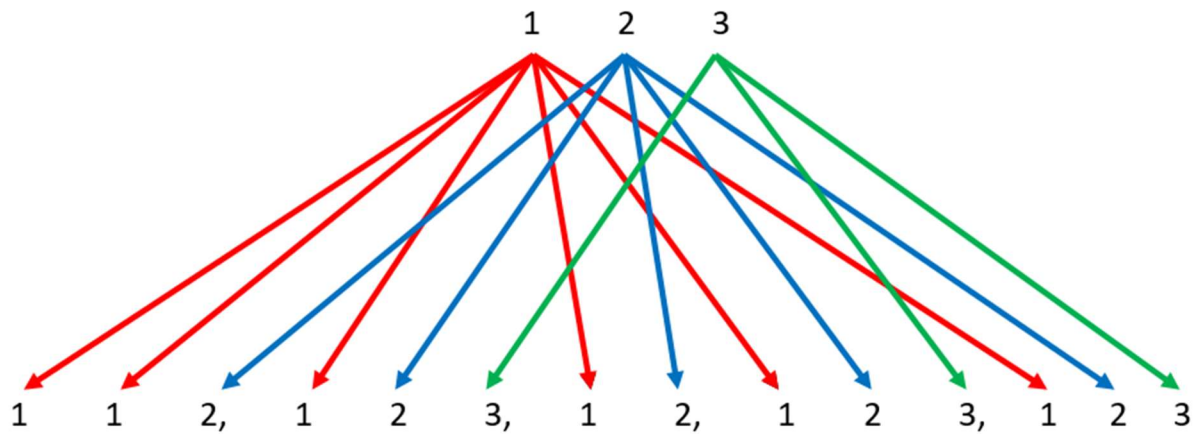
$$ZR = \{a_0, b_0, c_0\}, a_0 = \{M, b_0\}, b_0 = \{\{M, O\}, c_0\}, c_0 = \{M, O, I\}:$$



Und die Zahlenfolge der Peirce-Zahlen lautet demgemäss:

112, 123, 12, 123, 123

Es werden also 14 Ziffern benötigt, um in einem Zahlensystem auf 3 zu zählen, in dessen mengentheoretischer Basis das Fundierungsaxiom durch das Anti-Fundierungsaxiom ersetzt ist. Die komplexe Beziehung zwischen den Peano- und den Peirce-Zahlen kann man z.B. wie folgt andeuten:



Bibliographie

Aczel, Peter, Non well founded sets. Cambridge 1988

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden –Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Menningers „haftende Zählreihe“

1. „Tolle numerum omnibus rebus, et omnia pereunt“ (Isidorus von Sevilla, um 600). Hier wird also im Gegensatz zu dem häufig falsch (nämlich rein quantitativ) interpretierten, Pythagoras zugeschriebenen, Bonmot „Alles ist Zahl“ nicht die Identität aller Gegenstände mit der Zahl, auch nicht einmal ihre Reduzibilität auf den Zahlbegriff, behauptet, sondern das „Anhaften“ eines merkwürdigen Phänomens, Zahl genannt, an den Objekten. Damit hat die Zahl also weder Objekt- noch Zeichenstatus (denn im ersten Falle würde sie die Welt der Objekte verdoppeln, im zweiten Falle ebenfalls, indem sie sie durch Kopien ersetzte), und das kann es nach dem Satz vom Ausgeschlossenen Dritten ja in unserer zweiwertigen aristotelischen Logik nicht geben, d.h. die „Haftung“ bzw. „Anhaftung“ der Zahl an den Objekten bedarf genauerer Untersuchungen. Dramatischer ist es beim Hl. Isidor: dort scheinen die Zahlen geradezu die Nerven oder Blutbahnen der Objekte zu sein, denn letztere gehen zugrunde, wenn ihnen erstere entzogen werden. Was sowohl bei Isidor wie bei Menninger gemeint ist, scheint zu sein, dass die Zahlen den Objekten inhärent sind. Was also sind Zahlen?

2. Statt Kardinalzahlen wie üblich als Anzahlklassen (bzw. Äquivalenzklassen bzgl. der Gleichmächtigkeit) und Ordinalzahlen als isomorphe Anzahlklassen einzuführen, sollte man sie direkt relational definieren. Dies kann man entweder direkt oder vom Klassenkalkül her. Weil das Zeichen durch Bense (1979, S. 53, 67) mengentheoretisch definiert worden war, wählen wir den letzteren Weg:

$$[a] := x^{\wedge}, x \equiv a$$

$$[a, b] := [a] \cup [b] \wedge a \not\equiv b$$

$$[a, b, c] := [a] \cup [b] \cup [c] \wedge a \not\equiv b, b \not\equiv c, a \not\equiv c$$

Nun können wir direkt abgekürzt definieren:

$$1 := K^{\wedge}, \exists x. K = [x]$$

$$2 := K^{\wedge}, \exists xy. K = [x, y], x \not\equiv y$$

$$3 := K^{\wedge}, \exists xyz. K = [x, y, z], x \not\equiv y, y \not\equiv z, c \not\equiv z,$$

Unter zusätzlicher Definition von

$$[a] := x^{\wedge}, x \not\equiv x.$$

bekommen wir dann

$${}^0R := \emptyset$$

$${}^1R := \{\emptyset\}$$

$${}^2R := \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$${}^3R := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}.$$

Das ist nun nichts anderes als die Einführung der natürlichen Zahlen plus 0, d.h. der Peano-Zahlen, durch die Wiener-Kuratowskischen Paarmengen. Da nach Bense (1980) auf dieser Basis die Peirceschen Fundamentalkategorien definiert werden, haben wir

$${}^0R := \emptyset \equiv \Omega$$

$${}^1R := \{\emptyset\} \equiv M$$

$${}^2R := \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \equiv O$$

$${}^3R := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \equiv I$$

Eine Kardinalzahl ist also nichts anderes als die n-adizität einer n-adischen Relation, eine Ordinalzahl die n-adische Relation selbst. Ferner ist jede Ordinalzahl mit einer n-adischen Relation mod 3 identisch, da sich nach Peirce n-adische Relationen für $n > 3$ auf triadische Relationen reduzieren lassen. Z.B. ist also eine 29-adische Relation Peirce-äquivalent mit einer 3-adischen plus einer 2-adischen Relation. Da Zahlen also Relationen sind, „haften“ bzw. „inhärieren“ sie Objekten, indem sie die Ordnung zwischen ihnen festlegen. Nimmt man die Ordnung weg, so bleiben die Anzahlen übrig. Ja sich jede Relation auf eine 3-adische Relation, d.h. eine Zeichenrelation, zurückführen lässt, inhäriert der Zeichenbegriff also dem Relationsbegriff. Was Relation ist, kann damit auf Zeichen zurückgeführt werden. (Das Umgekehrte ist selbstverständlich per definitionem Artis Semioticae richtig.) Die Äquivalenz von Zeichen und Zahl wurde nicht wie hier von der Mathematik aus, sondern von der Semiotik aus bereits von Bense (1992) gefunden, indem jedes Zeichen qua Eigenrealität auch eine Zahl ist und jede Zahl qua Eigenrealität auch ein Zeichen ist. Ein Zeichen ist somit nichts anderes als eine n-adische Relation, die in ihrem Nachbereich auf $n = 3$ begrenzt ist, während dies bei einer Zahl selbstverständlich nicht der Fall ist.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzahlen. In: *Ars Semeiotica* III/3, 1980

Bense, Max, *Die Eigenrealität der Zeichen*. Baden-Baden 1992

Menninger, Karl, *Zahlwort und Ziffer*. Göttingen 1958

Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik?

O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos vivantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante. J'aspirais instinctivement, dès le berceau, à boire à votre source, plus ancienne que le soleil, et je continue encore de fouler le parvis sacré de votre temple solennel, moi, le plus fidèle de vos initiés. Il y avait du vague dans mon esprit, un je ne sais quoi épais comme de la fumée; mais, je sus franchir religieusement les degrés qui mènent à votre autel, et vous avez chassé ce voile obscur, comme le vent chasse le damier. Vous avez mis, à la place, une froideur excessive, une prudence consommée et une logique implacable. A l'aide de votre lait fortifiant, mon intelligence s'est rapidement développée, et a pris des proportions immenses, au milieu de cette clarté ravissante dont vous faites présent, avec prodigalité, à ceux qui vous aiment d'un sincère amour. Arithmétique! algèbre! géométrie! trinité grandiose! triangle lumineux! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé!

Les Chants de Maldoror II, 10

Vorbemerkung: Dieser Text ist Teil einer grossangelegten Untersuchung, mit der nicht nur gezeigt werden soll, dass die Semiotik formalisierbar ist, da sie auf einem ordinalen und d.h. mathematischen und logischen Zeichenbegriff definiert ist, sondern mit der vor allem herausgestellt werden soll, dass die Semiotik, neben Mathematik und Logik, die zentrale von drei „Zählwissenschaften“ ist, die nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2009) innerhalb der „Graphematik“ behandelt werden kann.

1. Peirce-Zahlen-Arithmetik ohne Null

Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

$$\text{ZR(td.)} = ((M) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3)),$$

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklasse

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

die Ordnung ($a \leq b \leq c$) aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen (tdP) der reflexiven und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen (ttP) gegenüber:

$$\text{tdP} = (<, \mathbb{N})$$

$$\text{ttP} = (\leq, \mathbb{N}).$$

Dennoch fallen aber beiden „Ordnungstypen“ (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über $\mathbb{N}$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3 = 2 + 1, \text{ usw.}$$

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen, usw.

Trotzdem wissen wir seit Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$$1 \sqcap 1 = 1$$

$$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$$

$$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$$

$$1 \sqcup 1 = 1$$

$$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$$

$$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$$\text{tdP} = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3) \text{ bzw. } \times(\text{TdP}) = (3 \supset 2 \supset 1)$$

$$\text{ttP} = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3) \text{ bzw. } \times(\text{TtP}) = (3 \supseteq 2 \supseteq 1)$$

Dennoch ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen“ und „selektiven“

generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n , beginnend mit $n = 1$ liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt“ werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen $\mapsto$ verwendet wird, haben wir also

$$\text{ZR} = 1. \mapsto 2. \mapsto 3., \text{ bzw.}$$

$$\text{tdP} = (\mapsto, \mathbb{N})$$

Für die Selektionsoperation verwendet Bense leider das irreleitende Zeichen $>$, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie $\leq$ bedeutet:

$$\text{ZR} = .1 > .2 > .3$$

$$\text{tdP} = (>, \mathbb{N}).$$

Die Unterscheidung zwischen „Koordination“ und „Selektion“ (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der der Triaden ist ja wie folgt

$$\text{tdP} = 1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto \dots$$

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$\text{ttP} = \left\{ \begin{array}{l} 1 > 1 / 1 > 2 / 1 > 3 \\ 2 > 2 / 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{array} \right.$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen $\P$ und $|\P$ wählen, um mit ersterer die Progression der tdP und mit letzterer diejenige der ttP zu bezeichnen:

$$\text{ZR} = 1. \P 2. \P 3., \text{ bzw.}$$

$$\text{tdP} = (\P, \mathbb{N})$$

$$\text{ZR} = 1. |\P 2. |\P 3., \text{ bzw.}$$

$$\text{ttP} = (|\P, \mathbb{N})$$

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

1, 2, 3, ...

1, 11, 111, ...

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und Selektion im Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind. D.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

$$M + M = ? \qquad 1 + 1 = ?$$

$$O + O = ? \qquad 2 + 2 = ?$$

$$I + I = ? \qquad 3 + 3 = ?$$

$$M + M + M = ? \quad 1 + 1 + 1 = ?$$

$$M + O = ? \qquad 1 + 2 = ?$$

$$O + I = ? \qquad 2 + 3 = ?$$

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$$\text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \text{ und } \text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N},$$

aus den quantitativen booleschen Operatoren

$$\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =,$$

sowie aus den qualitativen Operatoren

$$\P, |\P$$

und ist damit einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

2. Peirce-Zahlen-Arithmetik mit Null

Das Zeichen wird wie folgt definiert (vgl. z.B. Bense 1967, S. 9)

$$\mathbf{ZR} = \{\mathbf{M}, \mathbf{O}, \mathbf{I}\}.$$

Da man über jeder Menge ihre Potenzmenge bilden kann, bekommen wir

$$\wp \mathbf{ZR} = \{\{\mathbf{M}\}, \{\mathbf{O}\}, \{\mathbf{I}\}, \{\mathbf{M}, \mathbf{O}\}, \{\mathbf{O}, \mathbf{I}\}, \{\mathbf{M}, \mathbf{I}\}, \{\mathbf{M}, \mathbf{O}, \mathbf{I}\}, \emptyset\},$$

weshalb wir erneut definieren können

$$\mathbf{ZR}^+ = \{\mathbf{M}, \mathbf{O}, \mathbf{I}, \emptyset\}.$$

Da nach Bense (1979, S. 67)

$$\mathbf{ZR}(\text{td}) = (1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (1 \subset 2 \subset 3) \text{ bzw.}$$

$$\mathbf{ZR}(\text{td}, \emptyset) = (0. \rightarrow 1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (0 \subset 1 \subset 2 \subset 3)$$

und z.B. nach Walther (1979, S. 79) gilt

$$\mathbf{ZR}(\text{tt}) = (.1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.1 \subseteq .2 \subseteq .3) \text{ bzw.}$$

$$\mathbf{ZR}(\text{tt}, \emptyset) = (.0 \leq .1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.0 \subseteq .1 \subseteq .2 \subseteq .3),$$

haben wir zwei semiotische Zahlensysteme, die wir (um die Null) erweiterte Peirce-Zahlen nennen, bzw. ein semiotisches Zahlensystem mit zwei Ordnungstypen

$$\text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subset) \text{ bzw. } \text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subset) \text{ bzw.}$$

$$\text{tt}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subseteq) \text{ bzw. } \text{tt}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subseteq).$$

Nach Beckmann ap. Walther (1979, S. 135 ff.) gelten sowohl für $\text{td}\mathbb{P}$ als auch für $\text{tt}\mathbb{P}$ die verbandstheoretischen (booleschen) Operationen: $\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =$:

$$0 \sqcap 0 = 0, 1 \sqcap 1 = 1, 2 \sqcap 2 = 2, 3 \sqcap 3 = 3$$

$$0 \sqcap 2 = 0 = 2 \sqcap 0$$

$$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$$

$$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$$

$$0 \sqcup 0 = 0, 1 \sqcup 1 = 1, 2 \sqcup 2 = 2, 3 \sqcup 3 = 3$$

$$0 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 0$$

$$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$$

$$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$$

Damit kann man die beiden erweiterten Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$$\text{td}\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubset 2 \sqsubset 3) \text{ bzw. } \times(\text{Td}\mathbb{P}) = (3 \supset 2 \supset 1 \supset 0)$$

$$\text{tt}\mathbb{P} = (0 \sqsubseteq 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3) \text{ bzw. } \times(\text{Tt}\mathbb{P}) = (3 \supseteq 2 \supseteq 1 \supseteq 0)$$

Ferner gelten nach Toth (oben, Abschnitt 1) die beiden qualitativen Operatoren

$\dot{\vdash}, |\dot{\vdash}$,

nämlich

$$\text{td}\mathbb{P} = (0 \dot{\vdash} 1 \dot{\vdash} 2 \dot{\vdash} 3)$$

$$\text{tt}\mathbb{P} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \parallel 0 / 0 \dot{\vdash} 1 / 0 \dot{\vdash} 2 / 0 \dot{\vdash} 3 \\ 1 \parallel 1 / 1 \dot{\vdash} 2 / 1 \dot{\vdash} 3 \\ 2 \parallel 2 / 2 \dot{\vdash} 3 \\ 3 \parallel 3, \end{array} \right.$$

so dass wir also die Ordnungsstrukturen wie folgt vervollständigen können:

$$\text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subset, \dot{\vdash})$$

$$\text{tt}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subseteq, |\dot{\vdash})$$

Die hier kurz skizzierte quantitativ-qualitative erweiterte Peirce-Zahlen-Arithmetik kann man gut mit Hilfe des in Toth (2009) eingeführten Treppenmodells, eines flächigen Zahlenschemas, darstellen. Zur Illustration beschränken uns hier auf ZR, da ZR+ leicht selbst gezeichnet werden kann. Z.B entspricht die rot ausgezogene Zählrichtung den folgenden Additionen:

$$M + M = ? \qquad 1 + 1 = ?$$

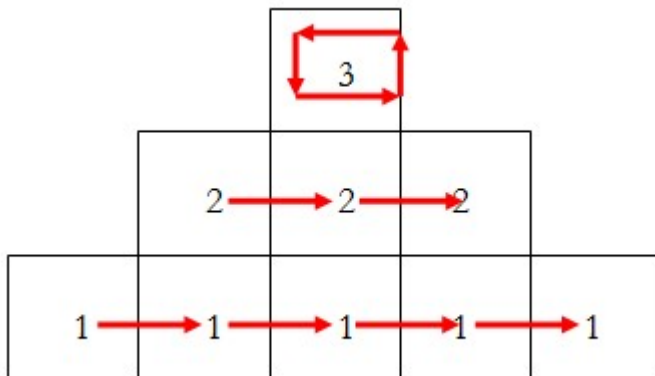
$$O + O = ? \qquad 2 + 2 = ?$$

$$I + I = ?$$

$$3 + 3 = ?$$

$$M + M + M = ?$$

$$1 + 1 + 1 = ?$$



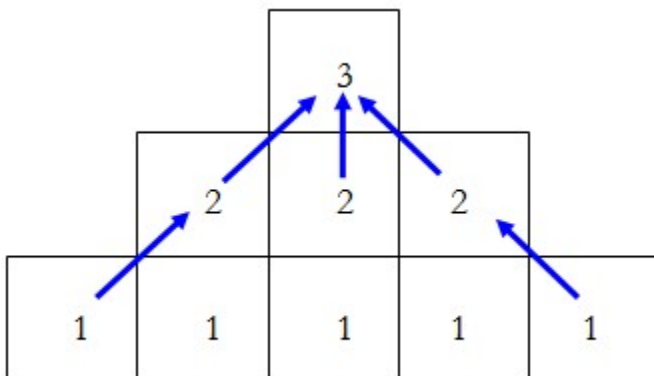
Blau ausgezogen sind im folgenden die Operationen mit Kontexturüberschreitungen, d.h. sobald die 2. Dimension des Treppenschemas benutzt werden muss:

$$M + O = ?$$

$$1 + 2 = ?$$

$$O + I = ?$$

$$2 + 3 = ?$$



3. Mediation von Peirce-Zahlen

Die Semiotik beruht auf 3 Zahlentypen, die weder rein quantitativ noch rein qualitativ sind:

1. den triadischen Peirce-Zahlen

$$\text{tdP} = \{1., 2., 3.\},$$

2. den trichotomischen Peirce-Zahlen

$$\text{ttP} = \{.1, .2, .3\},$$

3. den diagonalen Peirce-Zahlen

$$\text{dgP} = \{.1., .2., .3.\},$$

die sich durch die der Semiotik eigene (nicht-kommutative) Operation der „additiven Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) aus den übrigen beiden Zahlen bestimmen lassen:
 $dgP \square = tdP \odot ttP = \{1., 2., 3.\} \odot \{.1, .2, .3\} = \{1.1 \ 2.2 \ 3.3\}.$

Als vierter semiotischer Zahlentyp werden nun die Mediativ-Zahlen eingeführt:
 $mdP = \{ ([.]a[.] \leftrightarrow [.]b[.]) \}.$

Diese lassen sich unter Verwendung von Morphismen mit einer der Vektorschreibung angelehnten Notation auch als Paar von Morphismus und Heteromorphismus einführen:

$a \curvearrowright b$ mit $a, b \in \{ (.)1(.), (.)2(.), (.)3(.) \}.$

Wie man erkennt, ist die obige Notation jedoch nur eine von vier möglichen Kombinationen aus Morphismen/Heteromorphismen:

$a \curvearrowright b \square \square (a.b.)$

$a \curvearrowleft b \square \square (.ab.)$

$a \curvearrowright b \square \square (a..b)$

$a \curvearrowleft b \square \square \square (.a.b)$

Hierzu kann man nun 4 semiotische Matrizen aufgrund der 4 involvierten verschiedenen Peirce-Zahlen konstruieren:

1. $a \curvearrowright b \square \square (a.b.)$

	1.	2.	3.
1.	1.1.	1.2.	1.3.
2.	2.1.	2.2.	2.3.
3.	3.1.	3.2.	3.3.

2. $a \curvearrowleft b \square \square (.ab.)$

	1.	2.	3.
.1	.11.	.12.	.13.
.2	.21.	.22.	.23.
.3	.31.	.32.	.33.

3. $a \curvearrowright b \square \square (a..b)$

	.1	.2	.3
1.	1..1	1..2	1..3
2.	2..1	2..2	2..3
3.	3..1	3..2	3..3

4. $a \curvearrowleft b \square \square \square (.a.b)$

	.1	.2	.3
.1	.1.1	.1.2	.1.3
.2	.2.1	.2.2	.2.3
.3	.3.1	.3.2	.3.3

Ferner kann man über diesen Matrizen mit Hilfe der folgenden abstrakten Schemata je 10 Zeichenklassen und duale Realitätsthematiken konstruieren:

1. $Zkl = (a.b. c.d. e.f.) \times (f.e. d.c. b.a.)$
2. $Zkl = (.ab. .cd. .ef.) \times (f..e d..c b..a)$
3. $Zkl = (a..b c..d e..f) \times (f..e d..c b..a)$
4. $Zkl = (.a.b .c.d .e.f) \times (f.e. d.c. b.a.)$

Wie man sieht, gilt somit

$$Rth(Zkl\ 1) = Rth(Zkl\ 4)$$

$$Rth(Zkl\ 2) = Rth(Zkl\ 3),$$

das bedeutet aber, dass Eigenrealität bei Nr. 4 aufgehoben ist:

$$(.3.1 .2.2 .1.3) \times (3.1. 2.2 .1.3.) \text{ mit} \\ (.3.1 .2.2 .1.3) \neq (3.1. 2.2 .1.3.), \text{ vgl.}$$

$$(3.1_{\square,\square} 2.2_{\square,\square} 1.3_{\epsilon,\square}) \times_{\square} (3.1_{\square,\epsilon} 2.2_{\square,\square} 1.3_{\square,\square}) \text{ mit} \\ (3.1_{\square,\square} 2.2_{\square,\square} 1.3_{\epsilon,\square}) \neq (3.1_{\square,\epsilon} 2.2_{\square,\square} 1.3_{\square,\square}).$$

4. Kontexturale Mediationszahlen

Sowohl die kontexturierte Primzeichen-Relation

$$PZR^* = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3},$$

als auch die kontexturierte Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

$$Gen. Kat. = (1.1)_{1,3}, (2.2)_{1,2}, (3.3)_{2,3}$$

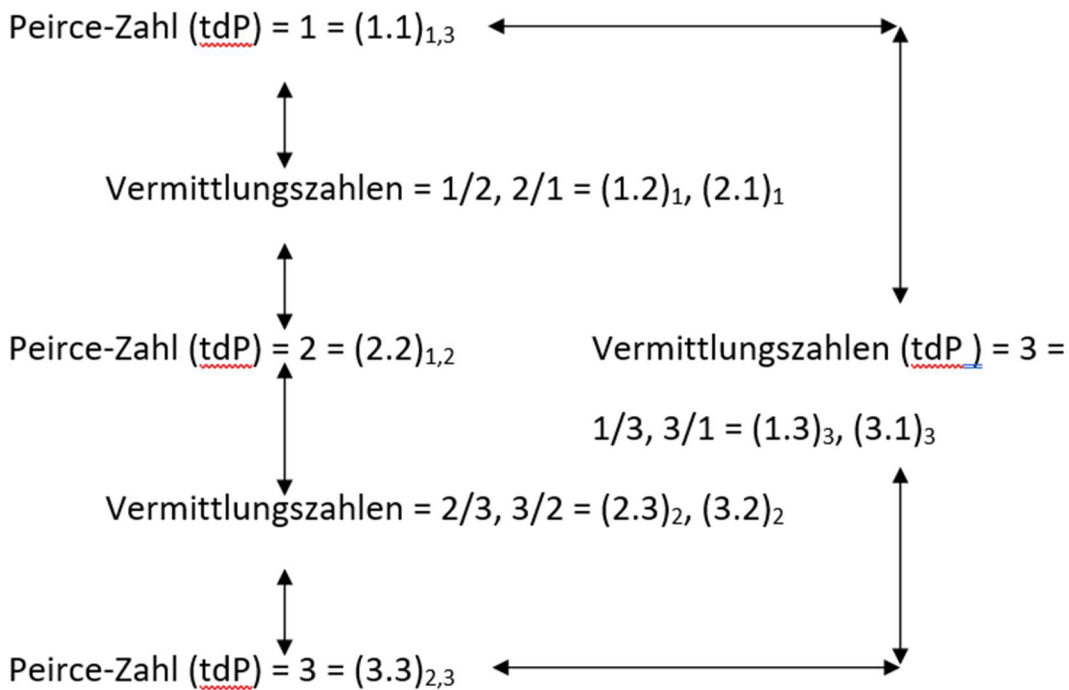
werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2008) mit den gleichen Kontexturenzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form $(x.x)$, $x \in \{1, 2, 3\}$ als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form $(x.y)$ bzw. $(x.y)^{\circ} = (y.x)$ als semiotische Vermittlungs- oder Mediationszahlen.

Auf diese Weise bekommen wir nun drei separate Vermittlungssysteme für kardinale, ordinale und relationale Peirce-Zahlen, die von Bense als

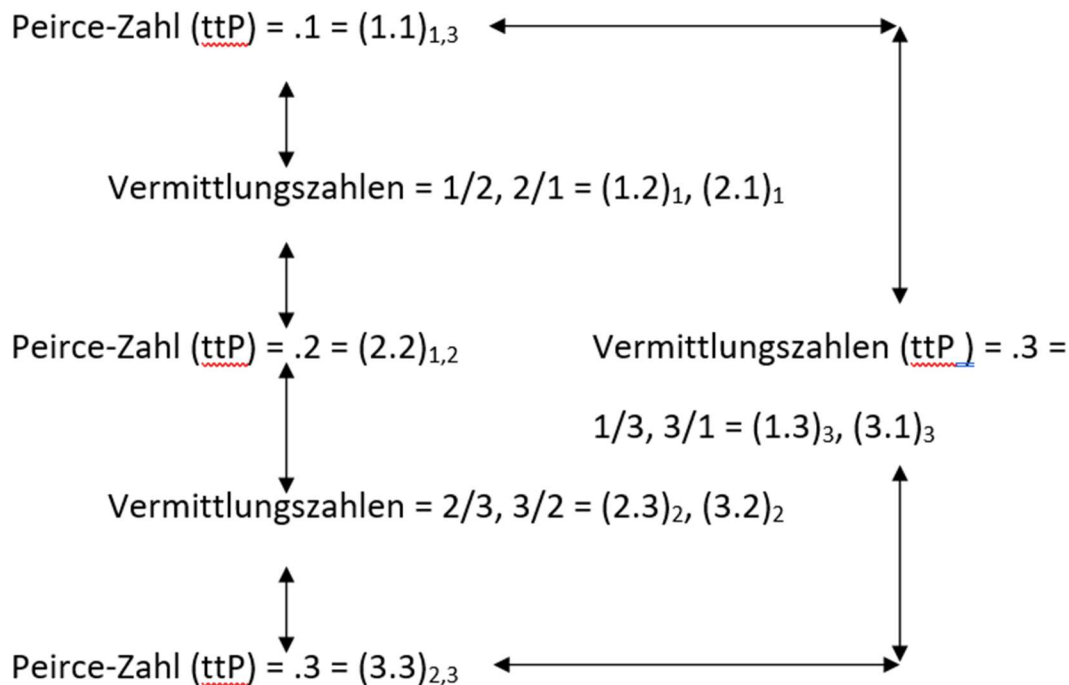
$$Za(R) = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel))$$

im Sinne der „zeichenanalogen triadischen Relation der Zahl“ (Bense 1980, S. 293) definiert worden waren:

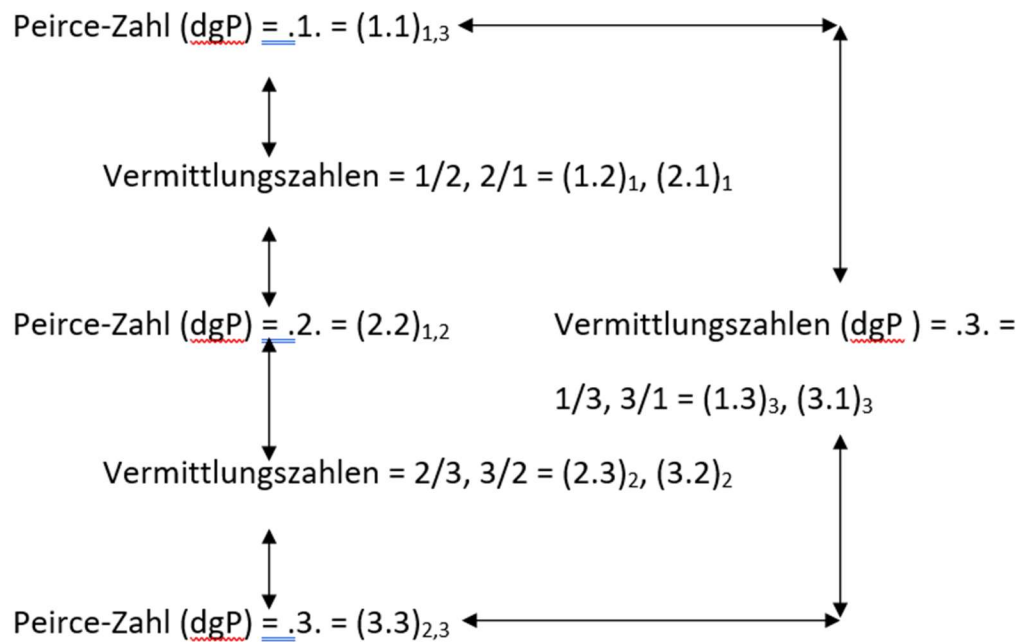
1. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der tdP:



2. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der ttP:



3. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der dgP:

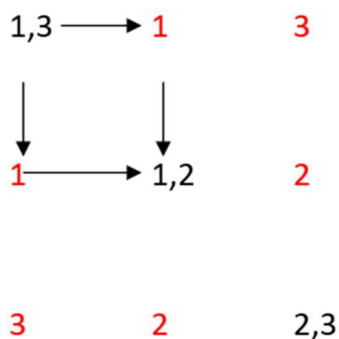


Geht man von der semiotischen 3×3 Matrix aus, so kann man die semiotischen Mediationszahlen wie folgt rot in eine „Kontexturenmatrix“ eintragen:

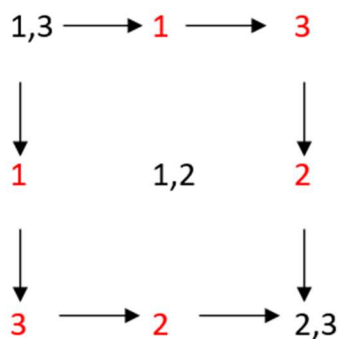
1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3

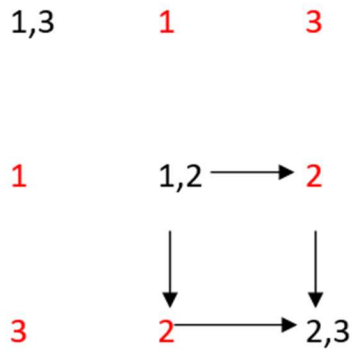
Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen $\mathbb{P}$ (tdP, ttP, dgP) keine Rolle. Wir haben damit

$$\mathbb{P}(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}(2):$$



$$\mathbb{P}(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}(3):$$





Bibliographie

- Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Köln 1981
- Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars Semeiotica* III/3, 1980, S. 287-294
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
- Kaehr, Rudolf, *The Book of Diamonds*. Glasgow 2007. Digitalisat: <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf>
- Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008)
- Kierkegaard, Søren, *Der Begriff Angst*. Frankfurt am Main 1984
- Walther, Elisabeth, *Allgemeine Zeichenlehre*. 2. Aufl. Stuttgart 1979
- Die im Text angeführten Arbeiten von mir sind in Kürze zugänglich in
- Toth, Alfred, *Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik*. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: *Electronic Journal of Mathematical Semiotics*, 2009
- Toth, Alfred, *Äpfel und Birnen*. 2 Bde. München 2010 (= Bd. 6, 7 der Ges. sem. Schriften)
- Walther, Elisabeth, *Allgemeine Zeichenlehre*. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen I

1. Bekanntlich hatte Bense die Peirceschen Kategorien der Erstheit oder M, der Zweitheit oder O, und der Drittheit oder I auf die Primzahlen (zuzüglich der 1), d.h. 1, 2, 3 abgebildet (1981, S. 17 ff.). Der Grund hierfür liegt zweifellos darin, daß Peirce ja die viel umfänglicheren Kategorientafeln seiner Vorgänger auf eine Tafel von nur 3 Kategorien reduziert hatte – und damit unterstellte, daß sich sämtliche weiteren Kategorien als Zusammensetzungen der drei Kategorien der Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit darstellen lassen. So erscheint bei Peirce z.B. die Qualität als (1.1), d.h. als Zusammensetzung der Möglichkeit mit sich selbst, die Quantität als (1.2), d.h. als Zusammensetzung der Möglichkeit mit der Wirklichkeit, und die Relation als (1.3), d.h. als Zusammensetzung der Möglichkeit mit der Notwendigkeit.

2. Wesentlich für uns ist hier aber die Abbildung der Zeichenbezüge auf die durch 1 erweiterten Primzahlen

$$(M, O, I) \rightarrow \{1, 2, 3\}.$$

Daß keine Abbildungen auf die weiteren Primzahlen 5, 7, 11, ... vorgenommen werden, liegt wiederum an Peirce's Anspruch, alle weiteren Kategorien durch Zusammensetzung seiner drei Modalkategorien zu erklären.

Aus dieser Feststellung folgt also, daß die bereits von Peirce eingeführten "gebrochenen" Kategorien (vgl. Toth 2012) wie (1.1), (1.2), (1.3), (2.1) ... (3.3), da sie ja zusammengesetzte sind, nicht mehr auf die Primzahlen abbilden lassen. Da die Peircesche Arithmetik allerdings bei 3 aufhört, ist man im Grunde sehr überrascht, daß die nicht-primen natürlichen Zahlen, welche diese 9 paarweise zusammengesetzten Kategorien repräsentieren, nämlich

$$1, \underline{2}, 3, \underline{4}, \underline{6}, 9,$$

von denen übrigens wegen $(1.2)^\circ = (2.1)$, $(1.3)^\circ = (3.1)$ und $(2.3)^\circ = (3.2)$ die unterstrichenen Zahlen doppelt aufscheinen, weit über die Zahl 3 hinausgehen. Schreibt man schließlich nicht nur die dyadischen Subzeichen, sondern auch die (vollständigen) triadischen Zeichenrelationen mittels natürlicher Zahlen

$$31 \ 21 \ 11 = (321)$$

$$31 \ 21 \ 12 = (322)$$

$$31\ 21\ 13 = (323)$$

$$31\ 22\ 12 = (342)$$

$$31\ 22\ 13 = (343)$$

$$32\ 22\ 12 = (642)$$

$$31\ 23\ 13 = (363)$$

$$32\ 22\ 13 = (643)$$

$$32\ 23\ 13 = (663)$$

$$33\ 23\ 13 = (963),$$

so erhält man Folgen natürlicher Zahlen, deren Produkte

6, 12, 18, 24, 36, 48, 54, 72, 108, 162

und deren zugehörige Intervallfolge

6, 6, 6, 12, 12, 6, 18, 36, 54

nicht nur weit über die Zahl 3 hinausgehen, sondern nach dem OEIS-Katalog beide keine bekannten arithmetischen Folgen darstellen.

Betrachtet man also die Peirce-Bense-Semiotik aus der Arithmetik, dann gilt die Triadizitätsbeschränkung nur für die drei "Fundamentalkategorien", aber keinesfalls für das als Triade behauptete Zeichen selbst, denn die den Dyaden sowie den Triaden und Trichotomien korrespondierenden natürlichen Zahlen lassen die Triadizität weit hinter sich. Vor allem aber besitzt die Peirce-Bense-Semiotik offenbar eine höchst interessante arithmetische "Grundlagenschicht", deren Erforschung erst mit diesem Beitrag eingeleitet wurde.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Kategoriale Gebrochenheit und Monokontextualität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen II

1. In Teil I dieser Untersuchung hatten wir uns mit dem kardinalen Aspekt der semiotischen Zahlen befaßt; hier wollen wir auf einige Probleme im Zusammenhang mit ihrer Ordinalität eingehen. Zuerst ist auf einen fundamentalen Widerspruch hinzuweisen: Zwar wurden die numerischen Entsprechungen der drei fundamentalen, d.h. im Peirceschen Sinne nicht-zusammengesetzten, Kategorien M, O und I (bzw. Erst-, Zweit- und Drittheit) von Bense (1981, S. 17 ff.) als "Primzeichen" eingeführt, weil auch die ersten drei (um die 1 erweiterten) Primzeichen, d.h. 1, 2, 3, mit den Kategorien das Merkmal der Unteilbarkeit teilen, aber da die Primzeichen nach Bense neben dem kardinalen und dem relationalen noch einen ordinalen Aspekt haben, sind sie somit gleichzeitig Primzahlen und keine Primzahlen.

2. Ferner folgt aus dem ordinalen Aspekt der Primzeichen, daß die in den Dyaden auftretenden gebrochenen Kategorien nicht nur, wie wir es in Toth (2012a) getan hatten, als ungeordnete, sondern nun auch als geordnete Mengen, d.h. Paare, definiert werden können. Wir haben also

$\langle 1, 1 \rangle, \dots, \langle 3, 3 \rangle$.

Während also Primzeichen als Primzahlen darstellbar sind, handelt es sich bei den gleichzeitig kardinalen und ordinalen Subzeichen um rationale Zahlen. Wir bekommen somit

$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

$\wedge \quad \wedge \quad \wedge$

$2 > 1 > \frac{2}{3}$

$\wedge \quad \wedge \quad \wedge$

$3 > 1\frac{1}{2} > 1$.

Wie man sieht, gilt sowohl in den Triaden als auch in den Trichotomien die lineare Ordnung der Peanozahlen. Dyadische Subzeichen sind somit rationale Zahlen im Intervall $[1, 3]$, allerdings ist deren Menge endlich, da nur bestimmte in diesem Intervall befindliche Zahlen als semiotische Zahlen definiert sind – es sind genau diejenigen, welche durch Abbildung der Peirceschen Kategorien auf

Primzeichen in der Form gebrochener Kategorien darstellbar sind (vgl. Toth 2012b).

Nun gelten bekanntlich für rationale Zahlen die beiden elementaren Gesetze

$$(a, b) + (c, d) = (a \cdot d + b \cdot c, b \cdot d)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (a \cdot c, b \cdot d),$$

d.h. wir erhalten z.B.

$$(1, 1) + (2, 2) = (4, 2) \qquad (1, 1) \cdot (2, 2) = (2, 2)$$

$$(2, 2) + (3, 3) = (12, 6) \qquad (2, 2) \cdot (3, 3) = (6, 6)$$

$$(1, 1) + (3, 3) = (6, 3) \qquad (1, 1) \cdot (3, 3) = (3, 3).$$

Im Falle von Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die als Paare von Dyaden darstellbar sind, erhalten wir z.B.

$$(3, 1) + (2, 3) + (1, 3) = ((3, 1) + (2, 3)) + ((2, 3) + (1, 3)) = (12, 3) + (9, 3) = (63, 9).$$

Somit gilt also nicht nur für den in Toth (2012a) dargestellten kardinalen Aspekt semiotischer Zahlen, sondern auch für deren ordinalen Aspekt, daß sie schon durch die Anwendung der Grundrechenarten weit über die durch die Peircesche Triadizitätsbeschränkung gesetzte Zahl 3 hinausgehen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kategoriale Gebrochenheit und Monokontextualität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Primzeichen und Primzahlen

Daß der Gang der Dinge *unabhängig* von der Zustimmung der allermeisten seinen Weg nimmt: daran liegt es, daß einiges Erstaunliche sich auf der Erde eingeschlichen hat.

Friedrich Nietzsche (Hanser-Ausgabe, Bd. III, S. 653)

1. Der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführte Begriff des Primzeichens ist in mindestens dreierlei Hinsicht auffällig: Erstens steht er für die Menge semiotischer Zahlen $P = \{1, 2, 3\}$, die also auch die 1 enthält. Zweitens ist ein Primzeichen eine Kategorie und also kein Zeichen. Und drittens ist P nur ein "Portemanteau" für zwei sehr verschiedene Mengen, nämlich

$$P_1 = \{1., 2., 3.\}$$

$$P_2 = \{.1, .2, .3\}$$

(in der Semiotik gibt es also "linksordinale" und "rechtsordinale" Zahlen). Für P_1 gilt nach Peirce die Ordnung ($3. > 2. > 1.$), für ein Tripel $(a, b, c) \in P_2$ gilt jedoch $(a \leq b \leq c)$, also die zu P_1 komplementäre Ordnung.

2. Was den Namen Primzeichen betrifft, so bezieht er sich natürlich auf die den Primzeichen ebenso wie den Peirceschen "fundamentalen" Kategorien gemeinsame Eigenschaft der Unteilbarkeit: Primzeichen sind bekanntlich nur durch 1 und sich selber teilbar, Peircesche Kategorien sind "atomar", d.h. sie lassen sich zwar zusammensetzen, sind aber selber nicht zusammengesetzt. Bevor wir weitergehen, sei also festgehalten, daß die Bensesche Entscheidung, die Peirceschen Fundamentalkategorien durch die ersten Primzahlen (zuzüglich der 1) zu repräsentieren, eine intrinsische Beziehung zur Peirceschen Kategoriendefinition hat, daß diese intrinsische Beziehung aber rein gar nichts damit zu tun hat, daß nach Peirce drei Kategorien ausreichend sind, um aus ihnen sämtliche anderen (von Peirce Vorgängern und z.T. Nachfolgern in Tafeln zusammengestellten) Kategorien zusammenzusetzen. Kurz gesagt: Es wäre zwar nicht zu rechtfertigen, die Fundamentalkategorien z.B. durch die arithmetische Folge (2, 4, 6) zu repräsentieren, aber es gibt keinen Grund, Zeichen nicht z.B. durch

$$Z = (1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots)$$

zu repräsentieren.

3. Die Idee, Subzeichen als aus kartesischen Produkten gewonnene Dyaden von Primzeichen zu definieren, geht ebenfalls auf Peirce zurück, der damit im Grunde ein Paradox kreiert: Einerseits werden die den Dyaden zugrunde liegenden Monaden, d.h. die Benseschen Primzeichen, als unteilbare eingeführt, andererseits werden jedoch in den aus ihnen zusammengesetzten Dyaden "gebrochene" Kategorien konstruiert, denn wir haben z.B.

$$(MM) = (1/1)$$

$$(MO) = (1/2)$$

$$(MO) = (1/3),$$

d.h. die kartesischen Produkte sind in Wahrheit Brüche, und daß dieses Paradox, obwohl niemals diskutiert, dennoch bekannt gewesen sein muß, davon zeugt z.B. der von Walther (1979, S. 108) benutzte Begriff der "Drittelrechnung". Nichts hindert uns somit, aufgrund von Z nun rationale semiotische Zahlen der Form

$$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), \dots$$

$$(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), \dots$$

$$(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), \dots$$

$$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), \dots$$

$$(7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7, 7), \dots$$

zu konstruieren. Wir können also m.a.W. die Peircesche Definition der Zeichenrelation mit Triadizitätsbeschränkung

$$ZR = ((3.a), (2.b), (1.c)) \text{ mit } (a \leq b \leq c)$$

zunächst durch

$$ZR = ((a.b), (c.d), (e.f), \dots, (m.n)) \text{ mit } a, \dots, n \in \text{Primzahlen}$$

ersetzen. Da nun allerdings kartesische Produkte ihren Zweck praktisch verloren haben und gebrochene Kategorien, wie bereits ausgeführt, mit der Definition der Primzeichen im Grunde genommen unverträglich sind, können wir noch einen Schritt weitergehen und Zeichenrelationen einfach durch

$$ZR = (a, b, c, \dots, n) \text{ mit } n \in \text{Primzahl}$$

definieren. Ein Zeichen ist damit einfach eine Primzahl-Folge, deren Glieder semiotisch interpretiert werden. (Man könnte sich sogar überlegen, Kenostrukturen statt allgemein mit natürlichen Zahlen nun mit Primzahlen zu belegen.)

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Links- und rechtsordinale semiotische Zahlen

1. Sei $P = \{1, 2, 3\}$ die Menge der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen. Wie bereits in Toth (2012) festgestellt, ist P ein Portemanteau zweier algebraisch und topologisch völlig verschiedenen Mengen:

$$P_1 = \{1., 2., 3.\}$$

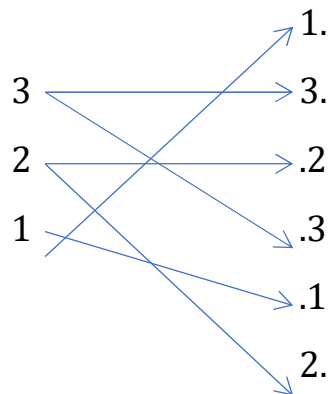
$$P_2 = \{.1, .2, .3\}$$

Wir wollen P_1 "rechtsordinal" und P_2 linkssordinale semiotische Zahlen nenne. Für P_1 gilt nach Peirce die Ordnung $(3. > 2. > 1.)$, für ein Tripel $(a, b, c) \in P_2$ gilt jedoch $(a \leq b \leq c)$, also die zu P_1 komplementäre Ordnung.

2. Genau genommen haben wir jedoch neben P_1 und P_2 als dritte Menge diejenige der aus Dyaden zusammengesetzten triadischen Zeichenrelation

$$ZR = (3.a, 2.b, 1.c),$$

denn ZR ist, aufgefaßt als Menge, wegen der konstanten triadischen Werte sowie deren vorgeschriebener Ordnung wiederum algebraisch und topologisch sowohl von P_1 als auch von P_2 verschieden. Damit können wir nun unter der Berücksichtigung von Links- und Rechtsordinalität eine Abbildung $f: ZR \rightarrow \{P_1, P_2\}$ der Form



konstruieren, die zwar oberflächlich an eine "Monge-Shuffle" erinnert, aber wegen der Nicht-Injektivität von f natürlich keine ist. Dennoch finden wir interessante "Intersektionen":

$$(1 \rightarrow .1) \cap (2 \rightarrow 2.)$$

$$(1 \rightarrow 1.) \cap (2 \rightarrow 2.)$$

$$(1 \rightarrow 1.) \cap (2 \rightarrow .2)$$

$$(1 \rightarrow 1.) \cap (3 \rightarrow .3)$$

$$(1 \rightarrow 1.) \cap (3 \rightarrow 3.),$$

d.h. die Abbildung $(1 \rightarrow 1.)$ enthält bereits alle möglichen Abbildungen sowohl auf die links- und rechtsordinalen zweitheitlichen als auch auf die links- und rechtsordinalen drittheitlichen Abbildungen der vollständigen Zeichenrelation! Anders gesagt, genau diejenigen Abbildungen, die gemeinsame Domänen haben (und daher nicht injektiv sind), sind im Grunde genommen semiotische redundant.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Primzeichen und Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Rationale Semiotik

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt wurde, implizieren die von Peirce eingeführten "gebrochenen" Kategorien sowie deren von Bense eingeführte numerische Notation als Paare von "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) eine rationale Semiotik. Daher kann die semiotische Matrix folgendermassen als Matrix rationaler Zahlen dargestellt werden:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

$$\wedge \quad \quad \wedge \quad \quad \wedge$$

$$2 > 1 > \frac{2}{3}$$

$$\wedge \quad \quad \wedge \quad \quad \wedge$$

$$3 > 1\frac{1}{2} > 1.$$

Die Entwicklung in den Triaden ist somit:

$$n \rightarrow 2n \rightarrow 3n,$$

und die Entwicklung in den Trichotomien ist

$$m \rightarrow \frac{1}{2}m \rightarrow \frac{1}{3}m.$$

Man kann somit im Prinzip beliebige weitere rationale Matrizen konstruieren, solange man für die angegebenen Entwicklungswerte nur ganzzahlige Vielfache wählt, d.h. wie bereits in Toth (2012b), so gibt es auch in diesem Fall keinen Grund, nicht über die Triadizitätsbeschränkung hinauszugehen.

2. Eine gesonderte Untersuchung würde das Verhältnis der rationalen semiotischen Matrix und ihrer zugehörigen Vermittlungsmatrix erfordern, insofern die rationale Zahl $3/2$ innerhalb der Vermittlungsmatrix nur durch eine Teilmatrix repräsentiert ist, vgl. die Repräsentation des rationalen Interpretantenbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2}

mit derjenigen des rationalen Mittelbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

und derjenigen des rationalen Objektbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2}.

3. Schreibt man die Rationalzahlen der semiotischen Matrix in linearer Anordnung

$$R = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < 1 < 1\frac{1}{2} < 2 < 3,$$

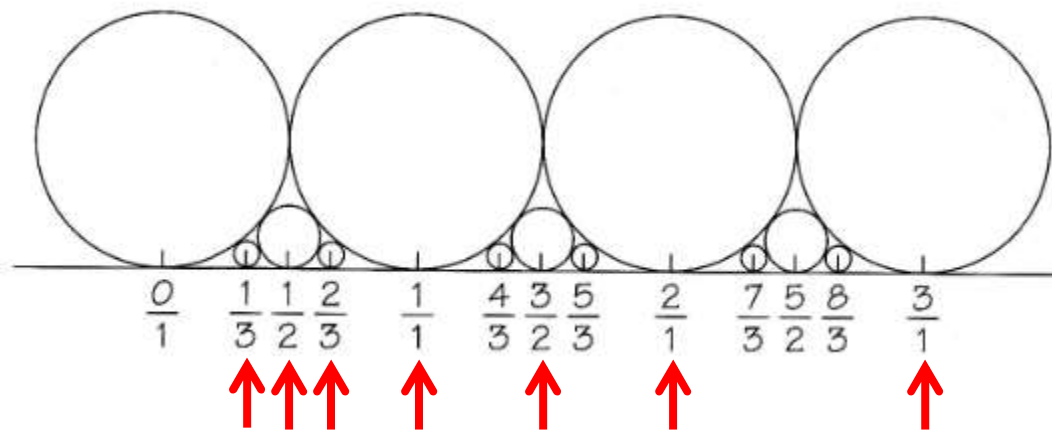
so entspricht der Folge R eine Intervallfolge I_R

$$I_R = \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1,$$

wobei I_R^{-1} nicht nur auf den ersten Blick eine gewisse Ähnlichkeit mit der Farey-Reihe der Ordnung 6

$$0/1, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 1/1$$

hat, sondern auch den auf dieser Farey-Reihe basierenden sog. Fordschen Kreisen für Ganze, Hälften und Drittel in den im folgenden Bild hervorgehobenen Werten korrespondiert (Abb. aus: Conway/Guy 1996, S. 153)



Kurz gesagt, stellen also die Werte der rationalen semiotischen Matrix nur eine Teilmenge der entsprechenden Farey-Reihe der Ordnung 6 bzw. eine Teilrepräsentation der zugehörigen Fordschen Kreise dar und sollten also auch aus diesem Grunde über die Triaden bzw. Trichotomien hinausgeführt werden.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Primzeichen und Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Gibt es einen Fundamentalsatz der Semiotik?

1. Der Fundamentalsatz der Arithmetik lautet wie folgt: "Jede von Eins verschiedene natürliche Zahl ist als Produkt endlich vieler Primzahlen darstellbar; diese Darstellung ist eindeutig, wenn man die in ihr vorkommenden Primzahlen der Größe nach ordnet" (Bundschuh 1996, S. 7).

2. Nach Bense (1981, S. 17 ff.) sind die drei (1-, 2- und 3-stelligen) Subrelationen der triadisch-trichotomischen (3-stelligen) Zeichenrelation im Sinne von "Zeichenzahlen" (Bense 1981, S. 17) als Primzeichen einföhrbar

$$\text{ZR} = (.1., .2., .3.).$$

Vermöge Bense (1979, S. 53, 67) gilt somit

$$\text{ZR} = (.1. \rightarrow ((.1. \rightarrow .2.) \rightarrow (.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.)))$$

und daher

$$(.1.) = (.1.)$$

$$(.2.) = (.1. \rightarrow .2.)$$

$$(.3.) = (.1. \rightarrow .2. \rightarrow .3.).$$

Sei K eine beliebige Kategorie. Dann können wir die Primzeichen wie folgt neu definieren

$$(.1.) = (K \setminus (.2.), (.3.))$$

$$(.2.) = (K \setminus (.3.))$$

$$(.3.) = K,$$

d.h. es genügt das Primzeichen (.3.), um die beiden anderen Primzeichen damit zu definieren. Daraus kann man auf direktem Wege die beiden Vermutungen von Peirce ableiten, daß 1. eine n-adische Relation mit $n < 3$ kein Zeichen ist, und daß 2. jede n-adische Relation mit $n > 3$ auf eine triadische Relation reduzierbar ist (vgl. Walther 1989, S. 298 u. Toth 2007, S. 173 ff.).

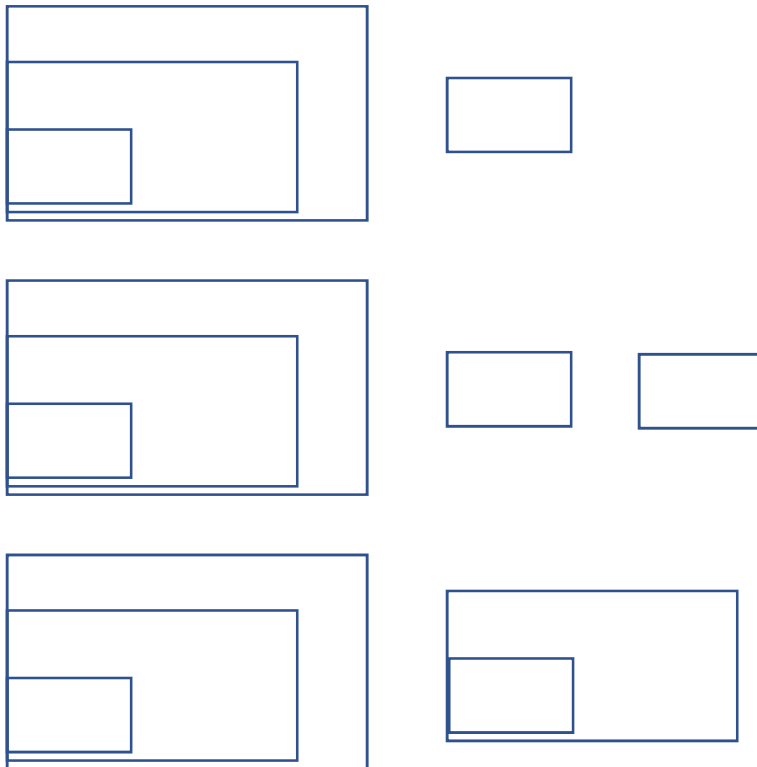
3. Für n-adische Relationen mit $n > 3$ ergeben sich damit folgende Möglichkeiten.

$$R^4 = ((1, 2, 3), 1)$$

$$R^5 = ((1, 2, 3), 1, 1), ((1, 2, 3), 2)$$

$$R^6 = ((1, 2, 3), (1, 2, 3)), \text{ usw.,}$$

d.h. es gibt grundsätzlich zwei Typen: Entweder enthält eine solche Relation eine oder zwei 1-stellige Relationen, oder sie enthält eine 2-stellige Relation, welche der semiotischen Vermittlung dienen. Man kann diese drei Möglichkeiten wie folgt schematisch darstellen.



Da 1- und 2-stellige Relationen nicht selbständig existieren können, erhebt sich die Frage, wie diese drei Möglichkeiten der semiotischen Vermittlung funktionieren. Für 3-stellige Relationen ergeben sich folgende Möglichkeiten.

Die 1. Gruppe umfaßt zwei Typen der zeichen-externen Vermittlung

$$((1, 2, 3), \square), (\square, (1, 2, 3)).$$

Die 2. Gruppe umfaßt drei Typen der zeichen-internen Vermittlung

$$(1, \square, 2, 3), (1, 2, \square, 3), (1, \square, 3, 2).$$

Das Problem der Vermittlung dieser vermittelnden Relationen stellt sich somit nur bei den $R^{3+2(n)}$ für $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$. Hierfür kommen also sämtliche kombinatorischen Möglichkeiten in Frage.

Wir können einen "semiotischen Fundamentalsatz" wie folgt formulieren: Jede semiotische n-stellige Relation mit $n > 3$ läßt sich in Form von m 3-stelligen Relationen sowie (n-m) Vermittlungsrelationen darstellen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bundschuh, Peter, Einführung in die Zahlentheorie. 3. Aufl. Berlin 1996

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Primzeichen, Zeichenzahlen und Peanozahlen

1. Man kann sich durchaus eine qualitative Mathematik vorstellen, die nicht die Grundgesetze des Denkens und damit die ganze aristotelische Logik aufheben muß. Wir unterscheiden also bewußt zwischen der kronthalerschen "Mathematik der Qualitäten" (vgl. Kronthaler 1986), in der die traditionelle Mathematik der Quantitäten eine Teilmenge – oder korrekter: ein "morpho-grammatisches Fragment" – darstellt und zwischen qualitativer Mathematik im Sinne einer Wissenschaft von Zahlen, Mengen und Kategorien, welche Referenzobjekte haben können (vgl. Toth 2014a-d).

1. Die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen

$$P = (1, 2, 3)$$

sind durch folgende Abbildungen definiert

$$f: M \rightarrow 1$$

$$g: O \rightarrow 2$$

$$h: I \rightarrow 3.$$

2. Die in Toth (2014d) definierten Zeichenzahlen sind durch

$$\text{Zahl} := (M)$$

$$\text{Abzahl} := (M \rightarrow (M \rightarrow O))$$

$$\text{Nummer} := (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

definiert. Es gilt somit mengentheoretisch

$$R = \text{Nummer} \supset \text{Abzahl} \supset \text{Zahl}.$$

Wegen R haben wir damit für Primzeichen

$$h \supset g \supset f = 3 \supset 2 \supset 1, \text{ d.h.}$$

es ist

$$1 \in \text{Zahl}$$

$$2 \in \text{Abzahl}$$

3 ∈ Nummer.

3. Nach Bense (1981, S. 24 ff.) gilt jedoch

1 ∈ Kardinalzahl

2 ∈ Ordinalzahl

3 ∈ Relationszahl,

wobei Repräsentationszahl sehr kurz durch "Repräsentation als Konnex" definiert wird (Bense 1981, S. 26).

4. Man kann jedoch Primzeichen, Zeichenzahlen und Peanozahlen in ein umfassendes System wie folgt einbetten:

Primzeichen	Zeichenzahlen	Peanozahlen
1	Zahl	Kardinalzahl
2	Abzahl	Ordinalzahl
3	Nummer	Relationszahl

Vermöge der Korrespondenzen sind also streng genommen nur Kardinalzahlen reine semiotische Mittelbezüge (M), d.h. bereits die Existenz der Ordnung bei den Ordinalzahlen impliziert eine semiotische Bezeichnungsfunktion ($M \rightarrow O$), welche somit Objektbezüge (O) voraussetzt. Bei den Relationszahlen liegt eine semiotische Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$) vor, welche Interpretantenbezüge (I) und mit ihnen die vollständige Zeichenrelation voraussetzt.

Es ist somit ein ebenso faszinierendes und wie aus semiotischer Sicht im Grunde unerklärliches Phänomen, daß die Reduktion der Qualitäten auf die eine Qualität der Quantität – wie sich Hegel ausgedrückt hatte –, d.h. die Elimination semiotischer Bezeichnung und Bedeutung auf die simple Reper-toireialität von Mittelbezügen, also den Repräsentation von Zeichenträgern, für die enorme Komplexität der quantitativen Mathematik verantwortlich ist. So ist es z.B. unter den ersten drei Peanozahlen unmöglich, ausgehend von Abzahlen oder Nummern, die folgenden Resultate zu bekommen:

1. 2 ist die erste und einzige gerade Primzahl.

2. 3 ist die erste Mersennesche Primzahl vermöge $3 = 2^2 - 1$ sowie die erste Fermatsche Primzahl vermöge $2^{2^0} + 1 = 2 + 1 = 3$.

3. $1! + 2! = 3!$

Im Gegenteil, diese Beziehungen bzw. Gleichungen sind auf der Ebene der Abzählen und Nummern sogar entweder unsinnig oder falsch. Primzahlen spielen weder für die Abzählung noch für die Numerierung von Objekten eine Rolle. Ferner ist zwar die Abzählung, nicht aber die Numerierung von Objekten an die lineare Ordnung der Peanozahlen gebunden. So gibt es viele Straßen, deren erstes System nicht die Nummer 1 trägt und die "Lücken" im Zahlenanteil der Nummern aufweisen, solche, bei denen keine Bijektionen zwischen geraden und ungeraden Peanozahlen vorliegen, usw. Während die Grundrechenarten bereits für Abzählen auf die Addition und Subtraktion beschränkt sind, sind sie für Nummern überhaupt nicht definiert. Höhere Operationen wie Fakultäten sind weder für Abzählen noch für Nummern definiert.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Addition qualitativ differenter Objekte aus semiotischer Sicht. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Elemente einer Theorie der Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zahlen mit Referenzobjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Zahlen, Abzählen, Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

Zahlentheoretische Definition der Zeichenrelation

1. Bereits 1975 hatte Bense den Versuch unternommen, die Isomorphie der numerischen Werte der drei peirceschen Universalkategorien $Z = (1, 2, 3)$ und der natürlichen Zahlen mit Hilfe der Peano-Axiome zu beweisen (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.). Allerdings geht er dabei von einer Variante der Peano-Axiome aus, welche nicht von 0, sondern von 1 als Basiszahl ausgeht. Einige Jahre später erlaubt ihm diese Entscheidung, die Universalkategorien als "Primzeichen" einzuführen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.). Dabei geht es jedoch nicht darum, die 1 entgegen den üblichen mathematischen Gepflogenheiten als Primzahl zu definieren, sondern darum, die drei Universalkategorien als irreduzible semiotische Entitäten und somit mit den gleichen Eigenschaften, welche in der Mathematik die Primzahlen einnehmen, zu erweisen. Daß also Bense $Z = (1, 2, 3)$ statt $Z = (2, 3, 5)$ setzt, liegt einzig und allein daran, daß die drei Universalkategorien von Peirce als 1-, 2- und 3-stellige Relationen eingeführt worden waren.

2. Daß die Entscheidung, von einer Variante der Peano-Axiome auszugehen, die als Basisaxiom die Zahl 1 und nicht die Zahl 0 setzt, möglicherweise ein Fehlgriff war, beschäftigte Bense allerdings bereits zur selben Zeit, da er erstmals die Isomorphie von Peanozahlen und Primzeichen zu beweisen suchte, denn im gleichen Buch schlägt er vor, "disponible" bzw. "vorthetische" Objekte als 0-stellige Relationen einzuführen (Bense 1975, S. 65 ff.). Erstaunlich ist dabei, daß Bense offenbar nicht an die Möglichkeit gedacht hatte, daß man die Peanozahlen unter Benutzung des Satzes von Wiener und Kuratowski mit Hilfe der leeren Menge definieren kann. Dabei ist

$$0 := \emptyset$$

$$1 := \{\emptyset\} = \{0\}$$

$$2 := \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{0, 1\}$$

$$3 := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} = \{0, 1, 2\}, \text{ usw.}$$

Da Bense (1979, S. 53 u. 67) die Zeichenrelation in einer Weise definierte, welche die folgende mengentheoretische Darstellung erlaubt

$$Z = (M \subset ((M \subset 0) \subset (M \subset 0 \subset I))),$$

bekommen wir

$$Z = (\{0\} \subset ((\{0\} \subset \{0, 1\}) \subset (\{0\} \subset \{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\}))),$$

d.h. es ist möglich, die Zeichenrelation mit Hilfe von Peanozahlen zu definieren, die wiederum durch leere Mengen definiert sind.

