Partitionen des Vollständigen Zeichens durch Repräsentationsfelder

1. Wie jede Menge, lässt auch diejenige der Vollständigen Zeichens, d.h. der semiotischen Matrix, mehrere Partitionen zu. Eine davon beruht in der in Toth (2010) eingeführten Theorie der Repräsentationsfelder. Wie bekannt, ist die Menge der Repräsentationsfelder eines Subzeichens (a.b) die Menge aller (a±(1, ..., n).b), (a.b±(1, ..., n)), bis mit den letzten n's alle 9 Subzeichen des VZ für ein (a.b) ausgeschöpft sind.

2. Zur Darstellung der Partitionen benutzen wir im folgenden einfache Unterstreichung für die Elemente von RepF1, doppelte Unterstreichung für die Elemente von RepF2, und fette (anstatt dreifacher) Unterstreichung für die Elemente von RepF3. Man kann auf diese Weise anschliessend die Partitionen von VZ als Strukturschemata darstellen.

RepF(1.1)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(1.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(1.3)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(2.1)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(2.3)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(3.1)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(3.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(3.3)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Am Rande sei darauf hingewiesen, dass man anhand dieser Notation schön die Herkunft von Eigenrealität (Nebendiagonalen) und Kategorienrealität (Hauptdiagonalen) aus 1, 2 oder 3 RepF aufzeigen kann.

Für ER $\in$ 1 RepF vgl. (3.3).

Für ER $\in$ 2 RepF vgl. (2.2).

Für ER $\in$ 3 RepF vgl. (3.2).

Wie man ferner erkennt, bedeutet die Anzahl der RepF, die zur Erzeugung von ER benötigt werden, nicht auch die Anzahl der RepF, die zur Erzeugung von KR benötigt werden. Z.B. braucht man für ER $\in$ RepF(3.3) nur 1 RepF zur Produktion von Er, aber 3 RepF zur Produktion von KR. Man schaue jede der 9 Matrizen sorgfältig daraufhin an.

3. Mit Hilfe von Strukturschemata kann man ferner zeigen, dass die RepF-Strukturen dualer Subzeichen zwar nicht selbst auch dual sind, aber lineare Transformationen voneinander darstellen, vgl. z.B.

RepF(1.3) =

1.2	1.3		1.1				
	2.3	+		2.2	+	2.1	
				3.3		3.1	3.2

RepF(3.1) =

			1.1			1.2	1.3
2.1				2.2			2.3
3.1	3.2				3.3		

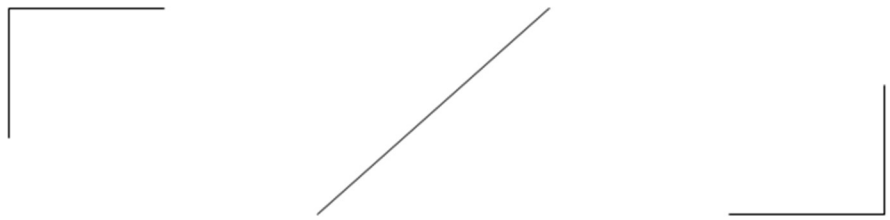
Lineares Transformationsverhältnis zwischen Strukturschemata gilt aber darüber hinaus auch zwischen nicht-dualen Subzeichen, vgl.

Rep(1.1) =

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3



Bibliographie

Toth, Alfred, Maria Braun und die Grenzen der Repräsentation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Überlappungen von Repräsentationsfeldern

1. Bei Subzeichen sind die Umgebungen dieser Subzeichen, d.h. die U(a.b) eindeutig; demzufolge gibt es bei den Rep(a.b) keine Überschneidungen und anderen Mehrdeutigkeiten, vgl. z.B. Rep(1.3)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

d.h. es gilt:

Rep1(1.3) = {(1.2), (1.3), (2.3)}

Rep2(1.3) = {(1.1), (2.2), (3.3)}

Rep3(1.3) = {(2.1), (3.1), (3.2)}

mit ∑Rep(1.3) = VZ (vollständiges Zeichen, d.h. die semiotische Matrix). Es liegt also eine Partition vor.

2. Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2010) gesehen, dass der Fall anders liegt, wenn man die Umgebungen von höherwertigen Relationen, z.B. von (a.b c.d e.f), d.h. von Zeichenklassen oder von Realitätsthematiken, bildet, vgl.

RepF(3.1 2.2 1.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.2
3.1	3.2	3.3

RepF(3.1 2.2 1.3)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

RepF(3.1 2.3 13)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Wie man leicht nachvollziehen kann, wären die 1. Umgebungen der 3 Subzeichen der Zeichenklasse ganz links:

U1(3.1) = {(2.1), (3.1), (3.2)}

U1(2.2) = {(1.2), (2.1), (2.2), (3.2)}

U1(1.2) = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.2)}

Hier liegt also keine Partition mehr vor, denn U1(3.1) ∩ U1(2.2) ≠ Ø und U1(2.2) ∩ U1(1.2) ≠ Ø. Ferner ist es so, dass z.B. der rechte Nachbar von (3.1), d.h. (3.2) ∈ RepF2, zugleich der linke Nachbar von (3.3) ∈ RepF3 und dass „paradoxerweise" in den obigen Matrizen mehrere Nachbarn aus denselben RepF unvermittelt nebeneinander stehen. Während also elektrische Felder durch den binären Gegensatz physikalischer Ladungen bestehen, bestehen semiotische Felder durch das ternäre Verbot gleicher „Farben", d.h. gleicher Subzeichen. Dieses Verbot ist offenbar aber für alle höheren Relationen als Dyaden, d.h. Subzeichen (a.b) aufgehoben. Da es keine andere Möglichkeit zur Gestaltung 2-dimensionaler Repräsentationsfelder gibt, muss es bisher unbekannte semiotische Gesetze geben, welche z.B. die obige Annahme, der(3.2) ∈ RepF2 sei linker Nachbar von (3.3) ∈ Rep3, zum vornherein ausschliessen, d.h. die ein restriktives Strukturpattern für adjazente dyadische Relationen identischer Gestalt bereithalten.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Repräsentationsfelder von Zeichenklassen und ihren Realitätsthematiken. In: In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Repräsentationsfelder in zeichen-realitätsthematisch heterogenen Matrizen

1. Zeichenklassen haben die generelle Struktur

Zkl = (a.b c.d e.f) mit a, c, e paarweise verschieden,

während Realitätsthematiken die generelle Struktur Rth = (f.e d.c b.a) haben mit a, c, e paarweise i.d.R. nicht verschieden

(d.h. triadische Realität nur bei der eigenrealen 3.1 2.2 1.3 und der kategorialen 3.3 2.2 1.1 Realität) haben. Daraus folgt, dass Zeichenklassen und Realitätsthematiken strukturell nicht-dual sind. Wie in Toth (2010) gezeigt, sind auch die Strukturen der Repräsentationsfelder dualer Zeichen- und Realitätsthematiken nicht-dual, vgl. Zkl(3.1 2.1 1.3) × Rth(3.1 1.2 1.3):

2. Was geschieht nun aber, wenn Matrizen "gemischt" werden? Solche angeblich nonsensischen Gebilde sind überall dort wichtig, wo Konversion und Dualisation nicht zum gleichen Resulat führen:

(a.b) ° ≠ ×(a.b),

d.h. z.B. in polykontexturalen Systemen, vgl.

(1.3)ab° = (3.1)ab

×(1.3)ab = (3.1)ba

Nehmen wir als Beispiel die folgende Matrix

$\Leftarrow \quad \leftarrow$

$1.1 \quad 2.1^{\circ} \rightarrow 1.3$

$\uparrow\downarrow$

$\rightarrow$

$2.1 \leftarrow 2.2 \Rightarrow 3.2^{\circ}$

$\Leftarrow \quad \rightarrow$

$1.3^{\circ} \quad 2.3^{\circ} \leftarrow 3.3$

Hier ist also sonderbarerweise kein einziges Subzeichen isoliert. Man bemerkt, dass ein Minimum an rekonstruierbaren Regeln – z.B. $(2.1)^{\circ} \rightleftarrows (1.3)$ – ausreicht, um z.B. zu entscheiden, dass $(1.1) \Leftarrow (2.1)^{\circ}$ ist, und d.h. dass $(1.1) \in$ RepF2, während $(2.1)^{\circ}$, $(1.3) \in$ RepF1. In polykontexturalen Systemen ist es natürlich so, dass Duale und Konverse über verschiedene 2-wertige semiotische (Teil-) Systeme distribuiert sind, d.h. aber, dass sie dann auch verschiedenen Repräsentationsfeldern angehören.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Steuerung semiotischer „Gleichfarbigkeit“ in Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

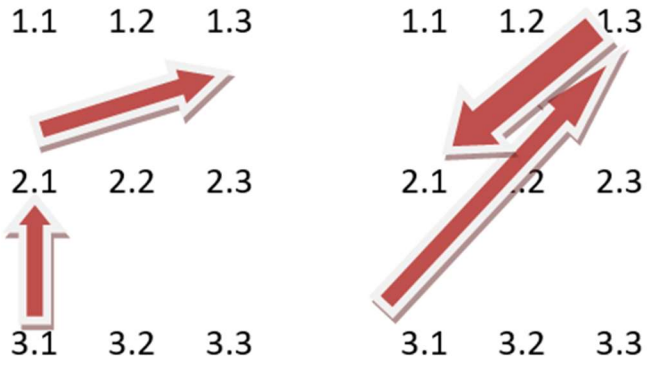
Permutationen von Zeichenklassen und Realitätsthematiken und ihre Repräsentationsfelder

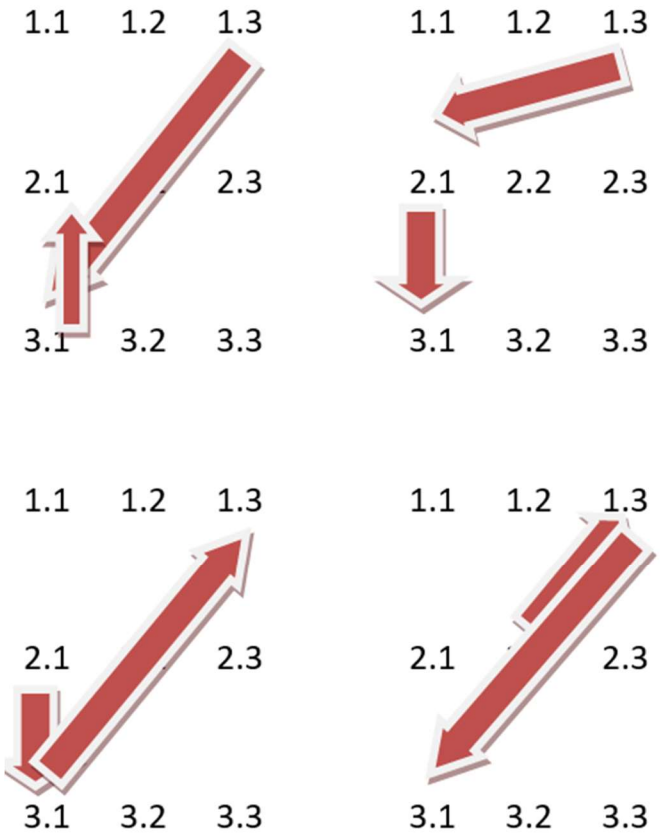
1. Jede Zeichenklasse der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c) und jede duale Realitätsthematik der Form Rth = (c.1 b.2 a.3) haben als triadische Relationen 3! = 6 Permutationen:

(3.a 2.b 1.c)	(c.1 b.2 a.3)
(3.a 1.c 2.b)	(b.2 c.1 a.3)
(2.b 3.a 1.c)	(c.1 a.3 b.2)
(2.b 1.c 3.a)	(a.3 c.1b.2)
(1.c 3.a 2.b)	(b.2 a.3 c.1)
(1.c 2.b 3.a)	(a.3 b.2 c.1)

Ordnet man diese in der Form der semiotischen Matrix, dann hat dies beträchtliche Folgen für die Repräsentationsfelder dieser 12 Repräsentationschemata, denn in Toth (2010) war festgestellt worden, dass die kategoriale Ordnung einer Zeichenklasse und die strukturelle Realität einer Realitätsthematik (da diese i.d.R. nicht triadisch sind) die Steuerung der „Gleichfarbigkeit" ihrer Dyaden kontrollieren.

2. Für die Zeichenklassen ergibt sich ohne weitere Konfusionen, z.B. (3.1 2.1 1.3):





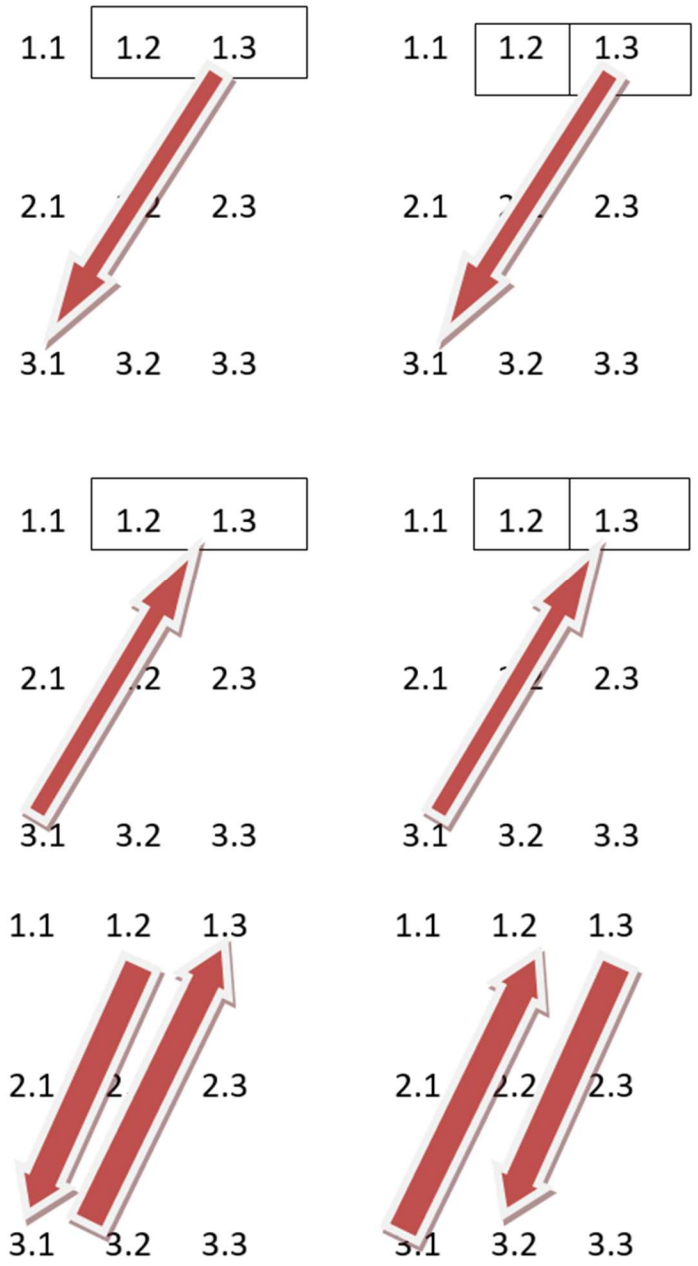
Schwieriger wird es aber bei den Realitätsthematiken, denn hier haben wir folgende 6 möglichen Thematisationsstrukturen:

1. AB → C 2. BA → C

3. C → AB 4. C → BA

5. A → C ← B 6. B → C ← A

d.h. ausser in 5. und 6. werden quasi Triaden zu Pseudo-Dyaden reduziert (und im Falle der vollständigen Thematisationen des Mittels, Objekts und Interpretanten sogar zu pseudo-monadischen):



Die letzten beiden Strukturen sind also gerade an der Achse der Zkl des Vollständigen Objektes (3.2 2.2 1.2) gespiegelt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Repräsentationsfelder in zeichen-realitätsthematisch heterogenen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Semiotische Felder

1. Mit Hilfe des Begriffs der topologischen Umgebung eines Subzeichens

U(a.b),

wobei (a.b) $\in$ U(a.b) gilt, kann man bekanntlich die „Valenz“ eines Subzeichens bestimmen (vgl. Toth 2009a, b). Der Grundgedanke liegt darin, dass jedes Subzeichens (a.b) qua a einer Triade und qua b einer Trichotomie angehört, wobei geringere Triaden- und Trichotomienwerte in höheren eingeschlossen sind, d.h. es gilt (vgl. Bense 1979, S. 53, 67):

Td: 1.a $\subset$ 2.a $\subset$ 3.a

Tt: a.1 $\subset$ a.2 $\subset$ a.3

2. Ein Subzeichen schliesst damit andere Subzeichen ein, wird aber auch durch andere Subzeichen eingeschlossen. Wir bezeichnen die Menge aller Subzeichen, die mit einem bestimmten Subzeichen (a.b) in einer solchen doppelten Inklusionsbeziehung stehen, mit semiotischer Valenz. Die semiotische Valenzzahl, welche die Anzahl der mit (a.b) in doppelter Inklusionsbeziehung stehenden Subzeichen angibt, ist eine kardinale Bestimmung von Semiotizität, die eineindeutig auf jedes Subzeichen abgebildet ist (was bekanntlich für den Repräsentationswert nicht gilt); vgl.

Semiotische Valenz von (1.1)

1.1	→	1.2	1.3
↓	↘		
2.1		2.2	2.3
3.1		3.2	3.3

Wie man erkennt, ist der V(1.1) > U(1.1), denn

diag(1.1) = (2.2) $\in$ U(U(1.1)),

d.h. der diagonale Nachbar (2.2) von (1.1) zählt nicht zur (primären) Umgebung von (1.1), weil auf 2 und nicht nur einem linearen Schritt von (1.1) aus erreichbar ist.33

3. Umfassender als die Begriffe semiotischer Nachbar bzw. Umgebung und Valenz ist das in Toth (2010) eingeführte Repräsentationsfeld.

1.1	→	1.2	⇒	1.3
↓		⇓		⇓
2.1	⇒	2.2	⇒	2.3
⇓		⇓		⇓
3.1	⇒	3.2	⇒	3.3

Es ist also

RepF1(1.1) = {(1.1), (1.2), (2.1)}

RepF2(1.1) = {(1.3), (2.2), (3.1)}

RepF3(1.1) = {(2.3), (3.2), (3.3)}

4. Wir führen jetzt über dem RepF das allgemeine semiotische Feld ein:

SF = RepF1 ∪ RepF2 ∪ ... ∪ RepF3.

Damit ergibt sich eine neue, valenzbasierte, Gewichtung der 9 Subzeichen der semiotischen Matrix in Abhängigkeit von der Umgebung bzw. der Valenz eines bestimmten Subzeichens. Gleiche semiotische Ladung haben diejenigen x ∈ U(a.b), welche durch die gleiche Anzahl Schritte von (a.b) entfernt sind, bzw. deren absoluter Abstand |x – (a.b) | den gleichen Repräsentationswert hat. Im folgenden bezeichnen wir die x ∈ U(a.b) mit griechischen Minuskeln.

4.1. 1. Beispiel: SF(1.1)

$$\left.\begin{array}{ccccc}
\alpha & & \alpha & & \beta \\
1.1 & \rightarrow & 1.2 & \Rightarrow & 1.3 \\
\downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\alpha & & \beta & & \gamma \\
2.1 & \Rightarrow & 2.2 & \Rightarrow & 2.3 \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\beta & & \gamma & & \gamma \\
3.1 & \Rightarrow & 3.2 & \Rightarrow & 3.3
\end{array}\right\} \quad \begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \beta \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \beta & \gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

4.2. 2. Beispiel: SF(1.2)

$$\left.\begin{array}{ccccc}
\alpha & & \alpha & & \alpha \\
1.1 & \leftarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\
\Downarrow & & \downarrow & & \Downarrow \\
\beta & & \alpha & & \beta \\
2.1 & \Rightarrow & 2.2 & \Rightarrow & 2.3 \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\gamma & & \gamma & & \gamma \\
3.1 & \Rightarrow & 3.2 & \Rightarrow & 3.3
\end{array}\right\} \quad \begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \alpha \\ \beta & \alpha & \beta \\ \gamma & \gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

Es gibt für die 9 Subzeichen genau 9 distinkte semiotische Felder. Für die 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken gibt es ebenfalls je 10 distinkte

semiotische Felder, wobei in diesem Fall sich die Umgebungen der Subzeichen überlappen, was ich anderswo bereits dargestellt habe. Mit Hilfe der semiotischen „Feld-Matrizen“ kann man ferner die Genese von Zeichenklassen aus Subzeichen sowie konkatenierten Dyaden auf neue und interessante Weise darstellen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotic covalent bonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads and triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Die Steuerung semiotischer Gleichfarbigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

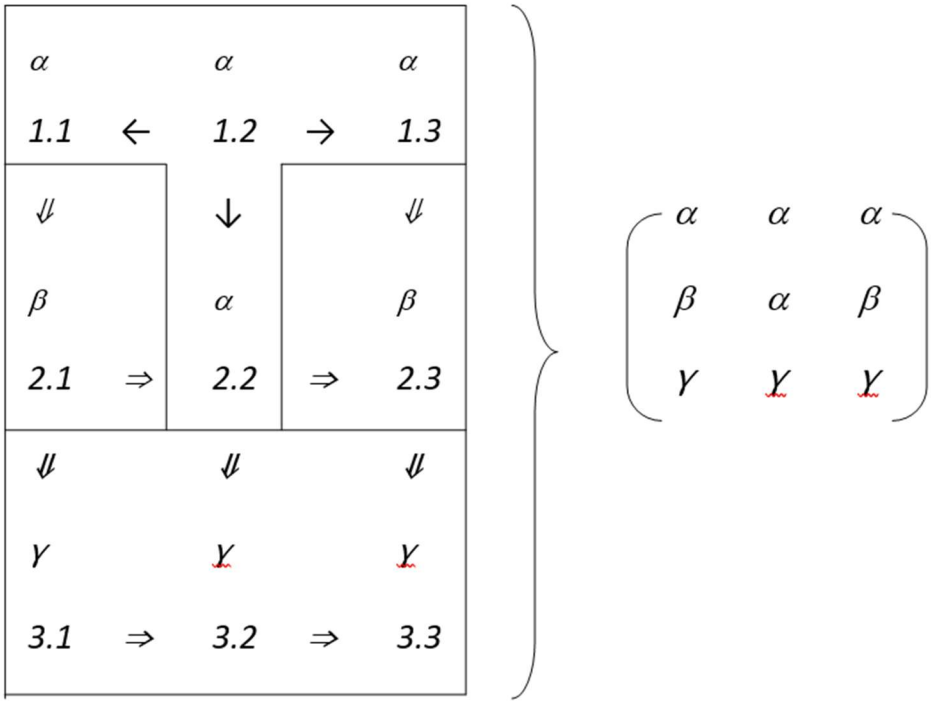
Der Aufbau von Zeichenklassen aus semiotischen Feldern.

1. In Toth (2010b) war gezeigt worden, dass jedem Subzeichen nicht nur eine eigene Umgebung U(a.b) und ein eigenes Repräsentationsfeld RepF(a.b), sondern auch ein eigenes semiotisches Feld, definiert als die Vereinigung aller RepF(a.b), entspricht.

1. 1. Beispiel: SF(1.1)

$$\left.\begin{array}{ccccc}
\alpha & & \alpha & & \beta \\
1.1 & \rightarrow & 1.2 & \Rightarrow & 1.3 \\
\downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\alpha & & \beta & & \gamma \\
2.1 & \Rightarrow & 2.2 & \Rightarrow & 2.3 \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\beta & & \gamma & & \gamma \\
3.1 & \Rightarrow & 3.2 & \Rightarrow & 3.3
\end{array}\right\} \quad \begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \beta \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \beta & \gamma & \gamma \end{pmatrix}$$

1. 2. Beispiel: SF(1.2)



2. Wenn wir nun daran gehen, die Zeichenklassen aus semiotischen Feldern zu konstruieren, nützt es nichts, sie entwedurch durch Addition der U(a.b) oder durch Konkatenation von Dyaden (a.b) (b.c) zu bilden – denn dann bekommen wir Überlappungen, die alles anderes als einfach zu handhaben sind (vgl. Toth 2010a). Am einfachsten ist es, sogleich von

U(a.b) → U(U(a.b)) → U(U(U(a.b)))

fortzuschreiten und die x ∈ U(a.b), y ∈ → U(U(a.b)) und z ∈ U(U(U(a.b))) sogleich in Matrizen einzutragen.

2.1. SemF(3.1 2.1 1.1)

$$\begin{pmatrix} \alpha/\beta/\gamma & \beta/\gamma & \delta \\ \alpha/\beta/\gamma & \beta & \delta \\ \alpha & \alpha & \delta \end{pmatrix}$$

2.2. SemF(3.1 2.1 1.2)

$$\begin{pmatrix} \alpha/\beta/\gamma & \gamma & \alpha/\gamma \\ \alpha/\beta & \beta/\gamma & \delta \\ \alpha & \alpha & \delta \end{pmatrix}$$

2.3. SemF(3.1 2.1 1.3)

$$\begin{pmatrix} \beta & \gamma & \gamma \\ \alpha/\beta & \delta & \gamma \\ \alpha & \alpha & \delta \end{pmatrix}$$

2.4. SemF(3.1 2.2 1.2)

$$\begin{pmatrix} \gamma & \gamma & \gamma \\ \alpha/\beta & \beta/\gamma & \beta \\ \alpha & \alpha/\beta & \delta \end{pmatrix}$$

2.5. SemF(3.1 2.2 1.3)

$$\begin{pmatrix} \delta & \beta/\gamma & \gamma \\ \alpha/\beta & \beta & \beta/\gamma \\ \alpha & \alpha/\beta & \gamma \end{pmatrix}$$

2.6. SemF(3.1 2.3 1.3)

$$\begin{pmatrix} \delta & \gamma & \beta/\gamma \\ \alpha & \beta & \beta/\gamma \\ \alpha & \alpha & \beta \end{pmatrix}$$

2.7. SemF(3.2 2.2 1.2)

$$\begin{pmatrix} \alpha/\gamma & \alpha/\beta/\gamma & \alpha/\gamma \\ \beta & \alpha/\beta/\gamma & \beta \\ \alpha & \alpha/\beta & \alpha \end{pmatrix}$$

2.8. SemF(3.2 2.2 1.3)

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta/\gamma & \gamma \\ \beta & \alpha/\beta & \beta/\gamma \\ \alpha & \alpha/\beta & \alpha \end{pmatrix}$$

2.9. SemF(3.2 2.3 1.3)

$$\begin{pmatrix} \delta & \gamma & \beta/\gamma \\ \beta & \beta & \beta/\gamma \\ \alpha & \alpha & \alpha/\beta \end{pmatrix}$$

2.10. SemF(3.3 2.3 1.3)

$$\begin{pmatrix} \delta & \gamma & \gamma \\ \delta & \beta & \beta/\gamma \\ \delta & \alpha & \alpha/\beta \end{pmatrix}$$

2.11. SemF(3.3 2.2 1.1)

$$\begin{pmatrix} \gamma & \beta/\gamma & \beta/\gamma \\ \beta/\gamma & \beta & \alpha/\beta \\ \delta & \alpha/\beta & \alpha \end{pmatrix}$$

Eine einfache Gegenüberstellung einer beliebigen Zeichenklasse und ihrer Realitätsthematik

×(SemF(3.1 2.1 1.1)) = SemF(1.1 1.2 1.3) =

$$\begin{pmatrix} \alpha/\beta/\gamma & \beta/\gamma & \delta \\ \alpha/\beta/\gamma & \beta & \delta \\ \alpha & \alpha & \delta \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \alpha/\beta & \alpha/\beta/\gamma & \alpha/\beta/\gamma \\ \alpha & \alpha/\beta & \alpha/\gamma \\ \alpha & \alpha & \alpha \end{pmatrix}$$

zeigt, dass die Matrizen der entsprechen semiotischen Felder nicht-dual sind.

Bibliographie

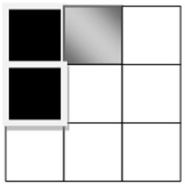
Toth, Alfred, Überlappungen von Repräsentationsfeldern. In: In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Semiotische Felder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

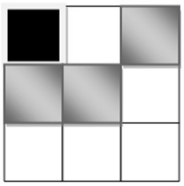
Strukturschemata semiotischer Felder von Zeichenklassen

1. In Toth (2010) hatten wir Zeichenklassen aus semiotischen Feldern konstruiert. Dabei ergaben sich bis zu drei Besetzungen für semiotische „Ladungen“ (Valenzen) pro Subzeichen, wobei V = 3 natürlich das Maximum für triadische Zeichenklassen darstellt und 0 aus ebenso natürlichen Gründen nicht vorkommt. Wir wollen diese unübersichtlichen Matrizen in diesem Anhang dadurch visualisieren und vereinfachen, dass wir einfache Besetzung weiss lassen, doppelte Besetzung grau und dreifache Besetzung schwarz färben.

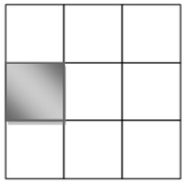
2.1. SemF(3.1 2.1 1.1)



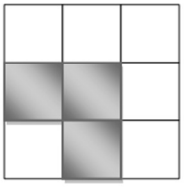
2.2. SemF(3.1 2.1 1.2)



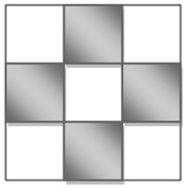
2.3. SemF(3.1 2.1 1.3)



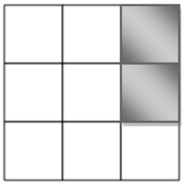
2.4. SemF(3.1 2.2 1.2)



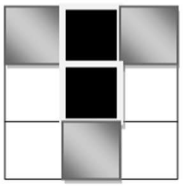
2.5. SemF(3.1 2.2 1.3)



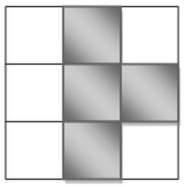
2.6. SemF(3.1 2.3 1.3)



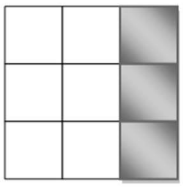
2.7. SemF(3.2 2.2 1.2)



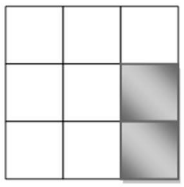
2.8. SemF(3.2 2.2 1.3)



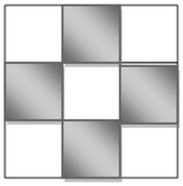
2.9. SemF(3.2 2.3 1.3)



2.10. SemF(3.3 2.3 1.3)



2.11. SemF(3.3 2.2 1.1)



Dieses Strukturschematik verhält sich also so zu den in Toth (2010) eingeführten semiotischen Feldern wie die monokontexturale zur polykontexturalen und die quantitative zur qualitativen Mathematik: sie reduziert alle Qualitäten

bis auf die eine Qualität der Quantität. Bemerkenswert ist,dass dadurch die semiotischen Felder der Eigenrealität und der Kategorienrealität gleiche Strukturschemata erhalten.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Felder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Zusammenhang und verbotene Strukturen in semiotischen Feldern

1. Wir gehen wiederum davon aus, dass wir unter der (unmittelbaren Umgebung eines Subzeichens die Menge

U(a.b) = ((a-1.b) ,(a.b-1); (a+1.b)), (a.b+1)}

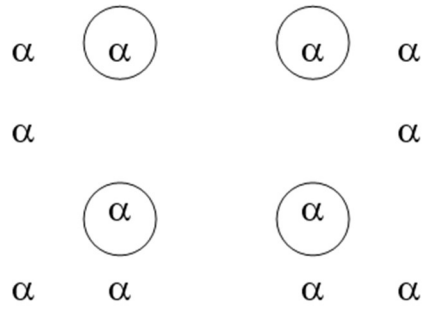
verstehen, d.h. nur solche Subzeichen (a´.b´) werden als unmittelbare Nachbarn von (a.b) aufgefasst, die höchstens einen Schritt, d.h. einen triadischen oder einen trichotomischen Schritt, von (a.b) entfernt sind, d.h. |a´-a| oder |b´- b|. Hierdurch wird in Sonderheit bestimmt, dass diagonal benachbarte Subzeichen zu den mittelbaren Nachbarn gehören, da zu ihrer Erreichung 2 lineare Schritte nötig sind:

↓ ← 1.3

← 2.2

3.1

2. Wenn wir gleiche Umgebungen mit gleichen kleinen griechischen Buchstaben markieren, dann folgt aus der Definition von U(a.b), dass die Strukturen



Das gilt also sowohl für Haupt- (rechte Beispiele) wie für Nebendiagonalität (linke Beispiele). Es bedeutet ferner, dass in den oberen beiden Beispielen nicht die lineare Adjazenz von α - α ausgeschlossen wird – denn diese ist garantiert dadurch, dass (a.b) ∈ U(a.b) ist, d.h. per definitionem, sondern die diagonale Adjazenz.

3. An dieser Stelle ist ein kleinerer Unterbruch nötig. Ich erinnere daran (Toth 2009), dass für triadische Peirce-Zahlen gilt:

tdPZ: 1. ⊂ 2. ⊂ 3.

und für trichotomische Peirce-Zahlen:

ttPZ: .1 < .2 < .3

zwar deshalb, weil jede tiefere Kategorie in der höheren so eingeschlossen ist, dass sich eine verschachtelte „Relation über Relationen“ ergibt (Bense 1979, S. 53, 67). Da diese Relationen aber umkehrbar sind, gilt auch

tdPZ: 3. ⊃ 2. . ⊃ 1.

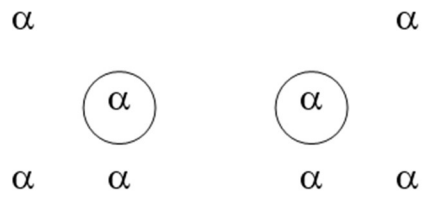
ttPZ: .3 > .2 > .1

Genuine Subzeichen (identitive Morphismen) sind demnach dadurch charakterisiert, dass für alle (a.b) gilt (a. =.b) und somit a. ⊂⊃ .b und .a <> .b.

Allgemein gilt somit für alle (a.b), (c.d) mit paarweise verschiedenen Werten für a, b, c, d: a. ⊂ c. oder a. ⊃ c. sowie .b < .d oder .b > .d.

Somit gilt für alle (a.b), (c.d) mit (c.d) = (a.b)°: a. ⊂ c. und .b > .d oder a. ⊃ c. und .b < .d.

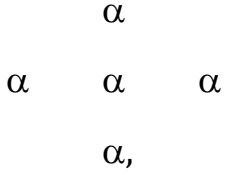
Würden nun diagonale Nachbarn als unmittelbare Umgebung erlaubt, entstünde in



ein Konflikt, insofern gelten würde:

(a.b) = (c.d) mit a < c oder a > c sowie b > d oder b < d. Damit wären also 2 Subzeichen unvergleichbar bzw. durch die Erlaubnis der unmittelbaren diagonalen Nachbarschaft der logische Identitätssatz aufgehoben.

4. Damit bekommen wir als maximale widerspruchsfreie Umgebungsstruktur



die bekanntlich U(2.2) ist. Weil hier entsprechend der Diagnalität jeweils nur direkte unmittelbare Nachbarschaft besteht, kann man das Diagramm sogleich zur vollständigen kategorialen Matrize vervollständigen

β	α	β
α	α	α
β	α	β

Setzen wir jedoch links oben ein α in die Matrize α, dann folgen sofort drei unmittelbar benachbarte Elemente

α	α	-
α	-	-
-	-	-

Nehmen wir an, das nächste Element sei β, dann muss das dritte diagonale Element γ sein

α	α	-
α	β	-
-	-	γ

Wie man nun aber weiter macht, es wird mehrdeutig, denn erstens kann das zentrale β als seinen Linksvorgänger ein β beanspruchen, dann aber ist diese Position zusammen mit α doppeltbesetzt: U(β) = (α, β). Nimmt man aber z.B. an, der rechte untere Block sei eine Kopie der ganzen 3×3-Matrix, dann kann man einsetzen

α	α	-
α	β	β
-	β	γ.

β hat dann als weiteres Element β in der rechten oberen Ecke, aber nun ist die linke untere Ecke unbestimmt:

$\alpha \quad \alpha \quad \beta$

$\alpha \quad \beta \quad \beta$

$? \quad \beta \quad \gamma,$

es bleibt also bis zuletzt ein Moment der Unbestimmtheit in einem semiotischen Feld.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Triadisch-trichotomische Teilmatrizen der Grossen Matrix

1. Die Grosse Matrix enthält 9 x 9 = 81 Subzeichen, die Paare von Dyaden darstellen. Im Gegensatz zur kleinen semiotischen Matrix ist also die Basis der Einträge der Matrix nicht 1 Subzeichen, sondern 2. Daher stellt sich die Frage, welche Kombinationen man praktisch zulässt: Alle, wie sie eben in der Grossen Matrix erscheinen, oder solche der Form (1.a) (1.b), (a.1) (a.2), (1.a) (a.b), usw.? Die Frage sollte nicht nur deshalb entschieden werden, um die Menge der zu konstruierenden Zeichenklassen zu berechnen (vgl. Steffen 1982, S. 58), sondern vor allem wegen der für Zeichenklassen geltenden Inklusionsordnung, wonach Trichotomien der linearen Ordnung (n+1) nur gleich oder grösser als Trichotomien der linearen Ordnung der Stufe n sein dürfen. Führt man nämlich kein Ordnungsprinzip ein, so ergeben sich für die $3 \times 3 \times 3 = 27$ Zeichenklassen über der kleinen Matrix $9 \times 9 \times 9 = 781$ Zeichenklassen über der Grossen Matrix.

2. Der triadische Wert des 2. Dyadenpaars kann sich entweder nach dem triadischen oder nach dem trichotomischen Wert des 1. Dyadenpaares richten:

2.1. (a.b) (b.c)

2.2. (a.b) (a.c)

Als Ordnungsprinzip kann man also $b \leq c$ direkt aus den Zeichenklassen der kleinen Matrix übernehmen.

2.1. Verteilung der Menge {(a.b) (b.c)} :

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 3.1	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

2.2. Verteilung der Menge {(a.b) (a.c)} :

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 3.1	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

Bibliographie

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982, S. 55-70

Eine bisher unbekannte semiotische Parkettierung

Trägt man, wie in Toth (2010) geschehen, die Menge aller Dyaden-Paare der Form {(a.b) (b.c)} sowie die Menge aller Dyaden-Paare der Form {(a.b) (a.c)} in die Grosse semiotische Matrix (vgl. Bense 1983, S. 93) ein, so ergibt sich eine interessante semiotische Parkettierung, die aus der Menge derjenigen Punkte des semiotischen topologischen Raumes der Grossen Matrix besteht, bei denen weder die triadischen Haupt- noch die trichotomischen Stellenwerte der Glieder der Paare identisch sind.

1. Parkettierung der Menge $\{(a.b)\ (b.c)\}^{o}$:

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 3.1	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

2. Parkettierung der Menge $\{(a.b)\ (a.c)\}^{o}$:

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 3.1	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

3. Parkettierung der Menge $\{(a.b)\ (b.c)\}^{o} \cup \{(a.b)\ (a.c)\}^{o} = \{(a.b), (a.c), (b.c)\}^{o} = \{(a.b)\ (c.d) \mid a \neq c \vee b \neq d)^{o}$.

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 3.1	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

Bibliographie

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Triadisch-trichotomische Teilmatrizen der Grossen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens

1. Wie bekannt, wird das Sein durch die quantitativen Zahlen, basierend auf der 2-wertigen aristotelischen Logik, beschrieben. Wie Günther (1976-80) und Kronthaler (1986) gezeigt haben, kann das Nichts einerseits ergänzend und anderseits das Sein übergreifend durch die qualitativen Zahlen, basierend auf den mehrwertigen Günther-Logiken, im Rahmen einer Mathematik der Qualitäten beschrieben werden. Dass es zwischen dem quantitativen und dem qualitativen Zahlkonzept Vermittlungszahlen, von Bense (1975, S. 65 f.) als Relationszahlen bezeichnet, bedarf, war bereits Günther (1991, S. 431-479) klar, der einen ersten Versuch, ausgehend von der mehrwertigen Logik, machte.

2. In Toth (2009a) wurde nachgewiesen, dass die qualitativen Trito-Zahlen die Trichotomien von Zeichenklassen erzeugen, während die Triaden quantitative Zahlen sind. Jede Zeichenklasse ist daher aus geordneten Paaren zusammengesetzt, dessen erstes Glied eine quantitative und dessen zweites Glied eine qualitative Zahl ist:

Zkl = (3.A 2.B 1.C)

Schreibt man nun, wie in Toth (2009b) gezeigt, sowohl die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen (tdP) als auch die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) einmal als Zeile und einmal als Spalte und bestimmt man die kartesischen Produkte, so erhält man eine Matrix, welche nicht nur die reinen semiotischen Quantitäten und die reinen semiotischen Qualitäten, sondern auch die quanti-qualitativen sowie die quali-quantitativen Vermittlungszahlen enthält:

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

3. Wenn nun Zeichenklassen der Form

(3.1 2.1 1.1)

die semiotische reine Quantität und also das Sein beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.A. B.A. A.A)

die semiotische reine Qualität und also das Nichts beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.1 B.1 A.1)

die semiotische qualitative Quantität, und Zeichenklassen der Form

(3.A 2.A 1.A

die semiotische quantitative Qualität beschreiben, dann dienen die Vermittlungsklassen der Beschreibung des Werdens, das nach Hegel sowohl dem Sein als auch dem Nicht adjazent ist. Wenn man nun A, B, C $\in$ {.1, .2, .3} setzt und diese Vermittlungsklassen so, wie Kaehr es für peircesche Zeichenklassen getan hat, kontexturiert, wobei über die Kontexturierung die folgende Matrix orientiert

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

dann hat man offenbar alle kontexturierten Vermittlungszahlen gefunden, welche das Werden im Ramen einer triadisch-trichotomischen 3-kontexturellen Semiotik strukturieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Die zwei kontexturierten Matrizen des Werdens und ihre relationalen Verbindungen

Ausgehend von der vollständigen quantitativ-qualitativen semiotischen Matrix (Toth 2009)

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

erhält man in den beiden Blöcken entlang der Hauptdiagonalen die quantitativ-qualitative und die qualitativ-quantitative Teilmatrix, die als Matrizen des Werdens den beiden Matrizen des Seins und des Nichts adjazent sind. Diese beiden Matrizen sind zueinander dual, insofern für jede beliebige Zeichenklasse der Form (3.A 2.A 1.A) sowie der Form (C.1 B.1 A.1) gilt:

×(3.A 2.A 1.A) = (A.1 A.2 A.3)

×(C.1 B.1 A.1) = (1.A 1.B 1.C).

Ausgehend von diesem Zusammenhang kann man die beiden Matrizen wie folgt kontexturieren (vgl. zur Kontexturierung von Zeichenklassen Kaehr 2008):

$$\begin{pmatrix} 1.A_{1,3} & 1.B_1 & 1.C_3 \\ 2.A_1 & 2.B_{1,2} & 2.C_2 \\ 3.A_3 & 3.B_2 & 3.C_{2,3} \end{pmatrix}$$

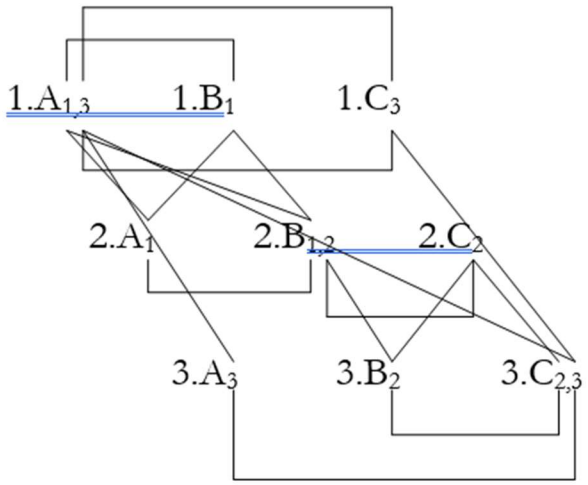
$$\begin{pmatrix} A.1_{3,1} & A.2_1 & A.3_3 \\ B.1_1 & B.2_{2,1} & B.3_2 \\ C.1_3 & C.2_2 & C.3_{3,2} \end{pmatrix}$$

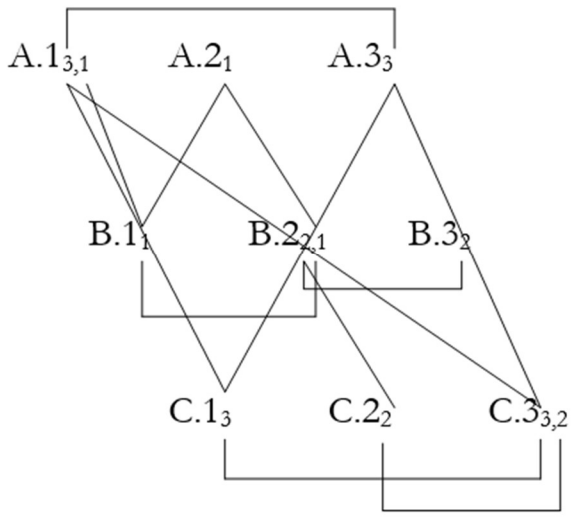
d.h. es gilt also für jedes Subzeichen

$\times(1.A)_{\alpha,\beta} = (A.1)_{\beta\alpha}$

$\times(A.1)_{\beta,\alpha} = (1.A)_{\alpha,\beta}$.

Damit ergeben sich also einerseits statische Zusammenhänge des Werdens durch die Subzeichen und anderseits dynamische Zusammenhänge des Werdens über die Kontexturenzahlen:





Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

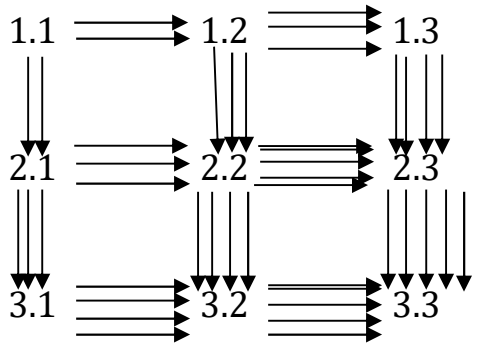
Multisimpliziale Mengen als Prägarben

1. Unter einer Garbe (abelscher Gruppen) über einem topologischen Raum versteht man jede offene Teilmenge des Basisraumes, welche bestimmten Restriktionshomomorphismen unterliegt. Im Gegensatz zu einer Garbe besitzt eine Präarbe keine „lokalen Daten“ (vgl. Miraglia 2006). Zu semiotischen abelschen Gruppen vgl. Toth (2006, S. 37 ff.), zu semiotischen Bündeln und Garben vgl. Toth (2006, S. 29 f.).

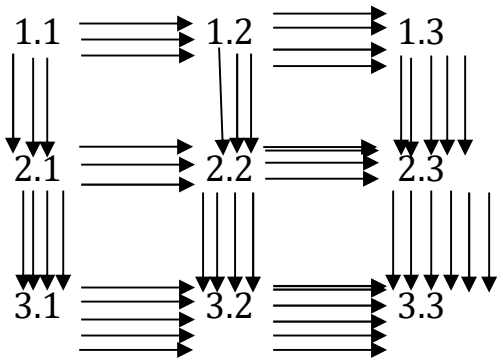
2. Die Darstellung multisimplizialer Mengen als Prägarben kann in der Semiotik mit einem gewissen theoretischen Gewinn deshalb benutzt werden, da man aus ihr bestimmte Algorithmen ableiten kann, mit denen sich alternative Darstellungen semiotischer Matrizen (und damit der Ordnungsstruktur der Subzeichen) ergeben. Dabei wird anstatt von (gewöhnlichen) von n-Kategorien ausgegangen, d.h. von höheren Kategorien, die mehrfache Inputs bei stets einem einzigen Output zulassen (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2 ff.). Während also bei 1-Kategorien von einem Domänen-Element $a \in A$ zu einem Codomänen-Element $b \in B$ stets ein einziger, genau bestimmter Morphismus führt, gibt es eine Menge von Morphismen zwischen a, b, c, ..., $n \in A$ und $b \in B$ bei n-Kategorien.

3. Die Prägarben-Darstellung funktioniert, wie ich nun zeige, auf drei Arten: Man kann die Anzahl von zwischen A(Dom) und B(Codom) abbildenden Morphismen 1. von der Domäne und 2. von der Codomäne abhängig machen. 3. Kann man mit Hilfe der Prägarben-Darstellung semiotische Matrizen so ordnen, dass die Umgebungen eines Subzeichens (a.b) stets genau einer der folgenden Fälle umfasst: (a+1.b), (a.b+1), (a-1.b), (a.b-1).

3.1. A(Dom)-induierte Prägarben-Darstellung



3.2. B(Codom)-induierte Prägarben-Darstellung



Für die Umgebungen jedes (a.b) gilt also

U(a.b) (A-Dom) = U(a(+1).b(+1)) (B-Codom)

bzw.

U(a.b) (B-Codom) = U(a(-1).b(-1)) (A-Dom)

3.3. Damit sind jedoch die (a.b) selber redundant, wenn die Prägärben sind für jedes (a.b) bzw. U(a.b) eindeutig bestimmt. Semiotisch kann man damit die Subzeichen vollständig durch Prägarben ersetzen (und damit eine interessante kategorientheoretische Grothendieck-Topologie konstruieren!). Wenn wir nun die kleine semiotische Matrix Benses so ordnen, dass für jedes (a.b) einer der folgenden 4 Fälle gilt

(a+1.b), (a.b+1), (a-1.b), (a.b-1),

dann erhalten wir z.B. folgende Darstellung unter mehreren (wobei die Aufgabe in der Bestimmung der Anzahl der verschiedenen Darstellungen und ihrem gegenseitigen Nicht-Isomorphie-Beweis beruht):

$$\begin{pmatrix} \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \\ \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow \\ \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 2.2 \\ 3.2 & 3.1 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix}$$

Bibliographie

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher-Dimensional Categories. IMA-Workshop, University of Cambridge, 2004

Miraglia, Francisco, An Introduction to Partially Ordered Structures and Sheaves. Monza 2006

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Die Struktur der semiotischen Nullheit

1. Will man die semiotische Nullheit in die Peircesche Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

einbetten, so kann man dies rein theoretisch auf die beiden folgenden Arten tun:

a. ZR^0 = (3.a 2.b 1.c 0.d)

b. ZR_0 = (3.a 2.b 1.c d.0)

mit jeweils a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3}. Wie man aber sogleich bemerkt, sind die entsprechenden Matrizen nicht-quadratisch (wie die 3 × 3-Matrix zu ZR), denn bei a) gibt es nur triadische, bei b nur trichotomische Nullwerte:

$$\mathcal{M}^{3\times3} = \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \mathcal{M}^{3\times4} = \begin{pmatrix} 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M}^{4\times3} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \mathcal{M}^{4\times4} = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Was uns hier interessiert, sind aber die Zusammenhänge zwischen den obigen 4 Matrizen und der in Toth (2010) eingeführten präsemiotischen Matrix

$$\wp = \left(\begin{array}{c|ccc} & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ \hline 0.1 & 0.11 & 0.12 & 0.13 \\ 0.2 & 0.21 & 0.22 & 0.23 \\ 0.3 & 0.31 & 0.32 & 0.33 \end{array}\right)$$

Hier gilt nun (Toth 2010)

$\pi \cdot \wp = \mathcal{M}^{3\times3}$.

Dabei können nun folgende strukturelle Transformationen festgehalten werden:

$\mathcal{M}^{3\times4} \rightarrow \mathcal{M}^{3\times3}$: (x.0) → (x.y)

$\mathcal{M}^{4\times3} \rightarrow \mathcal{M}^{3\times3}$: (0.x)→ (x.y) (x, y ∈ {1,2,3}

$\mathcal{M}^{4\times4} \rightarrow \mathcal{M}^{3\times3}$: (a.b) → (x, y} (x, y ∈ 0,1,2,3}-

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Struktur der semiotischen Nullheit I-II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Die Verdoppelungsfunktion des Zeichens

1. Wäre das scholastische „aliquid stat pro aliquo“ korrekt, so müsste sich die Welt der Objekte mit zunehmender Semiotisierung entleeren; tatsächlich aber bleiben die Objekte zurück. Eine Semiose verwandelt also streng genommen nicht ein Objekt in Zeichen (Bense 1967, S. 9), sondern das Metaobjekt tritt an die Seite des Objektes und etabliert so neben dem ontischen Raum einen semiotischen Raum, wobei die Anwärterobjekte der Zeichen zwischen ihnen den präsemiotischen Raum der disponiblen Objekte bilden (Bense 1975, S. 65 f., Toth 2008).

2. Wie in Toth (2010) dargestellt, wurde im Objektbezug des Zeichens, der übrigens mit dem Zeichen identifiziert wurde, nur zwischen εἴ΄κων und σημεῖνον bzw. Icon und Symbol unterschieden (so noch bei Saussure und seinen Nachfolgern). Der Index, der von Peirce im Rahmen des Objekjtbezugs des Zeichens zwischen das Icon und das Symbol gepflanzt wurde, hat dort gar nichts zu suchen, denn er vermittelt nicht zwischen Icon und Symbol oder zwischen quasi-vollen und leeren Durchschnitten der Merkmalsmengen von Zeichen und bezeichnetem Objekt. Die Deixis des Index passt auch nicht zum scholastischen „aliquid stat pro aliquo“, das sowohl das Icon als „sachentsprechendes Bild“ als auch das Symbol als „willkürliches Zeichen“ charakterisiert. Dagegen stehen bei Peirce die vermittelnden Glieder der Dichotomien im Mittelbezug und im Interpretantenbezug nicht zwischen, sondern ausserhalb, in der drittheitlichen Position, aber auch hier gilt, dass weder „Essenz“ (Bense 1979, S. 61) zwischen Qualität und Quantität im Mittelbezug noch das Argument zwischen Rhema und Dicent im Interpretantenbezug vermitteln. Da die ganze nicht auf der Peirceschen Semiotik basierende Wissenschaft monokontextural ist, d.h. auf Dichotomien aufgebaut ist, bereitet das Suchen vermeintlicher „zu ergänzender“ dritter Glieder im Rahmen der Systeme dieser Dichotomien immer wieder beträchtliche Schwierigkeiten, etwa dann, wenn man in den Ansätzen einer „semiotischen Linguistik“ die nicht zu verneinende Tatsache, dass in Grammatiken bestimmten Formen bestimmte Inhalte zugewiesen werden, also erstheitliche Elemente zweitheitlichen Elementen zugeordnet werden, dadurch zu vernebeln gezwungen ist, dass irgendwie noch „kontextuelle Abbildungen“ phantomatischer Dritter Art hinzuhalluziniert werden müssen.

3. In der folgenden Abbildung stehen die Glieder der von Peirce durchbrochenen Dichotomien in Klammern:

Mittelbezug:	[Qualität /	Quantität]	Essenz (Bense)
Objektbezug:	[Icon]	Index	[Symbol]
Interpretantenbezug:	[Off. Konnex / Geschl. Konnex]		vollst. Konn.

Wenn wir also die falschen und überflüssigen drittheitlichen „Vermittlungen“ weglassen, bleibt eine „Matrix“ von drei Dichotomien:

M: Qualität /Quantität

O: Icon/Symbol (Bild/Name)

I: Offenes System/abgeschlossenes System

Ferner verlangen wir, dass die Ordnung der Fundamentalkategorien der Zeichenrelation der zeitlichen Ordnung der Semiose entspricht, d.h.

$\Sigma = <\Omega, DK, FK>$,

wobei DK disponible und FK fundamentale Kategorien sind. Dadurch erhalten wir

$ZR = (O, I, M)$,

d.h. nicht M, sondern I tritt als Vermittlung auf. Die meinstellige Relation M kann niemals die zweistellige Relation O und die dreistellige Relation I vermitteln! Analog zur polykontexturalen Logik nehmen wir ausserdem mehrere Interpretanten, d.h. ontologische Orte an, die wir entsprechend den logischen Negationszyklen wachsen lassen können. Diese Interpretanten können also die Rolle von semiotischen Transjunktionen spielen, während die M und O die „Intrajunktionen“ sind. Wir erhalten somit

$ZR^* = (O, \{I_1, ..., I_n\}, M)$.

Ferner darf eine polykontexturale Semiotik das bezeichnete Objekt nicht ausschalten, d.h. aber, auch nicht zum „externen“ oder „kategorialen“ Objekt degradieren, denn die Aufhebung der Zeichen-Objekt-Transzendenz der Peirceschen Semiotik (wie jeder nicht-arbiträren Semiotik) ist eine der wichtigsten Voraussetzungen einer polykontexturalen Semiotik. Schliesslich haben wir also

$ZR^{**} = (\Omega, O, \{I_1, ..., I_n\}, M)$,

und hiermit ist endlich das scholastische Prinzip des „aliquid stat pro aliquo“ aufgehoben, denn sowohl das aliquid $(O, \{I_1, ..., I_n\}, M)$ als auch das pro aliquo (Ω) befinden sich in derselben Zeichenrelation ZR^{**}. ZR^{**} ist die Relation der Verdoppelungsfunktion des Zeichens.

4. Modelle

4.1. Matrizen

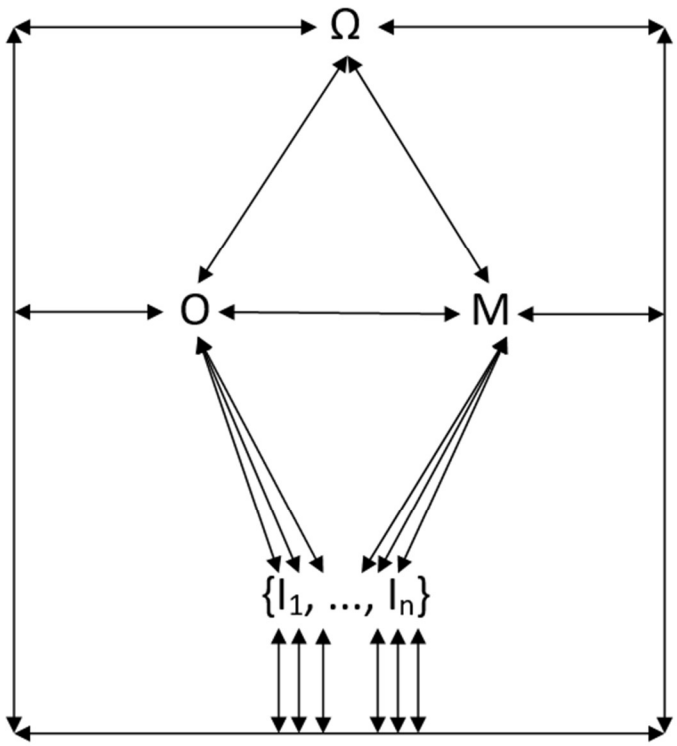
4.1.1. Quadratische Matrix

	Ω	O	$\{I_1, ..., I_n\}$	M
Ω	$\boldsymbol{\Omega\,\Omega}$	ΩO	$\{\Omega I_1, ..., \Omega I_n\}$	ΩM
O	$O\,\Omega$	$\mathbf{OO}$	$\{OI_1, ..., OI_n\}$	OM
I_1	$I_1\,\Omega$	I_1O	$\boldsymbol{\{I_1^2, ..., I_n^2\}}$	I_1M
...	...	...	...	...
I_n	$I_n\,\Omega$	I_nO	$\boldsymbol{\{I_n^n, ..., I_n^n\}}$	I_nM
M	$M\,\Omega$	MO	$\{MI_1, ..., MI_n\}$	$\mathbf{MM}$

4.1.2. Nicht-quadratische Matrix

	Ω	O	$\{I_1, ..., I_n\}$	M
Ω	$\boldsymbol{\Omega\,\Omega}$	ΩO	$\{\Omega I_1, ..., \Omega I_n\}$	ΩM
O	$O\,\Omega$	$\mathbf{OO}$	$\{OI_1, ..., OI_n\}$	OM
I_1	$I_1\,\Omega$	I_1O	$\boldsymbol{\{I_1^2, ..., I_n^2\}}$	I_1M
...	...	...	...	...
I_{n-m}	$I_{n-m}\,\Omega$	$I_{n-m}O$	$\boldsymbol{\{I_n^{n-m}, ..., I_n^{n-m}\}}$	$I_{n-m}M$
M	$M\,\Omega$	MO	$\{MI_1, ..., MI_n\}$	$\mathbf{MM}$

4.2. Ordnungstheorie



4.3. Relationentheorie

Wir setzen entsprechend den Peirceschen Zeichenklassen

Ω := 0, O = .2., I = .3., M = .1. und erhaltes so folgende maximale relationale Matrix:

	0	2	$\{3_1, \ldots, 3_n\}$	M
Ω	**0. 0**	0.2	$\{0.3_1, \ldots, .0.3_n\}$	0.1
2	2.0	**2.2**	$\{2.3_1, \ldots, 2.3_n\}$	2.1
3_1	$3_1.0$	$3_1.2$	$\mathbf{\{3_1^2., \ldots, 3_n^2,\}}$	$3_1.1$
…	…	…	…	…
3_n	$3_n.0$	$3_n.2$	$\mathbf{\{3_n^n., \ldots, 3_n^n\}.}\}$	$3_n.1$
1	1.0	1.2	$\{1.3_1, \ldots, 1.3_n\}$	**1.1**

Es gibt keine Ordnungsbeschränkung auf ZR** = (Ω, O, $\{I_1, ..., I_n\}$, M), d.h. es können minimal $4^4 = 256$ und maximal ∞ Zeichenklassen erzeugt werden. Die (duale) Erzeugung von Realitäthematiken erübrigt sich natürlich wegen Ω ⊆ ZR**.

Die triadische Peircesche Matrix ist ein Fragment der obigen Matrix mit n = 1 (für I_n):

	0	2	$\{3_1, ..., 3_n\}$	M
Ω	**0. 0**	0.2	$\{0.3_1, ..., .0.3_n\}$	0.1
2	2.0	**2.2**	$\{2.3_1, ..., 2.3_n\}$	2.1
3_1	$3_1.0$	$3_1.2$	$\mathbf{\{3_1^2., ..., 3_n^2,\}}$	$3_1.1$
...	...	...	...	...
3_n	$3_n.0$	$3_n.2$	$\mathbf{\{3_n^n., ..., 3_n^n\}}.\}$	$3_n.1$
1	1.0	1.2	$\{1.3_1, ..., 1.3_n\}$	**1.1**

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme.

Bense, Max, Die Unwahrscheinklichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Der Objektbezug des Zeichens und die Konsequenzen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Kontexturierte Peirce-Zahlen als Domänen und als Codomänen

1. Stellen Sie sich einen Lattenzaun vor mit n Latten. Um aus diesen n Latten einen Zaun zu verfertigen, der diesen Namen verdient, wird man die n Latten so anordnen, dass damit auch (n-1) Zwischenräume, wir nennen sie: Zwischenlatten, entstehen. Genau genommen besteht also ein Lattenzaun aus n Latten sowie (n-1) Zwischenlatten. Hat eine Menge n, deren Elemente qualitativ gleich sind, bei jeder Permutation immer (n-1) Zwischenräume? Verlangen Sie von Ihrem Lattenzaun, dass die Zwischenlatte immer den Raum von 2 Latten umfasst. Dann ist also (n-1) = 2n, d.h. n = 2n +1. Was wissen wir überhaupt von dem Nichts als Platzhalter des Seins bzw. von dem aus Unterbrüchen des Nichts definierten Sein?

2. Im folgenden wollen wir einen bedeutenden Schritt weitergehen, indem wir die Objekte, d.h. die Latten, von der einen („irdischen") Kontextur befreien. Eine Latte kann also in mehr als einer Kontextur erscheinen. Eine Kontextur ist aber der Geltungsbereich aus Positivität und Negativität, d.h. sie schliesst das Nichts ein. Jede Latte partizipiert demnach durch ihre Kontexturierung als Objekt am Nichts, d.h. am Jenseits der Latte, das als Zwischenraum definiert wurde. Damit wird also nun ein mathematischer Zusammenhang hergestellt zwischen den n Latten und den (n-1) Zwischenräumen, der weit jenseits der Arithmetik liegt. Streng genommen hätten wir die Frage, wieviel wir wirklich wissen über Latten und Zwischenlatten schon längst dahingehend beantworten sollen, dass sie an sich schon zwei verschiedenen Kontexturen angehören, etwa so wie Äpfel und Birnen, zwischen denen ja jegliche Arithmetik verboten ist, wie man aus den Anfängen des Mathematikunterrichts weiss. Daraus folgt jetzt also, dass man nicht nur die Latten, sondern auch die Zwischenlatten kontexturieren muss, also das Nichts, das zwischen dem Sein der Objekte steht. Was schliesslich die Relation der Latten und Zwischenlatten betrifft, so ist sie bidirektional, d.h. man kann beim Bau eines Zauns natürlich sowohl von den Latten als auch von den Zwischenräumen ausgehen.

3. Ein Subzeichen ist das kartesische Produkt aus zwei Monaden, von Bense (1980) als Primzeichen bezeichnet:

$(a.b) = a. \times .b$ mit $a, b, \in \{1, 2, 3\}$,

wobei der rechte Punkt P^ρ und der linke Punkt P^λ den Morphismus $(a \rightarrow b)$ abkürzen:

$<a. \in P^\rho, .b \in P^\lambda> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta}$.

Für Kontexturen K wollen wir kleine Buchstaben verwenden: i, j, k, ... $\in$ K. Nach dem oben Gesagten haben wir dann also

$<a_{.i.j} \in P^\rho, .b_{k.l} \in P^\lambda> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta\ <i,j>\rightarrow<k,l>}$.

Einfach gesagt, gibt es also die folgenden Abbildungsmöglichkeiten zwischen kontexturierten Subzeichen:

$a_{ij} \rightarrow b_{kl}$ $\quad a_{ij} \rightarrow b_{lk}$ $\quad a_{ji} \rightarrow b_{lk}$ $\quad a_{ij} \rightarrow b_{jk}$

$a_{ij} \leftarrow b_{kl}$ $\quad a_{ij} \leftarrow b_{lk}$ $\quad a_{ji} \leftarrow b_{lk}$ $\quad a_{ij} \leftarrow b_{jk}$

<u>Aufgaben</u>.

1. Die Gleichsetzung der oberen und der unteren Reihe von Abbildungen bedeutet die Verwechslung von Latten und Zwischenlatten.

2. „Die Existenz ist nicht hier und nicht dort, sie ist dazwischen“ (Max Bense, Fernsehsendung zum 60. Geburtstag 1979 produziert von SWF, Regie: Georg Bense).

4. Sei a $\in$ tdPz (triadische Peirce-Zahlen) und b $\in$ ttPz (trichotomische Peirce-Zahlen). Dann kann man die tdPz und die ttPz jeweils als Zeile und Spalte einer im triadischen Falle quadratischen 3×3-Matrix notieren und erhält auf diese Weise die folgende, von Kaehr (2008, S. 6) gegebene kategorial-semiotische Matrix:

	1	2	3
1	$1 \rightarrow 1_{1.3}$	$1 \rightarrow 2_1$	$1 \rightarrow 3_3$
2	$2 \rightarrow 1_1$	$2 \rightarrow 2_{1.2}$	$2 \rightarrow 3_2$
3	$3 \rightarrow 1_3$	$3 \rightarrow 2_2$	$3 \rightarrow 3_{2.3}$

Wegen der oben gegebenen 8 möglichen Abbildungen ergibt sich aber als weitere Matrix jene, bei der statt der Codomänen die Domänen kontexturiert sind:

	1	2	3
1	$1_{1.3} \rightarrow 1$	$1_1 \rightarrow 2$	$1_3 \rightarrow 3$
2	$2_1 \rightarrow 1$	$2_{1.2} \rightarrow 2$	$2_2 \rightarrow 3$
3	$3_3 \rightarrow 1$	$3_2 \rightarrow 2$	$3_{2.3} \rightarrow 3$

Zwei weitere Matrizen ergeben sich durch „Umkehrung der Pfeile“ (Latten vs. Zwischenlatten!):

	1	2	3
1	$1 \leftarrow 1_{1.3}$	$1 \leftarrow 2_1$	$1 \leftarrow 3_3$
2	$2 \leftarrow 1_1$	$2 \leftarrow 2_{1.2}$	$2 \leftarrow 3_2$
3	$3 \leftarrow 1_3$	$3 \leftarrow 2_2$	$3 \leftarrow 3_{2.3}$

	1	2	3
1	$1_{1.3} \leftarrow 1$	$1_1 \leftarrow 2$	$1_3 \leftarrow 3$
2	$2_1 \leftarrow 1$	$2_{1.2} \leftarrow 2$	$2_2 \leftarrow 3$
3	$3_3 \leftarrow 1$	$3_2 \leftarrow 2$	$3_{2.3} \leftarrow 3$

5. Weil in monokontexturalen Systemen $\times(a.b) = (a.b)^0 = (b.a)$ gilt, ist also die Transponierte einer semiotischen Matrix gerade jene, bei der Zeilen und Spalten vertauscht sind:

$$\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 1_{1.3} & 1 \rightarrow 2_1 & 1 \rightarrow 3_3 \\ 2 \rightarrow 1_1 & 2 \rightarrow 2_{1.2} & 2 \rightarrow 3_2 \\ 3 \rightarrow 1_3 & 3 \rightarrow 2_2 & 3 \rightarrow 3_{2.3} \end{pmatrix}^T =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 1_{1.3} & 2 \rightarrow 1_1 & 3 \rightarrow 1_3 \\ 1 \rightarrow 2_1 & 2 \rightarrow 2_{1.2} & 3 \rightarrow 2_2 \\ 1 \rightarrow 3_3 & 2 \rightarrow 3_2 & 3 \rightarrow 3_{2.3} \end{pmatrix}$$

Strukturell gilt also $M^T = M$, d.h. es werden unkontexturierte Primzeichen der Domäne auf kontexturierte Primzeichen der Codomäne durch Morphismen abgebildet, die von den Domänen zu den Codomänen führen (ρ-Direktional).

Auf jeden Fall aber handelt es sich bei den vier semiotischen Matrizen um 4 verschiedene semiotische Systeme und nicht nur um Varianten von Kaehrs $cat^{(3)}(Sem^{(3,2)})$.

Bibliographie

Bense, Max, Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3, 1980

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow 2010. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html

Subzeichen als Abbildungen von Primzeichen aus Domänen und Codomänen mit permutierten Kontexturenzahlen

1. Ein Subzeichen ist das kartesische Produkt aus zwei Monaden, von Bense (1980) als Primzeichen bezeichnet:

$(a.b) = a. \times .b$ mit $a, b, \in \{1, 2, 3\}$,

wobei der rechte Punkt P^{ρ} und der linke Punkt P^{λ} den Morphismus $(a \rightarrow b)$ abkürzen:

$<a. \in P^{\rho}, .b \in P^{\lambda}> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta}$.

Für Kontexturen K wollen wir kleine Buchstaben verwenden: i, j, k, ... $\in$ K. Nach dem oben Gesagten haben wir dann also

$<a._{i.j} \in P^{\rho}, .b_{k.l} \in P^{\lambda}> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta\ <i,j>\rightarrow<k,l>}$.

Einfach gesagt, gibt es also die folgenden Abbildungsmöglichkeiten zwischen kontexturierten Subzeichen:

$a_{ij} \rightarrow b_{kl}$ $\quad a_{ij} \rightarrow b_{lk}$ $\quad a_{ji} \rightarrow b_{lk}$ $\quad a_{ij} \rightarrow b_{jk}$

$a_{ij} \leftarrow b_{kl}$ $\quad a_{ij} \leftarrow b_{lk}$ $\quad a_{ji} \leftarrow b_{lk}$ $\quad a_{ij} \leftarrow b_{jk}$

2. Da für n-kontexturale (semiotische) Systeme gilt, dass (n-1)-stellige Kontexturenzahlen nur bei genuinen Subzeichen (identitiven Morphismen) aufscheinen, da ferner jede Zeichenklasse (mit Ausnahme der genuinen Kategorienklasse, der Hauptdiagonalen der semiotischen Matrix) maximal 1 genuines Subzeichen enthält, folgt, dass die kontexturalzahlige Struktur einer allgemeinen Zeichenklassen einer der folgenden drei Strukturen folgt:

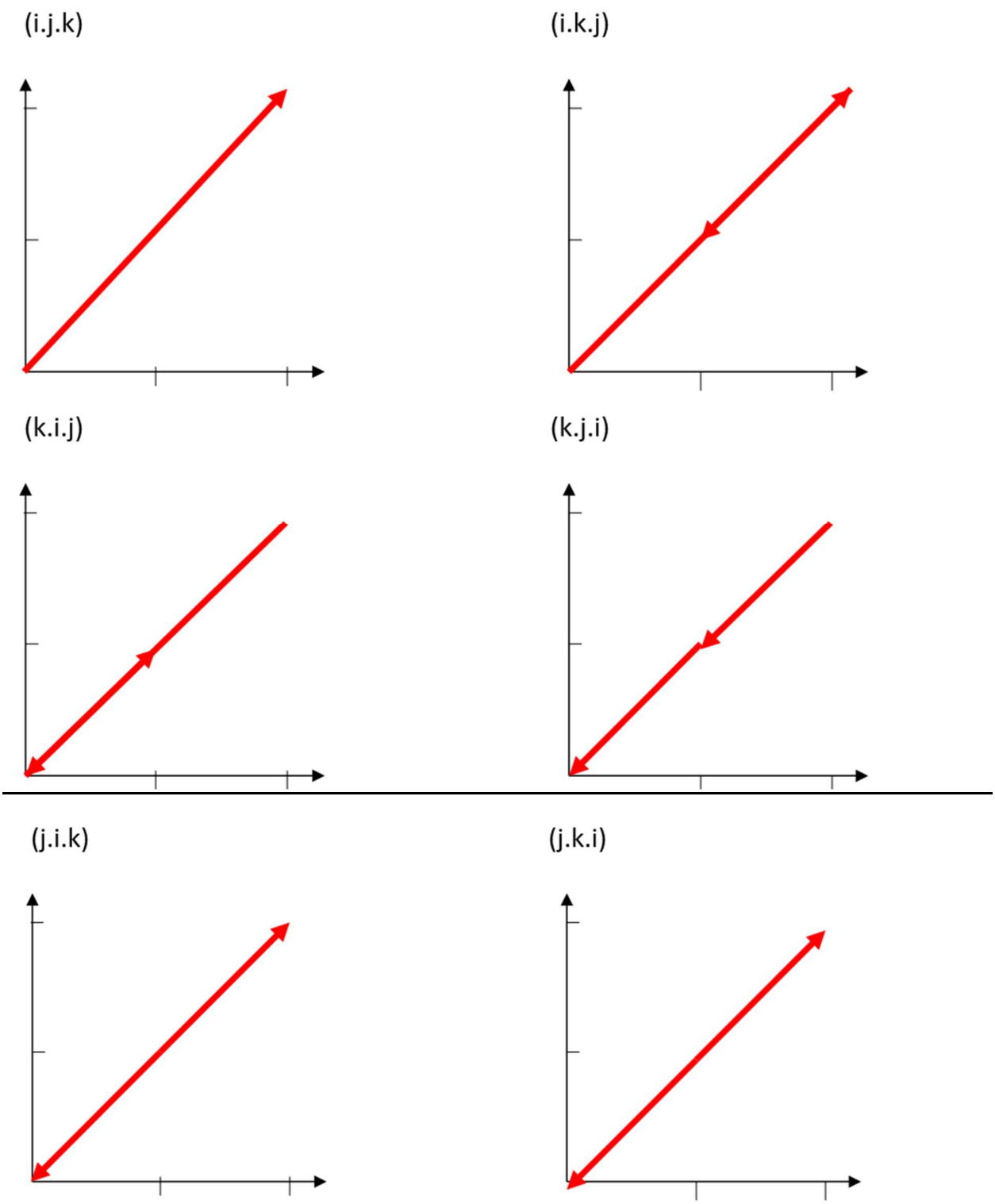
$Zkl = (3.a_{ijk}\ 2.b_{ij}\ 1.c_{kl})$

$Zkl = (3.a_{ij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kl})$

$Zkl = (3.a_{ij}\ 2.b_{kl}\ 1.c_{ijk})$

(wobei i, j, k nicht paarweise verschieden sein müssen).

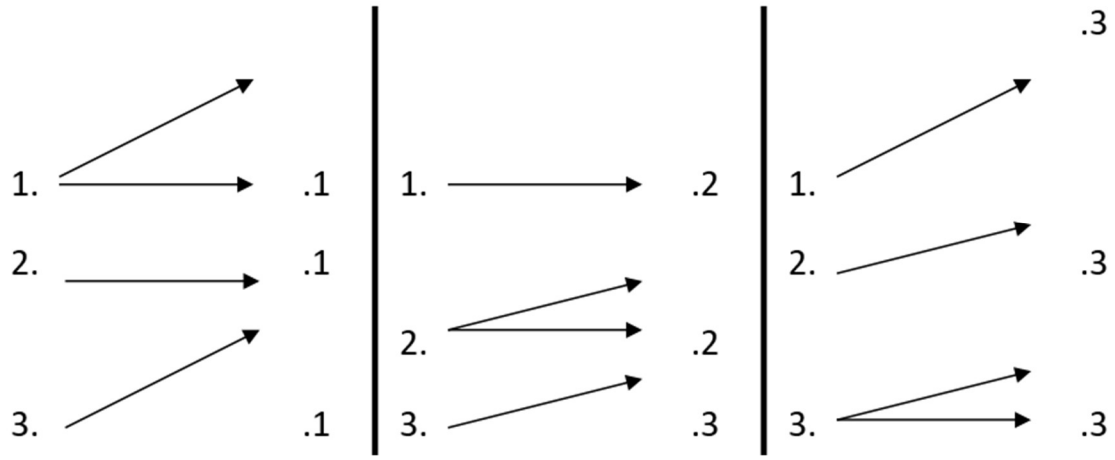
$\wp(i.j.k) = \{(i.j.k), (i.k.j), (k.i.j), (k.j.i), (j.k.i), (j.i.k)\}$:



3. Sei a ∈ tdPz (triadische Peirce-Zahlen) und b ∈ ttPz (trichotomische Peirce-Zahlen). Dann kann man die tdPz und die ttPz jeweils als Zeile und Spalte einer im triadischen Falle quadratischen 3×3-Matrix notieren und erhält auf diese

Weise die folgende, von Kaehr (2008, S. 6) gegebene kategorial-semiotische Matrix:

	1	2	3
1	$1 \rightarrow 1_{1.3}$	$1 \rightarrow 2_1$	$1 \rightarrow 3_3$
2	$2 \rightarrow 1_1$	$2 \rightarrow 2_{1.2}$	$2 \rightarrow 3_2$
3	$3 \rightarrow 1_3$	$3 \rightarrow 2_2$	$3 \rightarrow 3_{2.3}$



Dasselbe p.p. (vgl. Toth 2010) für die übrigen 3 Matrizen bzw. semiotischen Systeme:

	1	2	3
1	$1_{1.3} \rightarrow 1$	$1_1 \rightarrow 2$	$1_3 \rightarrow 3$
2	$2_1 \rightarrow 1$	$2_{1.2} \rightarrow 2$	$2_2 \rightarrow 3$
3	$3_3 \rightarrow 1$	$3_2 \rightarrow 2$	$3_{2.3} \rightarrow 3$

	1	2	3
1	$1 \leftarrow 1_{1.3}$	$1 \leftarrow 2_1$	$1 \leftarrow 3_3$
2	$2 \leftarrow 1_1$	$2 \leftarrow 2_{1.2}$	$2 \leftarrow 3_2$
3	$3 \leftarrow 1_3$	$3 \leftarrow 2_2$	$3 \leftarrow 3_{2.3}$

	1	2	3
1	$1_{1.3} \leftarrow 1$	$1_1 \leftarrow 2$	$1_3 \leftarrow 3$
2	$2_1 \leftarrow 1$	$2_{1.2} \leftarrow 2$	$2_2 \leftarrow 3$
3	$3_3 \leftarrow 1$	$3_2 \leftarrow 2$	$3_{2.3} \leftarrow 3$

Bibliographie

Bense, Max, Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980

Toth, Alfred, Kontexturierte Peirce-Zahlen als Domänen und als Codomänen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Drei semiotische Matrizen über Zustandsmengen

1. Die Coalgebra, einer der jüngsten Disziplinen der Mathematik (und eine der wenigen, die nicht aus der Mathematik selbst entstanden sind) ist basiert auf einer Menge von Zuständen („states"), die auf Strukturen abgebildet werden. Offenbar passiert hier also das Gegenteil dessen, was in der Algebra gemacht wird: $X \rightarrow F(X)$ anstatt $F(X) \rightarrow X$ (vgl. zur leichten Einführung z.B. Jacobs 2005), und woraus sich das häufig verwendete Präfix Co- erklärt, das freilich bereits in der Co-Domäne, dem „Bildbereich" zu finden ist, das sich der Kategorientheorie verdankt und damit die wichtigste Verknüpfung der Coalgebra andeutet. Wie man aus der Grundlegung einer Menge von Zuständen anstatt Elementen, Punkten, Räumen usw. vermutet, ist die Coalgebra ein Kind der Computerwissenschaft.

2. Im folgenden werden, entsprechend der Unterscheidung zwischen triadischen, tirchotomischen und diagonalen Peircezahlen (Toth 2009), drei Matrizen vorgeschlagen, wie man semiotische Zustandsmengen definieren könnte.

2.1. Transformation der trichotomischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix I:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{pmatrix}$$

Sem. Zust.M.I ist also nach links durch Zustände, nach rechts durch Subzeichen (Objekte bzw. Morphismen, d.h. Semiosen) abgeschlossen.

2.2. Transformation der triadischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix II:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \square & \square & \square \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \square & \square & \square \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Sem. Zust.M.II ist nach oben durch Zustände, nach unten durch Subzeichen (Objekte bzw. Morphismen, d.h. Semiosen) abgeschlossen.

2.3. Transformation der diagonalen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix III:

$$\begin{pmatrix} & \square & & \square & & \square \\ \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{pmatrix}$$

Sem. Zust.M.III ist nach links und oben durch Zustände, nach rechts und unten sowohkl durch Zustände als auch durch Subzeichen (Objekte bzw. Morphismen, d.h. Semiosen) abgeschlossen.

Bibliographie

Jacobs, Bart, Coalgebra. Nijmegen 2005 (Ms.)

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Punktierte, gerichtete und invertierte Objekte

1. Semiotische Objekte (die Peirceschen „Universalkategorien“ Erstheit, Zweitheit, Drittheit) können als punktierte Objekte eingeführt werden (Lawvere 1997, S. 2):

$1 \rightarrow_0 T$

$2 \rightarrow_0 T$

$3 \rightarrow_0 T$

Dies ist eine Formalisierung der von Fichte rein metaphysisch eingeführten „thetischen Setzung“.

2. Spuren, Keime und Kategorien. Wir setzen:

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

Eine Spur ist damit eine Kategorie ohne Urbildbereich, ein Keim ist eine Kategorie ohne Bildbereich. Damit ist eine Kategorie aus einem Spuren- und einem Keimteil zusammengesetzt. Formal kann man die Enstehung von Spuren aus der kartesischen Multiplikation von Triaden und präsemiotischen Trichotomien erklären:

$1. \times 0.1 = 1_1$	$2. \times 0.1 = 2_1$	$3. \times 0.1 = 3_1$
$2. \times 0.2 = 1_2$	$2. \times 0.2 = 2_2$	$3. \times 0.2 = 3_2$
$3. \times 0.3 = 1_3$	$2. \times 0.3 = 2_3$	$3. \times 0.3 = 3_3$

Dagegen entstehen Keime aus der kartesischen Multiplikation von Trichotomien und präsemiotischen Trichotomien:

$.1 \times 0.1 = {}_1 1$	$.2 \times 0.1 = {}_2 1$	$.3 \times 0.1 = {}_3 1$
$.2 \times 0.2 = {}_1 2$	$.2 \times 0.2 = {}_2 2$	$.3 \times 0.2 = {}_3 2$
$.3 \times 0.3 = {}_1 3$	$.2 \times 0.3 = {}_2 3$	$.3 \times 0.3 = 33$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

$\mathrm{Cat} = (x_{\rightarrow}\ \square\square\ {}_{y}\rightarrow) = (x \rightarrow y),\ x \in X,\ y \in Y.$

Im einzelnen haben wir:

$(1.1) = \mathrm{id}1 \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 1}$

$(1.2) = \alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 2}$

$(1.3) = \beta\alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 3}$

$(2.1) = \alpha^{\circ} \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 2}$

$(2.2) = \mathrm{id}2 \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 2}$

$(2.3) = \beta \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 3}$

$(3.1) = \alpha^{\circ}\beta^{\circ} \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 3}$

$(3.2) = \beta^{\circ} \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 2} = 2_{\leftarrow 3}$

$(3.3) = \mathrm{id}3 \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 3}$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 2} & 1_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 3} & 1_{\rightarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1_{\rightarrow \varnothing} & 2_{\rightarrow \varnothing} & 3_{\rightarrow \varnothing} \\ 1_{\rightarrow 1} & 2_{\rightarrow 1} & 3_{\rightarrow 1} \\ 1_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 3_{\rightarrow 2} \\ 1_{\rightarrow 3} & 2_{\rightarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{pmatrix}$$

3. Nullzeichen (Nullspuren, Nullkeime). Bisher können wir Zeichenklassen mit folgenden Objekten bilden:

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c)

2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3)

3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$

5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, $(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw.

6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a})$, $(1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw.

7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow a_3\ \rightarrow b_2\ \rightarrow c_1)$

8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow c_1\ \rightarrow b_2\ \rightarrow a_3)$

9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (\leftarrow a_3\ \leftarrow b_2\ \leftarrow c_1)$, $(\leftarrow a_3\ \rightarrow b_2\ \leftarrow c_1)$, usw.

10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

    $Rth_{Sp} = (\leftarrow c_1\ \leftarrow b_2\ \leftarrow a_3)$, $(\rightarrow c_1\ \leftarrow b_2\ \rightarrow a_3)$, usw.

Nullzeichen wurden einerseits in Zeichenklassen, d.h. in undualisierter Form als $\varnothing_{\rightarrow 1}$, $\varnothing_{\rightarrow 2}$, $\varnothing_{\rightarrow 3}$, anderseits in Realitätsthematiken, d.h. in dualisierter Form als $1_{\rightarrow\varnothing}$, $2_{\rightarrow\varnothing}$, $3_{\rightarrow\varnothing}$ eingeführt. Allerdings sind die Nullzeichen im letzteren Fall selber nicht indiziert, d.h. haben keine eigene Codomäne. Wenn man dem abhilft, d.h. $1_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 1}$, $2_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 2}$, $3_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 3}$ einführt, bekommt man sog. Bi-Spuren. Entsprechend kann man dann Bi-Spuren für sämtliche Spuren (1. bis 10.) verallgemeinern.

Wir wollen nun Nullzeichen analog zu den Nicht-Null-Spuren einführen.

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c ∅.d),

   wobei hier zwischen partiellen und vollständigen zu unterscheiden ist:

   (3.a 2.b ∅.c ∅.d), (3.a ∅.b ∅.c ∅.d), (∅.a ∅.b ∅.c ∅.d), und gemischte.

2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3), d.h.

   (d.∅ c.1 b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.∅),

und gemischte, sowie mit/ohne Indizierung des Nullzeichens (vgl. 3.).

3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow\varnothing}\ 2_{\rightarrow\varnothing}\ 1_{\rightarrow\varnothing})$, wobei hier die Nullzeichen indiziert oder nichtindiziert sein können (vgl. 3.). Ferner

   $(\varnothing_{\rightarrow I}\ \varnothing_{\rightarrow O}\ \varnothing_{\rightarrow M})$, sowie Kombinationen.

4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$. $(\varnothing_{\rightarrow c}\ \varnothing_{\rightarrow b}\ \varnothing_{\rightarrow a})$ oder $(1_{\rightarrow\varnothing}\ 2_{\rightarrow\varnothing}\ 3_{\rightarrow\varnothing})$, usw.

5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, $(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a})$, $(1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow\varnothing_3\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_1)$

8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow\varnothing_1\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_3)$

9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_3\ \leftarrow\varnothing_2\ \leftarrow\varnothing_1)$, $(\leftarrow\varnothing_3\ \rightarrow\varnothing_2\ \leftarrow\varnothing_1)$, usw.

10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

    $Rth_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_1\ \leftarrow\varnothing_2\ \leftarrow\varnothing_3)$, $(\rightarrow\varnothing_1\ \leftarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_3)$, usw.

Zu 4.7.-4.10. stellt sich die generelle Frage nach der Indizierung von $\varnothing$ in Ausdrücken wie $(\rightarrow\varnothing_3\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_1)$ oder $(\rightarrow\varnothing_1\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_3)$, wo die folgenden Ausdrücke wegen den definitorisch fehlenden Domänen semiotisch äquivalent sind: $(\varnothing_{\rightarrow\varnothing 3}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 2}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 1})$, usw. Wenn man hier die Domänen indiziert, erhält man wiederum Bi-Spuren (vgl. 3.), hier allerdings von den Domänen und nicht von den Codomänen her, womit beide möglichen Fälle behandelt sind.

Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$ZO_{Sp} = (\rightarrow a_{<M, \mathcal{M}>}, \rightarrow b_{<O, \Omega>}, \rightarrow c_{<I, \mathcal{I}>})$

$OZ_{sp} = (\rightarrow a_{<\mathcal{M}, M>}, \rightarrow b_{<\Omega, O>}, \rightarrow c_{<\mathcal{I}, I>})$

Objekt-Spuren neben Spuren-Objekten

$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I})$

$Sp_{OR} = (\rightarrow a, \rightarrow b, \rightarrow c) \equiv (\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{I}})$.

4. In einer 2-dimensionalen Semiotik wie derjenigen von Peirce gibt es nur 2 Typen von Primzeichen:

- die triadischen, welche nach rechts binden: (a.)

- die trichotomischen, welche nach links binden: (.a)

Diese können zu folgenden 4 Verbindungen kombiniert werden:

- (a.a.) - (a..a)

- (.a.a) - (.aa.),

wobei also der Fall a..a = a.a, die sog. kartesische Multiplikation, nur einen Sonderfall unter mehreren einnimmt.

2. Gehen wie jedoch von einer 3-dimensionalen Semiotik aus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), so finden wir die folgenden 6 Typen von Primzeichen:

- horizontal triadische: (a.)

- horizontal trichotomische: (.a)

- vertikal triadische: (ȧ)

-vertikal trichotomische: (ạ)

- hinten/vorne triadische: (à)

-hinten/vorne trichotomische: (á).

Diese lassen sich zu 21 Kombinationen dimensionaler semiotischer Objekte verbinden, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

a.a.

a..a .a.a

a.ȧ .aȧ ȧ ȧ

a.ạ .aạ ȧạ ạạ

a.à .aà ȧà ạà àà

a. á .aá ȧá ạá àá áá

Seien nun

$\underline{S}$: 3. → 2. → 1.

$\underline{S}^0$: .3 ← .2 ← .1.

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat $\underline{S}^0$ ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte“ Kategorien vorstellen:

$\underline{S}^?$: .3 ← .2 → .1

$\underline{S}^{??}$: .3 → .2 ← .1

Da in der Semiotik die Basisrelation n-adischer Relationen für n ≥3 die Dyaden sind (n = 2), müssen wir jedoch auch mit invertierbaren Objekten rechnen. Diese ergeben sich zwangslos in der Semiotik dadurch, dass das Subzeichen zugleich statisch und dynamisch („Semiose“) konzipiert ist:

(3.↔1.) →(2.↔2.) → (1.↔3.)

(3.↔1.) → (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.↔1.) ← (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) →(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2.↔.2) →(1.↔.3)

(3.→←.1) →(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1) ←(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) →(1.→←.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1) →(2.↔.2) →(1.→←3.)

(3.↔.1)→ (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1)← (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1) →(2.→←.2) →(1.→←.3)

(3.↔.1)→ (2.→←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1)← (2.→←.2) ←(1.→←.3).

Gehen wir wie oben von räumlicher anstatt von nlinearer Semiotik, aus und setzen als Platzhalter für die Position eines der 6 möglichen Primzeichen ☖, so bekommen wir das folgende allgemeine Schema eines Subzeichens:

☖ ☖

☖3 ☖ ☖☖

☖ ☖

Damit ergeben sich also pro Dyade $8^2 = 64$ Kombinationen und pro Triade $64^3 = 262´144$ Kombinationen semiotischer Objekte.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotik, 2010a

Toth, Alfred, Zur Einführung der Kategorien in die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Semiotische Matrizen aus Kehrwerten

1. Die triadische Semiotik ist ein ein qualitativ-quantiatives Zahlensystem, das entsprechend der drei möglichen Austauschrelationen

1 ↔ 2

2 ↔ 3

1 ↔ 3

auch drei Inverse und d.h. drei verschiedene Kehrwerte (Reziproke) besitzt. Somit ist einer Peirce-Zahl ihr Kehrwert nicht eindeutig zugeordnet, sondern jede Peirce-Zahl kennt drei Kehrwerte. Darüber gibt die folgende Tabelle Aufschluss:

Peirce-Zahl	1 ↔2	2 ↔ 3	1 ↔ 3
1.2	2.1	1.3	3.2
1.3	2.3	1.2	3.1
2.1	1.2	3.1	2.3
2.3	1.3	3.2	2.1
3.1	3.2	2.1	1.3
3.2	3.1	2.3	1.2

2. Nun dient als Grundlage der Semiotik bekanntlich die kleine Matrix

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3,

aus der z.B. die Hauptzeichenklassen und Hauptrealitätsthematiken heausgelesen werden können (die Spalten 3.1 2.1 1.1 / 3.2 2.2 1.2 / 3.3 2.3 1.3 bzw. die Zeilen 1.1 1.2 1.3 / 2.1 2.2 2.3 / 3.1 3.2 3.3). Ersetzt man nun die nicht-genuinen Subzeichen gemäss der obigen drei Mengen von Austauschrelationen, so erhält man

1.1	2.1	2.3	1.1	1.3	1.2	1.1	3.2	3.1
1.2	2.2	1.3	3.1	2.2	3.2	2.3	2.2	2.1
3.2	3.1	3.3	2.1	2.3	3.3	1.3	1.2	3.3 .

Wie man auf den ersten Blick sieht, sind hier zwar die metrischen Topologien qua konstanter (genuiner) Hauptdiagonale durchwegs bewahrt, aber nicht die Abstände zwischen den Paaren von subsequenten/subantezendenten triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen; z.B.

Δ (1.1, 1.2) $\neq$

Δ (1.1, 2.1) $\neq$ Δ (1.1, 1.3) $\neq$ Δ (1.1, 3.2)

Δ (1.1, 2.1) $\neq$

Δ (1.1, 1.2) $\neq$ Δ (1.1, 3.1) $\neq$ Δ (1.1, 2.3) .

Es ist somit möglich, auf der Basis der „Kehrwertmatrizen“ neue semiotische Topologien zu induzieren.

Bibliographie

Toth, Alfred, Das Multireziprozitätssystem der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Strukturelle Realitätsmatrizen

1. Wie in Toth (2011) dargestellt, gibt es in einer triadischen Semiotik mit ihren maximal $3^3 = 27$ Zeichenklassen und Realitätsthematiken genau folgende 7 Thematisationstypen semiotischer (struktureller, entitätischer) Realität:

1.a	$X \leftarrow AB$	2.a	$X \leftarrow BA$	3.a	$A \rightarrow X \leftarrow B$	3.c	$a.b \leftrightarrow c.d \leftrightarrow e.f$
1.b	$AB \rightarrow X$	2.b	$BA \rightarrow X$	3.b	$B \rightarrow X \leftarrow A$		mit $a \neq b \neq e$

Typ 3.c ist also die triadische Variante der Typen 3.a und 3.b; diese sind, wie 1.a/1.b und 2.a/2.b dyadisch. Man bemerke also, dass eine triadische Semiotik eine dyadische Realität thematisiert.

2. Die 7 Thematisationstypen sind im System der 27 Zeichenklassen wie folgt verteilt (fett sind die 17 „irregulären“ Zeichenklassen):

1.1 <u>1.2 1.3</u>	1.a	**<u>1.1</u> 2.2 <u>1.3</u>**	3.a	**<u>1.1</u> 3.2 <u>1.3</u>**	3.a
2.1 <u>1.2 1.3</u>	1.a	<u>2.1 2.2</u> 1.3	1.b	**<u>2.1</u> <u>3.2</u> <u>1.3</u>**	3.c
3.1 <u>1.2 1.3</u>	1.a	<u>3.1</u> <u>2.2</u> <u>1.3</u>	3.c	<u>3.1 3.2</u> 1.3	1.b
<u>1.1 1.2</u> 2.3	**1.b**	1.1 <u>2.2 2.3</u>	1.a	**<u>1.1</u> <u>3.2</u> <u>2.3</u>**	3.c
<u>2.1</u> 1.2 <u>2.3</u>	**3.a**	2.1 <u>2.2 2.3</u>	1.a	**<u>2.1</u> 3.2 <u>2.3</u>**	3.a
<u>3.1</u> <u>1.2</u> <u>2.3</u>	**3.c**	3.1 <u>2.2 2.3</u>	1.a	<u>3.1 3.2</u> 2.3	1.b
<u>1.1 1.2</u> 3.3	1.b	**<u>1.1</u> <u>2.2</u> <u>3.3</u>**	3.c	**1.1 <u>3.2 3.3</u>**	1.a
<u>2.1</u> <u>1.2</u> <u>3.3</u>	3.c	**<u>2.1 2.2</u> 3.3**	1.b	**2.1 <u>3.2 3.3</u>**	1.a
<u>3.1</u> 1.2 <u>3.3</u>	3.a	**<u>3.1</u> 2.2 <u>3.3</u>**	3.a	3.1 <u>3.2 3.3</u>	1.a

3. Die Typen 2.a, 2.b und 3.b treten nur bei den Permutationen der Zeichenklassen auf, und zwar genügt es, hierfür die regulären heranzuziehen.

Im Teilsystem der 10 regulären Zeichenklassen kommen nur die Typen 1.a und 1.b vor.

3. Die oben nicht farblich markierten drei weiteren Thematisationstypen 2.a, 2.b und 3.b kommen nur unter den permutierten Zeichenklassen vor:

1.a	X ← AB	2.a	X ← BA	3.a	A → X ← B	3.c	a.b ↔ c.d ↔ e.f
1.b	AB → X	2.b	BA → X	3.b	B → X ← A		mit a ≠ b ≠ e

Ihre Verteilung abhängig von den beiden Hauptthematisationstypen der regulären Zeichenklassen, d.h. 1.a und 1.b:

3.1. Haupttypus 1.a

3.1 2.3 1.3 × 3.1 3.2 1.3 1.b

3.1 1.3 2.3 × 3.2 3.1 1.3 2.b

2.3 3.1 1.3 × 3.1 1.3 3.2 3.a

2.3 1.3 3.1 × 1.3 3.1 3.2 1.a

1.3 3.1 2.3 × 3.2 1.3 3.1 3.b

1.3 2.3 3.1 × 1.3 3.2 3.1 2.a

3.2. Haupttypus 1.b

3.1 2.1 1.3 × 3.1 1.2 1.3

3.1 1.3 2.1 × 1.2 3.1 1.3

2.1 3.1 1.3 × 3.1 1.3 1.2

2.1 1.3 3.1 × 1.3 3.1 1.2

1.3 3.1 2.1 × 1.2 1.3 3.1

1.3 2.1 3.1 × 1.3 1.2 3.1

4. Man kann nun aus diesen 7 strukturellen Realitäten, wenn man sie nicht mit sich selber kombiniert, z.B. die folgenden 21 interessanten semiotischen Realitätsmatrizen bilden. Für das folgende Schema sind die

Thematisationstypen von 1-7 durchnumeriert. Die Belege für die Thematisationstypen wurden willkürlich gewählt:

123	234	345	456	567	671	712
456	567	671	712	123	234	345
712	123	234	345	456	567	671
I	II	III	IV	V	VI	VII

Die ersten 7 Matrizen sind:

I

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	1.3
1.1	2.2	2.3

II

2.1	2.2	1.3
1.1	2.2	2.3
3.2	3.1	1.3

III

1.1	2.2	2.3
3.2	3.1	1.3
1.1	2.2	1.3

IV

3.2	3.1	1.3
1.1	2.2	1.3
1.3	3.1	1.2

V

1.1	2.2	1.3
1.3	3.1	1.2
3.1	2.2	1.3

VI

1.3	3.1	1.2
3.1	2.2	1.3
1.1	1.2	1.3

Um die Sandwichthematisationen zu bekommen, mussten wir die 17 irregulären zusätzlich zu den 10 regulären Zeichenklassen hinzuziehen. Um auch die invertierten Thematisierenden zu erhalten, mussten wir ferner die Permutationen der Zeichenklassen hinzuziehen. Nun tauchen aber bereits unter den regulären Zeichenklassen die irreguläre (3.3 2.2 1.1) sowie die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) auf: beide haben triadische Realität, und unter den 3 Paaren von Realitäten, die daraus gebildet werden können (z.B. (3.3/2.2-1.1; 3.3/1.1-2.2; 2.2/3.3-1.1) findet man sowohl Sandwiches als auch invertierte Thematisierende. D.h. also, dass der nächste Schritt in Richtung der strukturellen Öffnung der Semiotik bereits im vorangehenden vorbereitet ist.

Wenn wir nun nur schon die ersten 7 (obigen) Matrizen semiotischer Realität betrachten, so sehen wir, dass sie einen weiteren Typ irregulärer

Zeichenklassen erzeugen, nämlich triadische, bei denen die triadischen Hauptwerte nicht mehr paarweise verschieden sein müssen, also z.B.

3.2 1.1 1.3; 3.1 2.2 3.1; 1.1. 2.2 1.2, usw.

Fällt also neben der Restriktion auf die Differenzmenge 10 von 27 möglichen Zeichenklassen und dem Verbot der Permutationen (das faktisch allerdings bereits spätestens 1971 bei den Kommunikations- und Kreationsschemata von Bense aufgehoben wurde) auch noch die Forderung der paarweisen Verschiedenheit der Relata, dann erhält man, da nun jedes der 9 Subzeichen auf allen 3 Plätzen der triadischen Relation erscheinen kann, 729 triadische Zeichenrelationen (vgl. Steffen 1982, S. 58). Ein ungeheuer erweitertes semiotisches Repräsentationssystem also, das strukturell bereits im kleinen Teilsystem der 10 Peirceschen Zeichenklassen angelegt ist und das sich Schritt für Schritt dadurch ergibt, dass man jeweils die vorgefundenen Teilstrukturen semiotischer Realitäten durch die Ganzheit der Strukturen ersetzt (so, wie man ja auch nicht Klavier spielt und nur die schwarzen oder die weissen oder die mittleren 10 Tasten, usw. bedient).

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982, S. 55-70

Toth, Alfred, Das vollständige System der triadisch strukturellen (entitätischen) Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Triadische Trichotomien und trichotomische Triaden

1. Dem vorstehenden Thema hatte ich bereits eine Arbeit gewidmet (Toth 2008), es geht zurück auf einige Ideen Max Benses (1975, S. 100 ff.). An dieser Stelle möchte ich jedoch das Thema unter dem Blickpunkt der Subjekt-Objekt-Vertauschung bei Realitätsthematiken beleuchten. Nach Bense (1976, S. 54) ist die semiotische Dualisierung als „Vertauschung von Zeilen und Kolonnen in der semiotischen Matrix, in der die Hauptzeichenklassen (Kolonnen) und die Hauptzeichenbezüge (Zeilen) festgelegt sind, definiert. Daraus folgt, dass formal die Dualisierung von der Konversion zusammenfällt:

$\times(a.b) = (a.b)°$ für alle $a, b \in \{1, 2, 3\}$

Da die Subzeichen der transponierten Matrix natürlich dieselben sind wie diejenigen der Ausgangsmatrix, also der semiotischen 3×3-Matrix, bedeutet dies in Sonderheit, dass Zeichenklassen, die in Bezug auf ein Subzeichen symmetrisch sind, dieses Subzeichen sowohl in der Ordnung [S, O] als auch in der Ordnung [O, S] enthalten:

Allgemeine Form eines semiotischen Repräsentationssystems:

$DS = (3.a_{[S.O]}\ 2.b_{[S.O]}\ 1.c_{[S.O]}) \times (c.1_{[O.S]}\ b.2_{[O.S]}\ a.3_{[O.S]})$

Wenn nun z.B.

$(3.a) = (a.3)$ mit $a = 1$

ist, d.h. wenn wir haben

$DS = (3.1_{[S.O]}\ 2.b_{[S.O]}\ 1.3_{[X.Y]}) \times (3.1_{[Y.X]}\ b.2_{[O.S]}\ 1.3_{[O.S]})$,

dann muss $X = O$ und $Y = S$ sein. Allerdings gilt auch: Wenn wir

$DS = (3.1_{[O.S]}\ 2.b_{[S.O]}\ 1.3_{[X.Y]}) \times (3.1_{[Y.X]}\ b.2_{[O.S]}\ 1.3_{[S.O]})$,

haben, dann muss $X = S$ und $Y = O$ sein.

Es folgt, dass in Bezug auf ein Subzeichen symmetrische Zeichenklassen und Realitätsthematiken, d.h. diejenigen, die für ein (a.b) auch $(a.b)° = (b.a)$ enthalten, in 2 Kontexturen liegen (Toth 2011).

2. Man kann nun semiotische Matrizen konstruieren, in denen bewusst die Ordnung [S.O] → [O.S] bzw. [O.S] → [S.O] umgekehrt wird.

2.1. Einfache Substitutionen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \underline{1.3} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & \underline{3.2} \\ 3.1 & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.2. Komplexe Substitutionen

2.2.1. Substitutionen mit 2 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{\underline{3.1}} \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ \underline{\underline{1.3}} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{\underline{3.2}} \\ 3.1 & \underline{\underline{2.3}} & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{\underline{3.1}} \\ 2.1 & 2.2 & \underline{\underline{3.2}} \\ \underline{\underline{1.3}} & \underline{\underline{2.3}} & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.2.2. Substitution mit 3 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{\underline{3.1}} \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{3.2} \\ \underline{\underline{1.3}} & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3. Zum Beispiel seien von allen 7 „devianten“ Matrizen die „devianten“ Zkln und ihre dualen Realitätsthematiken gegeben:

(3.1 2.1 1.1)×(1.1 1.2 1.3) (1.3 2.1 1.1)×(1.1 1.2 1.3) (3.1 2.1 1.1)×(1.1 1.2 1.3)

(3.2 2.2 1.1)×(1.1 2.2 2.3) (3.2 2.2 1.2)×(2.1 2.2 2.3) (2.3 2.2 1.2)×(2.1 2.2 3.2)

(3.3 2.3 1.3)×(3.1 3.2 3.3) (3.3 2.3 3.1)×(1.3 3.2 3.3) (3.3 3.2 1.3)×(3.1 2.3 3.3)

(1.3 1.2 1.1)×(1.1 2.1 3.1) (3.1 1.2 1.1)×(1.1 2.1 1.3) (1.3 2.1 1.1)×(1.1 1.2 1.3)

(3.2 2.2 2.1)×(1.2 2.2 2.3) (2.3 2.2 2.1)×(1.2 2.2 3.2) (2.3 2.2 1.2)×(2.1 2.2 3.2)

(3.3 2.3 3.1)×(1.3 3.2 3.3) (3.3 3.2 1.3)×(3.1 2.3 3.3) (3.3 3.2 3.1)×(1.3 2.3 3.3)

(1.3 1.2 1.1)×(1.1 2.1 3.1)

(2.3 2.2 2.1)×(1.2 2.2 3.2)

(3.3 3.2 3.1)×(1.3 2.3 3.3)

Dies sind also sämtliche Typen von Zkln/Rthn, bei denen die [S.O] in zueinander symmetrischen Subzeichen zu [O.S] konvertiert bzw. dualisiert sind. Konstant bleiben also nur die genuinen Subzeichen auf den Hauptdiagonalen. Im Normalfall enthält ja eine Zeichenklasse als Triade in ihren trichotomischen Stellenwerten bereits ihre duale Realitätsthematik, und umgekehrt enthält eine Realitätsthematik als Trichotomie in ihren triadischen Stellenwerten bereits ihre Zeichenklasse. Werden diese Verhältnisse aber für einzelne Subzeichen umgekehrt, dann findet eine Inhomogenisierung der [S.O]-Struktur der Zeichenklassen und der [0.S]-Struktur der Realitätsthematiken statt und wir erhalten einige Repräsentationsrelationen, deren Interpretation erst noch bestimmt werden muss.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Trichotomic Triads and triadic trichotomies. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Subjekt, Objekt und Eigenrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Interaktionen zwischen semiotischen Matrizen

1. Unter den vielen bahnbrechenden Neuerungen, die der bedeutende Logiker und Mathematiker Rudolf Kaehr in die Semiotik eingeführt hat, finden sich Interaktionen zwischen semiotischen Matrizen (vgl. bes. Kaehr 2008, S. 18 ff.). Wir wollen uns einigen dieser Fälle hier vom rein semiotischen Standpunkt aus zuwenden. *Pace simplicitatis* gehen wir aus von der üblichen semiotischen Matrix, wie sie Max Bense (1975, S. 37 ff.) in die Peircesche Semiotik eingeführt hatte:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

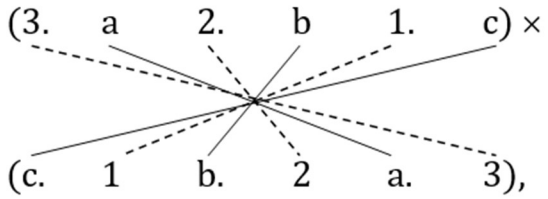
2. Eine erste alternative Matrix stammt von Bense selbst: „Wir führen nun die Vertauschung von Zeilen und Kolonnen in der semiotischen Matrix, in der die Hauptzeichenklasen (Kolonnen) und die Hauptzeichenbezüge (Zeilen) festgelegt sind, als semiotische **Dualisierung** ein“ (Bense 1976, S. 54):

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}^{T} = \begin{pmatrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.3 & 1.3 \end{pmatrix}$$

Durch die Transposition der Matrix kann man schön die Entsprechungen der zueinander konversen Subzeichen aufzeigen:

$$\begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3. \end{array}$$

3. Die Einsicht, dass die Operationen der Konversion und der Dualisierung auf Subzeichenebene identisch sind, d.h., dass $(a.b)° = \times(a.b) = (b.a)$ gilt, führte uns (Toth 2011) zu einem weiteren Typus einer alternativen semiotischen Matrix. Wenn man sich bewusst macht, dass jede Zeichenklasse ihre eigene duale Realitätsthematik in ihrer Trichotomie enthält und dass also umgekehrt jede Realitätsthematik ihre eigene duale Zeichenklasse in ihrer Triade „mitführt“:



und wenn man sich ferner vergegenwärtigt, dass die Zeichenklasse den Subjekt- und ihre Realitätsthematik den Objektpol der verdoppelten semiotischen Repräsentation thematisieren, dann kann man jedes semiotische Dualsystem wie folgt notieren:

$(3.a_{[S.O]} \quad 2.b_{[S.O]} \quad 1.c_{[S.O]}) \quad \times \quad (c.1_{[O.S]} \quad b.2_{[O.S]} \quad a.3_{[O.S]})$.