3. Leider hat aber dieses Verfahren einen verhängnisvollen Haken, denn bei der Definition der Benseschen Zeichenrelation mit Hilfe der durch den Satz von Wiener und Kuratowski definierten Peanozahlen sind wir von einem Axiomensystem der Peanozahlen ausgegangen, das nicht 1, sondern 0 als Basiszahl benutzt. Daraus folgt, daß die Definition

$$Z = (\{0\} \subset ((\{0\} \subset \{0, 1\}) \subset (\{0\} \subset \{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\})))$$

unvollständig ist, da die Zahl 0 nur als Element von Mengen, nicht aber als Zahl selbst auftritt. Z ist somit lediglich Teil der Definition eines Etwas, das wir vorerst durch X bezeichnen wollen und das wie folgt definiert ist

$$X = (0 \subset (\{0\} \subset ((\{0\} \subset \{0, 1\}) \subset (\{0\} \subset \{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\})))),$$

und dieses 0 ist vermöge Bense (1975, S. 65) nichts anderes als das durch das Zeichen bezeichnete Objekt Ω , d.h. es gilt

$$0 := \emptyset = \Omega.$$

Mit dem Satz von Wiener und Kuratowski bekommen wir daher sogleich

$$1 := \{\emptyset\} = \{0\} = \{\Omega\}$$

$$2 := \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{0, 1\} = \{\{\Omega\}\}$$

$$3 := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} = \{0, 1, 2\} = \{\{\{\Omega\}\}\},$$

also genau das Ergebnis, das wir in unserer Untersuchung des wissenschaftstheoretischen Stufenbaus von Ontik, Semiotik, Mathematik, Logik und Erkenntnistheorie bekommen hatten (vgl. Toth 2015), nämlich die Objekt-Hierarchie

$\{\{\{\Omega\}\}\}$

$\uparrow$

$\{\{\Omega\}\}$

$\uparrow$

$\{\Omega\}$

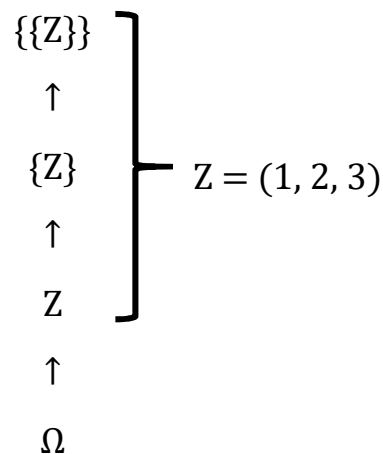
$\uparrow$

$\Omega.$

Da die Stufe $\{\{\{\Omega\}\}\}$ in Toth (2015) nicht berücksichtigt ist, geht also das Zeichen vermöge seines autoreproduktiv wirkenden drittheitlichen Interpretantenbezuges noch über Logik und Ontologie hinaus, denn wegen

$\{\Omega\} = Z$

kann man die Objekthierarchie auch in der Form



schreiben. Benses Zeichendefinition mit Hilfe seiner Primzeichen umfaßt darin also nur die durch die Spitzklammer markierte Teilhierarchie, der somit sozusagen der Kopf in Form des durch das Zeichen bezeichneten Objektes fehlt. Der Grund dafür dürfte wiederum darin liegen, daß wir in der Peirce-Bense-Semiotik die paradoxe Situation haben, daß einerseits ein Objekt vorgegeben sein muß, bevor ein Zeichen als "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9) auf es abgebildet werden kann, daß andererseits aber das Objekt nach vollzogener thetischer Einführung des Zeichens nur noch als Objektbezug, d.h. als n-stellige Relation mit $n > 0$, existiert: eine notwendige Maßnahme, um das "semiotische

Universum" (Bense 1983) als ein im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenes zu definieren. Nur kann es leider keine Zeichen ohne Objekte geben, so, wie es umgekehrt auch keine Objekte ohne Zeichen geben kann. Wer den Teufel negiert, negiert auch Gott, wie "Pfarrer Braun" in einer Folge der gleichnamigen Serie sehr zurecht bemerkt hatte. Eine Semiotik ohne Ontik ist daher ein logischer Unsinn, denn in einem Universum, das nur aus Zeichen besteht, können diese gar nicht als solche erkannt, geschweige denn analysiert oder formalisiert werden, und die pansemiotische Theorie von Peirce und dem späten Bense ist somit keine Gegenwelt zur Welt der Objekte, sondern eine logisch ausgeschlossene Scheinwelt. In Wahrheit muß man also wiederum von unserem immer noch undefinierten X ausgehen, das gleichzeitig das bezeichnete Objekt und das es bezeichnende Zeichen ausgeht, d.h. wir haben zwei Möglichkeiten, X zu definieren

$$\Omega^* = [\Omega, Z]$$

$$Z^* = [Z, \Omega],$$

und wir wollen die Entitäten, die durch die gestirnten Symbole bezeichnet wurden, als Systeme bezeichnen. Wie man leicht nachprüft, haben wir dann sofort

$$\Omega^* = (0 \subset (\{0\} \subset ((\{0\} \subset \{0, 1\}) \subset (\{0\} \subset \{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\}))))$$

$$Z^* = (\{0\} \subset ((\{0\} \subset \{0, 1\}) \subset (\{0\} \subset \{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\}))) \supset 0).$$

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Objekte, Zeichen und Metazeichen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Primzahlen und Primzeichen

1. Bekanntlich hatte Bense die Primzeichen durch die Teilmenge der Peanozahlen $P = (1, 2, 3)$ definiert (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.). Diese Zeichenzahlen entsprechen dabei den relationalen Wertigkeiten der peirceschen Universal-kategorien M, O und I, insofern M 1-stellig, O 2-stellig und I 3-stellig ist, weshalb Peirce auch von Erst-, Zweit- und Drittheit sprach. $P = (1, 2, 3)$ sind somit die irreduziblen numerischen Werte auf semiotischer Ebene, wie die Primzahlen die irreduziblen numerischen Werte auf mathematischer Ebene sind. Ob man dabei die Zahl 2 oder doch die Zahl 1 als kleinste Primzahl anerkennt, spielt nur insofern eine Rolle, als daß im zweiten Falle sich eine semiotisch-mathematische Isomorphie zwischen Primzahlen und Primzeichen ergibt, die sich im ersten Falle wegen $P = (2, 3, 5)$ natürlich nicht ergäbe, worin ferner die numerischen Werte nicht mehr mit den relationalen Stelligkeiten der Universal-kategorien korrespondieren. Nun widerspricht die Definition von 1 als kleinster Primzahl zwar arbiträren mathematischen Gepflogenheiten, aber nicht der Definition der Primzahl, und für eine durch und durch logisch 2-wertige Wissenschaft wie sie die Mathematik darstellt, gilt selbstverständlich auch der deontische 2-wertige Satz, daß all das, was nicht verboten ist, erlaubt ist. Wir können somit die Menge der Primzahlen durch $P = (1, 2, 3, \dots)$ statt durch $P = (2, 3, 5, \dots)$ beginnen lassen.

2. Engelbert Kronthaler ging in einer mir gestern (22.4.2015) gesandten Mitteilung noch einen entscheidenden Schritt weiter, indem er vorschlug, die Folge der Primzahlen statt mit der positiven Zahl 1 mit der negativen Zahl -1 beginnen zu lassen. Damit haben wir

$$P = (-1, 1, 2)$$

als Menge der drei kleinsten Primzahlen. Obwohl diese Teilmenge der ganzen Zahlen natürlich auch nicht mit den Werten der relationalen Stelligkeiten der Universal-kategorien korrespondiert, ist es einen Versuch wert, eine Semiotik zu konstruieren, bei der $P = (1, 2, 3)$ durch $P = (-1, 1, 2)$ als Zeichenzahlen und damit als Primzeichenbasis substituiert wird.

2.1. Kleine Matrix

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2

2.2. Koordinatensystem

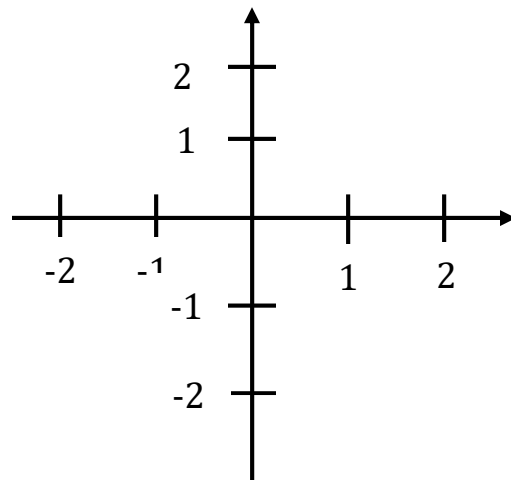
Wie man sogleich erkennt, treten in der allgemeinen Struktur der Subzeichen dieser Matrix

$$S = \langle x.y \rangle$$

sowohl die triadischen Zeichenzahlen $\langle x. \rangle$ als auch die trichotomischen Zeichenzahlen $\langle .y \rangle$ sowohl positiv als auch negativ auf, d.h. wir haben

$$P = (\pm 1, 2).$$

Daraus folgt, daß zur Darstellung der über P gebildeten Subzeichen der doppelt positive Quadrant des kartesischen Koordinatensystems nicht mehr ausreicht, sondern daß die Subzeichen in allen vier Quadranten liegen.



Das vollständige kartesische Koordinatensystem setzt ebenfalls die komplexe Semiotik voraus, die ich in Toth (2006, S. 52 ff.), allerdings basierend auf $P = (1, 2, 3)$, konstruiert hatte.

2.3. Dualsysteme

Konstruiert man semiotische Dualsysteme der allgemeinen Form

$$DS = ZTh \times RTh = \langle \langle 2.x \rangle, \langle 1.y \rangle, \langle -1.z \rangle \rangle \times \langle \langle z.-1 \rangle, \langle y.1 \rangle, \langle x.2 \rangle \rangle$$

mit $x, y, z \in P = (\pm 1, 2)$, dann erhält man, falls man die trichotomische Inklusionsordnung $x \leq y \leq z$ aufrecht erhält, das folgende System von 10 komplexen semiotischen Dualsystemen.

$$DS 1 = \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.-1 \rangle, \langle -1.-1 \rangle \rangle \times \langle \langle -1.-1 \rangle, \langle -1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 2 = \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.-1 \rangle, \langle -1.1 \rangle \rangle \times \langle \langle 1.-1 \rangle, \langle -1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 3 = \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.-1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle -1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 4 = \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.1 \rangle \rangle \times \langle \langle 1.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 5 = \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 6 = \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.2 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 2.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 7 = \langle \langle 2.1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.1 \rangle \rangle \times \langle \langle 1.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle 1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 8 = \langle \langle 2.1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle 1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 9 = \langle \langle 2.1 \rangle, \langle 1.2 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 2.1 \rangle, \langle 1.2 \rangle \rangle$$

$$DS 10 = \langle \langle 2.2 \rangle, \langle 1.2 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 2.1 \rangle, \langle 2.2 \rangle \rangle$$

Man beachte, daß mit der Abbildung von $P = (1, 2, 3)$ auf $P = (\pm 1, 2)$ sowohl die Eigenrealität (einschließlich ihrer Binnensymmetrie)

$$DS 5 = \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.2 \rangle \rangle$$

als auch die Kategorienrealität (vgl. Bense 1992)

$$KR = \langle \langle -1.-1 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle 2.2 \rangle \rangle \times \langle \langle 2.2 \rangle, \langle 1.1 \rangle, \langle -1.-1 \rangle \rangle$$

erhalten bleiben.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006

Die Problematik einer Definition komplexer Zeichen

1. Wie in Toth (2015) gezeigt, gibt es zwei Möglichkeiten, Zeichenrelationen durch reelle Primzeichen zu definieren.

1.1. Die erste Möglichkeit besteht darin, 1 als Primzahl zu definieren. Sie geht auf Bense (1981, S. 17 ff.) zurück

$$P_1 = (1, 2, 3)$$

und führt zur folgenden semiotischen Matrix

$$M(P_1) =$$

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3.

1.2. Die zweite Möglichkeit besteht in der Erweiterung der positiven auf die ganzen, d.h. also auch auf die negativen Zahlen als Primzahlen und geht auf einen mündlichen Vorschlag von Dr. Engelbert Kronthaler zurück (23.4. 2015). Wir haben dann

$$P_2 = (-1, 1, 2)$$

mit der zugehörigen semiotischen Matrix

$$M(P_2) =$$

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2.

Dabei gilt bemerkenswerterweise

$$M(P_1) \cap M(P_2) = \{1.1, 1.2, 2.1, 2.2\}.$$

2. Die Idee, das Zeichen als komplexe Funktion aufzufassen, allerdings nicht im Sinne der benseschen Metaobjektivation als Codomäne der Abbildung von Objekten auf Zeichen, sondern mit den beiden Extremalwerten des natürlichen und des künstlichen Zeichens, geht auf Frank (2001) zurück und wurde in Toth (2013) dargestellt. Will man jedoch die Zeichenrelation selbst über komplexen Zahlen definieren, dann gibt es zwei Möglichkeiten, von denen jedoch die naheliegende ausscheidet.

2.1. Die erste Möglichkeit besteht natürlich darin, als Menge von "Primzahlen"

$$P_3 = (-i, i, -1, 1)$$

mit der zugehörigen semiotischen Matrix

$$M(P_3) =$$

	-i	i	-1	1
-i	-i.-i	-i.i	-i.-1	-i.1
i	i.-i	i.i	i.-1	i.1
-1	-1.-i	-1.i	-1.-1	-1.1
1	1.-i	1.i	1.-1	1.1

zu definieren. Allerdings funktioniert dieses Verfahren trotz einer zugestandenmaßen hochinteressanten Matrix nicht, da natürlich

$$i^2 = 1$$

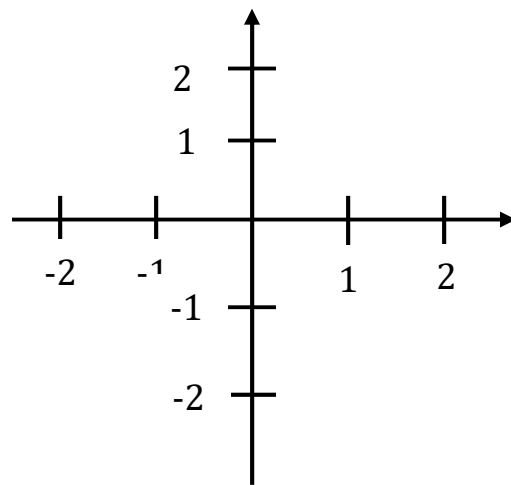
gilt und P_3 somit keine Primzahlrelation ist, also auch dann nicht, wenn den Geltungsbereich von Primzeichen von den positiven auf die ganzen und von den reellen auf die imaginären Zahlen ausdehnen wollte.

2.2. Die zweite Möglichkeit wurde bereits 1999 in einem Kongreß-Beitrag von mir vorgeschlagen und geht von der doppelt parametrisierten allgemeinen Form von Zeichenklassen

$$DS = (\pm 3.\pm x, \pm 2.\pm y, \pm 1.\pm z) \times (\pm z.\pm 1, \pm y.\pm 2, \pm x.\pm 3)$$

aus. Sie führt somit dazu, daß das Zeichen nicht mehr, wie im Falle von P_1 , nur den doppelt positiven, sondern alle vier Quadranten des kartesischen Koordinatensystems einnimmt. Auch wenn diese Möglichkeit ad hoc konstruiert er-

scheint, so ist sie dennoch nicht zu unterschätzen, da der Wertebereich von P_3 eine Teilmenge des Wertebereichs von DS darstellt.



Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge 13/14, 2001 (Hermannstadt), S. 126-149

Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000 (= Applied Semiotics, Bd. 18). Bd. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, S. 117-134

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Serta in honorem Helmar Frank. Paderborn 2013, S. 658-666

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Determinanten- und diskriminantensymmetrische Isomorphie des ontischen Zahlenfeldes und der semiotischen Matrix

1. Die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen sind als Zeichenzahlen definierbar (vgl. Toth 2014), da sie als Abbildungen der peirceschen Universalkategorien auf die ersten drei Primzahlen, die Zahl 1 allerdings eingeschlossen,

$$f: (M, O, I) \rightarrow (1, 2, 3),$$

bestimmt werden können. Aus den Elementen der Menge $P = (1, 2, 3)$ werden damit entsprechend dem allgemeinen Schema der Subzeichen

$$S = \langle x.y \rangle$$

kartesische Produkte gebildet, d.h. P wird auf sich selbst abgebildet. Diese Selbstabbildung $P \times P$ ist in Form der von Bense (1975, S. 37) eingeführten sog. kleinen semiotischen Matrix darstellbar

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

darin die Hauptdiagonale als Diskriminante und die Nebendiagonale als Determinante der Matrix fungieren.

2. Eigenrealität und Kategorienrealität

Die nebendiagonale Determinante

$$(3.1, 2.2, 1.3) \times (1.3, 2.2, 1.3),$$

die somit dualidentisch ist, wurde bekanntlich von Bense wegen der Selbstreferentialität von Zeichenklasse und Realitätsthematik als "eigenreal" bezeichnet und als Dualsystem des "Zeichens als solchem" bestimmt (Bense 1992).

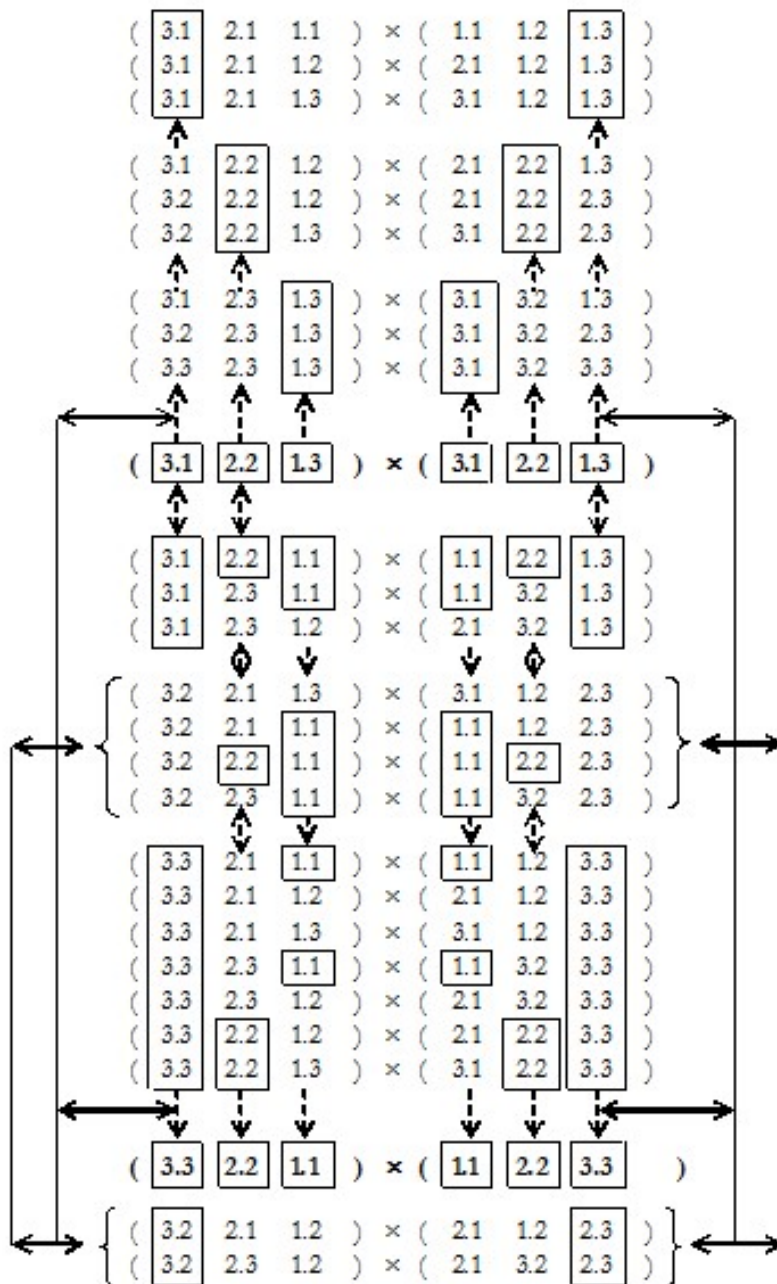
Zkl		Rth		Rpw	
3.1	2.1	1.1	1.1	1.2	1.3
3.1	2.1	1.2	2.1	1.2	1.3
3.1	2.1	1.3	3.1	1.2	1.3
				9	Mittel
				10	
				11	
3.1	2.2	1.2	2.1	2.2	1.3
3.2	2.2	1.2	2.1	2.2	2.3
3.2	2.2	1.3	3.1	2.2	2.3
				11	Objekt
				12	
				13	
3.1	2.3	1.3	3.1	3.2	1.3
3.2	2.3	1.3	3.1	3.2	2.3
3.3	2.3	1.3	3.1	3.2	3.3
				13	Interpretant
				14	
				15	
3.1	2.2	1.3	3.1	2.2	1.3
				12	Eigenrealität

(Bense 1992, S. 76)

Die gleiche Eigenschaft trifft nun zwar nicht auf die hauptdiagonale Diskriminante

$$(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

zu, denn diese ist nicht-dualidentisch, aber, wie Bense (1992, S. 20) feststellte, kann sie als Permutation der nebendiagonalen Diskriminanten dargestellt werden und stellt somit "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" dar (Bense 1992, S. 40). Hingegen kann das gesamte Zehnersystem der semiotischen Dualsysteme, wie in Toth (2009) gezeigt, als sowohl determinanten- als auch diskriminanten-determiniertes homöostatisches System dargestellt werden.



3. Zahlenfelder

Die gleiche Determinanten- und Diskriminantsymmetrie, welche das Zehnersystem der semiotischen Dualsysteme kennzeichnet, zeichnet nun auch das in Toth (2015) eingeführte Zahlenfeld ein, in dem die Zahlwerte logisch, ontisch oder semiotisch oder natürlich als allgemein systemtheoretisch (z.B. mit 0 = System, 1 = Umgebung, 2 = Abschluß) interpretiert werden können.

2	2	2	2	2	2
2	1	1	1	1	2
2	1	0	0	1	2
2	1	0	0	1	2
2	1	1	1	1	2
2	2	2	2	2	2

Man beachte, daß im Falle der systemtheoretischen Interpretation das System selbst vollständig die Schnittmenge der Determinanten und der Diskriminanten des Zahlenfeldes darstellt. Im Unterschied zum semiotischen Zehnersystem haben wir im Zahlenfeld allerdings die reflektierte Ordnung

$$P^* = \langle P, P^{-1} \rangle,$$

d.h.

$$P^* = \langle \langle 2, 1, 0 \rangle, \langle 0, 1, 2 \rangle \rangle$$

in beiden Diagonalen und also nicht nur in der Hautdiagonalen, wie in der semiotischen Matrix, d.h. Raumfeld und semiotische Matrix sind zwar determinanten- und diskriminantensymmetrisch isomorph, aber die Rolle von Eigenrealität und Kategorienrealität ist zwischen den beiden Systemen von Zeichenzahlen vertauscht, insofern das Raumfeld kategorienreal, die semiotische Matrix aber eigenreal determiniert ist. Diese Konversion bestätigt indessen Benses Vermutung, in der Kategorienrealität eine Sonderform von Eigenrealität zu sehen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Eigenreale und kategorienreale Homöostase. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-VI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Raumfelder als ontische Zahlenfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zur Zeichendefinition mit negativen Primzahlen

1. Während die von Bense eingeführte Primzeichen-Relation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$$P_1 = (1, 2, 3)$$

die ersten drei positiven Primzahlen – die 1 mit eingeschlossen – verwendet und diese damit vorteilhafterweise als Zahlwerte mit den Stelligkeiten der drei peirceschen Universalkategorien des erstheitlichen M, des zweitheitlichen O und des drittheitlichen I koinzidieren, ist eine solche Koinzidenz bei der in Toth (2015) präsentierten alternativen Primzeichen-Relation, die auf einen Vorschlag Kronthalers (2015) zurückgeht, auch negative (und damit die ganzen) Zahlen als Anwärter für Primzeichen zuzulassen

$$P_2 = (-1, 1, 2),$$

zwar aufgehoben, aber dafür ergibt sich ein nicht zu unterschätzender Vorteil dadurch, daß sich in den numerisch-kategorialen Korrespondenzen

$$M = -1$$

$$O = 1$$

$$I = 2$$

nun ein Zusammenhang zwischen Mittel- und Objektbezug ergibt.

2. In der peirce-benseschen Zeichenrelation $Z = (M, O, I)$ repräsentieren sowohl M als auch O die logische Objektposition, während I die logische Subjektposition repräsentiert, d.h. man kann Z als eine Vermittlungsrelation einer mit der logischen Basisdichotomie $L = (0, 1)$ isomorphen semiotischen Basisdichotomie $\Omega^* = (\Omega, Z)$ betrachten. Da M zwischen Ω und Z vermittelt, müßte man also Z besser in der kategorialen Ordnung $Z = (O, M, I)$ notieren, also derjenigen, die Bense selbst für die kommunikationstheoretische Definition der Zeichenrelation verwendet hatte (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.). Nur handelt es sich bei M nicht um das Mittel als Objekt, sondern als Relation, d.h. nicht um ein Mittel, sondern um einen Mittelbezug. Für Ω^* bekommen wir daher $\Omega^* = (\Omega, O^\circ, Z)$, darin O° das von Bense eingeführte vorthetische Objekt ist: "Das zum Mittel M (einer Zeichenrelation) disponible (vorthetische) Objekt (O°) kann als 0-

stellige, vor-semiotische Relation mit der Relationszahl 0 aufgefaßt werden" (1975, S. 44). Damit stellt Bense also selbst vermöge der Abbildung

$$\mu: O^\circ \rightarrow M,$$

welche die Grenzen des "ontischen" sowie des "semiotischen Raumes" (vgl. Bense 1975, S. 65) transgrediert, den Zusammenhang her, welcher die logische Objektposition nicht nur von O, sondern auch von M in Z herstellt. Für Z ergibt sich damit jedoch die logisch problematische Situation einer Relation mit zwei logischen Objektpositionen, aber nur einer Subjektposition, denn M stellt ja vermöge der Abbildung μ keinen nicht-leeren Rand zwischen O und I, sondern zwischen O° und O dar, d.h. wir müßten von einer ontisch-semiotischen und also selbst transgressiven Relation

$$R = (O^\circ, M, O)$$

ausgehen, die man nun mit Hilfe der kronthalerschen Primzeichenrelation durch

$$R = (-1, 1, 2)$$

und damit durch P_2 und nicht durch P_1 numerisch ausdrücken müßte. Zur Differenz von -1 und 1 für O° und M einerseits und dem von ± 1 verschiedenen Wert 2 für O beachte man auch, daß nur bei einer sehr eingeschränkten Klasse von Zeichen das Referenzobjekt von Z mit dem Objekt, aus dem O° seleigiert wird, koinzidiert, nämlich lediglich bei natürlichen Zeichen, Spuren, Resten, Anzeichen usw. In Sonderheit ist ja für künstliche Objekte die Wahl des Zeichenträgers – und damit von O° – ebenfalls arbiträr (und also nicht nur die Abbildung zwischen Ω und Z in Ω^*), d.h. ob ich ein Taschentuch verknote oder irgendein anderes geeignetes Objekt nehme und es zum Zeichen für irgendein anderes Objekt oder Ereignis erkläre, ist vollkommen belanglos, d.h. obwohl M und O beide die logische Objektposition in Z vertreten, so sind ihre Referenzobjekte in den meisten Fällen verschieden.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Brief an den Vf. (23.4.2015)

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Eine vorthetische Transgressionsmatrix

1. Auch wenn Bense in seiner Differenzierung zwischen ontischem und semiotischem Raum (vgl. Bense 1975, S. 44, 45 ff., 64 ff.) den ersteren als Raum der 0-stelligen, "vorthetischen" bzw. "disponiblen" Objektbezüge O° bestimmt und also von einer Zweiteilung statt einer Dreiteilung des zugrunde liegenden erkenntnistheoretischen Raumes

$$E = (\Omega, O^\circ, Z)$$

ausgeht, so setzt die Definition von O° natürlich die Existenz des nicht-thetischen Objektes Ω voraus, denn aus der Menge $\{\Omega\}$ allein können die O° ja seligiert werden, um dann mittels der Abbildung

$$\mu: O^\circ \rightarrow M$$

zu Mittelbezügen der Zeichenrelation $Z = (M, O, I)$ transformiert zu werden.

2. Indessen zeigt die Abbildung μ , wie bereits in Toth (2015) ausgeführt, daß hier eine Kontexturgrenze überschritten wird, denn O° wird zwar als 0-stellige Relation und M als 1-stellige Relation definiert, aber μ ist nichts anderes als eine besondere Darstellung der Metaobjektivation, d.h. der thetischen Setzung von Zeichen (vgl. Bense 1967, S. 9). Während die Primzeichenrelation (Bense 1981, S. 17 ff.)

$$P_1 = (1, 2, 3)$$

bijektiv auf $Z = (M, O, I)$ abbildbar ist, ist, wie ebenfalls in Toth (2015) gezeigt wurde, die alternative Primzahlenrelation

$$P_2 = (-1, 1, 2)$$

bijektiv auf eine transgressive Relation zwischen vorthetischem Objekt, Mittelbezug und Objektbezug

$$R = (O^\circ, M, O)$$

abbildbar, d.h. wir haben die beiden Transformationen

$$\mu_1: P_1 \rightarrow (M, O, I)$$

$$\mu_2: P_2 \rightarrow (O^\circ, M, O).$$

Da also $R = (O^\circ, M, O)$ eine logisch heterogene Relation ist, insofern O° als Objekt ontisch und M, O als Teilrelationen von Z semiotisch sind und O° als die logische Objekt- und M, O vermöge Z die logische Subjektposition vertreten, kann man leicht erkennen, daß die zugehörigen semiotischen Matrizen von P_1

$M(P_1) =$

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3.

und von P_2

$M(P_2) =$

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2.

eine nicht-leere Schnittmenge aufweisen, insofern

$$\mu_1 \cap \mu_2 \neq \emptyset$$

gilt. Das bedeutet also, daß wir eine vorthetische Transgressionsmatrix konstruieren können, welche eine eigentliche ontisch-semiotische Vermittlungsmatrix darstellt, obwohl Ω lediglich vermöge O° formal zugänglich ist. Wir geben die Transgressionsmatrix sowohl in numerischer als auch in kategorialer Form.

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2
		3.1	3.2
			3.3

	0°	M	O
0°	0°.0°	0°.M	0°.O
M	M.0°	M.M	M.O
O	O.0°	O.M	O.O
		I.M	I.O
			I.I

Da 0° , wie anfangs ausgeführt, Ω , und somit der vorthetische Raum einen rein ontischen Raum voraussetzt, und da gemäß Bense der vorthetische Raum zwischen dem ontischen Raum von Ω und dem semiotischen Raum von Z vermittelt, bedeutet dies natürlich, daß wir ein doppeltes Vermittlungssystem für den erkenntnistheoretischen Raum $E = (\Omega, 0^\circ, Z)$ haben, den man durch das folgende Schema

Ω	$\Omega, 0^\circ$	$0^\circ, Z$	Z
----------	-------------------	--------------	-----

andeuten kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Zeichendefinition mit negativen Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Bemerkungen zur vorthetischen Transgressionsmatrix

1. In Toth (2015a) hatten wir die in Toth (2015b) eingeführte alternative Primzeichen-Relation

$$P = (-1, 1, 2),$$

bijektiv auf eine transgressive Relation zwischen vorthetischem Objekt, Mittelbezug und Objektbezug

$$R = (O^\circ, M, O)$$

abgebildet.

2. Da die zu P gehörige Matix $M(P) =$

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2.

weist offenbar eine nicht-leere Schnittmenge mit der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix über der Primzeichenrelation $P = (1, 2, 3)$ auf,

	-1	1	2	
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
		3.1	3.2	3.3

$\cong$

	O°	M	O
O°	$O^\circ.O^\circ$	$O^\circ.M$	$O^\circ.O$
M	$M.O^\circ$	$M.M$	$M.O$
O	$O.O^\circ$	$O.M$	$O.O$

so daß diese Matrix also im ontisch-semiotischen Vermittlungsraum (vgl. Toth 2015c) den rot markierten Teilraum einnimmt,

Ω	Ω, O°	O°, Z	Z
----------	-------------------	--------------	---

für den vermöge Toth (2015d) die doppelte Isomorphie

$$[[\Omega, O^\circ], [O^\circ, Z]] \cong [3.1 \ 2.\times.2 \ 1.3] \cong [[3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3]]$$

gilt. Der im gleichen Vermittlungsraum blau markierte Teilraum

Ω	Ω, O°	O°, Z	Z
----------	-------------------	--------------	---

enthält also genau die Menge der vorthetischen Objekte (vgl. Bense 1975, S. 44, 45 ff., 65 ff.) zuzüglich der dyadischen Subrelation ($M \rightarrow O$) der vollständigen triadischen Zeichenrelation $Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$, d.h. die wiederum blau markierte Submatrix der Matrix $M(1, 2, 3)$

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3,

umfaßt den rein objektalen Teil der Zeichenrelation ohne den subjektalen Teil, welcher durch die Menge aller Subrelationen gebildet wird, welche die kategoriale Drittheit als triadischen oder trichotomischen Wert enthalten. Dieser Sachverhalt entspricht der von Ditterich (1990) festgestellten "Superponierung" des Interpretantenkonnexes als einer Art von "zweiter Bedeutung" über derjenigen, die in der Semiotik als Bezeichnung verstanden wird bzw. eine Superposition des Sinnes im Sinne von Kontextualisierung über der Bedeutung des Zeichens.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierung. Klagenfurt 1990

Toth, Alfred, Eine vorthetische Transgressionsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Zeichendefinition mit negativen Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Semiotische, ontische und mathematische Vermittlungsräume. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Eigen- und kategorienreale Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Definition von Primzahlen durch prime Zahlenfelder

1. Während sich für Zahlenfelder mit 4 ontischen Orten und iterierter Wertebelegung $P = (0, 0, 0, 1)$ und $P = (0, 1, 1, 1)$ symmetrische Systeme mit je 4 dualen primen Zahlenfeldern ergeben, ergeben sich auffälligerweise für $P = (0, 0, 1, 1)$ 6 prime Zahlenfelder, von denen 2 nicht-dual sind (vgl. Toth 2015). Man kann jedoch prime Raumfelder zur Definition der Primzeichen verwenden, sofern man deren Folge mit 1 beginnen läßt. Auf diese Weise entsteht übrigens wiederum eine arithmetisch-semiotische Isomorphie, da Bense (1981, S. 17 ff.) die von ihm "Primzeichen" genannten primen Zeichenzahlen ebenfalls durch $P = (1, 2, 3)$ definiert hatte.

2.1. $P = (0, 0, 0, 1)$

1 :=

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \times & 0 & 0 \\ & & & & \\ 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \times & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.2. $P = (0, 0, 1, 1)$

$2 :=$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \times & 1 & 0 \\ & & & & \\ 1 & 0 & & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \times & 1 & 0 \\ & & & & \\ 1 & 1 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.3. $P = (0, 1, 1, 1)$

$3 :=$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \times & 1 & 1 \\ & & & & \\ 1 & 1 & & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \times & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Um Primzahlen n mit $n > 3$ zu definieren, muß man also entsprechend dem quadratischen Wachstum der den ontischen Orten zugeordneten Zahlenfeldern zu 3×3 , 4×4 , ..., $n \times n$ -Zahlenfeldern übergehen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Prime und nicht-prime Zahlenfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Horizontale und vertikale Dualisation

1. Im folgenden werden nur prime Zahlenfelder berücksichtigt (vgl. Toth 2015a). Wie bereits in Toth (2015b) gezeigt, ist es nötig, bei auf ontische Orte abgebildeten Peanozahlen, d.h. 2-dimensionalen ortsfunktionalen Zahlen, neben der von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführten (horizontalen) Dualisation ($\times$) eine vertikale Dualisation (—) einzuführen. Die letztere tritt bei der Abbildung von Primzeichen auf Zahlenfelder (vgl. Toth 2015c) allerdings erst bei Zahlenfeldern mit mehr als 2 ontischen Orten auf, also bei Zahlensystemen, die nicht isomorph zur Basisdichotomie $L = [0, 1]$ der 2-wertigen aristotelischen Logik sind.

2.1. Zahlenfelder mit 2 ontischen Orten

1 :=

0 $\rightarrow$ 1

1 $\rightarrow$ 0

2.2. Zahlenfelder mit 4 ontischen Orten

Bei 4-ortigen Zahlen tritt vertikale neben horizontaler Dualisation erst bei Iteration der Wertbelegung auf.

2.2.1. $P = (0, 0, 0, 1)$

1 :=

0 1 1 0

0 0 $\times$ 0 0

0 0 0 0

1 0 $\times$ 0 1

2.2.2. $P = (0, 0, 1, 1)$

$2 :=$

0	1		1	0
---	---	--	---	---

0	1	×	1	0
---	---	---	---	---

1	0		0	1
---	---	--	---	---

0	1	×	1	0
---	---	---	---	---

1	1		0	0
---	---	--	---	---

0	0	—	1	1
---	---	---	---	---

2.2.3. $P = (0, 1, 1, 1)$

$3 :=$

1	0		0	1
---	---	--	---	---

1	1	×	1	1
---	---	---	---	---

1	1		1	1
---	---	--	---	---

0	1	×	1	0
---	---	---	---	---

Beispiele für vertikale Dualisation sind

1	0		1	1
---	---	--	---	---

1	1	—	1	0
---	---	---	---	---

0	1		1	1
---	---	--	---	---

1	1	—	0	1
---	---	---	---	---

Dabei ist es natürlich gleichgültig, welche Art von Dualisation bei gleichzeitiger Anwendung von horizontaler und vertikaler Dualisation zuerst angewandt wird, vgl.

$$\begin{array}{l} \times \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} . \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Prime und nicht-prime Zahlenfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Horizontale und vertikale Dualität bei Zahlenfeld-Graphen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Definition von Primzahlen durch prime Zahlenfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Ortsfunktionales Zählen in kronthalerschen Primzahlenrelationen

1. Die sog. kronthalersche Zeichenzahlenrelation (vgl. Toth 2015a)

$$P = (-1, 1, 2),$$

welche die bensesche Zeichenzahlenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$$P = (1, 2, 3),$$

die 1 als Primzeichen anerkennt, dadurch erweitert, daß Primzeichen auch auf negative ganze Zahlen ausgedehnt werden, führt zur folgenden alternativen semiotischen Matrix

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2

Wie man erkennt, enthält diese Matrix die dyadische Teilmatrix für die semiotische Bezeichnungsfunktion der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

2. Die Substitution der Bense- durch die Kronthaler-Matrix hat natürlich zur Folge, daß die zugehörigen ortsfunktionalen Peanofolgen wechseln. Im Anschluß an Toth (2015b) erhalten wir für die drei fundamentalen Zählarten in arithmetischen Raumfeldern folgende neuen Zählweisen.

2.1. Horizontales Zählen

0	-1	∅	∅		-1	0	∅	∅
∅	∅	0	-1		∅	∅	-1	0
$(0 \rightarrow -1)$		$((0 \rightarrow -1))$			$(0 \leftarrow -1)$		$((0 \leftarrow -1))$	

Hier gibt es also nicht-eingebettete und eingebettete Peanofolgen

$(-1 \rightarrow 0), (0 \rightarrow 1), (1 \rightarrow 2), \dots$		$(-1 \leftarrow 0), (0 \leftarrow 1), (1 \leftarrow 2), \dots$
$((-1 \rightarrow 0)), ((0 \rightarrow 1)), ((1 \rightarrow 2)), \dots$		$((-1 \leftarrow 0)), ((0 \leftarrow 1)), ((1 \leftarrow 2)), \dots$

2.2. Vertikales Zählen

0	∅	∅	0		-1	∅	∅	-1
-1	∅	∅	-1		0	∅	∅	0
$(0 \downarrow -1)$		$((0 \downarrow -1))$			$(0 \uparrow -1)$		$((0 \uparrow -1))$	

Auch hier ist zwischen nicht-eingebetteten und eingebetteten Peanofolgen zu unterscheiden.

$(-1 \downarrow 0), (0 \downarrow 1), (1 \downarrow 2), \dots$		$(-1 \uparrow 0), (0 \uparrow 1), (1 \uparrow 2), \dots$
$((-1 \downarrow 0)), ((0 \downarrow 1)), ((1 \downarrow 2)), \dots$		$((-1 \uparrow 0)), ((0 \uparrow 1)), ((1 \uparrow 2)), \dots$

2.3. Diagonales Zählen

0	∅	∅	0		-1	∅	∅	-1
∅	-1	-1	∅		∅	0	0	∅
$(0 \searrow -1)$		$(0 \swarrow -1)$			$(0 \nwarrow -1)$		$(0 \nearrow -1)$	

Hier gibt es entsprechend 2 mal 2 gerichtetheitsdifferente Peanofolgen.

$(-1 \searrow 0), (0 \searrow 1), (1 \searrow 2), \dots$		$(-1 \nwarrow 0), (0 \nwarrow 1), (1 \nwarrow 2), \dots$
$(-1 \swarrow 0), (0 \swarrow 1), (1 \swarrow 2), \dots$		$(-1 \nearrow 0), (0 \nearrow 1), (1 \nearrow 2), \dots$

Literatur

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionale Peanofolgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zwei Zeichenzahlenrelationen

1. In Toth (2015a, b) hatten wir der von Bense als Primzeichenrelation eingeführten Zeichenzahlenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$$P_1 = (1, 2, 3)$$

eine von Engelbert Kronthaler vorgeschlagene weitere Zeichenzahlenrelation

$$P_2 = (-1, 1, 2)$$

gegenüber gestellt, die nicht nur 1 als Primzahl anerkennt, sondern deren Zahlbereich auch auf die negativen ganzen Zahlen ausdehnt.

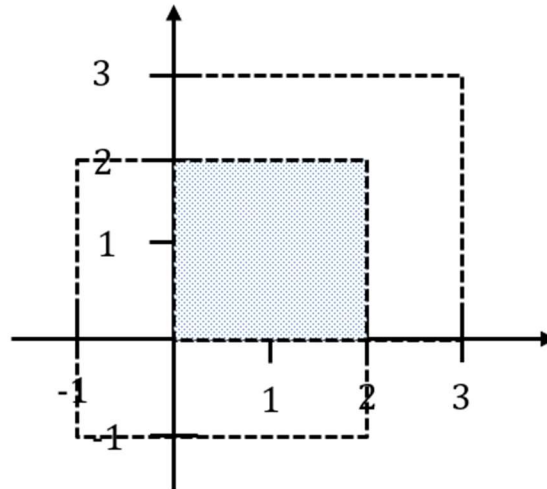
2. Aus P_2 kann man eine semiotische Matrix der Form

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2

konstruieren, welche die Bezeichnungsfunktion der von Bense (1975, S. 37) eingeführten Matrix über P_1 als Submatrix enthält. Man kann somit wegen der nichtleeren Durchschnittsmengen der Matrizen für P_1 und für P_2 die entsprechenden Matrizen zur folgenden kombinierten Matrix erweitern.

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

Trägt man die Subzeichen in ein kartesisches Koordinatensystem ein, so bekommt man,



darin der gepunktete Teilraum genau der Raum der von Bense (1975, S. 1975, S. 44, 45 ff., 64 ff.) definierte präsemiotische Raum der "vorthetischen" bzw. "disponiblen" Relationen M° und O° ist (vgl. Toth 2015c) vermöge der Isomorphie der kombinierten Primzahlenmatrix mit der folgenden modalitätentheoretischen Matrix

	O°	M	O	
O°	$O^\circ.O^\circ$	$O^\circ.M$	$O^\circ.O$	
M	$M.O^\circ$	$M.M$	$M.O$	$M.I$
O	$O.O^\circ$	$O.M$	$O.O$	$O.I$
		$I.M$	$I.O$	$I.I$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionales Zählen in kronthalerschen Primzeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Eine vorthetische Transgressionsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Semiotische Identität und Antiidentität

1. Die Substitution der von Bense als Primzeichenrelation eingeführten Zeichenzahlenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$$P_1 = (1, 2, 3)$$

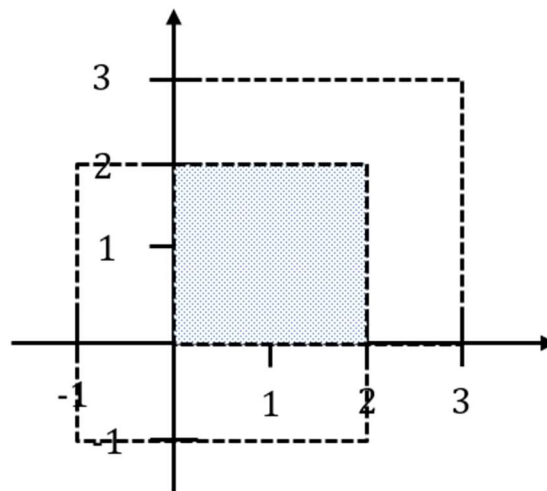
durch die von Engelbert Kronthaler vorgeschlagene Zeichenzahlenrelation

$$P_2 = (-1, 1, 2),$$

in der also nicht nur die positiven ganzen Zahlen einschließlich der 1, sondern auch die negativen als Feld von Primzahlen anerkannt werden, führt, wie bereits in Toth (2015a) gezeigt, zu einer Matrix mit nicht-leerer Schnittmenge ihrer Teilmatrizen

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

und verlangt zur Darstellung der semiotischen Subrelationen ein kartesisches Koordinatensystem, welches alle vier Quadranten benötigt.



2. Obwohl die Substitutionsoperation

$$\sigma: P_1 \rightarrow P_2 = (1, 2, 3) \rightarrow (-1, 1, 2)$$

somit relativ zur semiotischen Bezeichnungsfunktion nur partiell ist (vgl. den schraffierten Bereich im Koordinatensystem), haben wir folgende kategoriale Abbildungen.

2.1. Triadische Morphismen

$$2.1.1. (1.) \rightarrow (-1.)$$

$$2.1.2. (-1.) \rightarrow (1.)$$

2.2. Trichotomische Morphismen

$$2.2.1. (.1) \rightarrow (.-1)$$

$$2.2.2. (.-1) \rightarrow (.1),$$

d.h. wir haben es nicht mehr länger nur mit automorphen Abbildungen wie in P_1 , d.h.

$$\text{id}_1 = (1) \rightarrow (1)$$

$$\text{id}_2 = (2) \rightarrow (2)$$

$$\text{id}_3 = (3) \rightarrow (3),$$

zu tun, sondern im Falle der erstheitlichen Identität mit $i^2 = -1$, und dies, obwohl mit Hilfe von komplexen Zahlen natürlich keine Primzeichenrelationen definiert werden können (vgl. Toth 2015b). Es bleibt somit nichts anderes übrig, als neben den Identitäten id_1 , id_2 und id_3 semiotische Antiidentitäten der vier Formen 2.1.1. bis 2.2.2. anzusetzen. Man sollte sich allerdings hüten, hier eine Verletzung der 2-wertigen logischen Basis der Semiotik zu sehen, wie sie etwa durch den Begriff der "Gegenidentität" von Günther impliziert wird: "Die Identität des Positiven mit sich selbst erscheint zuerst im 3-wertigen System, in dem das Denken von der Achse der Positivsprache zur Achsenrichtung der Negativsprache überwandert, auf zweierlei Weise deutbar. Einmal als Identität des Objekts mit sich selbst und dann als Identität der Subjektivität mit sich selbst. Die Einführung der 2. Negation – die zugleich die erste trans-klassische ist – schränkt also den universellen Gültigkeitsbereich des klassischen Identitätsdenkens ein, weil das fraglose Mit-sich-selbst-identisch-Sein eines

jeden beliebigen Weltdatums sich jetzt in eine Polarität von Identität und Gegenidentität auflöst" (Günther 1980, S. 43). Wir führen daher zur Bezeichnung von Antiidentität den Asterisk (*) ein und definieren

$$\text{id}^*_1 = (1.) \rightarrow (-1.)$$

$$\text{id}^{*_1^{-1}} = (-1.) \rightarrow (1.)$$

$$\text{id}_{1^*} = (.1) \rightarrow (.-1)$$

$$\text{id}_{1^*}^{-1} = (.-1) \rightarrow (.1).$$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

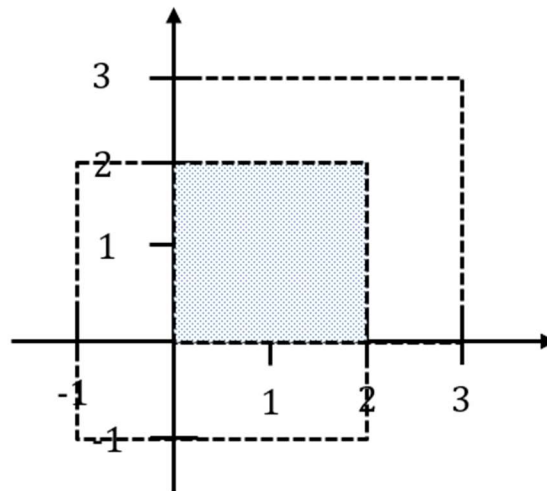
Günther, Gotthard, Identität, Gegenidentität und Negativsprache. In: Hegel-Jahrbuch 1979, S. 22-87

Toth, Alfred, Zwei Zeichenzahlenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Problematik einer Definition komplexer Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Identische und antiidentische semiotische Kategorien

1. Ersetzt man die von Bense (1981, S. 17 ff.) definierte Primzeichenrelation, welche 1 als Primzeichen anerkennt, $P_1 = (1, 2, 3)$, durch die von Kronthaler vorgeschlagene Primzeichenrelation, welche auch negative ganze Zahlen als Primzahlen akzeptiert, $P_2 = (-1, 1, 2)$ (vgl. Toth 2015a), so erhält man für die über P_2 erzeugbare semiotische Matrix ein zugehöriges kartesisches Koordinatensystem, welches alle vier Quadranten benötigt.



2. Wie in Toth (2015b) gezeigt, ist man in diesem Falle gezwungen, für die (als einzige auftretende) 1-Identität eine "Antiidentität" zu definieren, und zwar sowohl für triadische als auch für trichotomische Abbildungen

2.1. Triadische Morphismen

$$2.1.1. (1.) \rightarrow (-1.) := \text{id}^*_1 = (1.) \rightarrow (-1.)$$

$$2.1.2. (-1.) \rightarrow (1.) := \text{id}^{*-1}_1 = (-1.) \rightarrow (1.)$$

2.2. Trichotomische Morphismen

$$2.2.1. (.1) \rightarrow (. -1) := \text{id}_1^* = (.1) \rightarrow (. -1)$$

$$2.2.2. (. -1) \rightarrow (.1) := \text{id}_1^{*-1} = (. -1) \rightarrow (.1).$$

3. Damit steht allerdings der Weg frei, auch für sämtliche in $P_1 = (1, 2, 3)$ auftretenden Primzeichen die zugehörigen Negativen zu definieren, d.h. die sich im doppelt positiven (sowohl triadisch als auch trichotomischen) Falle nur

im 1. Quadranten definierte semiotische Matrix über $P_1 = (1, 2, 3)$ auch für den 2., 3. und 4. Quadranten zu definieren. Man erhält somit eine neue Primzeichenrelation der parametrisierten Form

$$P = (\pm 1, \pm 2, \pm 3).$$

Das bedeutet, daß die beiden kategorientheoretischen Abbildungen für die semiotische Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktion, α und β , ebenfalls neu definiert werden müssen. Man erhält nach dem Vorbild der redefinierten Identitäten für α

$$3.1. (1.) \rightarrow (-2.) \quad := \quad \alpha * _1 = (1.) \rightarrow (-2.)$$

$$3.2. (-2.) \rightarrow (1.) \quad := \quad \alpha * _1^{-1} = (-2.) \rightarrow (1.)$$

$$3.3. (.1) \rightarrow (.-2) \quad := \quad \alpha _1^* = (.1) \rightarrow (.-2)$$

$$3.4. (.-2) \rightarrow (.1) \quad := \quad \alpha _1^{*-1} = (.-2) \rightarrow (.1)$$

und für β

$$3.5. (2.) \rightarrow (-3.) \quad := \quad \beta * _1 = (2.) \rightarrow (-3.)$$

$$3.6. (-3.) \rightarrow (2.) \quad := \quad \beta * _1^{-1} = (-3.) \rightarrow (2.)$$

$$3.7. (.2) \rightarrow (.-3) \quad := \quad \beta _1^* = (.2) \rightarrow (.-3)$$

$$3.8. (.-3) \rightarrow (.2) \quad := \quad \beta _1^{*-1} = (.-3) \rightarrow (.2).$$

Literatur

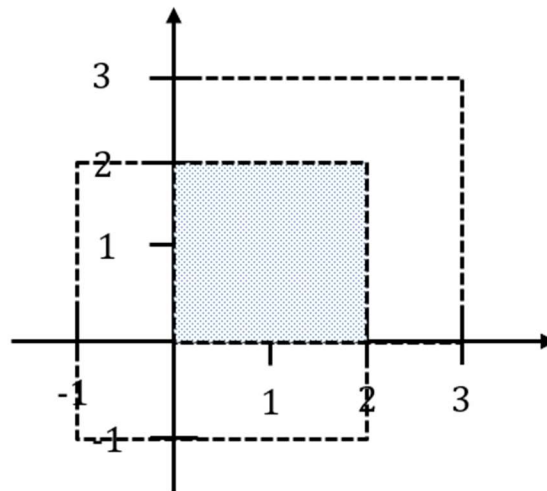
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Identität und Antiidentität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Positive und negative Primzeichen

1. Ersetzt man die von Bense (1981, S. 17 ff.) definierte Primzeichenrelation, welche 1 als Primzeichen anerkennt, $P_1 = (1, 2, 3)$, durch die von Kronthaler vorgeschlagene Primzeichenrelation, welche auch negative ganze Zahlen als Primzahlen akzeptiert, $P_2 = (-1, 1, 2)$ (vgl. Toth 2015a), so erhält man für die über P_2 erzeugbare semiotische Matrix ein zugehöriges kartesisches Koordinatensystem, welches alle vier Quadranten benötigt.



2. Wie bereits in Toth (2015b) vorgeschlagen wurde, können wir einen entscheidenden Schritt weiter gehen, indem wir für alle drei Primzeichen positive und negative Primzahlen zulassen, d.h. wir nehmen die folgende Abbildung vor

$$f: P = (1, 2, 3) \rightarrow P = (\pm 1, \pm 2, \pm 3).$$

Dadurch müssen die semiotischen Kategorien (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) neu definiert werden.

2.1. Redefinition identitiver Morphismen

$$(1.) \rightarrow (-1.) := \text{id}^*_1 = (1.) \rightarrow (-1.)$$

$$(-1.) \rightarrow (1.) := \text{id}^{*-1}_1 = (-1.) \rightarrow (1.)$$

$$(1.) \rightarrow (.1) := \text{id}_1^* = (1.) \rightarrow (.1)$$

$$(-1.) \rightarrow (.1) := \text{id}_1^{*-1} = (-1.) \rightarrow (.1).$$

2.2. Redefinition nicht-identitiver Morphismen

2.2.1. Morphismen der semiotischen Bezeichnungsfunktion

$$(1.) \rightarrow (-2.) := \alpha *_1 = (1.) \rightarrow (-2.)$$

$$(-2.) \rightarrow (1.) := \alpha *_{1^{-1}} = (-2.) \rightarrow (1.)$$

$$(1.) \rightarrow (.2) := \alpha_{1*} = (1.) \rightarrow (.2)$$

$$(-2.) \rightarrow (.1) := \alpha_{1*^{-1}} = (-2.) \rightarrow (.1)$$

2.2.2. Morphismen der semiotischen Bedeutungsfunktion

$$(2.) \rightarrow (-3.) := \beta *_1 = (2.) \rightarrow (-3.)$$

$$(-3.) \rightarrow (2.) := \beta *_{1^{-1}} = (-3.) \rightarrow (2.)$$

$$(2.) \rightarrow (.3) := \beta_{1*} = (2.) \rightarrow (.3)$$

$$(-3.) \rightarrow (.2) := \beta_{1*^{-1}} = (-3.) \rightarrow (.2).$$

3. Semiotische Dualsysteme werden vermöge der gleichen, oben definierten Abbildung

$$f: (3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3) \rightarrow$$

$$(\pm 3.\pm x, \pm 2.\pm y, \pm 1.\pm z) \times (\pm z.\pm 1, \pm y.\pm 2, \pm x.\pm 3)$$

parametrisiert, d.h. ihr zugehöriger semiotischer Raum dehnt sich in einem kartesischen Koordinatensystem vom ersten auf alle vier Quadranten aus. Dadurch erhalten wir also eine sehr große Zahl von Zeichen- und Realitätsthematiken mit positiven oder negativen Vorzeichen, wobei die Dualisationsoperation natürlich mit der Konversion von Triaden in Trichotomien bzw. umgekehrt auch die Vorzeichen umkehrt. So ist die Realitätsthematik einer Zeichenthematik der Form

$$ZTh = (-3.x, -2.y, -1.z)$$

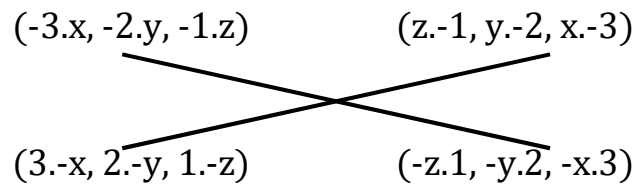
$$RTh = \times ZTh = \times(-3.x, -2.y, -1.z) = (z.-1, y.-2, x.-3),$$

während die Realitätsthematik einer Zeichenthematik der Form

$$ZTh = (3.-x, 2.-y, 1.-z)$$

$$RTh = \times ZTh = \times(3.-x, 2.-y, 1.-z) = (-z.1, -y.2, -x.3)$$

ist, d.h. wir bekommen ein Paar von Zeichenklassen, das einem Vorzeichenkonversen Paar von Realitätsthematiken bzw. vice versa gegenüber steht



und damit eine chiastische Relation zwischen jedem Paar von semiotischen Dualsystemen, deren Triaden und Trichotomien ungleiche Vorzeichen haben.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Identische und antiidentische semiotische Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Die Teilräume des präsemiotischen Raumes

1. Nach Bense vermitteln sog. disponible oder vorthetische Objekte der Form O° und Mittel der Form M° zwischen dem "ontischen" und dem "semiotischen" Raum (Bense 1975, S. 39 ff., S. 45 ff., S. 64 ff.). Diesen Raum, der somit die präsemiotischen Bezeichnungsfunktionen

$$b^\circ: (M^\circ \rightarrow O^\circ)$$

enthält, kann man, wie in Toth (2015a) gezeigt, konstruieren, indem man eine zusammengesetzte Matrix über der von Bense (1975, S. 37) eingeführten Matrix über der Primzeichenrelation $P = (1, 2, 3)$ und einer Matrix über einer von Engelbert Kronthaler (mdl., 22.4.2015) vorgeschlagenen Primzeichenrelation $P = (-1, 1, 2)$ konstruiert

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

Die Schnittmenge beider Teilmatrizen enthält somit genau die b° .

2. Wie allerdings in Toth (2015b) gezeigt worden war, gibt es, wenn man das Feld von Primzahlen nicht nur auf die positiven, sondern auch auf die negativen ganzen Zahlen ausdehnt, eine weitere Primzeichenrelation, $P = (-2, -1, 1)$. Konstruiert man nun eine Matrix, welche alle drei Primzeichenrelationen, d.h. $P = (-2, -1, 1)$, $P = (-1, 1, 2)$ und $P = (1, 2, 3)$, enthält, bekommt man die folgende weitere zusammengesetzte Matrix

	-2	-1	1	2	3
-2	-2.-2	-2.-1	-2.1	-2.2	-2.3
-1	-1.-2	-1.-1	-1.1	-1.2	-1.3
1	1.-2	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3	3.-2	3.-1	3.1	3.2	3.3

Wie man erkennt, haben wir nun keinen 2-seitigen, sondern einen 3-seitigen Vermittlungsraum zwischen dem ontischen und dem semiotischen Raum, wobei als gemeinsames Element der paarweisen Schnittmengen aller drei Teilräume das Qualizeichen (1.1) fungiert. Von besonderem Interesse ist allerdings der vermittelnde zentrale Teilraum, der zwischen der Matrix über $P = (-2, -1, 1)$ und der Matrix über $P = (1, 2, 3)$ vermittelt

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2

Diese Matrix enthält wiederum als Teilmatrix die präsemiotischen Abbildungen $b^\circ: (M^\circ \rightarrow O^\circ)$, allerdings zusammen mit einem Rand, der sowohl triadisch als auch trichotomisch und sowohl triadisch und trichotomisch negative Subrelationen enthält. Dabei weist die Nebendiagonale

$$ND = (2.-1, 1.1, -1.2) \times (2.-1, 1.1, -1.2)$$

genau dieselbe eigenreale Dualinvarianz auf, die von Bense (1992) für das eigenreale Dualsystem über $P = (1, 2, 3)$ festgestellt worden war

$$ND = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3),$$

und zwar einschließlich der binnensymmetrischen Dualität, die von (1.1) $\rightarrow$ (2.2) abgebildet wird.

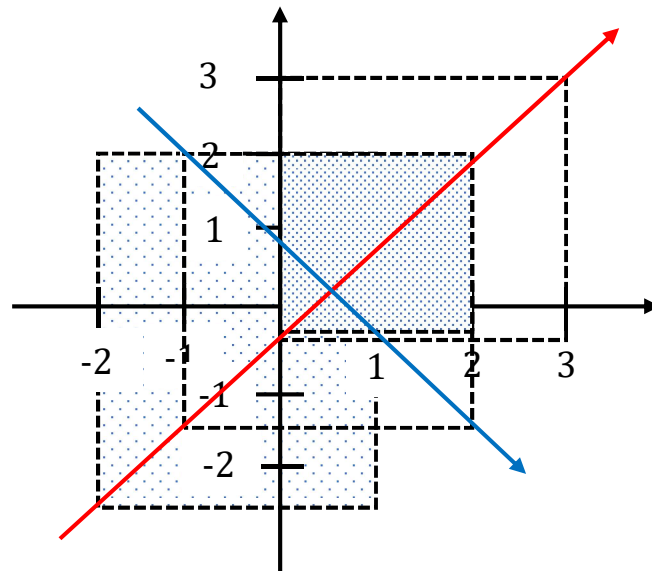
Dasselbe gilt für die kategorienreale Antisymmetrie der Hauptdiagonalen, denn

$$(-1.-1, 1.1, 2.2) \times (2.2, 1.1, -1.-1)$$

zeigt dieselbe konverse Dualinvarianz wie diejenige in der Matrix über $P = (1, 2, 3)$

$$(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3),$$

d.h. Eigen- und Kategorienrealität sind in den Matrizen über $P = (-1, 1, 2)$ und über $P = (1, 2, 3)$ isomorph. Man kann diese neuen Erkenntnisse im folgenden kartesischen Koordinatensystem darstellen, in dem die Eigenrealität durch einen roten und die Kategorienrealität durch einen blauen Vektor markiert sind.



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Eine vorthetische Transgressionsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Eine triadische Relation von Primzeichenrelationen

1. In Toth (2015a, b) hatten wir uns mit der von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführten Primzeichenrelation $P = (1, 2, 3)$ und der von Kronthaler (2015, mdl.) vorgeschlagenen weiteren Primzeichenrelation $P = (-1, 1, 2)$ befaßt. Im folgenden wird eine dritte Primzeichenrelation vorgeschlagen, welche es erlaubt, eine triadische Relation von Primzeichenrelationen zu definieren.

2.1. $P = (-1, 1, 2)$

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2

2.2. $P = (1, 2, 3)$

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

Wie die folgende Matrix zeigt, haben die Matrizen über $P = (1, 2, 3)$ und $P = (-1, 1, 2)$ eine nicht-leere Schnittmenge.

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

2.3. $P = (-2, -1, 1)$

Während Bense die Zahl 1 als Primzeichen zulässt, sich aber auf die positiven Zahlen beschränkt, geht Kronthaler einen Schritt weiter und lässt auch die negativen ganzen Zahlen zu. Ein weiterer Schritt besteht demnach darin, neben 2 auch -2 als negative Zeichenzahl zuzulassen. Man erhält dann folgende weitere Matrix.

	-2	-1	1
-2	-2.-2	-2.-1	-2.1
-1	-1.-2	-1.-1	-1.1
1	1.-2	1.-1	1.1

Damit ergeben sich nun jedoch drei nicht-leere Schnittmengen zwischen den Matrizen über den drei Primzeichenrelation $P = (-2, -1, 1)$, $P = (-1, 1, 2)$ und $P = (1, 2, 3)$.

	-2	-1	1	2	3
-2	-2.-2	-2.-1	-2.1	-2.2	-2.3
-1	-1.-2	-1.-1	-1.1	-1.2	-1.3
1	1.-2	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3	3.-2	3.-1	3.1	3.2	3.3

wobei die Matrix über $P = (-1, 1, 2)$ als semiotischer Vermittlungsraum zwischen den Matrizen über $P = (-2, -1, 1)$ und $P = (1, 2, 3)$ fungiert.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Eine vorthetische Transgressionsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen

1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

enthält 9, Subzeichen genannte, Einträge, die durch Abbildungen der beiden Mengen $P(x.) \times P(.y)$ mit $x, y \in \{1, 2, 3\}$ entstehen, welche positional, d.h. triadisch und trichotomische geschiedene Formen der sog. Primzeichenrelation $P = (1, 2, 3)$ sind, die allerdings erst durch Bense (1981, S. 17 ff.) explizit als solche eingeführt wurde. Primzeichen spielen für die Semiotik die gleiche Rolle wie sie Primzahlen für die Zahlentheorie spielen. In Toth (2015) wurde eine isomorphe, auf der ortsfunktionalen Arithmetik basierende, Definition auch für Primobjekte eingeführt, welche die selbe Rolle für die Objekttheorie spielen.

2. Die 9 Subzeichen der semiotischen Matrix teilen sich, wie man leicht erkennt in nur zwei Typen, in die homogenen, d.h. identitiven Abbildungen

(1.1), (2.2), (3.3)

und in die inhomogenen Abbildungen, welche sich auf die folgenden Dualrelationen reduzieren lassen

(1.2) $\times$ (2.1)

(1.3) $\times$ (3.1)

(2.3) $\times$ (3.2).

Das bedeutet aber, daß duale Paare von Subzeichen die gleichen semiotischen Werte an verschiedenen "ontischen Orten" (innerhalb der semiotischen Matrix) darstellen. Die Hauptdiagonale, welche genau die drei homogenen Subzeichen enthält, spielt selbstverständlich die Rolle einer Diskriminanten. Berücksichtigt man dies, dann kann man mit Hilfe der ortsfunktionalen Arithmetik die semiotische Matrix wie folgt neu definieren. Zur Erleichterung der

Nachvollziehbarkeit dieses qualitativen Verfahrens gehen wir trichotomienweise vor.

2.1. Qualitative Belegung der Mitteltrichotomie

0	∅	∅	0	1	∅	0	1	2
∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅
∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅

Hier haben wir bereits alle drei Werte von $P = (0, 1, 2)$ beisammen. (Man kann natürlich alternativ auch $P = (1, 2, 3)$ oder irgendeine andere Menge von Zahlen nehmen.)