Da es für Zeichenklassen und Realitätsthematiken nur eine semiotische Matrix gibt (die durch Transposition angepasst werden kann), kann man eine Anzahl von alternativen Matrizen dadurch produzieren, dass man ein oder mehrere Subzeichen auf ihren entsprechenden Subjekt- und Objektpositionen miteinander vertauscht: $(a.b)_{[S.O]} \leftrightarrow (b.a)_{[O.S]}$:

3.1. Einfache Substitutionen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \underline{1.3} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & \underline{3.2} \\ 3.1 & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2. Komplexe Substitutionen

3.2.1. Substitutionen mit 2 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{\underline{3.1}} \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ \underline{\underline{1.3}} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & 1.3 \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{\underline{3.2}} \\ 3.1 & \underline{\underline{2.3}} & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{3.1} \\ 2.1 & 2.2 & \underline{\underline{3.2}} \\ \underline{\underline{1.3}} & \underline{\underline{2.3}} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2.2. Substitution mit 3 Subzeichen-Paaren

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{2.1} & \underline{\underline{3.1}} \\ \underline{1.2} & 2.2 & \underline{\underline{3.2}} \\ \underline{\underline{1.3}} & \underline{\underline{2.3}} & 3.3 \end{pmatrix}$$

Man kann alle diese Fälle als Interaktionen zwischen der Basismatrix und ihrer Transponierten auffassen. Zusätzlich geschieht dabei aber, wie gesagt, eine Vertauschung des Subjekt- und Objektanteils der Subzeichen, und d.h. der Kontexturen.

4. R. Kaehr ist nun auch hier einen bedeutenden Schritt weitergegangen, wenn er die Vertauschung eines Subzeichens durch sein duales bzw. konverses verallgemeinert hat auf beliebige Substitution von Subzeichen. Z.B. haben wir in dem folgenden Beispiel (Kaehr 2008, S. 19)

[(1.2) ↔ (2.1)] → [(2.3) → (3.2)]

$$[\text{inter, act, act}] \equiv [\blacklozenge, \circ, \circ]$$

$$\text{Sem}^{(3,2,2)}_{(\text{inter, act, act})} = \begin{pmatrix} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1.1_{1.3} & 2.3_{2.3} & 1.3_{3} \\ 2 & 3.2_{2.3} & 2.2_{1.2} & 2.3_{2} \\ 3 & 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2.3} \end{pmatrix}$$

Um die semiotische Bedeutung des weiteren Schrittes, den Kaehr tut, zu verstehen müssen wir kurz auf 2. zurückkommen: Wenn wir sagen, (a.b)° = (b.a) sei die Konverse zu (a.b), dann hindert uns natürlich nichts daran, (a.b) als (b.a) zu definieren und also zu sagen, (a.b) sei die Konverse zu (b.a). Anders gesagt: Nur weil (1.2), (1.3) und (2.3) „kleiner“ sind als (2.1), (3.1) und (3.2), verpflichtet uns dies nicht, die epistemische Ordnung bzw. Kontextuierung [S.O] den kleineren und die konverse Ordnung [O.S] den „grösseren“ Subzeichen zu adskribieren: man kann es auch umgekehrt tun, und es gibt somit 2 Möglichkeiten, und da man diese auf 2 Plätzen noch miteinander kombinieren kann, gibt es sogar 4 Möglichkeiten, nämlich

(a.b) / (a.b)

(a.b) / (b.a)

(b.a) / (a.b)

(b.a) / (b.a)

Nur schon mit einer einfachen Substitution kommen wir also auf 4 Matrizen. Diese sehen in der kategorientheoretischen Version Kaehrs (2008, S. 20) wie folgt aus:

Different modi of interaction with Sem^1 :

$$\begin{pmatrix} [\blacklozenge_1, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha^\circ_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\blacklozenge_2, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha^\circ_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} [\blacklozenge_3, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha^\circ_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha^\circ_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [\blacklozenge_4, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha_{2.3} & \alpha_3 \\ 2 & \alpha_{2.3} & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ_3 & \alpha^\circ_2 & id_{2.3} \end{pmatrix}$$

5. Subjekt- und Objekts-Indizierung von Subzeichen ist sozusagen der einfachste Fall der Kontexturierung monokontexturaler Entitäten, doch bereits in der ersten der hier präsentierten abweichenden Matrizen ist durch [S.O] → [O.S] eine Umstellung der kontexturalen Ordnung erfolgt. Der Wechsel von Subjekt zu Objekt und umgekehrt ist aber nicht nur von epistemologischer, sondern v.a. von logischer Relevanz, da in der aristotelischen Logik die Objektsposition der Position und die Subjektsposition der Negation korrespondiert. (Es wäre nach dem oben Gesagten allerdings falsch zu behaupten, die Realitätsthematik sei die „Negation" der Zeichenklasse und umgekehrt, denn, wie gesagt, enthält ja bereits die Zeichenklasse trichotomisch ihre Realitätsthematik und umgekehrt die Realitätsthematik triadisch ihre Zeichenklasse. Daraus folgt in Sonderheit, dass für genuine Subzeichen entweder $(a.a)_{[S.S]}$ oder $(a.a)_{[O.O]}$ gilt.) Bereits bei der Konversion der von [S.O] bzw. [O.S] fängt also die Logik an, mit der Semiotik zu interagieren, und es bedeutete einen weiteren grossen Schritt, wenn Kaehr die von Günther eingeführte Operation der Transjunktion (Verwerfung einer 2-wertigen Alternative, also hier entweder [S.O] oder [O.S]) mit der semiotischen Interaktion (einer Menge von verschiedenen Operationen) identifizierte. So sieht das allgemeine Schema der oben reproduzierten 4 semiotischen Interaktionsmatrizen nach Kaehr (2008, S. 20) wie folgt aus:

General distribution tables for [inter, act, act]

[◆, ◦, ◦]	O_1	O_2	O_3
M_1	sem_1	x	x
M_2	$trans_2$	sem_2	x
M_3	$trans_3$	x	sem_3

Um diese Tabelle für Semiotiker einsichtig zu machen: Nach Kaehr wird jedem Primzeichen im elementaren Fall, d.h. bei 3 Kontexturen für eine triadische Semiotik, ein Paar von Subzeichen zugewiesen. Jedes Primzeichen liegt damit nicht nur in 1, sondern in 2 Kontexturen, und zwar sind diese Kontexturen-Paare die aus der Menge {1, 2, 3} möglichen 2er-Partialrelationen, also {1, 2}, {2, 3} und {1, 3}:

K		(.a.)
1, 3	→	$(.1.)_{1.3}$
1, 2	→	$(.2.)_{1.2}$
2, 3	→	$(.3)_{2.3}$

Nun entstehen Subzeichen bekanntlich aus kartesischer Multiplikation der Primzeichen. Entsprechend entstehen die Kontexturenzahlen der Subzeichen durch Durchschnittsbildung aus den Kontexturenzahlen der Primzeichen, z.B.

$(.1.)_{1.3} \times (.2.)_{1.2} = (1.2)_1$

$(.1.)_{1.3} \times (.3.)_{2.3} = (1.3)_3$

$(.2.)_{1.2} \times (.3.)_{2.3} = (2.3)_2$

und natürlich

$(.1.)_{1.3} \times (.1.)_{1.3} = (1.1)_{1.3}$, usw.

(Aufgabe: Warum entstehen die Kontexturenzahlen der Dyaden nicht durch Vereinigungsbildung der Kontexturenzahlen der Monaden?)

Wenn wir also nun auf die obige Kaehrsche interaktionale Matrix zurückkommen:

$$[\text{inter, act, act}] \equiv [\blacklozenge, \circ, \circ]$$

$$\text{Sem}^{(3,2,2)}_{(\text{inter, act, act})} = \begin{pmatrix} [\blacklozenge, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1.1_{1.3} & 2.3_{2.3} & 1.3_{3} \\ 2 & 3.2_{2.3} & 2.2_{1.2} & 2.3_{2} \\ 3 & 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2.3} \end{pmatrix}$$

dann stellen wir fest, dass

$(.1.)_{1,3} \times (.2.)_{1.2} \neq (2.3)_{2.3}$

$(.2.)_{1,2} \times (.1.)_{1.3} \neq (3.2)_{2.3}$

Diese semiotischen Interaktionen sind also deswegen logisch als Transjunktionen zu interpretieren, weil hier die [S.O] / [O.S]-Alternative des ursprünglichen Konversenpaares $[1.2]_1$ / $[2.1]_1$ ALS GANZES verworfen wird. Eine blosse Negation wäre also dann gegeben, wenn man, wie weiter oben gezeigt, bloss $[1.2]_1 \leftrightarrow [2.1]_1$ austauschte. Man möchte also, um es noch deutlicher zu sagen, weder Subjekt noch Objekt, sondern einen dritten Wert, der also sowohl Subjekt als auch Objekt verwirft. Von hier ergibt sich dann in einem nächsten grossen Schritt die Einbettung der triadischen Semiotik in eine zunächst tetradische aus formaler ebenso wie aus logischer und epistemologischer Notwendigkeit: aus formaler Notwendigkeit, weil, wie gezeigt, ein weiterer semiotischer Wert benötigt wird, aus epistemologischer Notwendigkeit, weil die Welt nicht nur aus Ich und Du, sondern (von jedem Ich aus) aus einer sehr grossen Menge von Dus, und d.h, ontologischen Orten, besteht; aus logischer Notwendigkeit, weil diesen Dus und ontologischen Orten eine sehr grosse Zahl gleichberechtigter Subjekte korrespondieren, die nicht einfach auf das eine Ich der klassisch aristotelischen Logik zurückgeführt werden können, und die also qualitativ verschieden sind. Man kann somit sagen: mit der Kaehrschen Identifikation von semiotischer Interaktion und logischer Transjunktion werden die semiotischen Tore für den Eintritt von echter Qualität in die Semiotik geöffnet.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Triadische Trichotomien und trichotomische Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Zur logischen Relevanz semiotischer Matrizen

1. Wir hatten in Toth (2011) die logische Relevanz semiotischer interaktionaler Matrizen detailliert nachgewiesen. Man sie jedoch auch in erheblich weniger komplexen Fällen aufzeigen. Generell bleibt das Erstaunen, dass sich Peirce zwar ein Leben lang bemüht hat, die Frage zu klären, ob die Semiotik die Logik oder die Logik die Semiotik begründe, aber dass die beiden Systeme als zwei Systeme (und nicht als jeweiliges System und jeweilige Umgebung) interagieren könnten, blieb ihm unbekannt.

2. Man betrachte die semiotische Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Wenn wir in semiosisch aufsteigender Weise, d.h. mit (a.b) < (c.d) wenn a. < c. und/oder .b < .d mit a, ..., d $\in$ {1, 2, 3} vereinbaren wollen, dass wir jedem Subzeichen das Kennzeichen [S.O] oder [O.S] zuweisen wollen, je nachdem, ob der triadische Haupt- oder der trichotomische Stellenwert die Subjekt- bzw. Objektposition einnimmt, dann bekommen wir folgende „logifizierte“ Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{[S.S]} & 1.2_{[S.O]} & 1.3_{[S.O]} \\ 2.1_{[O.S]} & 2.2_{[S.S]/[O.O]} & 2.3_{[S.O]} \\ 3.1_{[O.S]} & 3.2_{[O.S]} & 3.3_{[O.O]} \end{pmatrix}$$

Wenn man die Hauptdiagonale einzeichnet

$$\begin{pmatrix} 1.1_{[S.S]} & 1.2_{[S.O]} & 1.3_{[S.O]} \\ 2.1_{[O.S]} & 2.2_{[S.S]/[O.O]} & 2.3_{[S.O]} \\ 3.1_{[O.S]} & 3.2_{[O.S]} & 3.3_{[O.O]} \end{pmatrix}$$

daran sieht man, dass die rechte obere Dreicksmatrix das [S.O]-Feld ist und die linke untere das [O.S]-Feld, wobei der Index (2.2) als logisch-epistemologische „Schaltstelle“ beiden Feldern angehört.

Zeichnet man hingegen die Nebendiagonale ein

$$\begin{pmatrix} 1.1_{[S.S]} & 1.2_{[S.O]} & 1.3_{[S.O]} \\ 2.1_{[O.S]} & 2.2_{[S.S]/[O.O]} & 2.3_{[S.O]} \\ 3.1_{[O.S]} & 3.2_{[O.S]} & 3.3_{[O.O]} \end{pmatrix}$$

so erhält man sowohl eine linke obere wie eine rechte untere Dreiecksmatrix, welche Gebiete der Gleichverteilung von Subjekt und Objekt definieren.

3. Wenn wir, der Definition Benses (1976, S. 54) zum Übergang von Zeichen- zu Realitätsthematiken folgend, die beiden Matrizen transponieren, so erhalten wir

$$\begin{pmatrix} 3.1_{[S.O]} & 2.1_{[S.O]} & 1.1_{[S.S]} \\ 3.2_{[S.O]} & 2.2_{[S.S]/[O.O]} & 1.2_{[O.S]} \\ 3.3_{[O.O]} & 2.3_{[O.S]} & 1.3_{[O.S.]} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3.1_{[S.O]} & 2.1_{[S.O]} & 1.1_{[S.S]} \\ 3.2_{[S.O]} & 2.2_{[S.S]/[O.O]} & 1.2_{[O.S]} \\ 3.3_{[O.O]} & 2.3_{[O.S]} & 1.3_{[O.S.]} \end{pmatrix}$$

dass sie in Bezug auf die beiden Diagonalen isomorph sind, d.h. die Verteilung der [S.O] und [O.S]-Bereiche verändert sich auch dann nicht, wenn die Zuschreibung der Kennzeichen in den transponierten Matrizen retrosemiosisch ist, d.h. (a.b) > (c.d) wenn a. > c. und/oder .b > .d mit a, ..., d $\in$ {1, 2, 3} genügt.

Bibliographie

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Interaktionen zwischen semiotischen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Vertauschung von Zeilen und Spalten bei semiotischen Matrizen

1. n-te Zeile → n-te Spalte

Für n = m = 1:

$$\begin{pmatrix} \underline{1.1} & \underline{2.1} & \underline{3.1} \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ \underline{1.3} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für n = m = 2:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{1.2} & 3.1 \\ \underline{2.1} & \underline{2.2} & \underline{2.3} \\ 3.2 & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für n = m = 3:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{1.3} \\ 2.1 & 2.2 & \underline{2.3} \\ \underline{3.1} & \underline{3.2} & \underline{3.3} \end{pmatrix}$$

2. n-te Zeile → n±1/m±1

Für n = 1, m = 2

$$\begin{pmatrix} \underline{1.2} & x & 1.1 & y & 1.3 \\ 2.1 & & 1.2 & & 2.3 \\ 3.1 & & 1.3 & & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für n = 3, m = 1

$$\begin{pmatrix} & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & 3.2 & 2.2 & 2.3 \\ x & 3.3 & y & 2.3 \end{pmatrix}$$

2. Framed matrices („gerahmte“ Matrizen)

2.1. n = ER, m = KR

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{3.3} & \underline{1.1} \\ \underline{3.1} & 3.2 & 1.2 \\ \underline{1.3} & 2.1 & 2.3 \end{pmatrix}$$

2.2. n = KR, m = ER

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{3.1} & 1.3 \\ \underline{3.3} & 3.2 & 1.2 \\ \underline{1.1} & 2.3 & 2.1 \end{pmatrix}$$

2.3. n = ℘KR, m = ER

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{1.1} & \underline{3.3} \\ \underline{1.3} & 1.2 & 3.2 \\ \underline{3.1} & 2.1 & 2.3 \end{pmatrix}$$

2.4. n = ℘ER, m = ℘KR

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{1.3} & \underline{3.1} \\ \underline{1.1} & 1.2 & 3.2 \\ \underline{3.3} & 2.3 & 2.1 \end{pmatrix}$$

3. Zentralisierte Matrizen

3.1. $m_2 = ER$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{3.1} & 1.3 \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.2 & \underline{1.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2. $m_2 = KR$

$$\begin{pmatrix} 1.2 & \underline{1.1} & 1.3 \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.2 & \underline{3.3} & 3.1 \end{pmatrix}$$

3.3. $m_2 = ER$, $n_2 = KR$

$$\begin{pmatrix} 2.3 & \underline{3.1} & 3.2 \\ \underline{1.1} & \underline{2.2} & \underline{3.3} \\ 1.2 & \underline{1.3} & 2.1 \end{pmatrix}$$

3.4. $m_2 = \wp ER$, $n_2 = KR$

$$\begin{pmatrix} 1.2 & \underline{1.1} & 2.3 \\ \underline{1.3} & \underline{2.2} & \underline{3.1} \\ 3.2 & \underline{3.3} & 2.1 \end{pmatrix}$$

Diese wenigen Typen und Beispiele, die fast beliebig vermehrt werden können, kann man am besten zusammen mit den von Kaehr (2009) in die Semiotik eingeführten Super-Operatoren (Identität, Permutation, Reduktion, Bifurkation, Iteration und Replikation) studieren.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009)

Eine permutationelle Matrix

1. Wir hatten Permutationen bisher lediglich dazu benutzt, um semiotische Diamanten einzuführen (Toth 2008, S. 177 ff.). Nach Kaehr (2009, S. 7) gibt es jedoch einen Super-Operator perm, der direkt auf das semiotische System, d.h. die Matrix, wirkt. Diesem SUP_{perm} oder einfach PERM verdankt man eine Reihe von höchst bemerkendwerten strukturellen Eigenschaften, die in der Semiotik bislang unbekannt waren:

> Permutative patterns, produced by the super-operator *perm*, are behind those visits to other systems and back to the start again. The journey might start simultaneously in $system_1$ and system $_3$, both visiting $system_2$ at their offered locations, and back again.

Permutative patterns, produced by the super-operator *perm*, are behind those visits to other systems and back to the start again. The journey might start simultaneously in $system_1$ and system $_3$, both visiting $system_2$ at their offered locations, and back again.

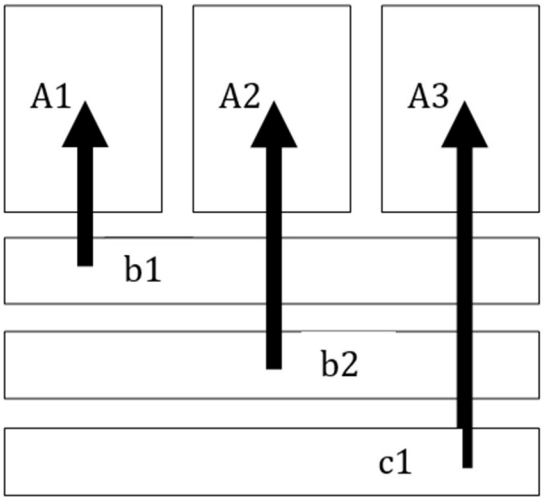
Nach Kaehr (2009, S. 9) gilt:

$PERM(i, j) := (Logic^i, Logic^j) \rightarrow (Logic^j, Logic^i)$.

2. Kaehrs Konzeption ergänzend, möchte ich hier einen weiteren auf der semiotischen Matrize basierenden Vorschlag machen. Die Überlegung basiert, kurz gesagt, darauf, dass nicht innerhalb des festen Rahmens der 3 × 3-Matrix ein Superoperator die Subzeichen die Plätze wechseln lässt, sondern dass eine „Super-Matrix“ geschaffen wird, wo permutierte Subzeichen ihre festen Plätze haben, in der aber die Pfade durch diese „semiotischen Felder“ frei sind. Anders ausgedrückt, wird jedes Subzeichen innerhalb seiner Triade sowie innerhalb seiner Trichotomie als Teil einer vollständigen permutationellen Teilmatrix der ursprünglichen 3 × 3-Matrix genommen. Wie zu zeigen ist, entsteht auf diese Weise ein Gebilde aus 2 mal 3 Permutationsmatrixen wie je 6 Zeilen und 6 Spalten, also eine nicht-quadratische 12×9 Matrix, die als semiotisches Feld definiert wird:

1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
1.1	1.3	1.2	2.1	2.3	2.2	3.1	3.3	3.2
1.2	1.1	1.3	2.2	2.1	2.3	3.2	3.1	3.3
1.2	1.3	1.1	2.2	2.3	2.1	3.2	3.3	3.1
1.3	1.1	1.2	2.3	2.1	2.2	3.3	3.1	3.2
1.3	1.2	1.1	2.3	2.2	2.1	3.3	3.2	3.1
1.1	2.1	3.1	1.2	2.2	3.2	1.3	2.3	3.3
1.1	3.1	2.1	1.2	3.2	2.2	1.3	3.3	2.3
2.1	1.1	3.1	2.2	1.2	3.2	2.3	1.3	3.3
2.1	3.1	1.1	2.2	3.2	1.2	2.3	3.3	1.3
3.1	1.1	2.1	3.2	1.2	2.2	3.3	1.3	2.3
3.1	2.1	1.1	3.2	2.2	1.2	3.3	2.3	1.3

Grob gesagt, hat also dieses semiotische Feld die folgende Struktur:



Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2000)

Semiotische kontexturale Verbundsysteme

1. Diese Arbeit folgt Toth (2011). Wir hatten das frühe Stern-Modell Peirces genommen und die Stern-Dreiecks-Transformation für semiotische Morphismen durchgeführt. Das Ergebnis war

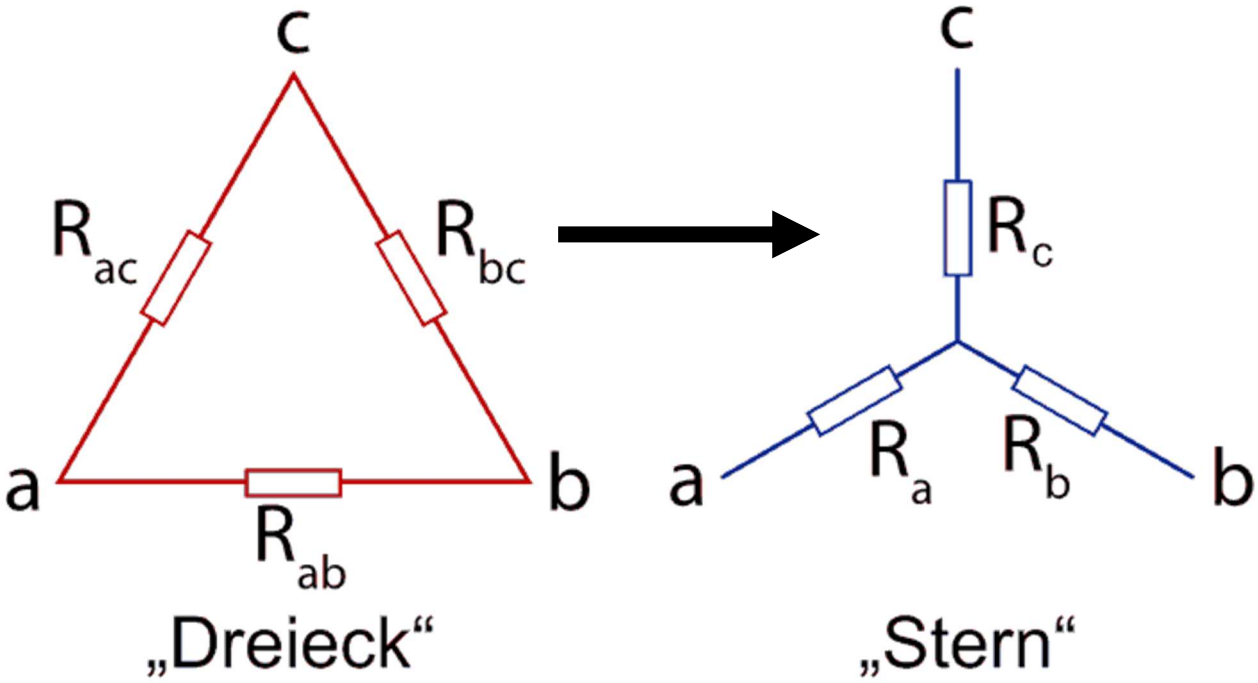
$(M \rightarrow O) = \alpha = (a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)$

$(O \rightarrow I) = \beta = (b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c)$

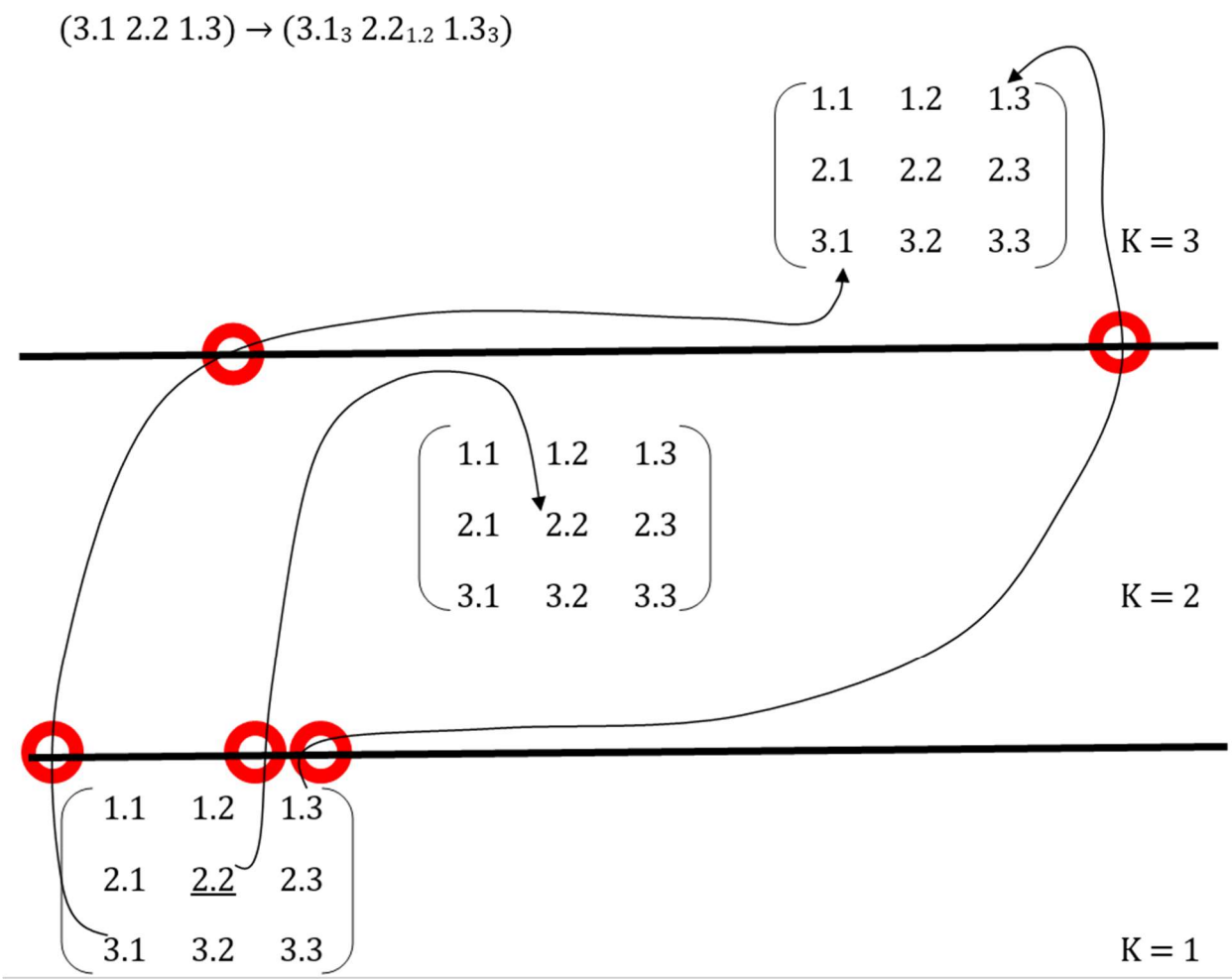
$(I \rightarrow M) = \alpha^\circ\beta^\circ = (c \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow a)$

und somit

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)) = (M, (((a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)), ((b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c))))$. Mit dem verwandten Modell



ist die Abbildung von α und β (sowie von $\alpha^\circ\beta^\circ$ und βα) auf Q jedoch nicht befriedigend darstellbar. Wir stellen daher im folgenden ein einfaches Verbundsystem mit Hilfe der semiotischen Matrix dar, da nach unserem Modell ja die Subzeichen einzeln kontexturiert werden. Beispiel:



Rot eingezeichnet sind die Kontexturübergänge, die in meinem Buch „In Transit“ (Toth 2007) Transgressionen heissen. Die drei Matrizen befinden sich also streng genommen nicht nur innerhalb der Kontexturen, sondern sie SIND diese, denn wie bekannt thematisiert die Zeichenthematik die Subjekts- und die Realitätsthematik die Objektsposition des Zeichens. In der Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & \boxed{2.2} & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

sind alle Subzeichen oberhalb der „mäandrierenden“ Linie zeichenthematisch, da ihre epistemologische Struktur [S , O] ist, und alle darunter liegenden realitätsthematisch, da ihre epistemologische Struktur [S, O]° = [O, S] ist. Einfach gesagt: Jede Zeichenklasse führt in ihren trichotomischen Stellenwerten ihre duale Realitätsthematik mit, und jede Realitätsthematik führt in ihren triadi-

schen Stellenwerten ihre duale Zeichenklasse mit. Daraus geht die Notwendigkeit hervor, die kontexturalen Pfade zu richten. Da somit aber $\times(2.2)_{1.2} = \times(2.2)_{2.1}$ gilt, muss im obigen Verbundsystem lediglich die Pfeilrichtung umgekehrt werden. Dazu sollte man bedenken, dass $(a.b)_{1.2} \coprod_{(1.2)(2.1)} (b.c)_{2.1}$ und $(a.b)_{1.2} \prod_{\emptyset} (c.d)_{2.1}$ gelten muss!

Bibliographie

Toth, Alfred, In Transit. A Mathematical-Semiotic Theory Of Decrease of Mind Based On Polycontextural Diamond Theory. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Dreieck, Stern und die 4. Kategorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Partitionierte semiotische Körpermatrizen

1. Wie in Toth (2006, S. 48 ff.) ausführlich dargelegt wurde, kann man semiotische Matrizen eineindeutig in sog. Körpermatrizen (mit den Werten 0 und 1) abbilden, vgl. z.B.

Zkl = 3.1 2.3 1.3

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{1.3} \\ 2.1 & 2.2 & \underline{2.3} \\ \underline{3.1} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

denn in Toth (2006, S. 50 f.) wurde nachgewiesen, dass die Peircesche Semiotik zum Körper $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen isomorph ist.

2. Nun sind wir in Toth (2011) und nachfolgenden Aufsätzen von einer allgemeinen n-adischen Semiotik ausgegangen, innerhalb deren die triadische nur noch ein Spezialfall ist. Für die obige 0/1-Matrize bedeutet das, dass sie selbst wiederum eine Submatrize einer umfassenderen (und nicht einmal notwendig quadratischen) Matrix sein, kann, wie z.B.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Dagegen ist die linksadjazente 3×3-Matrix mit 4 Werten überdesigniert, d.h. es kann sich nicht um eine semiotische Zkl-Matrix handeln, sondern höchstens um eine Rth-Matrix.

Eine maximale Partitionierung würde nun jedes Element isolieren, das Ergebnis wären semiotische 1-Vektoren bzw. dyadische Subzeichen. Da wir aber an triadischebn Zeichenklassen interessiert sind, ergibt eine andere Partitionierung die folgende Möglichkeit:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Durch diese Partitionierung erhalten wir also die semiotische Körperstruktur der Zkl (3.1 2.1 1.3). Mit Hilfe einer weiteren Partitionierung bekommen wir dagegen die folgende tetradische Zkl (4.1 3.1 2.3 1.4):

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Das m.E. beste Buch zu Matrizenoperationen ist immer noch Bronson (1989), auch wenn für gewisse deutsche Mathematiker die Serie „Schaums“ generell „mathematische Subkultur“ darstellt.

Bibliographie

Bronson, Richard, Matrix Operations. McGraw-Hill 1989

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Analyse in einer n-wertigen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Trito-Trans-Nachfolger für kontexturierte Zeichen

1. Es ist zwar oft darüber diskutiert worden, ob das peircesche Zeichen als triadische Erweiterung des saussureschen dyadischen Zeichens interpretiert werden kann oder nicht (vgl. z.B. Toth 1988), formal jedenfalls kann man dies vertreten, wie dies bereits Ditterich (1990, S. 18) in seiner vorbildlichen Arbeit getan hatte:

		1 M	2 O	3 I
3	I	3.1	3.2	3.3
2	O	2.1	2.2	2.3
1	M	1.1	1.2	1.3

2. Es ist allerdings nicht so, dass es nur eine, nämlich die tatsächlich von Peirce und Bense realisierte, Matrix gibt: Da man das Saussuresche Zeichen mit den beiden Werten 1 und 2 darstellen, ergeben sich 3 verschiedene Trito-Trans-Nachfolger:

121

122

123,

und nur der dritte TT-Nachfolger führt zur obigen Peirceschen Matrix. Die zwei übrigen 3×3-Matrizen sehen dagegen wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} M^{(121)} & 1.1_i & 1.2 & 1.1_j \\ & 2.1_i & 2.2 & 2.1_i \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} M^{(122)} & 1.1 & 1.2_i & 1.2_j \\ & 2.1 & 2.2_i & 2.2_i \end{pmatrix}$$

Es ist natürlich $(1.1)_i \neq (1.1)_j$ und $(1.2)_i \neq (1.2)_j$.

3. Man kann nun einen ersten Schritt über die triadische Matrix hinausgehen, von der Günther bekanntlich geschrieben hat, es sei Peirce´ Glaube an die Trinität gewesen, die mehr semiotische Werte verhindert habe (1978, S. vii f.).

Die TT-Nachfolger von 123 sind (vgl. auch Kaehr 2010, S. 17):

1, 2, 3, 1

1, 2, 3, 2

1, 2, 3, 3

1, 2, 3, 4

Die Matrix zum TT-Nachfolger (1, 2, 3, 1) enthält also 2 Mittelbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 2) zwei Objektbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 3) zwei Interpretantenbezüge, und erst der TT-N (1, 2, 3, 4) enthält eine neue (nicht iterative, sondern akkretive) Fundamentalkategorie. Obwohl also die ersten drei TT-N´s gewissermassen redundant sind, fällt es nicht schwer, semiotische Beispiele für sie zu finden: Für (1, 2, 3, 1) kann man die Homophonie (Homonymie), für (1, 2, 3, 2) die Polysemie und für (1, 2, 3, 3) die Unterscheidung von Denotation und Konnotation heranziehen, wobei die klassische Rhetorik, wie ein Blick in den „Lausberg“ zeigt, eine Fülle von zusätzlichem, auch semiotisch verwertbarem Material bereithält.

Was nun die Matrizen zu TT-N 1-3 betrifft, so gibt es jeweils 3 und nicht nur eine, da mit der „Emergenz“ der Drittheit natürlich alle 3 Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezüge aufscheinen können:

$$M_{(1.1)}{}^{(1231)} \quad \begin{matrix} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_j \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_j & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_i \end{matrix} \qquad M_{(1.2)}{}^{(1231)} \quad \begin{matrix} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.2_j \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_i & 1.2_j & 1.3_i & 1.1_i \end{matrix}$$

$$M_{(1.3)}{}^{(1231)} \quad \begin{matrix} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i \end{matrix}$$, usw.

je drei Matrizen für den Objekt- und drei für den Interpretantenbezug.

Bibliographie

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Grundlegung einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

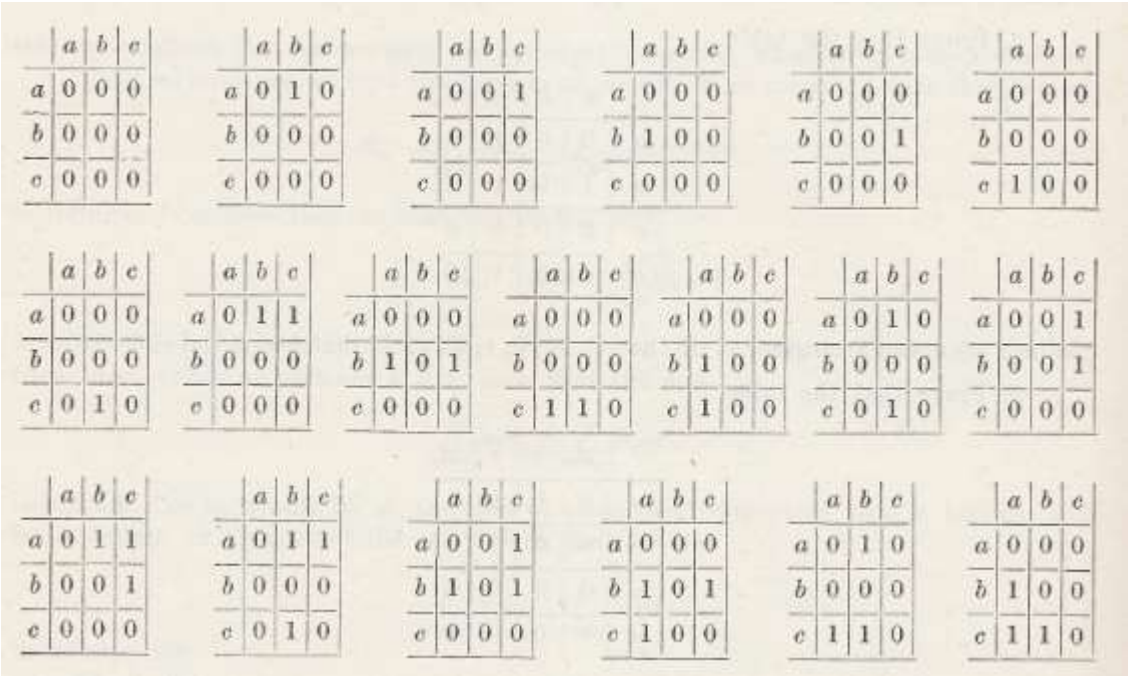
Toth, Alfred, Bemerkungen zum Saussureschen Arbitraritätsgesetz und Zeichenmodell. In: Semiosis 63/64, pp. 43-62 1988. Nachruck in: Eckardt, Michael und Lorenz Engell (eds.), Das Programm des Schönen. Ausgewählte Beiträge der Stuttgarter Schule zur Semiotik der Künste und der Medien. Weimar: Verlag und Datenbank für Geisteswissenschaften, 2003, S. 71-88

Reguläre, irregular Peircesche Zeichenklassen und Halbordnungen über dem Körper der reellen Semiotik

1. Wie ich bereits in Toth (2006) gezeigt hatte, kann man die 10 Peirceschen Zeichenklassen in eineindeutiger Weise auf 0/1-Matrizen abbilden. Anders ausgesagt: Geht man statt von der von Bense (1981, S. 11 ff.) eingeführten Menge der Primzeichen PZ = {1, 2, 3} von der Menge K = {0, 1} auf, kann man zeigen, dass die Semiotik dem Körper der reellen Zahlen isomorph ist.

2. Aus PZ lassen sich durch Selbstabbildung PZ × PZ natürlich nicht nur die 10 „regulären", der Halbordnung a ≤ b ≤ c folgenden Zeichenklassen des Schemas (3.a 2b 1.c), sondern zusätzlich 17 „irreguläre" Zeichenrelationen bilden, wo diese Ordnung nicht befolgt ist und die daher merkwürdigerweise nicht als „Klassen" bezeichnet werden. (Dazu gehört auch die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix (3.3 2.2 1.1 mit Ordnung a > b > c [!!]).

3. Anderseits gibt es – wie man z.B. anhand der im folgenden reproduzierten Abbildung aus Sierpiński (1958, S. 192) ersehen kann – nur 19 Halbordnungen über K = {0, 1}:



	a	b	c
a	0	0	0
b	0	0	0
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	1	0
b	0	0	0
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	0	1
b	0	0	0
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	1	0	0
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	0	0	1
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	0	0	0
c	1	0	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	0	0	0
c	0	1	0

	a	b	c
a	0	1	1
b	0	0	0
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	1	0	1
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	0	0	0
c	1	1	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	1	0	0
c	1	0	0

	a	b	c
a	0	1	0
b	0	0	0
c	0	1	0

	a	b	c
a	0	0	1
b	0	0	1
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	1	1
b	0	0	1
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	1	1
b	0	0	0
c	0	1	0

	a	b	c
a	0	0	1
b	1	0	1
c	0	0	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	1	0	1
c	1	0	0

	a	b	c
a	0	1	0
b	0	0	0
c	1	1	0

	a	b	c
a	0	0	0
b	1	0	0
c	1	1	0

Wie man also sieht, gibt es noch viel mehr Halbordnungen, wenn man von der semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \boxdot & \boxdot & \boxdot \\ \boxdot & \boxdot & \boxdot \\ \boxdot & \boxdot & \boxdot \end{pmatrix}$$

mit $\boxdot = K = \{0, 1\}$ ausgeht und dabei folgende Bedingungen stellt:

Jede Zeile oder Spalte muss genau ein ■ enthalten, während alle anderen Einträge der entsprechenden Zeile oder Spalte □ sind. Daraus folgt, dass in keiner Zeile oder Spalte mehr als ein ■ stehen (weil die Zeilen und Spalten in getrennten Matrizen dargestellt werden, die zu einander Transponierte sind). Dann kann, ausgehend von Eintrag a_{11}, dieses mit sich selbst und allen übrigen 8 Einträgen kombiniert werden, d.h. es gibt 9 Kombinationen. Dasselbe wird mit dem nächsten Zeilenelement a_{21} gemacht und schliesslich mit dem übernächsten, d.h. a_{31}. Man bekommt somit auf diese Weise genau 3 mal 9 = 27 Matrizen mit genau 3 ■ pro Matrize. Diese entsprechen wegen der Definition von K also den 27 semiotischen Halbordnungen und erfassen damit nicht nur die 10 regulären, sondern auch ihre „komplementäre“ 17 „irregulären“ Zeichenrelationen, die sonst durch die $3^3 = 27$ triadischen Subzeichen-Kombintionen gewonnen werden.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Sierpiński, Wacław, Cardinal and Ordinal Numbers. Warszawa 1958

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Merkwürdige semiotische Matrizen

1. Wir können das in Toth (2011a) dargestellte Verfahren der Vereinigung von Subjekt und Objekt bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken auf semiotische Matrizen übertragen. Zunächst erhalten wir

1.1 ∪ 1.1	1.2 ∪ 2.1	1.3 ∪ 3.1
2.1 ∪ 1.2	2.2 ∪ 2.2	2.3 ∪ 3.2
3.1 ∪ 1.3	3.2 ∪ 2.3	3.3 ∪ 3.3

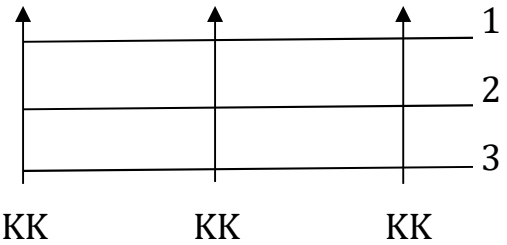
Dies lässt sich vereinfachen durch Zusammenfassung der identischen Vereinigungen

1.1	1.2 ∪ 2.1	1.3 ∪ 3.1
2.1 ∪ 1.2	2.2	2.3 ∪ 3.2
3.1 ∪ 1.3	3.2 ∪ 2.3	3.3

Wenn wir auch noch die Konkatenationen ausführen, bekommen wir schliesslich

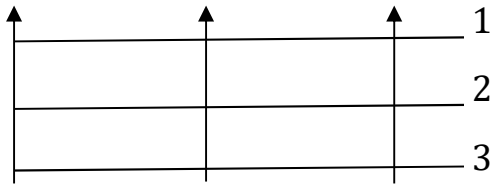
1.1	1.1	1.1
2.2	2.2	2.2
3.3	3.3	3.3

also eine Matrix, die nur aus den Relata der Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) besteht und die folgende Struktur hat:



Da die KK nun genau diejenigen Relata enthält, für die S = O gilt, haben wir hier also eine der beiden in der Semiotik möglichen Differenzmatrizen vor uns (vgl. Toth 2011b).

2. Da die zweite semiotische Differenz neben KK = (3.3 2.2 1.1) durch die Eigenrealität ER = (3.1 2.2 1.3) thematisiert wird, versuchen wir direkt, ihre der KK-Differenzmatrix entsprechende ER-Differenzmatrix zu konstruieren. Sie hat folgende Struktur



ER ER ER

Die Matrix selbst ist

1.3	1.3	1.3
2.2	2.2	2.2
3.1	3.1	3.1

Wenn wir allerdings versuchen, eine dem Bauprinzip S ∪ O für die KK-Differenzmatrix entsprechende Operation für die ER-Differenzmatrix aufzustellen, so sehen wir bald, dass die unmöglich ist, denn wie oft wir mit S und O variieren, wir erhalten nur Variationen der KK-Differenzmatrix, die allerdings sehr wohl das Interesse der weiteren Entwicklung der Semiotik gewinnen könnten.

Wenn wir z.B. von einer semiotischen Matrix der lateinischen Struktur

S	O	S
O	S	O
S	O	S

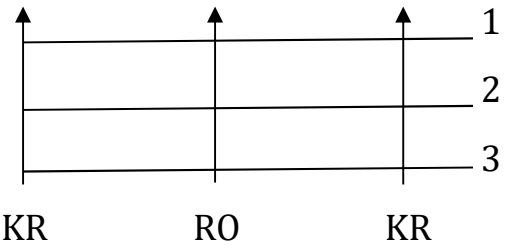
ausgehen, erhalten wir

1.1	(2.1 1.2)	(1.3 3.1)
(2.1 1.2)	2.2	(3.2 2.3)
(3.1 1.3)	(2.3 ∪ 3.2)	3.3.

Wenn wir nun wieder konkatenieren, bekommen wir

1.1	2.2	1.1
2.2	2.2	3.3
3.3	2.2	3.3

Die Struktur dieser „merkwürdigen“ Matrix sieht nun wie folgt aus



Bibliographie

Toth, Alfred, Die semiotische Vereinigung von Subjekt und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Der Ursprung der Differenz in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Semiosis und Kenosis

1. Eines der grössten Verdienste der Kaehrschen Semiotik – sie verdient diesen Namen, weil Rudolf Kaehrs es war, welcher die Semiotik auf eine völlig neue, alles bisher Dagewesene weit hinter sich lassende Basis gestellt hatte (vgl. jetzt Kaehr 2010) – besteht im Nachweis, dass so, wie die Semiosis die Transformation vom Objekt zum Zeichen, von Bense „Metaobjektivation“ (1967, S. 9) genannt, ermöglicht, ein dazu anti-paralleleler bzw., wie Kaehr sich ausdrückt, „parallaktischer“ Prozess angenommen werden muss, der das Objekt in der Kenogrammatik fundiert (vgl. auch Mahler und Kaehr 1993, S. 33).

2. Nun wurde zuletzt in Toth (2011) nachgewiesen, dass der von den „Grammatologen“ so gern verwendete und wohl von Spencer Brown geprägte Begriff der „Differenz“ bzw. der „Différence“ semiotisch mit der Arbitrarität, mathematisch mit der Quantität und logisch mit der Zweiwertigkeit der aristotelischen Logik koinzidiert. Ferner wurde gezeigt, dass die Semiotik zwei „Wurzeln“ der Différence kennt: die Kategorienklasse

(3.3 2.2 1.1) R (1.1 2.2 3.3)

und die Zeichenklasse der Eigenrealität

(3.1 2.R.2 1.3) R (3.1 2.R.2 1.3).

Da die Kategorienklasse von Bense (1992, S. 40) ausdrücklich als „Eigenrealität schwächerer Ausprägung"“bezeichnet wird, darf man also sagen, dass die Aufhebung der logischen Zweiwertigkeit Hand in Hand geht mit der semiotischen Aufhebung der Eigenrealität.

3. Eigenrealität, vor dem Hintergrund der Zweiwertigkeit bzw. des sie verbürgenden logischen Identitätssatzes gesprochen, bedeutet ja nichts anderes, als dass sich Zeichenthematik und Realitätsthematik in ein und derselben Kontextur befinden (Invarianz des Dualisationsoperators!). Man kann somit Zeichen dadurch aus ihrer Zweiwertigkeit und d.h. Monokontexturalität befreien, dass man sie „polykontexturalisiert“. Nun hatte Kaehr (2010, S. 251 ff.) einen konkreten solchen Vorschlag für eine Matrix eines Zeichens in 4 Kontexturen gemacht:

$$\begin{bmatrix} 3.x, & 2.y, & 1.z, & -- \\ --, & 3.x, & 2.y, & 1.z \\ 3.x, & 2.y, & --, & 1.z \\ 3.x, & --, & 2.y, & 1.z \end{bmatrix}$$

Wir können somit Kenosis definieren als den zweifachen Reduktionsprozess der beiden eigenrealen Zeichenklassen auf ihre entsprechenden 4-kontexturalen Matrizen:

1. Rückführung der Kategorienrealität (schw. ER)

$$(3.3\ 2.2\ 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3.3, 2.2, 1.1, -- \\ --, 3.3, 2.2, 1.1 \\ 3.3, 2.2, --, 1.1 \\ 3.3, --, 2.2, 1.1 \end{pmatrix}$$

2. Rückführung der Eigenrealität (stärk. ER)

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3.1, 2.2, 1.3, -- \\ --, 3.1, 2.2, 1.3 \\ 3.1, 2.2, --, 1.3 \\ 3.1, --, 2.2, 1.3 \end{pmatrix}$$

Nun betrifft die stärkere ER die Zeichenklasse des „Zeichens selbst“, während die schwächere ER die „Relation der Realitäten“ (Bense 1992, S. 32) betrifft. Mit anderen Worten: Die Semiotik besitzt deshalb eine zweifache Différence-Repräsentation, weil sie als zweiwertige Wissenschaft über bzw. vor der proemialen Ausgliederung von Zeichen und Objekt verankert ist. Dementsprechend ist es notwendig, Zeichen und Objekt separat auf die kenogrammatische Ebene zurückzuführen, die ja unterhalb der Proemialität und damit vor der Zeichen-Objekt-Ausgliederung angesiedelt ist.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of Signs? In: ders., Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2010, S. 251-262. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Der Zusammenhang von Arbitrarität und Differenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen I

1. Jedem Zeichen der abstrakten Form

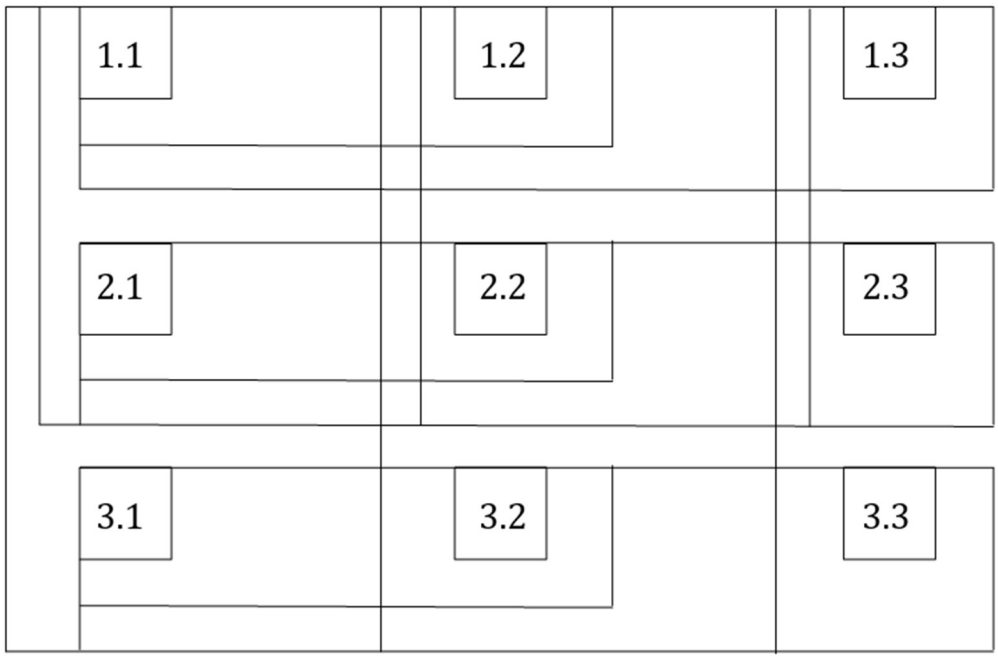
ZR = ((a.b), ((c.d), (e.f)))

ist eine doppelte inklusive Ordnung in folgender Weise zugeordnet

(a. ⊂ c. ⊂ e.)

(.b ⊂ .d ⊂ .f),

eine Eigenschaft, die in Toth (2011) durch das folgende Diagramm dargestellt wurde:



Das bedeutet, daß ZR eine Menge von vier Relationen zugeordnet ist:

1. ZR = (a.b c.d e.f)
2. i(ZR) = (e.f c.d a.b)
3. d(ZR) = (f.e d.c b.a)
4. r(ZR) = (b.a d.c f.e),

d.h. die Grundform, die inversive, die duale und die reflexive Form.

2. Man kann nun zeigen, daß jeder diese vier Formen auch vier Matrizen zugeordnet sind, die wir im Anschluß an Toth (2011) orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen nennen:

Grund-Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Inversions-Matrix

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix}$$

Dualisation-Matrix

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix}$$

Reflexions-Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Substitution und Symphysis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen II

1. In „Vier Matrizen (I)“ (Toth 2011b) haben wir den vier orthogonal-inklusiven semiotischen Zeichendefinitionen (Toth 2011a)

1. ZR = (a.b c.d e.f)
2. i(ZR) = (e.f c.d a.b)
3. d(ZR) = (f.e d.c b.a)
4. r(ZR) = (b.a d.c f.e),

d.h. der Grundform, der inversive, der duale und der reflexive Form der abstrakten Zeichenrelation ZR = (a.b c.d e.f) die entsprechenden Matrizen zugeordnet:

Grund-Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Inversions-Matrix

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix}$$

Dualisations-Matrix

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix}$$

Reflexions-Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. Wie man leicht erkennt, enthalten die obigen 4 Matrizen alle die Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) in aufsteigend-semiosischer oder in absteigend-retrosemiosischer Ordnung. Man kann nun weitere 4 Matrizen dadurch konstruieren, daß man die Hauptdiagonale durch die Nebendiagonale, also die eigenreale Klasse des Zeichens selbst (3.1 2.2 1.3) (vgl. Bense 1992) ersetzt. Die dadurch entstehenden Matrizen sind interessanterweise nicht aus den vier orthogonalen Zeichendefinitionen zugänglich:

Grund-Matrix II

$$\begin{pmatrix} 1.3 & 1.2 & 1.1 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 3.2 & 3.1 \end{pmatrix}$$

Inversions-Matrix II

$$\begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix}$$

Dualisations-Matrix II

$$\begin{pmatrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.1 & 1.3 \end{pmatrix}$$

Reflexions-Matrix II

$$\begin{pmatrix} 1.3 & 2.1 & 3.3 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.1 & 2.3 & 3.1 \end{pmatrix}$$

Welche Anwendungen diese bislang völlig neuen semiotischen Matrizen bereithalten, muß abgeklärt werden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen III

1. In Toth (2011 a, b) haben wir bisher der allgemeinen Zeichendefinition ZR = (a.b c.d e.f) 8 Matrizen zugeordnet, und zwar je zwei Grund-, Inversions-, Dualisations- und Reflexionsmatrizen, wobei alle 8 Matrizen die homogenen Haupt- und Nebendiagonalen der semiotischen Matrix enthielten, d.h. die Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) und die Eigenrealitätsklasse (3.1 2.2 1.3).

2. Man kann nun weitere mögliche semiotische Matrizen dadurch konstruieren, daß man z.B. den indexikalischen Objektbezug, in dem sich Haupt- und Nebendiagonale schneiden, konstant setzt und die Interpretanten- und Mittelbezüge variiert. Wenn man von den in Toth (2011 b) präsentierten Matrizen ausgeht, in denen Haupt- und Nebendiagonalen vertauscht wurden, enthält man ein weiteres interessantes Ergebnis, nämlich 4 weitere Variationen für jede der 4 Matrizentypen:

4 Grund-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 1.2 & 1.1 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 3.2 & 3.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 1.2 & 1.1 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 3.2 & 3.1 \end{pmatrix}$$

4 Inversions-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4 Dualisations-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.1 & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4 Reflexions-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 2.1 & 3.3 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.1 & 2.3 & 3.1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.3 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.1 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Wie man sofort sieht, sind hier die in Toth (2011b) konstruierten Typ II-Matrizen (mit homogener Kategorien- statt homogener Eigenrealitätsklasse) bereits eingeschlossen. Zusammenfassend ergibt sich aus den drei Studien also, daß wegen der Möglichkeit des Austausches von (3.1) und (1.3) innerhalb der Eigenrealität und derjenigen von (3.3) und (1.1) innerhalb der Kategorienrealität, auf die bekanntlich bereits Bense, wenn auch in anderem Zusammen-

hang aufmerksam gemacht hatte (1992, S. 22), jedem abstrakten Zeichen ZR = (a.b c.d e.f) ein **doppeltes** Geviert von orthogonal-inklusiven Matrizen zukommt, und zwar ein primär eigenrealitätstheoretisches und ein primär kategorienrealitätstheoretisches.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Orthogonale Matrizen und Zeichendefinitionen

1. In Toth (2011a, b, c) hatten wir gezeigt, daß so, wie jedem Zeichen ein doppeltes Geviert von Zeichenrelationen, d.h. 8 Zeichendefinitionen, korrespondieren, diesen Zeichendefinitionen auch 8 Matrizen zugeordnet werden müssen, welche natürlich die operationale Basis für die Bildung der Zeichenklassen, Realitätsthematiken und weiteren semiotischen Gebilden dienen, also im wesentlichen entsprechend den Verhältnissen in der semiotischen Basistheorie.

4 Grund-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 1.2 & 1.1 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 3.2 & 3.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 1.2 & 1.1 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.3 & 3.2 & 3.1 \end{pmatrix}$$

4 Inversions-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.2 & 3.1 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ 2.3 & 2.2 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4 Dualisations-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 2.3 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.1 & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 1.1 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.1 & 2.1 & 1.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3.1 & 2.3 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.1 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4 Reflexions-Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 2.1 & 3.3 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.1 & 2.3 & 3.1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.1 & 3.3 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.3 & 2.3 & 3.1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1.3 & 2.1 & 3.1 \\ 1.2 & 2.2 & 3.2 \\ 1.1 & 2.3 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. Der wichtigste Schluß aus diesem Ergebnis besteht nun darin, daß die Peircesche Zeichendefinition (in der folgenden formalen Fassung)

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3}

revidiert werden muß. Zunächst gilt ja bereits für die den Zeichenklassen zugeordneten dualen Realitätsthematiken

dZR = (c.1 b.2 a.3).

Wenn man nun die obigen 16 Matrizen betrachtet, erkennt man jedoch, daß sowohl ZR als auch dZR (traditionell als ×Rth geschrieben) nur Spezialfälle sind. Wir erhalten nämlich

1. Zeichenschemata der Grund- und Inversionsmatrizen

ZR = iZR = (3.a 2.b 1.c),

aber für

2. Zeichenschemata der Dualisations- und Reflexionsmatrizen

dZR = (a.3 b.2 c.1)

rZR = (a.1 b.2 c.3),

und zwar mit folgender Einschränkung: Von den 3! = 6 möglichen Permutationen der Primzeichenmenge (1, 2, 3) sind nur (1, 2, 3) und die konverse Ordnung (3, 2, 1) erlaubt. Anders gesagt: Obwohl das zweite der beiden Gevierte von orthogonalen inklusiven Matrizen durch Vertauschung der Interpretanten- und Mittelbezüge der kategorien- und eigenrealen Haupt- und Nebendiagonalen entstanden sind (d.h. „inhomogen“ oder „gemischt“ sind), scheiden unter den Ordnungen die Varianten (1, 3, 2), (3, 1, 2) und die beiden Varianten des Ordnungstyps (2, 1, 3) und (2, 3, 1) aus. Der Schluß lautet also, daß die hier sowie in Toth (2011a-c) angewandten Konstruktionsmethoden nicht sämtliche mathematischen Möglichkeiten ausschöpfen, die der abstrakte Zeichenbegriff bereithält.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Subzeichen und ihre Kontexturen

1. In Toth (2011b) hatte ich argumentiert, daß diejenigen semiotischen Matrizen, welche nicht entweder die Haupt- oder die Nebendiagonale der normalen semiotischen Matrix aufweisen, grundsätzlich nicht mit Hilfe (linearer) cartesischer Produktbildungen konstruierbar sind. Als Lösung wurde die folgende Matrix vorgeschlagen, die darauf hinausläuft, daß jedes Subzeichen ein Fragment einer eigenen Matrix darstellt, die demnach der Kontexturbereich des betreffenden Subzeichens darstellt:

	1 2 3	1 2 3	1 2 3
1 2 3	K_{11}	K_{12}	K_{13}
1 2 3	K_{21}	K_{22}	K_{23}
1 2 3	K_{31}	K_{32}	K_{33}

2. Will man in einer bestimmten Matrix die semiosischen bzw. retro-semiosischen Ordnungen der Triaden und/oder Trichotomien wahren, genügt es, diese in der obigen Matrix auf die lineare Abfolge der je drei Primzeichenmengen $(1, 2, 3)_{K11} > (1, 2, 3)_{K12} > (1, 2, 3)_{K13}$ bzw. $(1, 2, 3)_{K11} > (1, 2, 3)_{K21} > (1, 2, 3)_{K31}$ usw. zu übertragen. Damit ist zugleich gesagt, wie man eine von beiden oder beide Ordnungen zerbrechen kann, z.B. in der Matrix

3.1 2.<u>2</u> 1.1

3.2 2.<u>3</u> 1.2

3.3 2.1 1.3,

welche die Ordnung (2, 3, 1) der trichotomischen Stellenwerte enthält, die für „reguläre“ Matrizen verboten ist (vgl. Toth 2011a). Anders gesagt: Durch die obige Matrix ist jedem Subzeichen nicht nur seine eigene Kontextur, sondern gleichzeitig eine Menge von 9 Kontexturen zugeordnet, durch die man zwischen den triadischen und trichotomischen Positionen wechseln kann. Dabei gilt für jedes Subzeichen der kontexturierten Form $(a.b)_{ij}$ und für jede zugehörige Kontextur K_{ij}:

1. $(a.b)_i > (a.b)_k$ gdw $K_i > K_k$

2. $(a.b)_j > (a.b)_l$ gdw $K_j > K_l$, also

3. $(a.b)_{ij} > (a.b)_{kl}$ gdw $K_{ij} > K_{kl}$.

In Sonderheit gilt also natürlich

$(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ij}$,

also genau wie bei den „normalen“, d.h. unkontexturierten Subzeichen von Benses semiotischer Matrix, sowie ebenfalls

$(a.b)_{ij} \neq (a.b)_{ji}$

und daher natürlich auch

$(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ji}$,

denn falls diese Ungleichung nicht bestünde, gäbe es verschiedene Subzeichen (und damit Zeichen), welche transkontexturell identisch wären.

Bibliographie

Toth, Alfred, Vier orthogonale semiotische Inklusionsmatrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Die semiotische Matrix als Kontextur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Transdyadizität und Transkontexturalität

1. Die in Toth (2011) präsentierte Hyper-Matrix

	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1									
2		K_{11}			K_{12}			K_{13}	
3									
1									
2		K_{21}			K_{22}			K_{23}	
3									
1									
2		K_{31}			K_{32}			K_{33}	
3									

in der jedes Subzeichen einer semiotischen Matrix dann eine eigene Kontextur zugewiesen bekommt, falls ihre zugehörige Matrix keine der beiden Diagonalen von Benses semiotischer Matrix enthält, enthält drei diese Matrizen charakterisierenden Ungleichungen

1. $(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ij}$,

2. $(a.b)_{ij} \neq (a.b)_{ji}$

3. $(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ji}$,

welche die Identität der dyadischen Bestandteil der entsprechenden Subzeichen (a.b) sowie diejenige ihrer Kontexturalisierung (ij ... mn) verhindern.

2. Man kann sich nun aber fragen, welche Folgerungen zu ziehen wären, falls diese Ungleichungen aufgehoben werden. Ich spreche im folgenden von Transdyizität und von Transkontexturalität dieser Subzeichen.

2.1. $(a.b)_{ij} = (b.a)_{ij}$

Falls ein kl = 0 mit ∈ {ij ... mn} , dann fallen also duale Subzeichen miteinander zusammen, d.h. es gilt z.B. (1.2) = (2.1). Hier liegt reine Transdyadizität vor.

2.2. $(a.b)_{ij} = (a.b)_{ji}$

Da für kl = 0 mit ∈ {ij ... mn} natürlich die Selbstidentität jedes Subzeichens gilt, besagt dieser Fall, daß Subzeichen, die in verschiedenen Kontexturen liegen, klassisch behandelt werden, d.h. identisch sind. 2.2. ist also nur eine spezielle Form der Monokontexturalisierung.

2.3. $(a.b)_{ij} = (b.a)_{ji}$,

Klassisch gilt die Gleichung nur für kl = 0 mit ∈ {ij ... mn}, wenn zusätzlich a = b ist, d.h. nur bei den genuinen Subzeichen und unter den triadischen Relationen daher nur für die Kategorienklasse. Die Identität von 2.3 aber besagt nun, daß zwei Subzeichen trotz a ≠ b dann identisch sind, wenn nicht nur die Subzeichen selbst, sondern auch die Kontexturenzahlen dualisiert (bzw. invertiert) werden.

Sehr viel einfacher gesagt, bedeuten die drei Identitäten also folgendes: 2.1. besagt die Möglichkeit des Austausches logisch-epistemischer Funktionen, also z.B. Subjekt vs. Objekt, Innen vs. Außen u.ä., und zwar ohne daß Kontexturengrenzen überschritten werden müssen. Bei 2.2. hingegen ist kontexturelle Transgression Bedingung für logisch-epistemischen Austausch. Und bei 2.3. muß kontexturelle Transgression mit dem Austausch logisch-epistemischer Funktionen korrespondieren, die sich somit gegenseitig bedingen, d.h. hier ist nicht nur das Operandum eine Funktion des Operators, sondern auch umgekehrt, in anderen Worten eine echte polykontexturale Relation.

Bibliographie

Toth, Alfred, Subzeichen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Auswahlfunktionen aus semiotischen Matrizen

1. Die zuletzt in Toth (2011b) präsentierte Hyper-Matrix

	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1									
2		K_{11}			K_{12}			K_{13}	
3									
1									
2		K_{21}			K_{22}			K_{23}	
3									
1									
2		K_{31}			K_{32}			K_{33}	
3									

in der jedes Subzeichen einer semiotischen Matrix dann eine eigene Kontextur zugewiesen bekommt, falls ihre zugehörige Matrix keine der beiden Diagonalen von Benses semiotischer Matrix enthält, kann durch die folgenden drei Ungleichungen charakterisiert werden

1. $(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ij}$,

2. $(a.b)_{ij} \neq (a.b)_{ji}$

3. $(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ji}$

2. Wie aus den Vorgängerarbeiten bekannt (vgl. z.B. Toth 2011a), ermöglichen die hier erarbeiteten Grundlagen, z.B. semiotische Matrizen wie die folgende zu konstruieren

$$\begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{3} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{1} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{1} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{3} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix}$$

in denen zwar die Triaden, nicht aber die Trichotomien homogen sind. Es stellt sich daher die Frage, wie eine Zeichendefinition aussehen muß, welche dieser Tatsache Rechnung trägt. Offenbar kann man weiterhin ausgehen von

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3},

aber die von Bense so genannte „Wohlordnung“ ($a \leq b \leq c$) gilt nicht mehr. Da alle Permutationen der Trichotomienmenge {1, 2, 3} erlaubt sind, müssen auch sämtliche möglichen Ordnungen und ihre Kombinationen an Stelle der „Wohlordnung“ gelten. Wir müssen somit eine Auswahlfunktion ansetzen, welche die gewünschten Belegungen für alle Variablen in der den obigen Matrizen zugrunde liegenden allgemeinen Matrize

3.a	2.b	1.c
3.d	2.e	1.f
3.g	2.h	1.i

vornimmt, d.h. es muß gelten

(a, b, c), (d, e, f), (g, h, i) ∈ $\mathfrak{P}$(1, 2, 3). Wegen der in Toth (2011c) besprochenen Probleme muß jedoch an der paarweisen Verschiedenheit der drei Elemente jeder der drei Teilmengen festgehalten werden, so daß also zwei Tripel (a, b, c) und (a‘, b‘, c) genau dann gleich sind, wenn a = a‘, b = b‘ und c = c‘ ist. Man erhält auf diese Weise die trichotomischen Ordnungen

$a < b < c \quad a > b > c \quad a \leqq b \leqq c \quad a \geqq b \geqq c \quad a < b > c \quad a \leqq b \geqq c$

$a < b = c \quad a > b = c \quad a \leqq b = c \quad a \geqq b = c \quad a > b < c \quad a \geqq b \leqq c$

$a = b < c \quad a = b > c \quad a = b \leqq c \quad a = b \geqq c$

unter gleichzeitiger Beibehaltung der triadischen Ordnung

3. > 2. > 1.

und damit innerhalb der Zeichendefinition zwei völlig verschiedene Zahlbegriffe, von denen nur noch derjenige der triadischen Ordnung dem

Nachfolgeprinzip der Peano-Zahl entspricht (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.). Mit der Eindeutigkeit der triadischen Peirce-Zahl geht somit eine Mehrdeutigkeit der trichotomischen Peirce-Zahl einher, allerdings ist diese Mehrdeutigkeit insofern determiniert, als dem einen Zahlenschema des Peirceschen Zeichens

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a \leqq b \leqq c$

nunmehr 16 Zahlenschemata

$ZR^* = (3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a, b, c \in \{(a < b < c), (a > b > c), (a \leqq b \leqq c), (a \geqq b \geqq c), (a < b > b), (a \leqq b \geqq c), (a < b = c), (a > b = c), (a \leqq b = c), (a \geqq b = c), (a > b < c), (a \geqq b \leqq c), (a = b < c), (a = b > c), (a = b \leqq c), (a = b \geqq c)\}$.

Da alle drei Variablen a, b, c mit den trichotomischen Werten 1, 2, 3 somit einschränkungslos belegt werden können, erhält man also 16 Ordnungstypen von je $3^3 = 27$ Zeichenklassen, zusammen also 432 verschiedene Zeichenklassen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Subzeichen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Transdyadizität und Transkontexturalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Die semiotische Matrix als Kontextur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011c

Die Aufhebung der triadischen Ordnung

1. Die triadische Ordnung des Zeichens, und zwar in ihrer retrosemiosischen Gestalt

ZR = (3.a 2.b 1.c),

d.h. (3 > 2 > 1) bildet ein Herzstück der Peirceschen Zeichentheorie, da sie unmittelbar mit Peirce's „pragmatischer Maxime" zusammenhängt (vgl. Walther 1989, S. 133 ff.). Sie unterscheidet ferner Zeichenthematik und Realitätsthematik, da die letztere die konverse Ordnung (3 < 2 < 1) besitzt. Weitere semiotische Ordnungen wurden bereits von Bense (1971, S. 33 ff.) vorgeschlagen, z.B. die kommunikative Ordnung (3 > 1 < 2) und die beiden möglichen kreativen Ordnungen (3 > 1 < 2, 1 < 3 > 2), usw. Allerdings ist die universelle Alleingültigkeit der Ordnung (3 > 2 > 1) auch deshalb angreifbar, weil das Medium M in dieser Ordnung nicht vermittelt (vgl. van den Boom 1981), denn man würde die Ordnung (3 > 1 < 2) oder (2 > 1 < 3) erwarten.

2. Nun hatten wir in Toth (2011b) die trichotomische Ordnung des Zeichens aufgehoben, indem wir die Peirce-Bensesche Zeichendefinition

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a ≦ b ≦ c)

durch die folgende Definition des Zeichens ersetzten

ZR* = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {(a < b < c), (a > b > c), (a ≦ b ≦ c), (a ≧ b ≧ c), (a < b > b), (a ≦ b ≧ c), (a < b = c), (a > b = c), (a ≦ b = c), (a ≧ b = c),(a > b < c), (a ≧ b ≦ c), (a = b < c), (a = b > c), (a = b ≦ c), (a = b ≧ c)}.

Auf der Grundlage von ZR* kann man z.B. die in Toth (2011a) konstruierten Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{3} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{1} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{1} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{3} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix}$$

erzeugen, bei denen zwar die triadischen, nicht aber die trichotomischen Ordnungen des Peirceschen Zeichens intakt sind. Auf diese Weise gibt es statt des einen Peirceschen Zeichenschemas 16 Schemata, und da für a, b und c alle

drei trichotomischen Werte 1, 2 und 3 einsetzbar sind, gibt es total anstatt 10 nunmehr 16 mal 27 = 432 differenzierbare Zeichenklassen.

3. Allerdings sind damit die mathematischen Möglichkeiten weder was die Konstruktion von Matrizen noch was diejenige von Zeichenklassen betrifft, ausgeschöpft. Wenn wir auch noch die triadische Ordnung variabel sein lassen, d.h. die Peircesche Ordnung $(3 > 2 > 1)$ durch die Menge von Ordnungen $\{(1 < 2 < 3), (1 > 2 > 3), (1 \leqq 2 \leqq 3), (1 \geqq 2 \geqq 3), (1 < 2 > 3), (1 \leqq 2 \geqq 3), (1 < 2 = 3), (1 > 2 = 3), (1 \leqq 2 = 3), (1 \geqq 2 = 3), (1 > 2 < 3), (1 \geqq 2 \leqq 3), (1 = 2 < 3), (1 = 2 > 3), (1 = 2 \leqq 3), (1 = 2 \geqq 3)\}$ ersetzen, können wir z.B. Matrizen wie die folgenden erzeugen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.\underline{2} & 3.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 2.3 & 3.\underline{3} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 1.\underline{3} & 2.2 \\ 3.3 & 2.\underline{1} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.1 & 2.\underline{1} & 3.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 1.\underline{2} & 2.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2.1 & 1.\underline{3} & 2.1 \\ 1.2 & 2.\underline{1} & 2.2 \\ 1.3 & 2.\underline{2} & 3.3 \end{pmatrix}$$

wobei zu bemerken ist, daß auch hier noch die Forderung der paarweisen Verschiedenheit der $(a, b, c) \in \{1, 2, 3\}$ bestehen bleibt, da mit der Aufhebung dieser Einschränkung zwar die Menge konstruierbarer Matrizen schnell ansteigt, aber gleichzeitig auch die Menge an identischen, so daß die Aufhebung dieser Forderung nichts wesentlich Neues bringt.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Subzeichen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Auswahlfunktionen aus semiotischen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

van den Boom, Holger, Die Ursprünge der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3/1, 1981, S. 23-39

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Baden-Baden 1989

Die semiotische Matrix als Kontextur

1. In Toth (2011) waren wir zum Schluß gekommen, daß

1. Zeichenschemata der Grund- und Inversionsmatrizen

ZR = iZR = (3.a 2.b 1.c),

und

2. Zeichenschemata der Dualisations- und Reflexionsmatrizen

dZR = (a.3 b.2 c.1)

rZR = (a.1 b.2 c.3),

folgender Einschränkung unterliegen: Von den 3! = 6 möglichen Permutationen der Primzeichenmenge (1, 2, 3) sind nur (1, 2, 3) und die konverse Ordnung (3, 2, 1) erlaubt. Damit stellt sich die Frage, welche Gestalt Matrizen haben müssen, um auch die Ordnungen (2, 1, 3), (2, 3, 1) und (3, 1, 2) zu erhalten, da erst dann alle kombinatorischen Möglichkeiten ausgeschöpft sind.

2. Wir können nun zwar ohne weiteres Matrizen konstruieren, welche diese zusätzlichen Ordnungen aufweisen, z.B.

3.1	2.$\underline{2}$	1.1	3.1	2.$\underline{2}$	1.1	3.1	2.$\underline{3}$	1.1
3.2	2.$\underline{1}$	1.2	3.2	2.$\underline{3}$	1.2	3.2	2.$\underline{1}$	1.2
3.3	2.$\underline{3}$	1.3	3.3	2.$\underline{1}$	1.3	3.3	2.$\underline{2}$	1.3, usw.,

aber, wie man bereits anhand dieser drei Matrizen sieht, sind wir also gezwungen, entweder die Haupt- oder die Nebendiagonale, welche für die zuletzt in Toth (2011) dargestellten 16 Matrizen charakteristisch sind, aufzugeben. Da sich die Kategorien- und die Eigenrealität im Index (2.2) schneiden, müssen wir natürlich dann, wenn der Index nicht mehr im Zentrum einer Matrix steht, sowohl auf die Haupt- als auch auf die Nebendiagonale verzichten. Man kann solche Matrizen also einfach dadurch konstruieren, daß man mindestens einen oder maximal zwei Zeichenbezüge konstant setzt und dann den oder die übrigen Zeichenbezüge so variiert, daß die gewünschte Ordnung der trichotomischen Stellenwerte entstehen, z.B.

I = const. und O = const.

3.1	2.1	_._	3.1	2.1	_._	3.1	2.2	_._
3.2	2.2	_._	3.1	2.3	_._	3.1	2.1	_._
3.3	2.3	_._	3.1	2.2	_._	3.1	2.3	_._

3.1	2.2	_._	3.1	2.3	_._	3.1	2.3	_._
3.2	2.3	_._	3.1	2.1	_._	3.1	2.2	_._
3.3	2.1	_._	3.1	2.2	_._	3.1	2.1	_._

I = const. und M = const.

3.1	_._	1.1	3.1	_._	1.1	3.1	_._	1.2
3.1	_._	1.2	3.1	_._	1.3	3.1	_._	1.1
3.1	_._	1.3	3.1	_._	1.2	3.1	_._	1.3

3.1	_._	1.2	3.1	_._	1.3	3.1	_._	1.3
3.1	_._	1.3	3.1	_._	1.1	3.1	_._	1.2
3.1	_._	1.1	3.1	_._	1.2	3.1	_._	1.1

Falls nur ein Bezug konstant gesetzt wird, gibt es natürlich statt 3! = 6 bereits 6! = 720 Möglichkeiten. Geht man von einer Matrix aus, die nur Variablen enthält, kann man 9! = 362‘880 verschiedene Matrizen erzeugen.

3. Bei dieser Menge von 362‘880 semiotischen Matrizen wird immer noch vorausgesetzt, daß in der Zeile und in der Spalte der Erzeugungsmatrix der cartesischen Produkte alle drei Primzeichen paarweise verschieden sind. Läßt man nämlich diese Einschränkung fallen und konstruiert eine Matrix wie z.B.

	1	2	2
3	3.1	3.2	3.2
1	1.1	1.2	1.2
3	3.1	3.2	3.3,

dann bekommt man zwar mehr Matrizen, aber auch mehr identische und vor allem solche, bei denen dyadische Subzeichen fehlen, weil einige mehrfach auftreten. Diese Überlegung führt uns zum Schluß, daß die in Toth (2011) konstruierten 16 Matrizen (das „doppelte Geviert" der orthogonal-inklusiven Matrizen) mit konstanter kategorienrealer Haupt- und konstanter eigenrealer Nebendiagonale zwar bei weitem nicht alle kombinatorischen Möglichkeiten semiotischer Matrizen ausschöpfen, daß sie jedoch zugleich all diejenigen Matrizen darstellen, die überhaupt mittels klassischer mathematischer Matrizen konstruiert werden können. Anders gesagt: Die 16 von insgesamt 362'880 Matrizen, die nur 3 von 6 möglichen Ordnungen trichotomischer Stellenwerte enthalten, stellen bereits alle möglichen Fälle dar, wo die Subzeichen noch die cartesische Multiplikation erzeugbar sind. D.h. es gibt kein System „klassischer" cartesischer Multiplikation, welche z.B. die Subzeichen in der Ordnung der folgenden Matrix erzeugen

3.1 2.2 1.1

3.2 2.3 1.2

3.3 2.1 1.3.

Erst der Verzicht auf die linearen Ordnungen des Peirceschen Zeichens ZR = (3.a 2.b 1.c), d.h. ($3 > 2 > 1$ bzw. $1 < 2 < 3$) für die triadischen Hauptwerte und ($a \leq b \leq c$) für die trichotomischen Stellenwerte, läßt die Anzahl möglicher semiotischer Matrizen von 16 auf 362'880 ansteigen, während der Verzicht auf paarweise Verschiedenheit der Primzeichenmenge P = (1, 2, 3) lediglich zu einer Inflation identischer Matrizen führt.

Eine Matrix nun, wie

3.1 2.2 1.1

3.2 2.3 1.2

3.3 2.1 1.3.

verlangt auch eine Menge nicht-linear geordneter cartesischer Multiplikationen, und zwar bereits dann, wenn, wie man leicht erkennt, wie in dem vorliegenden Fall die triadischen Hauptwerte immer noch linear geordnet sind:

3.a 2.b 1.c

3.d 3.e 3.f

3.g 3.h 3.i.

Man ist also bereits hier gezwungen, statt des folgenden „Rasters“ zur Erzeugung von Subzeichen

	1	2	3
1			
2			
3			

ein Raster wie das folgende anzusetzen, das somit eine Matrix von 9 Teilmatrizen ist, von denen jede der klassischen Peirceschen semiotischen Matrix entspricht. Vorwegnehmend wird im folgenden gleich eine der sehr vielen Möglichkeiten von Einträgen für die obige Beispielsmatrix gegeben:

	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1							1.1		
2					2.2				
3	3.1								
1								1.2	
2						2.3			
3		3.2							
1						1.3			
2				2.1					
3			3.3						

In der hier gewählten möglichen Anordnung der Subzeichen in der nichtklassischen Matrix wurden sowohl die triadische als auch die trichotomische Ordnung der Subzeichen aus der einfachen Matrix

3.1 2.2 1.1

3.2 2.3 1.2

3.3 2.1 1.3

bewahrt. Will man zur Erzeugung von semiotisch interessanter Mehrdeutigkeit eine von beiden oder beide Ordnungen aufheben, kann man das natürlich leicht tun. Ferner kann man außerdem die Ordnungen einzelner der drei triadischen sowie trichotomischen Ordnungen eliminieren und somit natürlich wiederum eine sehr große Zahl von kombinatorischen Möglichkeiten gewinnen. In der folgenden möglichen nicht-klassischen Matrix wurden z.B. sowohl die triadische als auch die trichotomische Ordnung je als ganze aufgehoben:

	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	1.1								
2		2.2							
3							3.1		
1					1.2				
2			2.3						
3								3.2	
1									1.3
2							2.1		
3									3.3

Was haben wir in dieser nicht-klassischen Matrix vor uns? Jedes Subzeichen wird einer eigenen Matrix zugeordnet. Die Matrix fungiert somit als eine Art von semiotischer Kontextur, denn jedes Subzeichen ist nur innerhalb seiner ihm zugeordneten Matrix erzeugbar. (Es gibt, wie bereits gesagt, kein einheitliches Schema cartesischer Multiplikationen, welches Matrizen erzeugt, die nicht-konstante Haupt- und/oder Nebendiagonalen besitzen.) Die Matrix fungiert somit für das Subzeichen ähnlich wie der Bereich der logischen Zweiwertigkeit für jede Kenosequenz, wobei mit der logischen Zweiwertigkeit

die cartesische Multiplikation korrespondiert. Es scheint also, als hätten wir hier ein ganz neues Kapitel innerhalb der Theoretischen Semiotik angeschnitten, deren theoretische Implikationen gegenwärtig noch nicht absehbar sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Orthogonale Matrizen und ZeichendfinitionenIn: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Die Matrizen der Stiebingschen Zeichenfunktion

1. Die Stiebingsche Zeichenrelation (vgl. Toth 2011a)

SZR = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a, …, d ∈ {1, 2, 3}

mit der 0-relationalen Substanz, die vernünftigerweise innerhalb der Semiotik weder unter die Relationen subsumiert (Kant) noch einfach weggelassen (Peirce) werden sollte, kann nach Toth (2011b) so angeordnet werden, daß die Dichotomie des Drinnen und Draußen, welche nach Bachelard in derjenigen von Diesseits und Jenseits „dumpf wiederholt" wird (1987, S. 212), auf zwei Arten so angeordnet werden, daß ihre Schaltstelle als Binnensymmetrie erscheint

SZR_1 = (SS, OS × SO, OO) = (3.a 1.b 0.c 2.d)

SZR_2 = (SS, SO × OS, OO) = (3.a 0.b 1.c 2.d).

2. Wenn wir die vier möglichen Normalformen jeder Zeichenrelation berücksichtigen, die in Toth (2011c) anhand der triadischen Peirceschen Zeichenrelation ZR = (3.a 2.b 1.c) dargestellt wurden, enthalten wir im Falle von SZR

$SZR_{1,1}$ = (3.a 1.b 0.c 2.d) $SZR_{2,1}$ = (3.a 0.b 1.c 2.d)

$SZR_{1,2}$ = (2.d 0.c 1.b 3.a) $SZR_{2,2}$ = (2.d 1.c 0.b 3.a)

$SZR_{1,3}$ = (d.2 c.0 b.1 a.3) $SZR_{2,3}$ = (d.2 c.1 b.0 a.3)

$SZR_{1,4}$ = (a.3 b.1 c.0 d.2) $SZR_{2,4}$ = (a.3 b.0 c.1 d.2)

Aus den bereits in Toth (2011c) festgestellten Gründen gibt es jedoch keine linearen Matrizen, welche eine dieser 8 Relationen herstellen, da sie – außer für a = b = c = d weder tetratom noch tetradisch homogen sind, d.h. weder das vierstellige Äquivalent der Kategorienklasse noch dasjenige der Eigenrealitätsklasse als Haupt- bzw. Nebendiagonale enthalten. Ferner gibt es zu den nicht-dualen Normalformen $SZR_{1,1}$ und $SZR_{1,2}$ sowie $SZR_{2,1}$ und $SZR_{2,2}$ Permutationen. Man kann von jeder der 4 Formen ausgehen und erhält insgesamt 4! = 16 permutationelle S-Zeichenklassen, darunter wiederum nur solche, die sowohl tetratom als auch tetratomisch inhomogen sind. Jede dieser 16 Permutationsklassen kann man nun als tetratomische Tetrade in Analogie zu den Trichotomischen Triaden der Peirceschen Zeichenklassen (vgl. Toth

2006, S. 214 ff.) darstellen. Da man 4 SZR wiederum auf 16 Arten darstellen, kann, ergibt sich die hohe Anzahl von $256 + 1 = 257$ verschiedene Stiebing-Matrizen, wobei jede dieser Matrizen zur Konstruktion ein System von 16 Blockmatrizen benötigt, von denen jede als Teiltetraden und Teiltetratomien die Ordnungen (3., 1., 0., 2.) oder (.3, .1, .0, .2) bzw. (3., 0., 1., 2.) oder (.3, .0, .1, .2) enthält.

Bibliographie

Bachelard, Gaston, Poetik des Raumes. Frankfurt am Main 1987

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Das Zeichen im Rahmen der Stiebingschen Objektklassifikation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Die Aufhebung der triadischen Ordnung. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Subzeichen und ihre Kontexturen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011c

Zur Erweiterung der regionalen Semiotik

1. Nach der regionalen Semiotik, welche die Semiose anstatt wie die objektale Semiotik bei Objekten, nunmehr bei topologischen Regionen ansetzt, kann ein Subzeichen (a.b) mit a, b $\in$ {1, 2, 3} folgende vier Formen annehmen:

(a.b), (-a.b), (a.-b), (-a.-b),

von denen die ersten drei zuletzt in Toth (2011) behandelt wurden. Allerdings kann die bisher skizzierte regionale Semiotik die Position zweier (oder mehrerer) Objekte nur im Spielbereich einer einzigen Dimension repräsentieren, also z.B. vorn/hinten, oben/unten, links/rechts, usw., wobei man die Wahl hat, entweder den triadischen oder den trichotomischen relationalen Wert, jedoch nicht beide gleichzeitig negativ werden zu lassen. Man sollte sich nun allerdings hüten, ein doppelt negatives Subzeichen der Form (-a.-b) mit dem in Toth (2006) eingeführten komplexen Zeichenbegriff zu verwechseln, denn im Gegensatz zu den komplexen Zahlen können regionale Subzeichen geordnet werden, d.h. sie haben genau definierte Vorgänger und Nachfolger:

(-a.-b) < (-a.b) < (a.-b) < (a.b),

und zwar einfach deshalb, weil der triadische Wert gegenüber dem trichtomischen prävalent ist.

2. Wenn es nun aber darum geht, daß z.B. ein Objekt B einem Objekt A nicht nur gegenübersteht, sondern umgekehrt gegenübersteht, d.h. sobald sich zwei Objekte A und B nicht nur durch eine, sondern zwei topologische Positionen unterscheiden, benötigen wir die bisher nicht behandelten doppelt negativen Subzeichen. Es handelt sich also um die bisher fehlende 4. Gruppe repräsentationeller Möglichkeiten, wie sie in der folgenden Tabelle zusammengefaßt sind:

$(a.b)_{1.2.3}$, $(a.b)_{1.3.2}$, $(a.b)_{2.1.3}$, $(a.b)_{2.3.1}$, $(a.b)_{3.1.2}$, $(a.b)_{3.2.1}$

$(b.a)_{1.2.3}$, $(b.a)_{1.3.2}$, $(b.a)_{2.1.3}$, $(b.a)_{2.3.1}$, $(b.a)_{3.1.2}$, $(b.a)_{3.2.1}$

$(-a.b)_{1.2.3}$, $(-a.b)_{1.3.2}$, $(-a.b)_{2.1.3}$, $(-a.b)_{2.3.1}$, $(-a.b)_{3.1.2}$, $(-a.b)_{3.2.1}$

$(b.-a)_{1.2.3}$, $(b.-a)_{1.3.2}$, $(b.-a)_{2.1.3}$, $(b.-a)_{2.3.1}$, $(b.-a)_{3.1.2}$, $(b.-a)_{3.2.1}$

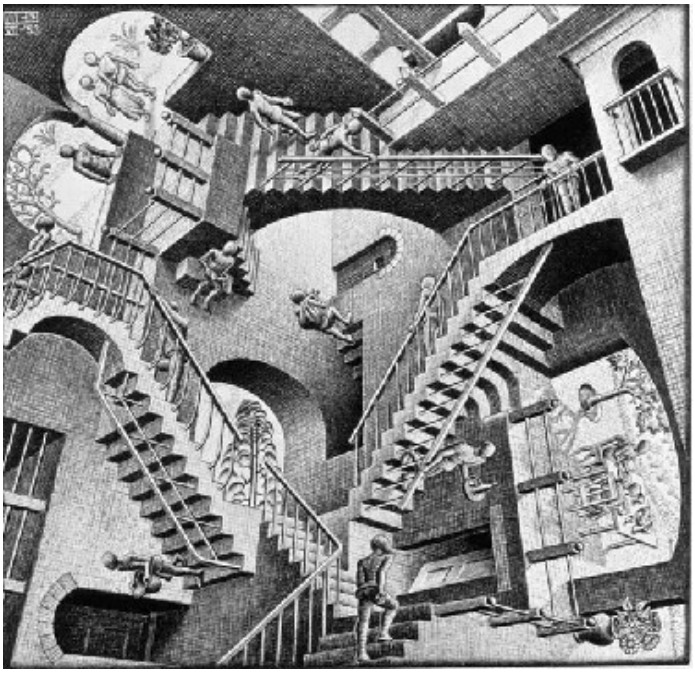
$(a.\text{-}b)_{1.2.3}$, $(a.\text{-}b)_{1.3.2}$, $(a.\text{-}b)_{2.1.3}$, $(a.\text{-}b)_{2.3.1}$, $(a.\text{-}b)_{3.1.2}$, $(a.\text{-}b)_{3.2.1}$

$(\text{-}b.a)_{1.2.3}$, $(\text{-}b.a)_{1.3.2}$, $(\text{-}b.a)_{2.1.3}$, $(\text{-}b.a)_{2.3.1}$, $(\text{-}b.a)_{3.1.2}$, $(\text{-}b.a)_{3.2.1}$

$(\text{-}a.\text{-}b)_{1.2.3}$, $(\text{-}a.\text{-}b)_{1.3.2}$, $(\text{-}a.\text{-}b)_{2.1.3}$, $(\text{-}a.\text{-}b)_{2.3.1}$, $(\text{-}a.\text{-}b)_{3.1.2}$, $(\text{-}a.\text{-}b)_{3.2.1}$

$(\text{-}b.\text{-}a)_{1.2.3}$, $(\text{-}b.\text{-}a)_{1.3.2}$, $(\text{-}b.\text{-}a)_{2.1.3}$, $(\text{-}b.\text{-}a)_{2.3.1}$, $(\text{-}b.\text{-}a)_{3.1.2}$, $(\text{-}b.\text{-}a)_{3.2.1}$

Das folgende bekannte Gemälde M.C. Eschers, „Relativität“, kann man nun auch im Sinne von semiotischer Relativität interpretieren: Bestimmt man eine der Regionen als Referenzregion, so stellt man leicht fest, daß jede andere Region durch maximal zwei topologische Dimensionen von der Referenzrelation abweicht (da Urbild und Abbild sonst natürlich in einem dreidimensionalen Raum zusammenfielen):



Eine Darstellung eines semiotischen Raums für die vier Subzeichenformen (a.b), (-a.b), (a.-b) und (-a.-b) würde somit einen fünf-dimensionalen Raum erfordern. Praktisch kann man sich damit behelfen, daß man stattdessen von vier zweidimensionalen semiotischen Matrizen ausgeht und für die vier Subzeichenformen die folgenden drei Matrizen bekommt:

1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
-1.2	2.2	2.3	1.-2	2.2	2.3	-1.-2	2.2	2.3
-1.3	-2.3	3.3	1.-3	2.-3	3.3	-1.-3	-2.-3	3.3

Aufgrund dieser drei Matrizen kann man auf der Basis der vier Subzeichenformen die folgenden 48 in einer erweiterten regionalen Semiotik differenzierbaren Subzeichen bilden:

-3.-3	-3.3	3.-3	3.3	-2.-3	-2.3	2.-3	2.3
-3.-2	-3.2	3.-2	3.2	-2.-2	-2.2	2.-2	2.2
-3.-1	-3.1	3.-1	3.1	-2.-1	-2.1	2.-1	2.1
-1.-3	-1.3	1.-3	1.3	-0.-3	-0.3	0.-3	0.3
-1.-2	-1.2	1.-2	1.2	-0.-2	-0.2	0.-2	0.2
-1.-1	-1.1	1.-1	1.1	-0.-1	-0.1	0.-1	0.1

Für haben hier somit erstmals die vollständige semiotische Repräsentation aller in drei Raumdimensionen möglichen relativen Positionen von Objekten zueinander vor uns.

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zu einer regionalen semiotischen Zahlentheorie I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiotische Kreisoperationen

Die in Toth (2011) eingeführten Nachfolger- bzw. (inversen) Vorgänger-relationen zur Definition struktureller Realitäten, wie sie in regionalen Realitätsthematiken zur Anwendung kommen, kann man bequem dazu benutzen, um die Grundrechenarten in der erweiterten regionalen Semiotik zu definieren. Im folgenden gebe ich die 4 zur Darstellung der erweiterten regionalen Semiotik nötigen Matrizen:

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	0	1	2	3
-0	-0.0	-0.1	-0.2	-0.3
-1	-1.0	-1.1	-1.2	-1.3
-2	-2.0	-2.1	-2.2	-2.3
-3	-3.0	-3.1	-3.2	-3.3

	-0	-1	-2	-3
0	0.-0	0.-1	0.-2	0.-3
1	1.-0	1.-1	1.-2	1.-3
2	2.-0	2.-1	2.-2	2.-3
3	3.-0	3.-1	3.-2	3.-3

	-0	-1	-2	-3
-0	-0.-0	-0.-1	-0.-2	-0.-3
-1	-1.-0	-1.-1	-1.-2	-1.-3
-2	-2.-0	-2.-1	-2.-2	-2.-3
-3	-3.-0	-3.-1	-3.-2	-3.-3

Da (-a.-b) < (-a.b) < (a.-b) < (a.b) und a, b ∈ {1, 2, 3} gilt, bekommen wir für einen Durchgang des quasi-linearen semiotischen Zahlenstrahls im Uhrzeigersinn:

-0.-0	<	-0.-1	<	-0.-2	<	-0.-3
V		V		V		V
-1.-0	<	-1.-1	<	-1.-2	<	-1.-3
V		V		V		V
-2.-0	<	-2.-1	<	-2.-2	<	-2.-3
V		V		V		V
-3.-0	<	-3.-1	<	-3.-2	<	-3.-3
V		V		V		V
-0.0	<	-0.1	<	-0.2	<	-0.3
V		V		V		V
-1.0	<	-1.1	<	-1.2	<	-1.3
V		V		V		V
-2.0	<	-2.1	<	-2.2	<	-2.3
V		V		V		V
-3.-0	<	-3.-1	<	-3.-2	<	-3.-3
V		V		V		V
0.-0	<	0.-1	<	0.-2	<	0.-3
V		V		V		V
1.-0	<	1.-1	<	1.-2	<	1.-3
V		V		V		V
2.-0	<	2.-1	<	2.-2	<	2.-3
V		V		V		V
3.-0	<	3.-1	<	3.-2	<	3.-3
V		V		V		V
0.0	<	0.1	<	0.2	<	0.3
V		V		V		V
1.0	<	1.1	<	1.2	<	1.3
V		V		V		V
2.0	<	2.1	<	2.2	<	2.3
V		V		V		V
3.0	<	3.1	<	3.2	<	3.3

→

(-0.-0	<	-0.-1	<	-0.-2	<	-0.-3)
V		V		V		V
-1.-0	<	-1.-1	<	-1.-2	<	-1.-3 ...,

⋮

d.h. es besteht ein Kreisprozeß, der natürlich auch im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen werden kann. Da sich die semiotischen Zahlen im Intervall I = [(-3.-3), (3.3)] befinden, gilt natürlich

N(3) = 0 bzw. V(0) = 3,

da die Abfolge der präsemiotischen Subzeichen im Uhrzeigersinn als

$$\begin{array}{ccc} 0 & \rightarrow & 1 \\ \uparrow & & \downarrow \\ 3 & \leftarrow & 2 \end{array}$$

bzw. im Gegenuhrzeigersinn als

$$\begin{array}{ccc} 0 & \leftarrow & 1 \\ \downarrow & & \uparrow \\ 3 & \rightarrow & 2 \end{array}$$

definiert sind. Mit Hilfe dieses semiotischen Kreisprozesses kann also das stete Problem der Unmöglichkeit der Addition von Subzeichen (z.B. (2.2) + (2.2) = (4.4)?) dadurch umgangen werden, daß das Resultat dieser Addition in einer tetradisch-tetratomischen Semiotik natürlich (2.2) + (2.2) = NN(2.2) = (0.0) lautet. Wie man leicht sieht, kann man auf diese Weise alle Grundrechenarten auf Subzeichen anwenden, ohne Pathologien zu erzeugen.

Literatur

Toth, Alfred, Darstellung struktureller Realitäten durch Nachfolgeoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Eine semiotische Matrizenvariation

1. In Toth (2012a) war gezeigt worden, daß eine tetradische semiotische Zeichenrelation, welche als um die von Bense (1975, S. 65 f.) vorgeschlagene Kategorie der Nullheit erweiterte Peirce-Bensesche Zeichenrelation konzipiert ist

$ZR^4 = (0.a, (1.b, (2.c, (3.d))))$,

eine semiotisch sehr interessante Eigenschaft besitzt, insofern nämlich nicht alle tetradischen Stellenwerte aus einer tetratomischen Wertemenge stammen, sondern a nur dann, wenn es als Hauptwert fungiert, alle vier Werte {0, 1, 2, 3} annehmen kann, wenn es jedoch als Stellenwert fungiert, nur die Werte {1, 2, 3} annehmen kann. Mit anderen Worten: Wir haben ein tetradisches Repertoire sowie ein triadisches, das eine Teilmenge von ihm ist. Diese beiden Repertoires sind aber im Falle von ZR^4 zwei verschiedenen Kategorien von Peirce-Zahlen ((a.) vs. (.a)) zugeordnet; vgl. Toth 2009.

Der Grund für diese Besonderheit liegt natürlich darin, wie bereits in Toth (2012b) ausgeführt, daß der "absolute Nullpunkt" der ZR^4 entsprechenden semiotischen Matrix nicht besetzt sein kann, weil die semiotische Interpretation von *(0.0) das iterierbare und daher absolute Objekt wäre.

	0	1	2	3
0	—	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

Diese "tetradische" unsymmetrische Matrix ist also im Grunde die durch einen "löcherigen" Rand begrenzte Menge von Peirce-Benseschen Subrelationen.

2. Im folgenden wollen wir die obige Matrix dadurch variieren, daß wir das Verhältnis von Zeilen und Spalten (d.h. von Tetraden und Tetratomien) umkehren:

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	—	1.1	1.2	1.3
2	—	2.1	2.2	2.3
3	—	3.1	3.2	3.3

Hiermit haben wir also eine weitere unsymmetrische Matrix. Zwar ist die triadische Subrelation der Tetratomien vollständig, aber während in der ersten Matrix die vollständige trichotomische Triade von einem "löcherigen" Rand umgeben war, haben wir hier einen quasi-"parasitären" Punkt, der ausgerechnet mit dem absoluten Nullpunkt der tetradischen Zeichenfunktion zusammenfällt. Hier können also alle tetratomischen Peircezahlen in den Trichotomien, nicht aber in den Tetraden auftreten! Im Grunde könnte man diese Matrix semiotisch also so interpretieren, daß sie 1. die Peirce-Bensesche triadisch-trichotomische Zeichenmatrix als eingebettete enthält, 2. die bereits von Götz (1982, S. 4, 28) vorgeschlagene trichotomische Nullheit im Sinne der Vektormatrix der Präsemiotik, und 3. das Objekt, das im Sinne von Bense (1967, S. 9) in der thetischen Einführung durch Metaobjektivation einem Zeichen zugeordnet wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Kategoriale Vorthetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das semiotische Fadenkreuz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Ontisch-semiotische Matrizentypen

1. In Toth (2012a) war folgende Dreiteilung einer semiotischen Metapysik vorgeschlagen worden

Ontik = <Q, Ω> = [[A → I], [A → [I → A]], [I → [A → [I → A]]]]

Abstrakte Semiotik = <M, O, I> = ZR^3_{sys} = [[A → I], [[A → I] → A], [[[A → I] → A] → I]]

Konkrete Semiotik = <Q, M, O, I> = ZR^4_{sys} = [[I → A], [A → I], [[A → I] → A], [[[A → I] → A] → I]].

Unterdessen hat die jüngste Untersuchung zur Grenze von Zeichen und konkreten Zeichen (vgl. Toth 2012b, c) gezeigt, daß die Annahme konkreter Zeichen nicht nur aus strukturellen Gründen notwendig ist, sondern deshalb, weil diese sich auch ontologisch und semiotisch anders verhalten als abstrakte Zeichen einerseits und semiotische Objekte (d.h. Zeichenobjekte und Objektzeichen) andererseits.

2. Da Repräsentationssysteme sich immer aus dyadischen Partialrelationen als deren unmittelbaren Teilsystemen zusammensetzen (vgl. Toth 2012d), und da diese Dyaden aus den kartesischen Produkten semiotischer Matrizen bezogen werden, sollen im folgenden die Hauptmatrizen für Objekte, abstrakte und konkrete Zeichen sowie für semiotische Objekt präsentiert werden.

2.1. Matrix der abstrakten Zeichen

Es handelt sich hier natürlich um die seit den frühen 70er Jahren bekannte, von Bense eingeführte "kleine semiotische Matrix"

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.2. Matrix der Ontik

Da die Ontik nach Toth (2012a) durch konverse systemische Relationen so definiert ist, daß Semiotik und Ontik in einem relationalen Austauschverhältnis stehen, haben wir

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.3. Matrix der konkreten Zeichen

Konkrete Zeichen besitzen als vierte, nach Bense nullheitliche (Bense 1975, S. 65 f.) Kategorie die Qualitäten, die gemäß Toth (2012a) durch konverse Relationen so definiert sind, daß sie mit den Mittelbezüge der abstrakten Zeichenrelation in einem relationalen Austauschverhältnis stehen. Somit haben wir entweder

$$\begin{pmatrix} — & — & — & — \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Das absolute Objekt in seiner kategorialen, 0-relationalen Präsentation (0.0) ist somit nicht Bestandteil konkreter Zeichen und damit auch nicht semiotischer Objekte! Eine Matrix wie die folgende

$$\begin{pmatrix} 0.0 & — & — & — \\ — & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ — & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ — & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

könnte man somit evtl. als Matrix der Semiose im Sinne der benseschen Metaobjektivation (1967, S. 9) verstehen, wo also ein Zeichen direkt nach Vorgabe

eines thetischen Objektes (und somit nicht über eine präsemiotische Zwischenstufe) eingeführt wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012a

Toth, Alfred, An der Grenze von Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012b

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012c

Toth, Alfred, Walthers Vereinigung von Dyaden als Robertson-Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012d

Boustrophedon-Matrizen semiotischer Werte

1. Anstatt Hankel-Matrizen zu benutzen, wie dies G. Günther in seiner Arbeit "Das Phänomen der Orthogonalität" (1991) tut, kann man orthogonale semiotische Werte (vgl. Toth 2012) auch so in einer Matrix anordnen, daß sie in den Spalten abwechselnd auf- und abwärts laufen. Der Anschaulichkeit halber nenne ich sie βουστροφηδόν.

2.1. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 4-Wertigkeit

1	4	3	3
2	**1**	4	3
3	2	**1**	4
4	3	2	**1**

2.2. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 5-Wertigkeit

1	5	4	3	2
2	**1**	5	4	3
3	2	**1**	5	4
4	3	2	**1**	5
5	4	3	2	**1**

2.3. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 6-Wertigkeit

1	6	5	4	3	2
2	**1**	6	5	4	3
3	2	**1**	6	5	4
4	3	2	**1**	6	5
5	4	3	2	**1**	6
6	5	4	3	2	**1**

2.4. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 7-Wertigkeit

1	7	6	5	4	3	2
2	**1**	7	6	5	4	3
3	2	**1**	7	6	5	4
4	3	2	**1**	7	6	5
5	4	3	2	**1**	7	6
6	5	4	3	2	**1**	7
7	6	5	4	3	2	**1**

2.5. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 8-Wertigkeit

1	8	7	6	5	4	3	2
2	**1**	8	7	6	5	4	3
3	2	**1**	8	7	6	5	4
4	3	2	**1**	8	7	6	5
5	4	3	2	**1**	8	7	6
6	5	4	3	2	**1**	8	7
7	6	5	4	3	2	**1**	8
8	7	6	5	4	3	2	**1**

Wir finden also:

1. Jede βουστροφηδόν-Matrix (BM) weist 1 als den konstanten Wert der Hauptdiagonalen auf. Wegen dieser Identitätsachse kehrt unterhalb der Nebendiagonalen jeweils dasselbe Thema gespiegelt wieder, d.h. Themabereich und Reflexionsbereich aller BM sind wertemäßig identisch, aber positional verschieden. Damit entspricht also jede BM-Hauptdiagonale funktional der triadischen semiotischen Kategorienrealität.

2. Das 4-wertige Wertepaar (42) ist für sämtliche BM konstitutiv, vgl.

4-Wertigkeit: (42:42)

5-Wertigkeit: (53142)

6-Wertigkeit: (642:642)

7-Wertigkeit: (753<u>1</u>642)

8-Wertigkeit: (8642:8642),

d.h. das Thema (42) erscheint in allen Vielfachen der 2-Wertigkeit am Reinsten, während es bei den ungeraden Wertigkeiten wegen der positionalen Verschiedenheit der gleichen semiotischen Werte in den Thema- und Reflexionsbereichen verdunkelt ist. Das sind also genau diejenigen Fälle, bei denen sich die beiden Diagonalen nicht in einem Wertepaar, sondern in einem Wert schneiden, die also dem Schnittpunkt von Eigen- und Kategorienrealität in der triadischen Semiotik entsprechen.

Literatur

Günther, Gotthard, Das Phänomen der Orthogonalität. In: ders., Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Semiotisches Reflexionsgefälle I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Rationale Semiotik

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt wurde, implizieren die von Peirce eingeführten "gebrochenen" Kategorien sowie deren von Bense eingeführte numerische Notation als Paare von "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) eine rationale Semiotik. Daher kann die semiotische Matrix folgendermassen als Matrix rationaler Zahlen dargestellt werden:

1	>	½	>	⅓
∧		∧		∧
2	>	1	>	⅔
∧		∧		∧
3	>	1 ½	>	1.