2.2. Qualitative Belegung der Objekttrichotomie

Die Position von (2.1) enthält nun natürlich den selben Wert wie diejenige von (1.2), da ja $(2.1) = \times(1.2)$ ist. Die reine Zweitheit ist per definitionem durch den Wert 1 besetzt, und die Drittheit der Zweitheit bekommt, genau wie diejenige der Erstheit, den Wert 2.

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	∅	∅	1	1	∅	1	1	2
∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅	∅

2.3. Qualitative Belegung der Interpretantentrichotomie

Nur redundanterweise bemerken wir, daß 3.1 und 3.2 die gleichen Werte wie ihre dualen Subzeichen bekommen und daß 3.3 per definitionem den Wert 2 bekommt.

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	1	2	1	1	2	1	1	2
2	∅	∅	2	2	∅	2	2	2

Man beachte, daß in dieser qualitativen arithmetischen Matrix Triaden und Trichotomien identisch sind, da durch Ortsfunktionalität ja die Dualität aufgehoben wird. Zusätzlich ist die Hauptdiagonale mit der Mittel-Triade/Mittel-Trichotomie identisch. Einzig die Nebendiagonale koinzidiert mit keiner Triade/Trichotomie. Ihre Sonderstellung als "eigenreale", d.h. dualinvariante

Relation (vgl. Bense 1992) bleibt somit auch in der qualitativen Matrix bestehen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Abbildungen von Primzeichen und Primobjekten auf ontotopologische Invarianten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Minimale Teiler der ortsfunktionalen semiotischen Matrix

1. In der qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2015a) gilt der

SATZ. Eine Zeile, Spalte oder Diagonale eines Zahlenfeldes kann nur dann Teiler sein, wenn sie keinen unbelegten ontischen Ort ($\emptyset$) enthält.

Ein Lemma dazu lautet:

LEMMA. Ein Zahlenfeld, das keinen unbelegten ontischen Ort enthält, kann nach allen drei Zählweisen der ortsfunktionalen Arithmetik geteilt werden.

2. Gegeben sei das 2×2 -Zahlenfeld

0 1

2 3.

Seine adjazente Teilung ist

0 1 $\emptyset$ $\emptyset$

$\emptyset$ $\emptyset$, 2 3,

seine subjazente Teilung ist

0 $\emptyset$ $\emptyset$ 1

2 $\emptyset$, $\emptyset$ 3,

und seine transjazente Teilung ist

0 $\emptyset$ $\emptyset$ 1

$\emptyset$ 3, 2 $\emptyset$.

Wie in Toth (2015) ferner gezeigt worden war, lassen vollständige Zahlenfelder, d.h. solche, die keine ontischen Leerstellen aufweisen, auch sämtliche drei Paarkombinationen von Teilern, d.h. adjazent-subjazente, subjazent-transjazente und adjazent-transjazente Teiler, zu.

3. Es dürfte bereits nach diesen Beispielen unmittelbar einleuchten, daß die quantitative Eindeutigkeit des Fundamentalsatzes der Arithmetik, wie er für Primzahlen gültig ist, bei qualitativen Raumfeldern durch qualitative Mehrdeutigkeit ersetzt ist. Diese steigt natürlich für $n \times n$ -Raumfelder für $n > 2$ sehr

schnell an. Im Falle des der qualitativen Semiotik zugrunde liegenden 3×3 -Raumfeldes (vgl. Toth 2015b)

0	1	2
1	1	2
2	2	2

ergibt sich jedoch eine überraschend einfache Lösung, um die minimalen Teiler zu finden. Während für die quantitative Semiotik gilt, daß nur die Nebendiagonale, welche die von Bense (1992) als "eigenreale" bezeichnete dual-invarianten Zeichenklasse (3.1, 2.2, 1.3) enthält, vermöge ihrer Konnexität in mindestens einer Subrelation mit jeder der 10 peirce-benseschen Zeichenklassen als semiotischer Teiler fungieren kann, kann in der qualitativen Semiotik nicht nur die Neben-, sondern auch die Hauptdiagonale als Teiler fungieren (die in der quantitativen Semiotik die Kategorienklasse enthält). Der Grund liegt darin, daß in der qualitativen Matrix duale Subzeichen den gleichen Zahlenwert enthalten und sich also nur durch ihre ontischen Orte unterscheiden.

Man kann also minimale Teiler qualitativer semiotischer Matrizen dadurch finden, daß man die beiden transjzenten Teiler

0			2
	1	oder	1
	2		2

sowie eine beliebige Triade (im Falle von subjazenter Zählweise) oder Trichotomie (im Falle von adjazenter Zählweise) nimmt. Da die qualitative Hauptdiagonale außerdem der Mittel-Triade und -Trichotomie gleich ist, ist im Falle des transjzenten Teilers ($0 \searrow 1 \searrow 2$) sogar dieser selbst minimaler Teiler. Im Falle des transjzenten Teilers ($2 \searrow 1 \searrow 2$) bekommt man also die folgende Menge paarweiser minimaler Teiler

$(2 \searrow 1 \searrow 2), (0 \downarrow 1 \downarrow 2)$	$(2 \searrow 1 \searrow 2), (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2)$
$(2 \searrow 1 \searrow 2), (1 \downarrow 1 \downarrow 2)$	$(2 \searrow 1 \searrow 2), (1 \rightarrow 1 \rightarrow 2)$
$(2 \searrow 1 \searrow 2), (2 \downarrow 2 \downarrow 2)$	$(2 \searrow 1 \searrow 2), (2 \rightarrow 2 \rightarrow 2),$

und wie man sieht, unterscheiden sich subjazente und adjazente Teiler wegen der Gleichzahligkeit dualer Subrelationen nur durch die Zählweisen, die daher zur Bestimmung minimaler Teiler vernachlässigbar sind.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Arithmetik qualitativer Teiler. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionale semiotische Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Die Nicht-Identität des absoluten Nullpunktes

1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix über der Primzeichenrelation $P = (1, 2, 3)$

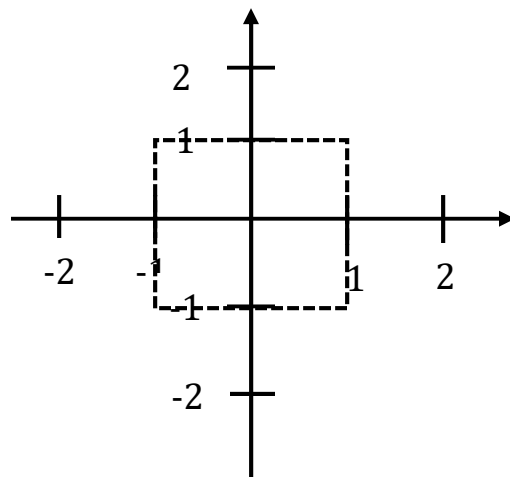
	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

benutzt die ersten drei Primzahlen, sofern man bereit, die 1 – trotz der daraus folgenden Aufhebung der Eindeutigkeit der Teilbarkeit von Zahlen – als Primzahl zu anerkennen. Eine weitere Primzahlenrelation, die im Sinne einer Primzeichenrelation verwendbar ist, wurde von Engelbert Kronthaler vorgeschlagen (vgl. Toth 2015a). Sie erweitert den Geltungsbereich der Primzahlen von den positiven auf die negativen Zahlen. Diese alternative semiotische Matrix über $P = (-1, 1, 2)$ ist

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2.

2. Nimmt man hingegen die Zahlen $P = (-1, 0, 1)$, erhält man die folgende relativ zum absoluten Nullpunkt eines kartesischen Koordinatensystems symmetrische semiotische Matrix

	-1	0	1
-1	-1.-1	-1.0	-1.1
0	0.-1	0.0	0.1
1	1.-1	1.0	1.1



Man kann nun die in Toth (2015b) vorgeschlagene Abbildung nicht-ortsfunktionaler auf ortsfunktionale Matrizen auf $P = (-1, 0, 1)$ übertragen und erhält dann

$$\begin{array}{ccccc}
 (-1_m, -1_n) & \subset & (-1_m, 0_{n+1}) & \subset & (-1_m, 1_{n+2}) \\
 \cap & & \cap & & \cap \\
 (0_{m+1}, -1_n) & \subset & (0_{m+1}, 0_{n+1}) & \subset & (0_{m+1}, 1_{n+2}) \\
 \cap & & \cap & & \cap \\
 (1_{m+2}, -1_n) & \subset & (1_{m+2}, 0_{n+1}) & \subset & (1_{m+2}, 1_{n+2}).
 \end{array}$$

Wie man leicht erkennt, gilt nun aber

$$\times(0_{m+1}, 0_{n+1}) \neq (0_{m+1}, 0_{n+1}),$$

d.h. der absolute Nullpunkt als Zentrum mit der die Null als zentraler semiotischen Kategorie enthaltenden Primzeichenrelation $P = (-1, 0, 1)$ ist nicht-identisch, d.h. die semiotische Nullheit ist damit qualitativ relevant geworden und also nicht nur in die in Toth (2015) behandelten Peanozahlen $P = (1, 2, 3, \dots)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Repräsentationswerte in nicht-klassischen semiotischen Matrizen

1. Unter einem Repräsentationswert (Rpw) wird seit Bense (1976) die Quersumme von triadischer und trichotomischer Zeichenzahl für ein Subzeichen der Form $S = (x.y)$, d.h. $x + .y = z$, verstanden (vgl. Toth 2010).

Gehen wir von der „klassischen“ semiotischen Matrix über der Primzahlenrelation $P = (1, 2, 3)$ aus, wie sie Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführt hatte

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

und bilden für jedes $S \in S \times S$ $Rwp(S)$, dann erhalten wir die zur obigen Matrix gehörige Repräsentationswert-Matrix

2	3	4
3	4	5
4	5	6,

d.h.

2	3	4		
	3	4	5	
		4	5	6,

also drei Zahlenfolgen, die paarweise in zwei Zahlen übereinstimmen.

2. Gehen wir nun im Anschluß an Toth (2015a, b) von drei weiteren Primzahlenfolgen aus und bilden wiederum die zugehörigen Repräsentationswertmatrizen.

2.1. $P = (-3, -2, -1)$

	.-3	.-2	.-1
-3.	-3.-3	-3.-2	-3.-1
-2.	-2.-3	-2.-2	-2.-1
-1.	-1.-3	-1.-2	-1.-1

Die zugehörige Rpw-Matrix ist

-6 -5 -4
 -5 -4 -3
 -4 -3 -2,

d.h.

-6 -5 -4
 -5 -4 -3
 -4 -3 -2,

so daß wir auch hier drei Zahlenfolge haben, die paarweise in zwei Zahlen übereinstimmen.

2.2. $P = (-2, -1, 1)$

	.-2	.-1	.1
-2.	-2.-2	-2.-1	-2.1
-1.	-1.-2	-1.-1	-1.1
1.	1.-2	1.-1	1.1

Die zugehörige Rpw-Matrix ist

-4 -3 -1
 -3 -2 0
 -1 0 2,

d.h. hier gibt es keine paarweisen Übereinstimmungen zwischen den drei Zahlenfolgen mehr.

2.3. $P = (-1, 1, 2)$

	.-1	.1	.2
-1.	-1.-1	-1.1	-1.2
1.	1.-1	1.1	1.2
2.	2.-1	2.1	2.2

Die zugehörige Rpw-Matrix ist

-2 0 1

0 2 3

1 3 4,

d.h. auch hier gibt es keine paarweisen Übereinstimmungen zwischen den drei Zahlenfolgen mehr.

3. Man kann nun die 4 Zahlenfolgen zu einer absteigenden Kaskade fügen

-6 -5 -4

-5 -4 -3

-4 -3 -2

-4 -3 $\emptyset$ -1

-3 -2 $\emptyset$ 0

-2 Ø 0 1

$$\emptyset \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset \quad 3 \quad 4$$

-1 0 $\emptyset$ 2 $\emptyset$ $\emptyset$

$$0 \quad \emptyset \quad 2 \quad 3 \quad \emptyset$$

2 3 4

3 4 5

4 5 6,

die also die Rpw-Hierarchie der Primzeichenrelationen

(-3, -2, -1)

(-2, -1, 1)

(-1, 1, 2)

(1, 2, 3)

darstellt. Im Gegensatz zur Kaskade der P besitzt allerdings die Kaskade der Rpw zahlreiche Nullstellen, die erst durch Zusammenfügung der einzelnen Rpw-Matrizen sichtbar werden.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Zeichendefinition mit negativen Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Tetradisch-tetratomische und tetradisch-trichotomische Zeichenrelationen

1. In einer tetradisch-tetratomischen Zeichenrelation tritt neben die drei relationalen Glieder M, O und I als viertes Glied im Anschluss an Kronthaler (1992) die Qualität Q, die wir in der Absicht, eine polykontexturale Zeichenrelation zu definieren, mit einer neuen semiotischen Kategorie "Nullheit" analog zu Erst-, Zweit- und Dritttheit identifizieren (vgl. Stiebing 1981, 1984). Wir bekommen dann

$ZR_{4,4} = R(Q, M, O, I)$ bzw. $ZR_{4,4} = R(.0., .1., .2., .3.)$ bzw.

$ZR_{4,4} = (((Q \Rightarrow M) \Rightarrow O) \Rightarrow I)$ bzw. $ZR_{4,4} = (((.0. \Rightarrow .1.) \Rightarrow .2.) \Rightarrow .3.)$

Als tetradisch-tetratomische semiotische Matrix ergibt sich dann

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

Das Bildungsgesetz für wohlgeformte tetradisch-tetratomische Zeichenklassen sei in Erweiterung des Bildungsgesetzes für triadisch-trichotomische Zeichenklassen

$(3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$ mit $a, b, c, d \in \{0., .1., .2., .3.\}$ und $a \leq b \leq c \leq d$

Damit ergeben sich 35 tetradisch-tetratomische Zeichenklassen und ebenso viele ihnen invers koordinierte Realitätsthematiken zusammen mit ihren strukturell-entitätischen Realitäten:

1	3.0 2.0 1.0 0.0	×	<u>0.0 0.1 0.2 0.3</u>	0 ⁴
2	3.0 2.0 1.0 0.1	×	1.0 <u>0.1 0.2 0.3</u>	1 ³ 0 ¹
3	3.0 2.0 1.0 0.2	×	2.0 <u>0.1 0.2 0.3</u>	2 ² 0 ²
4	3.0 2.0 1.0 0.3	×	3.0 <u>0.1 0.2 0.3</u>	3 ¹ 0 ³
5	3.0 2.0 1.1 0.1	×	1.0 1.1 <u>0.2 0.3</u>	1 ² 0 ²
6	3.0 2.0 1.1 0.2	×	2.0 1.1 <u>0.2 0.3</u>	2 ¹ 1 ⁰ 2 ¹
7	3.0 2.0 1.1 0.3	×	3.0 1.1 <u>0.2 0.3</u>	3 ¹ 1 ⁰ 2 ²
8	3.0 2.0 1.2 0.2	×	2.0 2.1 <u>0.2 0.3</u>	2 ² 0 ²
9	3.0 2.0 1.2 0.3	×	3.0 2.1 <u>0.2 0.3</u>	3 ¹ 2 ¹ 0 ²
10	3.0 2.0 1.3 0.3	×	3.0 3.1 <u>0.2 0.3</u>	3 ² 0 ²
11	3.0 2.1 1.1 0.1	×	1.0 1.1 1.2 <u>0.3</u>	1 ³ 0 ¹
12	3.0 2.1 1.1 0.2	×	2.0 1.1 1.2 <u>0.3</u>	2 ¹ 1 ² 0 ¹

13	3.0 2.1 1.1 0.3	×	3.0 1.1 1.2 0.3	3 ¹ 1 ⁰ 1
14	3.0 2.1 1.2 0.2	×	2.0 2.1 1.2 0.3	2 ² 1 ⁰ 1
15	<u>3.0 2.1 1.2 0.3</u>	×	<u>3.0 2.1 1.2 0.3</u>	<u>3²2¹1⁰1</u>
16	3.0 2.1 1.3 0.3	×	3.0 3.1 1.2 0.3	3 ² 1 ⁰ 1
17	3.0 2.2 1.2 0.2	×	2.0 2.1 2.2 0.3	2 ³ 0 ¹
18	3.0 2.2 1.2 0.3	×	3.0 2.1 2.2 0.3	3 ² 2 ⁰ 1
19	3.0 2.2 1.3 0.3	×	3.0 3.1 2.2 0.3	3 ² 2 ⁰ 1
20	<u>3.0 2.3 1.3 0.3</u>	×	<u>3.0 3.1 3.2 0.3</u>	<u>3³0¹</u>
21	3.1 2.1 1.1 0.1	×	<u>1.0 1.1 1.2 1.3</u>	1 ⁴
22	3.1 2.1 1.1 0.2	×	2.0 <u>1.1 1.2 1.3</u>	2 ¹ 1 ³
23	3.1 2.1 1.1 0.3	×	3.0 <u>1.1 1.2 1.3</u>	3 ¹ 1 ³
24	3.1 2.1 1.2 0.2	×	2.0 2.1 <u>1.2 1.3</u>	2 ² 1 ²
25	3.1 2.1 1.2 0.3	×	3.0 2.1 <u>1.2 1.3</u>	3 ² 2 ¹ 2
26	3.1 2.1 1.3 0.3	×	3.0 3.1 <u>1.2 1.3</u>	3 ² 1 ²
27	3.1 2.2 1.2 0.2	×	2.0 2.1 2.2 <u>1.3</u>	2 ³ 1 ¹
28	3.1 2.2 1.2 0.3	×	3.0 2.1 2.2 <u>1.3</u>	3 ² 2 ¹ 1
29	3.1 2.2 1.3 0.3	×	3.0 3.1 2.2 <u>1.3</u>	3 ² 2 ¹ 1
30	<u>3.1 2.3 1.3 0.3</u>	×	<u>3.0 3.1 3.2 1.3</u>	<u>3³1¹</u>
31	3.2 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 2.3</u>	2 ⁴
32	3.2 2.2 1.2 0.3	×	3.0 <u>2.1 2.2 2.3</u>	3 ² 2 ³
33	3.2 2.2 1.3 0.3	×	3.0 3.1 <u>2.2 2.3</u>	3 ² 2 ²
34	<u>3.2 2.3 1.3 0.3</u>	×	<u>3.0 3.1 3.2 2.3</u>	<u>3³2¹</u>
35	3.3 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 3.3</u>	3 ⁴

2. Nach Bense (1975, S. 45 ff., 65) werden „disponible“ semiotische Kategorien zwar wie die drei „relationalen“ Kategorien der triadischen Zeichenrelation durch die Relationszahlen $r = 1, 2, 3$, aber im Unterschied zu den letzteren durch die Kategorialzahl $k = 0$ gekennzeichnet, wodurch die Mittelstellung „disponibler“ Kategorien zwischen dem „ontologischen Raum“ der Objekte und dem „semiotischen Raum“ der Zeichen hergestellt wird (1975, S. 65). Auf der Basis dieses Grundgedankens, dem auch Stiebing (1981, S. 29) folgt, wurde in Toth (2008a, b) eine polykontexturale tetradische Zeichenrelation definiert als

$ZR_{4,3} = (R(Q, M, O, I) \text{ bzw. } ZR_{4,3} = R(.0., .1., .2., .3.) \text{ bzw.}$

$ZR_{4,3} = (((Q \Rightarrow M) \Rightarrow O) \Rightarrow I) \text{ bzw. } ZR_{4,3} = (((.0. \Rightarrow .1.) \Rightarrow .2.) \Rightarrow .3.)$

Wie man erkennt, besteht der Unterschied zwischen $ZR_{4,4}$ und $ZR_{4,3}$ also nur in dem fehlenden Punkt links von $(.0.)$ der Nullheit. Dieser Unterschied hat jedoch eminente Folgen. Nach Benses Unterscheidung von Relational- und Kategorialzahlen kann es nämlich keine genuine nullheitliche Kategorie (0.0) geben, da hier sowohl die Relational- als auch die Kategorialzahl $r = k = 0$ wäre. Damit wäre ein Etwas, das kategorial durch (0.0) gekennzeichnet ist, also wegen $r = 0$ ein Objekt des ontologischen Raumes, gleichzeitig aber wegen des iterierten Auftretens dieses „Primzeichens“ auch ein Zeichen, denn reine Objekte können nicht iteriert werden. (Wohl ist ein Ausdruck wie „Zeichen des Zeichens ...“ sinnvoll, aber ein Ausdruck wie „Stein des Steines ...“ ist sinnlos.) Daraus folgt, dass es „Objekt-Zeichen-

Zwitter“ oder „Zeichen-Objekt-Zwitter“, charakterisiert durch (0.0), genauso wenig geben kann wie Gebilde, deren zeichenthematische Charakteristik trichotomisch durch (X.0) gekennzeichnet ist, also (1.0), (2.0) und (3.0), denn hier wäre in Verletzung der Benseschen Feststellung $r = 0$. Daraus folgt also, dass in $ZR_{4,3}$ die Kategorie der Nullheit (und damit die Modalität der Qualität) nur tetradisch, nicht aber trichotomisch auftreten kann. (Bei der Dualisierung einer Zeichenklasse aus $ZR_{4,3}$, d.h. in einer tetradisch-trichotomischen Realitätsthematik, darf deshalb die Kategorie der Nullheit nur trichotomisch auftreten.)

Damit erhalten wir die folgende tetradisch-trichotomische Matrix

	1	2	3
0	0.1	0.2	0.3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3,

die also eine Teilmatrix der triadisch-trichotomischen Matrix ist

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

Damit ergeben sich 15 tetradisch-trichotomische Zeichenklassen und ebenso viele ihnen invers koordinierte Realitätsthematiken zusammen mit ihren strukturell-entitätischen Realitäten

1	3.1 2.1 1.1 0.1	×	1.0 1.1 1.2 1.3	1 ⁴
2	3.1 2.1 1.1 0.2	×	2.0 1.1 1.2 1.3	2 ¹ 1 ³
3	3.1 2.1 1.1 0.3	×	3.0 1.1 1.2 1.3	3 ¹ 1 ³
4	3.1 2.1 1.2 0.2	×	2.0 2.1 1.2 1.3	0 ² 1 ²
5	3.1 2.1 1.2 0.3	×	3.0 2.1 1.2 1.3	3 ² 1 ²
6	3.1 2.1 1.3 0.3	×	3.0 3.1 1.2 1.3	3 ² 1 ²
7	3.1 2.2 1.2 0.2	×	2.0 2.1 2.2 1.3	2 ³ 1 ¹
8	3.1 2.2 1.2 0.3	×	3.0 2.1 2.2 1.3	3 ² 2 ¹ 1 ¹
9	3.1 2.2 1.3 0.3	×	3.0 3.1 2.2 1.3	3 ² 2 ¹ 1 ¹
10	3.1 2.3 1.3 0.3	×	3.0 3.1 3.2 1.3	3 ³ 1 ¹

11	3.2.2.2.1.2.0.2	×	2.0.2.1.2.2.2.3	2 ⁴
12	3.2.2.2.1.2.0.3	×	3.0.2.1.2.2.2.3	3 ¹ 2 ³
13	3.2.2.2.1.3.0.3	×	3.0.3.1.2.2.2.3	3 ² 2 ²
14	3.2.2.3.1.3.0.3	×	3.0.3.1.3.2.2.3	3 ³ 2 ¹
15	3.3.2.3.1.3.0.3	×	3.0.3.1.3.2.3.3	3 ⁴

Wie man leicht erkennt, sind also die 15 tetratisch-trichotomischen Dualsysteme mit ihren strukturellen Realitäten eine Teilmenge der 35 tetratisch-tetratomischen Dualsysteme und ihren strukturellen Realitäten:

1	3.0.2.0.1.0.0.0	×	<u>0.0.0.1.0.2.0.3</u>	0 ⁴	Menge der tetr.-tetratom. Dualsysteme \ Menge der tetr.-trichotom. Dualsysteme
2	3.0.2.0.1.0.0.1	×	<u>1.0.0.1.0.2.0.3</u>	1 ¹ 0 ³	
3	3.0.2.0.1.0.0.2	×	<u>2.0.0.1.0.2.0.3</u>	2 ¹ 0 ³	
4	3.0.2.0.1.0.0.3	×	<u>3.0.0.1.0.2.0.3</u>	3 ¹ 0 ³	
5	3.0.2.0.1.1.0.1	×	<u>1.0.1.1.0.2.0.3</u>	1 ² 0 ²	
6	3.0.2.0.1.1.0.2	×	<u>2.0.1.1.0.2.0.3</u>	2 ¹ 1 ¹ 0 ²	
7	3.0.2.0.1.1.0.3	×	<u>3.0.1.1.0.2.0.3</u>	3 ¹ 1 ¹ 0 ²	
8	3.0.2.0.1.2.0.2	×	<u>2.0.2.1.0.2.0.3</u>	2 ² 0 ²	
9	3.0.2.0.1.2.0.3	×	<u>3.0.2.1.0.2.0.3</u>	3 ¹ 2 ¹ 0 ²	
10	3.0.2.0.1.3.0.3	×	<u>3.0.3.1.0.2.0.3</u>	3 ² 0 ²	
11	3.0.2.1.1.1.0.1	×	<u>1.0.1.1.1.2.0.3</u>	1 ³ 0 ¹	
12	3.0.2.1.1.1.0.2	×	<u>2.0.1.1.1.2.0.3</u>	2 ¹ 1 ² 0 ¹	
13	3.0.2.1.1.1.0.3	×	<u>3.0.1.1.1.2.0.3</u>	3 ¹ 1 ² 0 ¹	
14	3.0.2.1.1.2.0.2	×	<u>2.0.2.1.1.2.0.3</u>	2 ² 1 ¹ 0 ¹	
15	<u>3.0.2.1.1.2.0.3</u>	×	<u>3.0.2.1.1.2.0.3</u>	<u>3¹2¹1¹0¹</u>	
16	3.0.2.1.1.3.0.3	×	3.0.3.1.1.2.0.3	3 ² 1 ¹ 0 ¹	
17	3.0.2.2.1.2.0.2	×	2.0.2.1.2.2.0.3	2 ³ 0 ¹	
18	3.0.2.2.1.2.0.3	×	3.0.2.1.2.2.0.3	3 ¹ 2 ² 0 ¹	
19	3.0.2.2.1.3.0.3	×	3.0.3.1.2.2.0.3	3 ² 2 ¹ 0 ¹	
20	<u>3.0.2.3.1.3.0.3</u>	×	<u>3.0.3.1.3.2.0.3</u>	<u>3³0¹</u>	
21	3.1.2.1.1.1.0.1	×	<u>1.0.1.1.1.2.1.3</u>	1 ⁴	Menge der tetr.-trichotom. Dualsysteme
22	3.1.2.1.1.1.0.2	×	<u>2.0.1.1.1.2.1.3</u>	2 ¹ 1 ³	
23	3.1.2.1.1.1.0.3	×	<u>3.0.1.1.1.2.1.3</u>	3 ¹ 1 ³	
24	3.1.2.1.1.2.0.2	×	<u>2.0.2.1.1.2.1.3</u>	2 ² 1 ²	
25	3.1.2.1.1.2.0.3	×	<u>3.0.2.1.1.2.1.3</u>	3 ¹ 2 ¹ 1 ²	
26	3.1.2.1.1.3.0.3	×	<u>3.0.3.1.1.2.1.3</u>	3 ² 1 ²	
27	3.1.2.2.1.2.0.2	×	<u>2.0.2.1.2.2.1.3</u>	2 ² 1 ¹	
28	3.1.2.2.1.2.0.3	×	<u>3.0.2.1.2.2.1.3</u>	3 ¹ 2 ² 1 ¹	
29	3.1.2.2.1.3.0.3	×	<u>3.0.3.1.2.2.1.3</u>	3 ² 2 ¹ 1 ¹	

30	<u>3.1 2.3 1.3 0.3</u>	×	<u>3.0 3.1 3.2 1.3</u>	<u>3³1¹</u>
31	3.2 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 2.3</u>	2 ⁴
32	3.2 2.2 1.2 0.3	×	3.0 <u>2.1 2.2 2.3</u>	3 ¹ 2 ³
33	3.2 2.2 1.3 0.3	×	3.0 3.1 <u>2.2 2.3</u>	3 ² 2 ²
34	<u>3.2 2.3 1.3 0.3</u>	×	<u>3.0 3.1 3.2 2.3</u>	<u>3³2¹</u>
35	3.3 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 3.3</u>	3 ⁴

3. Die strukturellen Realitäten der 35 tetradisch-tetratomischen Dualsysteme lassen sich in folgende Thematisierungstypen einteilen. Um weitere Redundanzen zu vermeiden, werden die tetradisch-trichotomischen Dualsysteme mit ihnen zusammen behandelt und mit * gekennzeichnet.

3.1. Homogene Thematisierungen (HZkln×HRthn)

1	3.0 2.0 1.0 0.0	×	<u>0.0 0.1 0.2 0.3</u>	0 ⁴
*21	3.1 2.1 1.1 0.1	×	<u>1.0 1.1 1.2 1.3</u>	1 ⁴
*31	3.2 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 2.3</u>	2 ⁴
*35	3.3 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 3.3</u>	3 ⁴

3.2. Dyadische Thematisierungen

3.2.1. Dyadisch-linksgesicherte

2	3.0 2.0 1.0 0.1	×	<u>1.0 0.1 0.2 0.3</u>	1 ¹ ←0 ³
3	3.0 2.0 1.0 0.2	×	<u>2.0 0.1 0.2 0.3</u>	2 ¹ ←0 ³
4	3.0 2.0 1.0 0.3	×	3.0 <u>0.1 0.2 0.3</u>	3 ¹ ←0 ³
*22	3.1 2.1 1.1 0.2	×	2.0 <u>1.1 1.2 1.3</u>	2 ¹ ←1 ³
*23	3.1 2.1 1.1 0.3	×	3.0 <u>1.1 1.2 1.3</u>	3 ¹ ←1 ³
*32	3.2 2.2 1.2 0.3	×	3.0 <u>2.1 2.2 2.3</u>	3 ¹ ←2 ³

3.2.2. Dyadisch-rechtsgesicherte

11	3.0 2.1 1.1 0.1	×	<u>1.0 1.1 1.2 0.3</u>	1 ³ →0 ¹
17	3.0 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 0.3</u>	2 ³ →0 ¹
20	3.0 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 0.3</u>	3 ³ →0 ¹
*27	3.1 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 1.3</u>	2 ³ →1 ¹
*30	3.1 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 1.3</u>	3 ³ →1 ¹
*34	3.2 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 2.3</u>	3 ³ →2 ¹

3.2.3. Sandwich-Thematisierungen

5	3.0 2.0 1.1 0.1	×	<u>1.0 1.1 0.2 0.3</u>	1 ² ↔0 ²
8	3.0 2.0 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 0.2 0.3</u>	2 ² ↔0 ²

10	3.0 2.0 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 0.2 0.3</u>	$3^2 \leftrightarrow 0^2$
*24	3.1 2.1 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 1.2 1.3</u>	$2^2 \leftrightarrow 1^2$
*26	3.1 2.1 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 1.2 1.3</u>	$3^2 \leftrightarrow 1^2$
*33	3.2 2.2 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 2.2 2.3</u>	$3^2 \leftrightarrow 2^2$

3.3. Triadische Thematisierungen

3.3.1. Triadisch-linksgerichtete

6	3.0 2.0 1.1 0.2	×	2.0 1.1 <u>0.2 0.3</u>	$2^1 1^1 \leftarrow 0^2$
7	3.0 2.0 1.1 0.3	×	3.0 0.1 <u>0.2 0.3</u>	$3^1 1^1 \leftarrow 0^2$
9	3.0 2.0 1.2 0.3	×	3.0 2.1 <u>0.2 0.3</u>	$3^1 2^1 \leftarrow 0^2$
*25	3.1 2.1 1.2 0.3	×	3.0 2.1 <u>1.2 1.3</u>	$3^1 2^1 \leftarrow 1^2$

3.3.2. Triadisch-rechtsgerichtete

14	3.0 2.1 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1</u> 1.2 0.3	$2^2 \rightarrow 1^1 0^1$
16	3.0 2.1 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1</u> 1.2 0.3	$3^2 \rightarrow 1^1 0^1$
19	3.0 2.2 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1</u> 2.2 0.3	$3^2 \rightarrow 2^1 0^1$
*29	3.1 2.2 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1</u> 2.2 1.3	$3^2 \rightarrow 2^1 1^1$

3.3.3. Sandwich-Thematisierungen (nur zentrifugal)

12	3.0 2.1 1.1 0.2	×	2.0 <u>1.1 1.2</u> 0.3	$2^1 \leftarrow 1^2 \rightarrow 0^1$
13	3.0 2.1 1.1 0.3	×	3.0 <u>1.1 1.2</u> 0.3	$3^1 \leftarrow 1^2 \rightarrow 0^1$
18	3.0 2.2 1.2 0.3	×	3.0 <u>2.1 2.2</u> 0.3	$3^1 \leftarrow 2^2 \rightarrow 0^1$
*28	3.1 2.2 1.2 0.3	×	3.0 <u>2.1 2.2</u> 1.3	$3^1 \leftarrow 2^2 \rightarrow 1^1$

3.4. Tetradische Thematisierung

15	3.0 2.1 1.2 0.3	×	3.0 2.1 1.2 0.3	$3^1 2^1 1^1 0^1$
----	-----------------	---	-----------------	-------------------

Wie man sieht, sind die tetradisich-trichotomischen Dualsysteme hauptsächlich im Teilsystem der triadischen Thematisierungen unterrepräsentiert, obwohl es alle dyadischen und triadischen Thematisierungstypen der tetradisich-tetratomischen Dualsysteme ebenfalls hat. Allerdings fehlt bei den tetradisich-trichotomischen Dualsystemen eine tetradisiche Thematisierung, da bei diesen Dualsystemen keine eigenreale Zeichenklasse vorhanden ist.

4. Damit erhalten wir also nur für die 35 tetradisich-tetratomischen, nicht aber für 15 tetradisich-trichotomischen Zeichenklassen in Analogie zum System der Trichotomischen Triaden aus den 10 triadisch-trichotomischen Zeichenklassen (vgl. Walther 1982) zwei Systeme Tetratomischer Tetraden, und zwar eines mit dyadischer und eines mit triadischer Thematisierung.

4.1. Tetratomische Tetraden dyadischer Thematisierung

1	3.0 2.0 1.0 0.0	×	<u>0.0 0.1 0.2 0.3</u>	0 ⁴
2	3.0 2.0 1.0 0.1	×	<u>1.0 0.1 0.2 0.3</u>	1 ⁴ ←0 ³
3	3.0 2.0 1.0 0.2	×	<u>2.0 0.1 0.2 0.3</u>	2 ⁴ ←0 ³
4	3.0 2.0 1.0 0.3	×	<u>3.0 0.1 0.2 0.3</u>	3 ⁴ ←0 ³
11	3.0 2.1 1.1 0.1	×	<u>1.0 1.1 1.2 0.3</u>	1 ³ →0 ¹
21	3.1 2.1 1.1 0.1	×	<u>1.0 1.1 1.2 1.3</u>	1 ⁴
22	3.1 2.1 1.1 0.2	×	<u>2.0 1.1 1.2 1.3</u>	2 ⁴ ←1 ³
23	3.1 2.1 1.1 0.3	×	<u>3.0 1.1 1.2 1.3</u>	3 ⁴ ←1 ³
17	3.0 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 0.3</u>	2 ³ →0 ¹
27	3.1 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 1.3</u>	2 ³ →1 ¹
31	3.2 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 2.3</u>	2 ⁴
32	3.2 2.2 1.2 0.3	×	<u>3.0 2.1 2.2 2.3</u>	3 ⁴ ←2 ³
20	3.0 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 0.3</u>	3 ³ →0 ¹
30	3.1 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 1.3</u>	3 ³ →1 ¹
34	3.2 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 2.3</u>	3 ³ →2 ¹
35	3.3 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 3.3</u>	3 ⁴

4.2. Tetratomische Tetraden triadischer Thematisierung

1	3.0 2.0 1.0 0.0	×	<u>0.0 0.1 0.2 0.3</u>	0 ⁴
6	3.0 2.0 1.1 0.2	×	<u>2.0 1.1 0.2 0.3</u>	2 ¹ 1 ¹ ←0 ²
9	3.0 2.0 1.2 0.3	×	<u>3.0 2.1 0.2 0.3</u>	3 ¹ 2 ¹ ←0 ²
7	3.0 2.0 1.1 0.3	×	<u>3.0 1.1 0.2 0.3</u>	3 ¹ 1 ¹ ←0 ²
12	3.0 2.1 1.1 0.2	×	<u>2.0 1.1 1.2 0.3</u>	2 ¹ ←1 ² →0 ¹
21	3.1 2.1 1.1 0.1	×	<u>1.0 1.1 1.2 1.3</u>	1 ⁴
25	3.1 2.1 1.2 0.3	×	<u>3.0 2.1 1.2 1.3</u>	3 ¹ 2 ¹ ←1 ²
13	3.0 2.1 1.1 0.3	×	<u>3.0 1.1 1.2 0.3</u>	3 ¹ ←1 ² →0 ¹
14	3.0 2.1 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 1.2 0.3</u>	2 ² →1 ¹ 0 ¹
28	3.1 2.2 1.2 0.3	×	<u>3.0 2.1 2.2 1.3</u>	3 ¹ ←2 ² →1 ¹
31	3.2 2.2 1.2 0.2	×	<u>2.0 2.1 2.2 2.3</u>	2 ⁴
18	3.0 2.2 1.2 0.3	×	<u>3.0 2.1 2.2 0.3</u>	3 ¹ ←2 ² →0 ¹
16	3.0 2.1 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 1.2 0.3</u>	3 ² →1 ¹ 0 ¹
29	3.1 2.2 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 2.2 1.3</u>	3 ² →2 ¹ 1 ¹
19	3.0 2.2 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 2.2 0.3</u>	3 ² →2 ¹ 0 ¹
35	3.3 2.3 1.3 0.3	×	<u>3.0 3.1 3.2 3.3</u>	3 ⁴

5. Unsere Vergleiche zwischen den tetradisch-tetratomischen und den tetradisch-trichotomischen Zeichenklassen haben ergeben, dass diese eine Teilmenge von jenen sind sowie dass jene im Gegensatz zu diesen wegen des Fehlens einer eigenrealen Zeichenklasse nicht zu Systemen Tetratomischer Tetraden gruppiert werden können. Der Grund liegt darin, dass Gruppierungen von n-atomischen n-adischen Dualsystemen zu n-atomischen n-aden deshalb Eigenrealität voraussetzen, weil eigenreale Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik des betreffenden Systems in mindestens 1 Subzeichen zusammenhängen (Walther 1982, S. 15), welche diese Gruppierungen erst ermöglichen. Nun enthält aber $ZR_{4,4} \setminus ZR_{4,3}$ eine eigenreale Zeichenklasse:

$$15 \quad 3.0 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.3 \quad \times \quad 3.0 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.3,$$

und tatsächlich kann man beweisen, dass Eigenrealität in allen semiotischen Systemen aufscheint, die auf Zeichenrelationen der Form $ZR_{n,n-1}$, nicht aber auf solchen der Form $ZR_{n,n}$ basieren. Da in letzteren der maximale Repräsentationswert der Trichotomien um 1 Wert gegenüber dem maximalen Repräsentationswert der Triaden zurückgesetzt ist, gibt es keine quadratischen semiotischen Matrizen und demzufolge auch keine binnensymmetrischen Zeichenklassen, wodurch Eigenrealität zwischen Zeichen- und Realitätsthematik ausgeschlossen wird. Inhaltlich leuchtet das Fehlen eigenrealer Dualsysteme in polykontextualen semiotischen Systemen deshalb ein, weil eigenreale Relationen ja nichts anderes als Identitätsrelationen zwischen Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken sind, welche in polykontextualen Systemen per definitionem nicht existieren können (vgl. z.B. Kaehr 2004, S. 4 ff.). Aus unseren Betrachtungen folgt also, dass das System der tetradisch-tetratomischen Dualsysteme im Gegensatz zum System der tetradisch-trichotomischen Dualsysteme monokontextual ist (vgl. auch Toth 2001). $ZR_{4,4}$ und allgemein $ZR_{n,n}$ sind allerdings insofern interessante Zeichenrelationen, als sie jeweils eine Gesamtmenge von Dualsystemen generieren, welche sowohl monokontextuale als auch polykontextuale Dualsysteme enthält.

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
 Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2004
 Kronthaler, Engelbert, Zahl-Zeichen-Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302
 Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31
 Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674
 Toth, Alfred, Semiotischer Beweis der Monokontextualität der triadisch-trichotomischen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 42, 2001, S. 16-19
 Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)
 Toth, Alfred, Der sympathische Abyss. Klagenfurt 2008 (2008b)
 Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Zu einer semiotischen Zahlentheorie II

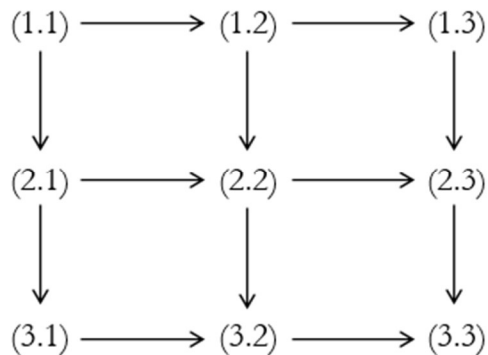
Nach Bense (1975, S. 170 f.) entspricht die semiotische Operation der Generation der mathematischen Nachfolgeroperation, und die Einführung des Zeichens als triadischer Relation über Erstheit (.1.), Zweitheit (.2.) und Drittheit (.3.) entspricht der Einführung der Peano-Zahl mittels vollständiger Induktion (vgl. Toth 2007, S. 12 f., Toth 2008).

Da eine triadische Zeichenrelation aus den 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix zusammengesetzt ist, die durch kartesische Multiplikation der drei Primzeichen gewonnen werden (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), kann, ausgehend von der iterierten Erstheit der Autosemiose (1.1), jedes andere Subzeichen durch Addition des Repräsentationswertes 1 in maximal 4 Schritten erreicht werden, wobei die Addition entweder im triadischen Haupt- oder im trichotomischen Stellenwert erfolgen kann. Erfolgt die Addition im triadischen Hauptwert, bekommen wir einen Zuwachs am Iterationsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um interkontextuelle Übergänge (im folgenden durch den "Slash" markiert). Erfolgt die Addition im trichotomischen Stellenwert, erhalten wir einen Zuwachs am Akkretionsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um einen intrakontextuelle Übergänge:

(1.1)	+ 1 = (1.2) / (2.1) + 2 = (1.3) / (3.1) / (2.2) + 3 = (2.3) / (3.2) + 4 = (3.3) / —	(2.1)	+ 1 = (2.2) / (3.1) + 2 = (2.3) / (3.2) + 3 = (3.3) / —
(1.2)	+ 1 = (1.3) / (2.2) + 2 = (2.3) / — + 3 = (3.3) / —	(2.2)	+ 1 = (2.3) / (3.2) + 2 = (3.3) / —
(1.3)	+ 1 = (2.3) / (3.3)	(2.3)	+ 1 = (3.3) / —
(3.1)	+ 1 = (3.2) / — + 2 = (3.3) / —	(3.3)	<u>keine Addition möglich</u>
(3.2)	+ 1 = (3.3) / —		

Im folgenden Diagramm bezeichnet jeder Pfeil die Addition +1, d.h. semiotisch innerhalb der Trichotomien (von links nach rechts) die semiotische Generation und

innerhalb der Triaden (von oben nach unten) die analoge Zuordnung (vgl. Toth 1993, S. 135 ff.):



Im folgenden werden die Subzeichen nach den 4 möglichen Additionen geordnet, wobei in jedem Subzeichenpaar das zweite Subzeichen das Resultat der Addition darstellt. Semiotische Kontextur-Überschreitung wird fett markiert:

+1 (1.1, 1.2), (**1.1, 2.1**), (1.2, 1.3), (**1.2, 2.2**), (**1.3, 2.3**), (2.1, 2.2), (**2.1, 3.1**), (2.2, 2.3), (**2.2, 3.2**), (**2.3, 3.3**), (3.1, 3.2), (3.2, 3.3)

+2 (1.1, 1.3), (**1.1, 3.1**), (**1.1, 2.2**), (**1.2, 2.3**), (**1.2, 3.2**), (**1.3, 3.3**), (2.1, 2.3), (**2.1, 3.2**), (**2.2, 3.3**), (3.1, 3.3)

+3 (**1.1, 2.3**), (**1.1, 3.2**), (**1.2, 3.3**), (**2.1, 3.3**)

+4 (**1.1, 3.3**)

Das Voranschreiten auf beiden Diagonalen geschieht also durch Addition des Repräsentationswertes 2 (1.1 2.2 3.3; 3.1 2.2 1.3), wobei die Addition bei der Hauptdiagonalen [+2], bei der Nebendiagonalen aber [+1, -1] beträgt, d.h. es handelt sich um ein "Fortschreiten ohne Bewegung", das typisch zu sein scheint für "polykontexturale" Trans-Klassen wie (3.-1 -2.1 1.3, -3.1 2.-1 1.3, 3.1 -2.-1 -1.-1, etc.), d.h. die Addition +2 bei der die eigenreale Zeichenklasse repräsentierenden semiotischen Nebendiagonalen (vgl. Bense 1992) bedeutet, dass jeder interkontextuellen Überschreitung eine intrakontextuelle entspricht, und umgekehrt.

Für die 10 semiotischen Zeichenklassen einschliesslich der die semiotische Hauptdiagonale repräsentierenden Genuinen Kategorienklasse gilt also der folgende Algorithmus:

$$\begin{aligned}
 (\underline{a.b}) + 1 &= \begin{cases} (a+1.b), \text{ falls } a < 3 \\ (\underline{a.b+1}), \text{ falls } b < 3 \end{cases} \\
 (\underline{a.b}) + 2 &= \begin{cases} (a+2.b), \text{ falls } a = 1 \\ (\underline{a.b+2}), \text{ falls } b = 1 \end{cases} \\
 (\underline{a.b}) + 3 &= \begin{cases} (a+1.b+2), \text{ falls } a < 3 \text{ und } b = 1 \\ (a+2.b+1), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b < 3 \end{cases} \\
 (\underline{a.b}) + 4 &= (a+2.b+2), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b = 1
 \end{aligned}$$

Schauen wir uns nun die Subzeichen mit gleichem Repräsentationswert an:

- 2 (1.1)
- 3 (1.2), (2.1)
- 4 (1.3), (2.2), (3.1)
- 5 (2.3), (3.2)
- 6 (3.3)

Würde man hier mit Kenogrammen operieren, würde das Schema folgendermassen zu 3 unterscheidbaren Keno-Zeichen und ihren Kombinationen zusammenschrumpfen:

(□□)
 (□■), (■□) = (□■)
 (□◇), (■■), (◇□) = (□◇), (■■)
 (■◇), (◇■) = (■◇)
 (◇◇)

welche genau den 5 ersten Proto-Zahlen (der 3 ersten Kontexturen) entspricht, vgl. Kronthaler (1986, S. 29):

- 1 (1:1)
- 2 (2:1), (2:2)
- 3 (3:1), (3:2), (3:3),

welche sich via Normalform-Operation auf die folgenden 3 Strukturschemata reduzieren lassen (Kronthaler 1986, S. 34):

- 000
- 001
- 3 012,

die sich ebenfalls mit den 3 Strukturschemata der Kontextur T_3 der Deutero-Zahlen decken (Kronthaler 1986, S. 34), jedoch ein Fragment (eine Teilmenge) der Trito-Zahlen der Kontextur T_3 darstellen:

- 000
- 001
- 010
- 011
- 3 012

Wir wollen die Zeichen-Zahlen nun als "Peirce-Zahlen" bezeichnen und sie in folgender "Potenz"-Schreibweise notieren, in der die Basis den trichotomischen Stellenwert eines Subzeichens und der Exponent dessen Frequenz angibt. Dazu ein Beispiel: Wir gehen aus von der Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.3)

und erhalten durch Dualisierung dessen Realitätsthematik:

(3.1 1.2 1.3),

deren strukturelle (entitatische) Realität die eines Mittel-thematisierten Interpretanten ist, denn in:

(3.1) (1.2 1.3)

thematisieren die beiden unterstrichenen Mittelbezüge den Interpretantenbezug. Da nun der Interpretantenbezug 1 mal aufscheint und die Mittelbezüge 2 mal, erhalten wir folgende eineindeutige Abbildung der kategorialen auf die "Potenz"-Schreibweise:

(3.1 1.2 1.3) $\Leftrightarrow (3^1 1^2)$

Die Basen geben somit den Akkretionsgrad und die Exponenten den Iterationsgrad der Subzeichen einer Realitätsthematik an, d.h. Peirce-Zahlen sind keine monokontexturalen Peano-Zahlen, denn diese sind durch reine Iterativität definiert. Da nun Peirce-Zahlen auch nicht der Linearität der Peano-Zahlen folgen, sondern flächige Zahlen mit Intra- und Inter-Kontexturwechsel darstellen (vgl. Toth 2008), müssen die Proto- und Deutero-Zahlen der Kontextur T_3 als morphogrammatische Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3 aufgefasst werden. Obwohl es nun innerhalb der Kontextur T_3 mehr unterscheidbare Peirce-Zahlen als Trito-Zahlen gibt, nämlich 9 und nicht nur 5, sind jedoch die Trito-Zahlen der Kontextur T_3 keine morphogrammatischen Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3 , denn die Trito-Werte (000, 001, 010, 011, 012) können nur teilweise auf die Peirce-Werte (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) abgebildet werden. Für die Peirce-Zahlen ergibt sich somit die eigentümliche Folgerung, dass sie einerseits starke polykontexturale Eigenschaften haben, dass sie dabei aber nicht als Trito-Zahlen aufgefasst werden können, sondern in einem noch näher zu bestimmenden qualitativ-mathematischen Raum zwischen Deutero- und Trito-Zahlen im Feld zwischen "Zahl und Begriff" (Günther 1991, S. 431) und das heisst im Raum zwischen Sein und Nichts angesiedelt sind, welche demzufolge nicht durch eine scharfe Grenze voneinander getrennt sind, sondern durch einen Streifen von qualitativ-quantitativem mathematischem "Niemandland".

Literatur

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
 Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
 Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479
 Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
 Toth, Alfred, Formalsemiotische Notationen. In: ders., Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993, S. 135-175
 Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
 Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008 (= Kap. 19)

Zu einer semiotischen Zahlentheorie III

1. Zeichnet man das klassische semiotische System der 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken in ein Kartesisches Koordinatensystem ein, so erhält man 40 Zeichenklassen und Realitätsthematiken, nämlich solche der allgemeinen Form

$$(\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \pm b.\pm 2 \pm a.\pm 3)$$

Permutiert man die Subzeichen pro Zeichenklasse gemäss den innerhalb der theoretischen Semiotik definierten Ordnungstypen

(3. → 2. → 1.), (3. → 1. → 2.); (2. → 3. → 1.), (2. → 1. → 3.); (1. → 3. → 2.), (1. → 2. → 3.),

so erhält man diesen Ordnungstypen entsprechen pro Zeichenklasse und Realitätsthematik je 6 Transpositionen der folgenden allgemeinen Form:

$$(\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \pm b.\pm 2 \pm a.\pm 3)$$

$$(\pm 3.\pm a \pm 1.\pm c \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \pm c.\pm 1 \pm a.\pm 3)$$

$$(\pm 2.\pm b \pm 3.\pm a \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \pm a.\pm 3 \pm b.\pm 2)$$

$$(\pm 2.\pm b \pm 1.\pm c \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \pm c.\pm 1 \pm b.\pm 2)$$

$$(\pm 1.\pm c \pm 3.\pm a \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \pm a.\pm 3 \pm c.\pm 1)$$

$$(\pm 1.\pm c \pm 2.\pm b \pm 3.\pm a) \times (\pm a \pm 3 \pm b.\pm 2 \pm c.\pm 1)$$

Durch Abbildung auf die Gaussche Zahlenebene und kombinatorische Permutation erhält man also pro semiotisches Repräsentationssystem 24 und statt der 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken 240 semiotische Repräsentationssysteme, welche erst den ganzen semiotischen Strukturreichtum ausschöpfen, der im Modell des triadisch-trichotomischen Zeichens steckt. Nimmt man noch die Genuine Kategorienklasse dazu (vgl. Bense 1992, S. 36 f.), die zwar trichotomisch irregulär (weil nicht nach dem semiotischen Inklusionsprinzip) gebaut ist, aber “natürlich” als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix aufscheint, dann erhält man also ein operatives semiotisches System aus 264 Repräsentationssystemen, d.h. 264 Zeichenklassen und 264 ihnen dual koordinierte Realitätsthematiken, insgesamt also 528 Repräsentationsschemata.

2. Rechnet man also die Genuine Kategorienklasse zu den grundlegenden semiotischen Repräsentationsschemata, so erhält man 11 Zeichenklassen, von denen sich die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3 $\times$ 3.1 2.2 1.3) und die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 $\times$ 1.1 2.2 3.3) auch im Hinblick auf ihre Abbildung auf die Gauss-Ebene und Permutation ihrer dyadischen Bestandteile unterscheiden. Ich zeige hier zunächst das diesbezügliche Verhalten der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):

$$(3.1\ 2.1\ 1.3) \quad \times \quad (3.1\ 1.2\ 1.3)$$

$$(-3.1\ -2.1\ -1.3) \quad \times \quad (3.-1\ 1.-2\ 1.-3)$$

$$(3.-1\ 2.-1\ 1.-3) \quad \times \quad (-3.1\ -1.2\ -1.3)$$

$$(-3.-1\ -2.-1\ -1.-3) \quad \times \quad (-3.-1\ -1.-2\ -1.-3)$$

$$(3.1\ 1.3\ 2.1) \quad \times \quad (1.2\ 3.1\ 1.3)$$

$$(-3.1\ -1.3\ -2.1) \quad \times \quad (1.-2\ 3.-1\ 1.-3)$$

$$(3.-1\ 1.-3\ 2.-1) \quad \times \quad (-1.2\ -3.1\ -1.3)$$

$$(-3.-1\ -1.-3\ -2.-1) \quad \times \quad (-1.-2\ -3.-1\ -1.-3)$$

$$(2.1\ 3.1\ 1.3) \quad \times \quad (3.1\ 1.3\ 1.2)$$

$$(-2.1\ -3.1\ -1.3) \quad \times \quad (3.-1\ 1.-3\ 1.-2)$$

$$(2.-1\ 3.-1\ 1.-3) \quad \times \quad (-3.1\ -1.3\ -1.2)$$

$$(-2.-1\ -3.-1\ -1.-3) \quad \times \quad (-3.-1\ -1.-3\ -1.-2)$$

$$(2.1\ 1.3\ 3.1) \quad \times \quad (1.3\ 3.1\ 1.2)$$

$$(-2.1\ -1.3\ -3.1) \quad \times \quad (1.-3\ 3.-1\ 1.-2)$$

$$(2.-1\ 1.-3\ 3.-1) \quad \times \quad (-1.3\ -3.1\ -1.2)$$

$$(-2.-1\ -1.-3\ -3.-1) \quad \times \quad (-1.-3\ -3.-1\ -1.-2)$$

$$\begin{aligned}
(1.3 \ 3.1 \ 2.1) & \times (1.2 \ 1.3 \ 3.1) \\
(-1.3 \ -3.1 \ -2.1) & \times (1.-2 \ 1.-3 \ 3.-1) \\
(1.-3 \ 3.-1 \ 2.-1) & \times (-1.2 \ -1.3 \ -3.1) \\
(-1.-3 \ -3.-1 \ -2.-1) & \times (-1.-2 \ -1.-3 \ -3.-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(1.3 \ 2.1 \ 3.1) & \times (1.3 \ 1.2 \ 3.1) \\
(-1.3 \ -2.1 \ -3.1) & \times (1.-3 \ 1.-2 \ 3.-1) \\
(1.-3 \ 2.-1 \ 3.-1) & \times (-1.3 \ -1.2 \ -3.1) \\
(-1.-3 \ -2.-1 \ -3.-1) & \times (-1.-3 \ -1.-2 \ -3.-1)
\end{aligned}$$

Wie man leicht erkennt, weisen also die Abbildungen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) auf die Gauss-Ebene und die Permutationen im ganzen 24er-System, das dergestalt dieser Zeichenklasse als semiotischer Strukturraum zugeordnet wird, keine zwei gleichen Strukturen auf. Diese Erkenntnis gilt, wie man leicht nachprüft, für alle Zeichenklassen ausser der eigenrealen und der Genuinen Kategorienklasse. Diese zwei letzteren sollen hier deshalb gesondert untersucht werden.

3. Interne semiotische Repräsentationsstruktur der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3):

$$\begin{aligned}
a(3.1 \ 2.2 \ 1.3) & \times a(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \\
b(-3.1 \ -2.2 \ -1.3) & \times c(3.-1 \ 2.-2 \ 1.-3) \\
c(3.-1 \ 2.-2 \ 1.-3) & \times b(-3.1 \ -2.2 \ -1.3) \\
d(-3.-1 \ -2.-2 \ -1.-3) & \times d(-3.-1 \ -2.-2 \ -1.-3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a(3.1 \ 1.3 \ 2.2) & \times b(2.2 \ 3.1 \ 1.3) \\
c(-3.1 \ -1.3 \ -2.2) & \times d(2.-2 \ 3.-1 \ 1.-3) \\
e(3.-1 \ 1.-3 \ 2.-2) & \times f(-2.2 \ -3.1 \ -1.3)
\end{aligned}$$

$$g(-3.-1 -1.-3 -2.-2) \quad \times \quad h(-2.-2 -3.-1 -1.-3)$$

$$b(2.2 3.1 1.3) \quad \times \quad a(3.1 1.3 2.2)$$

$$f(-2.2 -3.1 -1.3) \quad \times \quad e(3.-1 1.-3 2.-2)$$

$$d(2.-2 3.-1 1.-3) \quad \times \quad c(-3.1 -1.3 -2.2)$$

$$h(-2.-2 -3.-1 -1.-3) \quad \times \quad g(-3.-1 -1.-3 -2.-2)$$

$$a(2.2 1.3 3.1) \quad \times \quad b(1.3 3.1 2.2)$$

$$c(-2.2 -1.3 -3.1) \quad \times \quad d(1.-3 3.-1 2.-2)$$

$$e(2.-2 1.-3 3.-1) \quad \times \quad f(-1.3 -3.1 -2.2)$$

$$g(-2.-2 -1.-3 -3.-1) \quad \times \quad h(-1.-3 -3.-1 -2.-2)$$

$$b(1.3 3.1 2.2) \quad \times \quad a(2.2 1.3 3.1)$$

$$f(-1.3 -3.1 -2.2) \quad \times \quad e(2.-2 1.-3 3.-1)$$

$$d(1.-3 3.-1 2.-2) \quad \times \quad c(-2.2 -1.3 -3.1)$$

$$h(-1.-3 -3.-1 -2.-2) \quad \times \quad g(-2.-2 -1.-3 -3.-1)$$

$$a(1.3 2.2 3.1) \quad \times \quad a(1.3 2.2 3.1)$$

$$b(-1.3 -2.2 -3.1) \quad \times \quad c(1.-3 2.-2 3.-1)$$

$$c(1.-3 2.-2 3.-1) \quad \times \quad b(-1.3 -2.2 -3.1)$$

$$d(-1.-3 -2.-2 -3.-1) \quad \times \quad d(-1.-3 -2.-2 -3.-1)$$

Bei der eigenrealen Zeichenklasse muss also die interne semiotische Struktur der 6 Blöcke gesondert untersucht werden, denn der 1. und der 6. Block verhalten sich grundlegend anders als der 2.-5. Block. Da wir oben gleiche semiotische Strukturen durch gleiche kleine Buchstaben markiert haben, finden wir folgende interne semiotische Struktur des eigenrealen Repräsentationssystems:

Schema für 1. und 6. Block: **Schema für 2.-5. Block:**

a — a
 $\begin{array}{c} \underline{b} \quad c \\ c \quad b \end{array}$
d — d

a — b — b — a
 $\begin{array}{c} c — d \quad f — e \\ e — f \quad d — c \end{array}$
g — h — h — g

4. Man bemerkt, dass die Verteilungen (c-d / d-c) und (e-f / f-e) sich überkreuzen. Wir haben hier also einen repräsentationsinternen semiotischen Chiasmus vor uns. Da chiasmatische Strukturen mit einer monokontextualen Logik unverträglich sind, möchte ich hier provisorisch und auf weitere Arbeiten vorausschauend einige rudimentäre logische Gesetze formulieren, die im eigenrealen semiotischen Repräsentationssystem zu gelten scheinen. Ich erinnere dabei daran, dass die eigenreale Zeichenklasse von Jorge Bogarin (1986) ausdrücklich als rekursive, d.h. selbstbezügliche bestimmt wurde und dass Georg Galland in seiner Dissertation (1978) ausdrücklich den Widerspruch als “negative Selbstbezüglichkeit” bestimmt hatte. Nun können wir natürlich die rein mathematisch durch Abbildung auf die Gausebene gewonnenen Zeichenklassen mit negativen Subzeichen als logische Negationen deuten, zumal in Toth (2007, S. 143-213) gezeigt worden war, dass sich die gesamte Logik mit Hilfe der mathematischen Semiotik formulieren lässt.

Zuerst definieren wir innerhalb der allgemeinen Struktur einer Zeichenklasse ($\pm 3. \pm a \pm 2. \pm b \pm 1. c$) die Form (3.a 2.b 1.c) als Position, die Folge (-3.a -2.b -1.c) als 1. Negation, die Folge (3.-a 2.-b 1.-c) als 2. Negation und die Folge (-3.-a -2.-b -1.-c) als 3. Negation:

$$N1(a.b c.d e.f) = (-a.b -c.d -e.f)$$

$$N2(a.b c.d e.f) = (a.-b c.-d e.-f)$$

$$N3(a.b c.d e.f) = (-a.-b -c.-d -e.-f)$$

Dabei kann jede Negation als Kombination der beiden jeweils anderen Negationen ausgedrückt werden:

$$N1 = N2N3 = N3N2$$

$$N2 = N1N3 = N3N1$$

$$N3 = N1N2 = N2N1,$$

d.h. aber gleiche Negationen löschen einander aus:

$$N1N1 = N2N2 = N3N3 = 1$$

Deshalb gilt weiter:

$$N2N1N2 = N1$$

$$N1N2N1 = N2$$

$$N1N1N3 = N3$$

$$N2N2N3 = N3, \text{ usw.}$$

Nun entdecken wir jedoch eine in der klassischen Logik nicht vorhandene Besonderheit, nämlich die chiasmatische Überkreuzung von semiotischer Negation und semiotischer Dualisation, insofern, wie anhand des oben gegebenen Strukturschema klar geworden ist, beispielsweise die Realitätsthematik von (-3.1 -2.2 -1.3) der Zeichenklasse von (3.-1 2.-2 1.-3) und umgekehrt entspricht. Somit erhalten wir:

$$N1 = DN2$$

$$DDN1 = N1$$

$$DDN2 = N2$$

$$N2 = DN1$$

Neben der internen chiasmatischen semiotischen Repräsentationsstruktur der Eigenrealität finden wir also einen semiotischen Chiasmus komplexer Zeichenklassen und Realitätsthematiken, der nicht nur auf die eigenreale Zeichenklasse beschränkt ist. Man könnte diesen Sachverhalt auch wie folgt ausdrücken: Permutierte komplexe Zeichenklassen haben Realitätsthematiken, die nicht von ihnen selbst, sondern von einer anderen Permutation derselben Zeichenklasse gebildet werden. Ferner ist rein qualitativ betrachtet die 3. Negation nicht überflüssig, auch wenn sie quantitativ durch die beiden anderen Negationen ausgedrückt werden kann. Hier liegt also wieder ein Hinweis auf die schon oft festgestellte Zwischenstellung der Semiotik zwischen Mono- und Polykontextualität vor, denn 3 Negationen erfordern normalerweise eine 4-wertige, also eine tetradische und nicht nur eine triadische Semiotik (vgl. Toth 2007, S. 214 ff.).

Es ist klar, dass die hier skizzierten Anfänge einer semiotischen Negationstheorie auf eine “nicht-klassische Logik für logische Falschheit” abzielen, wie der Titel von Wolfgang Bergers Dissertation lautet (Berger 1977), denn eine Widerlegung ist für Berger (der hierin Kant folgt) ein “negativer Beweis”, und er entwickelt auf dieser Basis ein paralleles syntaktisches und semantisches logisches Strukturschema von “Ableitung – Beweis” und “Widerlegung – Verwerfung” unter Benützung der entsprechenden Kalküle von Lukasiewicz (1951), Gentzen (1934) und Charles Morgan (1973).

5. Interne semiotische Repräsentationsstruktur der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1):

$$\begin{array}{ll} a(3.3 \ 2.2 \ 1.1) & \times \quad b(1.1 \ 2.2 \ 3.3) \\ c(-3.3 \ -2.2 \ -1.1) & \times \quad d(1.-1 \ 2.-2 \ 3.-3) \\ e(3.-3 \ 2.-2 \ 1.-1) & \times \quad f(-1.1 \ -2.2 \ -3.3) \\ g(-3.-3 \ -2.-2 \ -1.-1) & \times \quad h(-1.-1 \ -2.-2 \ -3.-3) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} i(3.3 \ 1.1 \ 2.2) & \times \quad j(2.2 \ 1.1 \ 3.3) \\ k(-3.3 \ -1.1 \ -2.2) & \times \quad l(2.-2 \ 1.-1 \ 3.-3) \\ m(3.-3 \ 1.-1 \ 2.-2) & \times \quad n(-2.2 \ -1.1 \ -3.3) \\ o(-3.-3 \ -1.-1 \ -2.-2) & \times \quad p(-2.-2 \ -1.-1 \ -3.-3) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} q(2.2 \ 3.3 \ 1.1) & \times \quad r(1.1 \ 3.3 \ 2.2) \\ s(-2.2 \ -3.3 \ -1.1) & \times \quad t(1.-1 \ 3.-3 \ 2.-2) \\ u(2.-2 \ 3.-3 \ 1.-1) & \times \quad v(-1.1 \ -3.3 \ -2.2) \\ w(-2.-2 \ -3.-3 \ -1.-1) & \times \quad x(-1.-1 \ -3.-3 \ -2.-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} j(2.2 \ 1.1 \ 3.3) & \times \quad i(3.3 \ 1.1 \ 2.2) \\ n(-2.2 \ -1.1 \ -3.3) & \times \quad m(3.-3 \ 1.-1 \ 2.-2) \\ l(2.-2 \ 1.-1 \ 3.-3) & \times \quad k(-3.3 \ -1.1 \ -2.2) \\ p(-2.-2 \ -1.-1 \ -3.-3) & \times \quad o(-3.-3 \ -1.-1 \ -2.-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} r(1.1 \ 3.3 \ 2.2) & \times \quad q(2.2 \ 3.3 \ 1.1) \\ v(-1.1 \ -3.3 \ -2.2) & \times \quad u(2.-2 \ 3.-3 \ 1.-1) \\ t(1.-1 \ 3.-3 \ 2.-2) & \times \quad s(-2.2 \ -3.3 \ -1.1) \end{array}$$

$$x(-1.-1 -3.-3 -2.-2) \quad \times \quad w(-2.-2 -3.-3 -1.-1)$$

$$b(1.1 \ 2.2 \ 3.3) \quad \times \quad a(3.3 \ 2.2 \ 1.1)$$

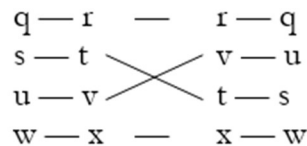
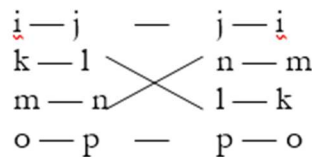
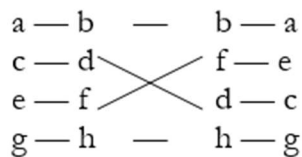
$$f(-1.1 \ -2.2 \ -3.3) \quad \times \quad e(3.-3 \ 2.-2 \ 1.-1)$$

$$d(1.-1 \ 2.-2 \ 3.-3) \quad \times \quad c(-3.3 \ -2.2 \ -1.1)$$

$$h(-1.-1 \ -2.-2 \ -3.-3) \quad \times \quad g(-3.-3 \ -2.-2 \ -1.-1)$$

Auch der interne semiotische Repräsentationsraum der Genuinen Kategorienklasse weist Chiasmen auf, und zwar müssen hier wiederum die Blöcke 1. und 6. gesondert von den Blöcken 2.-5. dargestellt werden:

Schema für 1. und 6. Block: **Schema für 2.-5. Block:**



Die interne Struktur der Blöcke 2.-5. hat also wiederum selbst eine interne Struktur, und diese ist isomorph derjenigen des 1. und 6. Blockes, so dass also alle 3 unterscheidbaren Blöcke je einen semiotischen Chiasmus aufweisen. Die interne semiotische Repräsentationsstruktur der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) ist damit also fundamental verschieden von derjenigen der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), vgl. Bense (1992, S. 14 ff.).

6. Abschliessend wollen wir uns den Matrizen der 4 Darstellungsmöglichkeiten komplexer Subzeichen zuwenden. Wir erhalten ja für die allgemeine Primzeichen-Relation $PZ = (\pm 1., \pm 2., \pm 3.)$ nun statt einer vier semiotische Matrixen, von denen nur die erste mit der “klassischen” kleinen semiotischen Matrix übereinstimmt:

1.1	1.2	1.3	-1.1	-1.2	-1.3	1.-1	1.-2	1.-3	-1.-1	-1.-2	-1.-3
2.1	2.2	2.3	-2.1	-2.2	-2.3	2.-1	2.-2	2.-3	-2.-1	-2.-2	-2.-3
3.1	3.2	3.3	-3.1	-3.2	-3.3	3.-1	3.-2	3.-3	-3.-1	-3.-2	-3.-3

Wenn wir statt der dyadischen Subzeichen deren Repräsentationswerte, d.h. die Summen der numerischen kategorialen Haupt- und Stellenwerte nehmen, können wir die obigen 4 Matrizen auch wie folgt darstellen:

2	3	4	0	1	2	0	-1	-2	-2	-3	-4
3	4	5	-1	0	1	1	0	-1	-3	-4	-5
4	5	6	-2	-1	0	2	1	0	-4	-5	-6

Wir sehen hier die Hauptdiagonalen mit identischem positivem (4 -4 -4) und identischem negativem (-4 - -4 - -4) Repräsentationswert bei den Matrizen der “positiven” und der “doppelt verneinten” semiotischen Matrizen. Ferner weisen die beiden “einfach verneinten” semiotischen Matrizen die identischen Nebendiagonalen (0 - 0 - 0) auf. Die Addition der entsprechenden hauptdiagonalen und der entsprechenden nebendiagonalen Werte ergibt nun zweimal die Summe 12 und zweimal die Summe 0 und zwar ganz genau wie bei den schon von Bense (1992, S. 14 ff.) als zu einander semiotisch affin nachgewiesenen Zeichenklassen

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 2.3)$$

$$(3.3 \ 2.2 \ 1.1) \times (1.1 \ 2.2 \ 3.3)$$

der Eigenrealität, des Vollständigen Objektes und der Genuinen Kategorien:

(3.1 2.1 1.1)	Rpw = 9	(-3.1 -2.1 -1.1)	Rpw = -3
(3.1 2.1 1.2)	Rpw = 10	(-3.1 -2.1 -1.2)	Rpw = -2
(3.1 2.1 1.3)	Rpw = 11	(-3.1 -2.1 -1.3)	Rpw = -1
(3.1 2.2 1.2)	Rpw = 11	(-3.1 -2.2 -1.2)	Rpw = -1
(3.1 2.2 1.3)	Rpw = 12	(-3.1 -2.2 -1.3)	Rpw = 0
(3.1 2.3 1.3)	Rpw = 13	(-3.1 -2.3 -1.3)	Rpw = 1
(3.2 2.2 1.2)	Rpw = 12	(-3.2 -2.2 -1.2)	Rpw = 0

(3.2 2.2 1.3)	Rpw = 13	(-3.2 -2.2 -1.3)	Rpw = 1
(3.2 2.3 1.3)	Rpw = 14	(-3.2 -2.3 -1.3)	Rpw = 2
(3.3 2.3 1.3)	Rpw = 15	(-3.3 -2.3 -1.3)	Rpw = 3
(3.3 2.2 1.1)	Rpw = 12	(-3.3 -2.2 -1.1)	Rpw = 0

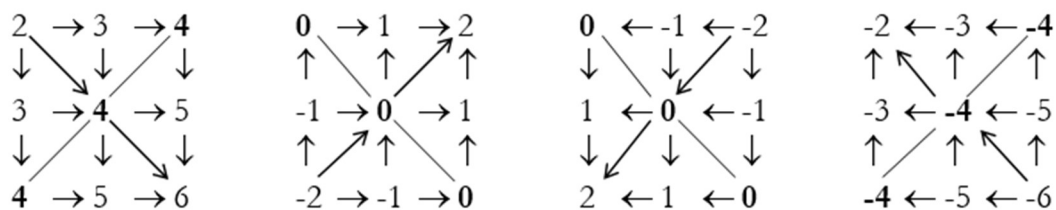
(3.-1 2.-1 1.-1)	Rpw = 3	(-3.-1 -2.-1 -1.-1)	Rpw = -9
(3.-1 2.-1 1.-2)	Rpw = 2	(-3.-1 -2.-1 -1.-2)	Rpw = -10
(3.-1 2.-1 1.-3)	Rpw = 1	(-3.-1 -2.-1 -1.-3)	Rpw = -11
(3.-1 2.-2 1.-2)	Rpw = 1	(-3.-1 -2.-2 -1.-2)	Rpw = -11
(3.-1 2.-2 1.-3)	Rpw = 0	(-3.-1 -2.-2 -1.-3)	Rpw = -12
(3.-1 2.-3 1.-3)	Rpw = -1	(-3.-1 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -13
(3.-2 2.-2 1.-2)	Rpw = 0	(-3.-2 -2.-2 -1.-2)	Rpw = -12
(3.-2 2.-2 1.-3)	Rpw = -1	(-3.-2 -2.-2 -1.-3)	Rpw = -13
(3.-2 2.-3 1.-3)	Rpw = -2	(-3.-2 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -14
(3.-3 2.-3 1.-3)	Rpw = -3	(-3.-3 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -15
(3.-3 2.-2 1.-1)	Rpw = 0	(-3.-3 -2.-2 -1.-1)	Rpw = -12

Die Repräsentationswerte der einfach negierten Zeichenklassen sind jedoch trotz der semiotischen Chiasmen mit ihren Realitätsthematiken identisch, z.B.:

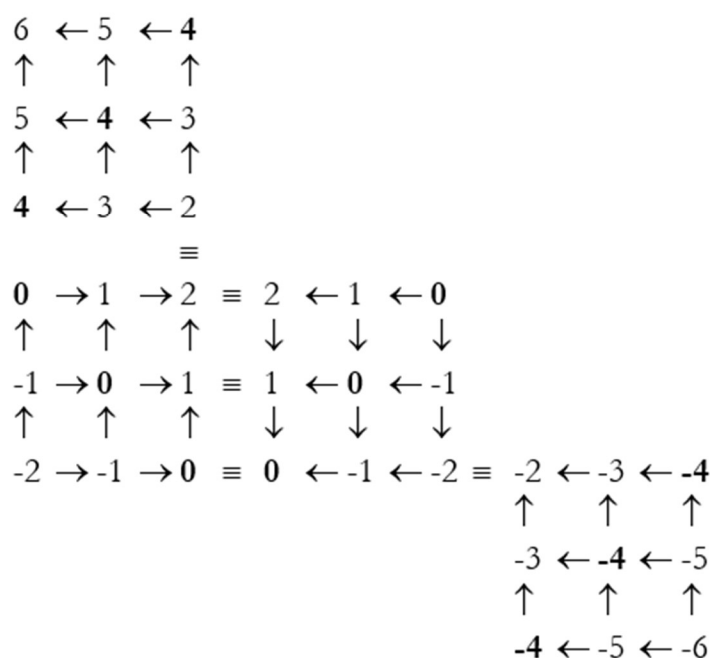
$$\text{Rpw}(-3.1 -2.2 -1.3) = -2 + 0 + 2 = 0$$

$$\text{Rpw}(3.-1 2.-2 1.-3) = 2 + 0 + -2$$

Das auffälligste Charakteristikum der semiotischen Kardinalzahlen, als welche die Repräsentationswerte erscheinen, ist jedoch deren enorme Multilateralität.



So hat also z.B. 2 nicht nur einen, sondern 2 Nachfolger (3, 4); ferner ist die 3 auf 2 verschiedenen Wegen erreichbar, nämlich als intra-kontextuelle Transition innerhalb der Trichotomien ($2 \rightarrow$) und als trans-kontextuelle Transition innerhalb der Triaden ($2 \downarrow$). Wie schon die Pfeile in den obigen Diagrammen andeuten, wechseln hier sogar Vorwärts- ($\rightarrow$) und Rückwärtsbewegungen ($\leftarrow$). Die dadurch implizierte antidromische semiotische Zahlenstruktur lässt sich am besten anhand des folgenden Schemas darstellen, indem die erste Matrize (ganz links) um 180 Grad im Gegenuhrzeigersinn gedreht wurde, damit die komplexe semiotische Struktur der Repräsentationswerte im Sinne von nicht nur flächigen, sondern sogar antidromischen Zahlenreihen sichtbar wird:



Das aus der klassischen Analysis bekannte Gesetz der Unmöglichkeit einer Anordnung des Körpers der komplexen Zahlen $\mathbf{C}$ gilt somit beim System dieser “Peirce-Zahlen” nicht, da die komplexen Subzeichen zwar alle 4 Quadranten eines Kartesischen Koordinatensystems bzw. einer Gaußschen Zahlenebene belegen, da sich aber nach Toth (2008a, b) zwischen den triadischen Hauptwerten Kontexturgrenzen befinden. Die antidromische Anordnung dieser Peirce-Zahlen sprengt damit sogar das flächige Schema polykontextueller Zahlen, das Kronthaler (1986, S. 31) gegeben hat, steht jedoch in Einklang mit der antidromischen Kompositionsstruktur von Morphismen bzw. Heteromorphismen in kategorientheoretischen Diamanten, wie sie von Kaehr (2007) in die Polykontextualitätstheorie eingeführt wurden.

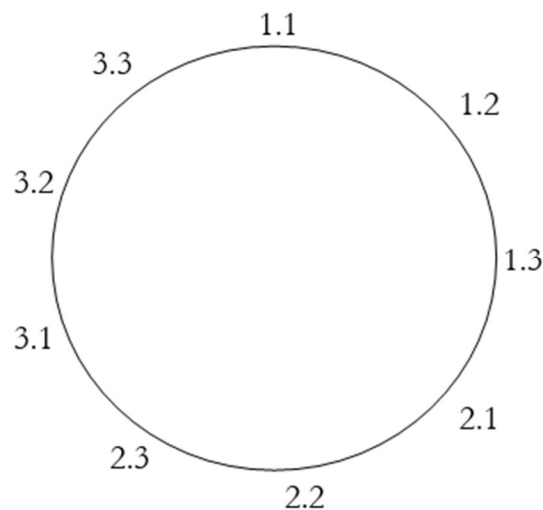
Literatur

- Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
- Berger, Wolfgang, Entwurf und Untersuchung einer nicht-klassischen Logik für logische Falschheit. Diss. Stuttgart 1977
- Bogarin, Jorge, Semiotische Ansätze zur Analyse der rekursiven Funktionen. In: Semiosis 42, 1986, S. 14-22
- Galland, Georg, Zur semiotischen Funktion der kantischen Erkenntnistheorie. Diss. Stuttgart 1978
- Gentzen, Gerald, Untersuchungen über das logische Schliessen. In: Math. Zeitschrift 39, 1934, S. 176-210 u. 405-431
- Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf
- Lukasiewicz, Jan, Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic. Oxford 1951
- Morgan, Charles S., Sentential Calculus for Logical Falsehoods. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 14/3, 1973, S. 347-353
- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
- Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a
- Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Semiotische Heterozyklen

Gotthard Günther hat in seinem Aufsatz “Das Janusgesicht der Dialektik” (1974) Negationszyklen (Hamiltonkreise) auf Kreisen dargestellt, um die “Wörter” der von ihm entdeckten Negativsprache und ihre logischen Interrelationen sichtbar zu machen. Nachdem ich in einem früheren Aufsatz gezeigt habe, dass es auch sinnvoll ist, von einer “semiotischen Negativsprache” zu sprechen (Toth 2008), zeige ich im folgenden, dass nicht nur Trans-Zeichenklassen, also Zeichenklassen, die negative Kategorien enthalten, sondern auch die regulären Zeichenklassen und Realitätsthematiken des semiotischen Zehnersystems als Kreisrelationen dargestellt werden können. Ich bezeichne sie hier als “semiotische Heterozyklen”, einem aus der Chemie entliehenen Ausdruck, worunter zyklische Verbindungen mit Atomen aus mindestens zwei verschiedenen chemischen Elementen verstanden werden, wobei die “semiotisch verschiedenen Elemente” hier die drei triadischen, d.h. sich im semiotischen Hauptwert unterscheidenden Zeichenbezüge sind.

Wir gehen also von der folgenden zyklischen Anordnung der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix aus:



Da ferner in einer anderen Arbeit gezeigt wurde, dass sich Primzeichen sehr ähnlich wie Proto-Zahlen verhalten (Toth 2007), liegt es nahe, die Überkreuzungen der semiotischen relationalen Pfeile im obigen Kreismodell als intra- und inter-kontexturale Transgressionen aufzufassen, wie dies Günther für die Überkreuzungen der logischen Relationen zwischen Proto-Zahlen in seinem Aufsatz “Natürliche Zahl und Dialektik” (1972) dargestellt hatte. Dabei gehen wir in Analogie zu Günthers Darstellung der

Proto-Zahlen (Günther 1976-80, Bd. 2, S. 281) von der folgenden linearen Transformation der kleinen semiotischen Matrix aus:

3.3 2.3 1.3

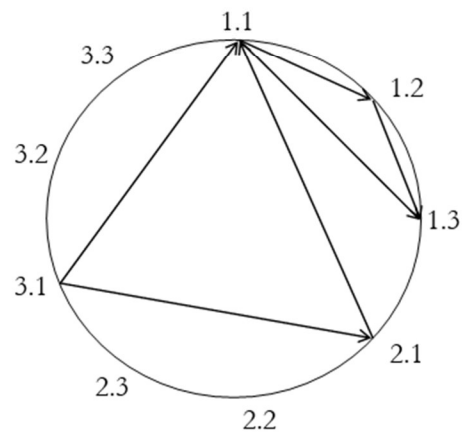
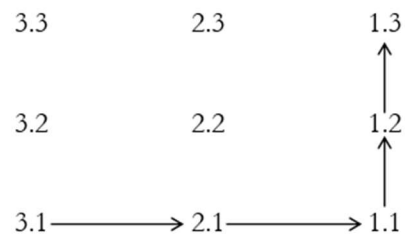
3.2 2.2 1.2

3.1 2.1 1.1

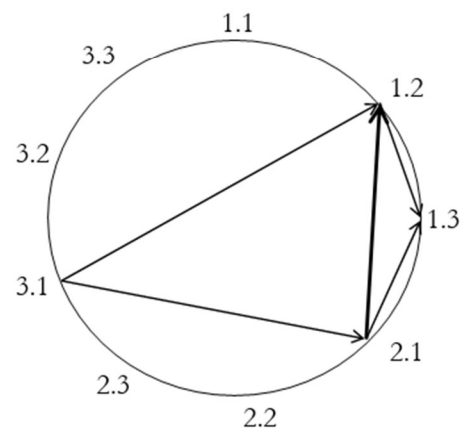
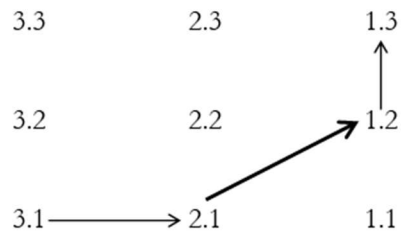
Ordnet man die Subzeichen auf diese Weise an, erkennt man sofort, dass die Spalten die akkretiven und die Zeilen die iterativen Folgen der Subzeichen enthalten, wobei demnach als semiotische Entsprechung der Akkretion die trichotomischen Semiosen und als semiotische Entsprechung der Iteration die triadischen Semiosen bestimmt werden können. Dass triadische Semiosen als Iterationen aufgefasst werden können, ergibt sich übrigens bereits aus Benses Beweis, dass das Peircesche Zeichen entsprechend der Peanoschen Zahl durch die Nachfolgerrelation mittels vollständiger Induktion eingeführt werden kann (vgl. Bense 1975, S. 170 ff., Bense 1983, S. 192 ff.).

Wir zeigen im folgenden die intra- und inter-kontexturalen semiotischen Transgressionen bei allen 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken sowie der Kategorienklasse und ihre entsprechenden relationalen Verhältnisse bei den korrespondierenden semiotischen Heterozyklen. In der Matrizendarstellung werden die Pfeile transitiver Relationen aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen, fette Pfeile bezeichnen doppelte Relationen.

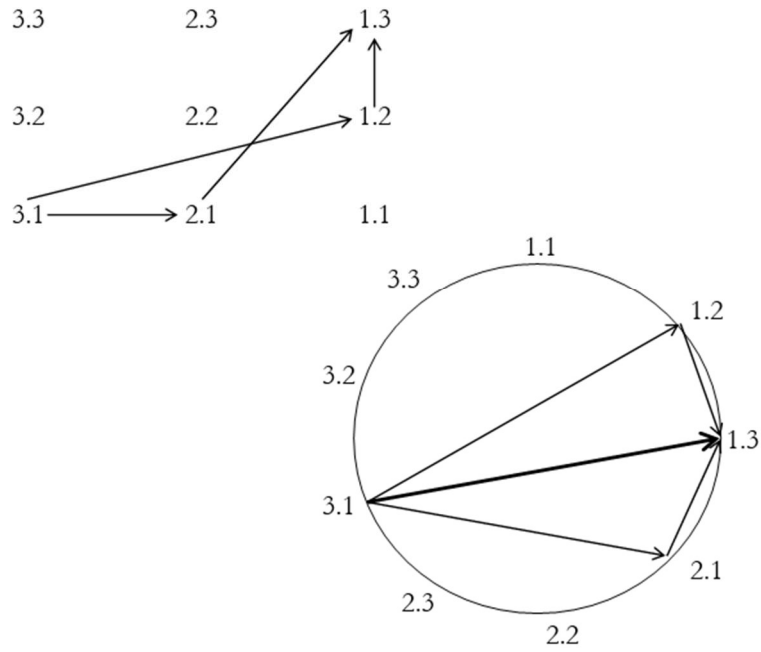
1. Zkl (3.1 2.1 1.1) $\times$ Rth (1.1 1.2 1.3):



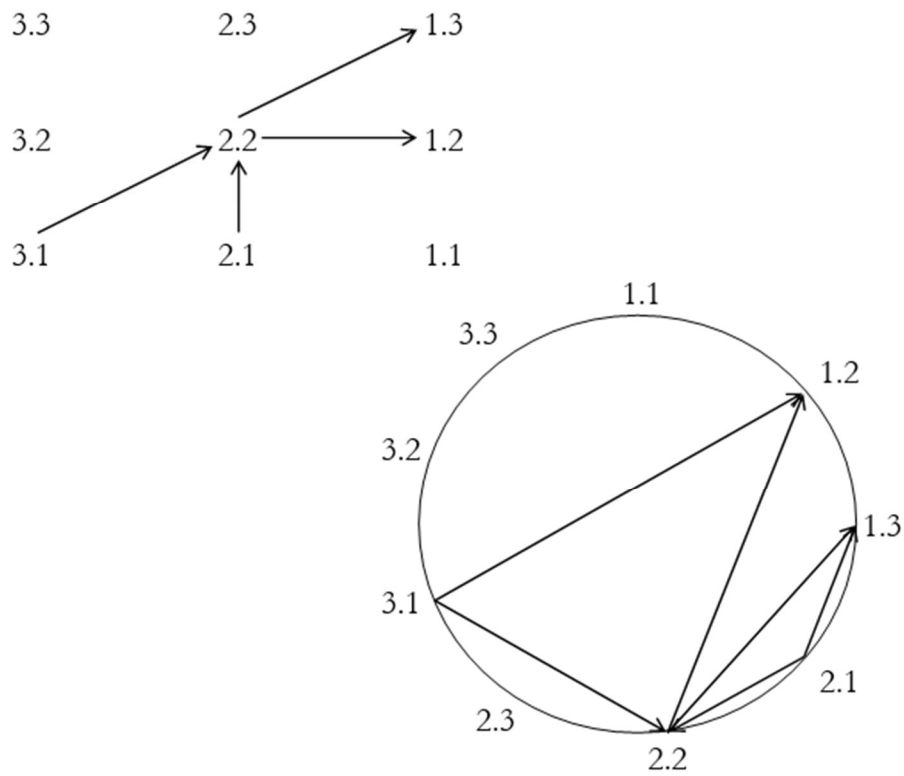
2. Zkl (3.1 2.1 1.2) $\times$ Rth (2.1 1.2 1.3):



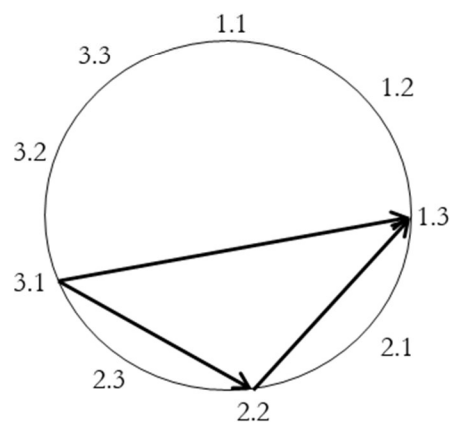
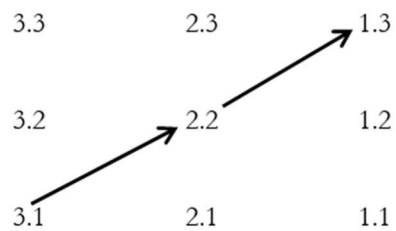
3. Zkl (3.1 2.1 1.3) $\times$ Rth (3.1 1.2 1.3):



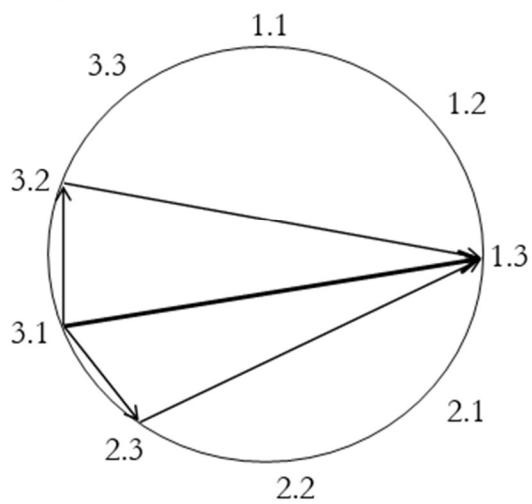
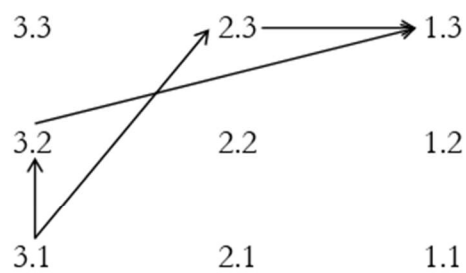
4. Zkl (3.1 2.2 1.2) $\times$ Rth (2.1 2.2 1.3):



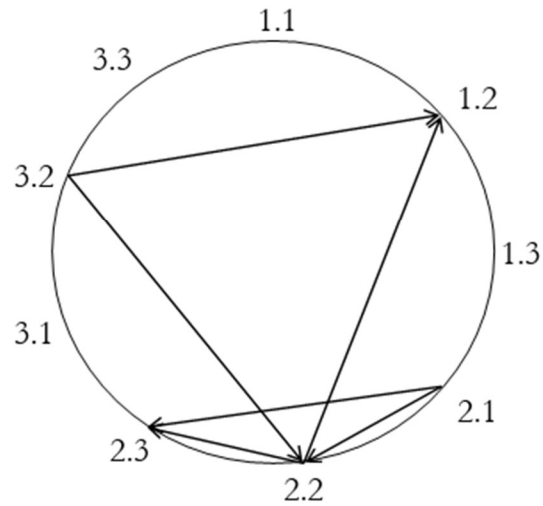
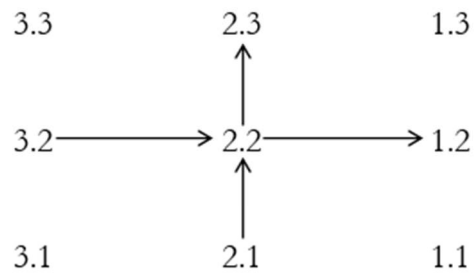
5. Zkl (3.1 2.2 1.3) $\times$ Rth (3.1 2.2 1.3):



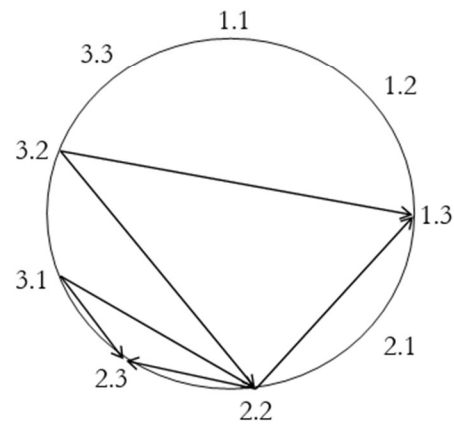
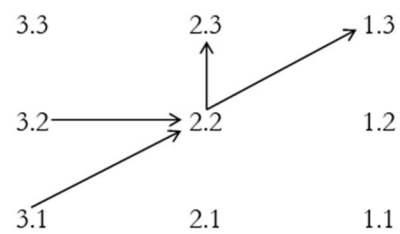
6. Zkl (3.1 2.3 1.3) $\times$ Rth (3.1 3.2 1.3):



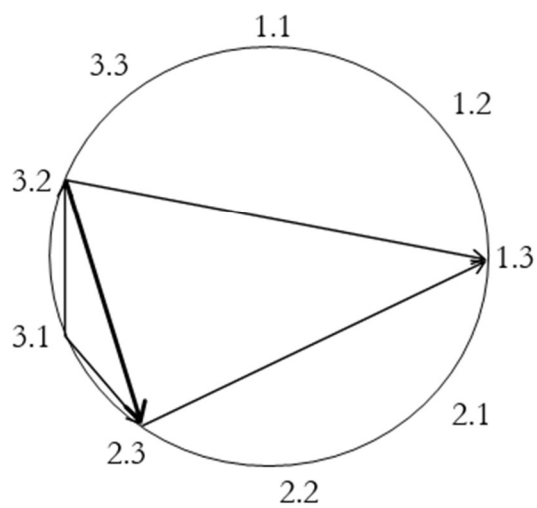
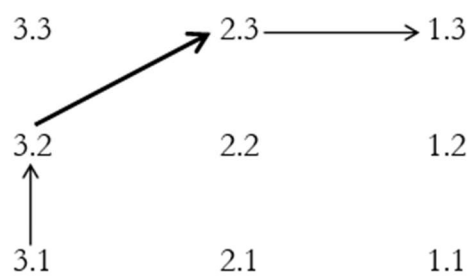
7. Zkl (3.2 2.2 1.2) $\times$ Rth (2.1 2.2 2.3):



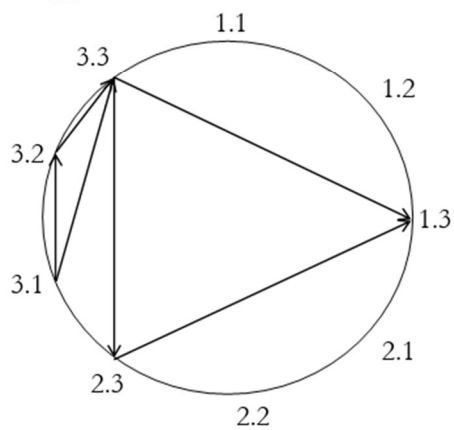
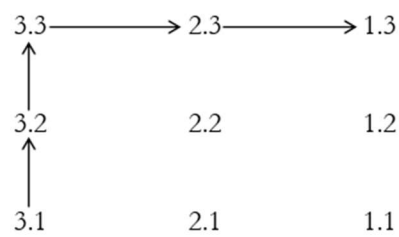
8. Zkl (3.2 2.2 1.3) $\times$ Rth (3.1 2.2 2.3):



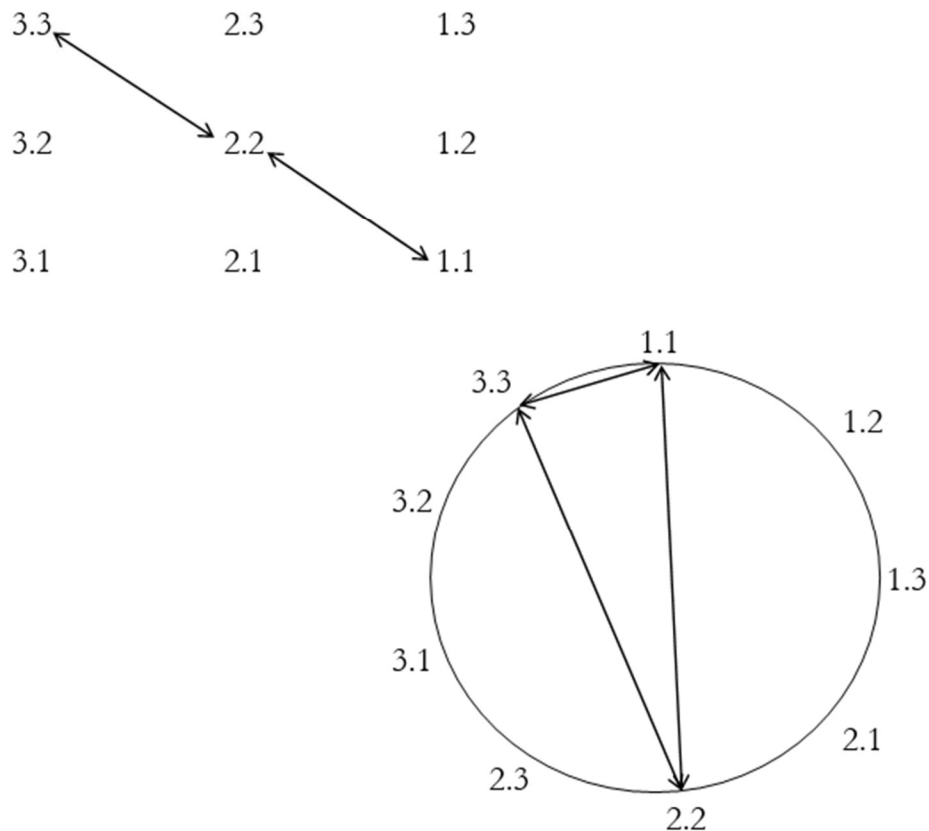
9. Zkl (3.2 2.3 1.3) $\times$ Rth (3.1 3.2 2.3):



10. Zkl (3.3 2.3 1.3) $\times$ Rth (3.1 3.2 3.3):



11. Kategorienklasse: $(3.3 \ 2.2 \ 1.1) \times (1.1 \ 2.2 \ 3.3)$:



Die Hauptzeichenklassen (Hauptrealitätsthematiken)

$(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \times 1.1 \ 1.2 \ 1.3)$

$(3.2 \ 2.2 \ 1.2 \times 2.1 \ 2.2 \ 2.3)$

$(3.3 \ 2.3 \ 1.3 \times 3.1 \ 3.2 \ 3.3)$

sind also dadurch ausgezeichnet, dass sie sowohl intra- wie interkontextual redundanzfrei sind (vgl. Günther 1976-80, Bd. 2, S. 282), d.h. sowohl bei den triadischen wie bei den trichotomischen Semiosen ist die semiotische Akkretion minimal.

Während keine Zeichenklasse (Realitätsthematik) wegen der bei der Einführung der Zeichenrelation $ZR = (3.a, 2.b, 1.c)$ konstant gesetzten triadischen Hauptwerte semiotische interkontexturale Redundanz aufweist, weisen alle übrigen Zeichenklassen (Realitätsthematiken) ausser den Haupt-Zkln und Haupt-Rthn intrakontexturale Redundanz auf, und zwar einfache:

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.3)

(3.2 2.2 1.3)

(3.2 2.3 1.3)

oder doppelte:

(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.3 1.3)

wobei semiotische Redundanz sich in der Matrizendarstellung durch Diagonalität und in der Kreisdarstellung durch Sekanten äussert.

Wenn man die Kreisdarstellungen der 2., 4., 7., 8., 9. und 10. Dualsysteme betrachtet, erkennt man, dass die jeweiligen Realitätsthematiken, die also gruppentheoretisch gesprochen die Konjugierten der entsprechenden Zeichenklassen enthalten, als Untergruppen graphisch dadurch zum Ausdruck kommen, dass sie einen eigenen Dreicksgraphen darstellen, der mit dem Hauptdreieck der Zeichenklassen durch eine Ecke (4., 7., 8. 10. Zeichenklasse) oder durch zwei Ecken (2. und 9. Zeichenklasse) verbunden sind, wobei die Subzeichen dieser zwei Ecken jeweils selber zueinander konjugiert sind ((2.1, 1.2), (3.2, 2.3)). Das 3. und 6. Dualsystem weicht insofern von allen übrigen Kreisdarstellungen ab, als die Graphen Deltoide darstellen, welche als Gruppen ihre Untergruppen so enthalten, dass der Teilgraph vollständig im Hauptgraphen liegt.

Abschliessend sei festgestellt, dass sich eine polykontexturale (intra- und interkontexturale) Darstellung des semiotischen Dualsystems metaphysisch dadurch legitimiert, dass das Zeichen, aufgefasst als triadische Relation über einem Mittel-, einem Objekt- und einem Interpretantenbezug, über eine dreifache Transzendenz verfügt, welche strukturell durch die oben dargestellten Symmetrien und strukturlogisch durch drei Prinzipien der Invarianz bzw. Konstanz im Sinne von “semiotischer Erhaltung” (Bense 1981, S. 259) garantiert wird:

1. Transzendenz des Mittels: semiotische “Mitführung” (Bense 1979, S. 43, 45)
2. Transzendenz des Objekts: semiotische Objektinvarianz (Bense 1975, S. 40)
3. Transzendenz des Interpretanten: semiotische Strukturkonstanz

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Protozahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2007

Toth, Alfred, Die semiotische Negativsprache. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Semiotische Submatrizen, Subklassen und Subrelationen

1. Bei der Definition der tetradisch-trichotomischen präsemiotischen Zeichenrelation

$$\text{PZR} = (0., .1., .2., .3.)$$

und ihrem Vergleich mit der in ihr eingebetteten triadisch-trichotomischen semiotischen Zeichenrelation

$$\text{ZR} = (.1., .2., .3.)$$

haben wir gesehen, dass in PZR die Kategorie der Nullheit triadisch undefiniert ist, weshalb sie nur mit einem Punkt rechts, nicht aber links des Null-Symbols markiert ist (0.). Diese Schreibweise deutet also an, dass in PZR zwar die Trichotomien

$$(0.1), (0.2), (0.3),$$

nicht aber die Triaden

$$(0.0), (1.0), (2.0), (3.0)$$

definiert sind. Der Punkt rechts, nicht aber links des Kategoriensymbols ist also einerseits dafür verantwortlich, dass PZR eine tetradische, aber nur eine trichotomische und keine tetratomische Relation ist, und andererseits, dass die zu PZR gehörige semiotische Matrix deswegen nicht-quadratisch ist.

2. $\text{PZR} = \text{ZR}_{4,3}$ ist aber bei genauerem Besehen nur eine von mehreren Möglichkeiten, ausgehend von der nächst höheren quadratischen Zeichenrelation

$$\text{ZR}_{4,4} = (.0., .1., .2., .3.)$$

und ihrer zugehörigen quadratischen 4×4 -Matrix

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

durch systematische Entfernung n-adischer und/oder n-atomischer Kategorien semiotische Submatrizen und, auf ihrer Basis, semiotische Subklassen bzw. Subrelationen zu konstruieren.

Wegen $PZR = ZR_{4,3}$ gehen wir also von der nächst höheren quadratischen Relation $ZR_{4,4}$ aus und reduzieren systematisch die trichotomischen und die triadischen Werte. Dann erhalten wir die folgenden Subrelationen:

$ZR_{4,4} = (.0., .1., .2., .3.)$	
$ZR_{4,3} = (0., .1., .2., .3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (.0., 1., .2., .3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (.0., .1., 2., .3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (.0., .1., .2., 3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (0., 1., .2., .3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (.0., 1., 2., .3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (.0., .1., 2., 3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (0., .1., 2., .3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (.0., 1., .2., 3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$
$ZR_{4,3} = (0., .1., .2., 3.)$	$ZR_{3,4} = (.0., .1., .2., .3.)$

Ausgehend von $ZR = ZR_{3,3}$ bekommen wir:

$ZR_{3,3} = (.1., .2., .3.)$	
$ZR_{3,2} = (1., .2., .3.)$	$ZR_{2,3} = (.1., .2., .3.)$
$ZR_{3,2} = (.1., 2., .3.)$	$ZR_{2,3} = (.1., .2., .3.)$
$ZR_{3,3} = (.1., .2., 3.)$	$ZR_{2,3} = (.1., .2., .3.)$
$ZR_{3,2} = (1., 2., .3.)$	$ZR_{2,3} = (.1., .2., .3.)$
$ZR_{3,2} = (.1., 2., 3.)$	$ZR_{2,3} = (.1., .2., .3.)$
$ZR_{3,2} = (1., .2., 3.)$	$ZR_{2,3} = (.1., .2., .3.)$
$ZR_{3,2} = (1., 2., 3.)$	$ZR_{2,3} = (.1., .2., .3.)$

Wir haben in beiden Tabellen stillschweigend vorausgesetzt, dass mindestens ein Wert, d.h. entweder der n-adische Haupt- oder der n-atomische Stellenwert $n = 3$ sein muss, da wir Probleme haben, n-adisch m-atomische Relationen für $n \leq 3$ und $m \leq 3$ noch als Zeichenrelationen zu deuten; vgl. jedoch Ditterich (1990, S. 29), wo die Saussuresche Zeichenrelation als $ZR_{2,2}$ im Sinne einer Teilrelation von $ZR_{3,3}$ interpretiert wird.

3. Wenn wir nun statt von Relationen von Matrizen ausgehen, können wir, wiederum auf der Basis der zu $PZR = ZR_{4,3}$ nächst höheren quadratischen Matrix über $ZR_{4,4}$, diese Matrix in 16 “Blöcke” wie folgt in 16 Blöcke (1A), (1B), (1C), ..., (A1), (A2), (A3), ... teilen, deren jeder durch ein Subzeichen im Sinne eines cartesischen Produktes über $ZR_{4,4}$ besetzt ist:

	A	B	C	D
1	0.0	0.1	0.2	0.3
2	1.0	1.1	1.2	1.3
3	2.0	2.1	2.2	2.3
4	3.0	3.1	3.2	3.3

Unsere oben kurz formulierte Bedingung, dass eine Zeichenklasse mindestens eine triadische Relation sein muss, bedeutet vor dem Hintergrund dieser Blockmatrix dann, dass mindestens drei verschiedene Subzeichen pro Kolonne in eine Relation eingehen müssen, wobei die Subzeichen natürlich nicht den gleichen Kolonnen angehören müssen. D.h. wenn a_{ij} (mit i für den triadischen Haupt- und j für den trichotomischen Stellenwert) für einen Eintrag steht, dann ist eine minimale Zeichenklasse also eine triadische Relation (a_{ij}, b_{kl}, c_{mn}) mit $i \neq k \neq m$, wobei j, l, n nicht eingeschränkt werden: Ist $j = l = n$, dann entstammen sie der gleichen Trichotomie (Kolonne); ist $j = l \neq n$ oder $j \neq l = n$ oder $j \neq l \neq n$, dann liegen verschiedene Trichotomien (Kolonnen) vor. Ist $i = k = m$, gehören alle Subzeichen der gleichen Triade (Zeile) an, bei $i \neq k = m$, $i = k \neq m$ und $i \neq k \neq m$ ist dies nicht der Fall, und nur im letzten Fall ist eine triadische Zeichenrelation also eine Zeichenklasse bzw. Subklasse einer tetradischen Zeichenklasse.

4. Als interessante Frage stellt sich daher, welche und wie viele Zeichenklassen sich mittels Submatrizen bzw. Subrelationen konstruieren lassen.

1. Für $ZR_{4,4} = (.0., .1., .2., .3.)$ sind es die in Toth (2008a, S. 179 ff.) aufgelisteten 35 Zeichenklassen.
2. Für $ZR_{4,3} = (0., .1., .2., .3.)$ sind es die z.B. in Toth (2008b, S. 12 ff.) aufgelisteten 15 Zeichenklassen.

Für die übrigen Fälle von $ZR_{n,n-1}$ müssen wir die Zeichenklassen konstruieren.

3. $ZR_{3,4} = (.0, .1., .2., .3.)$ besagt, dass die Nullheit sich nur mit triadischen Hauptwerten kombinieren lässt. Daher erhalten wir also zuerst die folgende 3×4 Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.1. Zunächst erhalten wir also die den (von unten nach oben gelesenen) Kolonnen entsprechenden Zeichenklassen:

(3.0 2.0 1.0)

(3.1 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.2)

(3.3 2.3 1.3)

3.2. Da das semiotische inklusive Ordnungsprinzip (3.a 2.b 1.c 0.d) mit $a \geq b \geq c \geq d$ auch für Subklassen gilt bzw. notwendige Bedingungen an Subrelationen ist, um Subklassen zu sein, erhalten wir die restlichen Zeichenklassen:

(3.0 2.1 1.1)

(3.0 2.1 1.2) (3.0 2.2 1.2)

(3.0 2.1 1.3) (3.0 2.2 1.3) (3.0 2.3 1.3)

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.1 1.2) (3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.1 1.3) (3.1 2.2 1.3) (3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.2 1.3) (3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.3 1.3),

also total 20 Zeichenklassen. Da man dieses Verfahren gemäss unserer obigen Tabelle der Subrelationen beliebig weitertreiben kann, erkennen wir, dass die Anzahl der Zeichenklassen über $ZR_{4,3}$ zuzüglich der Anzahl der Zeichenklassen über $ZR_{3,4}$ gleich der Anzahl der Zeichenklassen über $ZR_{4,4}$ ist. Wenn wir die Notation $|ZR_{n,m}|$ für “die Anzahl von Zeichenklassen über $ZR_{n,m}$ ” einführen, können wir dieses Ergebnis in dem folgenden semiotischen Satz formulieren:

Satz über die Addition von n-adisch n-atomischen komplementären Zeichenklassen: $|Zkl_{n,n-1}| + |Zkl_{n-1,n}| = |Zkl_{n,n}|$.

Mit dem Begriff “komplementär” sei dabei gemeint, dass sozusagen der in einer Triade fehlende semiotische Wert durch einen zusätzlichen Wert in der entsprechenden Trichotomie (und umgekehrt) kompensiert wird. Es muss also noch untersucht werden, ob der obige Satz von $(n-1)$ auf $(n-2)$, $(n-3)$, ..., $(n-m)$ verallgemeinert werden kann. Wir formulieren dies also zunächst als Behauptung:

Behauptung über die Addition von n-adisch n-atomischen komplementären Zeichenklassen: $|Zkl_{n,n-m}| + |Zkl_{n-m,n}| = |Zkl_{n,m}|$.

Kennt man also die Anzahl der Zeichenklassen über einer Zeichenrelation $ZR_{n,n}$, dann kann man wegen des obigen semiotischen Satzes auf Grund des semiotischen Inklusionsprinzips und der Matrizen über $ZR_{n-1,n}$ oder über $ZR_{n,n-1}$ die Anzahl der Zeichenklassen entweder über $ZR_{n-1,n}$ oder über $ZR_{n,n-1}$ bestimmen und dann durch einfache Subtraktion die Anzahl der Zeichenklassen der komplementären Zeichenrelation. $ZR_{n-1,n}$ und $ZR_{n,n-1}$ (oder allenfalls sogar $ZR_{n-m,n}$ und $ZR_{n,n-m}$) sind damit Partitionen von $ZR_{n,n}$!

Bibliographie

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008 (= 2008b)

Qualitative semiotische Zahlbereiche und Transzendenzen

1. In Toth (2008b) wurde gezeigt, dass eine Zeichenklasse, in der die Transzendenzen der drei Peirceschen Fundamentalkategorien (.1.), (.2.), (.3.) aufgehoben sind, die beiden folgenden allgemeinen Formen hat:

$$ZR_{6,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ \odot.e \ \odot.f) \text{ mit } a, b, c, d, e, f \in \{.1, .2, .3\}$$

$$ZR_{3,6} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a, b, c \in \{.0, \odot, \odot, .1, .2, .3\}.$$

Es ist nun eine bemerkenswerte Tatsache, dass auch die Vereinigung von $ZR_{6,3} \cup ZR_{3,6} \neq ZR_{6,6}$. In Übereinstimmung mit unseren Resultaten aus früheren Arbeiten bedeutet dies jedoch, dass selbst die hexadische bzw. hexatomische Zeichenrelation, in der alle Transzendenzen aufgehoben sind, wiederum zu einem Transzendenz-Bereich der entsprechenden Zeichenfunktionen führt:

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.\odot & 0.\odot \\ \odot.0 & \odot.\odot & \odot.\odot \\ \odot.0 & \odot.\odot & \odot.\odot \end{pmatrix}$$

Es handelt sich also um den Bereichen der genuinen semiotischen Qualitäten 0, $\odot$, $\odot$. Wenn wir den transzendenten Bereich der hexadischen bzw. hexatomischen Zeichenfunktion mit demjenigen der tetradischen bzw. tetratomischen vergleichen, der ja mit dem absoluten Nullpunkt (0.0) des semiotischen Koordinatensystems identisch ist, kommen wir zu zwei semiotischen Sätzen:

Theorem 1: Je grösser der haupt- bzw. nebenwertige Index einer n-adisch (n+1)-atomischen bzw. einer (n+1)-adisch n-atomischen Zeichenrelation, desto grösser der von der ihr korrespondierenden Zeichenfunktion ausgesparte Transzendenzbereich.

Theorem 2: Der Transzendenzbereich einer Zeichenrelation ist eine Blockmatrix als Teilmatrix der dieser Zeichenrelation entsprechenden quadratischen semiotischen Matrix.

In dieser Arbeit wird ferner anhand von Beispielen nachgewiesen, dass offenbar auch das folgende, hier im voraus formulierte Theorem 3 gilt:

Theorem 3: Der Transzendenzbereich einer Zeichenrelation ist die Menge der genuinen qualitativen semiotischen Funktionen.

Aus Theorem 3 resultiert ferner, dass die übrigen Blöcke der entsprechenden quadratischen semiotischen Matrix sowohl gemischte quali-quantitative als auch quanti-qualitative semiotische Funktionen enthält.

2. Im folgenden geben wir die 6×6-Matrix, dessen Teilmatrizen über $ZR_{6,3}$ und $ZR_{3,6}$ gebildet werden. Rechts davon reproduzieren wir die 4×4-Matrix, dessen Teilmatrizen über $ZR_{4,3}$ und $ZR_{3,4}$ gebildet wurden (vgl. Toth 2008a). Wie man erkennt, ist die 3×3-Matrix der Peirce-Benseschen Zeichenrelation $ZR_{3,3}$ als Teilmatrix in beiden Matrizen erhalten. Allerdings gilt dies nicht für die 4×4-Matrix, denn zwischen die erste Zeile der 3×3-Matrix (1.1, 1.2, 1.3) und die erste Zeile der 4×4- bzw. der 6×6-Matrix ist hier ein zweizeiliger quali-quantitativer Zahlbereich eingeschoben. Dasselbe gilt für die Kolonnen, wo allerdings in der 6×6-Matrix ein zweikolonniger quanti-qualitativer Zahlbereich zwischen (1.0, 2.0, 3.0) eingeschoben ist.

	0	⊙	⊙	1	2	3
0	0.0	<u>0.⊙</u>	0.⊙	0.1	0.2	0.3
⊙	⊙.0	<u>⊙.⊙</u>	⊙.⊙	⊙.1	⊙.2	⊙.3
⊙	⊙.0	<u>⊙.⊙</u>	⊙.⊙	⊙.1	⊙.2	⊙.3
1	1.0	<u>1.⊙</u>	1.⊙	1.1	1.2	1.3
2	2.0	<u>2.⊙</u>	2.⊙	2.1	2.2	2.3
3	3.0	<u>3.⊙</u>	2.⊙	3.1	3.2	3.3

0.0	0.1	0.2	0.3
1.0	1.1	1.2	1.3
2.0	2.1	2.2	2.3
3.0	3.1	3.2	3.3

Es ist nun so, dass in der 6×6-Matrix zwischen den dreifach schraffierten Feldern aus der 4×4-Matrix in einem ganz bestimmten Verteilungsmuster quanti-qualitative sowie quali-quantitative Zahlbereiche sich auftun, wobei diese Zahlbereiche umso grösser werden wie die haupt- bzw. nebenwertigen Indizes der Zeichenrelationen bzw. die Zeilen und Kolonnen der quadratischen Matrizen anwachsen. Gleichzeitig vergrössern

sich aber, wie bereits gesagt, die Transzendenzbereiche der entsprechenden Zeichenfunktionen. Wir stellen dies in dem folgenden Schema dar:

<u>quali-</u>	<u>quali-</u>	<u>quali-</u>
<u>tative</u>	<u>tative</u>	quant.
<u>Zahlen</u>	<u>Zahlen</u>	<u>Zahlen</u>
<u>quanti-</u>	<u>quanti-</u>	quantitative
<u>qual.</u>	<u>qual.</u>	<u>semiotische</u>
<u>Zahlen</u>	<u>Zahlen</u>	<u>Zahlen</u>

<u>quali</u>	<u>quali-quant Z</u>
<u>qua</u>	quantitative
<u>nti-</u>	
<u>qual</u>	<u>semiotische</u>
<u>Zah</u>	
<u>len</u>	<u>Zahlen</u>

Der Bereich der qualitativen Zeichenzahlen, d.h. der genuinen qualitativen Kategorien, ist also der Transzendenzbereich.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Anfang einer qualitativen semiotischen Realitätstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

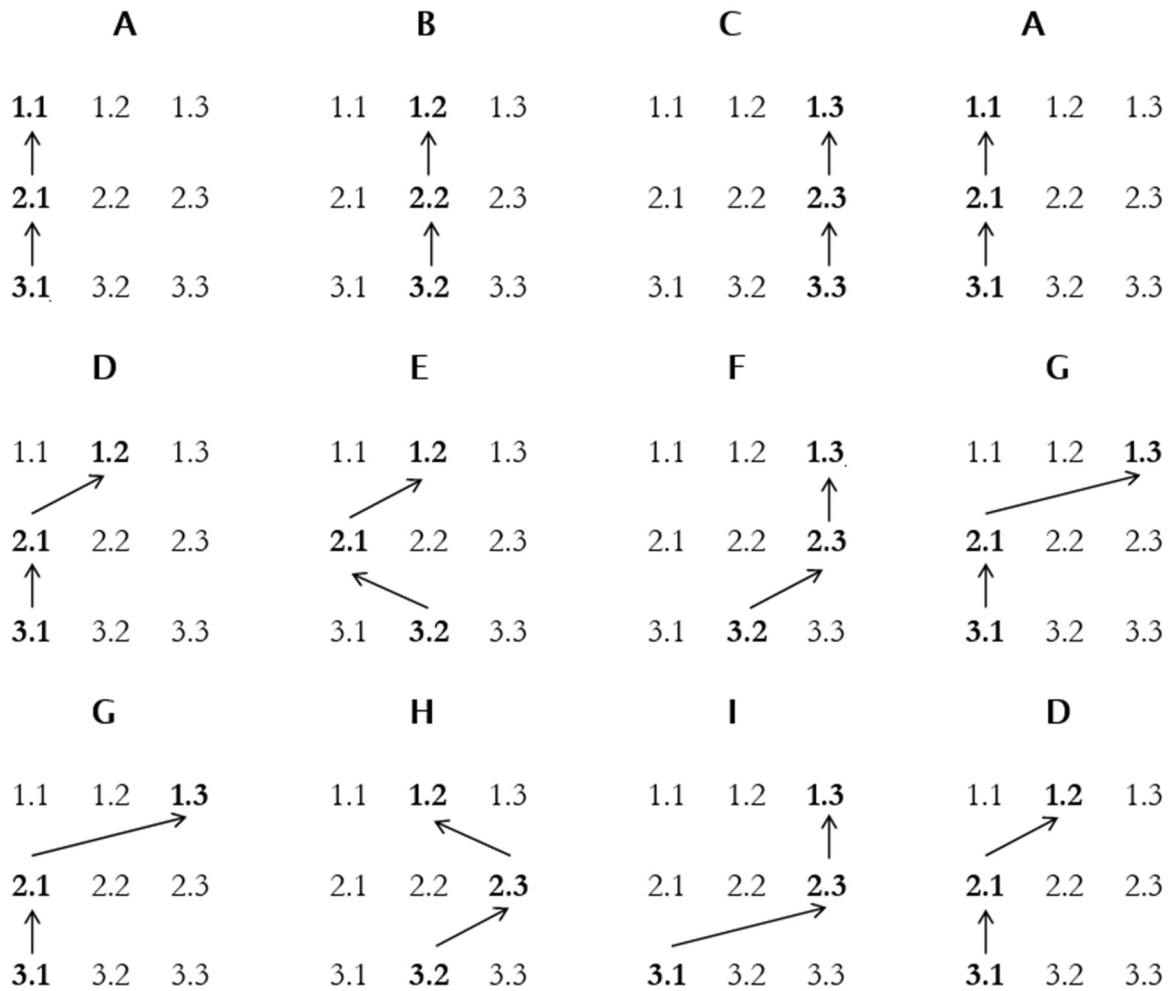
Polyseme Vektormatrizen symplerotischer Zeichenklassen

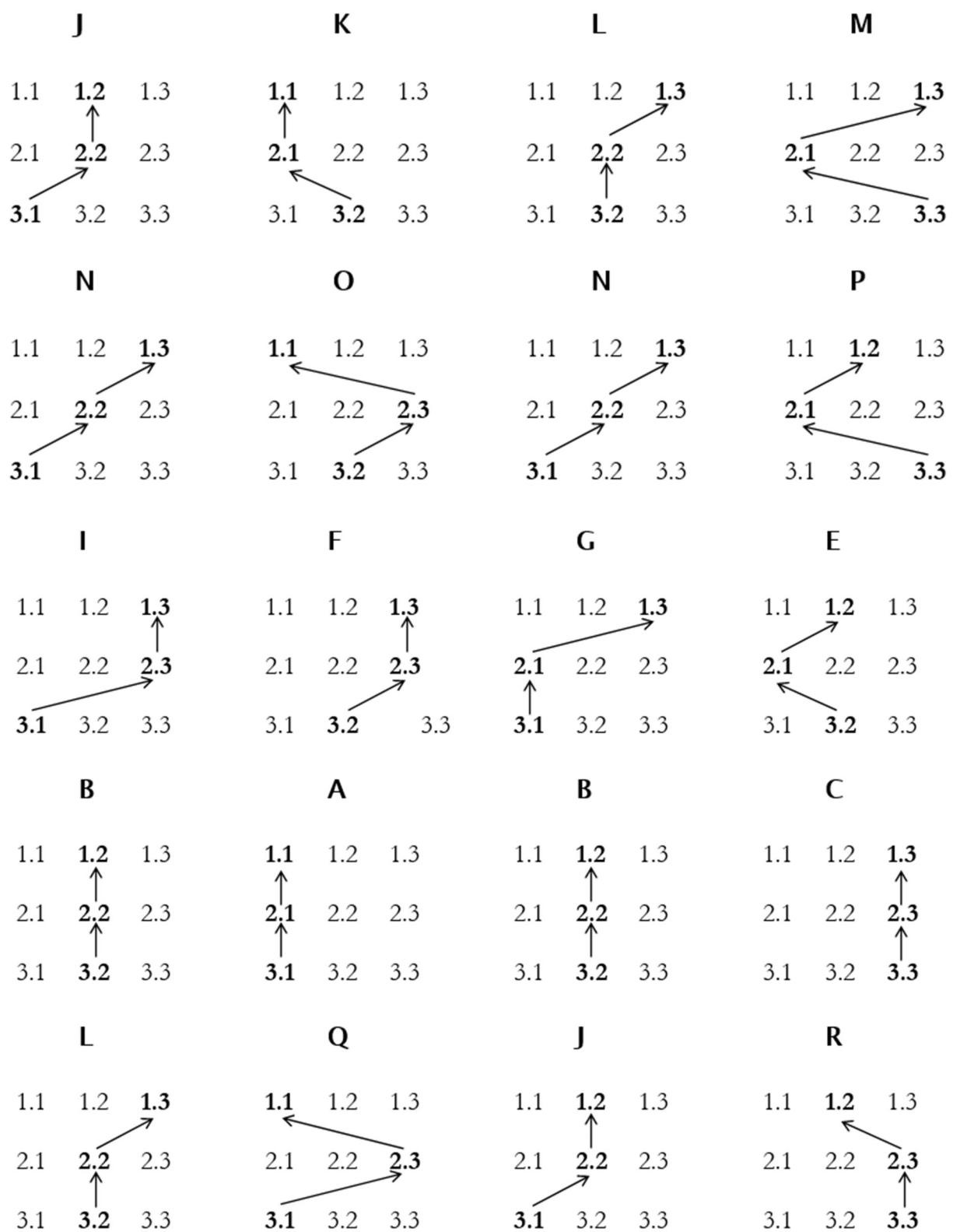
1. In Toth (2007, S. 39 ff.) hatte ich nachgewiesen, dass es genau 3 symplerotische Operationen, d.h. gruppentheoretische Operationen σ_1 , σ_2 , σ_3 , gibt, die, auf die 10 Zeichenklassen angewandt, wiederum abelsche Gruppen ergeben. Weitere Operationen führen zu nicht-abelschen Quasigruppen mit nicht-eindeutigem Einselement und sind für die Semiotik bisher unbrauchbar.

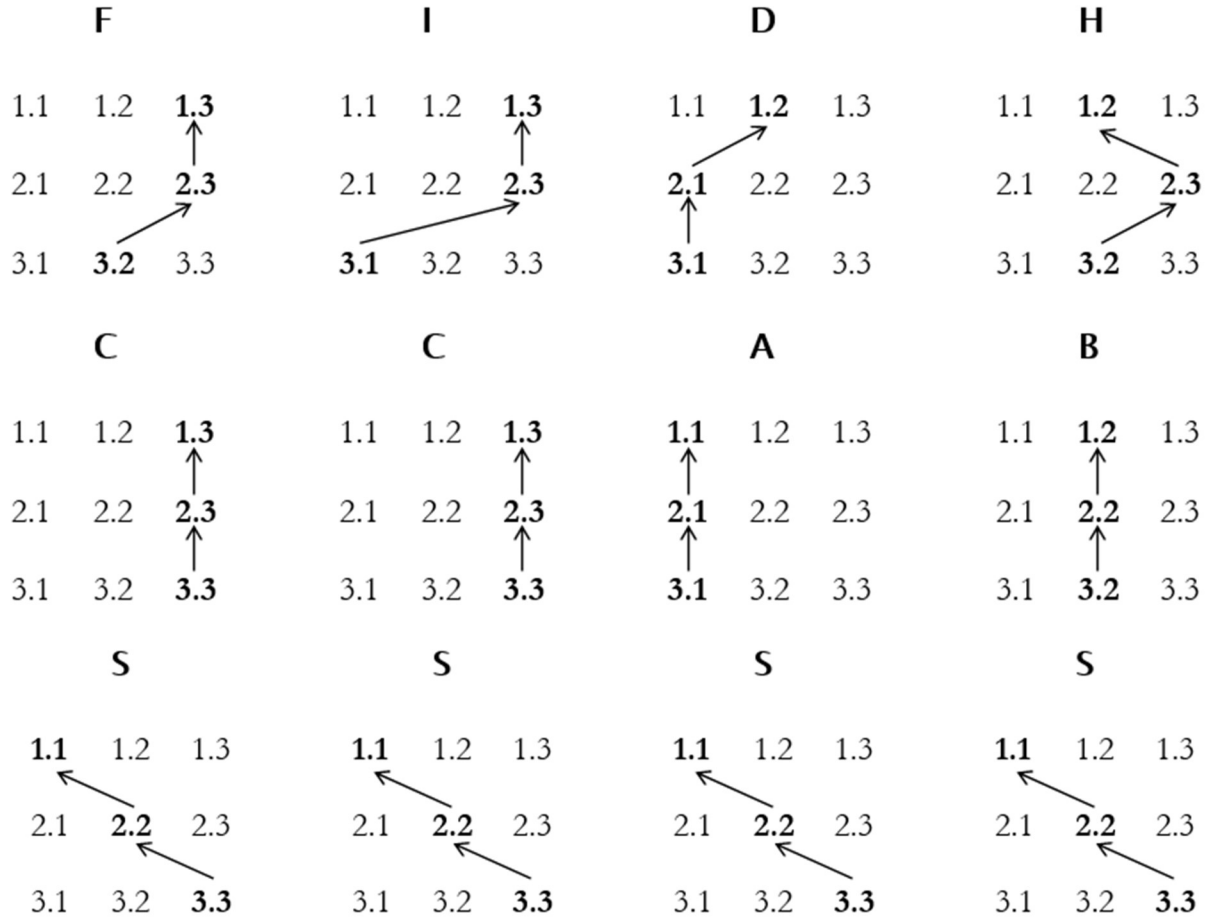
2. In dieser Arbeit werde ich zeigen, dass sich die 4 mal 10 = 40 symplerotischen und nicht-symplerotischen Zeichenklassen in genau 19 Grundtypen einteilen lassen, die durch die 3 symplerotischen Operatoren ineinander überführt werden können, d.h. von den 40 Zeichenklassen ist mehr als die Hälfte "polysem". Dieser Ausdruck wird hier analog zu demjenigen polysemer Graphen verwendet. Im Falle der Semiotik impliziert ja diese Polysemie, dass die den gruppentheoretischen Einselementen entsprechenden logischen Identitäten (vgl. Toth 2009a, b) jeweils auf mehr als einem Pfad erreichbar sind, d.h. es handelt sich hier um wirkliche Bedeutungstransformationen.