Die Entwicklung in den Triaden ist somit:

$n \rightarrow 2n \rightarrow 3n$,

und die Entwicklung in den Trichotomien ist

$m \rightarrow ½m \rightarrow ⅓m$.

Man kann somit im Prinzip beliebige weitere rationale Matrizen konstruieren, solange man für die angegebenen Entwicklungswerte nur ganzzahlige Vielfache wählt, d.h. wie bereits in Toth (2012b), so gibt es auch in diesem Fall keinen Grund, nicht über die Triadizitätsbeschränkung hinauszugehen.

2. Eine gesonderte Untersuchung würde das Verhältnis der rationalen semiotischen Matrix und ihrer zugehörigen Vermittlungsmatrix erfordern, insofern die rationale Zahl 3/2 innerhalb der Vermittlungsmatrix nur durch eine Teilmatrix repräsentiert ist, vgl. die Repräsentation des rationalen Interpretantenbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2}

mit derjenigen des rationalen Mittelbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

und derjenigen des rationalen Objektbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2}.

3. Schreibt man die Rationalzahlen der semiotischen Matrix in linearer Anordnung

$R = ⅓ < ½ < ⅔ < 1 < 1\,½ < 2 < 3,$

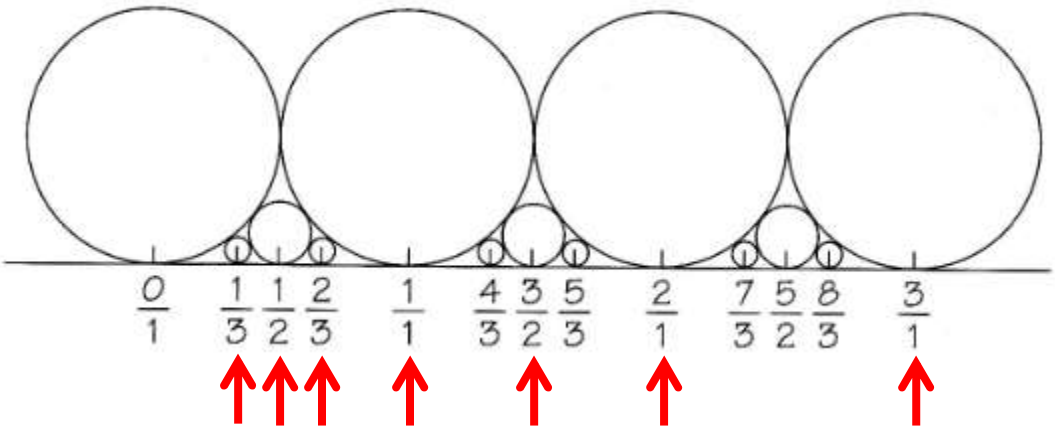
so entspricht der Folge R eine Intervallfolge I_R

$I_R = ⅙, ⅙, ⅓, ½, ½, 1,$

wobei I_R^{-1} nicht nur auf den ersten Blick eine gewisse Ähnlichkeit mit der Farey-Reihe der Ordnung 6

0/1, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 1/1

hat, sondern auch den auf dieser Farey-Reihe basierenden sog. Fordschen Kreisen für Ganze, Hälften und Drittel in den im folgenden Bild hervorgehobenen Werten korrespondiert (Abb. aus: Conway/Guy 1996, S. 153)



Kurz gesagt, stellen also die Werte der rationalen semiotischen Matrix nur eine Teilmenge der entsprechenden Farey-Reihe der Ordnung 6 bzw. eine Teilrepräsentation der zugehörigen Fordschen Kreise dar und sollten also auch aus diesem Grunde über die Triaden bzw. Trichotomien hinausgeführt werden.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Primzeichen und Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Interne Zeichen-Umgebungen

1. Aus der Isomorphie der Zeichen- und Objekthierarchien (vgl. Klaus 1973, Menne 1992) folgt natürlich diejenige von Semiotik und Objekttheorie (vgl. Toth 2012a). Daraus folgt, daß die von uns erarbeiteten Grundlagen über selbstenthaltende Systeme (vgl. Toth 2012b) nicht nur für die Objekttheorie, sondern auch für die Zeichentheorie gültig sind. Speziell zur Definition des sich selbst enthaltenden Zeichens vgl. Bense (1979, S. 53 u. 67).

1.1. Definition des sich nicht selbst enthaltenden <u>Basissystems</u> (ohne Umgebung)

$S = [A_i, I_j]$.

1.2. Definition des sich selbst enthaltenden <u>Systems</u>

$S^* = [S_{im}, U_{jn}]$

$S_i = [S_{i1}, S_{i2}, S_{i3}, ..., S_{im}]$

$U_j = [U_{j1}, U_{j2}, Uj_{i3}, ..., U_{jn}]$.

1.2.3. Definition des sich doppelt selbst enthaltenden <u>Systemkomplexes</u>

$S^{**} = [S^*] = [S_{im}, U_{jn}]$.

2.1. Die allgemeine Form des Primzeichens (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) ist

PZ = (a.b).

Dann haben wir

U(a.) = (.b)

U(.b) = (a.)

Daher gilt

U(a.b) = ((a.b), (b.a)) = U(b.a).

Damit bekommen wir zwei systemtheoretische semiotische Matrizen

	S →					
U ↓	1	1	1	2	1	3
	2	1	2	2	2	3
	3	1	3	2	3	3

	U →					
S ↓	1	1	1	2	1	3
	2	1	2	2	2	3
	3	1	3	2	3	3

3.1. Damit sind wir nun in der Lage, die in Toth (2013) für Objekte definierten Begriffe Grenze und Rand auch für Zeichen zu definieren. Für semiotische Grenzen gilt entsprechend objektalen Grenzen

$$\begin{array}{ccc} [(a.)\,|_{(a.),(.b)}\,(.b)] & \neq & [(a.)\,|_{(.b),(a.)}\,(.b)] \\ \neq & & \neq \\ [(.b)\,|_{(a.),(.b)}\,(a.)] & \neq & [(.b)\,|_{(.b),(a.)}\,(a.)] \end{array}$$

mit

$R_{(a.),(.b)} = \{[(a.)\,|_{(a.),(.b)}\,(.b)], [(a.)\,|_{(.b),(a.)}\,(.b)], [(.b)\,|_{(a.),(.b)}\,(a.)], [(.b)\,|_{(.b),(a.)}\,(a.)]\}$

und somit natürlich

$G \subset R \subset S^*$.

3.2. Für sich selbst enthaltende Systeme bekommen wir damit ein Systems von 6 Ungleichungen

$[(a.)\,|_{(a.) < (.b)}\,(.b)] \neq [(a.)\,|_{(.b) < (a.)}\,(.b)]$

$[(.b)\,|_{(a.) < (.b)}\,(a.)] \neq [(.b)\,|_{(.b) < (a.)}\,(a.)]$

$[(a.)\,|_{(a.) > (.b)}\,(.b)] \neq [(a.)\,|_{(.b) > (a.)}\,(.b)]$

$[(.b)\,|_{(a.) > (.b)}\,(a.)] \neq [(.b)\,|_{(.b) > (a.)}\,(a.)]$

$[(a.)\,|_{(a.) = (.b)}\,(.b)] \neq [(a.)\,|_{(.b) = (a.)}\,(.b)]$

$[(.b)\,|_{(a.) = (.b)}\,(a.)] \neq [(.b)\,|_{(.b) = (a.)}\,(a.)]$.

3.3. Für Systemkomplexe haben wir zunächst

$[(a.)_i \mid_{(a.)i,(.b)j} (.b)_j] \subset S^*$.

Im minimalen Fall gibt es für eine Menge von zwei Paaren von Primzeichen

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1,(.b)2} (.b)_2], [(a.)_3 \mid_{(a.)3,(.b)4} (.b)_4]] \subset S^*$

als Teilmenge eines n-tupels von Primzeichen die folgenden 9 Möglichkeiten von Typen (interner) semiotischer Grenzen ($\square \in \{<, >, =\}$).

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 < (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 < (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 < (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 > (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 < (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 = (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 > (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 < (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 > (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 > (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 > (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 = (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 = (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 < (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 = (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 > (.b)4} (.b)_4]]$

$[[(a.)_1 \mid_{(a.)1 = (.b)2} (.b)_2] \square [(a.)_3 \mid_{(a.)3 = (.b)4} (.b)_4]]$.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die Peircesche Semiotik als vermitteltes isomorphes System. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Horizontale und vertikale Ordnung von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Perspektivische Komplementarität semiotischer Repräsentationssysteme

1. In Toth (2013) hatten wir das folgende System der Umgebungen der Subzeichen, wie sie durch die kleine semiotische Matrix (vgl. Bense 1975, S. 35 ff.) hergestellt werden, ermittelt

$U(M^1, M^1) = (O^2, O^2)$ $\quad$ $U(O^2, M^1) = (I^3, O^2)$

$U(M^1, O^2) = (O^2, I^3)$ $\quad$ $U(O^2, O^2) = (I^3, I^3)$

$U(M^1, I^3) = (O^2, M^1)$ $\quad$ $U(O^2, I^3) = (I^3, M^1)$

$U(I^3, M^1) = (M^1, O^2)$

$U(I^3, O^2) = (M^1, I^3)$

$U(I^3, I^3) = (M^1, M^1)$.

2. Da somit für perspektivische semiotische Relationen die zyklische Transformation

$1 \rightarrow 2$

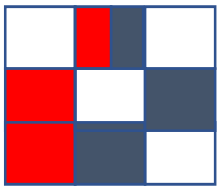
$2 \rightarrow 3$

$3 \rightarrow 1$

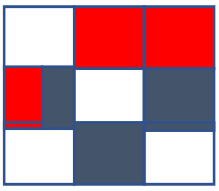
gilt, können wir sowohl für das System der Zeichenklassen als auch für das System der Realitätsthematiken je ein komplementäres semiotisches Repräsentationssystem konstruieren. Wir zeigen die Perspektivitätsrelationen zwischen Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken und ihren jeweils eindeutigen Komplementen, indem wir die semiotischen Repräsentationssysteme in ein Raster der kleinen semiotischen Matrix eintragen. Rote Quadrate bedeuten die Einträge der Zkln/Rthn, blaue diejenigen ihrer Komplemente.

1.a (3.1, 2.1, 1.1) $\quad$ 1.b (1.1, 1.2, 1.3)

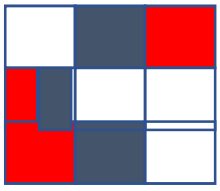
2.a (3.1, 2.1, 1.2)



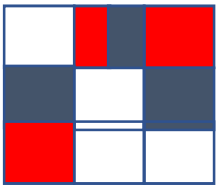
2.b (2.1, 1.2, 1.3)



3.a (3.1, 2.1, 1.3)

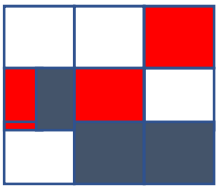


3.b (3.1, 1.2, 1.3)

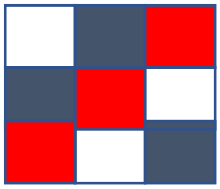


4.a (3.1, 2.2, 1.2)

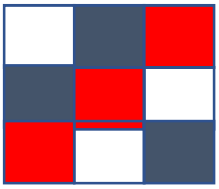
4.b (2.1, 2.2, 1.3)



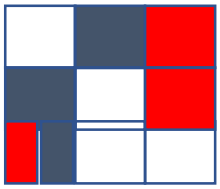
5.a (3.1, 2.2, 1.3)



5.b (3.1, 2.2, 1.3)



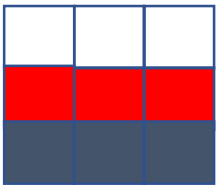
6.a (3.1, 2.3, 1.3)



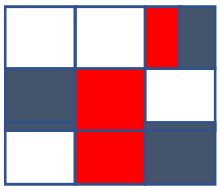
6.b (3.1, 3.2, 1.3)

7.a (3.2, 2.2, 1.2)

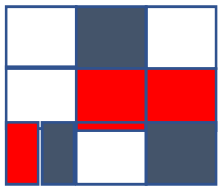
7.b (2.1, 2.2, 2.3)



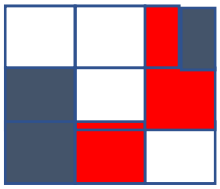
8.a (3.2, 2.2, 1.3)



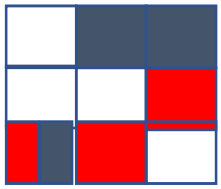
8.b (3.1, 2.2, 2.3)



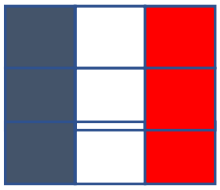
9.a (3.2, 2.3, 1.3)



9.b (3.1, 3.2, 2.3)



10.a (3.3, 2.3, 1.3)



10.b (3.1, 3.2, 3.3)

Da die Ergebnisse dieser völlig neuen Herstellungsmethode für semiotische Repräsentationsschemata natürlich noch eingehend besprochen werden müssen, sei hier vorab zweierlei festgehalten: 1. Die Vereinigungsmatrix von Umgebungsmatrizen einer Zeichenklasse und ihrer Realitätsthematik führt niemals zu einer vollständig besetzten Matrix. 2. Nur die homogenen Repräsentationssysteme sowie das dualidentische Repräsentationsschema der sog. eigenrealen Zeichenklasse/Realitätsthematik (vgl. Bense 1992) weisen keine doppelt belegten Matrizeneinträge auf.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Metaobjektivation als Vermittlung von objektaler Konkatenation und semiotischer Superposition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zyklische semiotische Transformationen

1. Eine erste zyklische semiotische Transformation hatten wir bereits in Toth (2013) mit dem folgenden System von Umgebungen von Subzeichen, wie sie durch die kleine semiotische Matrix (vgl. Bense 1975, S. 35 ff.) hergestellt werden, dargestellt

$U(M^1, M^1) = (O^2, O^2)$ $U(O^2, M^1) = (I^3, O^2)$

$U(M^1, O^2) = (O^2, I^3)$ $U(O^2, O^2) = (I^3, I^3)$

$U(M^1, I^3) = (O^2, M^1)$ $U(O^2, I^3) = (I^3, M^1)$

$U(I^3, M^1) = (M^1, O^2)$

$U(I^3, O^2) = (M^1, I^3)$

$U(I^3, I^3) = (M^1, M^1)$

Es gelten somit die Transformationsregeln

$1 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3$

$3 \rightarrow 1$.

2. Da im Gegensatz zu gruppentheoretischen semiotischen Operationen (vgl. Toth 2009) bei zyklischen Transformationen kein Subzeichen konstant gesetzt wird, gibt es auf der Menge der drei Primzeichen PZ = (1, 2, 3) (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) nur noch éine weitere zyklische Transformation mit den zugehörigen Regeln

$1 \rightarrow 3$

$2 \rightarrow 1$

$3 \rightarrow 2$.

In der von Bense (1975, S. 36) eingeführten numerischen Schreibung der Subzeichen (im Sinne von geordneten Paaren aus Primzeichen) bekommen wir nun

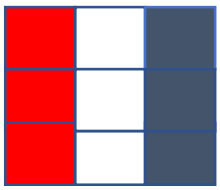
$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.1 & 3.2 \\ 2.3 & 2.1 & 2.2 \\ 1.3 & 1.1 & 1.2 \end{pmatrix}$$

Wir haben somit neben der semiotischen Grundmatrix (links) die 1. (Mitte) und die 2. semiotische Matrix zyklischer Transformationen

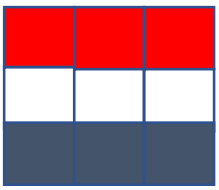
$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3.3 & 3.1 & 3.2 \\ 2.3 & 2.1 & 2.2 \\ 1.3 & 1.1 & 1.2 \end{pmatrix}$$

3. Analog zum Vorgehen in Toth (2013) können wir nun auch mit Hilfe der 2. Matrix zylischer Trasnformationen semiotische Komplemente bilden. Wiederum bedeuten rote Quadrate die Einträge der Zkln/Rthn, blaue diejenigen ihrer Komplemente.

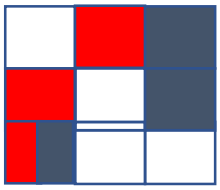
1.a (3.1, 2.1, 1.1)



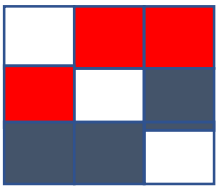
1.b (1.1, 1.2, 1.3)



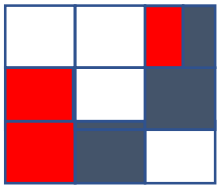
2.a (3.1, 2.1, 1.2)



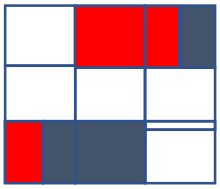
2.b (2.1, 1.2, 1.3)



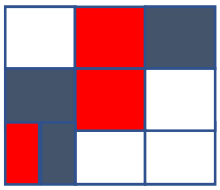
3.a (3.1, 2.1, 1.3)



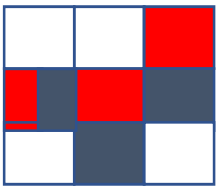
3.b (3.1, 1.2, 1.3)



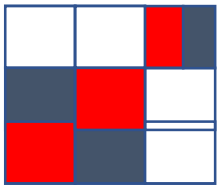
4.a (3.1, 2.2, 1.2)



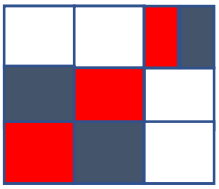
4.b (2.1, 2.2, 1.3)



5.a (3.1, 2.2, 1.3)

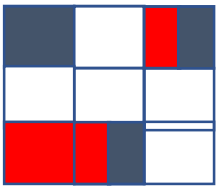


5.b (3.1, 2.2, 1.3)

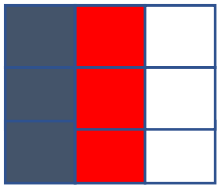


6.a (3.1, 2.3, 1.3)

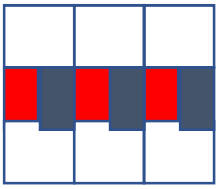
6.b (3.1, 3.2, 1.3)



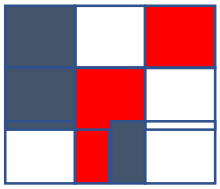
7.a (3.2, 2.2, 1.2)



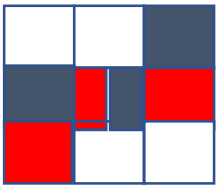
7.b (2.1, 2.2, 2.3)



8.a (3.2, 2.2, 1.3)

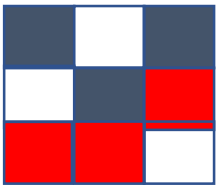


8.b (3.1, 2.2, 2.3)



9.a (3.2, 2.3, 1.3)

9.b (3.1, 3.2, 2.3)



10.a (3.3, 2.3, 1.3)

10.b (3.1, 3.2, 3.3)

Wie bei der 1. Matrix zyklischer Transformationen, so führt auch bei der 2. Matrix die Vereinigungsmatrix von Umgebungsmatrizen einer Zeichenklasse und ihrer Realitätsthematik niemals zu einer vollständig besetzten Matrix. Ferner gilt dies sogar dann, wenn man die Matrizen beider zyklischer Transformationen vereinigt. (So bleibt z.B. bei der Vereinigung der beiden Matrizen für die Zkl 2a die Position von (1.1) unbesetzt.) Ferner tauchen bei der 2. Matrix bedeutend mehr doppelt besetzte Matrizeneinträge auf, und schließlich ist deren Verhältnis relativ zu demjenigen von Zkl und dualer Rth im Gegensatz zur 1. Matrix asymmetrisch (vgl. z.B. 2.a vs. 2.b). Auch der für die 1. Matrix gültige Satz, daß nur die homogenen Repräsentationssysteme sowie das dualidentische Repräsentationsschema der sog. eigenrealen Zeichenklasse/ Realitätsthematik (vgl. Bense 1992) keine doppelt belegten Matrizeneinträge aufweisen, ist für die 2. Matrix ungültig bzw. nur für die Repräsentationsschema der vollständigen Mittel- und der vollständigen Interpretantenthematisation gültig. Dagegen weist dasjenige der vollständigen Objektthematisation als einzige in ihrer Rth eine konstante Doppelbelegung aller drei Matrizeneinträge auf. Und selbst das eigenreale Dualsystem, dessen Zkl und Rth auch in der 2. Matrix symmetrisch sind, zeigt eine Doppelbelegung.

Wenn man sich die drei oben gegebenen semiotischen Matrizen, d.h. die Grund- und die beiden zyklischen Transformationsmatrizen, anschaut, so stellt man fest, daß zwar die Ordnung der Triaden, nicht aber diejenige der Trichotomien durch die beiden zyklischen Transformationen vertauscht wird. In anderen Worten: Nur die kanonische, von Peirce kraft der sog. pragmatischen Maxime bestimmte degenerative Ordnung der Primzeichen (3., 2., 1.) wird permutiert, dabei aber das Inklusionsgesetz der Trichotomien (3.a 2.b 1.c mit a ≦ b ≦) angetastet. Daraus folgt, daß man mit Hilfe der beiden zyklischen Transformationen im Prinzip reguläre Zeichenklassen und Realitätsthematiken erzeugen kann, die vorbehaltlich eines sie nach der Peirceschen Ordnung umformenden "Normalform"-Operator mit den 10 Peirceschen Zkln und Rthn isomorph sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Perspektivische Komplementarität semiotischer Repräsentationssysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Semiotische Transformationszyklen

1. Die in Toth (2013a, b) dargestellten zwei semiotischen Transformationszyklen stellen nach den Ausführungen in Toth (2013a) die beiden algebraischen Möglichkeiten dar, Umgebungen von Subzeichen auf nicht-triviale Weise zu bestimmen. Nun hatten wir allerdings bereits in Toth (2012) auf die Möglichkeit hingewiesen, Systeme mit "Rändern" der Form

$S^* = [A, \mathcal{R}[A, I], I]$

bzw. im selbst-einbettenden Falle

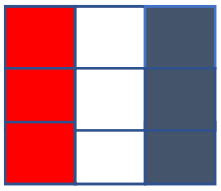
$S^{**} = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$

zu konstruieren. Um die Rolle zu ermitteln, welche Ränder in Matrizenbelegungen semiotischer Transformationszyklen spielen, bilden wir im folgenden Matrizen, welche die durch die beiden Transformationszyklen hergestellten Matrizen vereinigen. Hierfür seien nochmals die drei Matrizen aufgezeigt, die im folgenden vorausgesetzt werden (zur Linken die Grundmatrize von Benses kleiner semiotischer Matriz, in der Mitte die Matrix des 1. und rechts diejenige des 2. semiotischen Transformationszyklus).

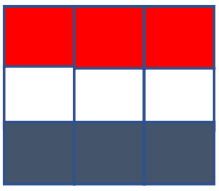
$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3.3 & 3.1 & 3.2 \\ 2.3 & 2.1 & 2.2 \\ 1.3 & 1.1 & 1.2 \end{pmatrix}$$

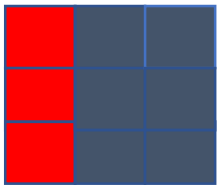
In den folgenden Bildern werden entsprechend zuerst die Matrizen des 1., hernach diejenigen des 2. Transformationszyklus, und sodann die "Vereinigungsmatrize" beider gegeben.

1.a (3.1, 2.1, 1.1)



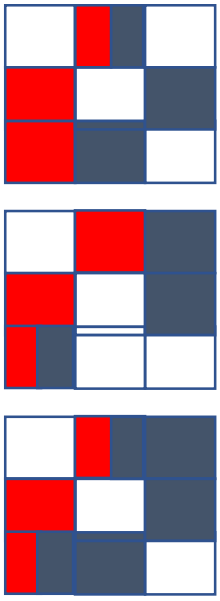
1.b (1.1, 1.2, 1.3)



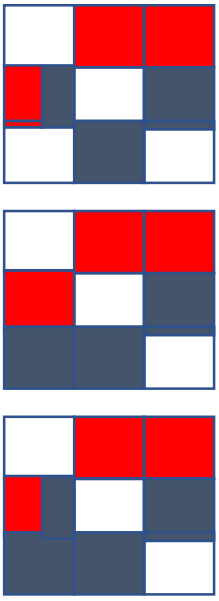


2.a (3.1, 2.1, 1.2)

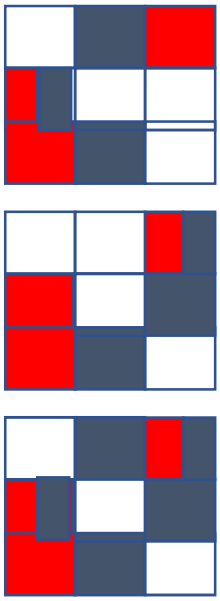
2.b (2.1, 1.2, 1.3)

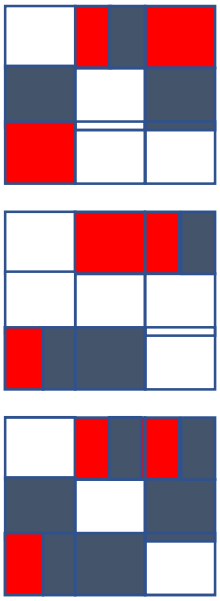


3.a (3.1, 2.1, 1.3)

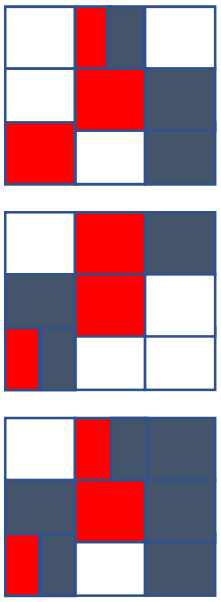


3.b (3.1, 1.2, 1.3)

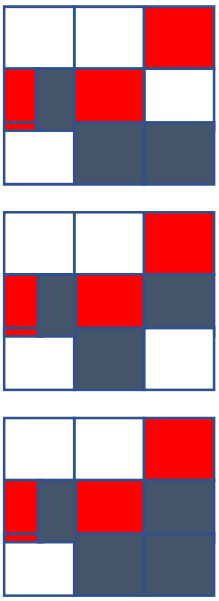




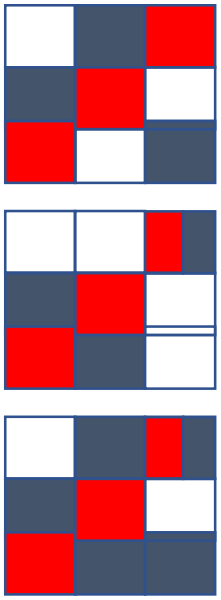
4.a (3.1, 2.2, 1.2)



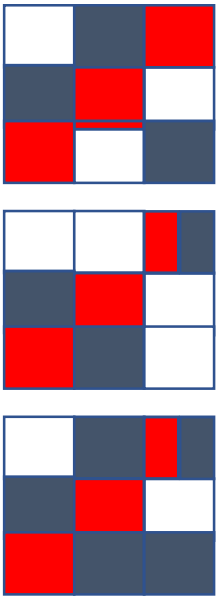
4.b (2.1, 2.2, 1.3)



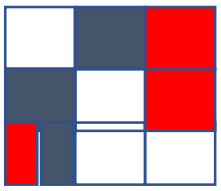
5.a (3.1, 2.2, 1.3)



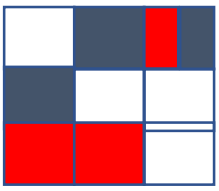
5.b (3.1, 2.2, 1.3)

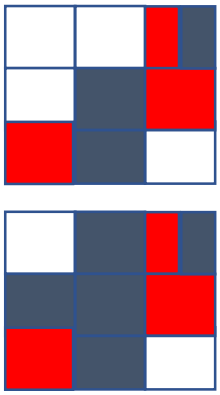


6.a (3.1, 2.3, 1.3)

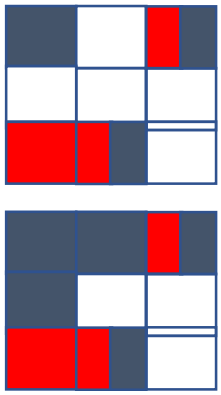


6.b (3.1, 3.2, 1.3)

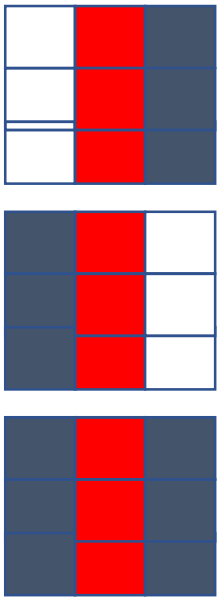




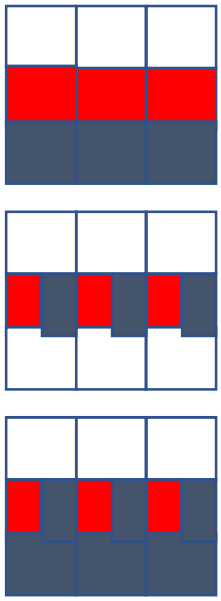
7.a (3.2, 2.2, 1.2)



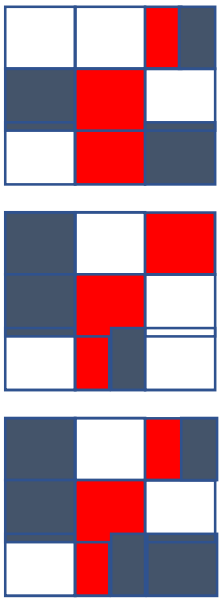
7.b (2.1, 2.2, 2.3)

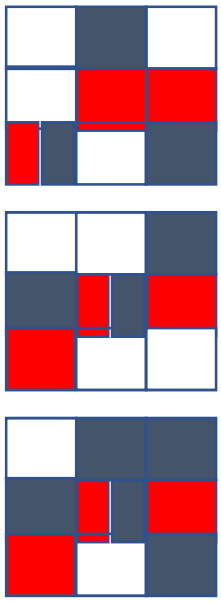


8.a (3.2, 2.2, 1.3)

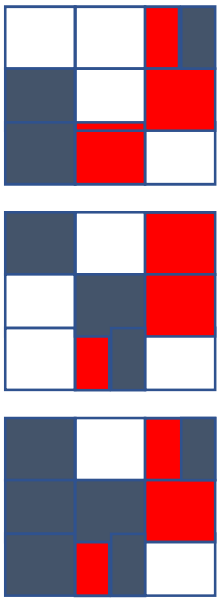


8.b (3.1, 2.2, 2.3)

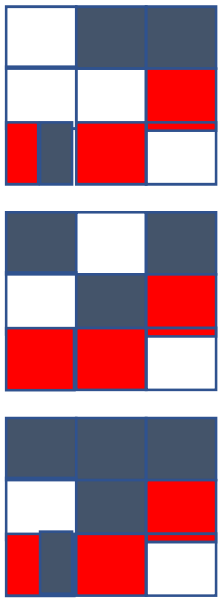




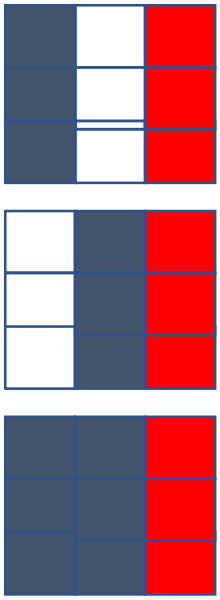
9.a (3.2, 2.3, 1.3)



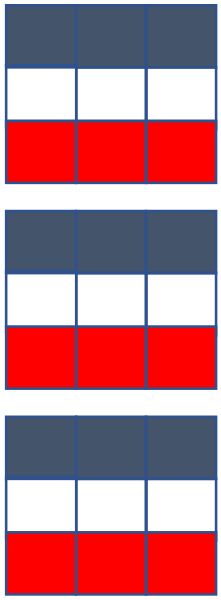
9.b (3.1, 3.2, 2.3)



10.a (3.3, 2.3, 1.3)



10.b (3.1, 3.2, 3.3)



Wir stellen die Ergebnisse aus dem Vergleich der zeichenthematischen und der realitätsthematiken Vereinigungsmatrizen zusammen:

Dual-system	Anzahl Rand-elemente Zkl	Anzahl Rand-elemente Rth	Symmetrie der beiden Ränder
1	0	0	symm.
2	3	3	symm.

3	3	3	symm.
4	2	3	asymm.
5	2	2	symm.
6	2	3	asymm.
7	0	3	asymm.
8	3	2	asymm.
9	2	2	asymm.
10	0	3	asymm.

Während $\mathcal{R}$(Zkl) ≠ $\mathcal{R}$(Rth) natürlich strukturelle Asymmetrie bewirkt, gilt, wie Dualsystem 9 zeigt, die Umkehrung nicht. Es gibt nur ein einziges randloses Dualsystem, die Zkl und Rth der vollständigen Mittelthematisation. Hingegen gibt es zwei Dualsysteme (2 und 3) mit maximalem und symmetrischem Rand. Dualsystem 1 ist somit der strukturelle Ausdruck für S** = [S, $\mathcal{R}$[S, U], U] mit $\mathcal{R}$[S, U] = Ø.

Literatur

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Perspektivische Komplementarität semiotischer Repräsentationssysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zyklische semiotische Transformationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Transformationszyklen des ontischen und semiotischen Raumes

1. Im Rahmen seiner (leider nie vollständig durchkonzipierten) semiotischen Topologie definierte Bense: "Ein unabhängig von jeder Zeichenrelation existierendes, aber mögliches Mittel M° hat die Relationszahl r = 0 (...). Der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase O°, über denen der r > 0-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (Bense 1975, S. 65). Bereits in einem früheren Kapitel seines semiotischen Hauptwerkes hatte Bense das "beliebige Etwas", das im Rahmen der thetischen Setzung zum Zeichen erklärt wird, durch O° definiert und dabei festgehalten: "Dann ist dabei zu beachten, daß dieser thetische Zeichenprozeß drei Modifikationen von M, das Qualizeichen, das Sinzeichen oder das Legizeichen hervorbringen kann. Es gilt also, drei Semiosen in der thetischen Transformation eines beliebigen Etwas in ein semiotisches Mittel zu unterscheiden, und in jeder der drei das Mittel generierenden Prozesse gibt es die determinierende Invarianz" (Bense 1975, S. 41). Da man durch Dualisierung von Quali-, Sin- und Legizeichen, d.h. durch Konversion der Trichotomien, die vollständige Triade des Zeichenbezugs erhält, muß neben dem "disponiblen" Mittel M° (vgl. auch Bense 1975, S. 45 ff.) und dem disponiblen Objekt O° auch ein disponibler Interpretant I° angenommen werden. In anderen Worten: Wir haben nicht nur eine vollständige triadische Zeichenrelation für den Fall r > 0, sondern auch eine vollständige triadische Objektrelation für den Fall r = 0. Diese Idee wurde nach Bense u.a. von Stiebing und von Götz aufgenommen, der in seiner Dissertation von Sekanz oder (0.1), von Semanz oder (0.2) und von Selektanz oder (0.3) spricht (Götz 1982, S. 4, 28).

2. Die Annahme einer zusätzlichen Ebene der Nullheit oder "Zeroness" und deren Einbettung in die peirceschen, aus Erst-, Zweit- und Drittheit bestehende Zeichenrelation bedeutet logisch die Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Objekt und Zeichen, insofern beide in einer nun 4-stelligen Objekt-Zeichen-Relation (OZR) vereinigt werden. Entsprechend müssen wir von einer erweiterten semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.) ausgehen

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}.$$

Es stellt sich nun aber die Frage, ob wir, wenn wir den Fall $r = 0$ einbeziehen, mit einer nicht-symmetrischen Matrix zu rechnen haben oder ob auch das disponible Objekt, d.h. das in die Metaobjektivation eingehende Objekt selbst, ein kartesisches Produkt (0.0) bildet. Unmittelbar mit dieser Frage hängt die weitere zusammen, ob, wie die Teilmatrix für $r > 0$, auch die Teilmatrix der Einträge der Form (0.a) mit $a \in \{1, 2, 3\}$ eine Dualisierung erlauben, d.h. ob man nicht nur für den Fall $r > 0$, sondern auch für den Fall $r = 0$ Trichotomien bilden kann, ob es also so etwa wie 0-relationale Realitätsthematiken des ontischen Raumes gibt. Da es sich bei der Matrix der 0-relationalen Gebilde jedoch in jedem Fall um eine Teilmatrix einer 4×3, 3×4 oder 4×4-Matrix handelt, möchte ich für die Beantwortung dieser Fragen vorderhand auf Toth (2008) verweisen.

3. Für eine symmetrische 4×4-Matrix, welche aus kartesischen Produkten aus der um den Fall $r = 0$ erweiterten triadisch-trichotomischen semiotischen Matrix besteht

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix},$$

gibt es genau 3 zyklische 4-wertige Transformationen.

Zyklische Transformation τ_1	Zyklische Transformation τ_2
$0 \rightarrow 1$	$0 \rightarrow 2$
$1 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$
$2 \rightarrow 3$	$2 \rightarrow 0$
$3 \rightarrow 0$	$3 \rightarrow 1$

Zyklische Transformation τ_3

$0 \rightarrow 3$

$1 \rightarrow 0$

$2 \rightarrow 1$

$3 \rightarrow 2$

Die zugehörigen Transformationsmatrizen sind:

$M_{\tau 1}$:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.0 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.0 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix},$$

$M_{\tau 2}$:

$$\begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.0 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.0 & 3.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 & 0.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.0 & 1.1 \end{pmatrix},$$

$M_{\tau 3}$:

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.0 & 3.1 & 3.2 \\ 0.3 & 0.0 & 0.1 & 0.2 \\ 1.3 & 1.0 & 1.1 & 1.2 \\ 2.3 & 2.0 & 2.1 & 2.2 \end{pmatrix}.$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Die Einbettung des 0-relationalen Objektes in die triadische Zeichenrelation

1. Wie bereits zu Anfang von Toth (2013) besprochen, führte Bense im Rahmen einer wenigstens in ihren Anfängen entwickelten topologischen (genauer: invariantentheoretischen) Semiotik zusätzlich zu den drei durch Erst-, Zweit- und Drittheit charakterisierten Relata der peirceschen Zeichenrelation die Nullheit ein: "Ein unabhängig von jeder Zeichenrelation existierendes, aber mögliches Mittel M° hat die Relationszahl r = 0 (...). Der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwase O°, über denen der r > 0-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (Bense 1975, S. 65).

2. Benses leider in der Folge nicht weitergeführter Ansatz führt weit über eine bloß formale Erweiterung der triadischen Zeichenrelation hinaus. Die Einbettung des Objektes, das zum Zeichen erklärt wird, im Sinn eines "disponiblen Objektes" (Bense 1975, S. 45 ff.) in die Zeichenrelation bedeutet vom Standpunkt der Ontologie und Erkenntnistheorie die Aufhebung der kontexturellen Grenze zwischen Objekt und Zeichen. Nun besagt allerdings gerade Benses semiotische Invariantentheorie (Bense 1975, S. 39 ff.) in ihrem Kern, daß zwar ein Objekt ein Zeichen, aber umgekehrt ein Zeichen kein Objekt irgendwie beeinflußen kann, d.h. es steht, wenigstens auf dem Boden der Gültigkeit des zweiwertigen logischen Tertium-Gesetzes, der Metaobjektivation

$f: \Omega \rightarrow Z$

keine konverse Abbildung

$f^{\circ}: Z \rightarrow \Omega$

gegenüber. Damit wird in Sonderheit die Zeichengenese zu einem nicht-umkehrbaren Prozeß, was ich in impressionistischer Weise einmal im Slogan "Einmal Zeichen – immer Zeichen" ausgedrückt hatte. Somit haben wir einen scheinbaren Widerspruch vor uns: einerseits die Aufhebung der kontexturellen Grenze zwischen Objekt und Zeichen durch Einbettung des Objektes in die Zeichenrelation, andererseits das Weiterbestehen der Kontexturgrenze, aus-

gedrückt durch das invariantentheoretische Verbot der Konversion der Metaobjektivation.

3. Zur Auflösung dieses scheinbaren Widerspruchs sei daran erinnert, daß Benses Einführung der Nullheit für den Fall $r = 0$ dem semiotischen Raum, der durch die Zeichenrelation für die Fälle von $r > 0$ charakterisiert ist, einen ontischen Raum gegenüberstellt, indem das Objekt als 0-stellige Relation definiert wird. Daraus folgt also, daß die Einbettung des Objektes in die Zeichenrelation nur eine scheinbare ist, indem sich die Nullheit nur scheinbar mit der Erst-, Zweit- und Drittheit relational verbindet. Für die Ordnung der das Objekt einbettenden Objekt-Zeichen-Relation (OZR) gibt es es somit vier Möglichkeiten:

$OZR_1 = (\Omega, (ZR))$

$OZR_2 = ((ZR), \Omega)$

$OZR_3 = (M, \Omega, O, I)$

$OZR_4 = (M, O, \Omega, I)$,

von denen die beiden ersten nach dem soeben Gesagten isomorph sind. Es bedeutet weiter, daß selbst dann, wenn das Objekt tatsächlich in die Zeichenrelation hinein gebettet wird, es dort keine relationalen Verbindungen mit M, O oder I eingehen kann. Es bedeutet jedoch nicht, daß daraus ein Verbot zur Bildung kartesischer Produkte mit der Nullheit resultiert, denn kartesische Produkte sind sowohl, was diejenigen, die aus ZR, als diejenigen, die aus OZR gebildet werden, in der Semiotik seit Bense (1975, S. 100 ff.) grundsätzlich unabhängigkeit von der relationalen Stelligkeit ihrer Glieder. D.h. es kann z.B. eine Erstheit sowohl eine Erstheit, als auch eine Zweit- und Drittheit "binden" (1.1, 1.2, 1.3), und da für jedes Subzeichen auch seine konverse Relation innerhalb der semiotischen Matrix definiert ist, kann also, kurz gesagt, jede Relation jede Relation semiotisch "binden" (1.1, ..., 3.3).

Man kann diesen Sachverhalt nun sehr schön mittels den in Toth (2013) aufgezeigten tetradischen semiotischen Transformationsmatrizen aufzeigen.

1. Grundmatrix

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. $M_{\tau 1}$:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.0 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.0 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix}$$

3. $M_{\tau 2}$:

$$\begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.0 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.0 & 3.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 & 0.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.0 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4. $M_{\tau 3}$:

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.0 & 3.1 & 3.2 \\ 0.3 & 0.0 & 0.1 & 0.2 \\ 1.3 & 1.0 & 1.1 & 1.2 \\ 2.3 & 2.0 & 2.1 & 2.2 \end{pmatrix}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Transformationszyklen des ontischen und semiotischen Raumes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Der relationale Rand zwischen Zeichen und Objekt

1. In Toth (2013a) war gezeigt worden, daß die Abbildung eines Objektes auf ein Zeichen, die von Bense so genannte Metaobjektivation (1967, S. 9), auf vier Weisen geschehen kann

$OZR_1 = (\Omega, (ZR))$

$OZR_2 = ((ZR), \Omega)$

$OZR_3 = (M, \Omega, O, I)$

$OZR_4 = (M, O, \Omega, I)$,

von denen die ersten beiden isomorph sind. Ferner war in Toth (2013b) ausgeführt worden, daß auch die Konversion der Metaobjektivation, d.h. die Rückabbildung eines Zeichens auf ein Objekt, möglich ist, und zwar ohne der semiotischen Invariantentheorie (vgl. Bense 1975, S. 39 ff.) zu widersprechen. Daraus folgt, daß eine Umkehrung der Abbildung

$f: \quad \Omega \rightarrow ZR$

in der Form

$f^\circ: \quad \Omega \leftarrow ZR.$

Wie ferner ebenfalls in Toth (2013b) ausgeführt, hat die Abbildung f präziser die Form

$f^*: \quad \Omega \rightarrow \{\Omega, Z\},$

und die Umkehrabbilldung hat entsprechend die Form

$f^{\circ *}: \quad \{\Omega, Z\} \rightarrow \Omega,$

d.h. ein Objekt verwandelt sich nicht etwa in ein Zeichen, so daß das Zeichen das Objekt substituiert, sondern es tritt als Objektkopie an die Seite des durch diese Transformation invariant belassenen Objektes. Bei der Rückabbildung verschwindet die Objektkopie als Evidenz im Objekt.

2. Ganz egal, ob man also von der Abbildung f bzw. f* oder von der konversen Abbildung f° bzw. $f^{\circ *}$ ausgeht, es handelt sich um Abbildungen eines Objektes auf ein Subjekt bzw. umgekehrt. Von bedeutendem semiotischem Interesse ist

diese Feststellung deswegen, weil nach Bense innerhalb eines semiotischen Repräsentationsschemas die Zeichenklasse den Subjektpol und ihre dual koordinierte Realitätsthematik den Objektpol der dergestalt verdoppelten semiotischen Erkenntnisfunktion thematisiert. Allerdings handelt es sich nun sowohl bei der subjektiven Zeichen- als auch bei der objektiven Realitätsthematik um vermittelte Realitäten, und zwar um durch Zeichen vermittelte Realitäten, d.h. es gibt kein Objekt, wenigstens kein externes Objekt, in Benses "semiotischem Universum": "Zeichenmittel, Objekt und Interpretant sind in ein und derselben Welt" (Gfesser 1990, S. 139). Um es pointiert zu sagen: Das Objekt wird in der benseschen Semiotik nur *faute de mieux*, bzw. als notwendige Hilfskonstruktion akzeptiert, um die Entstehung von Zeichen überhaupt erklären zu können.[1] Entsprechen konstituieren die Zusammenhänge zwischen Zeichen- und Realitätsthematik

$(3.a, 2.b, 1.c) \times (c.1, b.2, a.3)$

im Sinne der Schnittmenge der sowohl in der subjektiven Repräsentation durch die Zeichenthematik als auch in der objektiven Repräsentation durch die Realitätsthematik auftretenden Subzeichen-Relationen den *internen relationalen semiotischen Rand*, vgl. z.B.

$\mathcal{R}_i((3.1, 2.1, 1.3), (3.1, 1.2, 1.3)) = \{3.1, 1.3\}$.

Dagegen wird der *externe relationale Rand von Zeichen und Objekt* durch die Schnittmenge der sowohl in der Objektrelation

$OR^3 = (\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{J}^3)$

als auch in der Zeichenrelation

$ZR^3 = (M^1, (O^2, (I^3)))$

auftretenden Relationen bestimmt. Bei diesen handelt es sich nach Bense (1975, S. 65 ff.), der zwischen ontischen oder 0-relationalen und semiotischen

[1] Streng genommen folgt daraus, daß überhaupt keine Zeichen mehr durch Metaobjektivation entstehen können, oder anders gesagt: Es genügt eine einmalige, initiale Metaobjektivation, und die übrigen Zeichen erzeugen sich selbst kraft der Autoreproduktion des Interpretanten bzw. der den Zeichen nach Bense (1992) inhärierenden Eigenschaft der Eigenrealität. Eine solche, vorgeblich antimetaphysische, Semiotik, ist also in Wahrheit eine verdeckte Schöpfungsgeschichte.

oder > 0-relationalen Strukturen unterscheidet, nach den Ausführungen in Toth (2013b) um die folgenden Relationen:

0.1×1.0

0.2×2.0

0.3×3.0,

wie sie in den innerhalb der folgenden vier Matrizen festgelegten kategorialen Ordnungen aufscheinen:

1. Grundmatrix

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. $M_{\tau 1}$:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.0 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.0 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix}$$

3. $M_{\tau 2}$:

$$\begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.0 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.0 & 3.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 & 0.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.0 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4. $M_{\tau 3}$:

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.0 & 3.1 & 3.2 \\ 0.3 & 0.0 & 0.1 & 0.2 \\ 1.3 & 1.0 & 1.1 & 1.2 \\ 2.3 & 2.0 & 2.1 & 2.2 \end{pmatrix}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Die einbettung des 0-relationalen Objektes in die triadische Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Ist es möglich, das Zeichen in die Objektrelation einzubetten? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Ontisch-semiotische Randrelationen

1. In Toth (2013a) hatten wir für die semiotische Matrix der triadischen Zeichenrelation (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.) semiotische Ränder mittels den zwei möglichen Transformationsmatrizen bestimmt. In Toth (2013b) hatten wir dasselbe Verfahren angewandt auf Benses Einführung einer zusätzlichen Ebene der kategorialen Nullheit mit dem Zweck, das reale Objekt, dem bei der Metaobjektivation das thetische Zeichen zugeordnet wird, als "disponibles" Objekt in die Zeichenrelation einzubetten, die damit zu einer tetradischen Relation wird. In diesdem Fall gibt es genau drei Transformationsmatrizen.

2. Im folgenden zeigen wir, wie man mit Hilfe der triadischen sowie der tetradischen Grundmatrizen und ihren zwei bzw. drei Transformationsmatrizen ontisch-semiotische Randrelationen bestimmen kann (vgl. auch Toth 2013c). Um das Einbettungsverhältnis der triadischen in den tetradischen Transformationsmatrizen zu zeigen, stellen wir die entsprechenden Matrizen jeweils zusammen.

1. M_4

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. $M_{4\tau 1}$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.0 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.0 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix}$$

M_3

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Da $M_4 \cong M_{4\tau 1}$, unterscheiden sich die Randrelationen hier semiotisch nur durch generative vs. degenerative Ordnung der Subzeichen.

3. $M_{4\tau 2}$

$$\begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.0 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.0 & 3.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 & 0.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.0 & 1.1 \end{pmatrix}$$

$M_{3\tau 1}$

$$\begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4. $M_{4\tau 3}$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.0 & 3.1 & 3.2 \\ 0.3 & 0.0 & 0.1 & 0.2 \\ 1.3 & 1.0 & 1.1 & 1.2 \\ 2.3 & 2.0 & 2.1 & 2.2 \end{pmatrix}$$

$M_{3\tau 2}$

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.1 & 3.2 \\ 2.3 & 2.1 & 2.2 \\ 1.3 & 1.1 & 1.2 \end{pmatrix}$$

3. Wie man leicht erkennt, gilt für M_4 und $M_{4\tau 1}$

$\Omega \subset Z$,

während für $M_{4\tau 2}$ und $M_{4\tau 3}$ gilt

$\Omega \supset Z$.

Hier finden wir also eine Bestätigung für die von mir völlig unabhängig von der Theorie der semiotischen Transformationsmatrizen postulierten Rand-relationen im Sinne von perspektivischen Partizipationsrelationen, d.h. der Rand partizipiert (anders als die durch ihn verlaufende Grenze) immer sowohl am Zeichen als auch am Objekt, die demzufolge in ihrer systemischen Fundierung keine dyadische, sondern eine triadische Relation bilden

$S_{\Omega,Z} = [\Omega, \mathcal{R}[\Omega, Z], Z]$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zyklische semiotische Transformationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Transformationszyklen des ontischen und semiotischen Raumes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Toth, Alfred, Zu den ontisch-semiotischen Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Objektale Umgebungen semiotischer Realitätsthematisationen

1. Wie wir schon öfters bemerkten, hatte Bense (1975, S. 65 f.) zwischen dem ontischen Raum der Objekte und dem semiotischen Raum der Zeichen unterschieden. Er versteht unter dem ontischem Raum ausdrücklich den "Raum aller verfügbaren Etwase", d.h. von Objekten, die noch nicht zu Zeichen erklärt sind bzw. dem Prozeß der Zeichengenese vorgegebene reale Objekte. Diese werden allerdings durch den sog. Metaobjektivationsprozeß (vgl. Bense 1967, S. 9) in kategoriale Objekte mit der Relationszahl $r = 0$ transformatiert (Bense 1975, S. 65). Damit kann der ontische vom semiotischen Raum dadurch unterschieden werden, daß für die Zeichen des letzteren $r > 0$ gilt. Dadurch werden nun kategoriale Objekte zu Randelementen im Partizipationsbereich zwischen ontischem und semiotischem Raum, die somit nicht-diskret konzipiert sind, denn die von Bense eingeführte Ebene der Nullheit läßt eine trichotomische Differenzierung zu, insofern Bense von "disponiblen Mitteln" und "disponiblen Objekten" (1975, S. 41, 45 ff.) spricht und in beiden Fällen trichotomisch differenziert. In Toth (2013a) hatten wir diese ontisch-semiotischen Ränder mit Hilfe von Transformationsmatrizen wie folgt dargestellt.

1. Grundmatrix

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2. $M_{\tau 1}$:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.0 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.0 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix}$$

3. $M_{\tau 2}$:

$$\begin{pmatrix} 2.2 & 2.3 & 2.0 & 2.1 \\ 3.2 & 3.3 & 3.0 & 3.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 & 0.1 \\ 1.2 & 1.3 & 1.0 & 1.1 \end{pmatrix}$$

4. $M_{\tau 3}$:

$$\begin{pmatrix} 3.3 & 3.0 & 3.1 & 3.2 \\ 0.3 & 0.0 & 0.1 & 0.2 \\ 1.3 & 1.0 & 1.1 & 1.2 \\ 2.3 & 2.0 & 2.1 & 2.2 \end{pmatrix}$$

2. Eine wesentliche präzisere Methode besteht jedoch darin, statt von Subzeichen von den trichotomischen Werten aller möglichen semiotischen Relationen (also nicht nur von den 10 peirceschen Dualsystemen) auszugehen

(vgl. Toth 2013b) und die jeweils 4 Einbettungspositionen der als 0-stellige Objekte definierten kategorialen Objekte zu berücksichtigen. Das im folgenden präsentierte Ergebnis sind alle 108 kategorial darstellbaren ontisch-semiotischen Relationen.