<u>Zkln</u>	3 = <u>const</u> σ_1	2 = <u>const</u> σ_2	1 = <u>const</u> σ_3
(3.1 2.1 1.1)	(3.2 1.2 2.2)	(1.3 2.3 3.3)	(2.1 3.1 1.1)
(3.1 2.1 1.2)	(3.2 1.2 2.1)	(1.3 2.3 3.2)	(2.1 3.1 1.3)
(3.1 2.1 1.3)	(3.2 1.2 2.3)	(1.3 2.3 3.1)	(2.1 3.1 1.2)
(3.1 2.2 1.2)	(3.2 1.1 2.1)	(1.3 2.2 3.2)	(2.1 3.3 1.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.2 1.1 2.3)	(1.3 2.2 3.1)	(2.1 3.3 1.2)
(3.1 2.3 1.3)	(3.2 1.3 2.3)	(1.3 2.1 3.1)	(2.1 3.2 1.2)
(3.2 2.2 1.2)	(3.1 1.1 2.1)	(1.2 2.2 3.2)	(2.3 3.3 1.3)
(3.2 2.2 1.3)	(3.1 1.1 2.3)	(1.2 2.2 3.1)	(2.3 3.3 1.2)
(3.2 2.3 1.3)	(3.1 1.3 2.3)	(1.2 2.1 3.1)	(2.3 3.2 1.2)
(3.3 2.3 1.3)	(3.3 1.3 2.3)	(1.1 2.1 3.1)	(2.2 3.2 1.2)
(3.3 2.2 1.1)	(3.3 1.1 2.2)	(1.12.2 3.3)	(2.2 3.3 1.1)

3. Zunächst schreiben wir die Zeichenklassen in Form von Matrizen mit den Zeichenrelationen als Vektoren (vgl. Toth 2007, S. 48 ff.) und “numerieren” gleiche Vektormatrizen mit fortlaufenden Buchstaben.







Wenn wir die nicht-symplerotischen Zeichenklassen bzw. die Matrizen von I - XI durchnummerieren (für die 10 regulären Zeichenklassen sowie die Genuine Kategorienklasse), erhalten wir wir also folgende polysemen semiotischen Vektormatrizen:

Typus A: $I = \sigma_3(I) = \sigma_1(VII) = \sigma_2(X)$

Typus B: $\sigma_1(I) = \sigma_2(VII) = \sigma_3(X)$

Typus C: $\sigma_2(I) = \sigma_3(VII) = X = \sigma_1(X)$

Typus D: $II = \sigma_3(III) = \sigma_2(IX)$

Typus E: $\sigma_1(II) = \sigma_3(VI)$

Typus F: $\sigma_2(II) = \sigma_1(VI) = IX$

Typus G: $III = \sigma_2(VI)$

- Typus H: $\sigma_1(\text{III}) = \sigma_3(\text{IX})$
- Typus I: $\sigma_2(\text{III}) = \text{VI} = \sigma_1(\text{IX})$
- Typus J: $\text{IV} = \sigma_2(\text{VIII})$
- Typus K: $\sigma_1(\text{IV})$. Dieser Typus ist uniguitär.
- Typus L: $\sigma_2(\text{IV}) = \text{VIII}$
- Typus M: $\sigma_3(\text{IV})$. Dieser Typus ist uniguitär.
- Typus N: $\text{V} = \sigma_2(\text{V})$
- Typus O: $\sigma_1(\text{V})$. Dieser Typus ist uniguitär.
- Typus P: $\sigma_3(\text{V})$. Dieser Typus ist uniguitär.
- Typus Q: $\sigma_1(\text{VIII})$. Dieser Typus ist uniguitär.
- Typus R: $\sigma_3(\text{VIII})$. Dieser Typus ist uniguitär.
- Typus S: $\text{XI} = \sigma_1(\text{XI}) = \sigma_2(\text{XI}) = \sigma_3(\text{XI})$

Bibliographie

- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
- Toth, Alfred, Symplerose und Transjunktion. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Eine Betrachtung zu semiotischen Identitäten. Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Dimensionsmatrizen

1. In Toth (2009a) wurde gezeigt, dass eine minimale Zeichenklasse, welche ein vollständiges semiotisches Dualsystem zusammen mit allen Permutationen und Kompositionen repräsentiert, 12-dimensional sein muss. In Toth (2009b) wurde festgestellt, dass es zwei mögliche Definitionen einer 12-dimensionalen Zeichenklasse gibt:

$$(1) \text{ 12-ZR} = ((\alpha.\beta(a.b)\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(c.d)\eta.\theta) (\iota.\kappa(e.f)\lambda.\mu))$$

mit $\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, +1\}$ und $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$,

$$(2) \text{ 12-ZR} = (\alpha.(a.b) \beta.(c.d) \gamma.(e.f))$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}$ $a, \dots, f \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3\}$

Abgekürzte Notationen sind

$$(3) \text{ 12-ZR} = \{[\alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, +1\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}$$

$$(4) \text{ 12-ZR} = \{[\alpha, \beta, \gamma \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 12\}], ((a.b) (c.d) (e.f))\}.$$

2. In diesem Aufsatz führen wir Matrizendarstellung für beide Notationsformen ein. Zur Illustration der Matrizendarstellung für (3) nehmen wir die

$$\text{12-Zkl} = ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.1).0.0) (1.1(1.3)-1.-1))$$

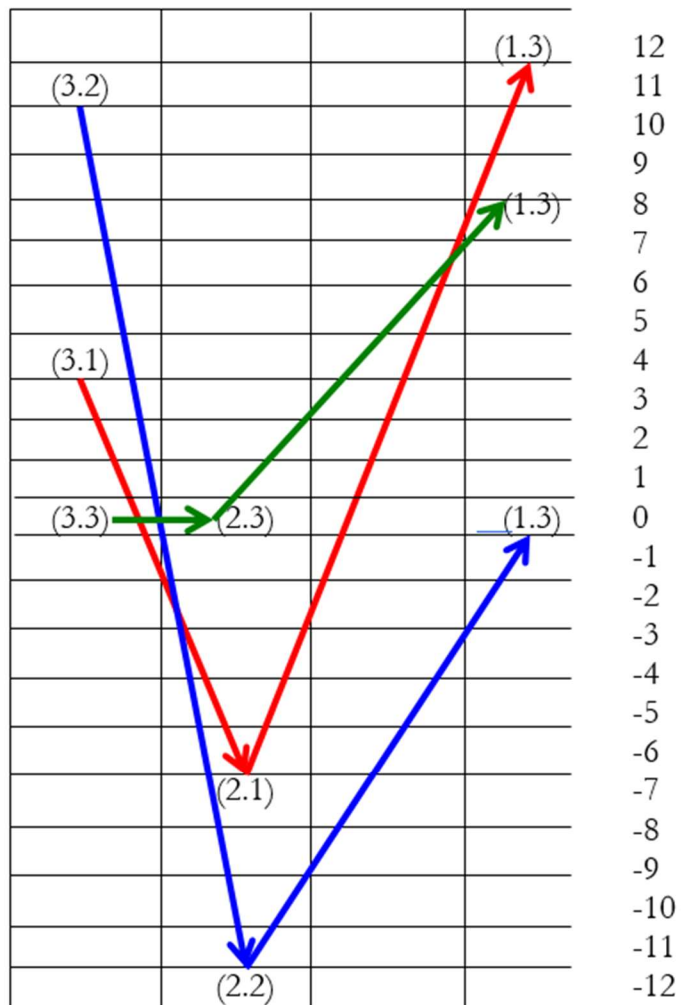
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•	•					•	•
0		•	•				•	•				
+1	•			•					•	•		

Zur Illustration der Matrizendarstellung für (4) nehmen wir die drei folgenden 12-Zkln:

$$\text{12-Zkl} = ((4.3.1) (-7.2.1) (12.1.3))$$

$$\text{12-Zkl} = ((11.3.2) (-12.2.2) (1.3))$$

$$12\text{-Zkl} = ((3.3) (2.3) (1.3))$$



Wie man sieht, ergibt sich hier das Problem, dass weder zwischen trichotomisch verschiedenen noch zwischen positiven und negativen Subzeichen unterschieden werden kann.

Bibliographie

Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Dualsysteme in 12 Dimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Symmetrie und Binnensymmetrie in 12-dimensionalen Zeichenklassen

1. Die in Toth (2009a) eingeführten 12-dimensionalen Zeichenklassen haben folgendes allgemeines Schema

$$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.a)\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.c)\lambda.\mu)) \text{ mit } \alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, +1\}$$

Dieses Schema kann man nach Toth (2009b) auch in der abgekürzten Form

$$12\text{-ZR} = [\alpha, \dots, \mu / \{-1, 0, +1\}] ((3.a) (2.b) (1.c))$$

notieren und den Dimensionsverlauf durch eine Matrix darstellen, in deren Zeilen die 12 semiotischen Dimensionen und in deren Spalten die 3 möglichen Werte der Dimensionsvariablen stehen. Wegen der grossen Bedeutung von Symmetrie und Binnensymmetrie in der Semiotik (vgl. Bense 1992) wollen wir in dieser Arbeit einige 12-dimensionale Zeichenklassen untersuchen, welche diese Eigenschaften aufweisen.

2. Dabei kann man entweder von absichtlich symmetrisch konstruierten Matrizen ausgehen:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1			•				•				•	
0		•		•		•		•		•		•
+1	•				•				•			

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1	•				•				•			
0		•		•		•		•		•		•
+1			•				•				•	

Wie man allerdings sieht, sind diese beiden Matrizen nicht vollsymmetrisch. Die entsprechenden Zeichenklassen sind

$$12\text{-ZR} = ((1.0(a.b)-1.0) (1.0(c.d)-1.0) (1.0(e. f)-1.0))$$

$$12\text{-ZR} = ((-1.0(a.b)1.0) (-1.0(c.d)1.0) (-1.0(e. f)1.0))$$

Dasselbe gilt von den folgenden Matrizen, bei denen jedoch im Gegensatz zu den beiden oberen die Iteration aller drei Elemente für einen der drei Werte fehlt:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1	•	•	•									
0				•	•	•				•	•	•
+1							•	•	•			

$$12\text{-ZR} = ((-1.-1(\underline{a.b})-1.0) (0.0(\underline{c.d})1.1) (1.0(e. f)0.0))$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1							•	•	•			
0				•	•	•				•	•	•
+1	•	•	•									

$$12\text{-ZR} = ((1.1(a.b)1.0) (0.0(c.d)-1.-1) (-1.0(e. f)0.0))$$

3. Wenn wir statt von Matrizen von Zeichenschemata ausgehen, dann kann man binnensymmetrische Matrizen wie folgt konstruieren

$$12\text{-ZR} = ((\alpha.\beta(3.\underline{a})\gamma.\delta) (\epsilon.\zeta(2.b)\eta.\theta) (\iota.\kappa(1.\underline{c})\lambda.\mu)), \alpha, \dots, \mu \in \{-1, 0, -1\},$$

also z.B.

$$12\text{-ZR} = ((1.0(3.\underline{a})0.1) (-1.1(2.b)1.-1) (0.0(1.\underline{c})0.0)),$$

deren zugehörige Dimensionsmatrix wie folgt aussieht

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•			•				
0		•	•						•	•	•	•
+1	•			•		•	•					

Hier verlaufen also die Binnensymmetrien zwischen den drei Triaden, aber es ist keine Symmetrie in der ganzen Zeichenrelation vorhanden. Wenn wir also eine vollständig symmetrische Zeichenrelation konstruieren wollen, können wir dies z.B. wie folgt tun:

$$12\text{-ZR} = ((1.0(3. a)0.1) \text{---} (-1.1(2. \text{---} b)1.-1) (1.0(1. c)0.1)),$$

deren Matrix wie folgt aussieht:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•			•				
0		•	•							•	•	
+1	•			•		•	•		•			•

Wenn wir noch einen Schritt weitergehen wollen und im Hinblick auf die beiden einzigen symmetrischen Zeichenrelationen der triadischen Peirceschen Semiotik, nämlich die eigenreale, sowohl symmetrische als auch binnensymmetrische Zeichenklasse

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

sowie die symmetrische Kategorienklasse

$$(3.3 \ 2.2 \ 1.1) \times (1.1 \ 2.2 \ 3.3)$$

mit symmetrischen und/oder binnensymmetrischen Dimensionsverläufen kombinieren wollen, so gibt es zahlreiche Möglichkeiten hierzu; z.B.

1. 12-ZR = ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (0.0(1.3)0.0)) (nur binnensymmetrisch)
2. 12-ZR = ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1)) (sowohl symmetrisch als auch binnensymmetrisch)

Wie konstruiert man nun aber eine der Kategorienklasse entsprechende Zeichenklasse, nur symmetrisch, aber nicht binnensymmetrisch ist. Wir schlagen z.B. folgende Dimensionsmatrix vor:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
-1					•		•		•			•
0		•	•							•	•	
+1	•			•		•		•				

Ihre entsprechende Zeichenklasse ist

$$12\text{-ZR} = ((1.0(3.3)0.1) (-1.1(2.2)-1.1) (-1.0(1.1)0.-1))$$

Damit haben wir also

1. $((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (0.0(1.3)0.0)) \times ((0.0(3.1)0.0) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1))$
2. $((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1)) \times ((1.0(3.1)0.1) (-1.1(2.2)1.-1) (1.0(1.3)0.1))$
3. $((1.0(3.3)0.1) (-1.1(2.2)-1.1) (-1.0(1.1)0.-1)) \times ((-1.0(1.1)0.-1) (1.-1(2.2)1.-1) (1.0(3.3)0.1))$

Die semiotisch-strukturellen Bedingungen sind also

1. Für reine Symmetrie:

$$((a.b(3.3)b.a) (-a.a(2.2)-a.a) (-a.b(1.1)b.-a)) \times ((-a.b(1.1)b.-a) (a.-a(2.2)a.-a) (a.b(3.3)b.a))$$

2. Für reine Binnensymmetrie:

$$1. ((a.b(3.1)a.b) (-a.a(2.2)a.-a) (b.b(1.3)b.b)) \times ((b.b(3.1)b.b) (-a.a(2.2)a.-a) (a.b(1.3)b.a))$$

3. Für kombinierte Symmetrie und Binnensymmetrie:

2. $((a.b(3.1)b.a) (-a.a(2.2)a.-a) (a.b(1.3)b.a)) \times ((a.b(3.1)b.a) (-a.a(2.2)a.-a) (a.b(1.3)b.a))$

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Ein 12-dimensionaler semiotischer Raum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Dimensionsmatrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Gesättigte und ungesättigte Zeichenrelationen

1. In "Axiomatik und Semiotik" (1981, S. 83) hatte Max Bense bei Realitätsthematiken gesättigte (triadische) und ungesättigte (monadische und dyadische) Zeichenrelationen unterschieden. Gesättigte Zeichenrelationen sind daher die Realitätsthematiken der homogenen Zeichenklassen:

$(1.1 \ 1.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.1 \ 1.1)$

$(2.1 \ 2.2 \ 2.3) \times (3.2 \ 2.2 \ 1.2)$

$(3.1 \ 3.2 \ 3.3) \times (3.3 \ 2.3 \ 1.3),$

weil hier die vollständigen Trichotomien als strukturelle Realitäten erscheinen. Die einzige monadische ungesättigte Realitätsthematik besitzt dann die eigenreale Zeichenklasse

$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3),$

wobei hier und nur hier allerdings gleich drei ungesättigte Zeichenrelationen vorhanden sind. Die restlichen Realitätsthematiken sind dyadische ungesättigte Zeichenrelationen, wobei also zwei gleiche Trichotomien eine andere Trichotomie thematisieren.

2. Allerdings lässt sich der Begriff der relationalen "Sättigung", sofern er von seinem offenbar chemischen Vorbild befreit wird, auch auf die relationale Valenz übertragen. Z.B. ist ein deutscher Satz wie "Hans schenkt" relational unterdeterminiert ("ungesättigt"), weil mindestens eine Valenzstellung nicht besetzt und der Satz daher ungrammatisch ist. Also entweder: Hans schenkt Früchte oder Hans schenkt Dir Früchte, aber nicht "Hans schenkt Dir". In der Semiotik stellt sich das Problem relationaler Valenz ausserhalb von Realitätsthematiken dadurch, dass die Subzeichen als kartesische Produkte sich aus zwei Relationen zusammensetzen, wobei der triadische und der trichotomische Wert meistens nicht derselbe sind.

Wenn wir eine Relation wie (2.1) betrachten, dann können wir definieren, dass die triadische Zweitheit als Dyade nur von einer Monade valenzmässig "ausgefüllt" und daher "ungesättigt" ist. Wir vereinbaren, dies als

$$(2.1) = R^2 R^1 = -1$$

zu notieren. E steht für Äquivalenz. Wir stellen dies in den folgenden beiden Matrizen dar:

$$\begin{pmatrix} R^1 R^1 & R^1 R^2 & R^1 R^3 \\ R^2 R^1 & R^2 R^2 & R^2 R^3 \\ R^3 R^1 & R^3 R^2 & R^3 R^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & R+1 & R+2 \\ R-1 & E & R+1 \\ R-2 & R-1 & E \end{pmatrix}$$

Wie man erkennt, wechseln zueinander konverse Subzeichen die Vorzeichen der trichotomischen Valenzen.

Damit kann man sehr schön zeigen, wie die Verteilung “gesättigter” und “ungesättigter” dyadischer Relationen in Zeichenklassen aussieht. Mit dem vorherigen Satz erhalten wir dann gleich die entsprechenden Verhältnisse in den dualen Realitätsthematiken, so dass wir deren gesonderte Betrachtung schenken können:

1. (3.1 2.1 1.1) = (R-2, R-1, E) $\Sigma R = -3$
2. (3.1 2.1 1.2) = (R-2, R-1, R+1) $\Sigma R = -2$
3. (3.1 2.1 1.3) = (R-2, R-1, R+2) $\Sigma R = -1$
4. (3.1 2.2 1.2) = (R-2, E, R+1) $\Sigma R = -1$
5. (3.1 2.2 1.3) = (R-2, E, R+2) $\Sigma R = E$
6. (3.1 2.3 1.3) = (R-2, R+1, R+2) $\Sigma R = +1$
7. (3.2 2.2 1.2) = (R-1, E, R+1) $\Sigma R = E$
8. (3.2 2.2 1.3) = (R-1, E, R+2) $\Sigma R = +1$
9. (3.2 2.3 1.3) = (R-1, R+1, R+2) $\Sigma R = +2$
10. (3.3 2.3 1.3) = (E, R+1, R+2) $\Sigma R = +3$

Nehmen wir noch die Genuine Kategorienklasse dazu

11. (3.3 2.2 1.1) = (E, E, E) $\Sigma R = E,$

so sehen wir, dass nur die eigenreale (Nr. 5), die objektale (Nr. 7) und die kategorienreale (Nr. 11) eine in der Summe ausgeglichen sind (E). Nur die Kategorienrealität ist ferner auch pro Dyade ausgeglichen (E, E, E).

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Eigenkontexturen für Zeichenklassen?

1. In Toth (2008) hatte ich semiotische Eigendimensionen eingeführt, um das Wirrwarr bei 3-dimensionalen Zeichenklassen, basierend auf triadischen Primzeichen, etwas zu entwirren. In Toth (2009a) hatte ich ferner gezeigt, dass auch die von Kaehr (2008) eingeführten polykontexturalen Indizes in ihrer Abbildung auf die Subzeichen der semiotischen Matrizen weitgehend beliebig sind. In Toth (2009b) hatte ich ferner die von Kaehr eingeführte polykontexturale Operation der Bifurkation aufgegriffen und gezeigt, wie damit kontexturale Doppel-Indizes zerlegt und die Arbitrarität der Abbildung von Kontexturen auf Zeichenklassen noch etwas weitergetrieben werden kann.

2. Die 10 Peirceschen Zeichenklassen können statt in ihrer üblichen triadisch-trichotomischen Weise notiert zu werden, auf die Folge ihrer trichotomischen Werte eineindeutig abgebildet werden (das gilt auch für die 27 Zkln, bei denen die semiotischen Inklusionsordnung aufgehoben ist):

(3.1 2.1 1.1) $\leftrightarrow$ (1, 1, 1)

(3.1 2.1 1.2) $\leftrightarrow$ (1, 1, 2)

(3.1 2.1 1.3) $\leftrightarrow$ (1, 1, 3)

(3.1 2.2 1.2) $\leftrightarrow$ (1, 2, 2)

(3.1 2.2 1.3) $\leftrightarrow$ (1, 2, 3)

(3.1 2.3 1.3) $\leftrightarrow$ (1, 3, 3)

(3.2 2.2 1.2) $\leftrightarrow$ (2, 2, 2)

(3.2 2.2 1.3) $\leftrightarrow$ (2, 2, 3)

(3.2 2.3 1.3) $\leftrightarrow$ (2, 3, 3)

(3.3 2.3 1.3) $\leftrightarrow$ (3, 3, 3)

Ganz egal also, ob man von den 27 oder den 10 Zkln ausgeht, gegeben das triadische Ordnungsprinzip (3., 2., 1.) einer Zeichenklasse (bzw. das duale Ordnungsprinzip (1., 2., 3.) ihrer Realitätsthematik), die Abbildung der Zahlentripel auf Zeichenklassen ist bijektiv.

3. Nun erkennt man natürlich, dass die obigen 10 Permutationen nicht die gesamte Menge der Permutationen der drei Primzeichen ausmacht. Wir haben nämlich

$$\pi(1) = (1, 1, 1)$$

$$\pi(2) = (2, 2, 2)$$

$$\pi(3) = (3, 3, 3)$$

$$\pi(1, 2) = (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1); (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$$

$$\pi(1, 3) = (1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1); (1, 3, 3), (3, 1, 3), (3, 3, 1)$$

$$\pi(2, 3) = (2, 2, 3), (2, 3, 2), (3, 2, 2); (2, 3, 3), (3, 2, 3), (3, 3, 2)$$

$$\pi(1, 2, 3) = (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)$$

$$\Sigma \pi (PZ) = 27.$$

In Toth (2008) wurde gezeigt, dass 27 als die Menge der Eigendimensionen (1, 2, 3) der 3-dimensionalen Zeichenklassen aufgefasst werden können, weil diese $\Sigma \pi (PZ)$ ja nichts anderes als die Menge der kombinatorisch möglichen trichotomischen Werte der entsprechenden Zeichenklassen sind.

4. Wenn wir also entsprechend dem Begriff der Eigendimensionen unter **Eigenkontexturen** die durch strukturelle Voraussetzungen einer semiotischen Relation (und nicht durch arbiträre Abbildung) vorgegebenen Kontexturzahlen der drei Subzeichen einer Zeichenklasse verstehen, bekommen wir

$$(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.1_1) \quad (3.1_1 \ 2.2_2 \ 1.1_1) \quad (3.1_1 \ 2.3_3 \ 1.1_1)$$

$$(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.2_2) \quad (3.1_1 \ 2.2_2 \ 1.2_2) \quad (3.1_1 \ 2.3_3 \ 1.2_2)$$

$$(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \quad (3.1_1 \ 2.2_2 \ 1.3_3) \quad (3.1_1 \ 2.3_3 \ 1.3_3)$$

$(3.2_2 \ 2.1_1 \ 1.1_1) \quad (3.2_2 \ 2.2_2 \ 1.1_1) \quad (3.2_2 \ 2.3_3 \ 1.1_1)$

$(3.2_2 \ 2.1_1 \ 1.2_2) \quad (3.2_2 \ 2.2_2 \ 1.2_2) \quad (3.2_2 \ 2.3_3 \ 1.2_2)$

$(3.2_2 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \quad (3.2_2 \ 2.2_2 \ 1.3_3) \quad (3.2_2 \ 2.3_3 \ 1.3_3)$

$(3.3_3 \ 2.1_1 \ 1.1_1) \quad (3.3_3 \ 2.2_2 \ 1.1_1) \quad (3.3_3 \ 2.3_3 \ 1.1_1)$

$(3.3_3 \ 2.1_1 \ 1.2_2) \quad (3.3_3 \ 2.2_2 \ 1.2_2) \quad (3.3_3 \ 2.3_3 \ 1.2_2)$

$(3.3_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \quad (3.3_3 \ 2.2_2 \ 1.3_3) \quad (3.3_3 \ 2.3_3 \ 1.3_3)$

Eigenkontexturen haben also die allgemeine Struktur

Zkl: $(3.a_a \ 2.b_a \ 1.c_c) \times \text{Rth: } (c.1_1 \ b.2_2 \ a.3_3).$

Der Zusammenhang mit den Eigendimensionen ergibt sich als (Toth 2008):

Zkl: $(a.3.a_a \ .b.2.b_b \ c.1.c_c) \times \text{Rth: } (c.1_1.c \ b.2_2.b \ a.3_3.a)$ bzw.

Zkl: $(3.a_a.a \ 2.b_a.b \ 1.c_c.c) \times \text{Rth: } (c.c.1_1 \ b.b.2_2 \ a.a.3_3).$

Bibliographie

Kaehr, Sketch on semiotics in diamonds

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Norm- und Eigendimensionen bei Zeichenklassen.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Decompositions of semiotic matrices. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Bifurkation und Eigenrealität. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Kontexturell über- und unterbalancierte polykontextural-semiotische Matrizen

1. Der Ausgangspunkt der vorliegenden Abhandlung ist die Einsicht, dass das durch das Zeichen transzendierte Objekt nicht die einzige transzendente Grösse des Zeichen ist (vgl. Toth 2008), wie durchwegs angenommen wird. Wenn man sich überlegt, dass der Zeichenträger oder das Mittel des Zeichens aus einem Repertoire selektiert ist, von dem es sich, wenigstens als künstliches Zeichen, sowohl räumlich als auch zeitlich vollständig etablieren muss, so wird klar, dass bei diesem Übergang vom aktuellen Mittel zum realisierenden Mittel-Bezug die beiden Grössen einander transzendent geworden sind. Dasselbe gilt für das Verhältnis von Interpret und Interpretantenbezug: Peirce hatte ja gerade den Ausdruck Interpretant anstatt Interpret gewählt, weil sowohl der zeichenstiftende wie zeicheninterpretierende Interpret natürlich ausserhalb der triadischen Zeichenrelation bleiben.

2. Wir können damit hinsichtlich Transzendentalität der Fundamentalkategorien unterscheiden zwischen der minimalen, vollständig transzenten Zeichenrelation $ZR_{3,3}$ und der minimalen, vollständig nicht-transzenten Zeichenrelation $ZR_{6,6}$:

$$ZR_{3,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

$$ZR_{6,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ \odot.e \ \odot.f)$$

Die Kategorie 0 als nicht-transzendente Kategorie für (.2.) wurde aus nostalgischen Gründen gewählt. Anstelle von $\odot$ und $\odot$) hätten beliebige andere Symbole gewählt worden sein können. Wichtig ist einzig die Reihenfolge der transzenten und nicht-transzenten Kategorien in einer Zeichenrelation; sie ist allgemein:

$$ZR_{allg.} = (3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow \odot \rightarrow 0 \rightarrow \odot)$$

3. Da die Existenz tetradischer, pentadischer usw. Zeichenrelationen formal nie in Frage gestellt worden war (vgl. Toth 2007, S. 179 ff.) und da man natürlich solche Zeichenklassen konstruieren kann, bei denen nur eine, zwei oder alle drei Fundamentalkategorien nicht nur transzendent, sondern auch nicht-trans-

zendent vorkommen können, ergibt sich die folgende 4×4 semiotische Zeichenrelations-Matrix:

$$\begin{pmatrix} \text{ZR}_{3,3} & \text{ZR}_{4,3} & \text{ZR}_{5,3} & \text{ZR}_{6,3} \\ \text{ZR}_{3,4} & \text{ZR}_{4,4} & \text{ZR}_{5,4} & \text{ZR}_{6,4} \\ \text{ZR}_{3,5} & \text{ZR}_{4,5} & \text{ZR}_{5,5} & \text{ZR}_{6,5} \\ \text{ZR}_{3,6} & \text{ZR}_{4,6} & \text{ZR}_{5,6} & \text{ZR}_{6,6} \end{pmatrix}$$

Die Matrix über Zeichenrelationen enthält also selbst wiederum Matrizen, und zwar solche der Gestalt $n \times n$, $m \times n$ und $n \times m$. In der folgenden Figur sind die zu einander transpositionellen Matrizen durch die gleiche Farbe markiert:

$$\text{ZR}_{3,3} \quad \boxed{\text{ZR}_{4,3}} \quad \boxed{\text{ZR}_{5,3}} \quad \boxed{\text{ZR}_{6,3}}$$

$$\boxed{\text{ZR}_{3,4}} \quad \text{ZR}_{4,4} \quad \text{ZR}_{5,4} \quad \text{ZR}_{6,4}$$

$$\boxed{\text{ZR}_{3,5}} \quad \text{ZR}_{4,5} \quad \text{ZR}_{5,5} \quad \text{ZR}_{6,5}$$

$$\boxed{\text{ZR}_{3,6}} \quad \text{ZR}_{4,6} \quad \text{ZR}_{5,6} \quad \text{ZR}_{6,6}$$

Demzufolge erhalten wir auch eine neue Eigenrealität

$$\text{ER} = (\text{ZR}_{3,6}, \text{ZR}_{4,5}, \text{ZR}_{5,4}, \text{ZR}_{6,3})$$

sowie eine neue Kategorienrealität

$$\text{KR} = (\text{ZR}_{3,3}, \text{ZR}_{4,4}, \text{ZR}_{5,5}, \text{ZR}_{6,6}).$$

4. In Toth (2008) wurden nun die total 16 semiotischen Dualsysteme, die über den $\text{ZR}_{3,3}$, ..., $\text{ZR}_{6,6}$ konstruierbar sind, ausführlich in Form von Zeichenklassen und Realitätsthematiken dargestellt, wobei die Systeme folgende Mengen von Repräsentationssystemen enthalten:

$$\text{SZR}_{3,3} = 10$$

$$\text{SZR}_{4,4} = 35$$

$$S_{ZR5,5} = 64$$

$$S_{ZR6,6} = 95$$

$$S_{ZR4,3} = 15 \quad S_{ZR5,4} = 53$$

$$S_{ZR3,4} = 20 \quad S_{ZR4,5} = 60$$

$$S_{ZR5,3} = 21 \quad S_{ZR6,4} = 64$$

$$S_{ZR3,5} = 35 \quad S_{ZR4,6} = 95$$

$$S_{ZR6,3} = 28 \quad S_{ZR6,5} = 100$$

$$S_{ZR3,6} = 56 \quad S_{ZR5,6} = 95$$

5. Wir bringen nun eine Übersicht über die einige der 16 Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.3_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix} 3 \times 3 \quad \begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} 4 \times 4$$

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} 3 \times 4 \quad \begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & .21 & 2.2 & 2.3 \end{pmatrix} 4 \times 3$$

$$\begin{pmatrix} \odot.1 & \odot.2 & \odot.4 \\ \odot.1 & \odot.2 & \odot.3 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad 6 \times 3 \quad \begin{pmatrix} \underline{1.\odot} & 1.\odot & 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \underline{2.\odot} & 2.\odot & 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \underline{3.\odot} & 3.\odot & 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad 3 \times 6$$

Z.B. enthält die 3×6 Matrix folgende Struktur:

$$\begin{pmatrix} 1.\odot & \underline{1.\odot} & 1.0 & | & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.\odot & \underline{2.\odot} & 2.0 & | & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.\odot & \underline{3.\odot} & 3.0 & | & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Da in der rechten Blockmatrix die kleine semiotische Matrix auftaucht, können wir sie wieder wie oben mit Kontexturen indizieren. Nun erinnern wir uns aber daran, dass

(0: .2.), (⊙: .1.) und (⊙: .3.)

die zusammengehörigen transzendental-nicht-transzendentalen Paare sind. Das bedeutet aber, dass die links von der vertikalen Trennlinie stehende Blockmatrix einfach die Blockmatrix der Realitätsthematik der rechts von der vertikalen Linie stehenden Blockmatrix der Zeichenthematik ist. In einem Zeichen wird ja die Realität eines Zeichens durch eine eigene Realitätsthematik vermittelt, die aus der Zeichenthematik dual gewonnen wird. Und in früheren Arbeiten hatten wir herausgefunden, dass die monokontexturale Semiotik an der dauernden Verwechslung von Inversion und Dualisation krankt: So ist (2.1)

$= (1.2)^\circ$ und $(2.1)^\circ = (1.2)$, aber nur gdw alle Subzeichen in der gleichen Matrix liegen, denn $\times(1.1_{1,3}) = (1.1)_{3,1}$, denn $(1.1)^\circ = (1.1)$:

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 1.\odot_3, \underline{1.\odot_1}, & 1.0_{3,1} & 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.\odot_2, \underline{2.\odot_{2,1}} & 2.0_1 & 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.\odot_{3,2} & \underline{3.\odot_{2,2}} & 3.0_3 & 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{array} \right)$$

R-Thematik

Z-Thematik

vermitteltes Zeichen-Objekt
bzw.
Objekt-Zeichen

Alle $n \times m$ bzw. $m \times n$ Matrizen (mit $n < \text{oder} > m$) weisen also kategorielle Über- oder Unterbalancierung auf, und Über- und Unterbalancierung im Verhältnis der nicht-transzendenten Repräsentationen der zugehörigen Realitätsthematik des transzendenten Repräsentationsschemas zwischen Zeichen.- und Realitätsthematik.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred Balancierte und unterbalancierte semotische Systememe. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Transzendente und nicht-transzendente Zeichenklassen

1. Wie ich bereits in einigen Arbeiten, z.B. am ausführlichsten in Toth (2008a) gezeigt hatte, basiert der **Repräsentations**charakter eines Zeichens essentiell auf seinem **Substitutions**charakter. Ein Zeichen soll ja ein Objekt möglichst unabhängig von Raum und Zeit bezeichnen können. Die Gestalt eines Apfels als Icon sollte punkto Farbe des Apfels (Reifegrad, Sorte) und Form (Sorte) so allgemein sein, dass Äpfel auf allen Teilen der Welt, wo sie bekannt sind, bezeichnet werden können. Die praktische Anwendung eines Wegweisers als Index, der auf einen Ort verweist, wächst mit dem geographischen Abstand des Wegweisers zu diesem Ort. Die Wörter einer Sprache als Symbole sollten im ganzen Sprachgebiet verstanden werden können.

2. Der Unterschied zwischen Repräsentations- und Substitutionscharakter eines Zeichens ist wesentlich. Ein Zeichen repräsentiert nur ein Objekt, nicht aber ein Mittel oder einen Interpretanten. Genau genommen ist also das Zeichen qua Repräsentativität monadisch (Leibniz), denn es wäre sinnlos, wenn das Zeichen etwa seinen Zeichenstifter mit-repräsentieren würde, dies ist nur in wenigen linguistischen Fällen so, nämlich bei den sogenannten Eponymen, wo das Zeichen einer Marke entspricht (sich eine "Davidoff" anzünden, mit einem "Zeppelin" fliegen (mit einem "Porsche" fahren), mit einem Ortseponym: einen "Cognac" ("Armagnac", "Montbazillac", "Tokaier", "Kretzer", etc.) trinken. Genau sinnlos wäre es, wenn das Zeichen sein Mittel repräsentiert, denn das wäre eine contradiction in adiecto, da das Mittel als Träger des Zeichens dient, da Zeichen, wenigstens als manifestierte, immer eines Mittels bedürfen, um geäußert bzw. wahrgenommen zu werden.

Vom Standpunkt des Substitutionscharakters her ist das Zeichen allerdings triadisch: Zunächst soll ein Objekt durch ein Zeichen vertreten werden. Das dient also etwa das altbekannte Taschentuch, das zu diesem Zweck verknotet wird. Wenn aber jemand ein verknotetes Taschentuch findet, das nicht der Finder selbst verknotet hat, ist dieses Zeichen bedeutungslos, denn das Zeichen substituiert ebenfalls den Interpretanten, für den und durch den es in diesem Fall ein Zeichen für ein Anderes ist. Schliesslich substituiert das verknotete Taschentuch aus trivialen Gründen ebenfalls ein Mittel, denn dieses wird durch einen Mittel-Bezug substituiert, d.h. durch etwas nicht-Stoffliches. Das

Stoffliche des Mittels wird sekundär, seine Funktion wird primär physikalisch (der Knoten sollte sich bis zum Erlöschen des Zeichens nicht in Luft auflösen, also z.B. so lange bestehen, bis das Referenzobjekt des Zeichens eingelöst ist, d.h. etwa der Anruf getätigt, das Essen aus dem Kühlschrank geholt ist, usw..

3. Vom Repräsentationscharakter des Zeichens her ergibt sich also folgendes triviales Schema:

Zeichen = Repr(Obj) (monadische Funktion)

Vom Substitutionscharakter des Zeichens her ergibt sich allerdings folgendes gar nicht-triviales Schema:

Zeichen = Subst(Mittel, Objekt, Interpretant) (triadische Funktion)

(Gibt es Zeichen, die dyadische Funktionen darstellen?)

Nun macht man sich schnell klar, dass es wieder die Substitutions- und nicht die Repräsentationsfunktion des Zeichens ist, die dafür verantwortlich ist, dass bei der Zeichengese (Semiose) Objekt und Zeichen einander transzendent werden, denn auch bei natürlichen Zeichen repräsentiert ja etwa die Eisblume gewisse klimatische Parameter wie Temperatur oder Feuchtigkeit der Luft, allerdings kann in diesem Fall nicht die Rede davon sein, dass Zeichen (Eisblume) und Objekt (Klima) einander transzendent sind. Im Gegenteil ist die Eisblume Teil des Klimas, also sozusagen eine "Teilmenge" des Objektes, die sich von Objekt einzig dadurch unterscheidet, dass sie durch einen Interpretanten in einen Kausalzusammenhang zum Klima gebracht und dadurch in einem gewissen Sinne "interpretiert" wird.

Durch die triadische Substitutionsfunktion des Zeichens werden also 3 Objekte des ontischen Raumes (zur Unterscheidung von ontischem und semiotischem Raume vgl. Bense 1975, S. 45f., 65 ff.) zu 3 Kategorien des semiotischen Raumes für diese 3 Objekte sozusagen kopiert, wobei sich die Objekte und die Kopien einander paarweise als transzendent gegenüberstehen. Wir wollen hier vereinbaren, dass wir durchwegs den Standpunkt des Zeichens einnehmen, d.h. wir wollen nicht sagen, dass ein Zeichen seinem Objekt transzendent ist, sondern dass ein Objekt seinem Zeichen transzendent ist. Das bedeutet, dass wir unter einer transzendenten Zeichenklasse eine Zeichenklasse mit 6 Gliedern verstehen, nämlich die 3 Fundamentalkategorien des Peirceschen Zeichens zuzüglich ihrer 3 transzendenten Objekte. Dementsprechend meinen

wir mit einer nicht-transzendenten Zeichenklasse einfach eine Peircesche Zeichenklasse mit den 3 Fundamentalkategorien:

Nicht-transzendente Zkl = (3.a 2.b 1.c)

Transzendente Zkl = (3.a 2.b 1.c 0.d $\odot$.e $\odot$.f),

wobei also die Korrespondenzhierarchie zwischen transzendenten und nicht-transzendenten Objekten (Kategorien) wie folgt ist:

$$\begin{array}{ccccc} (3.a) & \rightarrow & (2.b) & \rightarrow & (1.c) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (\odot.e) & \rightarrow & (0.d) & \rightarrow & (\odot.f) \end{array}$$

4. Diese Korrespondenzen ergeben sich also daraus, dass das jeweils obere Glied das untere **substituiert**. Allerdings stehen wir im Grunde jetzt vor einem Berg, da die oberen Glieder Relationen sind, aber die unteren Kategorien. Nach Bense (1975, S. 65 f.) haben daher die unteren Glieder nur Kategorialzahlen, die oberen aber zusätzlich Relationszahlen. Oder anders gesagt: Kategorien sind Relationen mit Relationszahl $r = 0$. Mit diesem "Trick" und der von Bense vorgeschlagenen Schreibweise Z^r_k für "Zeichen" mit $r \geq 0$, können wir unser Korrespondenzschema also viel besser wie folgt notieren:

$$\left. \begin{array}{ccccc} (Z^3_a) & \rightarrow & (Z^2_b) & \rightarrow & (Z^1_c) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (Z^0_a) & \rightarrow & (Z^0_b) & \rightarrow & (Z^0_c) \end{array} \right\} \quad a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$$

somit haben wir das Problem gelöst; die Zeichen ($\odot$, 0, $\odot$) sind einfach Memoranda für die transzendentalen Entsprechungen von ((.1.), (.2.), (.3.)), aber im Grunde gibt es keinen Zwang ihrer Reihenfolge innerhalb einer transzendenten Zeichenrelation, d.h. wir haben

$$(3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ \odot.e \ \odot.f) \sim (3.a \ 2.b \ 1.c \ \odot.e \ 0.d \ \odot.f) \sim (3.a \ 2.b \ 1.c \ \odot.f \ \odot.e \ 0.d) \sim (3.a \ \odot.f \ 2.b \ 1.c \ \odot.e \ 0.d) \sim (0.d \ 3.a \ \odot.f \ 2.b \ \odot.e \ 1.c) \sim \text{etc.}$$

Wie man anhand der letzten zwei Äquivalenzen sieht, spricht rein formal sogar nichts dagegen, etwa die Ordnung (3.a $\rightarrow$ 2.b) oder die komplexe Ordnung (3.a $\rightarrow$ 2.b $\rightarrow$ 1.c) durch zwischengeschobene Kategorien mit $r = 1$ zu unterbrechen.

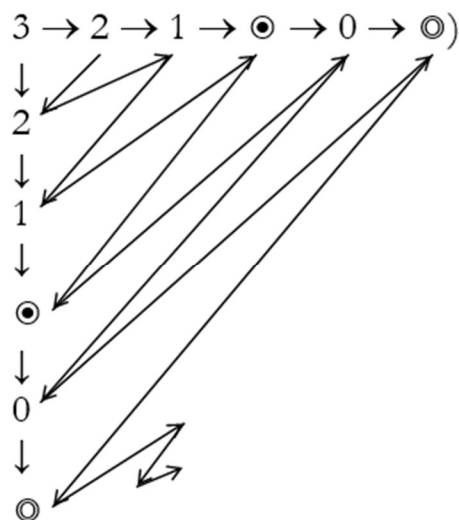
Wie ich in Toth (2008b, c, d, e) gezeigt hatte, ergeben sich daraus (höchst interessante) semiotische “Zwischenzahlbereiche”, die einiges mit den transzendentalen Zahlen der quantitativen Mathematik zu tun zu haben scheinen, die ja auch die lineare Reihe der natürlichen Zahlen in gewissen Sinne “unterbrechen”, wobei der meistaus grösste Teil dieser transzendentalen Zahlen gar nicht bekannt ist. Ebenso unterbrechen die transzenten (oder besser transzendentalen ?) qualitativen Kategorien die lineare Reihe der “Primzeichen”, wobei auch diese semiotischen Zwischenzahlbereiche zum allergrössten Teil noch unbekannt sind.

5. Wir können damit hinsichtlich Transzendentalität der Zeichenklassen unterscheiden zwischen der minimalen, vollständig nicht-transzendenten Zeichenklasse $Zkl_{3,3}$ und der maximalen, vollständig transzendenten Zeichenklasse $ZR_{6,6}$.

$$Zkl_{3,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

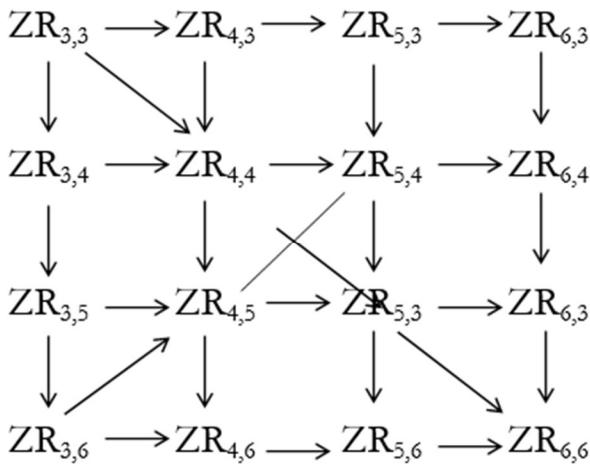
$$Zkl_{6,3} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ \odot.e \ \odot.f)$$

Wie man sieht, gibt es jedoch im Gegensatz zur Linearität natürlicher und transzendenter Zahlen einen “flächigen Weg” zwischen $Zkl_{3,3}$ und $Zkl_{6,3}$, und zwar den triadischen und den trichotomischen Werten nach:

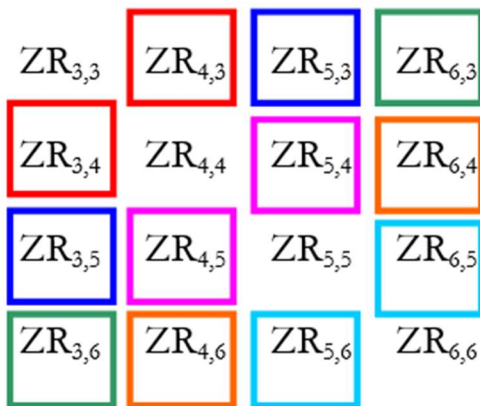


Wenn man die semiotischen Zeichenzahlen und ihre Zwischen-Zahlen als quadratische Matrix ihrer Zeichenrelationen anordnet, so bekommt folgendes Schema, worin das horizontale und das vertikale Zeichen-Zahlen-Wachstum

direkt aus den den semiotischen Systemen zugrunde liegenden Matrizen abgelesen werden kann:



Die Matrix über Zeichenrelationen enthält also selbst wiederum Matrizen, und zwar solche der Gestalt $n \times n$, $m \times n$ und $n \times m$. In der folgenden Figur sind die zu einander transpositionellen Matrizen durch die gleiche Farbe markiert:



Demzufolge erhalten wir auch eine neue Eigenrealität

$$ER = (ZR_{3,6}, ZR_{4,5}, ZR_{5,4}, ZR_{6,3})$$

sowie eine neue Kategorienrealität

$$KR = (ZR_{3,3}, ZR_{4,4}, ZR_{5,5}, ZR_{6,6}).$$

6. In Toth (2008f) wurden nun die total 16 semiotischen Systeme, die über den $ZR_{3,3}$, ..., $ZR_{6,6}$ konstruierbar sind, ausführlich in Form von Zeichenklassen und

Realitätsthematiken dargestellt, wobei die Systeme folgende Mengen von Repräsentationssystemen enthalten:

$$(m \times m): \quad S_{ZR3,3} = 10; S_{ZR4,4} = 35; S_{ZR5,5} = 64; S_{ZR6,6} = 95$$

$$(m \times n): \quad S_{ZR4,3} = 15; S_{ZR5,3} = 21; S_{ZR6,3} = 28; S_{ZR5,4} = 53; S_{ZR6,4} = 64; \\ S_{ZR6,5} = 100$$

$$(n \times m): \quad S_{ZR3,4} = 20; S_{ZR3,5} = 35; S_{ZR3,6} = 56; S_{ZR4,5} = 60; S_{ZR4,6} = 95; \\ S_{ZR5,6} = 95$$

Die Frage, die sich jetzt natürlich stellt, ist diejenige der mengentheoretischen Inklusion resp. der qualitativen Fragment-Relation von $S_{x,y}$ mit $y < x$ (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.). Es geht also im wesentlichen um folgende beiden mengentheoretischen Typen, die sich aus rein quantitativ imitieren lassen:

$$M = \{0, 1, 3, 4, 5, 8\}$$

$$N = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

$$O = \{1, 3, 5, 8\}$$

Zur Betrachtung unserer polykontexturalen Mengen schreiben wir

$$O \subset M \quad O \sqsubset M$$

$$O \not\subset N \quad N \sqsubset M,$$

wobei das Zeichen $\subset$ die mengentheoretische Inklusion, das Zeichen $\sqsubset$ die polykontexturale Fragmentrelation bezeichne.

Wenn wir Frakturbuchstaben für semiotische Systeme verwenden, können wir folgende drei Theoreme formulieren für transzendente, nicht-transzendente und gemischt transzendent-nicht-transzendente Zeichenklassen, deren Matrizen den Typen $m \times m$, $m \times n$ und $n \times m$ entsprechen:

THEOREM 1: $\mathcal{E}(\text{Zkl}_{n \times n}) \subset \mathcal{F}(\text{Zkl}_{n+m \times n+m})$ für $m \geq 0$.

(Alle diagonalen Systeme von Zeichenklassen sind abwärts ineinander enthalten.)

THEOREM 2: $\mathcal{E}(\text{Zkl}_{n \times m}) \subset \mathcal{F}(\text{Zkl}_{n+i \times m+j})$ für $((n+i) \times (m+j)) \geq (n \times m)$.

(Nur solche Systeme von Zeichenklassen sind ineinander enthalten, bei denen sowohl das m als auch das n ineinander enthalten sind.)

THEOREM 3: $\mathcal{E}(\text{Zkl}_{n \times m}) \subset \mathcal{F}(\text{Zkl}_{n+i \times m+j})$ für $i \geq 0, j \geq 1$.

(Das System $\mathcal{F}$ darf also im m seiner Matrix mindestens 1 Element mehr enthalten.)

Im folgenden stellen wir die beiden semiotischen Systeme $\text{ZR}_{3,5}$ und $\text{ZR}_{4,6}$ einander gegenüber. Da die Bedingung $\mathcal{E}(\text{Zkl}_{n \times m}) \subset \mathcal{F}(\text{Zkl}_{n+i \times m+j})$ für $i \geq 0, j \geq 1$, für $j = 2$ erfüllt ist, gilt also Theorem 3, und es ist $\mathcal{E}(\text{Zkl}_{3 \times 5}) \subset \mathcal{F}(\text{Zkl}_{4 \times 6})$. Wir deuten aus praktischen Gründen lediglich einige der Fragmentrelationen mit Verbindungslinien an.

3. $\text{ZR}_{3,5} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$

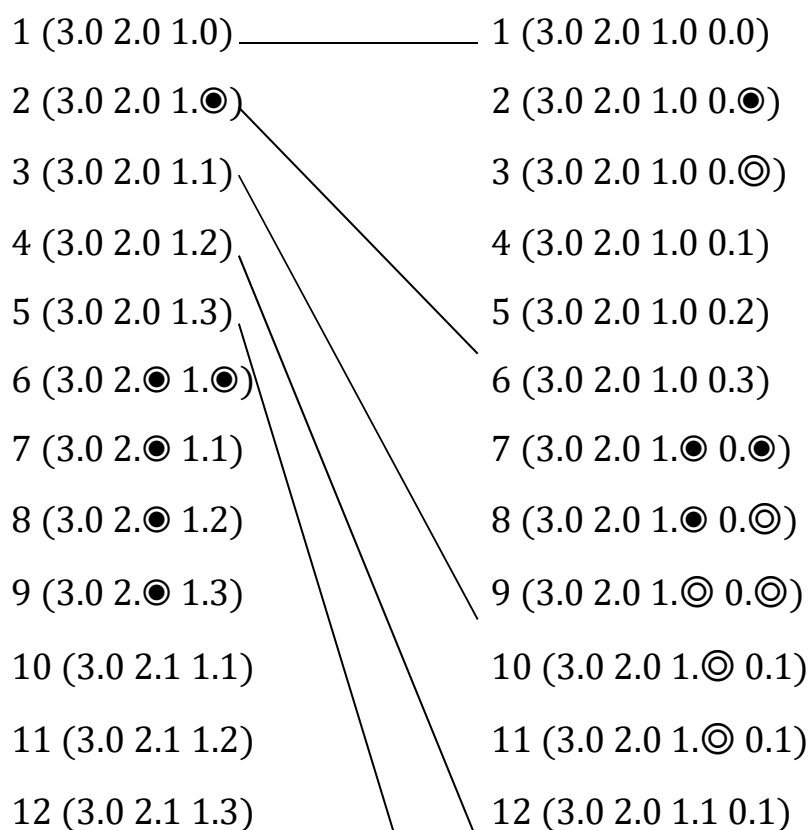
8. $\text{ZR}_{4,6} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$

mit $a, b, c, d, e \in$

mit $a, b, c, d, e, f \in$

$\{.1, .2, .3, .0, .\odot\}$

$\{.1, .2, .3, .0, .\odot, .\odot\odot\}$



13 (3.0 2.2 1.2)	13 (3.0 2.0 1.⊙ 0.2)
14 (3.0 2.2 1.3)	14 (3.0 2.0 1.⊙ 0.2)
15 (3.0 2.3 1.3)	15 (3.0 2.0 1.1 0.2)
16 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙)	16 (3.0 2.0 1.2 0.2)
17 (3.⊙ 2.⊙ 1.1)	17 (3.0 2.0 1.⊙ 0.3)
18 (3. ⊙ 2.1 1.1)	18 (3.0 2.0 1.⊙ 0.3)
19 (3.⊙ 2.⊙ 1.2)	19 (3.0 2.0 1.1 0.3)
20 (3.⊙ 2.⊙ 1.3)	20 (3.0 2.0 1.2 0.3)
21 (3.⊙ 2.1 1.2)	21 (3.0 2.0 1.3 0.3)
22 (3.⊙ 2.1 1.3)	22 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
23 (3.⊙ 2.2 1.2)	23 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
24 (3.⊙ 2.2 1.3)	24 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
25 (3.⊙ 2.3 1.3)	25 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
26 (3.1 2.1 1.1)	26 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
27 (3.1 2.1 1.2)	27 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
28 (3.1 2.1 1.3)	28 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
29 (3.1 2.2 1.2)	29 (3.0 2.⊙ 1.1 0.1)
30 (3.1 2.2 1.3)	30 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
31 (3.1 2.3 1.3)	31 (3.0 2.⊙ 1.1 0.2)
32 (3.2 2.2 1.2)	32 (3.0 2.⊙ 1.2 0.2)
33 (3.2 2.2 1.3)	33 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
34 (3.2 2.3 1.3)	34 (3.0 2.⊙ 1.1 0.3)
35 (3.3 2.3 1.3)	35 (3.0 2.⊙ 1.2 0.3)
	36 (3.0 2.⊙ 1.3 0.3)

37 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
38 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
39 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
40 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
41 (3.0 2.⊙ 1.1 0.1)
42 (3.0 2.⊙ 1.1 0.2)
43 (3.0 2.⊙ 1.2 0.2)
44 (3.0 2.⊙ 1.1 0.3)
45 (3.0 2.⊙ 1.2 0.3)
46 (3.0 2.⊙ 1.3 0.3)
47 (3.0 2.1 1.1 0.1)
48 (3.0 2.1 1.1 0.2)
49 (3.0 2.1 1.1 0.3)
50 (3.0 2.1 1.2 0.2)
51 (3.0 2.1 1.2 0.3)
52 (3.0 2.1 1.3 0.3)
53 (3.0 2.2 1.2 0.2)
54 (3.0 2.2 1.2 0.3)
55 (3.0 2.3 1.3 0.3)
56 (3.● 2.● 1.● 0.●)
57 (3.● 2.● 1.● 0.⊙)
58 (3.● 2.● 1.● 0.1)
59 (3.● 2.● 1.● 0.2)
60 (3.● 2.● 1.● 0.3)

61 (3.●2.● 1.◎ 0.◎)

62 (3.● 2.● 1.◎ 0.1)

63 (3.● 2.● 1.1 0.1)

64 (3.● 2.● 1.◎ 0.2)

65 (3.● 2.● 1.1 0.2)

66 (3.● 2.● 1.2 0.2)

67 (3.●2.● 1.1 0.3)

69 (3.● 2.● 1.2 0.3)

70 (3.● 2.◎ 1.3 0.3)

71 (3.◎ 2.1 1.1 0.1)

72 (3.◎ 2.1 1.1 0.2)

73 (3.◎ 2.1 1.1 0.3)

74 (3.◎ 2.1 1.2 0.2)

75 (3.◎ 2.1 1.2 0.3)

76 (3.◎ 2.1 1.3 0.3)

77 (3.◎ 2.2 1.2 0.2)

78 (3.◎ 2.2 1.2 0.3)

79 (3.◎ 2.2 1.3 0.3)

80 (3.◎ 2.3 1.3 0.3)

81 (3.1 2.1 1.1 0.1)

82 (3.1 2.1 1.1 0.2)

83 (3.1 2.1 1.1 0.3)

84 (3.1 2.1 1.2 0.2)

85 (3.1 2.1 1.2 0.3)

86 (3.1 2.1 1.3 0.3)

- 87 (3.1 2.2 1.2 0.2)
- 88 (3.1 2.2 1.2 0.3)
- 89 (3.1 2.2 1.3 0.3)
- 90 (3.1 2.3 1.3 0.3)
- 91 (3.2 2.2 1.2 0.2)
- 92 (3.2 2.2 1.2 0.3)
- 93 (3.2 2.2 1.3 0.3)
- 94 (3.2 2.3 1.3 0.3)
- 95 (3.3 2.3 1.3 0.3)

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
- Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a
- Toth, Alfred, Die semiotischen Zahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b
- Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlbereiche und Transzendenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c
- Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008d
- Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008e
- Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008f

Zu Kaehrs semiotischer Interaktion zwischen Sem₂ und Sem₁

1. Gegeben seien die folgenden beiden semiotischen Matrizen Sem₁ und Sem₂ (vgl. Kaehr 2009, S. 19):

$$\text{Sem}^1 = \begin{bmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{bmatrix}, \text{Sem}^2 = \begin{bmatrix} 3.3_2 & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4.3_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5.3_2 & 5.4_2 & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

Diese beiden triadischen Matrizen können zu einer pentadischen Matrix komponiert werden, indem das einzige Sem₁ und Sem₂ gemeinsame Subzeichen, (3.3), das in Sem₁ in der Kontextur 1, in Sem₂ in der Kontextur 2 auftritt, in seinen kontextuellen Formen konkateniert wird:

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3₁ ≡ 3.3₁ 3.4 3.5

4.3 4.4 4.5

5.3 5.4 5.5

Um eine vollständige pentadische Matrix zu erreichen, müssen nun die fehlenden Subzeichen (in der folgenden Matrix fett markiert) ergänzt werden:

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1.1 & 1.2 & 1.3 & \mathbf{1.4} & \mathbf{1.5} \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & \mathbf{2.4} & \mathbf{2.5} \\ 3.1 & 3.2 & 3.3_1 \equiv 3.3_2 & 3.4 & 3.5 \\ \mathbf{4.1.} & \mathbf{4.2} & & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ \mathbf{5.1} & \mathbf{5.2} & & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccccc} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 & 1.5 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 & 2.5 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3_{1,2} & 3.4 & 3.5 \\ 4.1. & 4.2 & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ 5.1 & 5.2 & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{array} \right)$$

2. Ganz anders aber schaut Kaehrs Interaktionsmatrix zwischen Sem₁ und Sem₂ aus (Kaehr 2009, S. 22):

$$\text{inter}(\text{Sem}^{(5,3,2)}) = \begin{bmatrix} \text{MM} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1.1_1 & 3.4_2 & 3.5_2 & 1.4 & 1.5 \\ 2 & 3.4_2 & 2.2_1 & 2.3_1 & 2.4 & 2.5 \\ 3 & 3.5_2 & 3.2_1 & 3.3_{1,2} & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4 & 4.1 & 4.2 & 3.4_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5 & 5.1 & 5.2 & 3.5_2 & 5.4_s & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

Hier fehlen also (1.2), (2.1), (1.3), (3.1) sowie (4.3) und (5.3); dafür treten (3.4), (3.5) dreimal (zweimal horizontal und einmal vertikal) auf.

Falls solche Matrizen existieren, haben sie enorme Konsequenzen für die Basistheorie der mathematischen Semiotik:

Die Reihen der Matrizen enthalten triadische Sprünge und Wiederholungen (1-3-3-4-5), (3-2-3-4-4), (3-2-3-3-3), etc. Anders ausgedrückt: Nachdem Triaden einer Zeichenrelation in der klassischen Semiotik durch die von unten nach oben gelesenen Reihen der Peirceschen 3×3 -Matrix definiert sind:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3, \end{pmatrix}$$

wären die Pentaden der Kaehr-Matrix also so definiert, dass 1. das Prinzip der pentadischen Vollständigkeit der pentadischen Zeichenklasse wegfiel; dass 2. das Prinzip der paarweisen Verschiedenheit der fünf Subzeichen wegfiel, und dass 3. keine ersichtliche lineare Nachfolgerordnung in den Pentatomien der Pentaden mehr vorhanden wäre (z.B. $5.1 \rightarrow 4.1$, aber $2.2 \rightarrow 3.4$; $3.5 \rightarrow 3.4$, aber $2.3 \rightarrow 3.5$, etc.).

3. Kaehrs komponierte pentadische Matrix suggeriert grösstmögliche Arbitrariät bei der Kompositionen n-adischer und m-adischer zu $(n+m-1)$ -adischer Matrizen und umgekehrt zur Dekomposition $(n+m)$ -adischer Matrizen in $(n-1-m)$ -adische und/oder $(n-m-1)$ -adische Matrizen. Die einzige Anforderung an die "Richtigkeit" der komponierten Matrix wäre dann, dass die zueinander inversen Subzeichen die gleichen kontextuellen Indizes bekommen (z.B. (2.3) und (3.2), (1.5) und (5.1), etc.). In letzter Instanz führt

diese Arbitrarität also dazu, dass in Übereinstimmung mit einer obigen Feststellung die abstrakte Form einer pentadischen Zeichenklasse als

$$5\text{-Zkl} = (a.b \ c.d \ e.f \ g.h \ i.j)$$

mit $a, \dots, j \in \{1, \dots, 5\}$

anzusetzen ist. Da ferner die triadischen Hauptwerte a, c, e, g, i nicht mehr paarweise verschieden sein müssen, kann jede x-beliebige Folge von 6 Ziffern natürlicher Zahlen als pentadische Zeichenklasse interpretiert werden.

4. Eine Einschränkung für diese völlig verwilderte Menge von Zeichenklassen könnte man daraus entnehmen, dass man wie bei der triadischen Matrix die Reihen der pentadischen Matrix als "Haupt-Zeichenklassen" interpretiert und aus den pentatomischen Pentaden der dyadischen Subzeichen Regeln zur Komposition von Zeichenklassen ableitet. Und zwar so:

1. Die pentadischen Haupt-Zkln (Reihenvektoren) sind:

5.1 5.2 3.5 5.4 5.5

4.1 4.2 3.4 4.4 4.5

3.5 3.2 3.3 3.4 3.5

3.4 2.2 2.3 2.4 2.5

1.1 3.4 3.5 1.4 1.5

2. Die daraus abzuleitenden Regeln zum Bau von "Neben-Zkln" lauten:

2.1. $5\text{-Zkl} = (5.a \ 4.b \ 3.c \ 3.d \ 1.e)$:

$(a = 1) \rightarrow b = 1, c = 5, d = 4, e = 1$

$(a = 2) \rightarrow b = c = d = 2, e = 4$

$(a = 5) \rightarrow b = c = d = e = 5$

2.2. $(5\text{-Zkl} = (3.a \ 3.b \ 3.c \ 2.d \ 3.e)) \rightarrow a = e = 5, b = 4, c = d = 3$

Aus diesen etwas komplizierten Konstruktionsregeln für Zeichenklassen folgt jedenfalls, dass auch die Inklusionsordnung für Trichotomien ($a \leq b \leq c$) bei Pentatomien nur noch eingeschränkt gilt.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Monokontexturale und polykontexturale Replizierung

1. Im Rahmen der monokontexturalen Semiotik spielen Replicas eine bedeutende Rolle bei der lokalen und temporalen Bestimmung von Zeichen, denn es "ist jede Realisierung eines Legizeichens immer eine Konkretisierung oder Individualisierung. Anders ausgedrückt: Jedes realisierte Legizeichen ist hinsichtlich seines Auftretens oder Vorkommens 'hier und jetzt' ein Sinzeichen" (Walther 1979, S. 88). Weil damit im Grunde Drittheiten auf Zweitheiten zurückgeführt werden, könnte man Replizierung auch als Singularisierung bezeichnen. Karl Hermann hat im Anschluss an Walther folgende Darstellung der 10 Zeichenklassen mit ihren zugehörigen Replica-Klassen gefunden (Herrmann 1990, S. 97):

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.1 1.2) $\leftarrow$ (3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2) $\leftarrow$ (3.1 2.2 1.3) $\leftarrow$ (3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.2) $\leftarrow$ (3.2 2.2 1.3) $\leftarrow$ (3.2 2.3 1.3) $\leftarrow$ (3.3 2.3 1.3)

Mit der in Toth (2008, S. 159 ff.) entwickelten Methode der dynamisch-kategorientheoretischen Analyse ist es nun möglich, nicht nur die Replica-Klassen statisch, sondern auch die Prozesse der Replizierung dynamisch zu erfassen:

$[[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \text{id1}]]$

$[[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \alpha]] \leftarrow [[\beta^\circ, \text{id1}], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$

$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \text{id2}]] \leftarrow [[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]] \leftarrow [[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, \text{id3}]]$

$[[\beta^\circ, \text{id2}], [\alpha^\circ, \text{id2}]] \leftarrow [[\beta^\circ, \text{id2}], [\alpha^\circ, \beta]] \leftarrow [[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, \text{id3}]] \leftarrow [[\beta^\circ, \text{id3}], [\alpha^\circ, \text{id3}]]$

Im System der 10 Zeichenklassen gibt es somit die folgenden Replizierungstypen in kategorientheoretischer Notation:

$[\alpha \leftarrow \beta\alpha]$
 $\langle [\text{id}2 \leftarrow \beta], \langle [\alpha \leftarrow \beta\alpha], [\beta \leftarrow \text{id}3] \rangle \rangle$
 $\langle [\text{id}2 \leftarrow \beta], \langle \langle [\text{id}2 \leftarrow \beta], [\beta \leftarrow \text{id}3] \rangle, [\beta \leftarrow \text{id}3] \rangle \rangle,$

sowie in numerisch-kategorialer Notation:

$(2.1) \leftarrow (1.3)$
 $\langle (2.2) \leftarrow (2.3), \langle (2.1) \leftarrow (1.3), (2.3) \leftarrow (3.3) \rangle \rangle$
 $\langle (2.2) \leftarrow (2.3), \langle \langle (2.2) \leftarrow (2.3), (2.3) \leftarrow (3.3) \rangle, (2.3) \leftarrow (3.3) \rangle \rangle.$

2. Wenn wir von der monokontexturalen zur polykontexturalen Semiotik übergehen, stellt sich zunächst die Frage, ob sich Replizierung nur auf die Trichotomien der Subzeichen beschränkt oder auch die Kontexturen affiziert, in denen sich die Subzeichen befinden. Es sind also zwei Möglichkeiten denkbar:

1. $(2.3)_i \rightarrow (2.2)_i$
2. $(2.3)_i \rightarrow (2.2)_j$

Kaehr (2009, S. 8) ist offenbar der Ansicht, dass Singularisierung von semiotischen Prozessen einen Kontexturenwechsel impliziert. Er gibt folgendes Beispiel für die Replikation einer semiotischen Matrix:

$$\text{repl}_{1.1.1.1} : \begin{pmatrix} S_1 & \square & \square \\ \square & S_2 & \square \\ \square & \square & S_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} S_1 & \square & \square \\ S_1 & S_2 & \square \\ S_{1.1} & \square & S_3 \end{pmatrix}$$

Werden die beiden triadischen semiotischen Systeme

$$\text{Sem}^1 = \begin{bmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{bmatrix}, \text{Sem}^2 = \begin{bmatrix} 3.3_2 & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4.3_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5.3_2 & 5.4_2 & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

zum folgenden pentadischen semiotischen System zusammengefasst:

$$\text{Sem}^{(5,3,2)} = \begin{bmatrix} \text{MM} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 & 1.5 \\ 2 & 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 & 2.5 \\ 3 & 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.4 & 3.5 \\ 4 & 4.1 & 4.2 & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ 5 & 5.1 & 5.2 & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{bmatrix}$$

so erscheint in der folgenden replikativen semiotischen Matrix die eingebettete triadische Matrix Sem1 repliziert als Sem11, und die "Schaltstelle" der Einbettung der zwei Matrizen, das Subzeichen (3.3), bekommt nun zuzüglich zu seinem kontextuellen Index 1, der es mit der Matrix Sem1 verbindet, und seinem kontextuellen Index 2, der es mit der Matrix Sem2 verbindet, eine zweite 1 als Zeichen der Replikation:

Replication of Sem ₁ to Sem_{1,1}

$$\text{repl}(\text{Sem}^{(5,3,2)}) = \begin{bmatrix} \text{MM} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1.1_{1,1} & 1.2_{1,1} & 1.3_{1,1} & 1.4 & 1.5 \\ 2 & 2.1_{1,1} & 2.2_{1,1} & 2.3_{1,1} & 2.4 & 2.5 \\ 3 & 3.1_{1,1} & 3.2_{1,1} & 3.3_{1,1,2} & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4 & 4.1 & 4.2 & 4.3_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5 & 5.1 & 5.2 & 5.3_2 & 5.4_2 & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

Damit haben wir nun das nötige formale Instrumentarium beieinander, um polykontexturale Replizierungen zu konstruieren bzw. zu rekonstruieren:

1. Nicht-eingebettete 3-kontexturale Replikation

(3.1₃ 2.1₁ 1.1_{1,3})

$(3.1_3 2.1_1 1.2_1) \leftarrow (3.1_3 2.1_1 1.3_3)$

$(3.1_3 2.2_{1,2} 1.2_1) \leftarrow (3.1_3 2.2_{1,2} 1.3_3) \leftarrow (3.1_3 2.3_2 1.3_3)$

$(3.2_2 2.2_{1,2} 1.2_1) \leftarrow (3.2_2 2.2_{1,2} 1.3_3) \leftarrow (3.2_2 2.3_2 1.3_3) \leftarrow (3.3_{2,3} 2.3_2 1.3_3)$

2. In Sem1 eingebettete 3-kontexturale Replikation

$(3.1_{1,1} 2.1_{1,1} 1.1_{1,1})$

$(3.1_{1,1} 2.1_{1,1} 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} 2.1_{1,1,1} 1.3_{1,1,3})$

$(3.1_{1,1} 2.2_{1,1} 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} 2.2_{1,1} 1.3_{1,1,3}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} 2.3_{1,1,2} 1.3_{1,1,3})$

$(3.2_{1,1} 2.2_{1,1} 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.2_{1,1} 2.2_{1,1} 1.3_{1,1,3}) \leftarrow (3.2_{1,1} 2.3_{1,1,2} 1.3_{1,1,3})$
 $\leftarrow (3.3_{1,1,2,3} 2.3_{1,1,2} 1.3_{1,1,3})$

3. Singularisierung/Aktualisierung impliziert also Kontexturenwechsel. Das ist wohl das erstaunlichste Ergebnis dieser Studie. Nun sind Ich und Du nach Günther (1975) qualitativ ebenso geschieden wie Diesseits und Jenseits. Man darf sich also fragen, ob die hier dargestellte polykontexturale Replikationstheorie Anwendung im Bereich der linguistischen Deixis finden könnte, also dort, wo es darum geht, etwas oder jemand im Hier, Jetzt und als Ich/Du/Er sprachlich zu etablieren.

In Toth (1997, S. 83 ff.) hatte ich auf mehrere Typen von verletzter Deixis hingewiesen, die möglicherweise mit der hier vorgelegten Theorie untersucht werden können:

1. Verletzte Lokal-Deixis:

*Ich bin dort in Mexiko.

2. Verletzte Temporal-Deixis:

Bist du noch da? – *Nein ich bin schon weg.

3. Verletzte Personal-Deixis:

Diese Nacht ist herrlich, mein Kind/*dein Freund/*Ihre Schwester.

4. Verletzte epistemische Deixis:

*Ottokar weiss, dass der Mond quadratisch ist.

5. Verletzte situative Deixis:

Ich sehe, Du hast das Abendblatt in der Hand. *Hol es mir doch mal mehr.

6. Verletzte Deixis mit honorificis:

*Hallo, hast Du Ihren Hut liegen lassen

(usw.)

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009)

Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Prozesse und Systeme. Klagenfurt 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Durch Realisierung induzierter bifurkativer Kontexturenwechsel

1. Replicas gehören zu den am wenigsten untersuchten Sorten von Zeichen. Darunter sind etwa Beispiele, Kopien, Belege, Abbilder usw. zu verstehen. Nach Peirce sind Replicas abgeleitete Zeichen, und zwar von Legizeichen-Klassen abgeleitete Sinzeichen-Klassen (Walther 1979, S. 88). D.h. nur Legizeichen-Klassen haben Replicas. Ferner ist, wie aus der folgenden Tabelle aus Walther (1979, S. 88) hervorgeht, die Abbildung von Replicas auf Zeichenklassen und umgekehrt nicht-eindeutig:

- | | | |
|---------------------------|---|---------------------------|
| 5. (3.1 2.1 1.3) | → | 2. (3.1 2.1 1.2) |
| 6. (<u>3.1 2.2 1.3</u>) | → | 3. (3.1 2.2 1.2) |
| 7. (<u>3.2 2.2 1.3</u>) | → | 4. (3.2 2.2 1.2) |
| 8. (3.1 2.3 1.3) | → | 6. (<u>3.1 2.2 1.3</u>) |
| 9. (<u>3.2 2.3 1.3</u>) | → | 7. (<u>3.2 2.2 1.3</u>) |
| 10. (3.3 2.3 1.3) | → | 9. (<u>3.2 2.2 1.3</u>) |

Noch wichtiger aber ist Peirce's eigene Feststellung, wonach man "das Sinzeichen, das als *realisiertes* Legizeichen verstanden wird, unterscheiden muss vom Sinzeichen, wie es in der Trichotomie des Mittelbezugs auf das Qualizeichen folgt" (Walther 1979, S. 88).

2. In Toth (2009b) wurde nachgewiesen, dass man in Übereinstimmung mit Kaehr (2009), der dieses Phänomen entdeckte, für replizierte Subzeichen eine eigene semiotische Matrix anzusetzen hat. Z.B., wenn wir von der üblichen monokontexturalen Matrix ausgehen:

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1.1_{1,1} & 1.2_{1,1} & 1.3_{1,1} \\ 2.1_{1,1} & 2.2_{1,1} & 2.3_{1,1} \\ 3.1_{1,1} & 3.2_{1,1} & 3.3_{1,1} \end{pmatrix}$$

Demzufolge lautet die Peirceaussage von der Verschiedenheit des Sinzeichens formal:

$$(1.2)_1 \neq (1.2)_{1,1}.$$

In Toth (2009a) war ferner gezeigt worden, dass dualisierte Subzeichen ebenfalls verschieden sind, z.B.

$$(1.1)_{1,3} \neq \times(1.1)_{1,3} = (1.1)_{3,1}.$$

Ungleich hinsichtlich dualer Strukturen allein (d.h. mit gleicher Kontextur) sind die Konversen innerhalb einer Kontextur, z.B.

$$(1.2)_1 \neq (2.1)_1.$$

Aus dem folgt nun aber: **Nicht nur muss man wegen der umgekehrten kontextuellen Indizes zwei semiotische Matrizen (für Zeichen- und Realitätstematik) ansetzen, sondern es bedarf mindestens zwei verschiedener Matrizen, je nachdem ob es sich um realisierte oder genuine trichotomisch zweitheitliche Subzeichen handelt.** Der Grund hierfür ist natürlich, dass in der polykontexturalen Semiotik der logische Identitätssatz ja nicht gilt, d.h. es ist nichts gleich, weder sich noch etwas anderem.

3. Da wir annehmen dürfen, dass die Unterscheidung zwischen genuiner und realisierter Zweitheit auch für die sog. Realitätsthematiken (vgl. Toth 2009c) gilt, ist also in der semiotischen Matrix die kreuzartig eingerahmte Teilmatrix betroffen:

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1.1_{1,1} & 1.2_{1,1} & 1.3_{1,1} \\ \boxed{2.1_{1,1} \quad 2.2_{1,1} \quad 2.3_{1,1}} \\ 3.1_{1,1} & 3.2_{1,1} & 3.3_{1,1} \end{pmatrix}$$

4. In Toth (2009b) war zudem zwischen eingebetteter und nicht-eingebetteter Replikation unterschieden worden. Wir wollen uns hier auf die in Sem1 eingebettete 3-kontexturale Replikation beschränken (Kaehr 2009)

In Sem1 eingebettete 3-kontexturale Replikation

$$(3.1_{1,1} \ 2.1_{1,1} \ 1.1_{1,1})$$

$$(3.1_{1,1} \ 2.1_{1,1} \ 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} \ 2.1_{1,1,1} \ 1.3_{1,1,3})$$

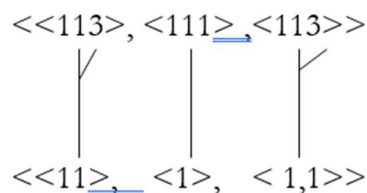
$$(3.1_{1,1} \ 2.2_{1,1} \ 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} \ 2.2_{1,1} \ 1.3_{1,1,3}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} \ 2.3_{1,1,2} \ 1.3_{1,1,3})$$

$$(3.2_{1,1} \ 2.2_{1,1} \ 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.2_{1,1} \ 2.2_{1,1} \ 1.3_{1,1,3}) \leftarrow (3.2_{1,1} \ 2.3_{1,1,2} \ 1.3_{1,1,3})$$

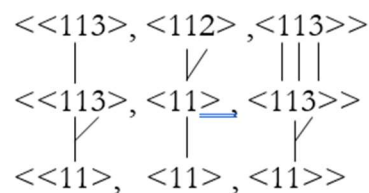
$$\leftarrow (3.3_{1,1,2,3} \ 2.3_{1,1,2} \ 1.3_{1,1,3})$$

Dies sind nach dem retrosemiosischen Schema die 3 vollständigen Replika-Zyklen, wie sie Herrmann (1990) gefunden hatte. Wenn wir nun die kontextuellen Indizes betrachten:

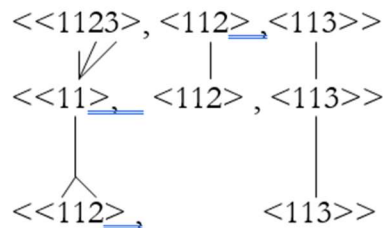
1. Zyklus



2. Zyklus



3. Zyklus



Realisierung impliziert also nicht nur trichotomischen Ersatz der Drittheit durch eine retrosemiosische Zweitheit, sondern gleichzeitig Öffnung der kenomischen Matrix durch Bifurkation für eine Iteration der Einheit der monokontextuellen Basis jeder polykontextuellen Matrix.¹

¹ Im übrigen finden wir im 3. Zyklus einen Fall von Absorption i.S. von inverser Bifurkation, sowie von Trifurkation.

Bibliographie

- Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009)
- Toth, Alfred, Zeichen und Zeichenklasse. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Bifurkationen und Zeichenzusammenhänge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Toth, Alfred, Was sind eigentlich Realitätsthematiken? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Der präsemiotisch-semiotische Übergang und der Aufbau der kontextuellen semiotischen Matrix

1. In meinen zwei Bänden "Semiotics und Pre-Semiotics" (Toth 2008) sowie in zahlreichen weiteren Arbeiten habe ich ohne semiotische Kontexturen zur Hilfe zu nehmen den präsemiotisch-semiotischen Übergang, den Max Bense als Adjazenzraum von ontologischem und semiotischem Raum (1975, S. 65 f.) bzw. von Nullheit zur Erstheit (1975, S. 45 f.) gekennzeichnet hatte, mit Hilfe der mathematischen Vererbungstheorie (vgl. Touretzky 1984) erklärt. Seit Rudolf Kaehr die kontextuellen semiotischen Matrizen (2008) sowie neuerdings Superoperatoren (Transoperatoren) auch in die Semiotik eingeführt hat (2009), mag ich einen weiteren Erklärungsversuch der Erzeugung der semiotischen Matrix aus der präsemiotischen Triade von Sekanz, Semanz und Selektanz (vgl. Götz 1982, S. 4, 28).

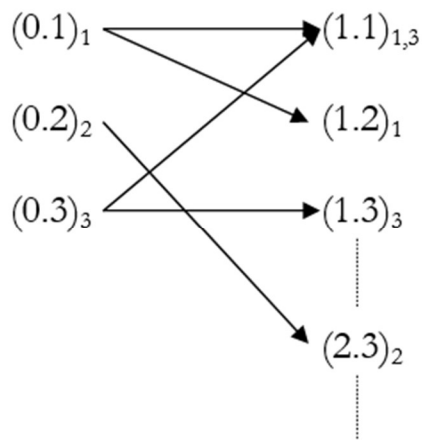
2. Den Fundamentalkategorien werden nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2008) die kontextuellen Indizes der entsprechenden genuinen Subzeichen (im Sinne von iterierten Primzeichen) zugeschrieben

$$PZR = ((.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}),$$

so dass man den drei trichotomischen Gliedern der präsemiotischen Zeroness im Sinne Benses (1975, S. 65 f.) genuine kontextuelle Indizes zuschreiben dürfen wird

$$PZR = ((0.1)_1, (0.2)_2, (0.3)_3)$$

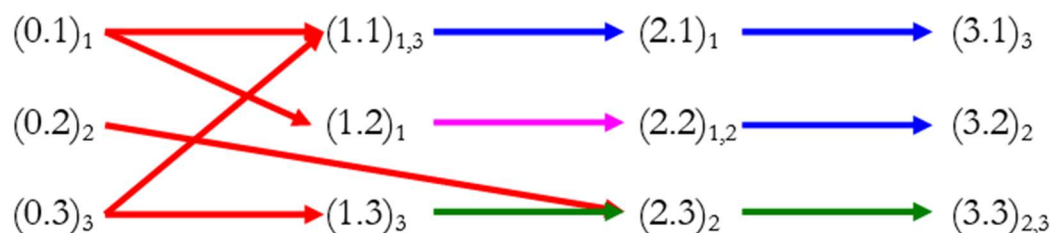
3. Nun gibt es aber eine Überraschung, denn nicht nur durchkreuzen die kontextuellen Abbildung vom präsemiotischen in den semiotischen Raum sämtliche auf der Vererbungstheorie basierenden Vorhersagen, sondern $(0.2)_2$ kann gar nicht wie alle übrigen Trichotomien von der Nullheit auf die Erstheit abgebildet werden:



In der unten stehenden Figur sind identische kontextuelle Abbildungen in rot, und Bifurkationen in blau. Grün ist die inverse Bifurkation. Lediglich

$$(1.2)_1 \rightarrow (2.2)_{1,2}$$

ist ein Fall von Touretzky-Vererbung.



Das ist nun also ein mit den Ergebnissen der polykontexturalen Logik kompatibles Schema der Semiose von der präsemiotischen Nullheit zur semiotischen Drittheit der Drittheit und damit die vollständige Rekonstruktion von Zeichengenese.

Da die von Kaehr beigebrachten Superoperationen der Identitätsabbildung und Reduktion einigermaßen klar sein dürften und da die Bifurkation bereits in mehreren Arbeiten behandelt wurde, führe ich abschliessend die Unterscheidung von linker und rechter Replikation ein. Im Falle, dass bereits auf präsemiotischer Ebene mit Replikation gerechnet werden darf, fallen beide Typen, wie natürlich auch bei den semiotischen Fällen mit Monoindizierung, zusammen.

1. Replikation von links

$$\underline{\mathcal{R}}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,3}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(1.2)_1 = (1.2)_{1,1}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(1.3)_3 = (1.3)_{3,3}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,2}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,1,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.1)_{1,1,1}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.1)_{3,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1,1}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,1,2}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2,2}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2,2}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,2,3}$$

2. Replikation von rechts

$$\underline{\mathcal{R}}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(1.2)_1 = (1.2)_{1,1}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(1.3)_3 = (1.3)_{3,3}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2}$$

$$\underline{\mathcal{R}}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.1)_{1,1,1}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.1)_{3,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1,1}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2,2}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2,2}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2,2}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3,3}$$

Besonders wenn mit Hilfe des Bifurkationsoperators gearbeitet wird, lassen sich kontextuelle Strukturen von enormer Komplexität generieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Touretzky, David, The Mathematics of Inheritance Systems. London 1984

Transzendente Semiotiken

1. Von ihrer ganzen Konzeption her ist die Peircesche Semiotik nicht-transzendental: Eine "absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' ist einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979, S. 59), aber Peirce hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und – subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet" (Walther 1989, S. 76). Bense fasste wie folgt zusammen: "Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) 'Welt' und (erkennendem) 'Bewusstsein' zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die 'Erkenntnisrelation', herzustellen" (Bense 1976, S. 91).

In ihrem Geiste erweist sich damit die Peirce-Semiotik durch und durch als ein amerikanisches Produkt, "denn transzendente Probleme des Himmels und des ewigen Lebens sind ,un-American'" (Günther 2000, S. 240, Fn. 22), oder, sehr schön ausgedrückt: „Erlkönigs Töchter tanzen nicht am Rande der Highways, und Libussa und ihre Gefährtinnen wiegen sich nicht in den Baumwipfeln der riesigen Wälder der Neuen Welt" (2000, S. 217), denn es ist die Intuition des Pragmatismus, „zu ignorieren, dass der Mensch in früheren Kulturen schon gedacht hat" (2000, S. 241). Dies liegt daran, „dass nichts in Amerika, was aus der spirituellen Tradition der Alten Welt stammt, mit grösserer Verständnislosigkeit registriert wird, als die metaphysische Entwertung des Diesseits" (2000, S. 149).

2. Bense fasst denn das Zeichen auch explizit als Funktion auf, um die „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein" zu überbrücken (1975, S. 16). Von diesem pragmatistischen Standpunkt auch kommt also streng genommen die Frage nach den von Zeichen bezeichneten oder sie substituierenden Objekten gar nicht auf, denn „Seinsthematik [kann] letztlich nicht anders als durch Zeichenthematik motiviert und legitimiert werden" (Bense 1981, S. 16), so dass "Objektbegriffe nur hinsichtlich einer Zeichenklasse relevant sind und nur relativ zu dieser Zeichenklasse eine semiotische Realitätsthematik besitzen, die als ihr Realitätszusammenhang diskutierbar und beurteilbar ist" (Bense

1976, S. 109). Bense (1981, S. 11) brachte dies auf die Formel: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist". Von diesem nicht-transzendentalen Standpunkt aus sind also Zeichen schlicht und einfach deswegen notwendig, weil wir ohne sie die Welt der Objekte gar nicht wahrnehmen könnten. Andererseits kommt, wie gesagt, bei dieser Konzeption niemand auf die Idee, nach den bezeichneten Objekten zu fragen, denn durch die Definition des Zeichens ist zum vornherein klar, dass wir diese nie erreichen können: sie erreichen uns nur durch die Filter unserer Perzeption und Apperzeption, d.h. immer interpretiert und damit als Zeichen. Die Sehnsucht des Soldaten, der allein in der Kaserne sitzt und das Photo seiner Geliebten küsst, im Stillen hoffend, es möge sich doch in die reale Person verwandeln, ist also in einer Peirce-Benseschen Semiotik gänzlich ausgeschlossen. Trotzdem findet sich das Motiv, die Brücke zwischen dem Diesseits der Zeichen und dem Jenseits ihrer Objekte zu überschreiten, in der Weltliteratur zu allen Zeiten bis in die Gegenwart.

3. In Toth (2009a) wurde eine nicht-transzendente Semiotik auf der Basis einer qualitativen Zahlenrelation vorgeschlagen. Die grundlegende Überlegung ist dabei, dass die Primzeichenrelation

$$PZR = (.1., .2., .3.)$$

sowohl die quantitative Nachfolgerrelation der Ordnungsrelation

$$(.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.)$$

als auch die qualitative Vorgängerrelation der Selektionsrelation

$$(.1) > (.2) > (.3)$$

in sich vereinigt, d.h. zugleich quantitativ und qualitativ ist:

$$PZR = (.1.) \leqslant (.2.) \leqslant (.3.).$$

Damit kann die quantitative semiotische Matrix durch eine qualitative ersetzt werden:

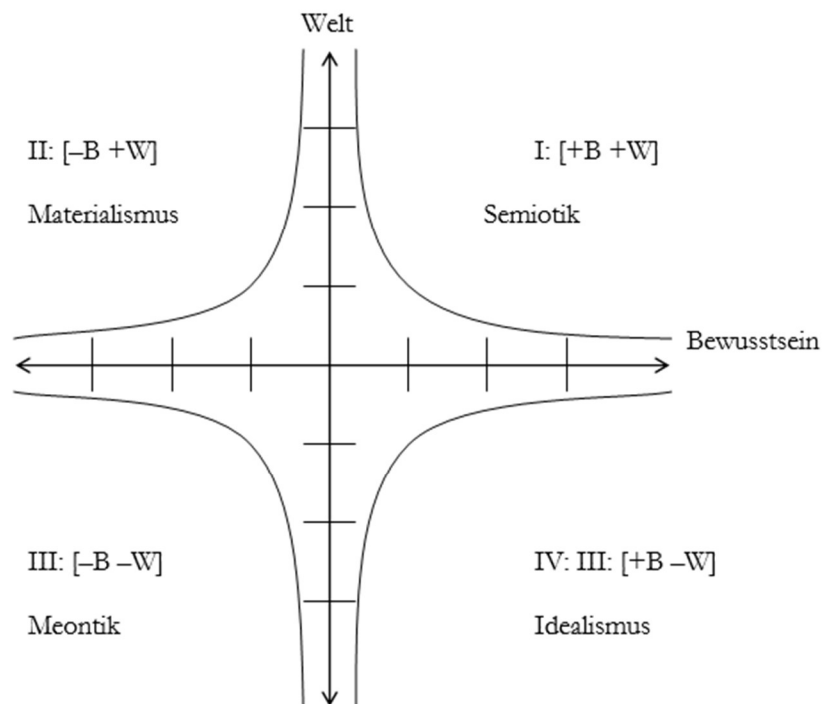
$$\begin{pmatrix} (1.1) & (1.2) & (1.3) \\ (2.1) & (2.2) & (2.3) \\ (3.1) & (3.2) & (3.3) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \triangle & \blacktriangle & \blacktriangleup \\ \square & \blacksquare & \blacksquare \\ \circ & \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

Hier werden also die Grenzen zwischen Quantität und Qualität, aber keine eigentlichen semiotischen Kontexturen unterschieden.

4. Der erste Versuch einer “polykontexturalen” Semiotik geht auf Toth (2000) zurück und wurde in Toth (2008b) vollständig präsentiert. Sie geht davon aus, dass die Primzeichenrelation parametrisierbar ist:

$$\text{PZR} = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c)$$

Der grundlegende Gedanke dahinter ist Benses Definition des Zeichens als Funktion zwischen Welt und Bewusstsein, d.h. zwischen Objekt und Subjekt. Wenn man nun die Objektpositionen der Zeichenrelation negativ parametrisiert, erhält man idealistische, wenn man die Subjektpositionen negativ parametrisiert, materialistische und wenn man sowohl die Subjekts- als auch die Objektpositionen negativ parametrisiert, meontische Zeichenklassen. Das Peircesche Zeichen wird damit zum Spezialfall des durchwegs positiv parametrisierten Zeichens, d.h. eines Zeichens, bei dem sowohl die Subjekts- als auch die Objektpositionen positiv parametrisiert sind. Trägt man nun diese 4 Zeichenfunktionen in ein kartesisches Koordinatensystem ein, so erhält man eine Hyperbel mit 4 Ästen, die entweder zur Welt-Achse, zur Bewusstseins-Achse, zu beiden oder zu keinen von beiden asymptotisch ist:



Es ist nun einfach, Zeichenklassen (bzw. Realitätsthematiken) zu konstruieren, die in Bezug auf die Parametrisierung der Sub- bzw. Primzeichen inhomogen sind, z.B.

(+3.-a +2.+b -1.-c).

Hat nur ein einziges Primzeichen ein anderes Vorzeichen als die übrigen Primzeichen einer Zeichenrelation, so liegt die entsprechende Zeichenfunktion in mindestens 2 Quadranten. Diese Quadranten können als "semiotische Kontexturen" definiert werden, weil die parametrisch inhomogenen Zeichenfunktionen jeweils die "Niemandsländbereiche" zwischen den asymptotischen Hyperbeln und Ordinate/Abszisse durchschneiden, d.h. durch mathematisch und semiotisch undefiniertes Gebiet führen. Solche Zeichenklassen weisen damit Mischformen semiotischer (im engeren Sinne), idealistischer, materialistischer oder meontischer Zeichenfunktionen auf.

5. Während dies bisherigen Versuche einer transzendentalen Semiotik entweder von den Qualitäten oder den Kontexturen ausgingen, geht der folgende Versuch, dem in Toth (2008c, d) drei Bände gewidmet wurden, von der Benseschen Unterscheidung zwischen ontologischem und semiotischem Raum aus (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.). Der Grundgedanke ist, dass bereits die Objekte, sobald sie wahrgenommen werden, in Bezug auf ihre Form, Gestalt oder Funktion wahrgenommen werden. Dies bedeutet, dass es eine Ebene der Präsemiotik gibt, die der eigentlichen Semiose, d.h. der Transformation eines Objektes in ein Zeichen vorangeht und deren Trichotomie von Götz (1982, S. 5, 28) mit "Sekanz – Semanz – Selektanz" bezeichnet wurde und die sich bei der Zeichengenese auf die semiotischen Trichotomien, wie sie durch die Subzeichen und ihre Semiosen repräsentiert werden, vererbt. Bense setzt daher zwischen dem ontologischen Raum der Objekte und dem semiotischen Raum der Zeichen einen Zwischenraum an der "disponiblen" Objekte an und charakterisiert ihn kategoriell mit "Nullheit". Diese Nullheit ergänzt nun die Peirce Triade von Erst-, Zweit- und Drittheit zu einer Tetrade, in die das Objekt als kategorielles Objekt in die präsemiotische Zeichenrelation eingebettet ist:

PrZR = (3.a 2.b 1.c 0.d)

Während also (3.a), (2.b) und (1.c) nicht-transzendente Kategorien sind, ist (0.d) das ursprünglich dem Zeichen transzendente Objekte, dessen Transzendenz in dieser Einbettung freilich aufgehoben ist:

$$\text{PrZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c \parallel 0.d) \rightarrow \text{PrZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c \nparallel 0.d),$$

wobei das Zeichen $\parallel$ für die Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt und das Zeichen $\nparallel$ für deren Durchbrechung steht.

6. Da die bisherigen Versuche vom Standpunkt der Polykontextualitätstheorie nicht als polykontextural eingestuft werden, weil der logische Identitätssatz in allen diesen transzendentalen Semiotiken immer noch Gültigkeit hat, geht der Versuch einer "echten" Polykontexturalisierung der Semiotik auf einige jüngste Arbeiten von Rudolf Kaehr zurück (z.B. Kaehr 2008). Hier wird davon ausgegangen, dass die (monokontexturale) Peircesche Zeichenrelation

$$\text{ZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

ein 1-kontexturaler Sonderfall der n-kontextural disseminierten Semiotiken ist. Die Kontexturen, in denen sich eine Zeichenklasse befinden kann, werden als Indizes den Subzeichen zugewiesen, d.h. nicht die ganze Zeichenklasse, sondern ihre Subzeichen werden kontexturell markiert. Damit kann eine Zeichenklasse natürlich in mehreren Kontexturen gleichzeitig erscheinen, was sogar der Normalfall ist. Grundsätzlich ist nach Günther (1979, S. 229 ff.) die Zuweisung von Kontexturen zu Subzeichen weitgehend frei. Es muss lediglich beachtet werden, dass genuine Subzeichen, d.h. identitive semiotische Morphismen immer in mindestens 2 Kontexturen stehen, weil die Kontexturen auf der Basis quadratischer Matrizen verteilt werden und sich deren Blöcke in den Hauptdiagonalen schneiden. Zum Beispiel könnte eine 4-kontexturale Zeichenklasse wie folgt aussehen:

$$\text{ZR} = (3.a_{i,j,k} \ 2.b_{l,m,n} \ 1.c_{o,p,q}),$$

wobei $i, \dots, q \in \{\emptyset, 1, 2, 3, 4\}$. $\emptyset$ besagt dabei lediglich, dass ein $j \in \{i, \dots, q\}$ auch unbesetzt sein kann, wie etwa im Falle der folgenden Zeichenklassen:

$$3\text{-ZR} = (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1)$$

$$4\text{-ZR} = (3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4})$$

Bei der 4-kontexturalen Zeichenklasse liegen also die nicht-genuinen Subzeichen in 2 und das genuine Subzeichen in 3 Kontexturen, wobei die 4. Kontextur allen Subzeichen gemein ist. Bei der 3-kontexturalen Zeichenklasse gibt es dagegen keine Kontextur, in der alle Subzeichen liegen.

Bei dieser echt-polykontexturalen Semiotik ist nun das logische Identitätsgesetz wahrhaft aufgehoben, was am besten am Verhalten von Subzeichen, die mehr als einen kontexturalen Index tragen, bei Dualisierung sieht:

$$\times(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3).$$

Es gibt hier also wegen $(2.2_{1,2}) \neq (2.2_{2,1})$ keine Eigenrealität mehr. Dies bedeutet im Einklang mit Bense (1992), dass wesentlichste Teile der Semiotik zusammenbrechen. Ferner sind in Kaehr's Semiotik die Theoreme der Objekttranszendenz des Zeichens und der Zeichenkonstanz, die nach Kronthaler (1992) eine monokontexturale Semiotik limitieren, immer noch gültig, so dass also auch diese Semiotik trotz der entfallenden Identität der Zeichen zwischen Zeichen- und Realitätsthematik (bzw. der Irresistibilität der Zeichen durch die Dualisation) nicht wirklich polykontextural ist.

7. Als kleinen Einschub wollen wir hier kurz reflektieren, was Polykontexturalität im Zusammenhang mit Semiotik überhaupt bedeutet. Ein Zeichen, in dem die Zeichenkonstanz aufgehoben und durch Strukturkonstanz ersetzt ist, ist ein Morphogramm. In dieser Form können zwar problemlos Zeichenklassen und Realitätsthematiken notiert (vgl. Toth 2003), aber keine konkreten Zeichen verwendet werden. Ein verknotetes Taschentuch, das sich über Nacht verwandelt, kann keine Zeichenfunktion haben. Zeichen, die der Kommunikation mit der Gesellschaft, d.h. nicht nur zum privaten Gebrauch dienen, müssen wiedererkennbar sein, d.h. an materiale Konstanz gebunden sein. Ohne Materialkonstanz keine Zeichenkonstanz und ohne Zeichenkonstanz keine Zeichen. Was man also immer unter einer polykontexturalen Semiotik versteht: das Limitationstheorem der Zeichenkonstanz kann man nicht ausser Kraft setzen ohne die gesamte Pragmatik der Zeichenverwendung zu zerstören.

Dagegen ist, es wie an den obigen Modellen mit Ausnahme desjenigen von Kaehr gezeigt, möglich, nur das Limitationstheorem der Objekttranszendenz ausser Kraft zu setzen. Damit darf aber nicht gemeint sein, dass Zeichen und Objekt ununterscheidbar werden. Ununterscheidbar sind sie genau dann, wenn der logische Identitätssatz aufgehoben ist. Wie wir aber gesehen haben, ist dieser Satz nirgendwo ausser in der Kaehrschen Konzeption aufgehoben. Das Bestehenbleiben des Identitätssatzes garantiert damit die Unterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt und macht sozusagen nicht ihre metaphysische Identität, sondern nur ihre Positionen austauschbar, etwa so, wie es im "Bildnis

des Dorian Gray“ von Oscar Wilde geschildert ist. Dort verändert sich ja das Bild, d.h. das Zeichen, statt des Objektes, d.h. statt Dorian. Der Vorgang ist allerdings erstens reversibel, denn am Ende des Romans erscheint das Bild verändert und nicht Dorian, und zweitens können die Diener sehr wohl zwischen dem Bild und dem vor ihm liegenden Leiche Dorian's unterscheiden. Wie gezeigt wurde, kann man in der Semiotik die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt aufheben, indem man

1. die quantitativen Subzeichen durch qualitative Subzeichen ersetzt.
2. die Subzeichen parametrisiert und die Zeichenfunktion vom 1. Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems in allen 4 Quadranten einzeichnet, was sich in natürlicher Weise aus der Benseschen Konzeption der Zeichenfunktion als einer hyperbolischen Funktion ergibt, die sowohl zur Welt- als auch zur Bewusstseins-Achse asymptotisch ist.
3. das Objekt des ontologischen Raumes als kategoriales Objekt in die triadische Zeichenrelation des semiotischen Raumes einbettet und dadurch einen Zwischenbereich erhält, der die Nullheit im Sinne Benses als vierte Fundamentalkategorie innerhalb einer tetradischen präsemiotischen Zeichenrelation enthält

Bei der Kaehrschen Konzeption wird, wie bereits mehrfach gesagt, zwar die Identitätsrelation zwischen Zeichenklasse und Realitätsthematik aufgehoben, aber nicht die Transzendenz des Objektes eines Zeichens. Es ist ferner nicht klar, welchen Status die Realitätsthematiken in der Kaehrschen Semiotik haben. Auf jeden Fall können sie nicht mehr den Objektpol der Erkenntnisrelation thematisieren und so den Subjektpol der Zeichenthematik komplementieren, wie dies in der Peirceschen Semiotik der Fall ist (vgl. Gfesser 1990, S. 133). Statt sich zu fragen: "Are there signs anyway?", wie es Kaehr in einer neuen Arbeit tut (Kaehr 2009), sollte man hier vielleicht besser fragen: "Are there objects anyway?". Denn wo sind in der polykontexturalen Ontologie die Objekte? Subjekt und Objekt sind ja austauschbar, und wenn hier der Begriff Objekt, an dem Günther festhält, noch irgendwelchen Sinn macht, dann ganz sicher nicht im Sinne des Gegenstandes, dem be-geg-net werden kann. Da das Kenogramm per definitionem immateriell ist, kann es auf kenogrammatischer Ebene auf jeden Fall keine Objekte geben. Es fragt sich daher nur, ob es dann Subjekte gibt, nicht nur deshalb, weil die beiden Begriffe einander ja voraus-

setzen, sondern weil der Begriff des Subjektes aus Sinn und Bedeutung, genauer: der Fähigkeit zur Interpretation definiert ist. Und da es Interpretation nur durch Zeichen gibt, müssten also Kenogramme der Interpretation und damit der Repräsentation fähig sein – aber gerade das sind sie ja per definitionem nicht. Statt Objekten würde man also auf kenogrammatischer Ebene Zeichen erwarten, aber Zeichen setzen, wie weiter oben bemerkt, das Prinzip der Induktion der Ordinalzahlen und das Prinzip der reversen Induktion der selektiven Kategorien voraus und können daher keine Kenogramme sein. Während das Zeichen die Gruppenaxiome erfüllt (Toth 2008a, S. 37 ff.), erfüllen die Kenogramme nicht einmal die Anforderung an ein Gruppoid. Will man zusätzlich zu den formalen Theorie der Quantität eine formale Theorie der Qualitäten errichten, dann ist es also der falsche Weg, die Quantitäten noch von ihrem letzten Rest an Zeichenhaftigkeit (oder Subzeichenhaftigkeit) zu befreien, sondern man sollte ihnen die Fähigkeit zur Interpretation geben, denn Qualitäten können nur durch Zeichen unterschieden werden – die Frage, was 1 Apfel und 1 Birne gäbe, ist, wie sattem bekannt ist, in einer Theorie der Quantitäten eben nicht beantwortbar. Eine “Mathematik der Qualitäten” (Kronthaler 1986) muss daher eine qualitativ interpretierbare und das heisst eine semiotische Mathematik und keine Keno- oder Morphogrammatik sein, denn diese mag wohl die tiefsten formalen Strukturen sowohl von Quantitäten als auch von Qualitäten thematisieren, aber sie zu repräsentieren und mit ihnen tatsächlich zu RECHNEN, vermag sie nicht.

8. In diesem abschliessenden Kapitel wollen wir uns fragen, ob es sinnvoll wäre, die vier transzendentalen Semiotiken, d.h. die drei von uns begründeten und die eine von Kaehr begründete, miteinander zu kombinieren. Bei vier Modellen ergeben sich also sechs mögliche Kombinationen:

8.1. Qualitative Semiotik und parametrisierte Semiotik

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{PZR} = (.1.) \leqslant (.2.) \leqslant (.3.) \\
 \text{SZR} = \{\triangle, \blacktriangle, \blacktriangle, \square, \blacksquare, \blacksquare, \circ, \bullet, \bullet\} \\
 \text{PZR} = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c)
 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\text{SZR} = \{\pm\triangle, \pm\blacktriangle, \pm\blacktriangle, \pm\square, \pm\blacksquare, \pm\blacksquare, \pm\circ, \pm\bullet, \pm\bullet\}$$

Mit dieser Definition der Subzeichenrelation können die Qualitäten des Zeichens, wie ihre entsprechenden Quantitäten, in verschiedenen Kontexturen aufscheinen. Dies ist eine Konsequenz aus der Theorie der parametrisierten Zeichen, bringt aber nichts grundsätzlich Neues.

8.2. Qualitative Semiotik und Einbettungstheorie

$$\text{SZR} = \{\triangle, \blacktriangle, \blacktriangle, \square, \blacksquare, \blacksquare, \circ, \ominus, \bullet\}$$

$$\text{PrZR} = \{3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d\}$$

Es bleibt, die kategoriale Nullheit durch drei Qualitäten ($d \in \{.1, .2, .3\}$) zu repräsentieren. Nach Toth (2009b) sind das

$$(\sqcap), (\sqcup), (\sqsubset) \text{ bzw. } (\sqcap^*), (\sqcup^*), (\sqsubset^*),$$

wobei die gestirnten nur bei Realitätsthematiken entsprechend dem zwar tetradischen, aber trichotomischen Zeichenmodell vorkommen.

Bei der Kombination bekommen wir also

$$\text{SZR} = \{\triangle, \blacktriangle, \blacktriangle, \square, \blacksquare, \blacksquare, \circ, \ominus, \bullet, \sqcap, \sqcup, \sqsubset\}.$$

Diese Relation ist allerdings insofern heterogen, als die ersten neun Qualitäten für Relationen, die letzten drei Qualitäten aber für eine Kategorie stehen. In Toth (2008e) wurde daher argumentiert, dass es nicht nur die Objekttranszendenz, sondern auch eine Transzendenz (oder Introszendenz) des Interpretanten und eine Transzendenz (oder Ultraszendenz) des Mittels gibt und dass eine vollständige transzendente Zeichenrelation daher aus 6 Glieder besteht:

$$\text{TrZR} = \{3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d \ \odot.e \ \odot.f\},$$

worin also (0.d) das 0-relationale kategoriale Objekt, ($\odot.e$) den 0-relationalen kategorialen Interpreten und ($\odot.f$) das 0-relationale kategoriale Mittel bezeichnen. Genauso wie die letzten zwei, ist also bereits (0.d) eine Qualität, so dass die Ersetzung der präsemiotischen Trichotomie durch $\sqcap, \sqcup, \sqsubset$ nichts mehr als eine Schreibkonvention ist.

8.3. Qualitative Semiotik und Kaehrsche Semiotik

Sie bestünde einfach darin, dass man SZR durch Kontexturen indiziert, also etwa im Falle einer 3-kontexturalen Semiotik:

$$K\text{-SZR} = \text{SZR} = \{\triangle_{1,3}, \blacktriangle_1, \blacktriangle_3, \square_1, \blacksquare_{1,2}, \blacksquare_2, \circ_3, \odot_2, \bullet_{2,3}\}$$

8.4. Parametrisierte Semiotik und Einbettungstheorie

$$\text{ZR} = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c)$$

Diese im 2. Band von Toth (2008d) bereits behandelte Semiotik geht aus von

$$\text{Pr-ZR} = (\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c \pm 0.\pm d)$$

8.5. Parametrisierte Semiotik und Kaehr-Semiotik

Ausgangsdefinition wäre im 3-kontexturalen Fall eine Zeichendefinition der folgenden Form

$$K\text{-ZR} = ((\pm 3.\pm a)_{i,j,k} (\pm 2.\pm b)_{l,m,n} (\pm 1.\pm c)_{o,p,q}) \text{ mit } i, \dots, 1 \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$$

8.6. Einbettungstheorie und Kaehr-Semiotik

Ausgangsdefinition der Zeichenrelation wäre im 4-kontexturalen Fall, der in diesem Fall wegen der Tetradizität der Zeichenklassen minimal ist:

$$K\text{-Pr-ZR} = (3.a_{i,j,k} 2.b_{l,m,n} 1.c_{o,p,q} 0.d_{r,s,t}) \text{ mit } i, \dots, t \in \{\emptyset, 0, 1, 2, 3\}$$

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die Kombinationen 8.1 bis 8.6 gegenüber den Haupttypen transzendentaler Semiotik, die durch Elimination des Theorems der Objekttranszendenz ausgezeichnet sind, zwar Verfeinerungen des formalen semiotischen Apparates, aber keine metaphysischen Neuerungen erbringen.

Abschliessend sei denjenigen, die keinen Nutzen in einer transzendentalen Semiotik sehen oder für die dieses Thema in den Bereich der Magie gehört, mit Günther zugerufen: "Das neue Thema der Philosophie ist die Theorie der Kontexturalgrenzen, die die Wirklichkeit durchschneiden" (Günther, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie, hrsg. von Rudolf Kaehr, S. 47).

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
- Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
- Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth und Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141.
- Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979
- Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000
- Günther, Gotthard, Der Tod des Idealismus und die letzte Mythologie. Undat. Fragm., hrsg. von Rudolf Kaehr: <http://www.thinkartlab.com/pkl/tod-ideal.htm>
- Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
- Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)
- Kaehr, Rudolf, Polycontextuality of signs?
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf> (2009)
- Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics, University of Applied Arts Vienna, December 2000. Vol. I: Theory and Foundations & 7th Austro-Hungarian Semio-Philosophical Colloquium. Vienna: Institute for Socio-Semiotic Studies, S. 117-134 (= Applied Semiotics, vol. 18)

- Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 44, 2003, S. 139-149
- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2. Aufl. 2008 (= 2008a)
- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (= 2008b)
- Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (= 2008c)
- Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (= 2008d)
- Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008e
- Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Die qualitativen polykontextural-semiotischen Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
- Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Die Verteilung semiotischer Qualitäten im Raster von Mitführung und Selektion

1. Wie in Toth (2009) gezeigt, muss man in der abstrakten Zeichenrelation ZR zwei gegenläufige Relationen unterscheiden: die quantitative Nachfolgerrelation ($>$) und die qualitative Selektionsrelation ($<$):

$$ZR = ((.1.) \geq (.2.) \geq (.3.))$$

Max Bense hatte bemerkt, dass "Selektion und Mitführung (...) zwar einander ausschliessende, aber auch einander ergänzende und damit also komplementäre Phasen der Semiose oder Retrosemiose" seien (1979, S. 47).

2. Geht vom vollständigen System der $3^3 = 27$ triadischen Zeichenrelationen und nicht nur von dem Teilsystem der 10 Peirceschen Zeichenklassen aus und bildet man die Realitätsthematiken

(1.1 1.2 1.3)	(1.1 1.2 2.3)	(1.1 1.2 3.3)
(2.1 1.2 1.3)	(2.1 1.2 2.3)	(2.1 1.2 3.3)
(3.1 1.2 1.3)	(3.1 1.2 2.3)	(3.1 1.2 3.3)
(1.1 2.2 1.3)	(1.1 2.2 2.3)	(1.1 2.2 3.3)
(2.1 2.2 1.3)	(2.1 2.2 2.3)	(2.1 2.2 3.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.1 2.2 2.3)	(3.1 2.2 3.3)
(1.1 3.2 1.3)	(1.1 3.2 2.3)	(1.1 3.2 3.3)
(2.1 3.2 1.3)	(2.1 3.2 2.3)	(2.1 3.2 3.3)
(3.1 3.2 1.3)	(3.1 3.2 2.3)	(3.1 3.2 3.3),

so erkennt man, dass

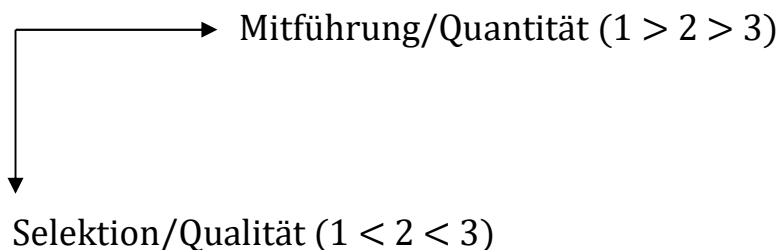
1. die Relationen mit progressiven Qualitäten und konstanter Quantität (X.1), $X \in \{1., 2., 3\}$ 27mal, d.h. in allen Realitätsrelationen vertreten sind;

2. die Relationen mit konstanter Quantität (X.2), $X \in (1., 2., 3.)$ für jeden triadischen Wert 9 mal vertreten sind;

3. die Relationen mit konstanter Quantität (X.3), $X \in \{1., 2., 3.\}$ für jeden triadischen Wert 9 mal vertreten sind.

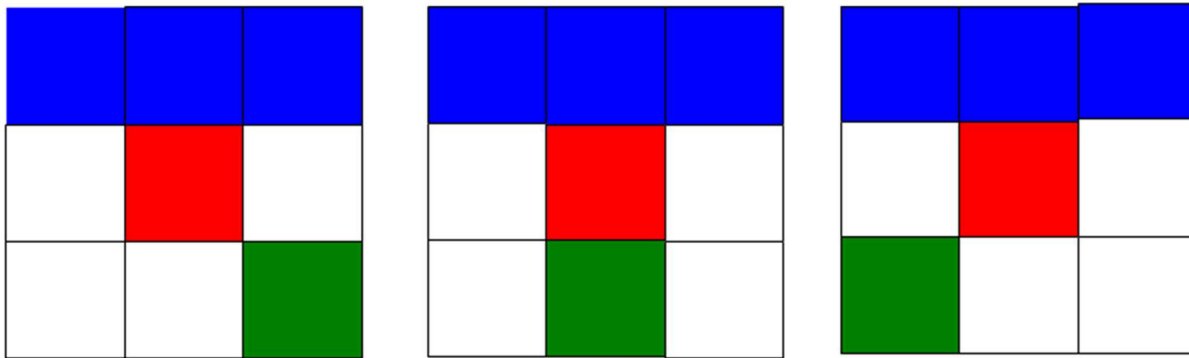
Mit anderen Worten: In einem quadratischen Schema, in dessen Zeilen die Quantitäten und in dessen Spalten die Qualitäten stehen, ist also die X.1-Zeile in allen 27 Schemata konstant besetzt. Für die Werte von X.2 "wandert" dann der triadische Werte mit absteigender Quantität in jedem aus drei Realitätsthematiken bestehenden Dreierblock, und für die Werte von X.3 ist er für jeden aus drei Realitätsthematiken bestehenden Dreierblock insofern konstant, als er innerhalb der Dreierblöcke in aufsteigender Quantität "wandert".

Man kann dieses etwas komplizierten Verhältnis dadurch vereinfachen, dass man quadratische Matrizen nach dem folgenden Raster bildet:

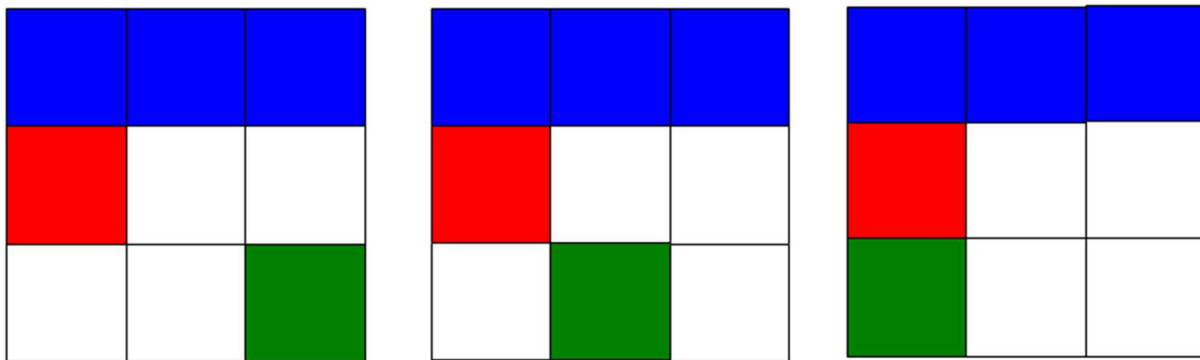


und hernach für die X.1-Werte blaue, für die X.2-Werte rote und für die X-Werte grüne Füllungen verwendet werden. Dann erhält man für den 1. Dreierblock der insgesamt 9 Realitätsthematiken:

Im 2. Dreierblock:



und im 3. Dreierblock:



Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Das Zeichen als quantitativ-qualitative Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Duale Gegenläufigkeit in der Semiotik

1. Wir wollen hier im Anschluss an Toth (2009a, b, c) die folgenden Notationen vereinbaren:

$A \rightarrow$ bedeutet eine Annäherungs-Bewegung

$\rightarrow A$ bedeutet eine Entfernungsbewegung,

wobei sowohl Annäherung als auch Entfernung dreierlei bedeuten können: linear-vorwärts/rückwärts, linear-aufwärts/abwärts sowie diagonal-aufwärts/ abwärts, wobei bei diagonalen Bewegungen zusätzlich zwischen links- und rechts-orientierten Bewegungen zu unterscheiden ist.

2. Wenn wir von der folgenden semiotischen Matrix ausgehen

1.1 $\rightarrow$ 1.2 $\rightarrow$ 1.3

$\downarrow$ $\swarrow \searrow$ $\downarrow$ $\swarrow \searrow$ $\downarrow$

2.1 $\rightarrow$ 2.2 $\rightarrow$ 2.3

$\downarrow$ $\swarrow \searrow$ $\downarrow$ $\swarrow \searrow$ $\downarrow$

3.1 $\rightarrow$ 3.2 $\rightarrow$ 3.3,

dann können wir die Subzeichen wie folgt durch die linearen, d.h. die trichotomischen und triadischen Bewegungen definieren:

$$(1.1) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (1.2)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.1)))$$

$$(1.2) = (((1.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (1.3)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)))$$

$$(1.3) = (((1.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3)))$$

$$(2.1) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)) \wedge ((1.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.1)))$$

$$(2.2) = (((2.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3)) \wedge ((1.2) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.2)))$$

$$(2.3) = (((2.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge ((1.3) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.3)))$$

$$(3.1) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (3.2)) \wedge ((2.1) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset))$$

$$(3.2) = (((3.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.3)) \wedge ((2.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset))$$

$$(3.3) = (((3.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge ((2.3) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset))$$

Ferner lassen sich die Subzeichen in der folgenden Weise durch die diagonalen Bewegungen definieren:

$$(1.1) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset))$$

$$(1.2) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.1)))$$

$$(1.3) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)))$$

$$(2.1) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (3.2)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (1.2)))$$

$$(2.2) = ((1.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.3)) \wedge ((3.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (1.3)))$$

$$(2.3) = ((1.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge ((3.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset))$$

$$(3.1) = ((\emptyset \rightarrow \wedge \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)))$$

$$(3.2) = (((2.1) \rightarrow \wedge \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3)))$$

$$(3.3) = (((2.2) \rightarrow \wedge \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset))$$

3. Wie man leicht sieht, ist jedoch ein Subzeichen, da es ja in einer 2-dimensionalen Matrix steht, durch die triadisch-trichotomische Definition ODER durch die diagonale eindeutig charakterisiert. Will man also Zeichenklassen und Realitätsthematiken in der Form gegenläufiger Bewegungen notieren, so genügt es, sich für die lineare oder die nicht-lineare Notation zu entscheiden. Die drei Hauptzeichenklassen können daher wie folgt je doppelt definiert werden:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) = [((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (3.2)) \wedge ((2.1) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset)), ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)) \wedge ((1.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.1))), ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (1.2)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.1)))]$$

(linear)

$$[((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2))), ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (3.2)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (1.2))), ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset))] \text{ (nicht-linear)}$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) = [(((3.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.3)) \wedge ((2.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset)), (((2.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3)) \wedge ((1.2) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.2))), (((1.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (1.3)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)))] \text{ (linear)}$$

$$[(((2.1) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3))), ((1.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.3)) \wedge ((3.1) \rightarrow \wedge \rightarrow (1.3))), ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3)) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.1)))] \text{ (nicht-linear)}$$

$$(3.3 \ 2.3 \ 1.3) = [(((3.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge ((2.3) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset)), (((2.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge ((1.3) \rightarrow \wedge \rightarrow (3.3))), (((1.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.3)))] \text{ (linear)}$$

$$[(((2.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset)), ((1.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset)) \wedge ((3.2) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset)), ((\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset) \wedge (\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (2.2)))] \text{ (nicht-linear)}$$

4. Wenn man nun die Realitätsthematiken bestimmen will, so muss man einen Weg finden, um die Ausdrücke auf den rechten Seiten der Definitionsgleichungen zu dualisieren. Wie man erkennt, gibt es die vier folgenden abstrakten Typen von Gegenläufigkeit von Subzeichen:

$$1. [\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (a.b)]$$

$$2. [(a.b) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset]$$

$$3. [(a.b) \rightarrow \wedge \rightarrow (c.d)]$$

$$3.a \text{ mit } (a.) = (c.)$$

$$3.b \text{ mit } (a.) \neq (c.)$$

$$4. [\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset]$$

Da wir im Gegensatz zu früheren Arbeiten mit nur einem Pfeil ($\rightarrow$) auskommen, muss im Grunde nur geklärt werden, ob

$$(*) \quad \times(\rightarrow A) = A \rightarrow \text{ oder}$$

$$(**) \quad \times(\rightarrow A) = \rightarrow A$$

gilt. Da die auf Zeichenklassen und Realitätsthematiken definierte Dualisation durch Vertauschung der Ordnung der Subzeichen und der Primzeichen definiert ist, gilt natürlich (*). Damit erhalten wir

- 1.' $\times [\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (a.b)] = [(b.a) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset]$
- 2.' $\times [(a.b) \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset] = [\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow (b.a)]$
- 3.' $\times [(a.b) \rightarrow \wedge \rightarrow (c.d)] = [(d.c) \rightarrow \wedge \rightarrow (b.a)]$
- 4.' $\times [\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset] = [\emptyset \rightarrow \wedge \rightarrow \emptyset]$

Wenn man die dualen Paaren (1/1') ... (4/4') miteinander vergleicht, wird schnell klar, dass hier nicht nur die Subzeichen der Form (a.b) in (b.a), d.h. Triaden in ihre Trichotomien umgewandelt werden, sondern dass dies auch für die Positionen der Subzeichen bzw. die Strukturen ihrer zugehörigen Matrizen gilt: (a.b) $\rightarrow$ impliziert, dass $V(b.a) = 0$, d.h. (a.b) hat keinen Vorgänger. Die duale Struktur $\rightarrow(b.a)$ aber bedeutet, dass (b.a) keinen Nachfolger hat. (a.b) steht somit in der Kolonne ganz links, (b.a) in der Kolonne ganz rechts seiner zugehörigen Matrix. Daraus folgt also, dass Dualisation gegenläufiger Bewegungen die Transposition der Matrix der „sich bewegenden“ Subzeichen bedeutet. Dies steht im Einklang mit körpertheoretischen Untersuchungen zu semiotischen Matrizen durch Kidwail (1997, S. 314), was wir wie folgt darstellen können:

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\ \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow \\ 2.1 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 2.3 \\ \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow \\ 3.1 & \rightarrow & 3.2 & \rightarrow & 3.3 \end{array} \right)^T = \left(\begin{array}{ccccc} 3.1 & \rightarrow & 2.1 & \rightarrow & 1.1 \\ \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow \\ 3.2 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 1.2 \\ \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow & \swarrow \searrow & \downarrow \\ 3.3 & \rightarrow & 2.3 & \rightarrow & 1.3 \end{array} \right)$$

Bibliographie

- Kidwail, Hariss, Die Basistheorie der Semiotik und die kleine Matrix. In: Semiosis 85-90, 1997, S. 311-317
- Toth, Alfred, Gegenläufige Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Para- und Metadromie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Gegenläufige Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Eine valenzbasierte Darstellungsweise für Arinsche Zeichenklassen

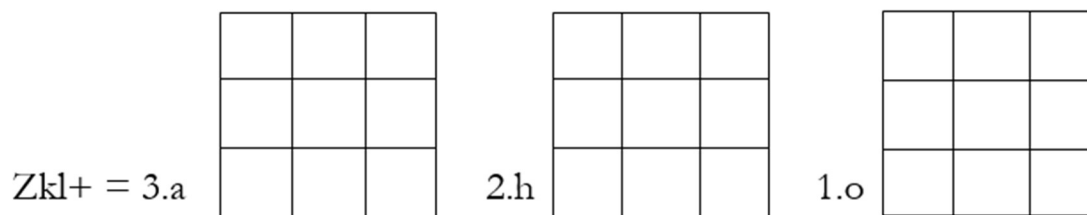
1. Arinsche Zeichenklassen sind nach einem Vorschlag von Ertekin Arin zur Erweiterung Peircescher Zeichenklassen unter Beibehaltung von deren triadischer und trichotomischer Struktur benannt (Arin 1981, S. 220). Sie haben folgende allgemeine Struktur

$$Z_{R+} = (3.a ((b.c) (d.e) (f.g)) 2.h ((i.j) (k.l) (m.n)) 1.o ((p.q) (r.s) (t.u)))$$

mit $a, \dots, u \in \{.1, .2, .3\}$.

Dabei dabei werden also die triadischen Hauptbezüge der Peirceschen Zeichenklasse $Z_R = (3.a 2.b 1.c)$ jeweils durch eine vollständige, d.h. wiederum triadische Zeichenrelation in retrosemiotischer Ordnung determiniert, wobei die jeweils drei Subzeichen dieser determinierenden Zeichenrelationen in lexikographischer Ordnung als „primäres“, „sekundäres“ und „tertiäres“ Zeichen bezeichnet werden.

2. Bezug nehmend auf die valenzsemiotischen Untersuchungen in Toth (2008a, b), wird hier ein neues Modell zur Darstellung der Arinschen Zeichenklassen vorgestellt. Dabei werden determinierende Zeichenklassen durch semiotische Matrizen ersetzt und deren valenztheoretische Möglichkeiten mit Pfeilen markiert, denn trotz retrosemiotischer Struktur der determinierenden Zeichenklassen gehorchen diese ja der semiotischen Inklusionsordnung für die trichotomischen Werte von Peirceschen Zeichenklassen ($a \leq b \leq c$):



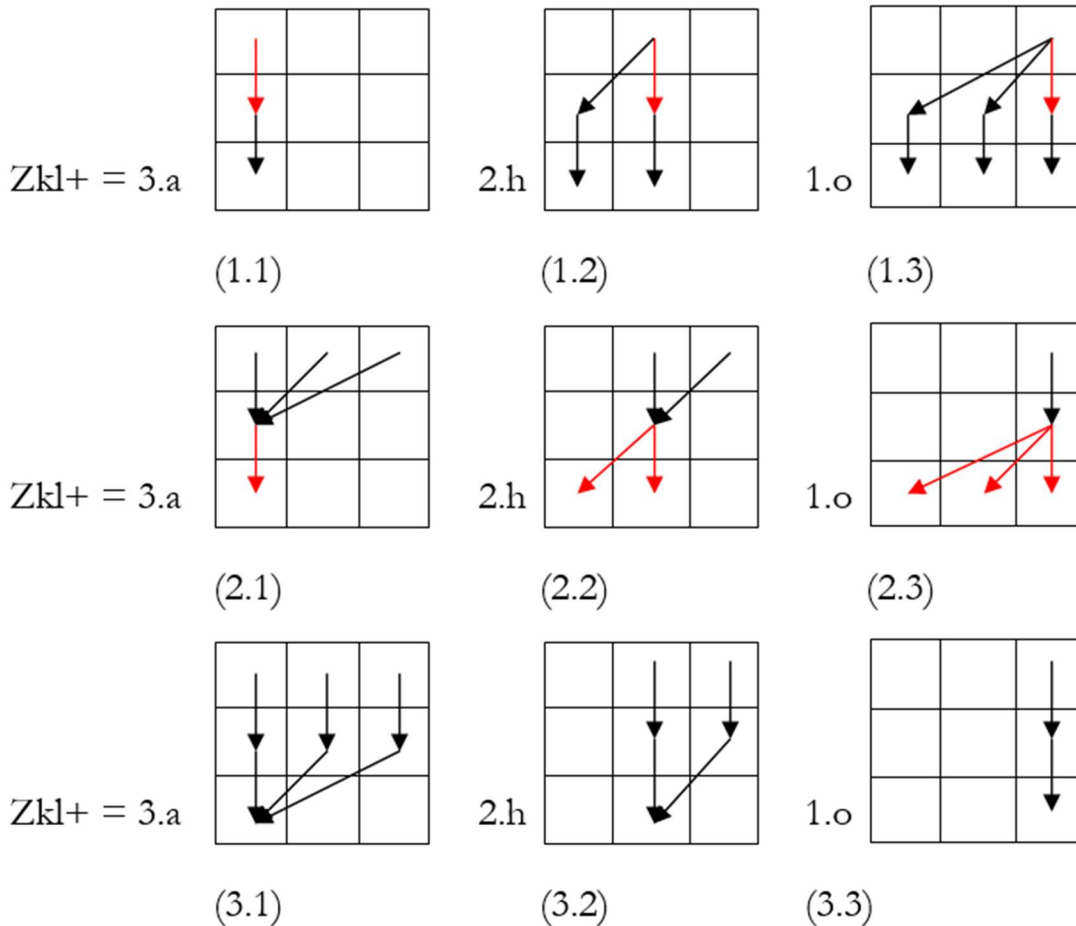
Die Leerform der Matrix soll dabei wie üblich so gefüllt werden, dass in den Zeilen die Trichotomien, in den Spalten die Triaden stehen.

Dann können die möglichen 9 Fälle für je eine determinierende Subzeichenbelegung pro Hauptzeichenbezug wie folgt dargestellt werden. Es gilt natürlich

(1.a) $\in$ Primäre Zeichen

(2.b) $\in$ Sekundäre Zeichen

(3.a) $\in$ Tertiäre Zeichen



Für die semiotische Valenz (sV) der Subzeichen in determinierenden Zeichenklassen gilt also:

$\underline{SV}(1.1) = 3$	$SV(2.1) = 5$	$SV(3.1) = 3$
$\underline{SV}(1.2) = 5$	$SV(2.2) = 9$	$SV(3.2) = 5$
$\underline{SV}(1.3) = 3$	$SV(2.3) = 5$	$SV(3.3) = 3$

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Toth, Alfred, Semiotic covalent bonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads, and triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Semiotische n-Spuren

1. In Toth (2009a, b) wurden semiotische n-Kategorien und n-Morphismen untersucht. Die Idee, welche hinter der Einführung von n-Kategorien steht, basiert auf der auch in der Semiotik nachzuvollziehenden Überlegung, dass man etwa bei den Abbildungen von Primzeichen auf Subzeichen; von Subzeichen auf Zeichenklassen; von Zeichenklassen auf Trichotomische Triaden usw. nicht stets die gleichen Abbildungen bzw. Morphismen verwenden kann und dass sich zusätzlich zu den Pfeilen der klassischen Kategorientheorie neben horizontalen auch vertikale Abbildung unterscheiden lassen können. Bereits 1967 hatte Jean Bénabou diese Vorstellungen anhand der Bi-Kategorien eingeführt.