(0, 1, 1, 1)	(0, 2, 1, 1)	(0, 3, 1, 1)
(1, 0, 1, 1)	(2, 0, 1, 1)	(3, 0, 1, 1)
(1, 1, 0, 1)	(2, 1, 0, 1)	(3, 1, 0, 1)
(1, 1, 1, 0)	(2, 1, 1, 0)	(3, 1, 1, 0)
(0, 1, 1, 2)	(0, 2, 1, 2)	(0, 3, 1, 2)
(1, 0, 1, 2)	(2, 0, 1, 2)	(3, 0, 1, 2)
(1, 1, 0, 2)	(2, 1, 0, 2)	(3, 1, 0, 2)
(1, 1, 2, 0)	(2, 1, 2, 0)	(3, 1, 2, 0)
(0, 1, 1, 3)	(0, 2, 1, 3)	(0, 3, 1, 3)
(1, 0, 1, 3)	(2, 0, 1, 3)	(3, 0, 1, 3)
(1, 1, 0, 3)	(2, 1, 0, 3)	(3, 1, 0, 3)
(1, 1, 3, 0)	(2, 1, 3, 0)	(3, 1, 3, 0)
(0, 1, 2, 1)	(0, 2, 2, 1)	(0, 3, 2, 1)
(1, 0, 2, 1)	(2, 0, 2, 1)	(3, 0, 2, 1)
(1, 2, 0, 1)	(2, 2, 0, 1)	(3, 2, 0, 1)
(1, 2, 1, 0)	(2, 2, 1, 0)	(3, 2, 1, 0)
(0, 1, 2, 2)	(0, 2, 2, 2)	(0, 3, 2, 2)
(1, 0, 2, 2)	(2, 0, 2, 2)	(3, 0, 2, 2)

(1, 2, 0, 2)	(2, 2, 0, 2)	(3, 2, 0, 2)
(1, 2, 2, 0)	(2, 2, 2, 0)	(3, 2, 2, 0)
(0, 1, 2, 3)	(0, 2, 2, 3)	(0, 3, 2, 3)
(1, 0, 2, 3)	(2, 0, 2, 3)	(3, 0, 2, 3)
(1, 2, 0, 3)	(2, 2, 0, 3)	(3, 2, 0, 3)
(1, 2, 3, 0)	(2, 2, 3, 0)	(3, 2, 3, 0)
(0, 1, 3, 1)	(0, 2, 3, 1)	(0, 3, 3, 1)
(1, 0, 3, 1)	(2, 0, 3, 1)	(3, 0, 3, 1)
(1, 3, 0, 1)	(2, 3, 0, 1)	(3, 3, 0, 1)
(1, 3, 1, 0)	(2, 3, 1, 0)	(3, 3, 1, 0)
(0, 1, 3, 2)	(0, 2, 3, 2)	(0, 3, 3, 2)
(1, 0, 3, 2)	(2, 0, 3, 2)	(3, 0, 3, 2)
(1, 3, 0, 2)	(2, 3, 0, 2)	(3, 3, 0, 2)
(1, 3, 2, 0)	(2, 3, 2, 0)	(3, 3, 2, 0)
(0, 1, 3, 3)	(0, 2, 3, 3)	(0, 3, 3, 3)
(1, 0, 3, 3)	(2, 0, 3, 3)	(3, 0, 3, 3)
(1, 3, 0, 3)	(2, 3, 0, 3)	(3, 3, 0, 3)
(1, 3, 3, 0)	(2, 3, 3, 0)	(3, 3, 3, 0)

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Zu den ontisch-semiotischen Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Typen semiotischer Palindrome. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Semiotisch-ontische Äquivalenz eingebetteter Teilsysteme

1. Wir gehen wiederum von der allgemeinen Definition eines Systems mit Umgebung

$S^* = [S, U]$

aus. Während sich ontische Grenzen, Ränder und Grenzränder gemäß Toth (2013a) durch ein Modell von 7 Präsentationsstufen (deren Anzahl nicht arbiträr, sondern durch S* vorgegeben ist) bestimmen lassen, hängt die Anzahl der Teilsysteme von S vom jeweiligen S selbst ab. Es ist zu unterscheiden zwischen heterarchischen Anreihungen

$S_{ht} = [S_1, S_2, S_3, ..., S_n]$,

wie sie z.B. bei der Partition von Gemüsegärten in Beete vorliegen, und hierarchischen Einbettungen

$S_{hr} = [S_1, [S_2, [S_3, ..., [S_n] ...]$,

wie sie z.B. bei Wohnhäusern vorliegen. Auch gemischte hierarchisch-heterarchische Teilsysteme kommen vor. Z.B. ist eine Wohnung in ein Haus und ein Zimmer in eine Wohnung hierarchisch eingebettet, aber die Zimmer sind innerhalb der Wohnung heterarchisch angereiht.

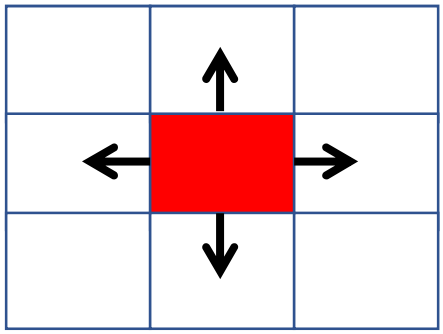
2. Bei Zeichenrelationen können hierarchische Einbettungen durch die Bedingung definiert werden, daß für jedes Paar von Zeichenrelationen deren Subrelationen inklusiv geordnet sind, d.h. daß für jede Subrelation (x.y) gilt

$(x.y) \subset [(3.a), (2.b), (1.c)]$ gilt: $(.y) \leqq (.a) \wedge (.y) \leqq (.b) \wedge (.y) \leqq (.c)$.

Z.B. ist (1.1) sowohl in (3.1, 2.1, 1.1) als auch in (3.1, 2.1, 1.2) eingebettet, da $(1.1) < (1.2)$ ist. Hingegen ist (1.3) weder in (3.1, 2.1, 1.1) noch in (3.1, 2.1, 1.2) eingebettet. Wie man sieht, hat diese Definition den Vorteil, daß heterarchische Anreihungen semiotischer Relationen einfach durch die Nichterfüllung der inklusiven Ordnungsbedingung definiert werden können.

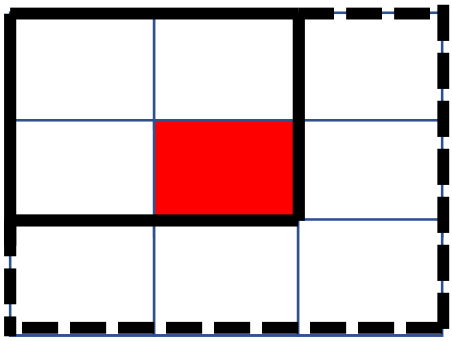
Der größte Vorteil dieser semiotischen Definition von Anreihung und Einbettung besteht jedoch darin, daß der rechte Rand eine Teilmenge der Anreihung und der linke Rand eine Teilmenge der Einbettung ist (vgl. Toth 2013b). Anders gesagt: Die Menge hierarchisch eingebetteter Subrelationen einer se-

miotischen Relation (a.b) ist eine Obermenge von INV(a.b) = $\mathcal{R}_\lambda$(a.b), und die Menge heterarchisch angereihter Subrelationen einer semiotischen Relation (a.b) ist eine Obermenge von SUP(a.b) = $\mathcal{R}_\rho$(a.b). Nehmen wir z.B. die semiotische Subrelation (2.2)



Dann haben wir $\mathcal{R}_\lambda$(2.2) = (1.2, 2.1) und $\mathcal{R}_\rho$(2.3, 3.2), denn es ist U(2.2) = (1.2, 2.1, 2.3, 3.2). Es gilt somit (1.2) ⊂ (2.2) und (2.1) ⊂ (2.2) sowie (2.3) ⊄ (2.2) und (3.2) ⊄ (2.2), d.h. (1.2) und (2.1) sind hierarchisch in (2.2) eingebettet und (2.3) und (3.2) sind heterarchisch an (2.2) angereiht.

3. Die hier gewonnenen Ergebnisse führen natürlich zur Partition semiotischer Matrizen in Submatrizen. Wegen der Komplementarität der Umgebungen von Subrelationen bekommen wir dadurch ferner für jede Submatrix eine ihr komplementäre Submatrix. Z.B. können wir für (2.2) die folgende Situation konstruieren



So enthält die ausgezogene Submatrix von (2.2) nicht nur den linken Rand von (2.2), sondern auch noch die Subrelation (1.1), die deswegen kein Randelement von (2.2) ist, da sie weder die triadische noch die trichotomische Position von (2.2) hat. Ebenfalls enthält die gestrichelte Submatrix von (2.2) nicht nur den rechten Rand von (2.2), sondern auch noch die Subrelation (3.3), für die dasselbe gilt wie für (1.1) relativ zum linken Rand von (2.2). Formal haben wir

damit. Wir wollen nun solche Submatrizen SEMIOTISCHE NACHBARSCHAFTEN (N) nennen. Dann gilt

$N(a.b) = \mathcal{R}(a.b) \cup ((a\pm1).(b\pm1))$.

Während also sowohl für linke und rechte Ränder als auch für linke und rechte Nachbarschaften einer semiotischen Relation gilt

$\mathcal{R}(a.b) = \mathcal{R}_\lambda(a.b) \cup \mathcal{R}_\rho(a.b)$

$N(a.b) = N_\lambda(a.b) \cup N_\rho(a.b)$,

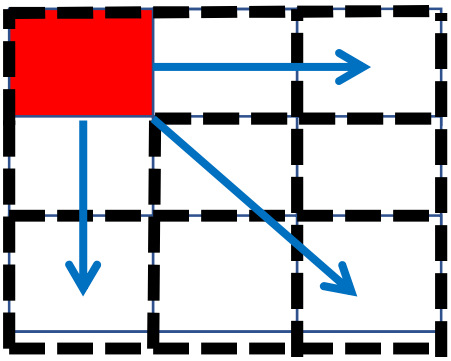
ergibt die Vereinigung der beiden Nachbarschaften gerade die semiotische Matrix, die Vereinigung der beiden Ränder aber spart genau die zur jeweiligen semiotischen Relation gehörenden diagonalen Nachbarschaften aus. Praktisch bedeutet das, daß man sowohl die Ränder aus den Nachbarschaften als auch die Nachbarschaften aus den Rändern auf einfache Weise berechnen kann. Die Nachbarschaften einer semiotischen Subrelation (a.b) erhält man einfach dadurch, daß man sowohl zum triadischen Hauptwert (a.) als auch zum trichotomischen Stellenwert (.b) so viele Repräsentationswerte addiert bzw. subtrahiert, bis (a.) = 1 oder (a.) = 3 und (.b) = 1 oder (.b) = 3 erreicht sind. Man kann somit nach folgendem Schema nachbarschaftsdefinierte Einbettungshierarchien konstruieren

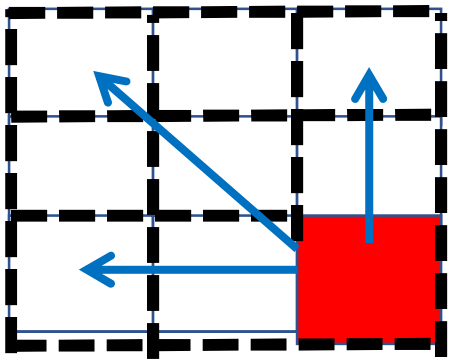
N(1.1) = {(1.1, 1.2), (1.1, 1.2, 1.3), (1.1, 2.1), (1.1, 2.1, 3.1), (1.1, 1.2, 1.3, 2.1], ...}.

...

N(3.3) = {(3.3, 3.2), (3.3, 3.2, 3.1), (3.3, 2.3), (3.3, 2.3, 1.3), (3.3, 3.2, 3.1, 2.1), ...}.

Graphisch ausgedrückt:





Während also semiotische Subrelationen nicht in ihrem Rändern enthalten sind, sind semiotische Subrelationen in ihren Nachbarschaften enthalten.

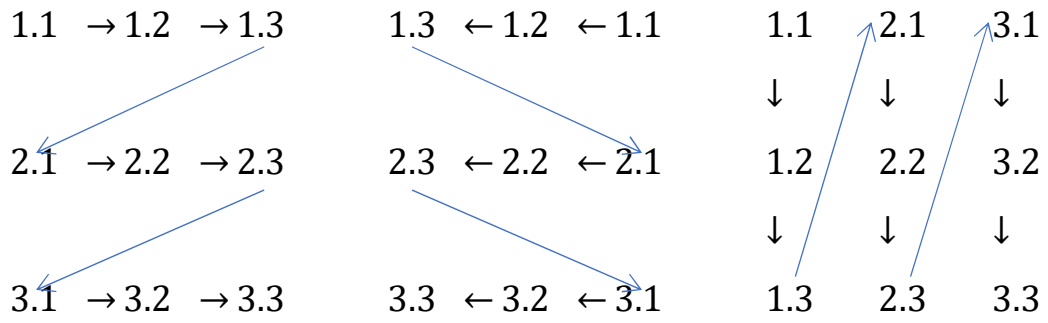
Literatur

Toth, Alfred, Die Ränder von Zeichen und Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

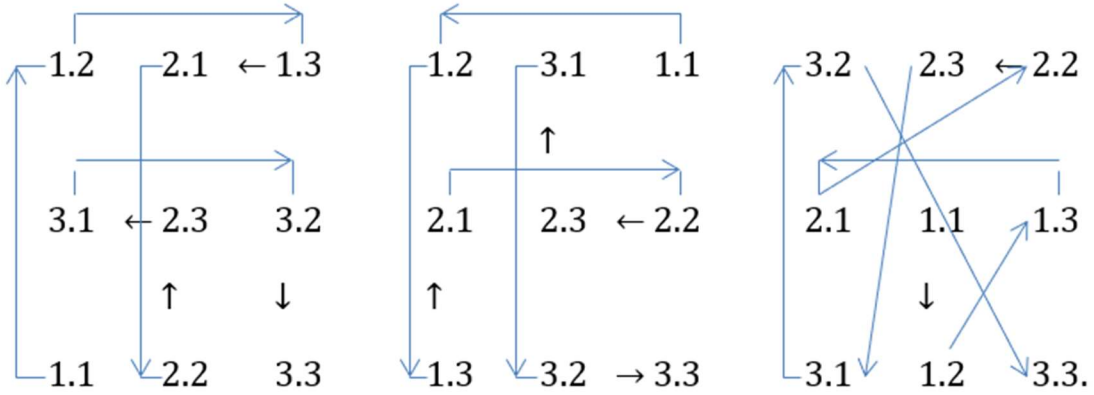
Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Positionsabhängigkeit semiotischer Nachbarschaft

1. Im folgenden werden 6 semiotische Matrizen gegeben. Man denke sie sich von links nach rechts durchnumeriert. Nr. 1 ist die von Bense (1975) eingeführte semiotische (Normal-) Matrix. Nr. 2 ist eine Transponierte, für die die generativen durch die degenerativen Semiosen ersetzt wurde. Nr. 3 ist eine Transponierte, bei der Triaden und Trichotomien vertauscht wurden.



Die Nrn. 4 bis 6 sind weitgehend arbiträr gewählte, d.h. "chaotische" semiotische Matrizen.



2. Nach dem Betrachten der 6 Matrizen dürfte unmittelbar einleuchten, daß die in Toth (2013) für jede Matrizen der 9 dyadischen semiotischen Subrelationen gegebene Nachbarschaft nur dann auf einer bijektiven Abbildung zwischen Subzeichen und Nachbarschaft beruht, wenn die Werte der Subzeichen bijektiv auf deren Positionen, d.h. vermöge der Matrix Nr. 1, abgebildet werden. Hebt man diese Bijektion jedoch auf, dann erhält man theoretisch unendlich viele Nachbarschaften für jede semiotische Subrelation. Im folgenden werden zur Illustration die Nachbarschaften für R = (1.3) für alle 6 gewählten Matrizen gegeben.

1.1	1.2	1.3	1.3	1.2	1.1	1.1	2.1	3.1
2.1	2.2	2.3	2.3	2.2	2.1	1.2	2.2	3.2
3.1	3.2	3.3	3.3	3.2	3.1	1.3	2.3	3.3
1.2	2.1	1.3	1.2	3.1	1.1	3.2	2.3	2.2
3.1	2.3	3.2	2.1	2.3	2.2	2.1	1.1	1.3
1.1	2.2	3.3	1.3	3.2	3.3	3.1	1.2	3.3

Wir bekommen somit (die Indizes referieren auf die Nrn. der Matrizen)

$N_1(1.3) = N_2(1.3) = N_3(1.3) = (1.2, 2.2, 2.3)$.

$N_4(1.3) = N_5(1.3) = (2.1, 2.3, 3.2)$.

(Semiotische Nachbarschaft ist somit unabhängig von Matrizentransposition.)

$N_6(1.3) = (1.1, 1.2, 2.2, 2.3, 3.3)$.

Literatur

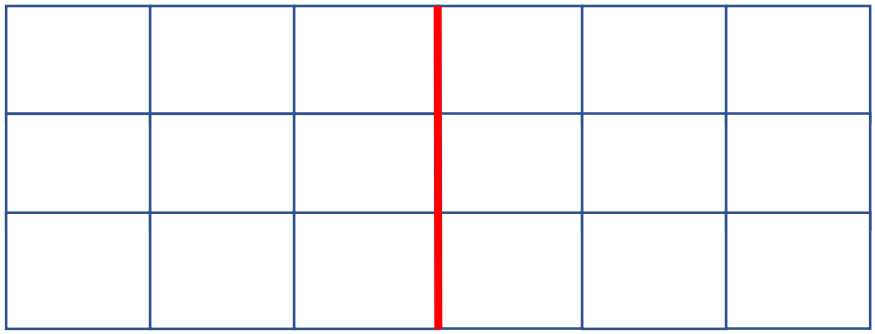
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Grenzen, Ränder und Nachbarschaften semiotischer Subrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

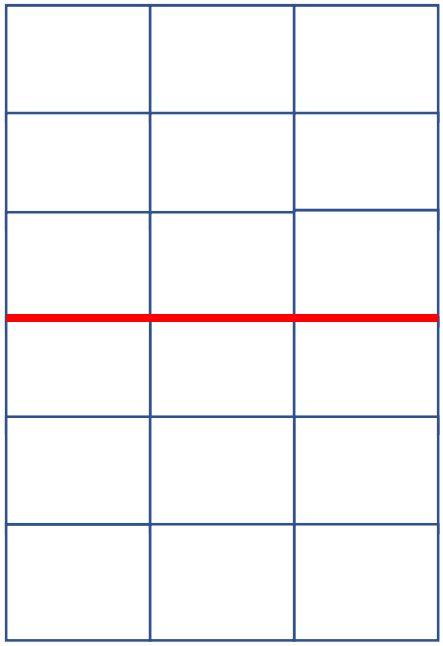
Matrizenkonkatenationen

1. In Toth (2013a) wurde die Möglichkeit der Verkettung von Matrizen dargestellt. Sie beruht auf der Überlegung, daß in der Semiotik triadisch-trichotomische Relationen als Konkatenationen zweier dyadisch-dichotomischer Subrelationen eingeführt werden können (vgl. Walther 1979, S. 79). Dabei sind zwei Typen von Matrizkonkatenationen zu unterscheiden.

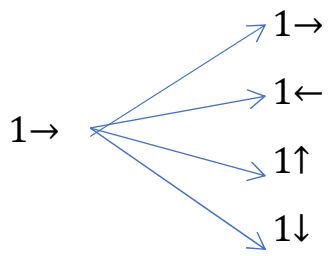
1.1. Linearer Konkatenationstyp



1.2. Orthogonaler Konkatenationstyp



2. Sowohl bei der linearen als auch bei der orthogonalen Matrizenkonkatenation gibt 4 Typen der Ordnung, d.h. der Gerichtetheit der Subrelationen innerhalb der Matrizen



2.1. Subtypus [1→, 1→]

1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3

2. Subtypus [1→, 1←]

1.1	1.2	1.3	1.3	1.2	1.1
2.1	2.2	2.3	2.3	2.2	2.1
3.1	3.2	3.3	3.3	3.2	3.1

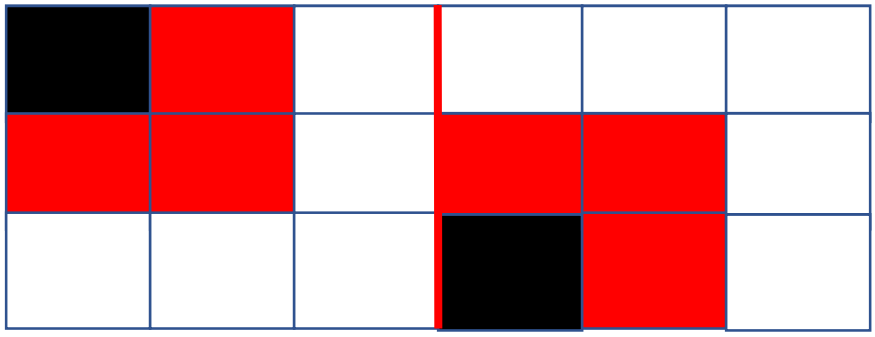
3. Subtypus [1→, 1↑]

1.1	1.2	1.3	3.1	3.2	3.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	1.1	1.2	1.3

4. Subtypus [1→, 1↓]

1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3

3. Bei diesen Darstellungsweisen gibt es offenbar eine Matrizengrenze, die für die in Toth (2013b-d) dargestellten Grenzen, Ränder, Grenzränder, Nachbarschaften und Umgebungen nicht überschreitbar ist. Diese Matrizengrenze ist somit für die Subtypen von Konkatenationen verantwortlich. Beispielsweise sind im Subtypus 3 die Nachbarschaften von (1.1)



Die Angabe

N(1.1) = (1.2, 2.1, 2.2)

ist somit abhängig vom Typus der konkatenierten Matrizen. Erweiterungen topologischer Relationen in Matrizen kann man somit nur durch Aufhebung der Matrizengrenzen vornehmen. Obwohl es verschiedene Ansätze dazu in der Theoretischen Semiotik gegeben hatte, stellt der bedeutendste der von Bense (1975, S. 105) vorgeschlagene Übergang von der sog. kleinen zur sog. großen semiotischen Matrix dar. Die große Matrix iteriert die Unterscheidung zwischen triadischer und trichotomischer Ordnung der Subzeichen auf die Primzeichen, d.h. man bildet nicht nur, wie in der kleinen Matrix, kartesische Produkte der Formen

<a.> × <.b> = <a.b>

<.a> × <b.> = <b.a>,

sondern zusätzlich solche der Formen

<a.b> × <c.d> = <<a.b>, <c.d>>

<c.d> × <a.b> = <<c.d>, <a.b>>.

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 1.3	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

Jede der 9 Submatrizen der großen Matrix hat somit die allgemeine Form

((a.b-1), (a-1.b-1)) ((a.b-1), (a.b)) ((a.b-1), (a+1.b+1))

((a.b), (a-1.b-1)) ((a.b), (a.b)) ((a.b), (a+1.b+1))

((a.b+1), (a-1.b-1)) ((a.b+1), (a.b)) ((a.b+1), (a+1.b+1)).

Damit ergeben sich also innerhalb der großen Matrix verdoppelte topologische Unterscheidungen, insofern Grenzen, Ränder usw. nun sowohl in den Haupt- als auch in den Neben-Subrelationen jedes geordneten Paares von kartesischen Produkten der Form <a.b> × <c.d> = <<a.b>, <c.d>> unterschieden werden müssen. Z.B. bildet für das geordnete Paar aus geordneten Paaren

P = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h))

die Menge aller Relationen, für die gilt

(a.) < (e.)

die Hauptnachbarschaft von (a.). Und die Mengen aller Relationen, für die gilt

(a.) < (c.), (e.) < (g.)

bilden die Nebennachbarschaften von (a.) und von (e.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Konkatenationen semiotischer Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Zur Topologie semiotischer Grenzen und Ränder I-I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Rand-Transformationen bei Umgebungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

Toth, Alfred, Nachbarschaften semiotischer Umgebungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013d

Haupt- und Nebennachbarschaften in der großen semiotischen Matrix

1. Die von Bense (1975, S. 105) in die Semiotik eingeführte große Matrix

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 1.3	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

beruht auf der Übertragung der Bildung kartesischer Produkte von Primzeichen

<a.> × <.b> = <a.b>

<.a> × <b.> = <b.a>,

auf Subzeichen, d.h. 1-stelliger auf 2-stellige semiotische Relationen

<a.b> × <c.d> = <<a.b>, <c.d>>

<c.d> × <a.b> = <<c.d>, <a.b>> (vgl. Toth 2013).

2. Somit muß innerhalb der großen Matrix bei semiotischen Grenzen, Rändern, Grenzrändern, Nachbarschaften und Umgebungen bei jedem geordneten Paar von kartesischen Produkten der Form <a.b> × <c.d> = <<a.b>, <c.d>> zwischen Haupt- und Neben-Grenzen, usw. unterschieden werden. Für ein Paar von Subzeichen

P = (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h))

ist die Nachbarschaft die Menge aller Relationen, für die gilt

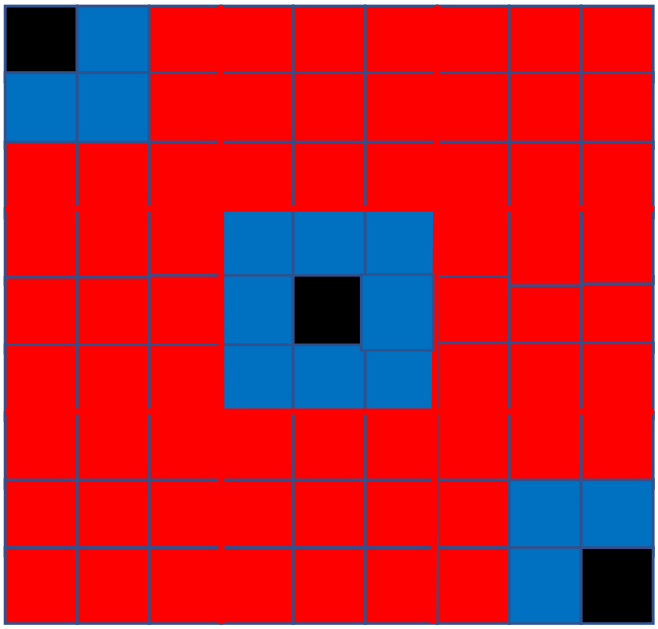
(a.) < (e.)

Die Mengen aller Relationen, für die

(a.) < (c.), (e.) < (g.)

gelten, bilden die Nebennachbarschaften von (a.) und von (e.).

Im folgenden werden exemplarisch die Hauptnachbarschaften der genuinen Subzeichen-Paare (1.1, 1.1), (2.2, 2.2) und (3.3, 3.3) rot und die Nebennachbarschaften blau markiert.



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Matrizenkonkatenationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Umgebungen in der großen semiotischen Matrix

1. In der von Bense (1975, S. 105) eingeführte großen semiotischen Matrix sind nur die im folgenden Schema unterstrichenen Paare von Subrelationen systemisch dual-invers, insofern sie als Systeme zugleich ihre eigenen Umgebungen repräsentieren (vgl. Toth 2013).

(1.1, 1.1)	(1.1, 1.2)	(1.1, 1.3)	(1.1, 2.1)	(1.1, 2.2)	(1.1, 2.3)	(1.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(1.1, 3.3)
(1.2, 1.1)	(1.2, 1.2)	(1.2, 1.3)	(1.2, 2.1)	(1.2, 2.2)	(1.2, 2.3)	(1.2, 3.1)	(1.2, 3.2)	(1.2, 3.3)
(1.3, 1.1)	(1.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(1.3, 2.1)	(1.3, 2.2)	(1.3, 2.3)	(1.3, 3.1)	(1.3, 3.2)	(1.3, 3.3)
(2.1, 1.1)	(2.1, 1.2)	(2.1, 1.3)	(2.1, 2.1)	(2.1, 2.2)	(2.1, 2.3)	(2.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(2.1, 3.3)
(2.2, 1.1)	(2.2, 1.2)	(2.2, 1.3)	(2.2, 2.1)	(2.2, 2.2)	(2.2, 2.3)	(2.2, 3.1)	(2.2, 3.2)	(2.2, 3.3)
(2.3, 1.1)	(2.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(2.3, 2.1)	(2.3, 2.2)	(2.3, 2.3)	(2.3, 3.1)	(2.3, 3.2)	(2.3, 3.3)
(3.1, 1.1)	(3.1, 1.2)	(3.1, 1.3)	(3.1, 2.1)	(3.1, 2.2)	(3.1, 2.3)	(3.1, 3.1)	(3.1, 3.2)	(3.1, 3.3)
(3.2, 1.1)	(3.2, 1.2)	(3.2, 1.3)	(3.2, 2.1)	(3.2, 2.2)	(3.2, 2.3)	(3.2, 3.1)	(3.2, 3.2)	(3.2, 3.3)
(3.3, 1.1)	(3.3, 1.2)	(3.3, 1.3)	(3.3, 2.1)	(3.3, 2.2)	(3.3, 2.3)	(3.3, 3.1)	(3.3, 3.2)	(3.3, 3.3)

Ansonsten gibt es für jede dyadische Subrelation der Form

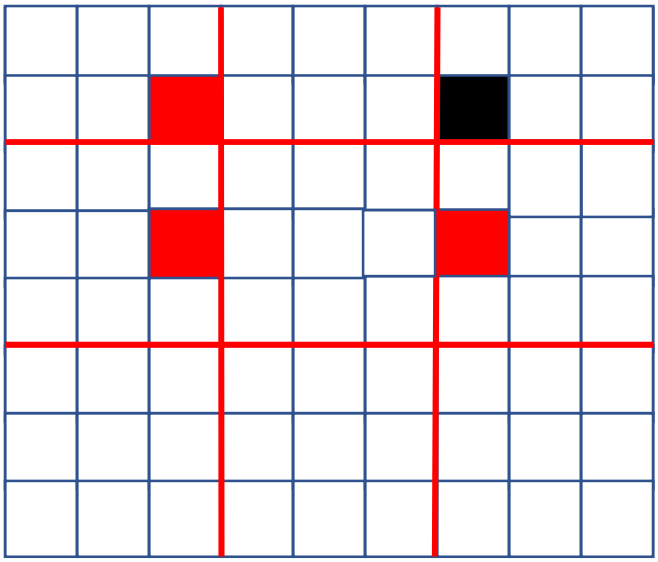
R = ((a.b), (c.d)) mit

(a.b) ≠ (c.d)

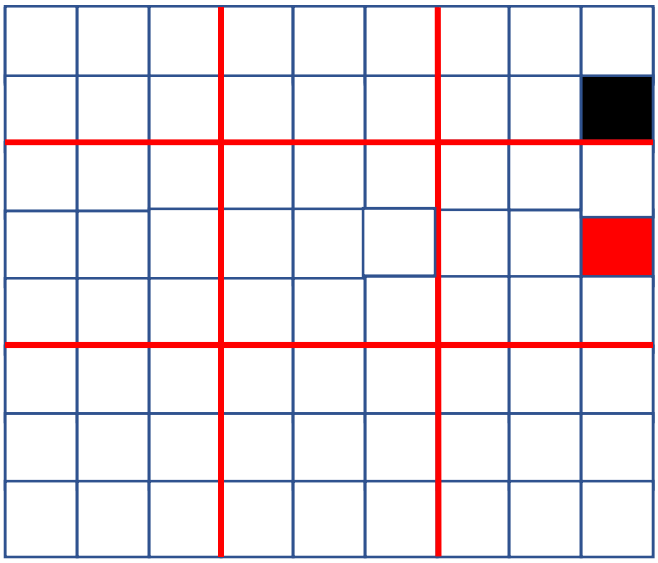
die der folgenden Tabelle entsprechende maximale Anzahl von 4! = 24 Permutationen

abcd	bacd	cabd	dabc
abdc	badc	cadb	dacb
acbd	bcad	cbad	dbac
acdb	bcda	cbda	dbca
adbc	bdac	cdab	dcab
adcb	bdca	cdba	dcba

Da die Semiotik aber bekanntlich triadisch und trichotomisch ist, wird die maximale Anzahl von semiotischen Umgebungen nicht erreicht. Paare semiotischer Subrelationen haben entweder 3, 1 Umgebung oder 0 Umgebungen, wofür jedoch nicht nur die Anzahl gleicher Primzeichen, sondern auch deren Positionen innerhalb der Subrelationen verantwortlich sind. Als Beispiel seien in den beiden folgenden Matrizen die U((1.2), (3.1))



sowie in die U((1.2), (3.3)) rot markiert



Dagegen ist aber

U((2.3), (1.2)) = {{(2.3), (2.1)), ((3.2), (1.2)), ((3.2, 2.1))}.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Haupt- und Nebennachbarschaften in der großen semiotischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Die Struktur der Umgebungstypen von Paaren von Subrelationen in der großen semiotischen Matrix

1. Die Struktur der Umgebungen semiotischer Subrelationen in der großen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 105) unterscheidet sich beträchtlich von derjenigen in der kleinen semiotischen Matrix (vgl. Toth 2013), insofern als nicht Subrelationen, sondern Paare von Subrelationen als Basisrelata fungieren. Im folgenden wird die wenigstens aus der Sicht der Semiotik merkwürdige Tatsache gezeigt, daß die 81 Subrelationen der großen Matrix in nur 3 Typen zerfallen und daß diese durch topologisch-semiotische Relationen miteinander verbunden sind.

2.1. Da die Permutation von 3 Elementen (nämlich natürlich auch in der auf der großen Matrix beruhenden, erweiterten Semiotik triadisch-trichotomischer Ordnung) auf 4 Plätzen 12 Kombinationen erbringt, sind also in den folgenden Matrizen jeweils 12 Plätze belegt. Die 3 differenzierten Typen semiotischer Matrizenbelegungen sind solche der folgenden Strukturen

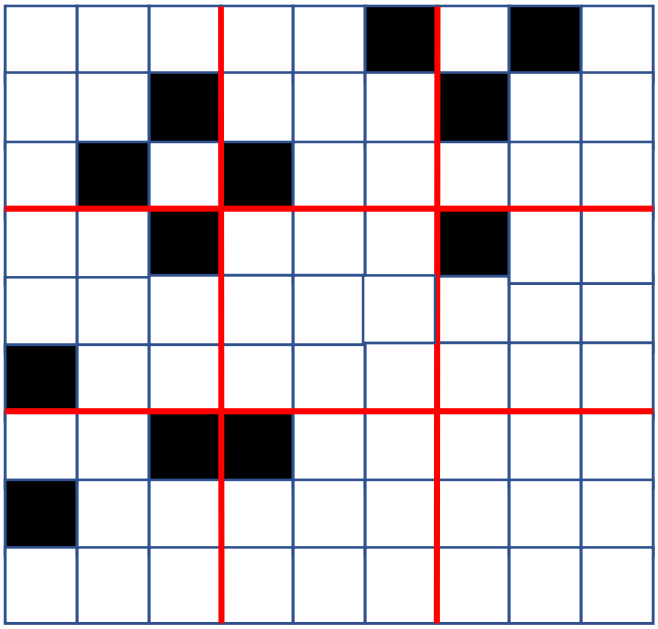
$T_1 = (a, a, b, c)$

$T_2 = (a, b, b, c)$

$T_3 = (a, b, c, c)$.

2.2. Beispiel für T_1

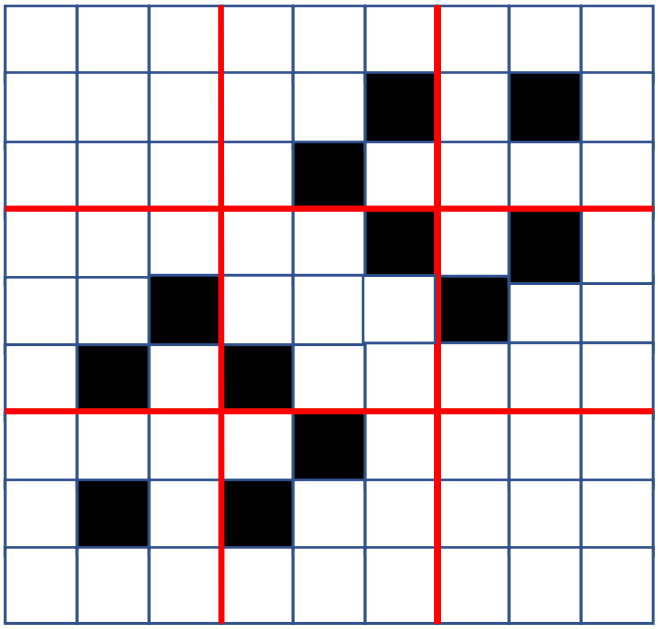
$R = ((1.1), (2, 3))$



(1.1, 1.1)	(1.1, 1.2)	(1.1, 1.3)	(1.1, 2.1)	(1.1, 2.2)	(1.1, 2.3)	(1.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(1.1, 3.3)
(1.2, 1.1)	(1.2, 1.2)	(1.2, 1.3)	(1.2, 2.1)	(1.2, 2.2)	(1.2, 2.3)	(1.2, 3.1)	(1.2, 3.2)	(1.2, 3.3)
(1.3, 1.1)	(1.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(1.3, 2.1)	(1.3, 2.2)	(1.3, 2.3)	(1.3, 3.1)	(1.3, 3.2)	(1.3, 3.3)
(2.1, 1.1)	(2.1, 1.2)	(2.1, 1.3)	(2.1, 2.1)	(2.1, 2.2)	(2.1, 2.3)	(2.1, 3.1)	(2.1, 3.2)	(2.1, 3.3)
(2.2, 1.1)	(2.2, 1.2)	(2.2, 1.3)	(2.2, 2.1)	(2.2, 2.2)	(2.2, 2.3)	(2.2, 3.1)	(2.2, 3.2)	(2.2, 3.3)
(2.3, 1.1)	(2.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(2.3, 2.1)	(2.3, 2.2)	(2.3, 2.3)	(2.3, 3.1)	(2.3, 3.2)	(2.3, 3.3)
(3.1, 1.1)	(3.1, 1.2)	(3.1, 1.3)	(3.1, 2.1)	(3.1, 2.2)	(3.1, 2.3)	(3.1, 3.1)	(3.1, 3.2)	(3.1, 3.3)
(3.2, 1.1)	(3.2, 1.2)	(3.2, 1.3)	(3.2, 2.1)	(3.2, 2.2)	(3.2, 2.3)	(3.2, 3.1)	(3.2, 3.2)	(3.2, 3.3)
(3.3, 1.1)	(3.3, 1.2)	(3.3, 1.3)	(3.3, 2.1)	(3.3, 2.2)	(3.3, 2.3)	(3.3, 3.1)	(3.3, 3.2)	(3.3, 3.3)

2.3. Beispiel für T_2

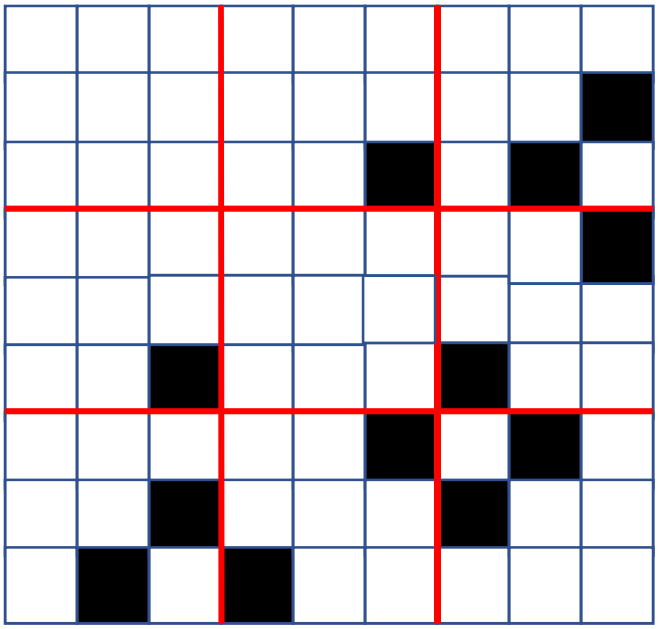
$R = ((1.2), (2, 3))$



(1.1, 1.1)	(1.1, 1.2)	(1.1, 1.3)	(1.1, 2.1)	(1.1, 2.2)	(1.1, 2.3)	(1.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(1.1, 3.3)
(1.2, 1.1)	(1.2, 1.2)	(1.2, 1.3)	(1.2, 2.1)	(1.2, 2.2)	(1.2, 2.3)	(1.2, 3.1)	(1.2, 3.2)	(1.2, 3.3)
(1.3, 1.1)	(1.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(1.3, 2.1)	(1.3, 2.2)	(1.3, 2.3)	(1.3, 3.1)	(1.3, 3.2)	(1.3, 3.3)
(2.1, 1.1)	(2.1, 1.2)	(2.1, 1.3)	(2.1, 2.1)	(2.1, 2.2)	(2.1, 2.3)	(2.1, 3.1)	(2.1, 3.2)	(2.1, 3.3)
(2.2, 1.1)	(2.2, 1.2)	(2.2, 1.3)	(2.2, 2.1)	(2.2, 2.2)	(2.2, 2.3)	(2.2, 3.1)	(2.2, 3.2)	(2.2, 3.3)
(2.3, 1.1)	(2.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(2.3, 2.1)	(2.3, 2.2)	(2.3, 2.3)	(2.3, 3.1)	(2.3, 3.2)	(2.3, 3.3)
(3.1, 1.1)	(3.1, 1.2)	(3.1, 1.3)	(3.1, 2.1)	(3.1, 2.2)	(3.1, 2.3)	(3.1, 3.1)	(3.1, 3.2)	(3.1, 3.3)
(3.2, 1.1)	(3.2, 1.2)	(3.2, 1.3)	(3.2, 2.1)	(3.2, 2.2)	(3.2, 2.3)	(3.2, 3.1)	(3.2, 3.2)	(3.2, 3.3)
(3.3, 1.1)	(3.3, 1.2)	(3.3, 1.3)	(3.3, 2.1)	(3.3, 2.2)	(3.3, 2.3)	(3.3, 3.1)	(3.3, 3.2)	(3.3, 3.3)

2.4. Beispiel für T_3

$R = ((1.2), (3, 3))$



(1.1, 1.1)	(1.1, 1.2)	(1.1, 1.3)	(1.1, 2.1)	(1.1, 2.2)	(1.1, 2.3)	(1.1, 3.1)	(1.1, 3.2)	(1.1, 3.3)
(1.2, 1.1)	(1.2, 1.2)	(1.2, 1.3)	(1.2, 2.1)	(1.2, 2.2)	(1.2, 2.3)	(1.2, 3.1)	(1.2, 3.2)	(1.2, 3.3)
(1.3, 1.1)	(1.3, 1.2)	(1.3, 1.3)	(1.3, 2.1)	(1.3, 2.2)	(1.3, 2.3)	(1.3, 3.1)	(1.3, 3.2)	(1.3, 3.3)
(2.1, 1.1)	(2.1, 1.2)	(2.1, 1.3)	(2.1, 2.1)	(2.1, 2.2)	(2.1, 2.3)	(2.1, 3.1)	(2.1, 3.2)	(2.1, 3.3)
(2.2, 1.1)	(2.2, 1.2)	(2.2, 1.3)	(2.2, 2.1)	(2.2, 2.2)	(2.2, 2.3)	(2.2, 3.1)	(2.2, 3.2)	(2.2, 3.3)
(2.3, 1.1)	(2.3, 1.2)	(2.3, 1.3)	(2.3, 2.1)	(2.3, 2.2)	(2.3, 2.3)	(2.3, 3.1)	(2.3, 3.2)	(2.3, 3.3)
(3.1, 1.1)	(3.1, 1.2)	(3.1, 1.3)	(3.1, 2.1)	(3.1, 2.2)	(3.1, 2.3)	(3.1, 3.1)	(3.1, 3.2)	(3.1, 3.3)
(3.2, 1.1)	(3.2, 1.2)	(3.2, 1.3)	(3.2, 2.1)	(3.2, 2.2)	(3.2, 2.3)	(3.2, 3.1)	(3.2, 3.2)	(3.2, 3.3)
(3.3, 1.1)	(3.3, 1.2)	(3.3, 1.3)	(3.3, 2.1)	(3.3, 2.2)	(3.3, 2.3)	(3.3, 3.1)	(3.3, 3.2)	(3.3, 3.3)

Wie man leicht erkennt, kann man die Typen 1 und 2 durch eine 180 Grad-Drehung ineinander überführen, d.h. sie sind Matrixtranspositionen voneinander. Ferner weisen alle 3 Typen genau 2 belegungsfreie Submatrizen auf, deren semiotische Relevanz noch zu prüfen sein wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Konkatenationen semiotischer Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

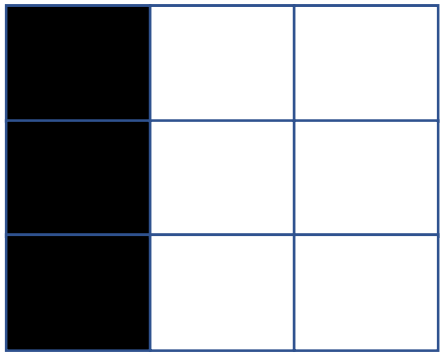
Strukturen regulärer und irregulärer Dualsysteme über der kleinen semiotischen Matrix

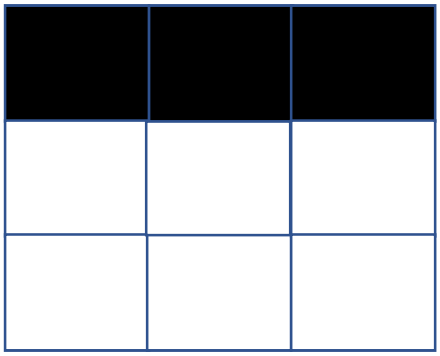
1. Bekanntlich sind von den über der Form des triadisch-trichotomischen Zeichens

ZR = (3.a, 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ 1, 2, 3} und a ≦ b ≦ c

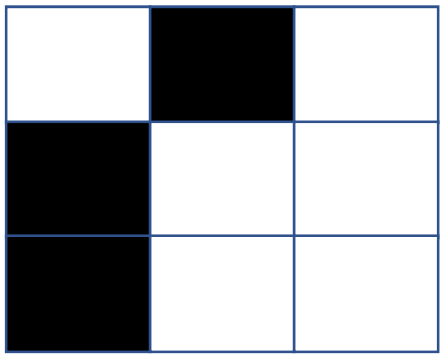
möglichen $3^3 = 27$ semiotischen Dualsystemen nur 10 Dualsysteme regulär, da die Elemente der Differenzmenge der semiotisch-inklusiven Ordnung widersprechen (vgl. Walther 1979, S. 97 ff.). Als Vorbereitung auf unsere nachfolgende Untersuchung der Matrixstrukturen von erweiterten Dualsystemen über der großen semiotischen Matrix werden hier erstmals die Strukturen sowohl der regulären als auch der irregulären Dualsysteme über der kleinen Matrix präsentiert. Die irregulären Dualsysteme werden durch Asterisk markiert.

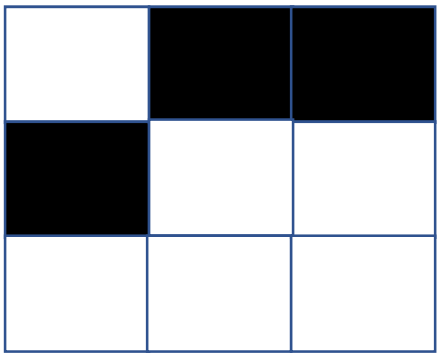
2.1. DS = [(3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)]



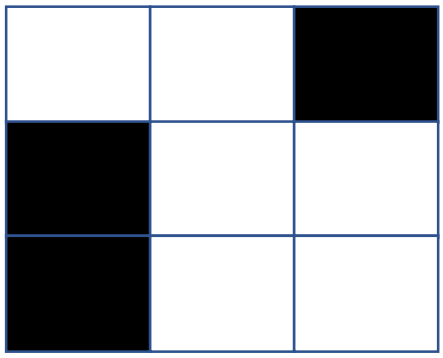


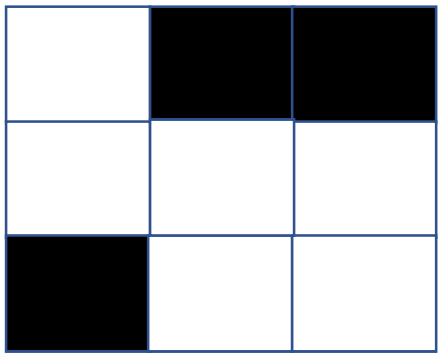
2.2. DS = [(3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)]



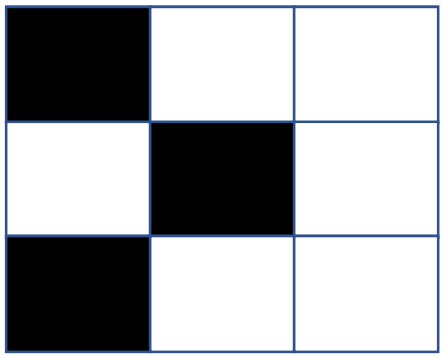


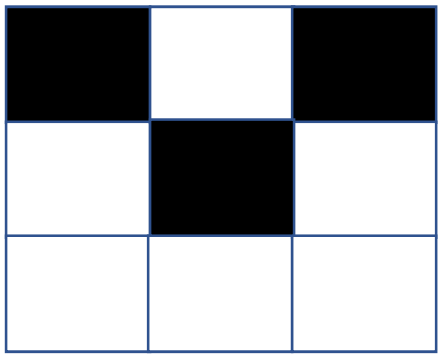
2.3. DS = [(3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)]



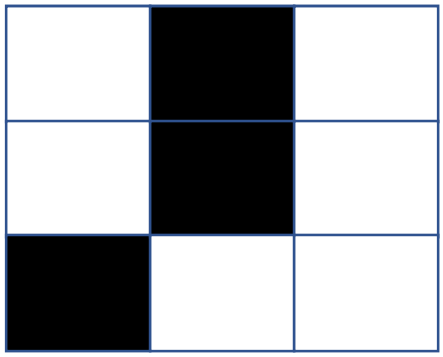


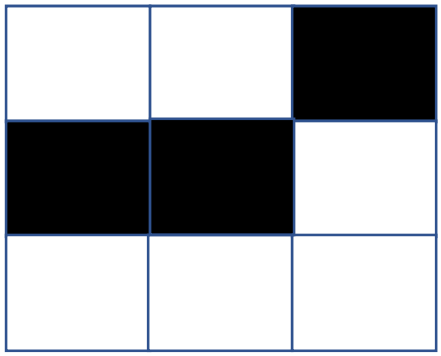
2.4. *DS = [(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)]



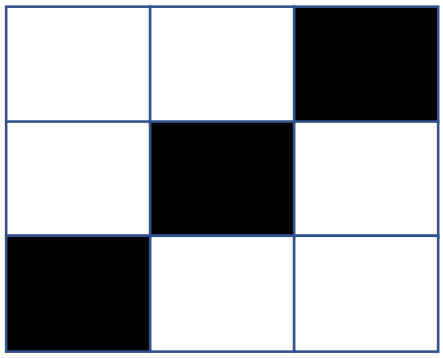


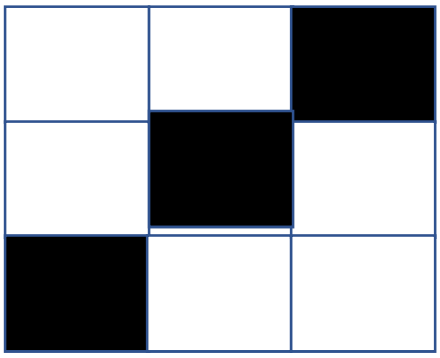
2.5. DS = [(3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)]



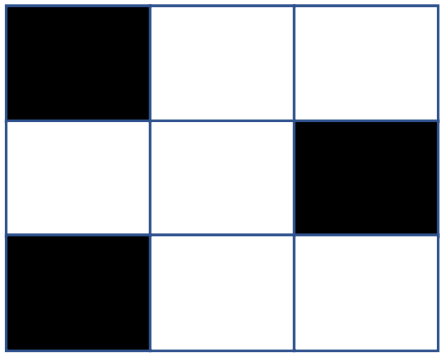


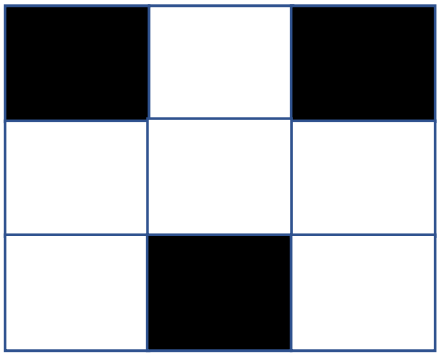
2.6. DS = [(3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)]



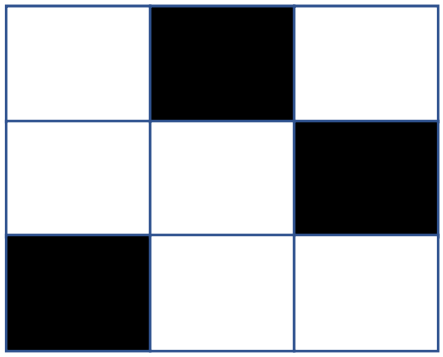


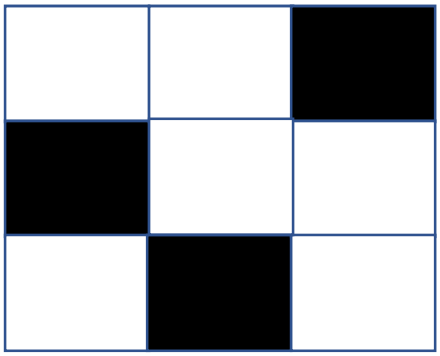
2.7. *DS = [(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)]



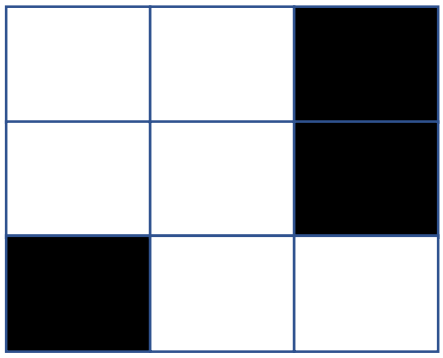


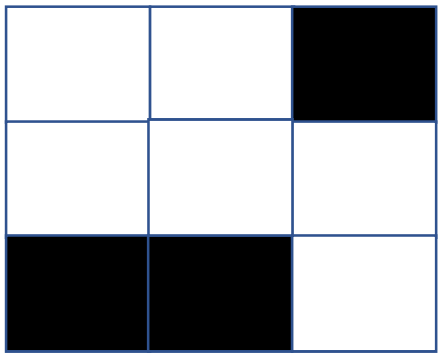
2.8. *DS = [(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)]



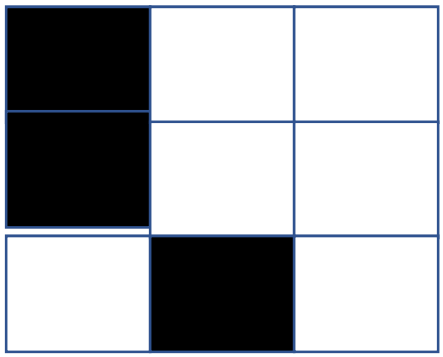


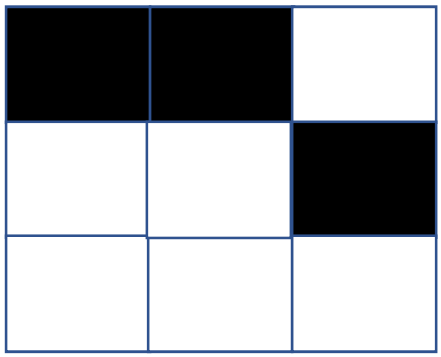
2.9. DS = [(3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3)]