2. In Toth (2009b) hatten wir folgende Übersicht der semiotischen n-Kategorien gegeben:

$$PZ \rightarrow SZ$$

$$PZ \rightarrow SZP$$

$$PZ \rightarrow \underline{Zkln}/\underline{Rthn}$$

$$PZ \rightarrow \underline{TrTr}$$

$$SZ \rightarrow SZP$$

$$SZ \rightarrow \underline{Zkln}/\underline{Rthn}$$

$$SZ \rightarrow \underline{TrTr}$$

$$SZP \rightarrow \underline{Zkln}/\underline{Rthn}$$

$$SZP \rightarrow \underline{TrTr}$$

$$\underline{Zkln}/\underline{Rthn} \rightarrow \underline{TrTr}$$

$$\alpha := (.1.) \rightarrow (.2.)$$

$$\beta := (.2.) \rightarrow (.3.),$$

seien ferner

$$A, \underline{B} := (\alpha/\beta) \rightarrow (\alpha/\beta)$$

$$\underline{A}, \underline{B} := (A, B) \rightarrow (A, B)$$

$$\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}} := (\underline{A}, \underline{B}) \rightarrow (\underline{A}, \underline{B})$$

$$\underline{\underline{\underline{A}}}, \underline{\underline{\underline{B}}} := (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}) \rightarrow (\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}}), \text{ usw.,}$$

3. Wenn wir nun Spuren im Sinne von Hierarchien von n-Spuren aufeinander abbilden wollen,

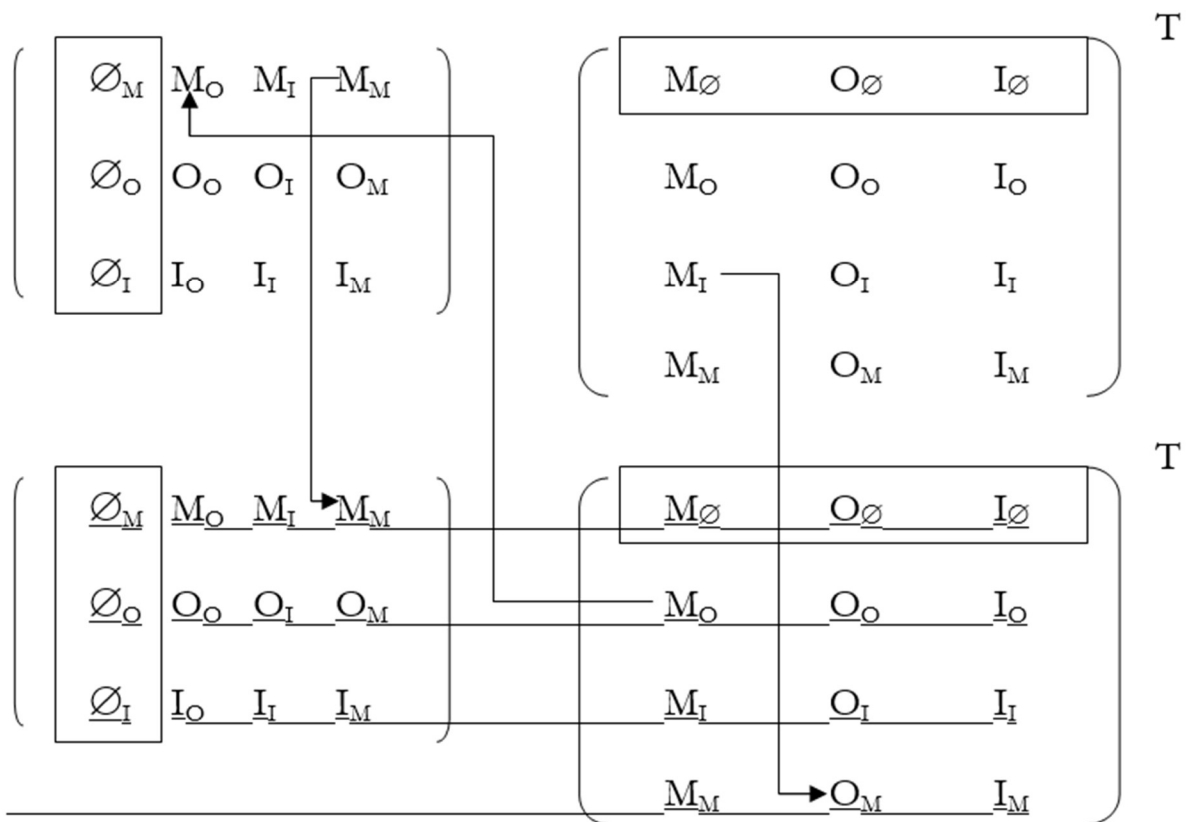
$$A, \underline{B} := (A_B) = (A \rightarrow B)$$

$$\underline{A}, \underline{B} := (\underline{A}_B) \rightarrow (\underline{A} \rightarrow B)$$

$$\underline{\underline{A}}, \underline{B} := (\underline{\underline{A}}_B) \rightarrow (\underline{\underline{A}} \rightarrow B)$$

$$\underline{\underline{A}}, \underline{\underline{B}} := (\underline{\underline{A}}_{\underline{\underline{B}}}) \rightarrow (\underline{\underline{A}} \rightarrow \underline{\underline{B}}), \text{ usw.},$$

dann können wir sowohl die Domänen als auch die als Codomänen dienenden Spuren der Abbildungen den folgenden Spurenmatrizen entnehmen:



Hier sind nur einige Abbildungen der ersten zwei n-Spuren eingetragen, wo sich in den Transponierten die dualen realitätsthematischen Spuren finden, so dass man also nicht nur, wie in der obigen kleinen Tabelle, mit Zkln, sondern auch mit Rthn operieren kann.

$$\begin{array}{c}
 \left(\begin{array}{c|ccc}
 \underline{\emptyset}_M & \underline{M}_O & \underline{M}_I & \underline{M}_M \\
 \underline{\emptyset}_O & \underline{O}_O & \underline{O}_I & \underline{O}_M \\
 \underline{\emptyset}_I & \underline{I}_O & \underline{I}_I & \underline{I}_M
 \end{array} \right) & & \left(\begin{array}{ccc|c}
 \underline{M}_\emptyset & \underline{O}_\emptyset & \underline{I}_\emptyset & \\
 \underline{M}_O & \underline{O}_O & \underline{I}_O & \\
 \underline{M}_I & \underline{O}_I & \underline{I}_I & \\
 \underline{M}_M & \underline{O}_M & \underline{I}_M &
 \end{array} \right) & \begin{array}{c} T \\ T \end{array}
 \end{array}$$

Keine Probleme bieten formal also in Sonderheit Abbildungen von Spuren innerhalb derselben Matrix, bzw. zwischen einer Matrix und ihrer Transponierten, wo also die Domänen und Codomänen Spuren verschiedenen Dualisationsrelationen angehören.

Bibliographie

- Bénabou, Jean, Introduction to bicategories, part I". In: Reports of the Midwest Category Seminar, Lecture Notes in Mathematics 47, S. 1-77
- Toth, Alfred, Übersicht über semiotische n-Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Semiotische n-Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Zur spurenthoretischen Begründung der semiotischen Basistheorie

1. Die Semiotik kann mit Hilfe des Begriffs der Zahl, der Menge und der Kategorie begründet werden (vgl. Toth 2006, S. 11 ff.), als ganz genau wie alle übrigen Gebiete der Mathematik. Basierend auf den bisher veröffentlichten Arbeiten (vgl. z.B. Toth 2009a, b), sollen hier die spurenthoretischen Grundlagen der Semiotik zusammengefasst und ergänzt werden.

2. Spuren können entweder direkt aus den semiotischen Objekten, d.h. den Subzeichen, oder den sie substituierenden kategorientheoretischen Morphismen abgeleitet werden. Der Grund liegt in der von Bense immer wieder hervorgehobenen Doppelnatur der Subzeichen, einerseits statische „Momente“, andererseits aber dynamische „Semiosen“ zu sein (vgl. z.B. Bense 1975, S. 92). Der Unterschied zwischen semiotischen Kategorien und Spuren liegt allerdings, wie bereits öfters hervorgehoben, darin, dass Spuren wegen ihrer gerichteten Codomänen „gerichtete Objekte“ sind, während Kategorien „gerichtete Abbildungen“, d.h. „Pfeile“ sind.

$$\begin{array}{lll} (1.1) = \text{id}_1 & \rightarrow & 1 \rightarrow_1 \\ (1.2) = \alpha & \rightarrow & 1 \rightarrow_2 \\ (1.3) = \beta\alpha & \rightarrow & 1 \rightarrow_3 \\ (2.1) = \alpha^\circ & \rightarrow & 2 \rightarrow_1 = 1 \leftarrow_2 \\ (2.2) = \text{id}_2 & \rightarrow & 2 \rightarrow_2 \\ (2.3) = \beta & \rightarrow & 2 \rightarrow_3 \\ (3.1) = \alpha^\circ\beta^\circ & \rightarrow & 3 \rightarrow_1 = 1 \leftarrow_3 \\ (3.2) = \beta^\circ & \rightarrow & 3 \rightarrow_2 = 2 \leftarrow_3 \\ (3.3) = \text{id}_3 & \rightarrow & 3 \rightarrow_3 \end{array}$$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\left(\begin{array}{cccc} \emptyset \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_2 & 1 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_2 & 1 \leftarrow_2 & 2 \rightarrow_2 & 2 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_3 & 1 \rightarrow_3 & 2 \leftarrow_3 & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 \rightarrow \emptyset & & & 2 \rightarrow \emptyset & & 3 \rightarrow \emptyset \\ & 1 \rightarrow_1 & & 2 \rightarrow_1 & & 3 \rightarrow_1 \\ & 1 \rightarrow_2 & & 2 \rightarrow_2 & & 3 \rightarrow_2 \\ & 1 \rightarrow_3 & & 2 \rightarrow_3 & & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right)$$

3. Das System der Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich auf der Basis der Spurenmatrix als System von Zeichenspuren und Realitätsspuren konstruieren:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_1) \times (1 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \times (2.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 1.3) \rightarrow (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_2) \times (1 \leftarrow_2 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \rightarrow_2 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.2 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 2.3) \rightarrow (2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 2 \rightarrow_3)$$

$$(3.3 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 3.3) \rightarrow (3 \rightarrow_3 \ 2 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (3 \rightarrow_1 \ 2 \leftarrow_3 \ 3 \rightarrow_3)$$

4. Interessanter sieht die Verteilung von Domänen- und Codomänen-Werten bei den 6 Permutationen je Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik aus, vgl. z.B.

$$(1 \leftarrow_3 \ 1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_2 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_2) \times (1 \rightarrow_2 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3)$$

$$(1 \leftarrow_2 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3) \times (1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \rightarrow_2)$$

$$(1 \leftarrow_2 \ 1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_3) \times (1 \rightarrow_3 \ 1 \leftarrow_3 \ 1 \rightarrow_2)$$

$$(1 \rightarrow_3 1 \leftarrow_3 1 \leftarrow_2) \times (1 \rightarrow_2 1 \rightarrow_3 1 \leftarrow_3)$$

$$(1 \rightarrow_3 1 \leftarrow_2 1 \leftarrow_3) \times (1 \rightarrow_3 1 \rightarrow_2 1 \leftarrow_3)$$

Zu den semiotischen Diamanten vgl. Toth (2008, S. 177 ff.).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Ein kategorientheoretisch-spurentheoretisches Semiosemodell. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren

1. Unter einer Spurenklasse verstehen wir eine Zeichenklasse, deren drei (monadische, dyadische und triadische) Bezüge referentiell „unscharf“ sind. Wenn wir für referentielle Unschärfe das Zeichen $\langle$ einführen, können wir definieren:

$$\text{Skl} = ((3.a)\langle (2.b)\langle (1.c)\langle),$$

wobei ein Ausdruck wie $(a.b)\langle$ gleichbedeutend ist mit $a.\langle$ und $.b\langle$, d.h. die Unschärfe kann sich auf die triadischen ebenso wie auf die trichotomischen Bezüge beziehen. Für die Subzeichen gilt dann

$$(3.a) = \{\{3.1\}\langle, \{3.2\}\langle, \{3.3\}\langle\}$$

$$(2.b) = \{\{2.1\}\langle, \{2.2\}\langle, \{2.3\}\langle\}$$

$$(1.c) = \{\{1.1\}\langle, \{1.2\}\langle, \{1.3\}\langle\},$$

d.h. wir können präziser definieren

$$\text{Skl} = \{\{3.a\}, \{2.b\}, \{1.c\}\}.$$

Damit sind allerdings die Bedingungen für eine Potenzmenge für

$$\text{PZ} = \{1, 2, 3\} \text{ (vgl. Bense 1980)}$$

erfüllt, d.h. wir bekommen

$$\mathbb{P}\text{PZ} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\},$$

und hieraus ergibt sich

$$(\emptyset.d) = \{\{\emptyset.1\}\langle, \{\emptyset.2\}\langle, \{\emptyset.3\}\langle\},$$

weshalb wir erneut redefinieren müssen

$$\text{Skl} = \{(\{3.a\}\langle \{2.b\}\langle \{1.c\}\langle, \{\emptyset.d\}\langle\}.$$

2. Man kann somit als Basis zur Konstruktion von Spurenklassen sowie ihren dualen Spurenthematiken die folgende Spurenmatrix sowie ihre Transponierte benutzen:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \emptyset \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_1 & 1 \rightarrow_2 & 1 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_2 & 1 \leftarrow_2 & 2 \rightarrow_2 & 2 \rightarrow_3 \\ \emptyset \rightarrow_3 & 1 \leftarrow_3 & 2 \leftarrow_3 & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccc} 1 \rightarrow \emptyset & 2 \rightarrow \emptyset & 3 \rightarrow \emptyset \\ \hline 1 \rightarrow_1 & 1 \leftarrow_2 & 1 \leftarrow_3 \\ 1 \rightarrow_2 & 2 \rightarrow_2 & 2 \leftarrow_3 \\ 1 \rightarrow_3 & 2 \rightarrow_3 & 3 \rightarrow_3 \end{array} \right)^T$$

Nun sind aber die beiden möglichen Fälle

$$\emptyset \rightarrow_1$$

$$\emptyset \leftarrow_1$$

ambig, denn sie haben zwei Interpretationen:

1. Ein unspezifiziertes Nullzeichen $\emptyset$ wird auf $1 \equiv M$ abgebildet.

2. $\emptyset \rightarrow_1 \rightarrow (\emptyset.1)$.

Ähnlich liegen die Fälle bei den Dualen:

$$1 \rightarrow \emptyset$$

$$1 \leftarrow \emptyset,$$

denn hier hat man die Wahl zwischen

1. Ein $1 \equiv M$ wird auf ein unspezifiziertes Nullzeichen $\emptyset$ abgebildet.

2. $1 \rightarrow \emptyset \rightarrow (1.\emptyset)$.

Zur Beseitigung der Ambiguitäten bei Nullzeichen (d.h. Zeichen, bei denen entweder $D = \emptyset$ oder $C = \emptyset$ oder beide $= \emptyset$ sind) kann man nun festsetzen (vgl. Toth 2009a):

$$1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \{(1 \rightarrow \emptyset_1), (1 \rightarrow \emptyset_2), (1 \rightarrow \emptyset_3)\}$$

$$2 \rightarrow \emptyset \rightarrow \{(2 \rightarrow \emptyset_1), (2 \rightarrow \emptyset_2), (2 \rightarrow \emptyset_3)\}$$

$$3 \rightarrow \emptyset \rightarrow \{(3 \rightarrow \emptyset_1), (3 \rightarrow \emptyset_2), (3 \rightarrow \emptyset_3)\}.$$

mit

$$\{(a \rightarrow \emptyset_1), (b \rightarrow \emptyset_2), (c \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(a \rightarrow \emptyset \rightarrow 1), (b \rightarrow \emptyset \rightarrow 2), (c \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)\}.$$

sowie für die Dualen

$$\times\{(1 \rightarrow \emptyset_1), (1 \rightarrow \emptyset_2), (1 \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(\emptyset_{1 \rightarrow 1}), (\emptyset_{2 \rightarrow 1}), (\emptyset_{3 \rightarrow 1})\}$$

$$\times\{(2 \rightarrow \emptyset_1), (2 \rightarrow \emptyset_2), (2 \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(\emptyset_{1 \rightarrow 2}), (\emptyset_{2 \rightarrow 2}), (\emptyset_{3 \rightarrow 2})\}$$

$$\times\{(3 \rightarrow \emptyset_1), (3 \rightarrow \emptyset_2), (3 \rightarrow \emptyset_3)\} = \{(\emptyset_{1 \rightarrow 3}), (\emptyset_{2 \rightarrow 3}), (\emptyset_{3 \rightarrow 3})\}.$$

$$\text{mit } \{(\emptyset_{1 \rightarrow 3}), (\emptyset_{2 \rightarrow 3}), (\emptyset_{3 \rightarrow 3})\} = \{(\emptyset \rightarrow a \rightarrow 3), (\emptyset \rightarrow a \rightarrow 3), (\emptyset \rightarrow a \rightarrow 3)\}.$$

3. Ausdrücke wie

$$\{(a \rightarrow \emptyset \rightarrow 1), (b \rightarrow \emptyset \rightarrow 2), (c \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)\}$$

oder

$$\{(\emptyset \rightarrow a \rightarrow 3), (\emptyset \rightarrow a \rightarrow 3), (\emptyset \rightarrow a \rightarrow 3)\}$$

können nun nur dann als Spuren interpretiert werden, wenn es sich bei den Doppelabbildungen und homogene Kompositionen der abstrakten Gestalt

$$(a \rightarrow b) \circ (b \rightarrow c) = (a \rightarrow c)$$

handelt. Dieses Schema erlaubt uns nun aber, sämtliche Spuren und nicht nur diejenigen, bei denen entweder die Domäne, die Codomäne oder beide = $\emptyset$ sind, als Bi-Spuren einzuführen:

$$(1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (1 \rightarrow 1)$$

$$(1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2)$$

$$(1 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow 3)$$

$$(2 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (2 \rightarrow 1)$$

$$(2 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (2 \rightarrow 2)$$

$$(2 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (2 \rightarrow 3)$$

$$(3 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 1) = (3 \rightarrow 1)$$

$$(3 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 2) = (3 \rightarrow 2)$$

$$(3 \rightarrow 3) \circ (3 \rightarrow 3) = (3 \rightarrow 3),$$

d.h. wir haben nun statt einfachen Spuren der Form

$$a \rightarrow c$$

fortan solche der Form

$$a_{b \rightarrow c}$$

wozu wir die entsprechenden Bi-Spuren-Matrizen bilden können:

$$\left(\begin{array}{c|ccc} \emptyset \rightarrow_1 & 1_{1 \rightarrow 1} & 1_{1 \rightarrow 2} & 1_{1 \rightarrow 3} \\ \emptyset \rightarrow_2 & 1_{1 \leftarrow 2} & 2_{2 \rightarrow 2} & 2_{2 \rightarrow 3} \\ \emptyset \rightarrow_3 & 1_{1 \leftarrow 3} & 2_{2 \leftarrow 3} & 3_{3 \rightarrow 3} \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccc} 1_{\rightarrow \emptyset} & 2_{\rightarrow \emptyset} & 3_{\rightarrow \emptyset} \\ \hline 1_{1 \rightarrow 1} & 1_{1 \leftarrow 2} & 1_{1 \leftarrow 3} \\ 1_{1 \rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{2 \leftarrow 3} \\ 1_{1 \rightarrow 3} & 2_{\rightarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array} \right)^T$$

Man beachte also, dass für duale Subzeichen innerhalb der gleichen Matrizen (d.h. für die symmetrischen Paare) gilt:

$$(2.1) = (2_{1 \rightarrow 1}) = (1_{1 \leftarrow 2})$$

$$(3.1) = (3_{1 \rightarrow 1}) = (1_{1 \leftarrow 3})$$

$$(3.2) = (3_{2 \rightarrow 2}) = (2_{2 \leftarrow 3}).$$

Wenn man nun sowohl zwei- als auch drei-dimensionale Subzeichen (vgl. Toth 2009b) mit Hilfe von Bi-Spuren definiert, kann man den Unterschied auf die Homogenität bzw. Inhomogenität der entsprechenden Bi-Spuren zurückführen; vgl. z.B.

$$(1_{1 \rightarrow 2}) = (1 \rightarrow 1) \circ (1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow 2) = (1.2) (= \alpha) \quad [\text{homogen: 2-dim. Sz}],$$

aber

$(1_{2 \rightarrow 3}) = (1 \rightarrow 2) \circ (2 \rightarrow 3) = (1.2.3)$ [inhomogen: 3-dim. Sz].

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III, 3 (1980), S. 287-294

Toth, Alfred, Zeichen und Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Eine symmetrische, nicht-quadratische semiotische Matrix und ihre Zeichenklassen

1. In der Vergangenheit hatten wir zahlreiche alternative semiotische Matrizen zusätzlich zur bekannten symmetrischen und quadratischen 3×3 Matrix konstruiert. Erst die Einführung des Nullzeichens hat aber kürzlich eine neue semiotische Matrix, und zwar eine 4×4 -Matrix mit einem nicht-definierten reflexiven Eintrag, zu Tage gebracht, die ich hiermit vorstellen möchte und deren über ihr konstruierbare Zeichenklassen ich ebenfalls präsentieren möchte.

2. Da die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist, haben wir

$$M_1 = \emptyset \subset \{1\} \quad \Rightarrow \quad (\emptyset.1, 1.\emptyset)$$

$$M_2 = \emptyset \subset \{2\} \quad \Rightarrow \quad (\emptyset.2, 2.\emptyset)$$

$$M_3 = \emptyset \subset \{3\} \quad \Rightarrow \quad (\emptyset.3, 3.\emptyset)$$

$$M_4 = \emptyset \subset \{1, 2\} \quad \Rightarrow \quad (\emptyset.1, 1.\emptyset, \emptyset.2, 2.\emptyset)$$

$$M_5 = \subset \{2, 3\} \quad \Rightarrow \quad (\emptyset.2, 2.\emptyset, \emptyset.3, 3.\emptyset)$$

$$M_6 = \emptyset \subset \{1, 2, 3\} \Rightarrow (\emptyset.1, 1.\emptyset, \emptyset.2, 2.\emptyset, \emptyset.3, 3.\emptyset).$$

Zusammenfassend ergibt sich

$$\cup (M_1 \dots M_6) = (\emptyset.1, \emptyset.2, \emptyset.3; 1.\emptyset, 2.\emptyset, 3.\emptyset).$$

Hieraus können wir die folgende 4×4 Matrix konstruieren:

	Ø	1	2	3
Ø	*Ø.Ø Ø.1	Ø.2	Ø.3	
1	1.Ø	1.1	1.2	1.3
2	2.Ø	2.1	2.2	2.3
3	3.Ø	3.1	3.2	3.3

3. Über dieser Matrix lassen sich $35-1 = 34$ (vgl. Toth 2008a, S. 216 ff.) Zeichenklassen konstruieren:

1. 3.0 2.0 1.0 0.1

2. 3.0 2.0 1.0 0.2

3. 3.0 2.0 1.0 0.3

4. 3.0 2.0 1.1 0.1

5. 3.0 2.0 1.1 0.2

6. 3.0 2.0 1.1 0.3

7. 3.0 2.0 1.2 0.2

8. 3.0 2.0 1.2 0.3

9. 3.0 2.0 1.3 0.3

10. 3.0 2.1 1.1 0.1

11. 3.0 2.1 1.1 0.2

12. 3.0 2.1 1.1 0.3

13. 3.0 2.1 1.2 0.2

14. 3.0 2.1 1.2 0.3

15. 3.0 2.1 1.3 0.3

16. 3.0 2.2 1.2 0.2

17. 3.0 2.2 1.2 0.3

18. 3.0 2.2 1.3 0.3

19. 3.0 2.3 1.3 0.3

20. 3.1 2.1 1.1 0.1

21. 3.1 2.1 1.1 0.2

22. 3.1 2.1 1.1 0.3

23. 3.1 2.1 1.2 0.2

24. 3.1 2.1 1.2 0.3

25. 3.1 2.1 1.3 0.3

26. 3.1 2.2 1.2 0.2

27. 3.1 2.2 1.2 0.3

28. 3.1 2.2 1.3 0.3

29. 3.1 2.3 1.3 0.3

30. 3.2 2.2 1.2 0.2

31. 3.2 2.2 1.2 0.3

32. 3.2 2.2 1.3 0.3

33. 3.2 2.3 1.3 0.3

34. 3.3 2.3 1.3 0.3

Es „fehlt“ also zu den erwartungsgemässen 35 Zeichenklassen einer quadratischen und symmetrischen 4×4 Matrix die Zeichenklasse

35 $*(3.0 \ 2.0 \ 1.0 \ 0.0)$,

allein ein Subzeichen (0.0) tritt nicht auf, weil, wie Max Bense bemerkte, Kategorialzahlen nie den Wert $k = 0$ erhalten können (1975, S. 66), denn 0-stellige Relationen sind ja nichts anderes als Objekte, und diese können im Gegensatz zu Zeichen (Sein des Seins des Seins ...) nicht iteriert werden (*Stein des Steins des Steins ...). Somit nimmt also die abstrakte Zeichenklasse

$ZR+ = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$ mit $a, b, c \in \{.0, .1, .2, .3\}$ und $d \in \{.1, .2, .3\}$

eine Mittelstellung ein zwischen der quadratischen tetradisch-tetratomischen Zeichenklasse

$ZR(4,4) = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$ mit $a, b, c, d \in \{.0, .1, .2, .3\}$, vgl. Toth (2008a, S. 216 ff.)

und der in Toth (2008b) eingeführte nicht-quadratischen tetradisch-trichotomischen „präsemitischen“ Zeichenklasse

$ZR(4,3) = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$ mit $a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}$,

wo also das Nullzeichen nur in der Trichotomie, nicht in der Triade definiert ist (und sich somit ein grosses Problem bzgl. der Realitätsthematiken ergibt).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (= 2008b)

Die 5 semiotischen Basismatrizen und ihre Dualsysteme

1. Kaehr (2008, S. 7) hat vier polykontexturale Matrizen als Teilmatrizen einer tetradisch-tetratomischen Matrix vorgestellt. Im folgenden gebe ich sie wieder als monokontexturale und vier polykontexturale semiotische triadisch-trichotomische Matrizen, bei denen also von Schritt zu Schritt jeweils die Komplexität um eine Kontextur erhöht wird.

1.1. Monokontexturale semiotische Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

1.2. 1-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{pmatrix}$$

1.3. 2-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_{1,2} \\ 3.1_1 & 3.2_{1,2} & 3.3_{1,2} \end{pmatrix}$$

1.4. 3-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

1.5. 4-kontexturale Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

2. Wenn man nun die 5 mal 10 Dualsysteme über diesen 5 Matrizen konstruiert, stellt man fest, dass beim Übergang von 1.1. zu 1.2. (Qualitätssprung) punkt formalen Neuerungen nichts passiert. In Sonderheit ist Eigenrealität auch in der 1-kontexturalen Matrix noch erhalten. Vergleicht man 1.3 mit 1.4, d.h. die 2- mit der 3-kontexturalen Matrix, so erkennt man, die in ersterer auch das Subzeichen (2.3) und seine Konverse (3.2) nicht mehr dualidentisch ist, dass dies aber nur für 2 und nicht für 3 Kontexturen gilt, denn in der 3-kontexturalen Matrix sind nur die genuinen Subzeichen (identitiven Morphismen) nicht mehr dualinvariant (was ihre Kontexturenzahlen betrifft). Verhältnismässig einfach schaut auch der Übergang von der 3- zur 4-kontexturalen Matrix aus, da hier jede Kontexturzahl einfach um die 4 ergänzt wird.

2.1. Monokontexturale Dualsysteme

1. $(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \quad \times \quad (1.1 \ 1.2 \ 1.3)$
2. $(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \quad \times \quad (2.1 \ 1.2 \ 1.3)$
3. $(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \quad \times \quad (3.1 \ 1.2 \ 1.3)$
4. $(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \quad \times \quad (2.1 \ 2.2 \ 1.3)$
5. $(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \quad \times \quad (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$
6. $(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \quad \times \quad (3.1 \ 3.2 \ 1.3)$
7. $(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \quad \times \quad (2.1 \ 2.2 \ 2.3)$
8. $(3.2 \ 2.2 \ 1.3) \quad \times \quad (3.1 \ 2.2 \ 2.3)$
9. $(3.2_2 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3 \ 3.2_2 \ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3} \ 2.3_2 \ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3 \ 3.2_2 \ 3.3_{3,2})$

2.2. 1-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.1_1) \times (1.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
2. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
3. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
4. $(3.1_1 \ 2.2_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_1 \ 1.3_1)$
5. $(3.1_1 \ 2.2_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 2.2_1 \ 1.3_1)$
6. $(3.1_1 \ 2.3_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_1 \ 1.3_1)$
7. $(3.2_1 \ 2.2_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_1 \ 2.3_1)$
8. $(3.2_1 \ 2.2_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 2.2_1 \ 2.3_1)$
9. $(3.2_1 \ 2.3_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_1 \ 2.3_1)$
10. $(3.3_1 \ 2.3_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_1 \ 3.3_1)$

2.3. 2-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.1_1) \times (1.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
2. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
3. $(3.1_1 \ 2.1_1 \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_1)$
4. $(3.1_1 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1)$
5. $(3.1_1 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1)$
6. $(3.1_1 \ 2.3_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_{2,1} \ 1.3_1)$
7. $(3.2_{1,2} \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_{2,1})$
8. $(3.2_{1,2} \ 2.2_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_{2,1})$
9. $(3.2_{1,2} \ 2.3_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_{2,1} \ 2.3_{2,1})$
10. $(3.3_{1,2} \ 2.3_{1,2} \ 1.3_1) \times (3.1_1 \ 3.2_{2,1} \ 3.3_{2,1})$

2.4. 3-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
2. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
3. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
4. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
5. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
6. $(3.1_3 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 1.3_3)$
7. $(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$
8. $(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$
9. $(3.2_2 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3} \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 3.3_{3,2})$

2.5. 4-kontexturale Dualsysteme

1. $(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4}) \times (1.1_{4,,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
2. $(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
3. $(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
4. $(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3})$
5. $(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3})$
6. $(3.1_{3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 1.3_{4,3})$
7. $(3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4}) \times (2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 2.3_{4,2})$
8. $(3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 2.3_{4,2})$
9. $(3.2_{2,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 2.3_{4,2})$
10. $(3.3_{2,3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4}) \times (3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 3.3_{4,3,2})$

Wie gesagt, bei dieser Art von Darstellung wird im Gegensatz zu Kaehrs Verfahren ausgeblendet, dass z.B. 3-kontexturale Systeme Fragmente 4-kontexturaler sind, usw.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008)

Dekompositorische semiotische Systeme

1. Bereits Ditterich (1990, S. 18) hatte darauf hingewiesen, dass die semiotische Matrix von Bense

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \hline 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \right)$$

eine dyadische Teilmatrix enthält, die nach Ditterich die saussuresche dyadische Zeichenkonzeption widerspiegelt, die man wie folgt formalisieren könnte

$$Z_r = (\text{Signifikant} \rightarrow \text{Signifikat}) = (1.a \rightarrow 2.b),$$

so dass also gilt

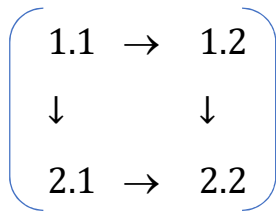
$$Z_r \subset Z_R = (1.a \rightarrow 2.b) \subset (3.a \rightarrow (2.b \rightarrow 1.c)).$$

2. So verlockend diese Zuordnung der Blockmatrix zur semiotischen Matrix ist, so irreführend kann sie sein, denn dieser Teilmatrix fehlen gerade die drittheitlichen Mittel- und Objektbezüge, welche für die von Saussure zum Gesetz erhobene „Arbitrarität des Zeichens“ bzw. des „Bandes“ zwischen Signifikant und Signifikat, d.h. des triadischen Morphismus

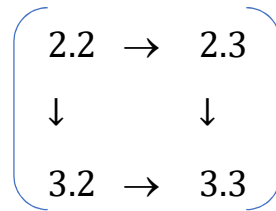
$$\rightarrow \alpha \text{ in } (1.a) \rightarrow (2.b)$$

verantwortlich sind. Erst Kaehr (2009, S. 4) hat im Rahmen seiner semiotischen Dekompositionstheorie die folgenden 3 Teilmatrizen bzw. „sub-system decompositions“ herausgestellt:

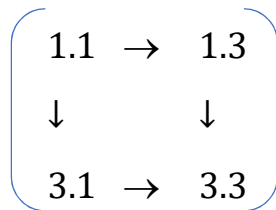
2.1. Semiotisches Sub-System 1



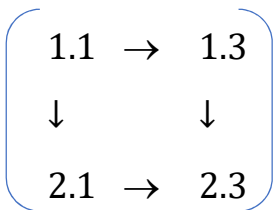
2.2. Semiotisches Sub-System 2



2.3. Semiotisches Sub-System 3



Wenn man sich nun diese drei Dekompositionen ansieht, erkennt man, dass zwar in SSS3 (1.3), aber nicht (2.3), in SS2 (2.3), aber nicht (1.3), und dass ferner das Icon (2.1), welches den Objektbezug der für Saussure so wichtigen Onomatopoetika und der Typen „motivierter Arbitrarität“ darstellt, nur in SSS1 enthalten ist. Daraus folgt, dass die saussuresche Semiotik durch keine dieser Teilmatrizen abgedeckt wird. Wir können aber einfach die folgende Matrix zusammenbasteln:



Sie enthält wirklich alles, was an semiotischem Gerüst bei Saussure vorhanden ist: die motivierten „Bänder“ ($1.1 \rightarrow 2.1$), die unmotivierten „Bänder“ ($1.3 \rightarrow 2.3$) und das jeweils ganze Intervall der Signifikanten- ($[1.1, 1.3]$) und der Signifikatenseite ($[2.1, 2.3]$). Eine solche Matrix ist nun zwar eine Teilmatrix der benseschen semiotischen Matrix, aber sie ist **keine semiotische Dekomposition** der benseschen Matrix. Der Schluss dieser Arbeit ist daher, dass die rekon-

struierbare Matrix der saussureschen Semiologie und die bensesche semiotische Matrix nichts miteinander zu tun haben.

Bibliographie

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in Diamond semiotics.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009)

Diagonalvariationen kontexturierter Matrizen

1. Die Normalform der semiotischen Matrix einer 3-kontexturalen Semiotik ist nach Kaehr (2008)

$$1. \text{ PZR} = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$$

	$(.1.)_{1,3}$	$(.2.)_{1,2}$	$(.3.)_{2,3}$
$(.1.)_{1,3}$	$1.1_{1,3}$	1.2_1	1.3_3
$(.2.)_{1,2}$	2.1_1	$2.2_{1,2}$	2.3_2
$(.3.)_{2,3}$	3.1_3	3.2_2	$3.3_{2,3}$

Ausgehend von der Überlegung, dass in einer n-kontexturalen Semiotik nur die genuinen Subzeichen, d.h. die Elemente der Diagonalen der Matrix, (n-1) kontexturale Indizes bekommen, und die übrigen Subzeichen (n-2), kann man nun die Diagonal-Elemente permutieren. In einer 3-kontexturalen Semiotik ergeben sich daraus natürlich $3! = 6$ Matrizen, welche also sozusagen "Nebenmatrizen" sind, über denen sich wiederum neue Dualsysteme konstruieren lassen.

$$2. \text{ PZR} = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{2,3}, (.3.)_{1,2}$$

	$(.1.)_{1,3}, (.2.)_{2,3}, (.3.)_{1,2}$
$(.1.)_{1,3}$	$1.1_{1,3}$ 1.2_3 1.3_1
$(.2.)_{2,3}$	2.1_3 $2.2_{2,3}$ 2.3_2
$(.3.)_{1,2}$	3.1_1 3.2_2 $3.3_{1,2}$

$$3. \text{PZR} = (.1.)_{1,2}, (.2.)_{2,3}, (.3.)_{1,3}$$

	$(.1.)_{1,2}$	$(.2.)_{2,3}$	$(.3.)_{1,3}$
$(.1.)_{1,2}$	$1.1_{1,2}$	1.2_2	1.3_1
$(.2.)_{2,3}$	2.1_2	$2.2_{2,3}$	2.3_3
$(.3.)_{1,3}$	3.1_1	3.2_3	$3.3_{1,3}$

$$4. \text{PZR} = (.1.)_{1,2}, (.2.)_{1,3}, (.3.)_{2,3}$$

	$(.1.)_{1,2}$	$(.2.)_{1,3}$	$(.3.)_{2,3}$
$(.1.)_{1,2}$	$1.1_{1,2}$	1.2_1	1.3_2
$(.2.)_{1,3}$	2.1_1	$2.2_{1,3}$	2.3_3
$(.3.)_{2,3}$	3.1_2	3.2_3	$3.3_{2,3}$

$$5. \text{PZR} = (.1.)_{2,3}, (.2.)_{1,3}, (.3.)_{1,2}$$

	$(.1.)_{2,3}$	$(.2.)_{1,3}$	$(.3.)_{1,2}$
$(.1.)_{2,3}$	$1.1_{2,3}$	1.2_3	1.3_2
$(.2.)_{1,3}$	2.1_3	$2.2_{1,3}$	2.3_1
$(.3.)_{1,2}$	3.1_2	3.2_1	$3.3_{1,2}$

6. PZR = (.1.)_{2,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{1,3}

	(.1.) _{2,3}	(.2.) _{1,2}	(.3.) _{1,3}
(.1.) _{2,3}	1.1 _{2,3}	1.2 ₂	1.3 ₃
(.2.) _{1,2}	2.1 ₂	2.2 _{1,2}	2.3 ₁
(.3.) _{1,3}	3.1 ₃	3.2 ₁	3.3 _{1,3}

Wenn wir nun z.B. die erste Trichotomische Triade nehmen, sieht sie unkontexturiert so aus:

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.1 1.3).

Wir können nun aber jede Zeichenklasse gemäss den 6 Matrizen kontexturieren und bekommen

(3.1₃ 2.1₁ 1.1_{1,3}) (3.1₃ 2.1₁ 1.2₁) (3.1₃ 2.1₁ 1.3₃)

(3.1₁ 2.1₃ 1.1_{1,3}) (3.1₁ 2.1₁ 1.2₃) (3.1₁ 2.1₃ 1.3₁)

(3.1₁ 2.1₂ 1.1_{1,2}) (3.1₁ 2.1₂ 1.2₂) (3.1₁ 2.1₂ 1.3₁)

(3.1₂ 2.1₁ 1.1_{1,2}) (3.1₂ 2.1₁ 1.2₁) (3.1₂ 2.1₁ 1.3₂)

(3.1₂ 2.1₃ 1.1_{2,3}) (3.1₂ 2.1₃ 1.2₃) (3.1₂ 2.1₃ 1.3₂)

(3.1₃ 2.1₂ 1.1_{2,3}) (3.1₃ 2.1₂ 1.2₂) (3.1₃ 2.1₂ 1.3₃)

Hinzu kommen die erweiterten strukturellen Möglichkeiten für die Realitätsthematiken.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics,

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Matrizen mit unvollständigen Subzeichenrelationen

1. Kaehr (2009, S. 17 f.) hat drei Beispiele von durch semiotische Super-Operatoren („SOPS“) veränderte semiotische Matrizen gegeben, mit der Konsequenz, dass sie nun hinsichtlich des je einen Auftretens eines der neun kartesischen Produkte der drei Primzeichen (.1.), (.2.), (.3.) unvollständig sind. Anders gesagt: bei den folgenden Kaehrschen Matrizen ist die Bedingung der paarweisen Verschiedenheit der neun Subzeichen in semiotischen Matrizen verletzt.

2.1. „Normalform“ der 3-kontexturalen semiotischen Matrix ist die folgende, die bereits in Kaehr (2008) eingeführt worden war. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass in den Spalten und Zeilen Produkte der Primzeichen stehen, und zwar sind die Subzeichen kartesische Produkte der Primzeichen, und bei der Multiplikation der Kontexturenzahlen bleiben nur jene bei einem Subzeichen, welche sowohl den Spalten als auch den Zeilen angehören

$$\begin{array}{c} \mathbf{3 - contextural\ semiotic\ matrix} \\ \\ \text{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \text{MM} & .1_{1,3} & .2_{1,2} & .3_{2,3} \\ 1_{1,3} & \mathbf{1.1_{1,3}} & \mathbf{1.2_1} & \mathbf{1.3_3} \\ 2_{1,2} & \mathbf{2.1_1} & \mathbf{2.2_{1,2}} & \mathbf{2.3_2} \\ 3_{2,3} & \mathbf{3.1_3} & \mathbf{3.2_2} & \mathbf{3.3_{2,3}} \end{pmatrix} \end{array}$$

2.2. Reflexionsmatrix. Während die 1. Triade der Subzeichen wie bei 2.1. ist, erscheint (1.2) an (2.2) zu (2.1) gespiegelt, das somit doppelt auftaucht. Ferner findet sich statt der 3. Triade die horizontal an der 2. Trichotomie gespiegelte 1. Triade, so dass also nicht nur (2.1), sondern auch (1.2) doppelt aufscheinen. Während die Nebendiagonale der Normalform erhalten ist, besteht die Hauptdiagonale aus den Element (2.2) und (1.1), wobei letzteres auf die untere Hälfte der Diagonale gespiegelt wird, so dass es also in dieser Matrix weder (2.3) noch (3.2) und auch kein (3.3) gibt:

3 – contextual semiotic matrix [id, red, id]

$$\text{Sem}_{[\text{id}, \text{red}, \text{id}]}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \text{MM} & .1_{1,3} & .2_{1,2} & .3_{2,3} \\ 1_{1,3} & \mathbf{1.1}_{1,3} & \mathbf{1.2}_1 & \mathbf{1.3}_3 \\ 2_{1,2} & \mathbf{2.1}_1 & \mathbf{2.2}_{1,1} & \mathbf{1.2}_1 \\ 3_{2,3} & \mathbf{3.1}_3 & \mathbf{2.1}_1 & \mathbf{1.1}_{1,3} \end{pmatrix}$$

2.3. Interaktionsmatrix. Hier fehlen die Subzeichen (1.2) / (2.1). Haupt- und Nebendiagonalen sind aber im Gegensatz zu 2.2 erhalten. Allerdings treffen wir hier erstmals, dass Kontexturenzahlen nicht mehr eineindeutig auf die Subzeichen abgebildet sind, denn (2.3) tritt mit zwei verschiedenen Kontexturenzahlen auf, von denen eine identisch in mit denen von (3.3).

3 – contextual semiotic matrix [bif, id, id]

$$\text{Sem}_{(\text{bif}, \text{id}, \text{id})}^{(3,2,2)} = \begin{pmatrix} [\clubsuit, \spadesuit, \heartsuit] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{1,3} & \mathbf{2.3}_{2,3} & \mathbf{1.3}_3 \\ 2 & \mathbf{3.2}_{2,3} & \mathbf{2.2}_{1,2} & \mathbf{2.3}_2 \\ 3 & \mathbf{3.1}_3 & \mathbf{3.2}_2 & \mathbf{3.3}_{2,3} \end{pmatrix}$$

2.4. Replikationsmatrix. Replikation meint nach Kaehr, dass ein System $S_{i,j} \rightarrow S_{i,j+1}$ verändert wird, d.h. bei den Diagonalelementen der Replikationsmatrix wird $(1.1)_{1,3} \rightarrow (1.1)_{1,1,3}$, $(2.2)_{1,2} \rightarrow (2.2)_{1,1,2}$ (und $(3.3)_{2,3} \rightarrow (3.3)_{2,2,3}$, das jedoch nicht realisiert ist). Dafür ist die Replikation von (1.2) und $(1.2)^\circ = (2.1)$ realisiert. Im Unterschied dazu würde die zugehörige Iterationsmatrix auf System $S_{i,j} \rightarrow S_{i+1,j}$ beruhen, so dass wir also z.B. für Hauptdiagonale hätten: $(1.1)_{1,3} \rightarrow (1.1)_{1,3,3}$, $(2.2)_{1,2} \rightarrow (2.2)_{1,2,2}$ und $(3.3)_{2,3} \rightarrow (3.3)_{2,3,3}$.

3 – contextual semiotic matrix [repl, id, id]

$$\text{Sem}_{(\text{repl}, \text{id}, \text{id})}^{(3,2,2)} = \begin{pmatrix} \text{MM} & .1_{1,3} & .2_{1,2} & .3_{2,3} \\ 1_{1,3} & \mathbf{1.1}_{1,1,3} & \mathbf{1.2}_{1,1} & \mathbf{1.3}_3 \\ 2_{1,2} & \mathbf{2.1}_{1,1} & \mathbf{2.2}_{1,1,2} & \mathbf{2.3}_2 \\ 3_{2,3} & \mathbf{3.1}_3 & \mathbf{3.2}_2 & \mathbf{3.3}_{2,3} \end{pmatrix}$$

3. Wo liegt also der Zweck dieser unvollständigen Matrizen? Es handelt sich hier um systemische, eben durch Super-Operatoren bewirkte Einschränkungen semiotischer Modelle, dies im Gegensatz zur „klassischen“ Semiotik, bei der Beschränkungen speziell sozusagen „von aussen“ formuliert werden müssen, ohne z.T. motiviert werden zu können. So verlangt etwa die Einführung der Zeichen von Peirce 1. Die Beschränkung auf n-adische Relation mit $n = 3$. 2. Die paarweise Verschiedenheit der Relata, d.h. Gebilde wie *3.a 3.b 2.c oder *2.a 1.c 1.d usw., wie sie durch die obigen Matrizen hergestellt werden, sind ohne innersystematische Begründung ausgeschlossen. Die interpretatorische Begründung, ein Zeichen bedürfe eben (genau) eines Interpretanten, (genau) eines Objektes und (genau) eines Mittels, wird ja durch die Definition festgesetzt, sollte also vor ihr und nicht erst nach erscheinen. 3. Die Inklusionsordnung der Trichotomien $a \leq b \leq c$, die der Abfolge der Triaden $a < b < c$ (vgl. die gestirnten = falschen Beispiele oben!) widerspricht. Wird also ein System mit Operatoren wie den Kaehrschen SOPS eingeführt und erweisen sich diese unabhängig von der Semiotik für formale Systeme als zweckmässig, so käme ein Verbot etwa der „unvollständigen“ Matrizen mit ihren „unvollständigen“ Zeichenklassen und Realitätsthematiken etwa dem gleich, wenn jemand auf die Idee käme, andere als natürliche Zahlen zu verbieten, die Primzeichen erst ab 7 beginnen zu lassen oder das Radizieren als unzulässige mathematische Operation zu verbieten.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics,

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Das räumliche Vorgänger- und Nachfolgersystem kontexturierter Peirce-Zahlen

1. Bereits dann, wenn man die Peirce-Zahlen in triadische (tdP) einerseits und in trichotomische (ttP) andererseits aufspaltet, bemerkt man, dass die linearen Vorgänger- und Nachfolgerrelationen nicht übereinstimmen:

$$\text{tdP} = (1. \rightarrow (1. \rightarrow 2.) \rightarrow (1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.))$$

$$\text{ttP} = (.a \leq .b \leq .c), \text{ mit } a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$$

2. Anhand der semiotischen Matrix

$$1.1 \rightarrow 1.2 \rightarrow 1.3$$

$$\downarrow \searrow \downarrow \searrow \downarrow$$

$$2.1 \rightarrow 2.2 \rightarrow 2.3$$

$$\downarrow \searrow \downarrow \searrow \downarrow$$

$$3.1 \rightarrow 3.2 \rightarrow 3.3$$

kann man zeigen, dass jedes Subzeichen genau 3 Nachfolger und 3 Vorgänger, von (1.1) und (3.3) natürlich abgesehen, hat, nämlich zwei orthogonale und einen diagonalen Nachfolger/Vorgänger. Ferner hat jedes Subzeichen, vom ersten und letzten wiederum abgesehen, einen unbestimmten Vorgänger und Nachfolger, vgl. (1.2) : (2.1), (1.3) : (2.2), (2.2) : (3.1), usw. Mit anderen Worten: Bereits als monokontexturale Zahlen gehen die Peirce-Zahlen an Komplexität weit über die Peano-Zahlen hinaus:

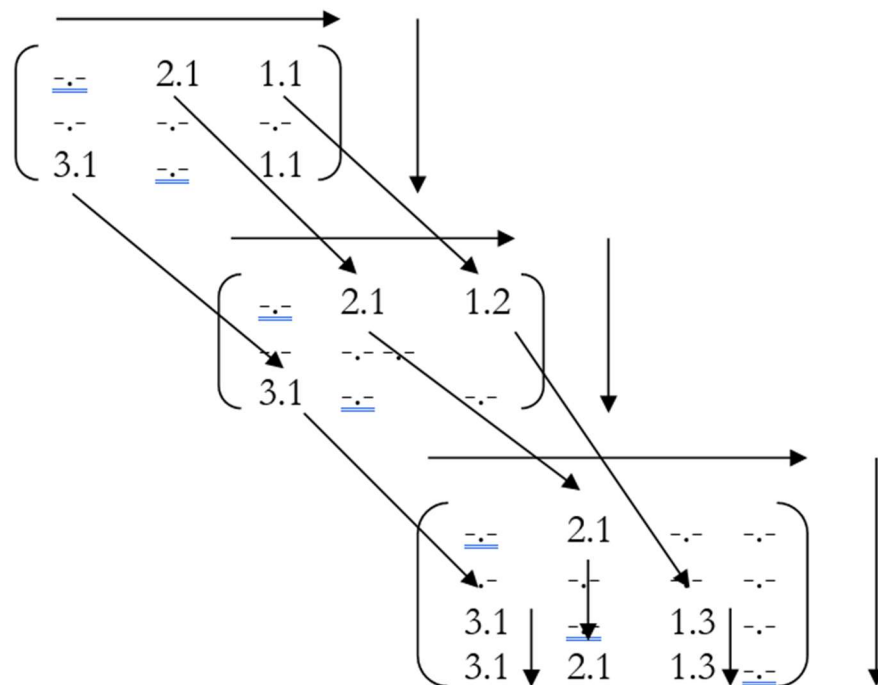
$$\left. \begin{array}{l} 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \\ 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \end{array} \right\} \equiv 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$$

2. Sobald man nun die Peirce-Zahlen kontexturiert, wie dies Kaehr (2008) getan hat

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

benötigt man statt der linearen und der ebenen eine räumliche Darstellung, um die Vorgänger- und Nachfolgerrelationen darzustellen (vgl. Toth 2009). Im folgenden seien die ersten drei Zeichenklassen der ersten trichotomischen Triade dargestellt, von denen die ersten zwei in 3 und die dritte in 4 Kontexturen liegen. Man kann somit anhand dieses einfachen Beispiels nicht nur die Nachfolge der Subzeichen und der Zeichenklassen, sondern auch noch diejenige der durch sie besetzten Kontexturen aufzeigen:

1. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3})$
2. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1)$
3. $(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4})$



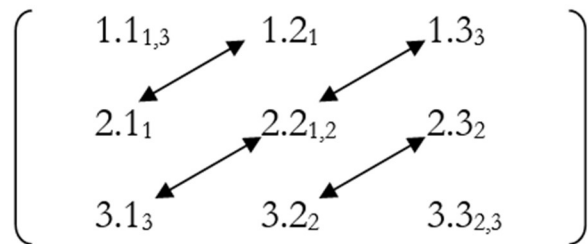
Es gilt also:

$$\sigma(3.1_3) = (3.1_{3,4}), (3.2_2), (3.2_{2,4}), (3.3_{2,3}), (3.3_{2,3,4})$$

$$\sigma(2.1_1) = (2.1_{1,4}), (2.2_{1,2}), (2.2_{1,2,4}), (2.3_{2,3}), (2.3_{2,3,4})$$

$$\sigma(1.1_{1,3}) = (1.1_{1,3,4}), (1.2_1), (1.2_{1,4}), (1.3_3), (1.3_{3,4}).$$

Was die unbestimmten Peirce-Zahlen-Vorgänger und –Nachfolger anbetrifft, so bleiben sie interessanterweise auch in den kontexturierten Matrizen unbestimmt.



Es gilt sogar für die Kontexturalzahl-Summen der Nebendiagonalen: $3 = 1 + 2$ (!).

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Toth, Alfred, Mehrdeutige Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie

1. Dass das monokontexturale Peircesche Zeichen aufgrund seiner relationalen Definition für alle drei Bourbakischen Teilgebiete der Mathematik, d.h. für Algebra, Ordnungstheorie und Topologie, relevant ist, dürfte spätestens seit Toth (2006) bekannt sein. In Toth (2003, 2009f) wurde darüberhinaus nachgewiesen, dass das triadische Zeichen nicht nur für die quantitative, sondern auch für die qualitative Mathematik relevant ist.

2. Zum Nachweis, dass das Peircesche monokontexturale Zeichen die Anforderungen, eine quantitative Zahl zu sein, erfüllt, beweisen wir zuerst die Isomorphie der Peirceschen Semiotik mit dem Körper der reellen (2.1.) und hernach mit dem Körper der komplexen Zahlen (2.2.).

2.1. Sei K die Menge mit den Elementen 0 und 1, d.h. $K = \{0, 1\}$, und den zwei inneren Verknüpfungen Addition ("+") und Multiplikation ("·"), die wie folgt definiert seien:

$$0 + 0 = 0 \qquad 0 \cdot 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 \qquad 0 \cdot 1 = 0$$

$$1 + 0 = 1 \qquad 1 \cdot 0 = 0$$

$$1 + 1 = 0 \qquad 1 \cdot 1 = 1$$

Es wird gezeigt, dass K die Körperaxiome erfüllt. Die Kommutativität der Addition ist erfüllt:

$$0 + 0 = 0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 1 + 1 = 0$$

Die Assoziativität der Addition ebenfalls:

$$0 + (0 + 0) = (0 + 0) + 0 = 0$$

$$0 + (0 + 1) = (0 + 0) + 1 = 1$$

$$0 + (1 + 0) = (0 + 1) + 0 = 1$$

$$1 + (0 + 1) = (1 + 0) + 1 = 0$$

$$1 + (1 + 0) = (1 + 1) + 0 = 0$$

$$1 + (1 + 1) = (1 + 1) + 1 = 1$$

Die Kommutativität der Multiplikation ist erfüllt:

$$0 \cdot 0 = 0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1$$

Ebenso die Assoziativität der Multiplikation:

$$0 \cdot (0 \cdot 0) = (0 \cdot 0) \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot (0 \cdot 1) = (0 \cdot 0) \cdot 1 = 0$$

$$0 \cdot (1 \cdot 0) = (0 \cdot 1) \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot (0 \cdot 1) = (1 \cdot 0) \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot (1 \cdot 0) = (1 \cdot 1) \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot (1 \cdot 1) = (1 \cdot 1) \cdot 1 = 1$$

Gültig sind auch die Distributivgesetze:

$$0 \cdot (0 + 0) = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0 \qquad (0 + 0) \cdot 0 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot (0 + 1) = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0 \qquad (0 + 1) \cdot 0 = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot (1 + 0) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0 \qquad (1 + 0) \cdot 0 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot (0 + 1) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 1 \qquad (0 + 1) \cdot 1 = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1$$

$$1 \cdot (1 + 0) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 1 \qquad (1 + 0) \cdot 1 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 1$$

$$1 \cdot (1 + 1) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \qquad (1 + 1) \cdot 1 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0$$

Auch die Umkehrbarkeit der Addition ist erfüllt:

$$0 - 0 = 0 + 0 = 0$$

$$0 - 1 = 0 + 1 = 1$$

$$1 - 0 = 1 + 0 = 1$$

$$1 - 1 = 1 + 1 = 0,$$

d.h. $x = b - a = b + a$. Entsprechendes gilt für die Umkehrbarkeit der Multiplikation.

Mit Hilfe der Körperaddition können nun Subzeichen, Zeichenklassen, Realitätsthematiken und weitere semiotische Gebilde addiert werden. Wegen $1 + 1 = 0$ bleiben in der Summenmatrix jeweils gerade jene Subzeichen weg, die in beiden Summandenmatrizen auftreten. Beispiel:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) + (3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (1.1 \ 1.3).$$

In Matrizendarstellung:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Für je zwei Summanden A und B und ihre Summe C einer Körperaddition gilt somit: $C = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. Die Körperaddition erweist sich damit als semiotische inverse Durchschnittsbildung. Doch auch die Körpermultiplikation hat einen angebbaren semiotischen Sinn. Weil das Produkt 1 nur durch die Multiplikation $1 \cdot 1$ entsteht, bleiben in der Produktmatrix jeweils gerade jene Subzeichen zurück, die in beiden Faktorenmatrizen auftreten. Die Körpermultiplikation erweist sich somit als semiotische Durchschnittsbildung

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \cdot (3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (3.1 \ 2.1).$$

In Matrizendarstellung:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Für je zwei Faktoren A und B und ihr Produkt C einer Körpermultiplikation gilt somit: $C = (A \cap B)$.

2.2. Wir wollen nun nachweisen, dass die Körper **S** und **C** zueinander isomorph sind. Da wir in 2.1. die Isomorphie von **S** und $\mathbb{R}$ bereits nachgewiesen haben,

können wir uns hier auf den Nachweis beschränken, dass die komplexen Zahlen $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ und $(0, -1)$ die Anforderungen an einen Körper erfüllen.

Die Kommutativität der Addition ist erfüllt:

$$\begin{aligned}(0, 0) + (1, 0) &= (1, 0) + (0, 0) = (1, 0) \\ (0, 0) + (0, 1) &= (0, 1) + (0, 0) = (0, 1) \\ (0, 0) + (-1, 0) &= (-1, 0) + (0, 0) = (-1, 0) \\ (0, 0) + (0, -1) &= (0, -1) + (0, 0) = (0, -1)\end{aligned}$$

Die Assoziativität der Addition ist erfüllt:

$$\begin{aligned}(0, 0) + [(0, 0) + (1, 0)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (1, 0) = (1, 0) \\ (0, 0) + [(1, 0) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (1, 0)] + (0, 0) = (1, 0) \\ (0, 0) + [(0, 0) + (0, 1)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (0, 1) = (0, 1) \\ (0, 0) + [(0, 1) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (0, 1)] + (0, 0) = (0, 1) \\ (0, 0) + [(0, 0) + (-1, 0)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (-1, 0) = (-1, 0) \\ (0, 0) + [(-1, 0) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (-1, 0)] + (0, 0) = (-1, 0) \\ (0, 0) + [(0, 0) + (0, -1)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (0, -1) = (0, -1) \\ (0, 0) + [(0, -1) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (0, -1)] + (0, 0) = (0, -1)\end{aligned}$$

Die Kommutativität der Multiplikation ist erfüllt:

$$\begin{aligned}(0, 0) \cdot (1, 0) &= (1, 0) \cdot (0, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot (0, 1) &= (0, 1) \cdot (0, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot (-1, 0) &= (-1, 0) \cdot (0, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot (0, -1) &= (0, -1) \cdot (0, 0) = (0, 0)\end{aligned}$$

Die Assoziativität der Multiplikation ist erfüllt:

$$\begin{aligned}(0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (1, 0)] &= [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (1, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot [(1, 0) \cdot (0, 0)] &= [(0, 0) \cdot (1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (0, 1)] &= [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (0, 1) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot [(0, 1) \cdot (0, 0)] &= [(0, 0) \cdot (0, 1)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (-1, 0)] &= [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (-1, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot [(-1, 0) \cdot (0, 0)] &= [(0, 0) \cdot (-1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (0, -1)] &= [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (0, -1) = (0, 0) \\ (0, 0) \cdot [(0, -1) \cdot (0, 0)] &= [(0, 0) \cdot (0, -1)] \cdot (0, 0) = (0, 0)\end{aligned}$$

Gültig sind auch die Distributivgesetze:

$$\begin{aligned}
(0, 0) \cdot [(0, 0) + (1, 0)] &= [(0, 0) + (1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\
(0, 0) \cdot [(1, 0) + (0, 0)] &= [(1, 0) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\
(0, 0) \cdot [(0, 0) + (0, 1)] &= [(0, 0) + (0, 1)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\
(0, 0) \cdot [(0, 1) + (0, 0)] &= [(0, 1) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\
(0, 0) \cdot [(0, 0) + (-1, 0)] &= [(0, 0) + (-1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\
(0, 0) \cdot [(-1, 0) + (0, 0)] &= [(-1, 0) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\
(0, 0) \cdot [(0, 0) + (0, -1)] &= [(0, 0) + (0, -1)] \cdot (0, 0) = (0, 0) \\
(0, 0) \cdot [(0, -1) + (0, 0)] &= [(0, -1) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)
\end{aligned}$$

Der Nachweis der Umkehrbarkeit der Addition und Multiplikation wird entsprechend dem Vorgehen bei den reellen Zahlen geführt (vgl. 2.1.).

3. Die „Isomorphie“ (die es polykontextural nicht gibt, und am wenigstens zwischen einem monokontexturalen und einem polykontexturalen System) der quantitativen Peirceschen Semiotik und der in Toth (2009a-e) geschaffenen qualitativen Semiotik zeigen wir im folgenden für die Proto-, Deutero- und Trito-Struktur getrennt dadurch, dass wir die 3-kontexturale polykontexturale Semiotik auf die 10 Peirceschen Zeichenklassen abbilden.

3.1. Proto-Semiotik → Peirce-Semiotik

$$000 \rightarrow (3.1 \ 2.1 \ 1.1), (3.2 \ 2.2 \ 1.2), (3.3 \ 2.3 \ 1.3)$$

$$001 \rightarrow (3.1 \ 2.1 \ 1.2), (3.1 \ 2.1 \ 1.3), (3.2 \ 2.2 \ 1.3)$$

$$012 \rightarrow (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

3.2. Deutero-Semiotik → Peirce-Semiotik

$$000 \rightarrow (3.1 \ 2.1 \ 1.1), (3.2 \ 2.2 \ 1.2), (3.3 \ 2.3 \ 1.3)$$

$$001 \rightarrow (3.1 \ 2.1 \ 1.2), (3.1 \ 2.1 \ 1.3), (3.2 \ 2.2 \ 1.3)$$

$$012 \rightarrow (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

Die beiden Abbildungssysteme 3.1. und 3.2. sind also identisch. Wegen Proto- und Deutero-Äquivalenz können nur 7 der 10 Peirceschen Zeichenklassen abgebildet werden.

3.3. Trito-Semiotik → Peirce-Semiotik

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

010 → *(3.1 2.2 1.1), *(3.1 2.3 1.3), *(3.2 2.3 1.2).

011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

012 → (3.1 2.2 1.3)

Neben den 10 Peirceschen Zeichenklassen werden hier also auch die drei irregulären *-Zeichenklassen abgebildet.

4. Zusammenfassend halten wir fest, dass die Peircesche Semiotik sowohl zu den quantitativen Körpern der reellen und der komplexen Zahlen als auch zu den qualitativen Strukturen der 3-kontexturalen Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen isomorph sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Hochzeit und Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie IV. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie V. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009e

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009f

Semiotische Matrizen als Vermittlungssysteme

1. In der Mathematik und in der Semiotik, die ein Teilgebiet von ihr ist, unterscheiden wir nach Toth (2009) drei Zahlenarten:

1.1. die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen $\subset \mathbb{N}$

tdP = (1, 2, 3)

1.2. die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen $\subset qZ$

ttP = (A, B, C)

1.3. die quanti-qualitativen/quali-quantitativen Vermittlungszahlen

VZ = (a.X)/(X.a), mit $a \in \{1, 2, 3\}$ und $X \in \{A, B, C\}$.

2. Damit erhalten wir folgende neue semiotische Matrix

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	<u>A.B</u>	<u>A.C</u>	A.1	A.2	A.3
B	B.A	<u>B.B</u>	<u>B.C</u>	B.1	B.2	B.3
C	C.A	<u>C.B</u>	<u>C.C</u>	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ- qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ- quantitative Zahlen

wobei die Nebendiagonale der Matrix

(C.A) (B.B) (A.C) (3.1) (2.2) (1.c)

die qualitative-quantitative Determinante, und die Hauptdiagonale

(1.A) (2.B) (3.C) (A.1) (B.2) (C.3)

die quantitativ-qualitative/qualitativ-quantitative Diskriminante der Matrix ist.

Die bemerkenswerte Folgerung ist, dass es somit zwar wahr ist, dass die Konzeptionen der quantitativen und der qualitativen Zahlen der Semiotik präexistent sind - wobei dies für die genuin-semiotischen Vermittlungszahlen nicht gilt -, dass sie aber alle in der semiotischen Matrix und also in der Semiotik und weder in der Mathematik noch in der Logik angelegt sind. Damit stellt sich als dringende Frage: Ist es möglich, die Mathematik, und zwar in allen ihren Teil Hauptteilen, d.h. der Theorie der quantitativen Zahlen, der Theorie der qualitativen Zahlen und der Theorie der Vermittlungszahlen, aus der semiotischen Matrix zu begründen?

Bibliographie

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Matrizenbelegungen bei der Erzeugung von Trichotomien durch Abbildungen qualitativer Zahlen

1. In Toth (2009) wurde aufgezeigt, dass die 3-kontexturalen Proto-Zahlen folgende Trichotomien der triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichenrelation erzeugen:

PS $\rightarrow$ Tr

000 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3)

Ferner wurde festgestellt, dass die Abbildung der 3-kontexturalen Deutero-Zahlen DS $\rightarrow$ Tr dasselbe Resultat erbringt.

Erst die Abbildung der 3-kontexturalen Trito-Zahlen erzeugt sämtliche 10 Peirceschen Trichotomien der allgemeinen Form

Tr = (x.a, y.b z.c) mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$ und $a \leq b \leq c$:

TS $\rightarrow$ Tr

000 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

011 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3)

zuzüglich der irregulären Zeichenklasse

010 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.1), (3.2 2.3 1.2),

die, wie in Toth (2009) gezeigt wurde, eine Teilmenge der durch die reflektierte Kontextur ${}_3\mathcal{A}$ erzeugten Trichotomien sind (vgl. Kronthaler 1986, S. 47) sind.

2. Im folgenden soll aufgezeigt werden, wie die den Trichotomien entsprechenden Matrizenbelegungen parallel zum Aufbau der 5 qualitativen 3-Trito-Zahlen aussehen.

TS $\rightarrow$ Tr

2.1. 000 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.1)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.2. 000 $\rightarrow$ (3.2 2.2 1.2)

1.1 **1.2** 1.3

2.1 **2.2** 2.3

3.1 **3.2** 3.3

2.3. 000 $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

1.1 1.2 **1.3**

2.1 2.2 **2.3**

3.1 3.2 **3.3**

2.4. 001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2)

1.1 **1.2** 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.5. 001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.3)

1.1 1.2 **1.3**

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.6. 001 $\rightarrow$ (3.2 2.2 1.3)

1.1 1.2 **1.3**

2.1 **2.2** 2.3

3.1 **3.2** 3.3

2.7. 011 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.2)

1.1 **1.2** 1.3

2.1 **2.2** 2.3

3.1 3.2 3.3

2.8. 011 $\rightarrow$ (3.1 2.3 1.3)

1.1 1.2 **1.3**

2.1 2.2 **2.3**

3.1 3.2 3.3

2.9. 011 $\rightarrow$ (3.2 2.3 1.3)

1.1 1.2 **1.3**

2.1 2.2 **2.3**

3.1 **3.2** 3.3

2.10. 012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3)

1.1 1.2 **1.3**

2.1 **2.2** 2.3

3.1 3.2 3.3

Die Nebendagonale der Matrix wird also erst am Schluss erzeugt, nachdem die Iterationen und Positionen der Werte 1 und 2 erschöpft sind. Wie man sieht, tritt die nunmehr komplette Wertreihe antiparallel auf:

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ (Trichotomie)

$1 \leftarrow 2 \leftarrow 3$ (Triade),

d.h. die Triade wird ganz am Schluss der Wertbelegungen der 3-Trito-Strukturen geschaffen, woraus also folgt, dass die Realitätsthematik einer Zeichenklasse primordial und die Zeichenthematik sekundär, d.h. abgeleitet ist.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.
Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of
Mathematical Semiotics, 2009

Polyadische semiotische Relationen

1. Von mir selbst (vgl. Toth 2008) und auch von Kaehr (2008) wurde die Möglichkeit vorgeschlagen, die triadisch-trichotomische Peircesche Semiotik zu erweitern. Ein weiterer Vorschlag betrifft den Versuch, Peirce bekannte 66 Zeichenklassen als dekadisch-dekatomische Relationen zu konstituieren (vgl. Bogarin 2002). Auf der anderen Seite ist bekannt, dass das Saussuresche Zeichenmodell dyadisch ist – wobei hier keine dichotomische Unterscheidung gemacht wird, eine solche wurde z.B. von de Couto (1981) versucht. Ferner gibt es sogar bei Bense die wohl ursprünglichste Konzeption des Zeichens als 1-stelliger Seinsfunktion, d.h. des monadischen Zeichens (Bense 1976, S. 26).

2. Eine Erweiterung des Peirceschen Zeichenmodells muss zweierlei berücksichtigen:

2.1. Die rein mathematisch-logische, d.h. relationentheoretische Erweiterung muss einhergehen mit sinnvollen Interpretationen, da die Semiotik für sich beansprucht, nicht wie die Logik und Mathematik mit syntaktischen Tokens, sondern mit Zeichen, die Bedeutung und Sinn tragen, zu rechnen.

2.2. Es muss zwischen den folgenden drei relationentheoretischen Erweiterungen unterschieden werden:

2.2.1. n-adische Erweiterung allein, d.h. 3-/4-/5- ... -adisch-trichotomisch.

2.2.2. n-atomische Erweiterung allein, d.h. z.B. 3-adisch-4-/5-/6- ... atomisch.

2.2.3. n-adisch/n-atomische Erweiterungen, d.h. tetradisch-tetratomisch, pentadisch-pentatomische, hexadisch-hexatomische, usw.

Zu den bisherigen Versuchen vgl. z.B. Toth (2008, S. 214 ff., Toth 2009a). Zahlreiche Untersuchungen zu tetradisch-tetratomischen Matrizen und Zeichenrelationen findet sich in Kaehrs neu zu einem Buch zusammengefassten Studien (Kaehr 2009).

3. Ein weiteres Problem, auf das m.W. nie Bezug genommen wurde, ist, dass die Peirceschen Fundamentalkategorien von Bense (1980) ja explizit als Primzeichen eingeführt wurden und zwar analog zu den ersten drei Primzahlen 1, 2, 3, die 1 hier also ausnahmsweise mitgezählt. Erweitert man also nach 2.2.1.,

dann stellt sich die Frage, auf welche der beiden folgenden Weisen man erweitert:

3.1. 3-adisch, 4-adisch, 5-adisch, ...

3.2. 3-adisch, 5-adisch, 7-adisch,

also ob nach 3.1. einfach natürliche Zahlen eingesetzt werden können oder diese, wie in 3.2. prim sein müssen, denn auch wenn Bense das in der genannten Publikation nicht so sagt, so scheint das Primsein seiner Ansicht nach das konstitutive Merkmal von Kategorien zu sein, wenigstens was die Peircesche Reduktion der bekannten längeren Kategorientafeln betrifft. So gibt es z.B. bei Peirce keine Kategorie der Zufälligkeit, weil sich diese aus den Kategorien der Möglichkeit und der Wirklichkeit zusammensetzt und also nicht prim ist. Umgekehrt gibt es in der üblichen ontologischen Deutung der Modallogik keine Kategorie der Wirklichkeit (vgl. Menne 1991, S. 57), weil man sich diese als aus Möglichkeit und Notwendigkeit zusammengesetzt denken kann. Kategorien sind also bereits für Peirce offenbar weniger apriorische Denkformen als disjunkte Zerlegungen von Modalität, d.h. prime Partitionen. Vieles spricht also dafür, dass die Methode 3.2 der Methode 3.1. vorzuziehen ist.

4. Nun besagt Schröders Theorem, dass alle n-adischen (polyadischen) Relationen auf dyadische Relationen zurückführbar sind. Peirce Reduktionstheorem besagt dagegen, dass sich alle n-adischen Relationen auf tradische Relationen zurückgeführt werden lassen (vgl. Toth 2007, S. 173 ff.). Wenn wir nun z.B. die 5stellige Relation

Zkl = (5.a 4.b 3.c 2.d 1.e)

in Triaden zerlegen wollen, dann gibt es folgende zweimal 9 Möglichkeiten (ohne Permutationen) – auf der linken Seite mit nicht-primen und auf der rechten Seite mit primen Kategorien:

1. (5.a 4.b 3.c) 1'. (7.a 5.b 3.c)

2. (5.a 4.b 2.d) 2'. (7.a 5.b 2.d)

3. (5.a 4.b 1.e) 3'. (7.a 5.b 1.e)

4. (5.a 3.c 2.d) 4'. (7.a 3.c 2.d)

5. (5.a 3.c 1.e) 5'. (7.a 3.c 1.e)

6. (4.b 3.c 2.d) 6'. (5.b 3.c 2.d)

7. (4.b 3.c 1.3) 7'. (5.b 3.c 1.3)

8. (4.b 2.d 1.e) 8'. (5.b 2.d 1.e)

9. (3.c 2.d 1.e) 9'. (3.c 2.d 1.e)

Behandelt man diese Zeichenrelationen nun als rein abstrakte Relationen, so sind die 9 Fälle auf der linken Seite sehr schnell erledigt: sie sind alle isomorph zu

(3.a 2.b 1.c)

und damit zur gewöhnlichen triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichenrelation. Dies ist allerdings nicht der Fall mit den 9 Fällen auf der rechten Seiten, denn keine der 5 primen Kategorien 7, 5, 3, 2, 1 ist durcheinander teilbar, so dass sie somit alle irreduzibel und nicht zueinander isomorph sind.

Nachdem wir nun Peirces Theorem mit zwei völlig verschiedenen Ergebnissen angewandt haben, wenden wir Schröders Theorem an zerlegen die Pentaden in Dyaden:

1. (5.a 4.b 3.c) $\equiv$ (5.a 4.b) (4.b 3.c)

2. (5.a 4.b 2.d) $\equiv$ (5.a 4.b) (4.b 2.d)

3. (5.a 4.b 1.e) $\equiv$ (5.a 4.b) (4.b 1.e)

4. (5.a 3.c 2.d) $\equiv$ (5.a 3.c) (3.d 2.d)

5. (5.a 3.c 1.e) $\equiv$ (5.a 3.c) (3.c 1.e)

6. (4.b 3.c 2.d) $\equiv$ (4.b 3.c) (3.c 2.d)

7. (4.b 3.c 1.e) $\equiv$ (4.b 3.c) (3.c 1.e)

8. (4.b 2.d 1.e) $\equiv$ (4.b 2.d) (2.d 1.e)

9. (3.c 2.d 1.e) $\equiv$ (3.c 2.d) (2.d 1.e)

1'. (7.a 5.b 3.c) $\equiv$ (7.a 5.b), (7.a 3.c), (5.b 3.c)

2'. (7.a 5.b 2.d) $\equiv$ (7.a 5.b), (7.a 2.d), (5.b 2.d)

3'. (7.a 5.b 1.e) $\equiv$ (7.a 5.b), (7.a 1.e), (5.b 1.e)

4'. (7.a 3.c 2.d) $\equiv$ (7.a 3.c), (7.a 2.d), (3.c 2.d)

5'. (7.a 3.c 1.e) $\equiv$ (7.a 3.c), (7.a 1.e), (3.c 1.e)

6'. (5.b 3.c 2.d) $\equiv$ (5.b 3.c), (5.b 2.d), (3.c 2.d)

7'. (5.b 3.c 1.e) $\equiv$ (5.b 3.c), (5.b 1.e), (3.c 1.e)

8'. (5.b 2.d 1.e) $\equiv$ (5.b 2.d), (5.b 1.e), (2.d 1.e)

9'. (3.c 2.d 1.e) $\equiv$ (3.c 2.d), (3.c 1.3), (2.d 1.3)

Wie man also erkennt, kann man zwar Pentaden und höhere polyadische Relationen sowohl in Triaden als auch in Dyaden zerlegen, aber die Ergebnisse sind verschieden: Bei nicht-primen Kategorien sind sämtliche Triaden (evtl. unter Anwendung eines „Normalformoperators“) zueinander isomorph, bei primen Kategorien ist dies nicht der Fall. Dementsprechend ist auch die weitere Zerlegung der Triaden in Dyaden nicht isomorph. Anforderung 2.1. ist jedenfalls nur dann gegeben, wenn man zusätzliche Kategorien als prime einführt.

5. Was nun die Anforderungen 2.2. betrifft, also die unterschiedliche Erweiterung von Relationen nach –aden oder –tomien, so herrschen bei den –tomien praktisch keine Begrenzungen. Wie in Toth (2009b) dargestellt, stehen die –aden ja für Objektskonstanten, so dass hier die Primheit im Sinne der individuellen Unteilbarkeit eine Rolle spielt, dies ist aber nicht der Fall bei den –tomien, die ja für Subjektivariablen stehen, so dass einfach bei jedem Schritt der linearen Peanoprogression ein Subjekt mehr dazu kommt (und damit polykontextural gesehen natürlich einen weiteren ontologischen Ort für sich beansprucht). Da jedes Subjekt 1, 2, 3, ..., an sich als Individuum eingeführt, entfällt hier also die Limitationsforderung an Primheit der –tomischen Kategorien.

Bibliographie

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

- Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294
- Bogarin, Jorge, Zeichen der Ästhetik: Die Zeichenklasse des ästhetischen Zustands als zehnstellige Relation. In: Bayer, Udo/Gfesser, Karl (Hrsg.), Kontinuum der Zeichen. Stuttgart 2002, S. 113-128
- de Couto, Hildo Honorio, Sign relations. In: LACUS 8, 1981, S. 148-162
- Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)
- Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. Digitalisat:
<http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf>
- Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 3. Aufl. Darmstadt 1991
- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
- Toth, Alfred, Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Zwei kardinale semiotische Masszahlen

1. Bevor die Aufsätze (Toth 2008a, b) erschienen waren, gab es nur ein kardinales semiotisches Mass: die von Bense eingeführten Repräsentationswerte (vgl. Bense/Walther 1973, S. 85). Hierzu werden die von uns so bezeichneten triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen als natürliche Zahlen aufgefasst und von allen Subzeichen die Quersummen errechnet, d.h.

$$\text{tdP} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\text{ttP} \rightarrow \mathbb{N}$$

Dieses Verfahren ist allein deshalb fragwürdig, weil es als dritte semiotische Zahlen noch die (vermittelnden) Relationszahlen gibt; so gilt nach Bense

$$\text{Rpw}(1.2) = \text{Rpw}(2.1) = 3$$

$$\text{Rpw}(1.3) = \text{Rpw}(3.1) = 4$$

$$\text{Rpw}(2.3) = \text{Rpw}(3.2) = 5,$$

wobei stillschweigend unterstellt wird, dass ein trichotomischer Schritt ebenso viel „wiegt“ wie ein triadischer, obwohl andererseits Trichotomien als „Feindifferenzierungen der Triaden“ aufgefasst werden. Nun ist aber die ordinale Gradation nach Peano das Hauptkriterium, um von der Reihe der natürlichen Zahlen zu sprechen; gerade dieses Kriterium ist jedoch bei den Peirce-Zahlen nicht erfüllt; davon abgesehen, dass sie keine lineare Progression kennen. So ist etwa bei den obigen Paaren (1.2) : (2.1), (1.3) : (3.1), (2.3) : (3.2) nicht klar, ob die Bewegung vorwärts oder rückwärts geht. Ausser flächigem Zählen kennen die Peirce-Zahlen ferner das diagonale Zählen – eben genau bei den Relationszahlen, die sowohl zwischen tdP als auch zwischen ttP vermitteln (Toth 2009a, b).

2. Eine weitere Möglichkeit eines kardinalen semiotischen Masses sind die Valenzzahlen, die sich pro Subzeichen danach berechnen, wie viele „unmittelbar benachbarte“ Subzeichen es „regiert“. Dieser freilich mit der gegebenen quantitativen Mathematik schwer präziser ausdrückbare Sachverhalt meint, dass eine Peirce-Zahl nicht per se (wie die natürlichen Zahlen und sämtliche übrigen quantitativen Zahlen), sondern nur abhängig von ihrer Position in der semiotischen Matrix über einen bestimmten, einzig von

ihrer Relation abhängigen Valenzwert hat. Die Valenzwertbestimmung geht also aus von der folgenden Matrix:

1.1 $\Leftrightarrow$ 1.2 $\Leftrightarrow$ 1.3

$\downarrow\uparrow \nearrow\swarrow\nwarrow\searrow \downarrow\uparrow \nearrow\swarrow\nwarrow\searrow \downarrow\uparrow$

2.1 $\Leftrightarrow$ 2.2 $\Leftrightarrow$ 2.3

$\downarrow\uparrow \nearrow\swarrow\nwarrow\searrow \downarrow\uparrow \nearrow\swarrow\nwarrow\searrow \downarrow\uparrow$

3.1 $\Leftrightarrow$ 3.2 $\Leftrightarrow$ 3.3

Die entsprechende Valenzzahl-Matrix sieht also wie folgt aus

3 5 3

4 8 5

3 5 3,

während die repräsentationswertige Matrix wie folgt aussieht:

2 3 4

3 4 5

4 5 6

Die beiden Wert-Matrizen stimmen also nur für die Relationalzahl (2.3) : (3.2) überein.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads, and triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Bond structures of sign classes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In:
Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Polykontexturale komplexe Zeichenklassen

1. Bevor R. Kaehr (2008) die Möglichkeit, Zeichenklassen zu kontexturieren einführte, schlug ich verschiedene Modelle für polykontexturale Zeichenklassen vor, die auf der Einbettung der kategorialen Nullheit in die triadische Zeichenrelation beruhten (vgl. Toth 2008). Eine kategoriale Nullheit wurde ja bereits durch Bense (1975, S. 44, 45, 65 f.) (und in seiner Nachfolge v.a. von Stiebing) supponiert, wobei Bense auch von der Ebene der „disponiblen“ Kategorien bzw. „kategorialen Objekten“ und in seiner Gänze vom (dem „semiotischen Raum“) entgegengesetzten „ont(olog)ischen“ Raum sprach. Grob gesagt, betrifft also die Einbettung der kategorialen Nullheit in die Zeichenklasse deren „Verlängerung“ bis zum Ursprung der Semiose, d.h. dem Objekt.

2.1. Einbettung der Nullheit in reelle Zeichenklassen

$$ZR(re) = (3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow ZR(re)^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$$

2.2. Einbettung der Nullheit in komplexe Zeichenklassen

$$ZR(co) = (3.ai \ 2.bi \ 1.ci) \rightarrow ZR(co)^* = (3.ai \ 2.bi \ 1.ci \ 0.di)$$

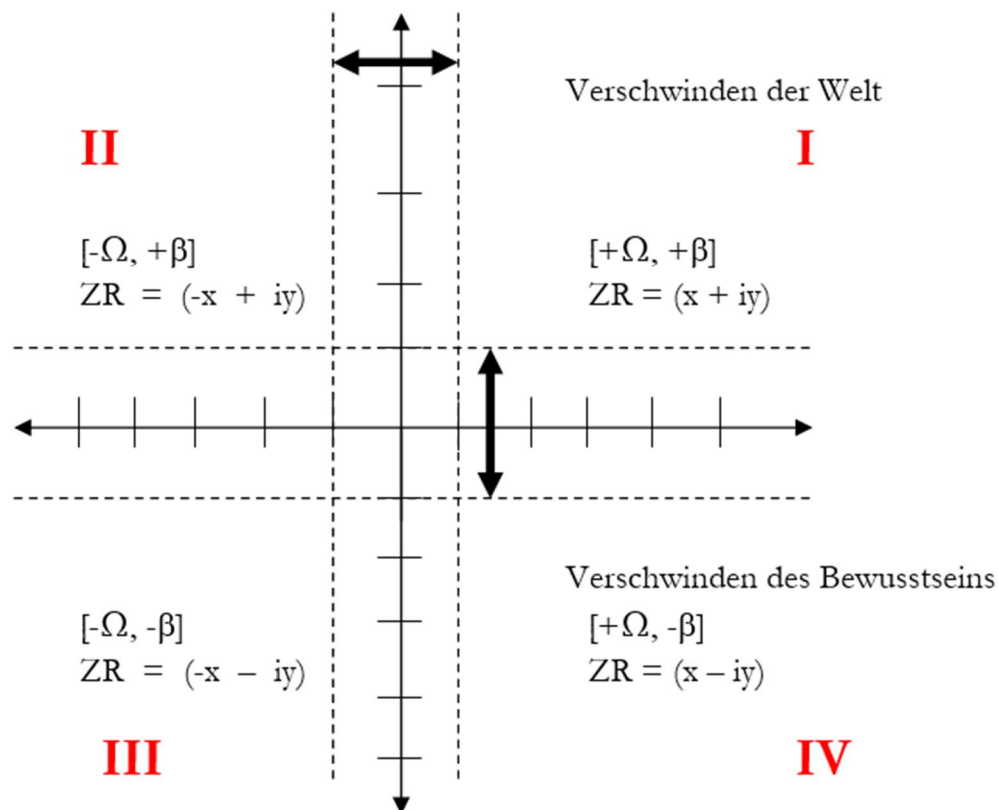
Nun haben die entsprechenden Realitätsthematiken die folgende Form:

$$Rth(re) = (c.1 \ b.2 \ a.3) \rightarrow Rth(re)^* = (d.0 \ c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$Rth(co) = (ci.1 \ bi.2 \ ai.3) \rightarrow Rth(co)^* = (di.0 \ ci.1 \ bi.2 \ ai.3),$$

d.h. Zeichenklassen und/oder Realitätsthematiken starten oder enden an der die reelle Objektrelation bezeichnenden Abszisse oder der die imaginäre Bewusstseinsrelation bezeichnenden Ordinate.

3. Wenn man nun das Koordinatensystem aus Toth (2009) betrachtet:



so kreuzen also $Z_{kln}(co)^*$ und $R_{th}(co)^*$ die durch die gestrichelten Linien und die Achsen begrenzten Felder und dringen ins Niemandsland der durch die Intervalle $(0, 1)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$ und $(-1, 0)$ begrenzten Fläche vor. Somit approximieren also $Z_{kln}(co)^*$ mit ihren (tetradischen) Hauptwerten und $R_{thn}(co)^*$ mit ihren (tetradischen) Stellenwerten das Verschwinden der Welt resp. das Verschwinden des Bewusstseins und nähern sich so jeweils einer der beiden parametrisch benachbarten Zeichenklassen-Typen an (Verschwinden der Welt $\rightarrow$ Idealismus, d.h. $[-\Omega, +\beta]$; Verschwinden des Bewusstseins $\rightarrow$ Materialismus, d.h. $[+\Omega, +\beta]$). Damit können wir aber sagen: Die Verlängerung der Zeichenklasse des vollständigen Mittels

$$Z_{kl}(re) = (3.1 \ 2.1 \ 1.1)$$

durch den Ursprung bzw. Pol $(0, 0)$ führt in den Bereich der Meontik $(-3.-1 \ -2.-1 \ -1.-1)$ bzw. umgekehrt von der Meontik in den Bereich der Semiotik. Hierzu genügt nun allerdings die simple Erweiterung von Typ * , d.h.

$$Z_{kl}(re) = (3.1 \ 2.1 \ 1.1) \rightarrow Z_{kl}(re)^* = (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.1)$$

bzw.

$$\text{Zkl}(\text{co}) = (3.1i \ 2.1i \ 1.1i) \rightarrow \text{Zkl}(\text{re})^* = (3.1i \ 2.1i \ 1.1i \ 0.1i)$$

nicht mehr, da diese nicht durch Ursprung des Koordinatensystems führen. Dies führt uns aber zu einer sehr grundlegenden Frage: In Toth (2008) wurde angenommen, dass polykontexturale Zeichenklassen, die auf der Einbettung der Kategorie der Nullheit basieren, diese nur als Hauptwert, nicht aber als Stellenwert einbetten, d.h. die *-Zkln und *-Rthn sind damit zwar tetradisch, aber immer noch trichotom. Nun setzt aber eine durch den absoluten Nullpunkt gezogene Zkl bzw. Rth die Nullheit auch als Stellenwert voraus. Und vor allem folgt daraus die metaphysisch niederschmetternde Konsequenz, dass es iterierte Objekte geben muss. Solche kann es nämlich eigentlich nach Bense (1975, S. 66) geben, und dies ist der Grund, weshalb Bense sagt, dass Kategorialzahlen im Gegensatz zu Relationalzahlen nicht den Wert 0 annehmen können. Einfach gesagt: Ein Ausdruck wie „MM“ oder „Mittel des Mittels“ ist sinnvoll, denn Zeichen lassen sich iterieren (Zeichen des Zeichens des Zeichens ...), aber Objekte lassen sich eben nicht iterieren (*Stein des Steins ...), und da die kategoriale Nullheit eben das disponible Objekt bezeichnet, dürfte dieses folglich ebenfalls nicht iteriert auftreten.

Was wir also im Gegensatz zu den Matrizen in Toth (2008) für Erweiterungen komplexer und nicht nur reeller Zkln und Rthn bekommen, ist keine nicht-quadratische Schrumpfmatrix, sondern analog zur triadisch-trichotomischen eine tetradisch-tetradomische Vollmatrix einschliesslich genuiner Nullheit!

0.0	0.1	0.2	0.3
1.0	1.1	1.2	1.3
2.0	2.1	2.2	2.3
3.0	3.1	3.2	3.3

Da ferner wie bei kontexturierten Matrizen gilt

$$(a.b)^{\circ} \neq \times(a.b),$$

d.h. Konversen und Dualia fallen nicht zusammen wie in monokontexturalen semiotischen Systemen, vgl.

$(3.1i)^\circ = (1.3i)$, aber $\times(3.1i) = (1i.3)$,

benötigen wir für die komplexe Darstellung der obigen Matrix wie im kontexturierten Fall 2 Matrizen:

Nicht-dualisierte Matrix				Dualisierte Matrix			
0.0i	0.1i	0.2i	0.3i	0i.0	0i.1	0i.2	0i.3
1.0i	1.1i	1.2i	1.3i	1i.0	1i.1	1i.2	1i.3
2.0i	2.1i	2.2i	2.3i	2i.0	2i.1	2i.2	2i.3
3.0i	3.1i	3.2i	3.3i	3i.0	3i.1	3i.2	3i.3

Was hätte Zeichenrelation für einen semiotischen Status, in der Subzeichen aus der nicht-dualisierten und der dualisierten Matrix gemischt wären?

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme.

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Toth, Alfred, Semotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zwei Verfahren der realitätsthematischen Realitätstestung. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Heterogene Zeichen-Realitäts-Klassen

1. Bei einer Zeichenklasse der Form

$$Zkl = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

kann man entweder die Triaden- oder die Trichotomienwerte als Subjektwerte und entsprechend die anderen Werte als Objektwerte nehmen. Nach Gfesser (1990, S. 133) gibt der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse den Subjektpol und der Repräsentationszusammenhang der Realitätsthematik den Objektpol an. Daraus folgt also, dass die Triaden die Subjektwerte und die Trichotomien die Objektwerte sind. Wie in Toth (2009a) dargelegt, dürfte es jedoch so sein, dass Zeichenklassen die folgende Struktur haben

$$Zkl = [[O, S], [O, S], [O, S]]$$

und entsprechend Realitätsthematiken

$$Rth = [[S, O], [S, O], [S, O]],$$

denn das Zeichen ist nach Bense (1967, S. 9) primär ein Metaobjekt, das zwischen Welt und Bewusstsein vermittelt:

$$ZR = f(\Omega, \beta).$$

2. Nun hatte ich in Toth (2009b) gezeigt, dass es zwei verschiedene Arten von Dualisationen gibt, die reelle und die komplexe:

$$Zkl(re) = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

$$Rth(re) = (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$Zkl(co) = (3.ai \ 2.bi \ 1.ci)$$

$$Rth(co) = (ci.1 \ bi.2 \ ai.3)$$

Wie man erkennt, ist es also charakteristisch für $Rth(co)$, dass hier die imaginären Werte primär und die reellen sekundär sind, d.h. dass die Subjekt-Objekt-Ordnung umgestellt wird. Da somit bei komplexen Zeichen gilt

$$(a.b)^{\circ} \neq \times(a.b),$$

d.h. Konversen und Dualia fallen nicht zusammen wie in reellen semiotischen Systemen, vgl.

$$(3.1i)^{\circ} = (1.3i), \text{ aber } \times(3.1i) = (1i.3),$$

benötigen wir für die komplexe Darstellung der obigen Matrix wie im kontexturierten Fall 2 Matrizen:

Nicht-dualisierte Matrix				Dualisierte Matrix			
0i.0	0i.1	0i.2	0i.3	0i.0	0i.1	0i.2	0i.3
1i.0	1i.1	1i.2	1i.3	1i.0	1i.1	1i.2	1i.3
2i.0	2i.1	2i.2	2i.3	2i.0	2i.1	2i.2	2i.3
3i.0	3i.1	3i.2	3i.3	3i.0	3i.1	3i.2	3i.3

Anschaulich gesagt, bedeutet das, dass wir in der komplexen Semiotik Realitätsthematiken konstruieren können, die sich formal in nichts von Zeichenklassen unterscheiden, vgl. z.B.

$$(1) \text{ Zkl/Rth} = (3.1i \ 2.1i \ 1i.3)$$

$$(2) \text{ Zkl/Rth} = (3.1i \ 2i.1 \ 1i.3)$$

$$(3) \text{ Zkl/Rth} = (3i.1 \ 2i.1 \ 1i.3)$$

In (1) stammt der Mittelbezug, in (2) stammen Mittel- und Objektbezug, und in (3) ist die ganze Zkl aus der dualisierten Matrix. (3) Zkl/Rth ist somit im Grunde eine Rth, unterscheidet sich aber von einer wirklich trotzdem dadurch, dass ihre entsprechende dualisierte Zeichenrelation $\ast(3.1i \ 1.2i \ 1.3i)$ nicht definiert ist, da sie zwei Mittel- und keinen Objektbezug aufweist. Wir kommen somit zur paradoxen Schlussfolgerung, dass es in der komplexen Semiotik möglich ist, Realitätsthematiken zu konstruieren, die deshalb keine sind, weil ihre Dualisationen als Zeichenklassen nicht definiert, und umgekehrt ist es natürlich möglich, Zeichenklassen zu konstruieren, die deswegen keine sind, weil ihre Dualisationen als Realitätsthematiken nicht definiert sind.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990

Toth, Alfred, Zeichenklassen mit mehreren Subjektspositionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zwei Verfahren der realitätsthematischen Realitätstestung. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Eigenreale Matrizen trichotomischer Klassenverbände

1. Anordnung der Matrizen nach identischen Hauptdiagonalen

1	2	3	1	3	2
3	1	2	2	1	3
2	3	1	3	2	1

2	1	3	2	3	1
3	2	1	1	2	3
1	3	2	3	1	2

3	1	2	3	2	1
2	3	1	1	3	
1	2	3	2	1	3

2. Anordnung der Matrizen nach identischen Nebendiagonale

2	3	1	3	2	1
3	1	2	2	1	3
1	2	3	1	3	2

1	3	2	3	1	2
3	2	1	1	2	3
2	1	3	2	3	1

1	2	3		2	1	3
2	3	1		1	3	2
3	1	2		3	2	1

3. Anordnung der Matrizen nach Dualen

1	2	3		3	2	1
2	3	1	×	1	3	2
3	1	2		2	1	3

2	1	3		3	1	2
1	3	2	×	2	3	1
3	2	1		1	2	3

3	1	2		2	1	3
1	2	3	×	2	3	1
2	3	1		1	3	2

Wie man leicht feststellt, ist Eigenrealität viel expliziter darstellbar mit Hilfe von trichotomischen Klassenverbänden als mit Trichotomischen Triaden (wo einzig die eigenreale Zeichenklasse einmal zeichen- und einmal realitätstheoretisch, jedoch unpermutiert, auftritt). Ferner ist die von Bense (1992) so genannte „schwächere“ Eigenrealität der genuinen Kategorienklasse

$$(3.3 \ 2.2 \ 1.1) \times (1.1 \ 2.2 \ 3.3)$$

neben der „stärkeren“ Eigenrealität der dualidentischen Zeichen-Realitäts-Klasse

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

nur in den trichotomischen Klassenverbänden, jedoch nicht im determinantensymmetrischen Dualsystem der Trichotomischen Triaden vorhanden (Walther

1982). Wie zwei frühere Studien zur Homöostase semiotischer Systeme gezeigt haben (Toth 2008a, 2008b), sind sie jedoch beide für die Stabilität semiotischer Systeme verantwortlich.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Homeostasis in semiotic systems. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Eigenreale und kategorienreale Homöostase. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Eigenreale Symmetrie in den trichotomischen Klassenverbänden

1. Semiotische lateinische Quadrate der Struktur

A B C

G

C

1 → 2 → 3

↓

2 3 1

↓

3 1 2

2 1 3

↑

1 3 2

↑

3 ← 2 ← 1

3 1 2

↓

1 → 2 → 3

↓

2 3 1

1 3 2

↘

3 ← 2 ← 1

↘

2 1 3

2 3 1

↓

3 1 2

↓

1 → 2 → 3

3 ← 2 ← 1

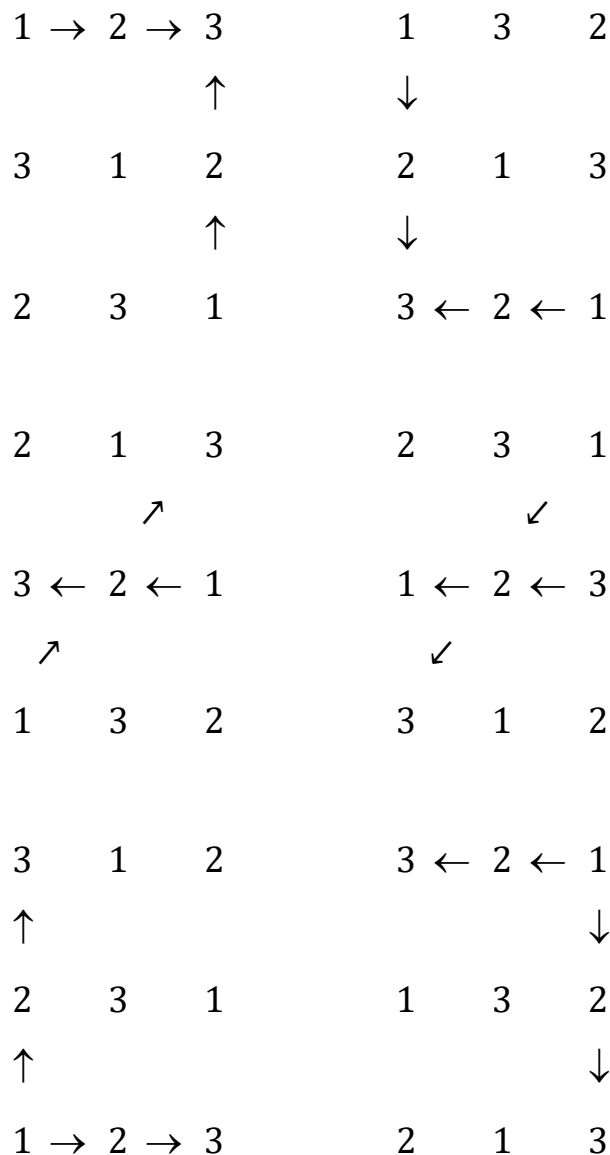
↑

2 1 3

↑

1 3 2

2. Semiotische lateinische Quadrate ohne Beschränkung



3. Wie man erkennt, besitzt jede Matrix zwei in einem Eintrag zusammenhängende eigenreale Pfade. Wie in Toth (2009) gezeigt, handelt es sich hier natürlich um Benses (1992) „schwächere“ und „stärkere“ Eigenrealität, d.h. die trichotomisch-klassenverbandstheoretische Repräsentation der Genuinen Kategorienrealität

$$(3.3 \ 2.2 \ 1.1) \times (1.1 \ 2.2 \ 3.3)$$

sowie der Eigenrealität (der Zeichen, der Zahl, des ästhetischen Zustands)

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$.

Demnach ist die gemeiname Schnittstelle, der Index (2.2) matrizentheoretisch durch den gemeinsamen Eintrag repräsentiert.

Nun findet sich unter diesen 12 Matrizen eine einzige, die völlig spiegelsymmetrisch ist:

3 1 2

↓

1 → 2 → 3

↓

2 3 1

Wie man sieht, sind in dieser Matrix einmal die Erstheit, zweimal die Zweitheit und einmal die Drittheit nicht durch Wege verbunden. Es liegt daher auf der Hand, auf der Basis dieser Matrix das determinantensymmetrische Dualitätssystem der Trichotomischen Triaden (Walther 1982) mit Hilfe der trichotomischen Klassenverbände zu begründen, denn die 9 nicht-eigenrealen Strukturen des peirceschen 10er-Systems

(1, 1, 1)

(1, 1, 2)

(1, 1, 3)

(1, 2, 2)

(1, 2, 3)

(2, 2, 2)

(2, 2, 3)

(2, 3, 3)

(3, 3, 3)

sind ja nur durch eine Matrix zu erzeugen, wo die entsprechenden Fundamentalkategorien nicht auf einem der beiden eigenrealen Pfade liegen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Eigenreale trichotomische Klassenverbände. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2009

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Erzeugendenmatrizen trichotomischer Verbandsklassen für nicht-eigenreale Zeichenklasse

1. In Toth (2009a) und einigen weiteren Arbeiten hatten wir schrittweise die Erzeugung der Trichotomischen Triaden aus trichotomischen Verbandsklassen begründet. In Toth (2009b) hatten wir ferner eine eigenreale Matrix gefunden, mit deren Hilfe die Trichotomischen Triaden erzeugt werden können:

$$\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ \downarrow & & \\ 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 & & \\ \downarrow & & \\ 2 & 3 & 1 \end{array}$$

2. Nun haben aber sämtliche semiotischen lateinischen Quadrate die Summen $\Sigma = 6$, d.h. sie sind a priori sozusagen für die eigenrealen Fälle mit paarweise verschiedenen trichotomischen Stellenwerten „zurechtgeschusterst“ ($1 + 2 + 3 = 6$). Wenn wir alle 10 trichotomischen Stellenwerte anschauen:

$$\begin{aligned} \Sigma(1, 1, 1) &= 3 \\ \Sigma(1, 1, 2) &= 4 \\ \Sigma(1, 1, 3) &= 5 \\ \Sigma(1, 2, 2) &= 5 \\ \Sigma(1, 2, 3) &= 6 \\ \Sigma(2, 2, 2) &= 6 \\ \Sigma(2, 2, 3) &= 7 \\ \Sigma(2, 3, 3) &= 8 \\ \Sigma(3, 3, 3) &= 9, \end{aligned}$$

dann benötigen wir also Matrizen mit den entsprechenden Summen, um die 10 Zeichenklassen möglichst redundanzfrei zu konstruieren.

2.1. Für eine $\Sigma = 3$ -Matrix gibt es nur eine Möglichkeit

1 1 1
1 1 1
1 1 1,

mit der sich die trichotomische Klasse (1, 1, 1) und damit die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.1) herstellen lässt.

2.2. Für eine $\Sigma = 4$ -Matrix gibt es z.B. die folgende Möglichkeit

1 2 1
2 1 1
1 1 2,

und alle übrigen Matrizen sind zu dieser isomorph. Damit haben wir also die drei Trichotomien (1, 1, 2), (1, 2, 1) und (2, 1, 1), womit sich somit nicht nur die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2), sondern auch die Zeichenklassen (3.1 2.2 1.1) und (3.2 2.1 1.1) herstellen lassen.

2.3. Für eine $\Sigma = 5$ -Matrix gibt es z.B. die folgende Möglichkeit

1 1 3
3 1 1
1 3 1,

womit wir die Trichotomien (1, 1, 3), (1, 3, 1) und (3, 1, 1) haben und damit nicht nur die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), sondern auch (3.1 2.3 1.1) und (3.3

Daneben gibt es aber z.B. die folgenden Möglichkeiten

1 2 2 2 2 1
2 1 2 2 1 2
2 2 1 1 2 2,

womit wir die Trichotomien (1, 2, 2), (2, 1, 2) und (2, 2, 1) hätten und damit die Zeichenklassen (3.1 2.2 1.2), (3.2, 2.1, 1.2) und (3.2 2.2 1.1).

2.4. Für eine $\Sigma = 6$ -Matrix gibt es z.B. die folgenden Möglichkeiten

1	2	3	2	2	2
2	3	1	2	2	2
3	1	2	2	2	3,

womit wir die Trichotomien (1, 2, 3), (2, 3, 1) und (3, 1, 2) haben (man kann daraus leicht auch (1, 3, 2), (2, 1, 3) und (3, 2, 1) herstellen)) sowie die Trichotomie (2, 2, 2), d.h. die Zeichenklassen (3.1 2.2 1.3) und (3.2 2.2 1.2).

2.4. Für eine $\Sigma = 7$ -Matrix gibt es z.B. die folgende Möglichkeit

2	2	3
2	3	2
3	2	2,

womit wir die Trichotomien (2, 2, 3), (2, 3, 2) und (3, 2, 2) haben und die Zeichenklasse (3.2 2.2 1.3).

2.5. Für eine $\Sigma = 8$ -Matrix gibt es z.B. die folgende Möglichkeit

2	3	3
3	2	3
3	3	2,

wodurch wir, wiederum neben „irregulären“ Zeichenklassen die Zkl (3.2 2.3 1.3) gewinnen.

Wenn wir also noch die singuläre $\Sigma = 9$ -Matrix nehmen

3	3	3
3	3	3
3	3	3,

dann haben wir auch noch die Zeichenklasse (3.3 2.3 1.3) und damit sämtliche 10 Peirceschen Zeichenklassen konstruiert.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Lateinische Quadrate I. (Trichotomische Klassenverbände.) In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

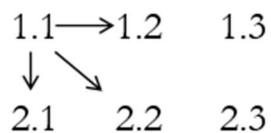
Toth, Alfred, Eigenreale Matrizen trichotomischer Klassenverbände. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Kompartimentalisierungen

Kompartimentalisierungen wurden in der Schizophrenie-Forschung in Zusammenhang gebracht mit dem „loss of ego-boundary“ (z.B. Mitterauer 2008), also der Aufhebung der Grenze des Subjekts und seiner Umgebung. In diesem Aufsatz wollen wir uns auf zwei Möglichkeiten der semiotischen Kompartimentalisierung sowie ihre formalen Grundlagen beschränken.

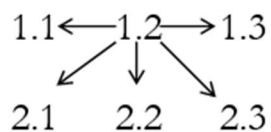
1. Kompartimentalisierung nach Valenzumgebungen

1.1. Valenzumgebungen des Qualizeichens (1.1):



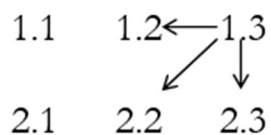
$$\begin{array}{ccc} 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \quad \underline{SV}(1.1) = 3$$

1.2. Valenzumgebungen des Sinzeichens (1.2):



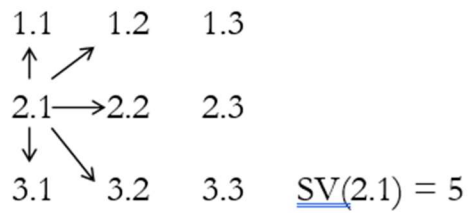
$$\begin{array}{ccc} 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \quad SV(1.2) = 5$$

1.3. Valenzumgebungen des Legizeichens (1.3):

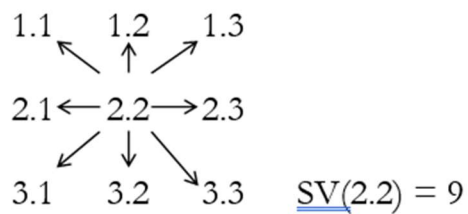


$$\begin{array}{ccc} 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \quad SV(1.3) = 3$$

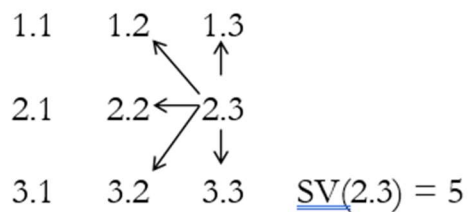
1.4. Valenzumgebungen des Icons (2.1):



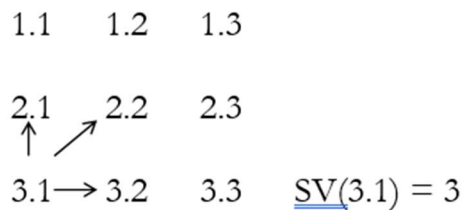
1.5. Valenzumgebungen des Index (2.2):



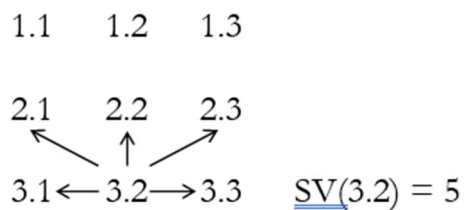
1.6. Valenzumgebungen des Symbols (2.3):



1.7. Valenzumgebungen des Rhemas (3.1):



1.8. Valenzumgebungen des Dicents (3.2):



1.9. Valenzumgebungen des Arguments (3.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 ← 3.3 SV(3.3) = 3

2. Submatrizen der semiotischen Matrix

2.1. Submatrix 1

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.2. Submatrix 2

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.3. Submatrix 3

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.4. Submatrix 4

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 .2 3.3

2.3. Submatrix 5

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.4. Submatrix 6

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Weitere Matrizen kann man durch Umstellung der Zeilen und Spalten konstruieren, z.B.

1.1	1.3	1.2	2.1	2.2	2.3
2.1	2.3	2.2	2.1	1.2	1.3
3.1	3.3	3.2	3.1	3.2	3.3,

wobei dann abzuklären ist, welche zueinander isomorph sind und welche nicht.

Bibliographie

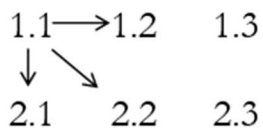
Mitterauer, Bernhard, Schizophrenic symptoms of incoherence may be caused by decomposed oligodendrocyte-axonic relations. <http://www.uni-salzburg.at/pls/portal/docs/1/544656.PDF> (2008)

Kategoriale und nicht-kategoriale Dekomposition

1. In einem bemerkenswerten Aufsatz hat Bernhard Mitterauer die Vermutung geäußert: „In the case of a decrease or loss of oligodendroglia, a brain with schizophrenia is unable to categorize information processing, so that on a behavioral level symptoms of incoherence (thought disorder, etc.) occur (...). Together, a decomposition of the oligodendrocyte-axonic system may be responsible for symptoms of incoherence in schizophrenia“ (2008, S. 2).

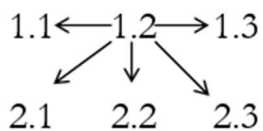
2. Hier wird also ein expliziter Zusammenhang zwischen Dekompositionen, die Information kategorisieren und solchen, die das nicht tun oder nicht tun können, gemacht. Ich schlage vor, unter den informationskategorisierenden, d.h. kategorialen Dekompositionen genau diejenigen semiotischen Matrizen zu verstehen, welche die Valenzmenge eines Subzeichens als Teilmatrix enthalten:

Valenzmenge des Qualizeichens (1.1):



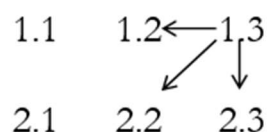
3.1 3.2 3.3 SV(1.1) = 3

Valenzmenge des Sinzeichens (1.2):



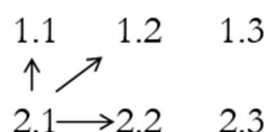
3.1 3.2 3.3 SV(1.2) = 5

Valenzmenge des Legzeichens (1.3):



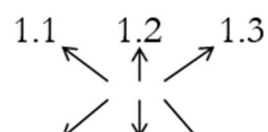
3.1 3.2 3.3 SV(1.3) = 3

Valenzmenge des Icons (2.1):



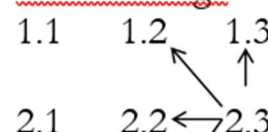
3.1 3.2 3.3 SV(2.1) = 5

Valenzmenge des Index (2.2)



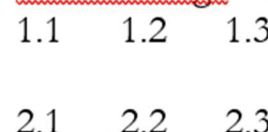
3.1 3.2 3.3 SV(2.2) = 9

Valenzmenge des Symbols (2.3):



3.1 3.2 3.3 SV(2.3) = 5

Valenzmenge des Rhemas (3.1)



3.1 → 3.2 3.3 SV(3.1) = 3

Valenzmenge des Dicents (3.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 ← 3.2 → 3.3 SV(3.2) = 5

Valenzmenge des Arguments (3.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 ← 3.3 SV(3.3) = 3

3. Entsprechend sind dann unter den nicht-informationskategorisierenden, d.h. nicht-kategorialen Dekompositionen genau die komplementären Mengen der Valenzmengen relativ zur semiotischen Matrix jedes Subzeichens zu verstehen: Nicht-kategoriale Dekomposition des Qualzeichens (1.1):

Nicht-kategoriale Dekomposition des Qualzeichens (1.1):

1.1 1.2 **1.3**

2.1 2.2 **2.3**

3.1 **3.2** 3.3

Nicht-kategoriale Dekomposition des Sinzeichens (1.2):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 **3.2** **3.3**

Nicht-kategoriale Dekomposition des Legzeichens (1.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Nicht-kategoriale Dekomposition des Icons (2.1):

1.1 1.2 **1.3**

2.1 2.2 **2.3**

3.1 3.2 **3.3**

Nicht-kategoriale Dekomposition des Index (2.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Da $SV(2.2) = 9$, umfasst also die Valenzmenge des Index sämtliche Subzeichen der semiotischen Matrix. Daher ist also die Komplementärmenge $C(SV(2.2)) = \emptyset$. Es gibt somit einzig vom Index keine nicht-kategoriale Dekomposition. Anders ausgedrückt: Dekomponiert man irgendeine Zeichenrelation, welche den Index enthält, findet auf jeden Fall Informationskategorisation statt.

Nicht-kategoriale Dekomposition des Symbols (2.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3 $SV(2.3) = 5$

Nicht-kategoriale Dekomposition des Rhemas (3.1)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Nicht-kategoriale Dekomposition des Dicents (3.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Nicht-kategoriale Dekomposition des Arguments (3.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Wie man leicht sieht, kann man jede der nicht-kategorialen Dekompositionen mit Hilfe von einfachen linearen Transformationen ineinander überführen.

Bibliographie

Mitterauer, Bernhard, Schizophrenic symptoms of incoherence may be caused by decomposed oligodendrocyte-axonic relations <http://www.uni-salzburg.at/pls/portal/docs/1/544656.PDF> (2002)

Dekomposition und Selbstgrenzen

1. Wie in Toth (2010) gezeigt wurde, kann man die semiotische Matrix so dekomponieren, dass Information kategorisiert oder nicht kategorisiert werden kann. Der Verlust von Selbstgrenzen muss dann im Anschluss an Mitterauer (2002) mit den letzteren, den nicht-kategorialen (nicht-kategorisierenden) Dekompositionen zusammenhängen. Mit Hilfe einer einfachen Überlegung können wir als Umgebung eines Subzeichens seine Valenzmenge definieren:

$$U(a.b) = V(a.b).$$

Entsprechend kann somit das semiotische Selbst durch jedes der 9 Subzeichen der triadisch-trichotomischen peirceschen Semiotik repräsentiert werden. Da, wie gezeigt wird, jedes Subzeichen eine eigene Umgebung hat, kann also das semiotische Selbst allein durch seine semiotische Umgebung eindeutig bestimmt werden. Wenn wir nun die Selbstgrenze eines semiotischen Selbst bestimmen wollen, genügt es somit, die Umgebung der Umgebung eines Subzeichens zu bestimmen. Mit einer weiteren einfachen Überlegung bemerkt man jedoch, dass diese nichts anderes ist als die Komplementärmengen zu den Valenzmengen relativ zur semiotischen Matrix:

$$U(U(a.b)) = U(V(a.b)) = (U(a.b))^{\circ}$$

Wie man jedoch ebenfalls leicht bemerkt, ist der letzte Ausdruck nichts anderes als die Menge der nicht-kategorialen Dekompositionen einer semiotischen Matrix relativ zu einem bestimmten Subzeichen, d.h. zu einem semiotischen Selbst.

2. Punktmengen der Selbstgrenzen als $(U(a.b))^{\circ}$ pro Subzeichen als Repräsentanten eines semiotischen Selbst.

2.1. Selbstgrenze des Qualizeichens (1.1):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.2. Selbstgrenze des Sinzeichens (1.2):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.3. Selbstgrenze des Legizeichens (1.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.4. Selbstgrenze des Icons (2.1):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.5. Selbstgrenze des Index (2.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Hier ist also $(U(a.b))^{\circ} = \emptyset$, da $U(a.b) = 9$. Da also auf jeden Fall Informationskategorisation stattfindet, besitzt der Index keine (inner-semiotische) Selbstgrenze. Anschaulich kann man das damit in Verbindung bringen, dass (2.2) als einziges Subzeichen direkt mit seinem Objekt zusammenhängt.

2.6. Selbstgrenze des Symbols (2.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.7. Selbstgrenze des Rhemas (3.1)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.8. Selbstgrenze des Dicents (3.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.9. Selbstgrenze des Arguments (3.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Wie man leicht sieht, kann man jede semiotische Selbstgrenze mit Hilfe von einfachen linearen Transformationen ineinander überführen.

Bibliographie

- Mitterauer, Bernhard, Schizophrenic symptoms of incoherence may be caused by decomposed oligodendrocyte-axonic relations <http://www.uni-salzburg.at/pls/portal/docs/1/544656.PDF> (2002)
- Toth, Alfred, Kategoriale und nicht-kategoriale Dekomposition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zerstörung der Selbstgrenzen durch Ausfall von Dualisation

1. Vorauszuschicken ist, dass in monokontexturalen semiotischen Systemen die Operationen Konversion und Dualisation zu identischen Ergebnissen führen:

$$\times(a.b) = (a.b)^{\circ} = (b.a)$$

Dementsprechend sind die in der folgenden semiotischen Matrix unterstrichen Subzeichen sowohl Dualia als auch Konversen voneinander:

1.1	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>
<u>2.1</u>	2.2	<u>2.3</u>
<u>3.1</u>	<u>3.2</u>	3.3.

(In polykontexturalen Systemen ist das falsch, vgl. $\times(a.b)_{\alpha\beta} = (b.a)_{\beta\alpha} \neq (a.b)_{\alpha\beta}^{\circ} = (b.a)_{\alpha\beta}$. Hier müsste man also zwei Matrizen ansehen, eine nicht-duale und eine duale.)

2. In Toth (2010) war nun gezeigt worden, dass die Umgebung der Umgebung von Subzeichen, die als semiotische Selbst definiert werden können, die Selbstgrenzen markieren (da die semiotische Umgebung ähnlich wie ein modelltheoretischer Folgerungsmengenoperator arbeitet, d.h. er kann nicht aus dem System hinaus). Es gilt somit

$$U(U(a.b) = U(V(a.b)) = (U(a.b))^{\circ},$$

und damit ist der Zusammenhang zwischen Metaumgebungen als Selbstgrenzen und deren Aufhebung durch Dualisation bzw. Konversion in monokontexturalen Systemen, auf die wir uns hier beschränken, bereits hergestellt.

3. Eine Selbstgrenze wie die Menge $\{1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$ über dem semiotischen Selbst (1.1) kann nun auf prinzipiell zweifache Weise zerstört werden: 1. indem ein weiteres Subzeichen zur Grenze hinzugenommen wird, also

$$(1.1 \vee 1.2 \vee 2.1 \vee 2.2) \cup G(1.1), \text{ z.B.}$$

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

oder indem ein oder mehrere Subzeichen aus der Grenze entfernt werden:

$(a.b) \in G \rightarrow (a.b) \in G^\circ$ (mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$), z.B.

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3.

Schaut man sich nun die 9 Selbstgrenzen der 9 semiotischen Selbst der Subzeichen an:

$G(1.1) = \{1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$

$G(1.2) = \{3.1, 3.2, 3.3\}$

$G(1.3) = \{1.1, 2.1, 3.1, 3.2, 3.3\}$

$G(2.1) = \{1.3, 2.3, 3.3\}$

$G(2.2) = \emptyset$

$G(2.3) = \{1.1, 2.1, 3.1\}$

$G(3.1) = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.3, 3.3\}$

$G(3.2) = \{1.1, 1.2, 1.3\}$

$G(3.3) = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 3.1\}$,

besteht jede aus einer Menge von Selbst, von welchen mindestens eines nicht-selbstdual ist. (Übrigens sind die Mengen $\{1.3, 2.2, 3.1\}$ und $\{1.1, 2.2, 3.3\}$

keine Selbstgrenzen von irgendwie definierbaren semiotischen Selbstern!).
Eliminiert man also die Dualisierung bzw., in monokontexturalen Systemen, die
Konversion, verschwinden die Selbstgrenzen, und zwar wegen der 2. oben
genannten Ursache, wegen "Auslöcherung".

Bibliographie

Toth, Alfred, Dekomposition und Selbstgrenzen. In: Electronic Journal of
Mathematical Semiotics, 2010

Homographen für Grenzen von Zeichenklassen

1. Wie in Toth (2010) nachgewiesen wurde, besitzt jedes Subzeichen eine charakteristische Umgebung, die in Form einer Valenzzahl ordinal ausdrückbar ist, sowie eine charakteristische Grenze, welche als Konverse der Umgebung eines Subzeichens topologisch bestimmbar ist:

$$U(a.b) = V(a.b).$$

$$U(U(a.b)) = U(V(a.b)) = (U(a.b))^{\circ}$$

2. Ganz anders aber verhält es sich, wenn man die dyadischen Subzeichen – etwa durch relationale Konkatenation wie in Walther (1979, S. 79) – zu Triaden von Dyaden, d.h. zu Zeichenklassen und Realitätsthematiken komponiert. Hier tritt eine enorme Menge von Homographen für deren Grenzen auf. Um diesen Sachverhalt darzustellen, geben wir im folgen zuerst die Grenzen der Subzeichen und anschliessend diejenigen der Zeichenklassen in Form von Matrizendarstellungen.

2.1. Grenze des Qualizeichens (1.1):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.2. Grenze des Sinzeichens (1.2):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.3. Grenze des Legizeichens (1.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1

3.2

3.3

2.4. Grenze des Icons (2.1):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.5. Grenze des Index (2.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Hier ist also $(U(a.b))^{\circ} = \emptyset$, da $U(a.b) = 9$. Da also auf jeden Fall Informationskategorisation stattfindet, besitzt der Index keine (inner-semiotische) Selbstgrenze. Anschaulich kann man das damit in Verbindung bringen, dass (2.2) als einziges Subzeichen direkt mit seinem Objekt zusammenhängt.

2.6. Grenze des Symbols (2.3):

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.7. Grenze des Rhemas (3.1)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.8. Grenze des Dicents (3.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.9. Grenze des Arguments (3.3)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3. Grenzen von Zeichenklassen

3.1. (3.1 2.1 1.1)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.2. (3.1 2.1 1.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.3. (3.1 2.1 1.3)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.4. (3.1 2.2 1.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.5. (3.1 2.2 1.3)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.6. (3.1 2.3 1.3)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.7. (3.2 2.2 1.2)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.8. (3.2 2.2 1.3)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.9. (3.2 2.3 1.3)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

3.10. (3.3 2.3 1.3)

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Von besonderem Interesse sind die Homographen von (3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.3) und (3.1 2.3 1.3), denn ihre Komplementärmenge ist der Index, dessen eigene Grenze, d.h. Komplementärmenge als Subzeichen die leere Matrix ist (vgl. Toth 2010)! Ebenfalls denselben Graphen (Homographen) hat die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1).

Bibliographie

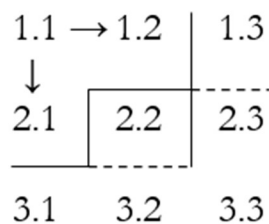
Toth, Alfred, Dekomposition und Selbstgrenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl Stuttgart 1979

Reguläre und irreguläre Zeichenklassen aus Repräsentationsfeldern

1. Unter einem Repräsentationsfeld wird nach Toth (2010a, b) die Menge aller Subzeichen der Formen $(a \pm 1.b)$ $(a.b \pm 1)$ eines Subzeichens $(a.b)$ sowie dieses Subzeichen selbst verstanden. Z.B. ist das Repräsentationsfeld von (1.1) , wie man aus der semiotischen Matrix leicht abliest: $\{(1.1), (1.2), (2.1)\}$, nicht jedoch (2.2) , da dieses die Form $(a \pm 1.b \pm 1)$ hat (Diagonalität lässt sich durch 2 Schritte – einen triadischen und einen trichotomischen – ersetzen). Im folgenden wollen wir schauen, ob man mit Hilfe von Repräsentationsfelder auch Zeichenklassen erzeugen kann, und welche davon regulär sind, d.h. dem Peirceschen Zehnersystem angehören.

2.1. RepF(1.1)



$$\text{RepF1}(1.1) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

$$\text{RepF2}(1.1) = \{(3.1), (2.2), (1.3)\}$$

$$\text{RepF3}(1.1) = \{(2.3), (3.2), (3.3)\}$$

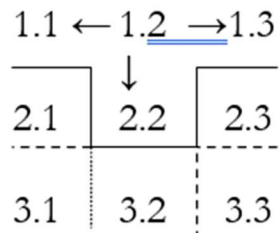
RepF2 = eigenreale Zeichenklasse, d.h. Nebendiagonale der semiotischen Matrix. Mit Hilfe von RepF1 und RepF2 kann man konstruieren

$$\begin{array}{ccc}
 & & 2.1 \\
 3.2 & & 1.2 \\
 3.3 & 2.3 & 1.1,
 \end{array}$$

wobei für die Kombinationen hier und im folgenden natürlich $(3.a \ 2.b \ 1.c)$ mit

$$a \leq b \leq c \text{ gilt.}$$

2.2. RepF(1.2)



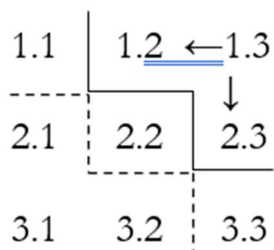
$$\text{RepF1 (1.2)} = \{(1.1), (1.2), (1.3), (2.2)\}$$

$$\text{RepF2 (1.2)} = \{(2.1), (2.3), (3.2)\}$$

$$\text{RepF3 (1.2)} = \{(3.1), (3.3)\}$$

Mit Hilfe von RepF1,2,3 kann man sämtliche 10 Zkln (sowie die 17 irregulären) konstruieren, da alle 9 Subzeichen zur Verfügung stehen.

2.3. RepF(1.3)



$$\text{RepF1 (1.3)} = \{(1.2), (1.3), (2.3)\}$$

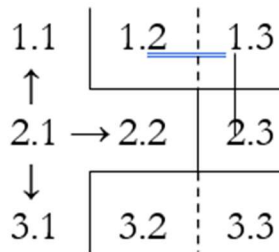
$$\text{RepF2 (1.3)} = \{(1.1), (2.2), (3.3)\}$$

$$\text{RepF3 (1.3)} = \{(2.1), (3.1), (3.2)\}$$

RepF2 = Kategorienreale Zeichenrelation, d.h. Hauptdiagonale der Matrix. Mit Hilfe von RepF1 und RepF3 kann man konstruieren:

3.1 2.1 1.1
3.2 2.2
3.3

2.4. RepF(2.1)



$$\text{RepF1 (2.1)} = \{(1.1), (2.1), (2.2), (3.1)\}$$

$$\text{RepF2 (2.1)} = \{(1.2), (2.3), (3.2)\}$$

$$\text{RepF3 (2.1)} = \{(1.3), (3.3)\}$$

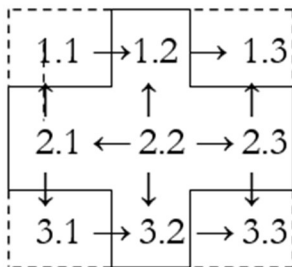
RepF2 ist eine irreguläre Zeichenklasse (3.2 2.3 1.2). Mit Hilfe von RepF1 und RepF3 kann man konstruieren:

3.1 2.1 1.1.

2.2

3.3 1.3

2.5. RepF(2.2)

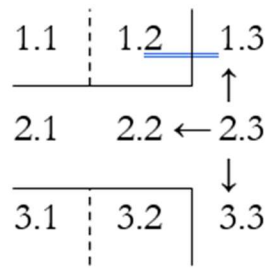


$$\text{RepF1 (2.2)} = \{(1.2), (2.1), (2.2), (2.3), (3.2)\}$$

$$\text{RepF2 (2.2)} = \{(1.1), (1.3), (3.1), (3.3)\}$$

Nimmt man RepF1 und RepF2 zusammen, so lassen sich wiederum sämtliche $27 = 10 + 17$ Zeichenklassen verwenden.

2.6. RepF(2.3)



$$\text{RepF1}(2.3) = \{(1.3), (2.2), (2.3), (3.3)\}$$

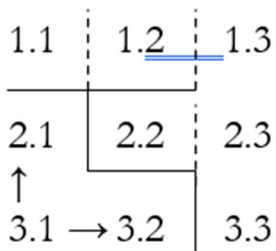
$$\text{RepF2}(2.3) = \{(1.2), (2.1), (3.2)\}$$

$$\text{RepF3}(2.3) = \{(1.1), (3.1)\}$$

RepF2 ist die irreguläre Zkl (3.2 2.1 1.2). Mit Hilfe von RepF1,3 lassen sich konstruieren.

3.1 1.1
 2.2
 3.3 2.3 1.3

2.7. RepF(3.1)



$$\text{RepF1}(3.1) = \{(2.1), (3.1), (3.2)\}$$

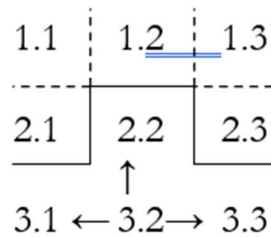
$$\text{RepF2}(3.1) = \{(1.1), (2.2), (3.3)\}$$

$$\text{RepF3}(3.1) = \{(1.2), (1.3), (2.3)\}$$

RepF2 = KR. Es lassen sich mit RepF1,3 konstruieren:

3.1 2.1
 3.2 1.2
 2.3 1.3

2.8. RepF(3.2)



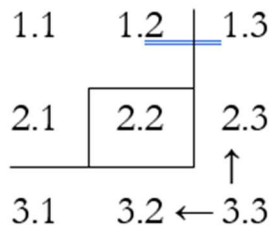
$$\text{RepF1}(3.2) = \{(2.2), (3.1), (3.2), (3.3)\}$$

$$\text{RepF2}(3.2) = \{(1.2), (2.1), (1.3)\}$$

$$\text{RepF3}(3.2) = \{(1.1), (1.3)\}$$

Es lassen sich natürlich alle 27 Zeichenrelationen konstruieren.

2.9. RepF(3.3)



$$\text{RepF1}(3.3) = \{(2.3), (3.2), (3.3)\}$$

$$\text{RepF2}(3.3) = \{(3.1), (2.2), (1.3)\}$$

$$\text{RepF3}(3.3) = \{(1.1), (1.2), (2.1)\}$$

Da $\text{RepF2} = \text{ER}$, kann man mit RepF1,3 konstruieren:

2.1	1.1
3.2	1.2
3.3	2.3

Nicht nur sind also bei denjenigen RepF, aus denen nicht alle 27 Zeichenrelationen gebildet werden können, die Mengen der konstruierbaren Zeichenklassen verschieden, sondern ebenfalls die unvollständigen Matrizen, aus denen sie konstruiert werden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Maria Braun und die Reichweite der Repräsentation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Zusammenhängende und nicht-zusammenhängende Repräsentationsfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b