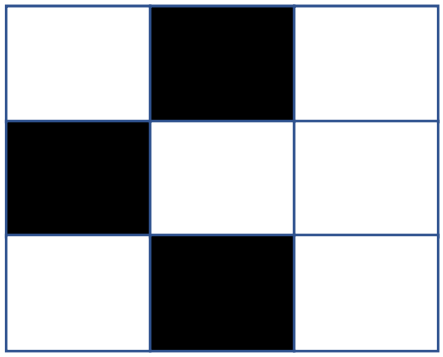


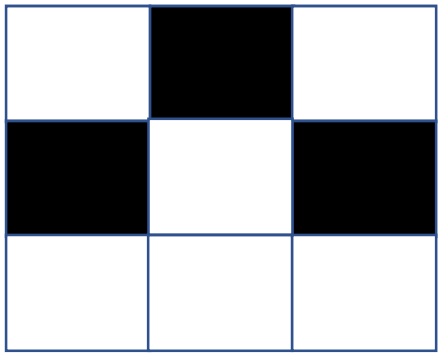
2.10. *DS = [(3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3)]



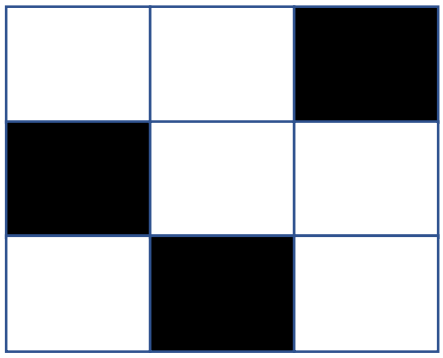


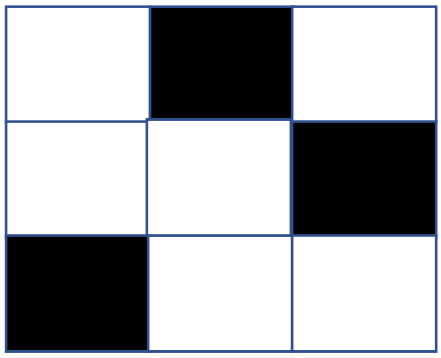
2.11. *DS = [(3.2, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 2.3)]



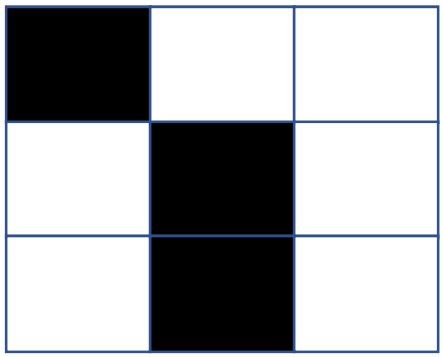


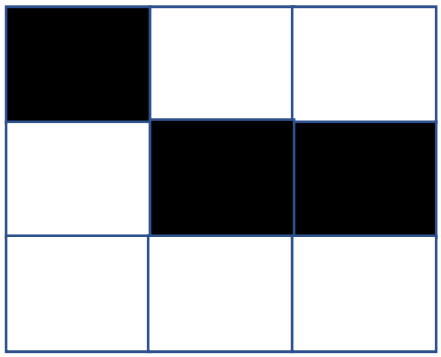
2.12. *DS = [(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)]



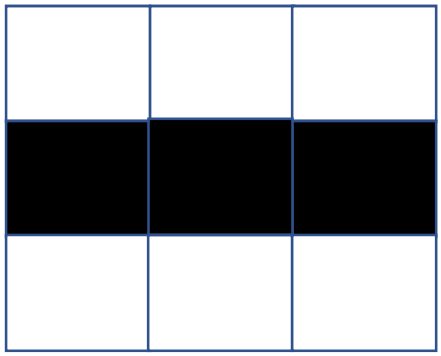


2.13. *DS = [(3.2, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 2.3)]

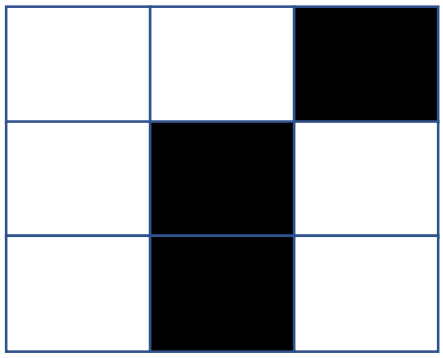


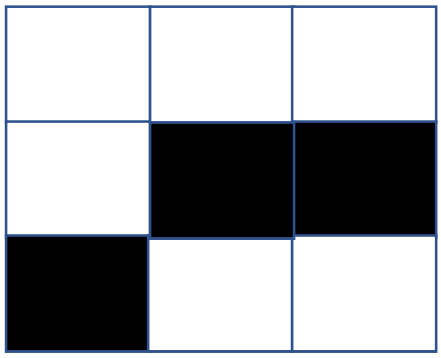


2.14. DS = [(3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3)]

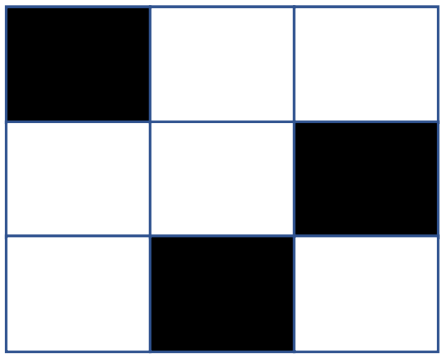


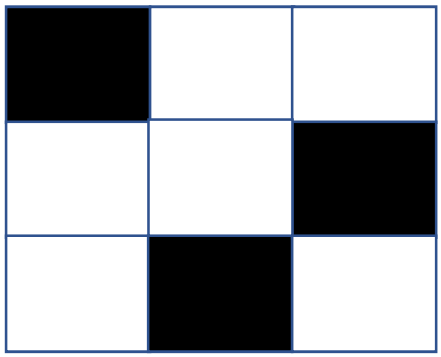
2.15. DS = [(3.2, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 2.3)]



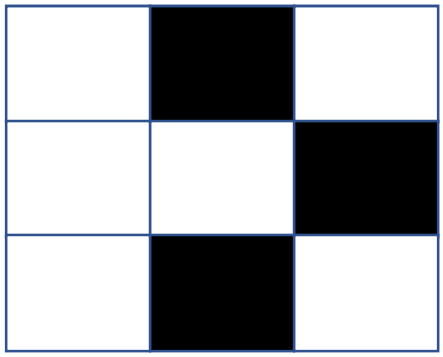


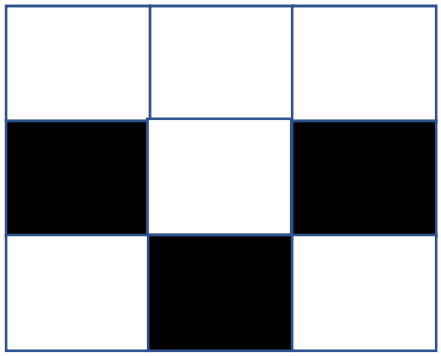
2.16. *DS = [(3.2, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 2.3)]



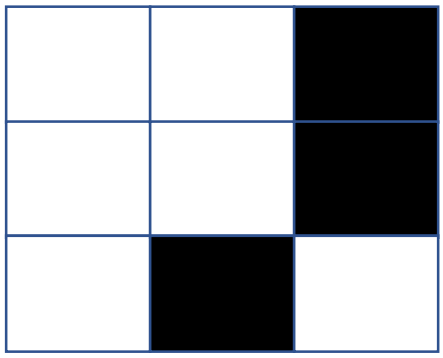


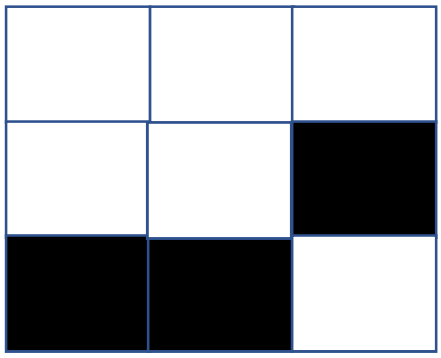
2.17. *DS = [(3.2, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 2.3)]



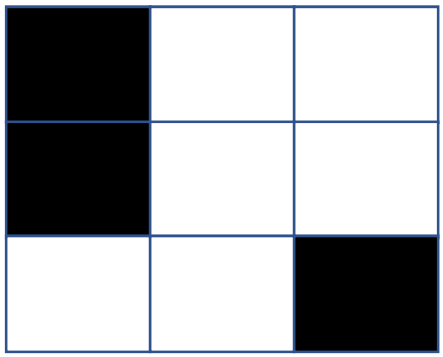


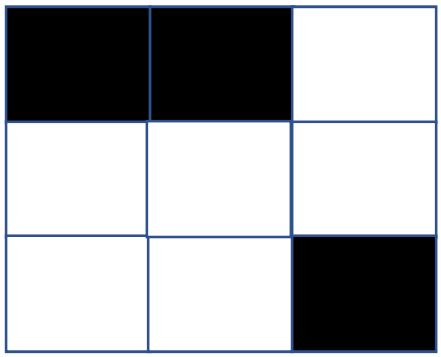
2.18. DS = [(3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3)]



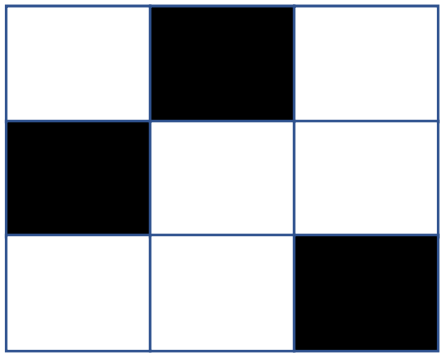


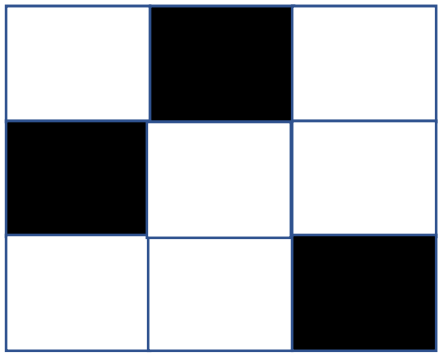
2.19. *DS = [(3.3, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 3.3)]



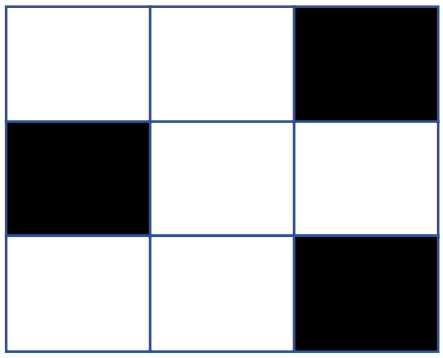


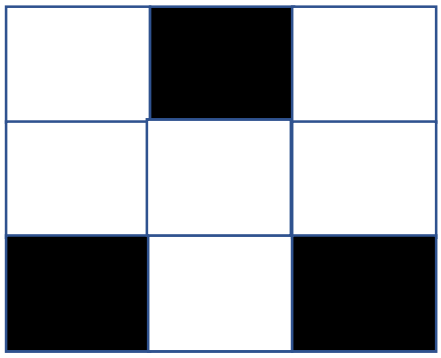
2.20. *DS = [(3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)]



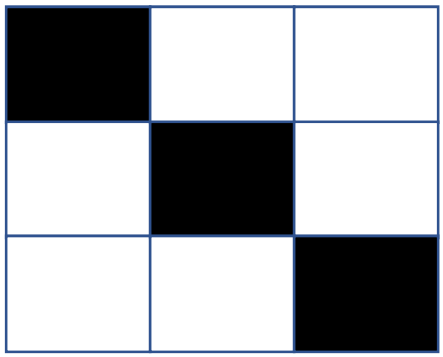


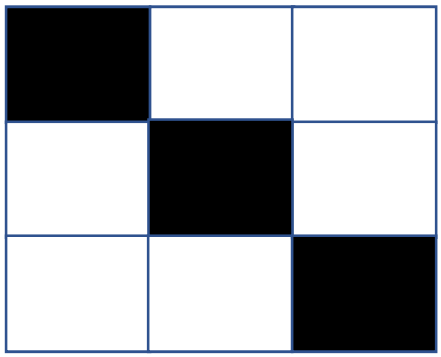
2.21. *DS = [(3.3, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 3.3)]



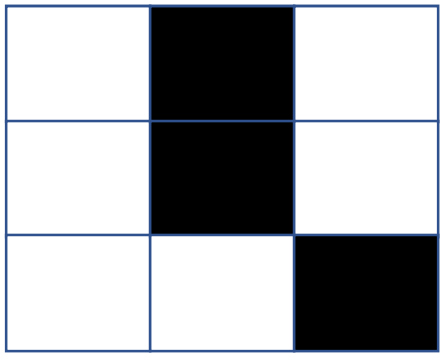


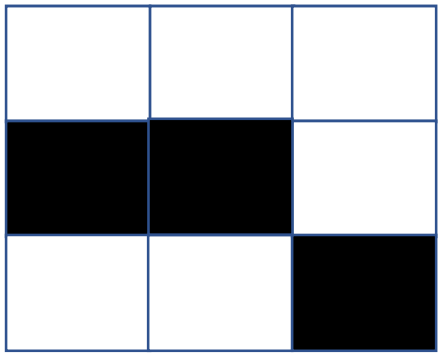
2.22. *DS = [(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)]



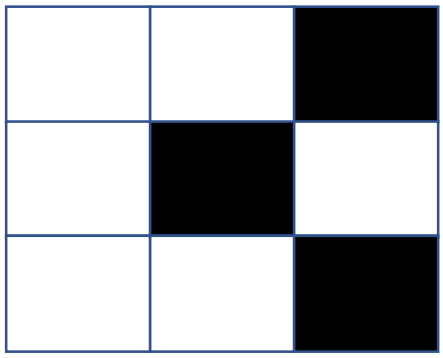


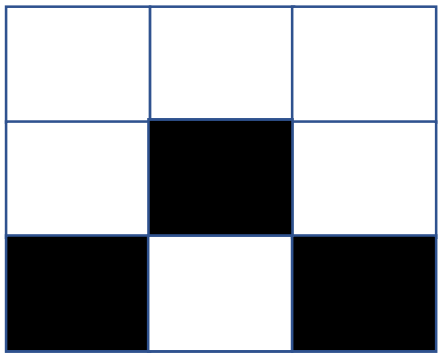
2.23. *DS = [(3.3, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 3.3)]



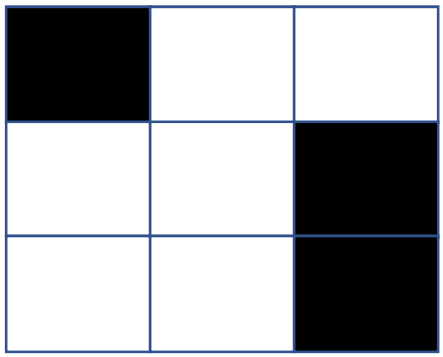


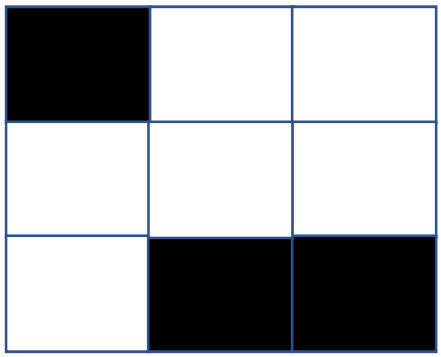
2.24. *DS = [(3.3, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 3.3)]



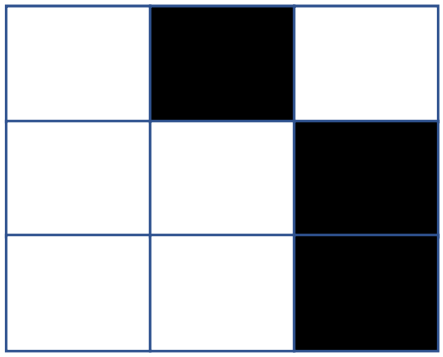


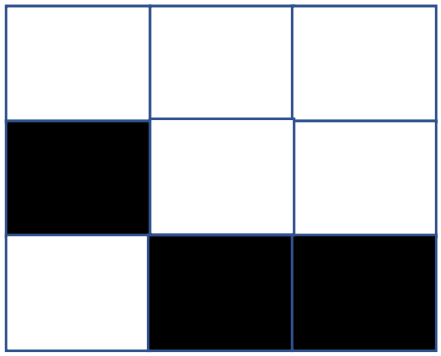
2.25. *DS = [(3.3, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 3.3)]



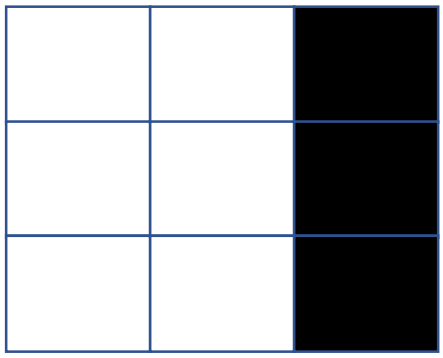


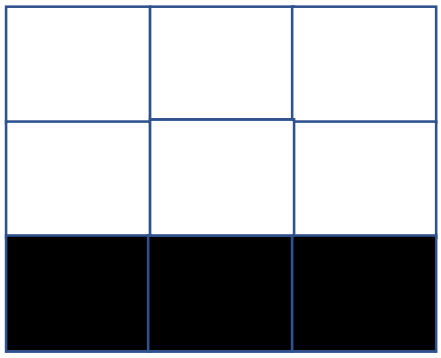
2.26. *DS = [(3.3, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 3.3)]





2.27. DS = [(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)]





Von besonderem Interesse sind natürlich die selbstdualen Matrizen der Nrn. 6, *16, *20 und *22.

Literatur

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Nachbarschaften regulärer und irregulärer semiotischer Systeme und ihrer Umgebungen

1. Diese Untersuchung schließt unmittelbar an Toth (2013a) an. Wie bereits in Toth (2013b) ausgeführt, korrespondiert der systemtheoretische Umgebungsoperator U mit dem semiotischen Dualisationsoperator (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.), für den bekanntlich gilt

$\times(\mathrm{ZTh}) = \mathrm{RTh}$

$\times(\mathrm{RTh}) = \mathrm{ZTh}$

und also

$\times\times(\mathrm{ZTh}) = \mathrm{RTh}$.

Für den in Toth (2013c) eingeführten Nachbarschaftsoperator N gilt somit, daß er in den beiden folgenden Formen auftreten kann

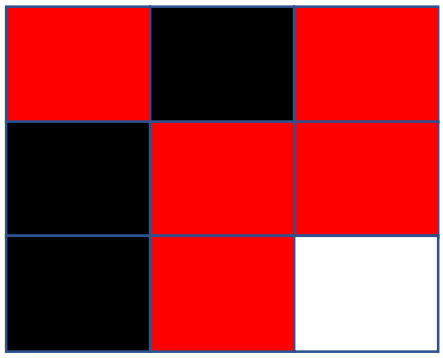
$\mathrm{N}(\mathrm{ZTh}) = \mathrm{N}(\times(\mathrm{RTh}))$

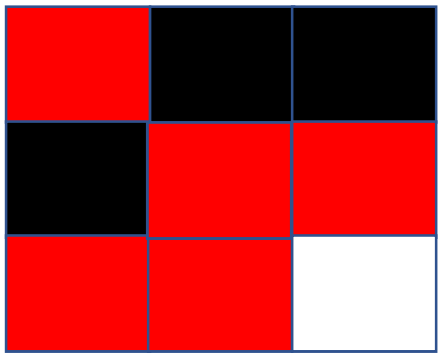
$\mathrm{N}(\mathrm{RTh}) = \mathrm{N}(\times(\mathrm{ZTh}))$.

In den folgenden Matrizen werden die semiotischen Subrelationen der regulären und irregulären Dualsysteme schwarz und ihre Nachbarschaften rot markiert. Irreguläre Dualsysteme sind wiederum durch Asterisk gekennzeichnet.

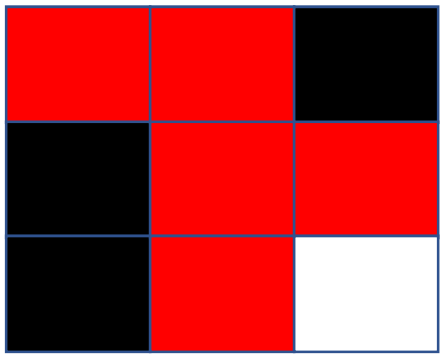
2.1. DS = [(3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)]

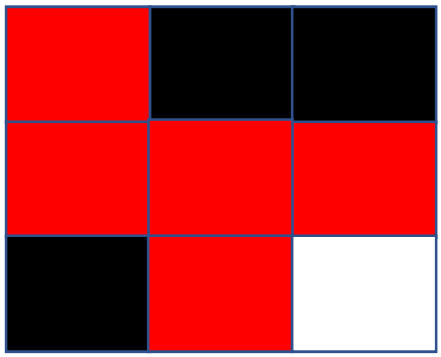
2.2. DS = [(3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)]



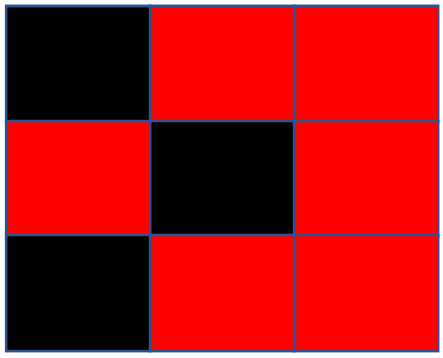


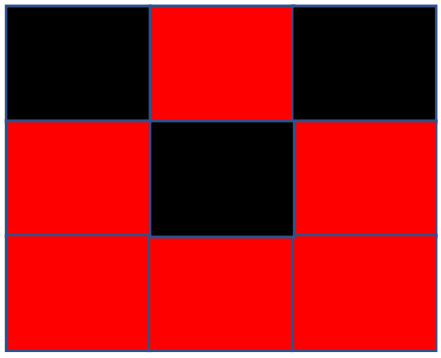
2.3. DS = [(3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)]



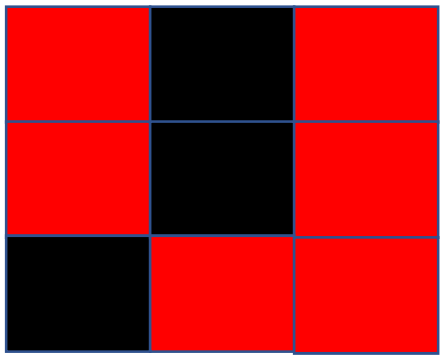


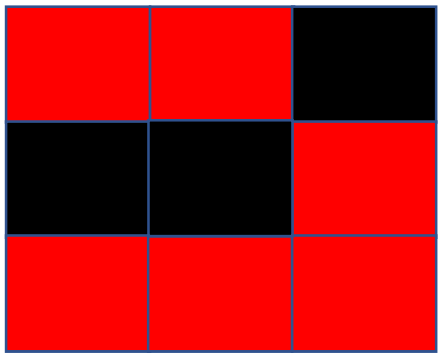
2.4. *DS = [(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)]



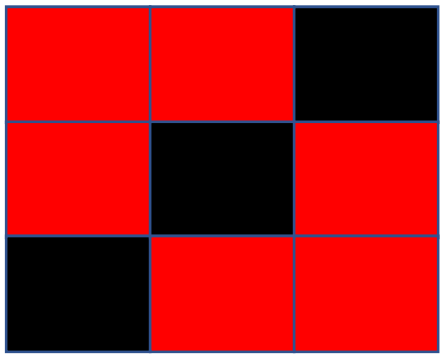


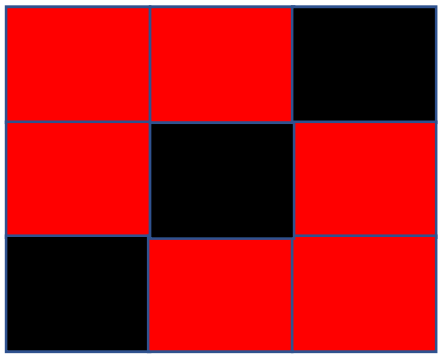
2.5. DS = [(3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)]



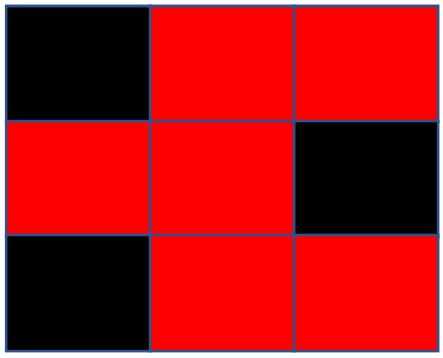


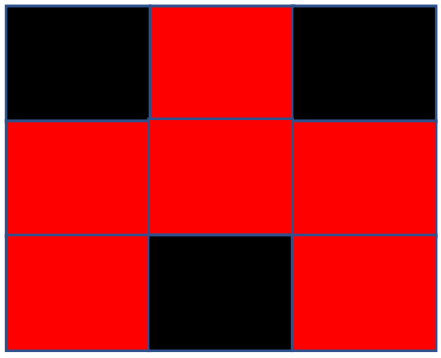
2.6. DS = [(3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)]



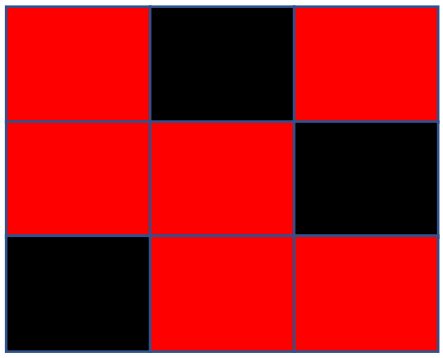


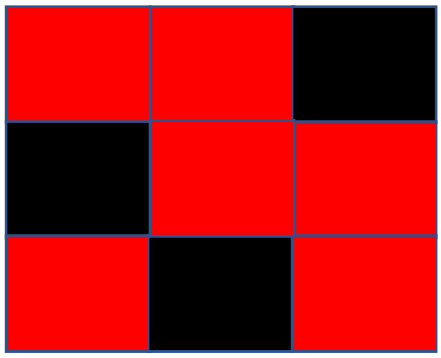
2.7. *DS = [(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)]



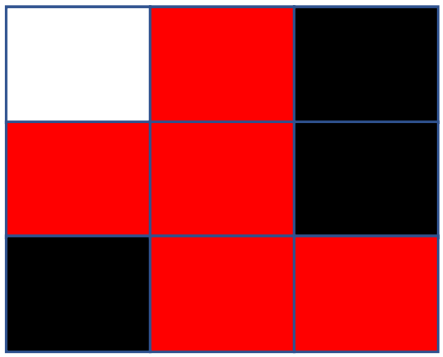


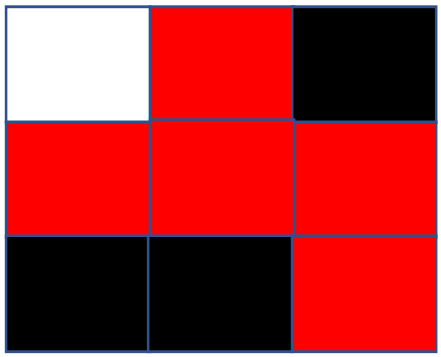
2.8. *DS = [(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)]



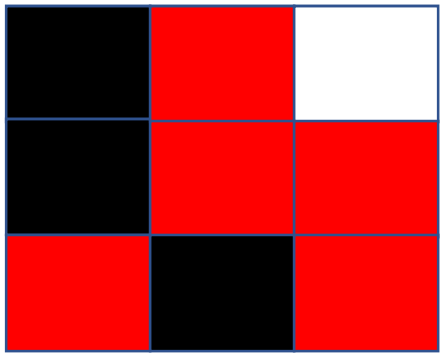


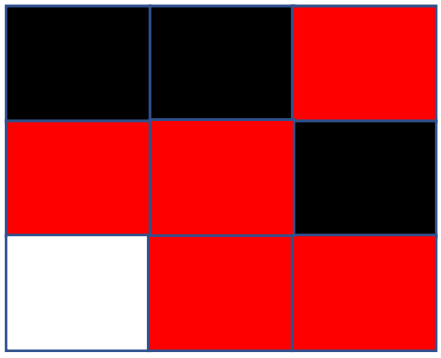
2.9. DS = [(3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3)]



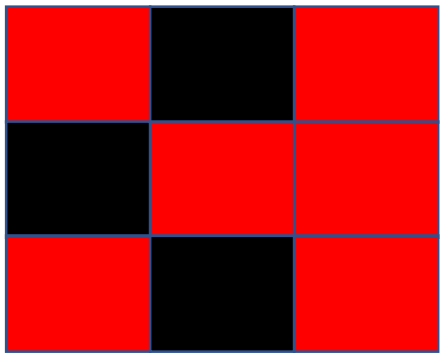


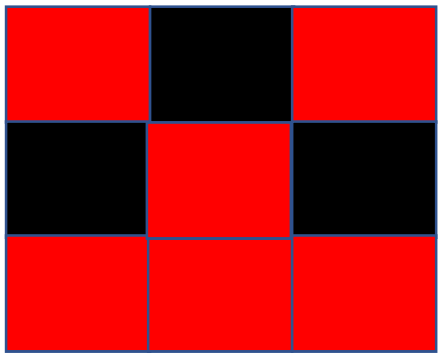
2.10. *DS = [(3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3)]



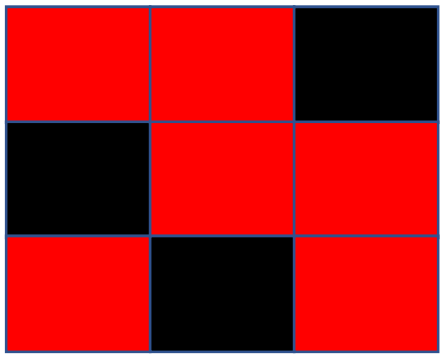


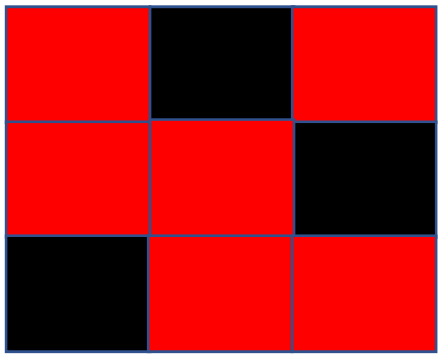
2.11. *DS = [(3.2, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 2.3)]



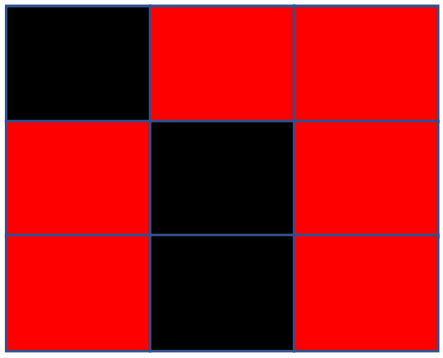


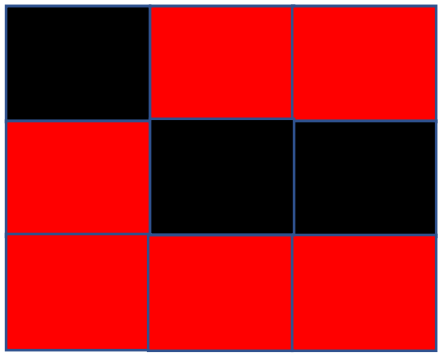
2.12. *DS = [(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)]



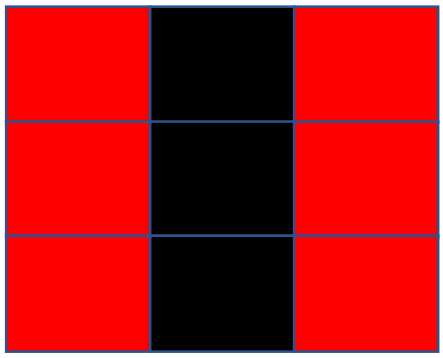


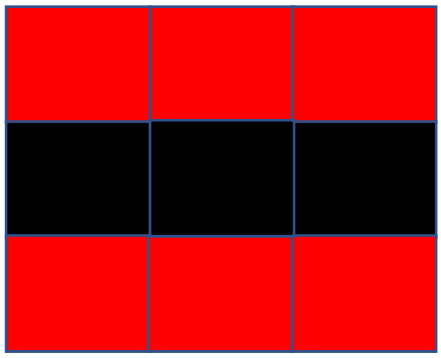
2.13. *DS = [(3.2, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 2.3)]



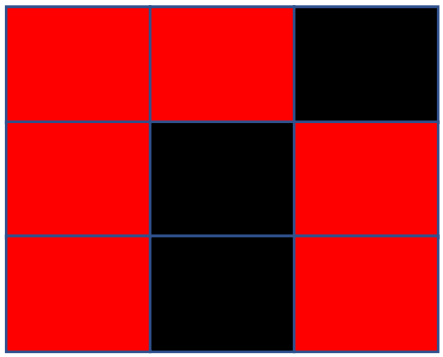


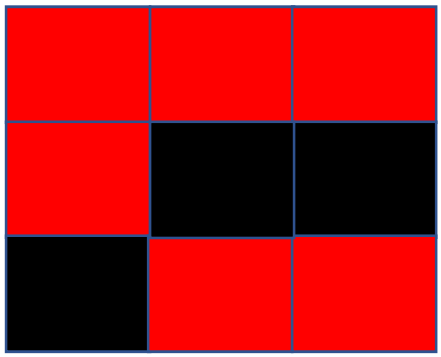
2.14. DS = [(3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3)]



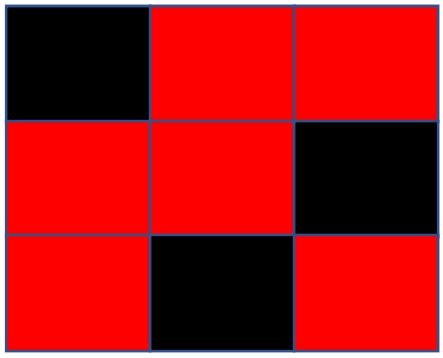


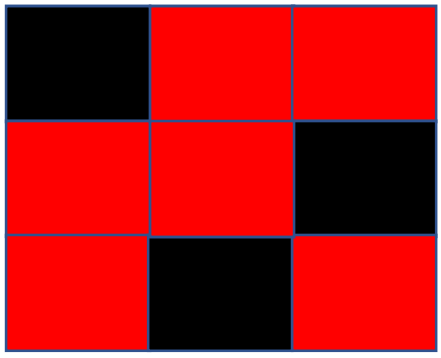
2.15. DS = [(3.2, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 2.3)]



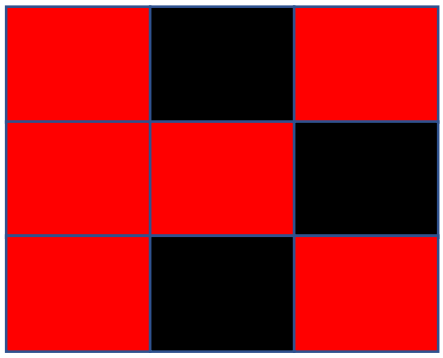


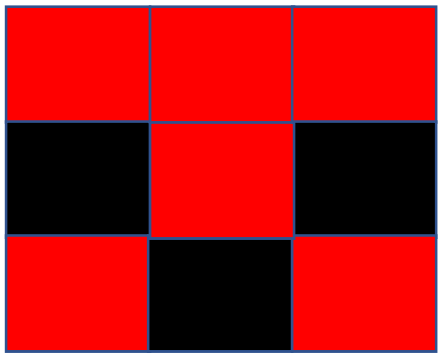
2.16. *DS = [(3.2, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 2.3)]



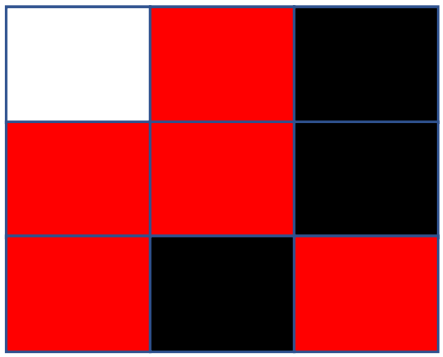


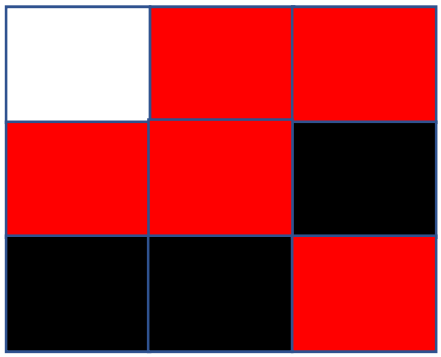
2.17. *DS = [(3.2, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 2.3)]



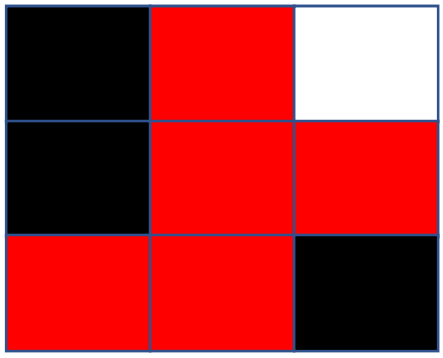


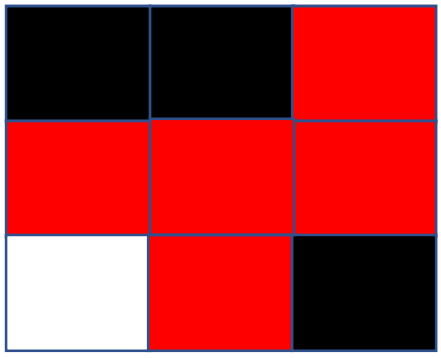
2.18. DS = [(3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3)]



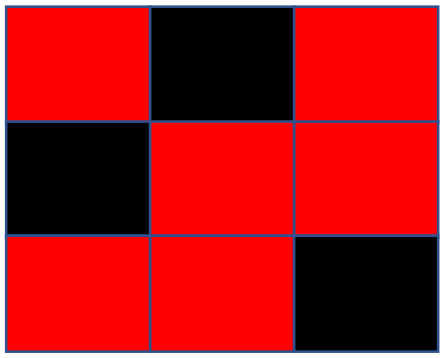


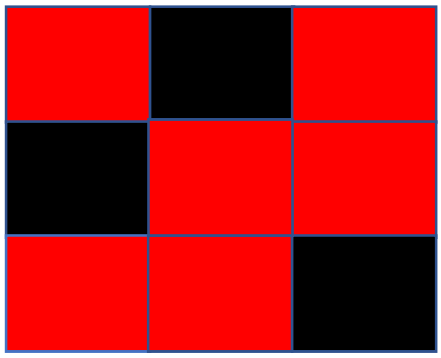
2.19. *DS = [(3.3, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 3.3)]



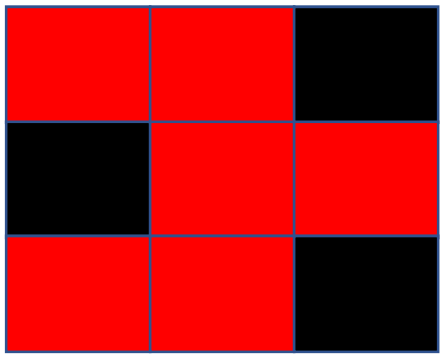


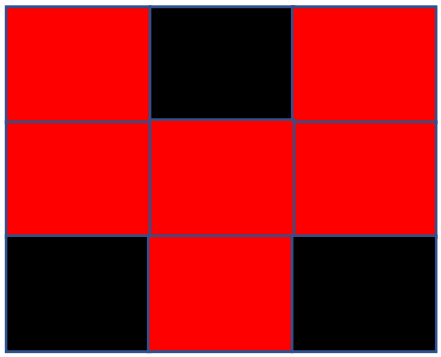
2.20. *DS = [(3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)]



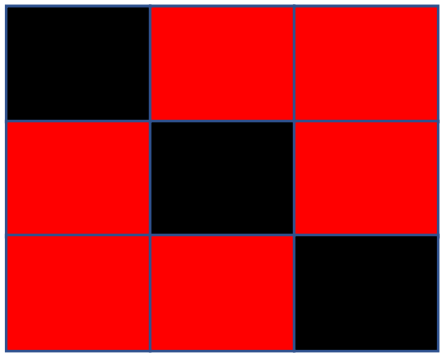


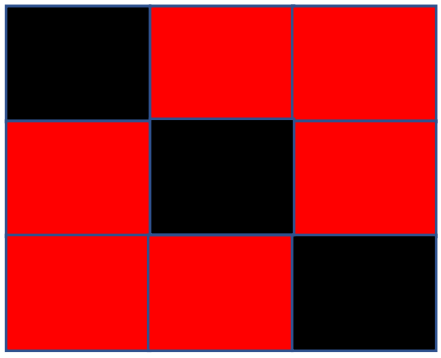
2.21. *DS = [(3.3, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 3.3)]



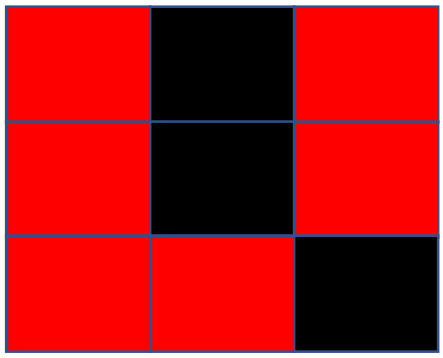


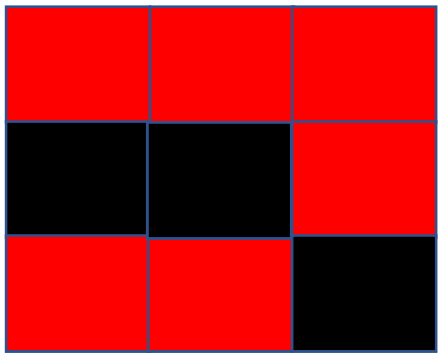
2.22. *DS = [(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)]



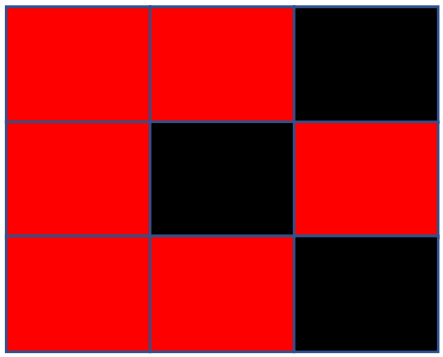


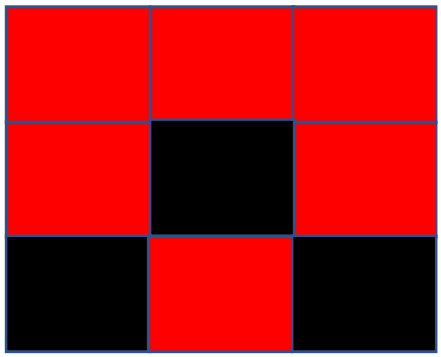
2.23. *DS = [(3.3, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 3.3)]



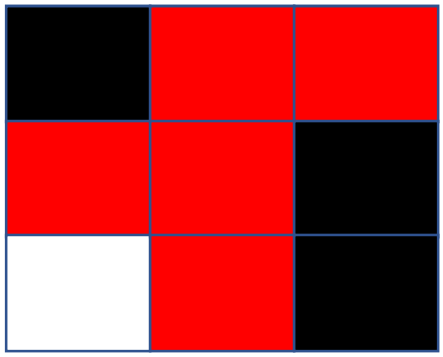


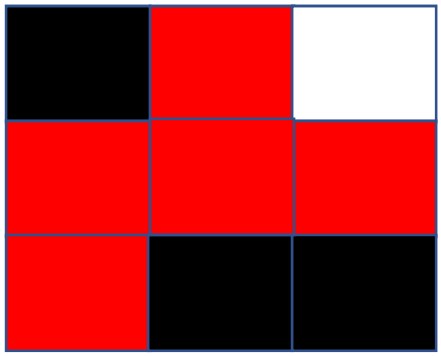
2.24. *DS = [(3.3, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 3.3)]



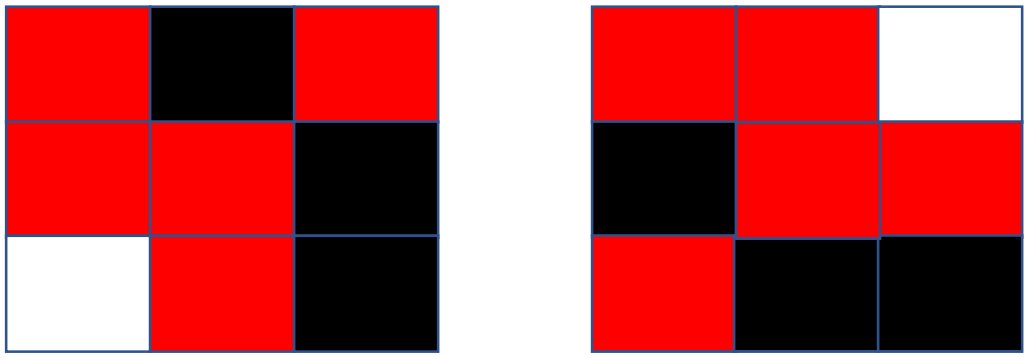


2.25. *DS = [(3.3, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 3.3)]

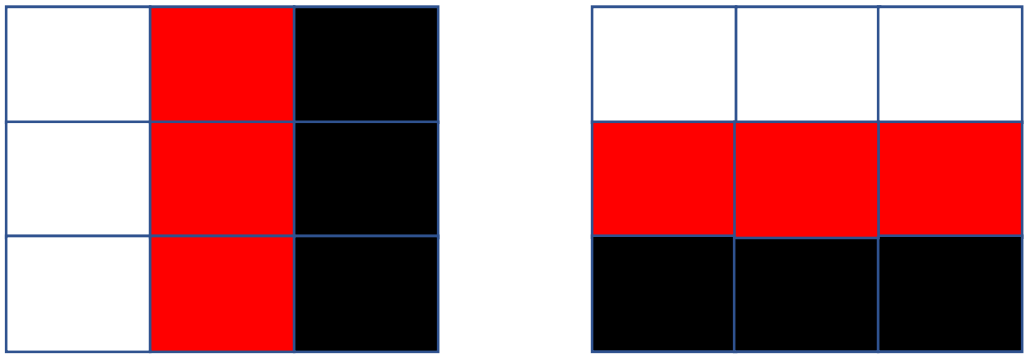




2.26. *DS = [(3.3, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 3.3)]



2.27. DS = [(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)]



Wie man erkennt, gibt es in kleinen semiotischen Matrizen genau 3 Typen semiotischer Nachbarschaften, nämlich solche mit 0, 1 und 3 nichttrivialen Umgebungen von Nachbarschaften. 3 Umgebungen von Nachbarschaften weisen nur die 3 linearen semiotischen Relationen, die sog. Hauptzeichenklassen, auf. Von besonderem Interesse ist der Typus der semiotischen Relationen mit jeweils 1 nichttrivialen Umgebung von Nachbarschaften, denn er findet sich nur bei solchen Dualsystemen, die in ihren Trichotomien entweder verdoppelte Erst- oder Drittheit aufweisen. Bei diesen finden sich nämlich jeweils zwei Einträge für die entsprechenden Subrelationen entweder am linken oder am rechten Rand der Matrizen. Hier liegt ein noch genauer zu untersuchendes semiotisch-systemtheoretisch-topologisches Gesetz vor.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Strukturen regulärer und irregulärer Dualsysteme über der kleinen semiotischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Die Struktur der Umgebungstypen von Paaren dyadischer Subrelationen in der großen semiotischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

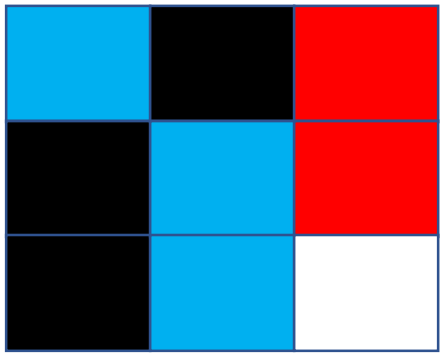
Toth, Alfred, Semiotische Grenzen, Ränder, Umgebungen und Nachbarschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013c

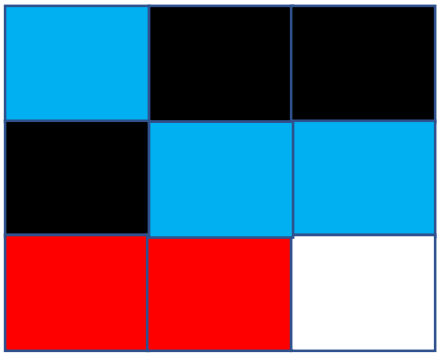
Matrixstrukturen mehrfacher semiotischer Nachbarschaften

1. Bei den in Toth (2013a, b) aufgezeigten Umgebungen und Nachbarschaften regulärer und irregulärer semiotischer Dualsysteme über der kleinen Matrix teilen sich die Matrixeinträge für Nachbarschaftsrelationen in solche mit einfachen und in solche mit mehrfachen, d.h. doppelten und dreifachen, Belegungen für Nachbarschaften. Diese werden in den folgenden Matrizen blau markiert, während die Belegungen für die Subrelationen der Dualsysteme wie bisher schwarz und diejenigen ihrer Nachbarschaften rot markiert werden.

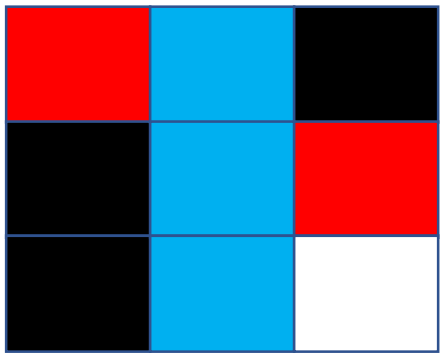
2.1. DS = [(3.1, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 1.3)]

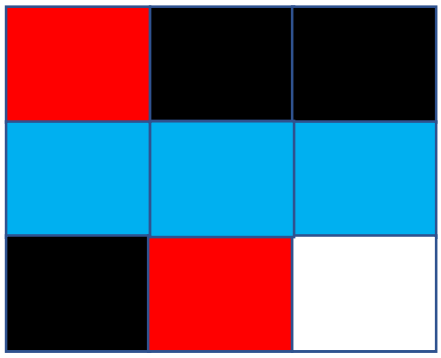
2.2. DS = [(3.1, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 1.3)]



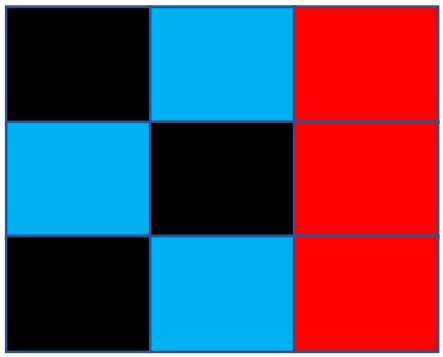


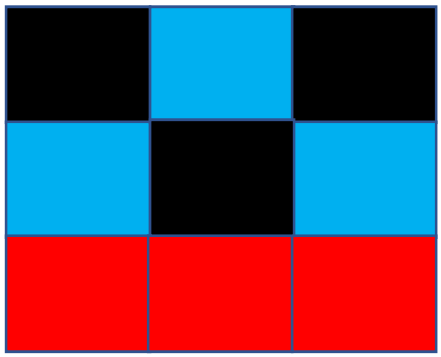
2.3. DS = [(3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)]



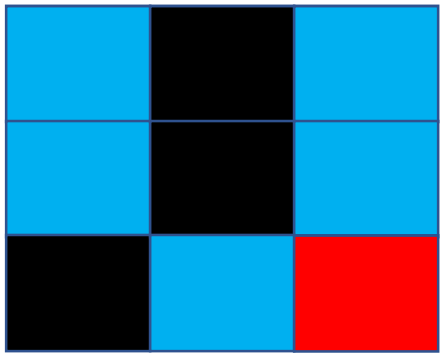


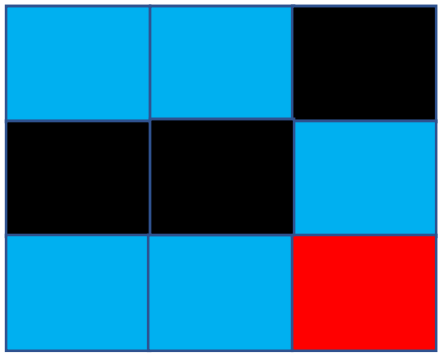
2.4. *DS = [(3.1, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 1.3)]



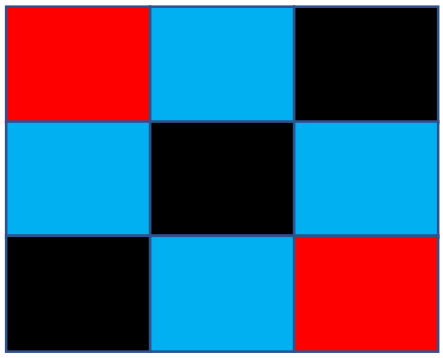


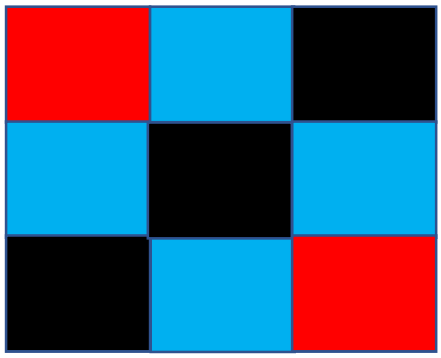
2.5. DS = [(3.1, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 1.3)]



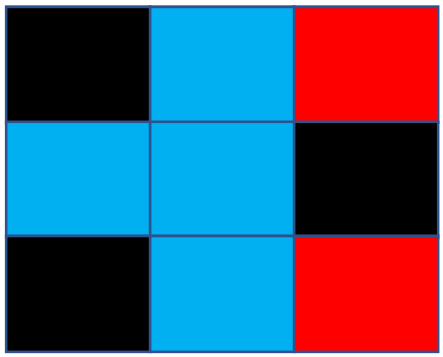


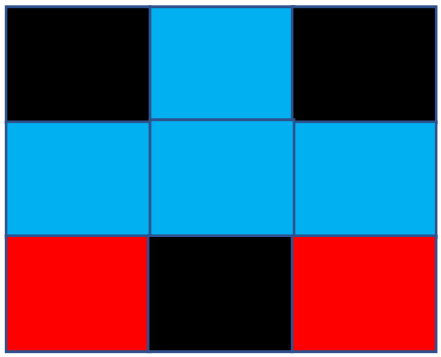
2.6. DS = [(3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)]



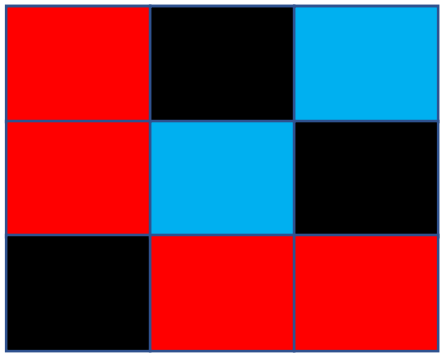


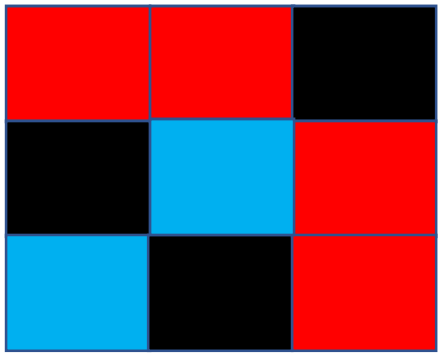
2.7. *DS = [(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)]



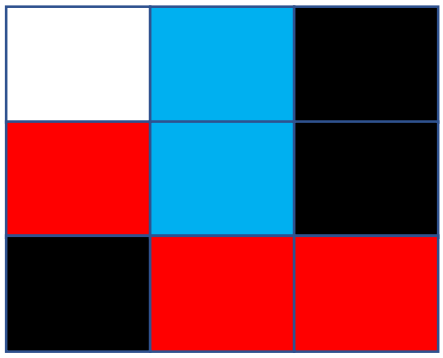


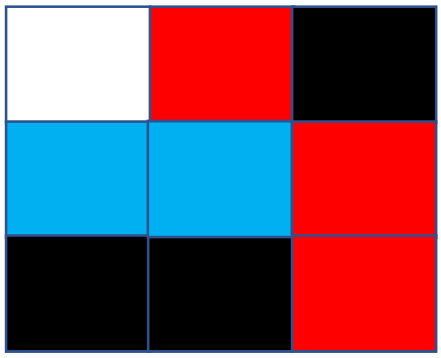
2.8. *DS = [(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)]



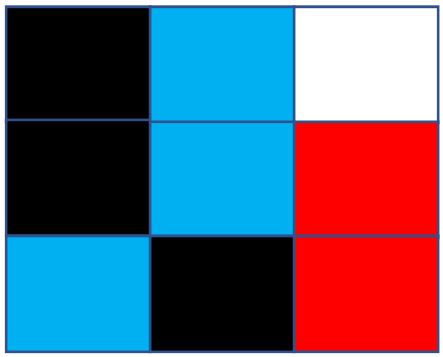


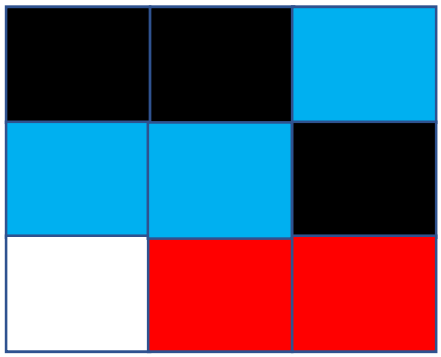
2.9. DS = [(3.1, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 1.3)]



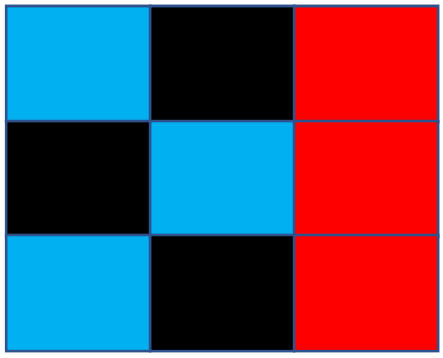


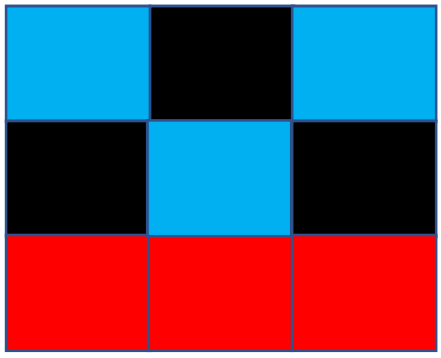
2.10. *DS = [(3.2, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 2.3)]



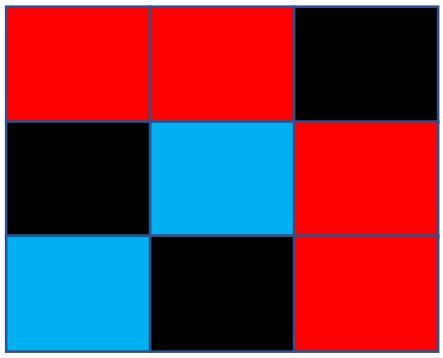


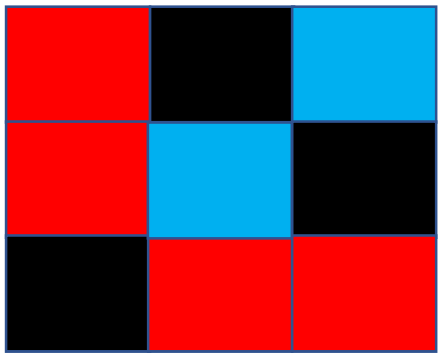
2.11. *DS = [(3.2, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 2.3)]



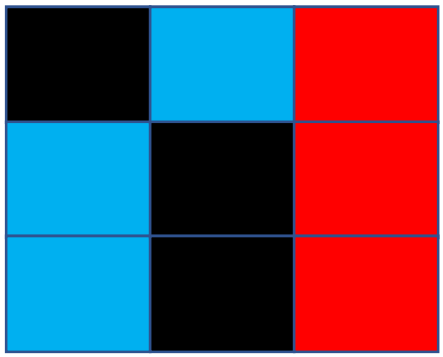


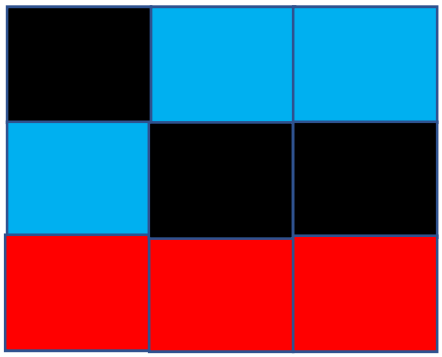
2.12. *DS = [(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)]



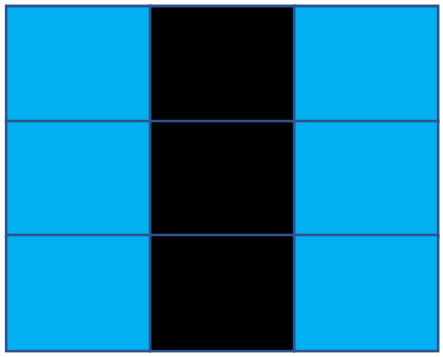


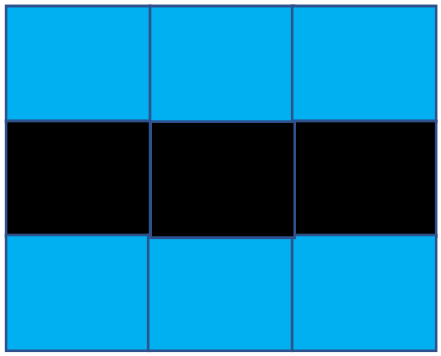
2.13. *DS = [(3.2, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 2.3)]



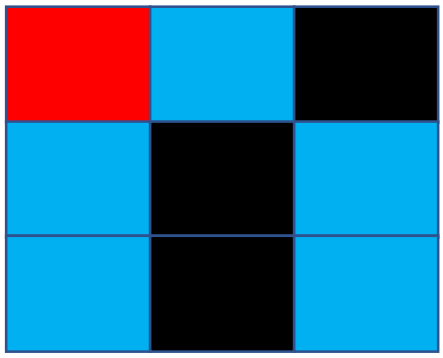


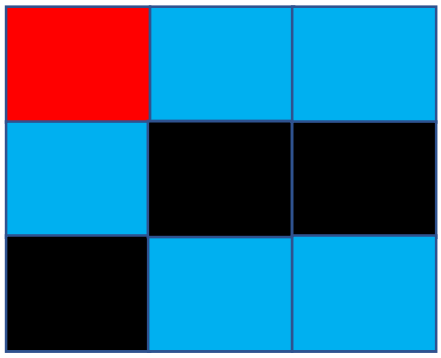
2.14. DS = [(3.2, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 2.3)]



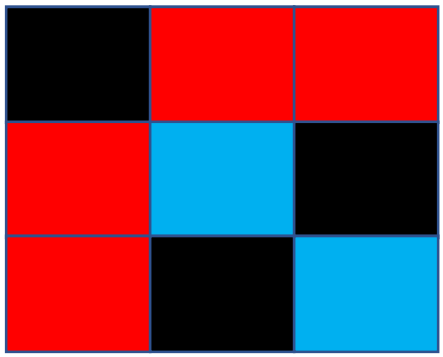


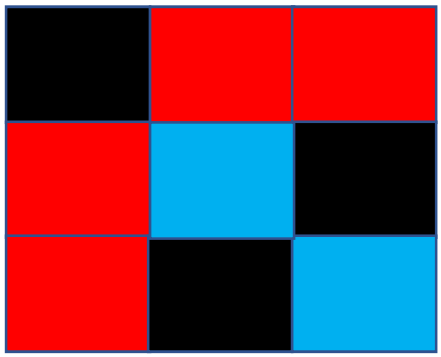
2.15. DS = [(3.2, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 2.3)]



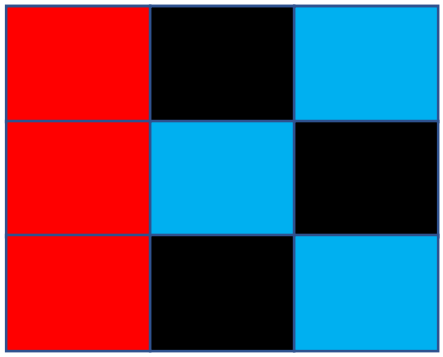


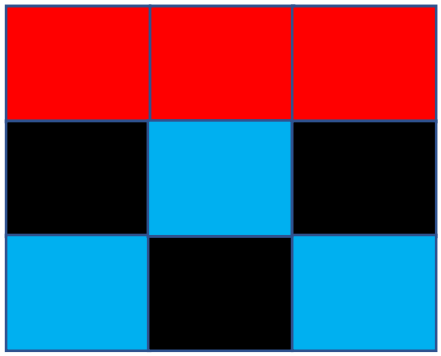
2.16. *DS = [(3.2, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 2.3)]



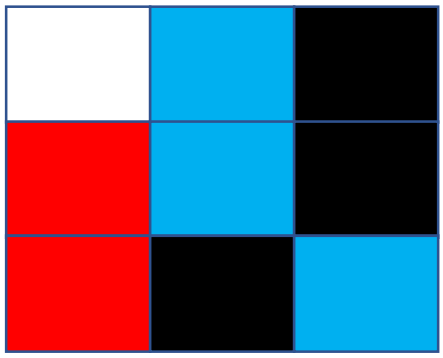


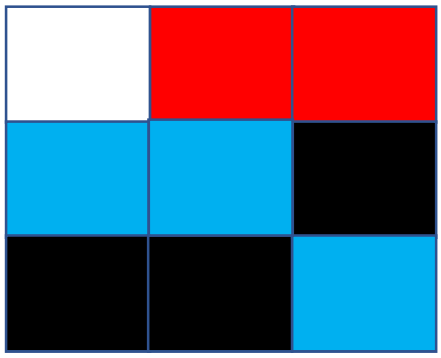
2.17. *DS = [(3.2, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 2.3)]



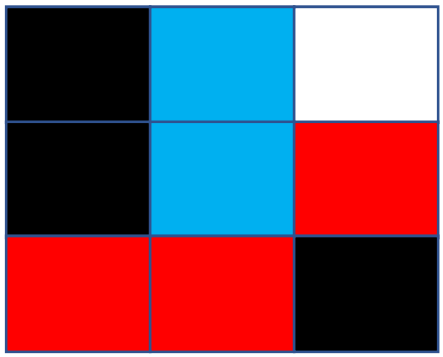


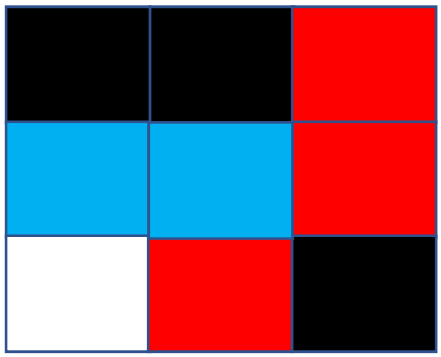
2.18. DS = [(3.2, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 2.3)]



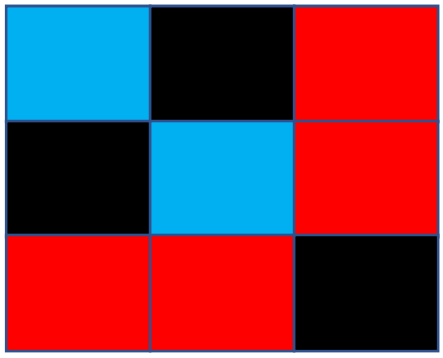


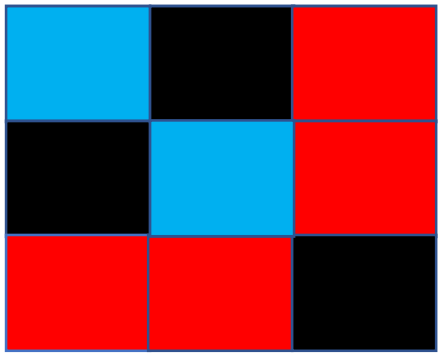
2.19. *DS = [(3.3, 2.1, 1.1) × (1.1, 1.2, 3.3)]



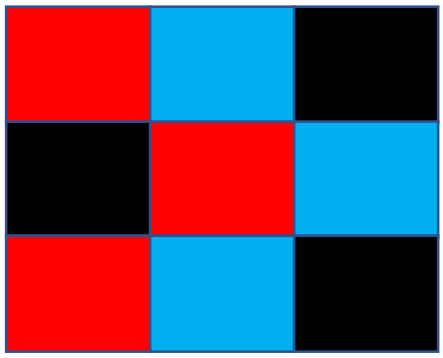


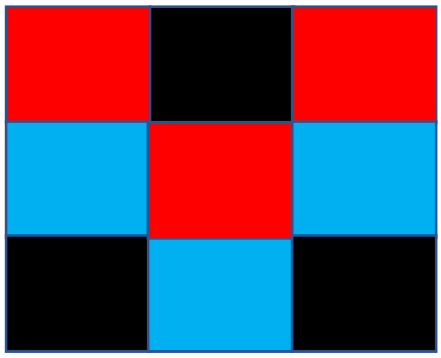
2.20. *DS = [(3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)]



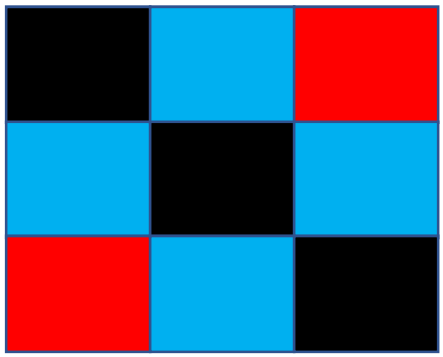


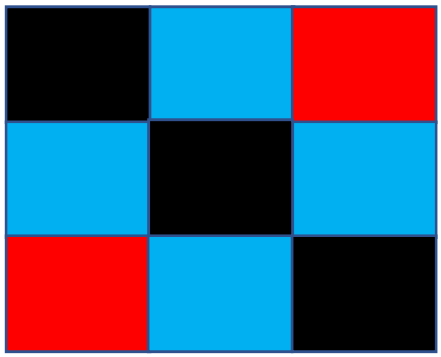
2.21. *DS = [(3.3, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 3.3)]



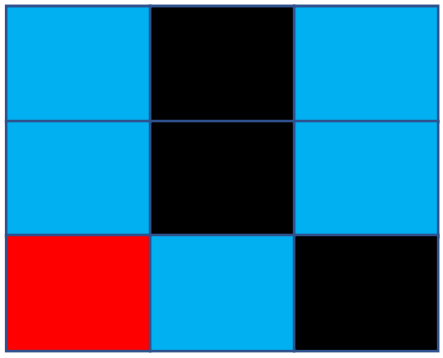


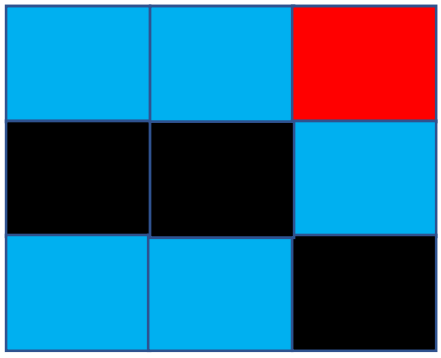
2.22. *DS = [(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)]



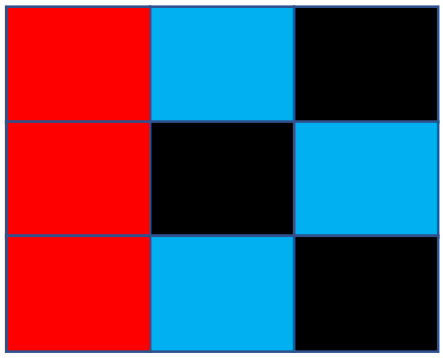


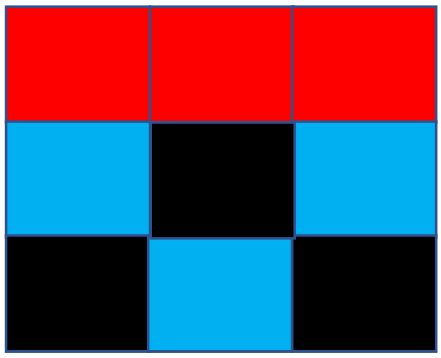
2.23. *DS = [(3.3, 2.2, 1.2) × (2.1, 2.2, 3.3)]



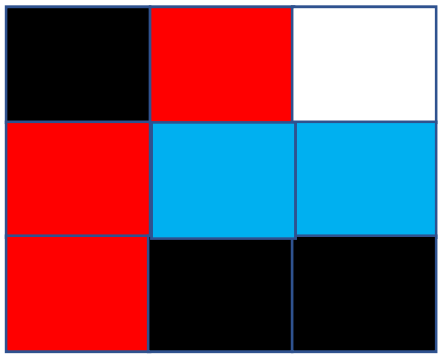


2.24. *DS = [(3.3, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 3.3)]

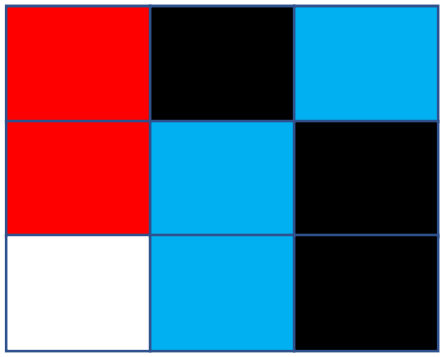


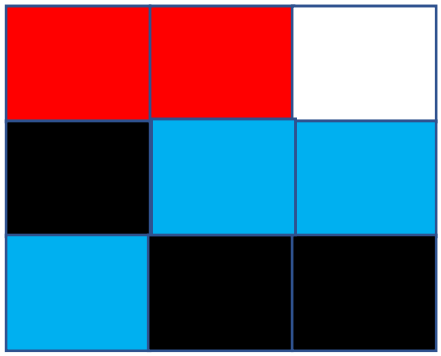


2.25. *DS = [(3.3, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 3.3)]

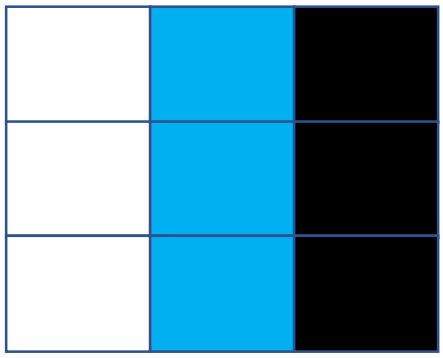


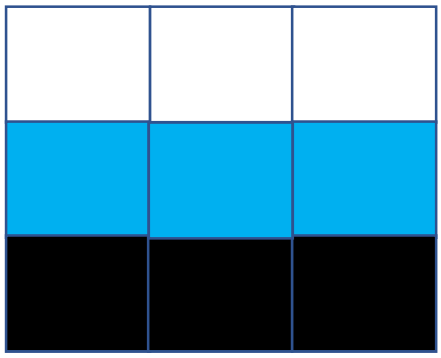
2.26. *DS = [(3.3, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 3.3)]





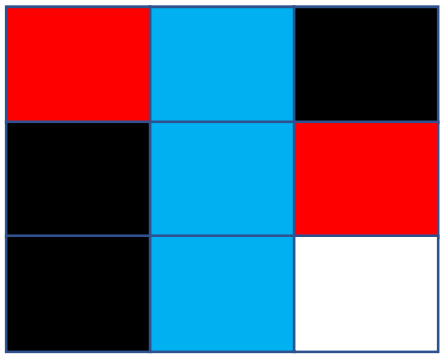
2.27. DS = [(3.3, 2.3, 1.3) × (3.1, 3.2, 3.3)]

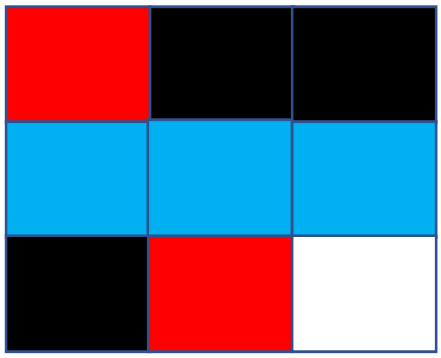




Ausschließlich mehrfache Nachbarschaften weisen also nur die Matrizen für die sog. Hauptzeichenklassen auf. Nur die 2. Hauptzeichenklasse des realitätsthematischen Vollständigen Objektes weist eine leere Menge von Umgebungen ihrer Nachbarschaften auf. Die Anzahl mehrfach besetzter Nachbarschaftseinträge in den Matrizen kann 1, 2, 3, 4 oder 5 sein, d.h. es werden sämtliche Möglichkeiten der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation ausgeschöpft. Zum besseren Verständnis betrachte man en détail

2.3. DS = [(3.1, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 1.3)]





Es sind

(1.2) = N(2.1, 1.3)

(2.2) = N(2.1, 1.3) (1.1) = N(2.1)

(3.2) = N(2.1, 3.1) (2.3) = N(1.3) (3.3) = N(Ø).

Literatur

Toth, Alfred, Strukturen regulärer und irregulärer Dualsysteme über der kleinen semiotischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013a

Toth, Alfred, Nachbarschaften regulärer und irregulärer semiotischer Systeme und ihrer Umgebungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013b

Formales System der Metaobjektivation

1. Wir gehen aus von den Definitionen von Zeichen (Z) und Objekten (O) (vgl. Toth 2014a-c)

$Z = (1, 2, 3)$

$O = (A, B, \Gamma)$.

Wegen $(Z \cong O)$ gilt ferner vermöge Bense (1979, S. 53, 67)

$(1, (2, (3))) \cong (A, (B, (\Gamma)))$,

und daraus folgt die Isomorphie der ontischen und der semiotischen Matrize

	.α	.β	.γ
α.	α.α	α.β	α.γ
β.	β.α	β.β	β.γ
γ.	γ.α	γ.β	γ.γ .

$\cong$

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3 .

Ferner können wir die semiotischen Operationen wie folgt redefinieren

$[1.1] =: \equiv_1$ $\quad [2.1] =: \leftarrow_{12}$ $\quad [3.1] =: \leftarrow_{13}$

$[1.2] =: \leftarrow_{21}$ $\quad [2.2] =: \equiv_2$ $\quad [3.2] =: \leftarrow_{23}$

$[1.3] =: \leftarrow_{31}$ $\quad [2.3] =: \leftarrow_{32}$ $\quad [3.3] =: \equiv_3$.

Im folgenden sei ein zweistufiges Reduktionssystem in Form von semiotisch-ontischen Transformationen präsentiert, das dazu dient, die erkenntnistheoretische Distanz von Zeichen und Objekten zu minimieren. Man wird eine gewisse Nähe zum Gedanken der algebraischen Kategorie bemerken.

2.1. Abbildungen von Zeichen auf Objekte

μ_1: $[[3, 1], [2, 1], [1, 1]] \rightarrow [[\gamma, \alpha], [\beta, \alpha], [\alpha, \alpha]]$

μ_2: $[[3, 1], [2, 1], [1, 2]] \rightarrow [[\gamma, \alpha], [\beta, \alpha], [\alpha, \beta]]$

μ_3: $[[3, 1], [2, 1], [1, 3]] \rightarrow [[\gamma, \alpha], [\beta, \alpha], [\alpha, \gamma]]$

μ_4: $[[3, 1], [2, 2], [1, 2]] \rightarrow [[\gamma, \alpha], [\beta, \beta], [\alpha, \beta]]$

μ_5: [[3, 1], [2, 2], [1, 3]] → [[γ, α], [β, β], [α, γ]]

μ_6: [[3, 1], [2, 3], [1, 3]] → [[γ, α], [β, γ], [α, γ]]

μ_7: [[3, 2], [2, 2], [1, 2]] → [[γ, β], [β, β], [α, β]]

μ_8: [[3, 2], [2, 2], [1, 3]] → [[γ, β], [β, β], [α, γ]]

μ_9: [[3, 2], [2, 3], [1, 3]] → [[γ, β], [β, γ], [α, γ]]

μ_{10}: [[3, 3], [2, 3], [1, 3]] → [[γ, γ], [β, γ], [α, γ]]

2.2. Elimination der Differenz von Subzeichen und Subobjekten

μ_1: $[1_3, 1_2, 1_1]$ → $[\alpha_\gamma, \alpha_\beta, \alpha_\alpha]$

μ_2: $[1_3, 1_2, 2_1]$ → $[\alpha_\gamma, \alpha_\beta, \beta_\alpha]$

μ_3: $[1_3, 1_2, 3_1]$ → $[\alpha_\gamma, \alpha_\beta, \gamma_\alpha]$

μ_4: $[1_3, 2_2, 2_1$ → $[\alpha_\gamma, \beta_\beta, \beta_\alpha]$

μ_5: $[1_3, 2_2, 3_1]$ → $[\alpha_\gamma, \beta_\beta, \gamma_\alpha]$

μ_6: $[1_3,3_2, 3_1]$ → $[\alpha_\gamma, \gamma_\beta, \gamma_\alpha]$

μ_7: $[2_3, 2_2, 2_1]$ → $[\beta_\gamma, \beta_\beta, \beta_\alpha]$

μ_8: $[2_3, 2_2, 3_1]$ → $[\beta_\gamma, \beta_\beta, \gamma_\alpha]$

μ_9: $[2_3, 3_2, 3_1]$ → $[\beta_\gamma, \gamma_\beta, \gamma_\alpha]$

μ_{10}: $[3_3, 3_2, 3_1]$ → $[\gamma_\gamma, \gamma_\beta, \gamma_\alpha]$

2.3. Reduktion auf ontisch-semiotische Operatoren

μ_1: [↤, ↤]

μ_2: [↤, ↦]

μ_3: [↤, ↦]

μ_4: [↦, ↤]

μ_5: [↦, ↦]

μ_6: [↦, ↤]

μ_7: [↤, ↤]

μ_8: $[\leftarrowtail, \leftarrowtail]$

μ_9: $[\leftarrowtail, \leftarrowtail]$

μ_{10}: $[\leftarrowtail, \leftarrowtail]$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Formale Objekttheorie I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Objekttransformationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Echte semiotische Obermengen

1. Wir definieren als semiotische Obermenge einer semiotischen Menge jede Menge, deren triadischer Wert höher und deren trichotomischer Wert gleich oder höher ist als derjenige der betreffenden Menge, zu der die Obermenge gebildet werden soll. Dadurch werden unechte, sich selbst enthaltende Obermengen ausgeschlossen.

2.1. Nicht-leere und leere Obermengen

Wie man anhand der folgenden Matrizen sieht, korrespondiert die Dualität semiotischer Relationen mit der Transpositionalität ihrer entsprechenden Matrizen.

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.2. Identische Obermengen bei Paaren von dyadischen Relationen

Gegeben sei ein Paar von dyadischen Relation ((a.b), (c.d)), dann ist (e.f) ⊃ ((a.b), (c.d)) gdw. e ≧ a und e ≧ c und f > b und f > d.

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.3. Nicht-kongruente und kongruente Obermengen

1.1.	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1.	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

1.1.	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

Da es unter den Paaren dyadischer Relationen ((a.b), (c.d)) mit a ≠ c und b ≠ d nur die obigen drei Fälle gibt, stellt lediglich der Interpretantenbezug eine automorphe Abbildung kongruenter semiotischer Obermengen dar.

Literatur

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. Tucson 2010

Leere und nicht-leere Ränder bei Zeichen-Komplexionen

1. Der Begriff der Komplexion ist der Ontik entlehnt (vgl. Toth 2014, m. weit. Lit.). Er ermöglicht es, eine systemtheoretische Eigenheit bei semiotischen Matrizen sichtbar zu machen, die bisher übersehen worden war.

2. Wir gehen aus von der Möglichkeit, die innerhalb der sog. kleinen semiotischen Matrix (vgl. Bense 1975) natürlich in der Form von Zeilen und Spalten angeordneten Subzeichen in eine lineare Ordnung zu bringen. Dies wird durch die von Bense (1971) eingeführten Operationen der generativen (>) und degenerativen (<) Semiosen ermöglicht. Damit bekommen wir

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

⇨

N_S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3).

Sobald also in der allgemeinen Form eines Subzeichen

S = <a.b> mit a, b ∈ {1, 2, 3}

der trichotomische Wert b (.b) = 3 erreicht ist, gilt für den triadischen Wert (a.) die Abbildung f: (a.) → (a. + 1).

3. Im folgenden zeigen wir lineare Fortsetzungen semiotischer Matrizen getrennt für Triaden und für Trichotomien.

3.1. Semiosisch-generative lineare Fortsetzungen

3.1.1. Triaden

1.1.	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3
1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3

3.1 3.2 3.3

3.1.2. Trichotomien

1.1. 1.2 1.3 2.1 2.2 2.3

2.1 2.2 2.3 3.1 3.2 3.3

3.1 3.2 3.3 1.1 1.2 1.3

3.1. Retrosemiosisch-degenerative lineare Fortsetzungen

3.1.1. Triaden

1.1. 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

2.1 2.2 2.3

1.1 1.2 1.3

3.1.2. Trichotomien

1.1.	1.2	1.3	1.2	1.1
2.1	2.2	2.3	2.2	2.1
3.1	3.2	3.3	3.2	3.1

4. Wir haben somit bei den semiosisch-generativen linearen Fortsetzungen leere Ränder, d.h. es gilt

$\mathcal{R}[N_S] = \emptyset$,

und bemerkenswerterweise weisen die triadischen Fortsetzungen lineare leere Ränder auf, die trichotomischen dagegen diagonale.

Hingegen weisen die retrosemiosisch-degenerativen linearen Fortsetzungen nicht-leere Ränder auf, d.h. es gilt

$\mathcal{R}[N_S] \neq \emptyset$,

und zwar deswegen, weil die Schnittmenge der Matrix und ihrer linearen Fortsetzung nicht-leer ist.

Literatur

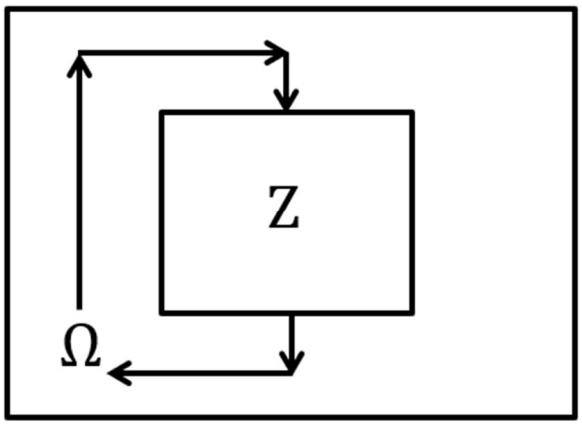
Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

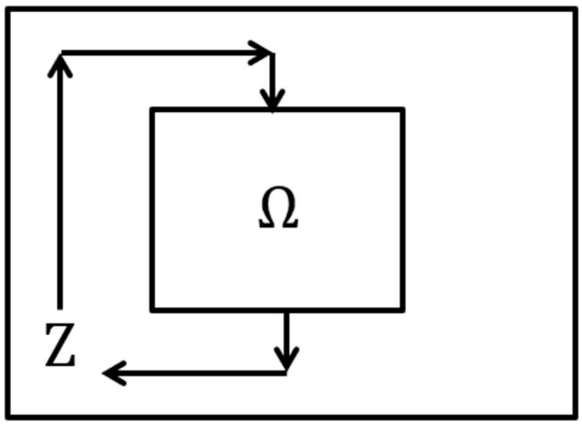
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Zur Einbettung der ontischen in die vorthetische Objektrelation

1. Die beiden nicht-klassischen Mealy-Automaten, die in Toth (2014a) für die alternative Einbettungen eines Objektes (Ω) in ein Zeichen (Z) angegeben worden waren,





setzen sog. inklusive Systemeinbettungen voraus (vgl. Toth 2014b), welche dem zweiten der beiden folgenden Paare präsemiotischer Matrizen korrespondieren, während das erste Paar die präsemiotischen Matrizen der "klassischen", nicht-inklusiven Systemeinbettungen zeigt.

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	1	2	3	0
1	1.1	1.2	1.3	1.0
2	2.1	2.2	2.3	2.0
3	3.1	3.2	3.3	3.0
0	0.1	0.2	0.3	0.0

	1	0	2	3
1	1.1	1.0	1.2	1.3
0	0.1	0.0	0.2	0.3
2	2.1	2.0	2.2	2.3
3	3.1	3.0	3.2	3.3

	1	2	0	3
1	1.1	1.2	1.0	1.3
2	2.1	2.2	2.0	2.3
0	0.1	0.2	0.0	0.3
3	3.1	3.2	3.0	3.3 .

Dennoch werden für beide Paare zueinander transpositioneller Matrizen die präsemiotisch-semiotischen Übergänge, d.h. die Transgressionen zwischen den von Bense (1975, S. 64 ff.) eingeführten disponiblen oder vorthetischen Objekten und den Zeichen durch ein und dasselbe trichotomische System vorthetischer Dualsysteme repräsentiert (vgl. Toth 2014c).

1. Vorthetisches Dualsystem

$D\mu_1$: $[(0.1) \rightarrow (1.1) \times (1.0) \rightarrow (1.1)]$

2. Vorthetisches Dualsystem

$D\mu_2$: $[(0.2) \rightarrow \{(1.2), (2.2)\} \times (2.0) \rightarrow \{(2.1), (2.2)\}]$

3. Vorthetisches Dualsystem

$D\mu_3$: $[(0.3) \rightarrow \{(1.3), (2.3), (3.3)\} \times (3.0) \rightarrow \{(3.1), (3.2), (3.3)\}]$.

2. Es stellt sich damit die Frage, wie die semiotische Relation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$Z = (M, (O, (I)))$

bzw. die folgende Menge präsemiotischer Relationen (vgl. Bense 1975, S.44, S. 45 ff., S. 64 ff.)

$V_1 = (O^0, (M, (O, (I))))$

$V_2 = (M, (O^0, (O, (I))))$

$V_3 = (M, (O, ((O^0, I))))$

in die in Toth (2014d) definierte Objektrelation

$\Omega = (\mathfrak{M}, L, K)$

(mit $\mathfrak{M}$ für Materialität, L für Lagerelationalität, K für Konnexität) in die Menge $\{V_i\}$ einzubetten ist. Zunächst ist daran zu erinnern, daß das vorthetische Objekt O^0 von Bense (1975, S. 44 u. 65) als 0-stellige Relation eingeführt wird und somit die Relationszahl R = 0 besitzt, während die drei semiotischen Subrelationen 1-, 2- und 3-stellig (d.h. monadisch, dyadisch und triadisch) sind, also die Relationszahlen R = 1, R = 2 und R = 3 besitzen. Da nur die semiotischen Subrelationen Kategorialzahlen besitzen und diese dieselben Werte wie die Relationszahlen haben, gilt somit wegen R = (0, 1, 2, 3) und K =

(1, 2, 3) die Teilmengenrelation $K \subset R$. Da somit nur Zeichen, nicht aber Präzeichen kategorial sind, ist O^0 relativ zu seiner Position innerhalb von Z frei, was natürlich die Menge $\{V_i\}$ erklärt. Wegen dieser Einbettungs-Arbitrarität von O^0 können wir die Positionsschemata von $\{V_i\}$ wie folgt darstellen, wobei wir uns auf V_i beschränken können.

$V_{11} = (\emptyset, O^0, (M, (O, (I))))$

$V_{12} = (O^0, \emptyset, (M, (O, (I))))$

$V_{13} = (O^0, (\emptyset, M, (O, (I))))$

$V_{14} = (O^0, (M, (\emptyset, O, (I))))$

$V_{15} = (O^0, (M, (O, \emptyset, (I))))$

$V_{16} = (O^0, (M, (O, (\emptyset, I))))$

$V_{17} = (O^0, (M, (O, (I, \emptyset))))$

$V_{18} = (O^0, (M, (O, (I), \emptyset)))$

$V_{19} = (O^0, (M, (O, (I)), \emptyset))$

$V_{20} = (O^0, (M, (O, (I))), \emptyset)$

Auf alle 20 Positionen, die $\{V_i\}$ bereithält, kann also $\Omega = (\mathfrak{M}, L, K)$ abgebildet werden. Da die kategoriale Ordnung von Ω, genau wie diejenige von Z, qua Isomorphie (vgl. Toth 2014e) konstant ist, bekommen wir, wiederum anhand von V_1 stellenvertretend für $\{V_i\}$ dargestellt, folgendes Schema ontisch-vorthetischer Einbettungen

$V_{11} = ((\mathfrak{M}, L, K), O^0, (M, (O, (I))))$

$V_{12} = (O^0, (\mathfrak{M}, L, K), (M, (O, (I))))$

$V_{13} = (O^0, ((\mathfrak{M}, L, K), M, (O, (I))))$

$V_{14} = (O^0, (M, ((\mathfrak{M}, L, K), O, (I))))$

$V_{15} = (O^0, (M, (O, (\mathfrak{M}, L, K), (I))))$

$V_{16} = (O^0, (M, (O, ((\mathfrak{M}, L, K), I))))$

$V_{17} = (O^0, (M, (O, (I, (\mathfrak{M}, L, K)))))$

$V_{18} = (O^0, (M, (O, (I), (\mathfrak{M}, L, K))))$

$V_{19} = (O^0, (M, (O, (I)), (\mathfrak{M}, L, K)))$

$V_{20} = (O^0, (M, (O, (I))), (\mathfrak{M}, L, K))$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Zur Kybernetik eingebetteter Dichotomien I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Konverse Systemeinbettungen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Vorthetische Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Ontik, Präsemiotik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige ontisch-semiotische Isomorphien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014e

Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen

1. In Toth (2014a) hatten wir folgende mengentheoretischen Relationen zwischen Objekten und disponiblen Objekten (vgl. Bense 1975, S. 44 u. 64 ff.) besprochen.

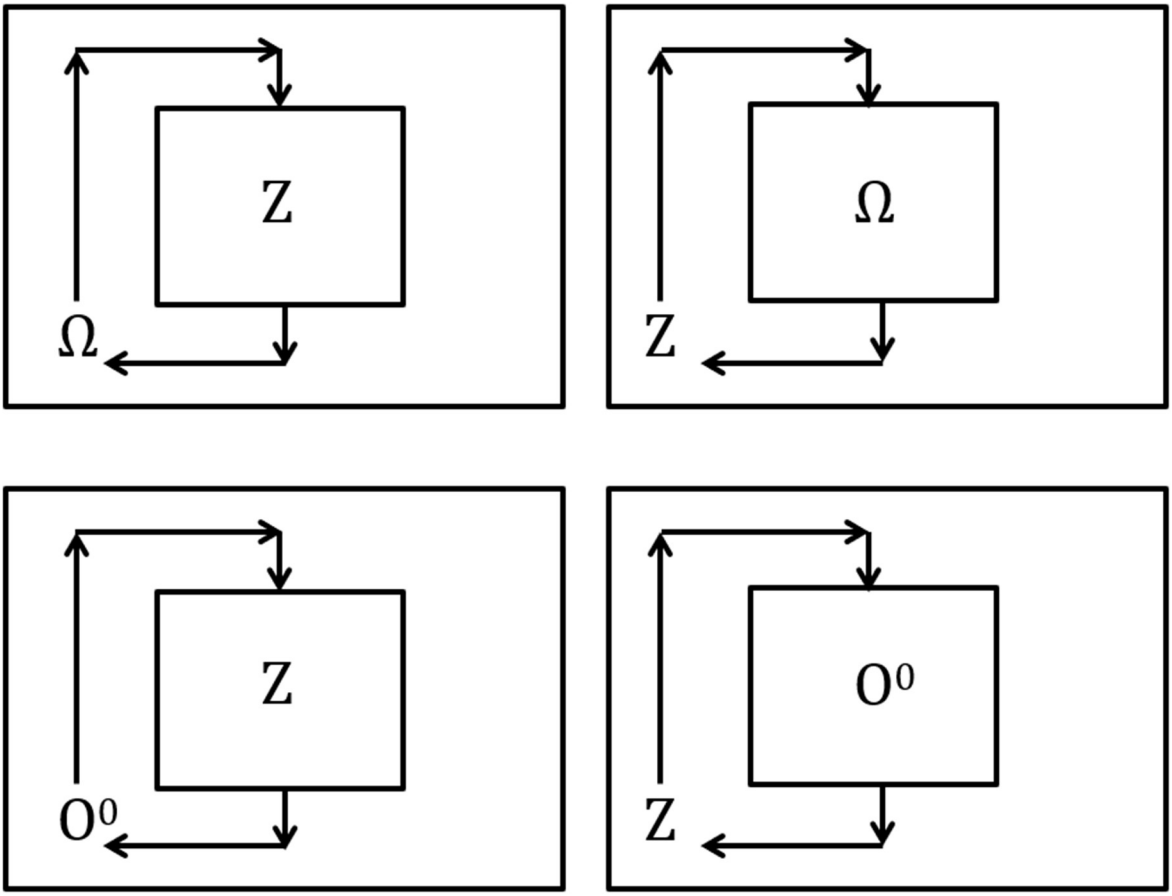
$\Omega = Z$ $\qquad$ $O^0 = Z$

$\Omega \subset Z$ $\qquad$ $O^0 \subset Z$

$\Omega \supset Z$ $\qquad$ $O^0 \supset Z$

$\Omega \neq Z$ $\qquad$ $O^0 \neq Z$

Die beiden inklusiven Paare unter diesen acht Relationen sind nach Toth (2014b) mit Hilfe der folgenden, nicht-klassischen Mealy-Automaten darstellbar.



2. Nicht nur die vier nicht-inklusiven, sondern auch die vier inklusiven Relationen zwischen Ω, O^0 und Z lassen sich mit Hilfe semiotischer Matrizen darstellen (vgl. Toth 2014c). Während die beiden folgenden Matrizen die nicht-inklusiven Teilrelationen in Form von kartesischen Produkten als Einträgen darstellen

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	1	2	3	0
1	1.1	1.2	1.3	1.0
2	2.1	2.2	2.3	2.0
3	3.1	3.2	3.3	3.0
0	0.1	0.2	0.3	0.0,

stellen die beiden nächsten Matrizen die inklusiven Relationen dar und zeigen das Ineinandergreifen von semiotischen und präsemiotischen Teilrelationen.

	1	0	2	3
1	1.1	1.0	1.2	1.3
0	0.1	0.0	0.2	0.3
2	2.1	2.0	2.2	2.3
3	3.1	3.0	3.2	3.3

	1	2	0	3
1	1.1	1.2	1.0	1.3
2	2.1	2.2	2.0	2.3
0	0.1	0.2	0.0	0.3
3	3.1	3.2	3.0	3.3 .

Dennoch werden für beide Paare der zueinander transpositionellen Matrizen die präsemiotisch-semiotischen Übergänge durch ein und dasselbe System vorthetischer Dualsysteme repräsentiert (vgl. Toth 2014d)

1. Vorthetisches Dualsystem

$D\mu_1$: [(0.1) → (1.1) × (1.0) → (1.1)]

2. Vorthetisches Dualsystem

$D\mu_2$: [(0.2) → {(1.2), (2.2)} × (2.0) → {(2.1), (2.2)}]

3. Vorthetisches Dualsystem

$D\mu_3$: [(0.3) → {(1.3), (2.3), (3.3)} × (3.0) → {(3.1), (3.2), (3.3)}].

3. Damit sind wir nun endlich in der Lage, sämtliche innerhalb aller vier Matrizen, d.h. für alle acht (inklusiven sowie nicht-inklusiven) Relationen gültigen präsemiotischen Semiosen als zueinander duale Abbildungen zu bestimmen.

3.1. Homogene präsemiotische Semiosen

3.1.1. Trichotomische

(0.1) → (0.2) × (0.2) → (0.1)

(0.1) → (0.3) × (0.3) → (0.1)

(0.2) → (0.3) × (0.3) → (0.2)

3.1.2. Triadische

(1.0) → (2.0) × (2.0) → (1.0)

(1.0) → (3.0) × (3.0) → (1.0)

(2.0) → (3.0) × (3.0) → (2.0)

3.2. Inhomogene präsemiotische Semiosen

3.2.1. Trichotomisch-triadische

(0.1) → (2.0) × (2.0) → (0.1)

(0.1) → (3.0) × (3.0) → (0.1)

(0.2) → (3.0) × (3.0) → (0.2)

3.2.2. Triadisch-trichotomische

(1.0) → (0.2) × (0.2) → (1.0)

(1.0) → (0.3) × (0.3) → (1.0)

(2.0) → (0.3) × (0.3) → (2.0)

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Relationen zwischen Objekten, disponiblen Objekten und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Zur Kybernetik eingebetteter Dichotomien I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Konverse Systemeinbettungen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Vorthetische Dualsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Semiotische Nachbarschaft und Umgebung bei präsemiotischen Matrizen

1. Während ein Element (Objekt, Präzeichen, Zeichen) sein eigener Nachbar sein kann

$x \in N(x)$,

kann kein Element seine eigene Umgebung sein

$x \notin U(x)$

(vgl. Toth 2014a).

Sei S = (x.y) ein durch kartesische Produktbildung aus zwei Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) zusammengesetztes Subzeichen, dann gilt somit

$U(.y) = \{(x.)\}$

$U(.y)^{-1} = U(x.) = \{(.y)\}$.

$N(x.) = \{(x.y)\}$ mit x = const.

$N(x.)^{-1} = N(.y) = \{(x.y)\}$ mit y = const.

2. Bei der von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführten kleine semiotische Matrix sind somit die Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen für jedes S = (x.y) mit $x, y \in \{1, 2, 3\}$ klar geregelt, vgl. als Beispiele die folgenden N-U-Matrizen für die genuinen Subzeichen.

U(1.1) =

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

N(1.1) =

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

U(2.2) =

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

N(2.2) =

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

U(3.3) =

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

N(2.2) =

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

3. Nun hatten wir allerdings in Toth (2014b) sog. präsemiotische Matrizen konstruiert, welche die von Bense (1975, S. 44 u. 64 ff.) eingeführte relationale Nullheit berücksichtigen. Wie bereits gezeigt worden war, führen die beiden auf der tetradischen präsemiotischen Menge P = (0, 1, 2, 3) und P = (1, 2, 3, 0) konstruierten Matrizen insofern zu trivialen Ergebnissen, als die nullheitlichen Subzeichen in beiden Fällen einen präsemiotischen Rand um die durch sie eingebetteten semiotischen, d.h. n>0-heitlichen Subzeichen bilden. Nicht-trivial sind daher lediglich die beiden präsemiotischen Mengen P = (1, 0, 2, 3) und P = (1, 2, 0, 3), deren Matrizen wie folgt aussehen.

	1	0	2	3
1	1.1	1.0	1.2	1.3
0	0.1	0.0	0.2	0.3
2	2.1	2.0	2.2	2.3
3	3.1	3.0	3.2	3.3

	1	2	0	3
1	1.1	1.2	1.0	1.3
2	2.1	2.2	2.0	2.3
0	0.1	0.2	0.0	0.3
3	3.1	3.2	3.0	3.3 .

Hier bilden also die durch die präsemiotischen Subzeichen präsentierten, wie Bense (1975, S. 65) sich ausdrückte, "vorthetischen" oder "disponiblen"

Objekte O^0 sowohl Nachbarschaften als auch Umgebungen ihrer thetisch eingeführten Zeichen. In anderen Worten: Qua ontischer Nachbarschaft durchdringt das Sein das Nichts bzw. das Nichts das Sein, der letztere Unterscheid ist durch die Transpositionsrelation zwischen dem obigen Paar von Matrizen ebenfalls bereits festgelegt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Präsemiotische Erweiterungen des triadischen Zeichenmodells

1. Daß die Peircesche triadische Zeichenrelation zwar semiotisch vollständig ist, insofern nach dem sog. Reduktionstheorem von Peirce jede n-adische Relation für n>3 auf eine triadische Relation reduzierbar ist (vgl. Marty 1980), daß sie hingegen ontisch unvollständig ist, da keine objektiven, d.h. absoluten bzw. apriorischen, sondern subjektive, d.h. empirisch wahrgenommene und dergestalt präselektierte, oder, wie Bense sich ausdrückte "disponible" bzw. "vorthetische" Objekte auf Zeichen abgebildet werden, ist der Grund dafür, daß Bense selbst die relationale, jedoch nicht-kategoriale Nullheit in die Semiotik eingeführt hatte (vgl. Bense 1975, S. 64 ff.). Bense sagt sogar ausdrücklich in Bezug auf die Kategorialzahl k und die Relationszahl r: "Die vollständige Notation eines Zeichens wäre also Z(r, k)" (1975. S. 66). Demzufolge ist der semiotische Raum der Raum aller Paare S = <x. y>, für die gilt r(x) > 0 und r(y) > 0, und er unterscheidet sich damit von einem präsemiotischen Raum aller Paare P = <x.y>, für die gilt r(x) = 0 und r(y) > 0. Vereinfacht gesagt, gibt es wegen der Unterscheidung zwischen Relationszahlen r ∈ {0, 1, 2, 3} und Kategorialzahlen k ∈ {1, 2, 3} keine genuine Nullheit, da die Nullheit ja das also 0-stellige Relation eingeführte vorthetische Objekt ist (Bense 1975, S. 65). Dennoch sind präsemiotischer und ontischer Raum aber wegen {k} ⊂ {r} nicht voneinander getrennt. Allerdings zeigen die beiden zu einander transpositionellen Matrizen, daß der präsemiotische Raum einen lediglich 1-seitigen Rand um den semiotischen Raum bildet

	1	2	3
0	0.1	0.2	0.3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

	0	1	2	3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

2. Allerdings erkennt man am transpositionellen Paar der beiden nicht-quadratischen Matrizen auch, daß präsemiotische Subrelationen in dualer Form auftreten, d.h. paarweise symmetrische Relationen bilden

(0.1) × (1.0)

(0.2) × (2.0)

(0.3) × (3.0).

Ferner sollte man nicht vergessen, daß vorthetische Objekte ja als 0-stellige Relationen eingeführt wird, wodurch also auch die kartesische Produktbildung der selbstreflexiven Nullheit (0.0) nicht ausgeschlossen wird. Benses Bedenken, quadratische Matrizen zu bilden, die 2-seitige präsemiotische Ränder bilden, beruht somit aller Wahrscheinlichkeit nach auf dem Peirceschen Reduktionsaxiom, denn eine tetradische Präzeichen-Zeichen-Relation müßte, wenigstens rein formal betrachtet, auf eine triadische Zeichenrelation reduzierbar sein. Da sie es aber vom ontischen Standpunkt aus nicht ist, hindert uns nichts daran, solche quadratische Matrizen zu bilden. Hier gibt es nach Toth (2014) zwei Paare transpositioneller Matrizen und nicht nur eines. Beim ersten Paar liegt ein 2-seitiger präsemiotischer Rand um die dergestalt durch ihn eingebettete semiotische Submatrix der tetradischen Matrizen vor.

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

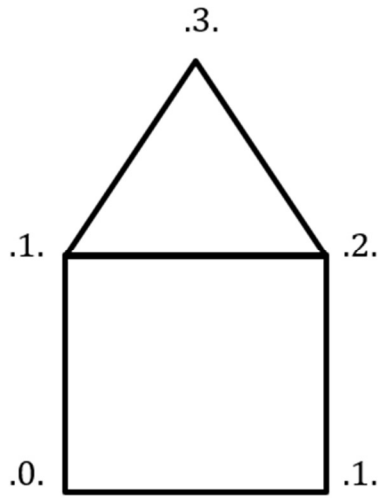
	1	2	3	0
1	1.1	1.2	1.3	1.0
2	2.1	2.2	2.3	2.0
3	3.1	3.2	3.3	3.0
0	0.1	0.2	0.3	0.0,

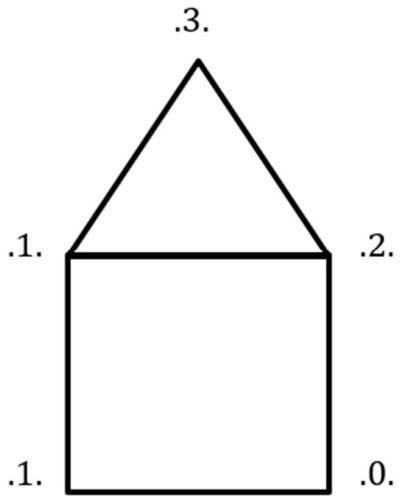
Beim zweiten Paar hingegen greift der präsemiotische Rand in die demzufolge topologisch nicht mehr kompakte semiotische Submatrix ein, d.h. es kommt zu "Interaktionen" zwischen Ontik und Semiotik.

	1	0	2	3
1	1.1	1.0	1.2	1.3
0	0.1	0.0	0.2	0.3
2	2.1	2.0	2.2	2.3
3	3.1	3.0	3.2	3.3

	1	2	0	3
1	1.1	1.2	1.0	1.3
2	2.1	2.2	2.0	2.3
0	0.1	0.2	0.0	0.3
3	3.1	3.2	3.0	3.3 .

3. Nach Günther (1978, S. xii) ist Peirces Triadismus in Wahrheit ein Trinitarismus, insofern erst mit der Drittheit qua Existenz Gottes die Unvollständigkeit der Zweiwertigkeit erlöst wird. Im Zusammenhang mit seinen Erörterungen zum Problem der logischen Umtauschrelationen, die erst von 3-wertigen Systemen an möglich sind – jedoch keineswegs auf 3-wertige beschränkt sind -, schlägt Günther (1978, S. xi) einen interessanten Graphen mit dem Umtauschverhältnis der Werte 10 : 5 vor, der als weitere, bisher noch nicht diskutierte Alternative einer präsemiotischen Erweiterung des triadischen Zeichenmodells dienen kann. Wie man sieht, kann das folgende Modell





Weitere Matrizen ergeben sich natürlich dann, wenn man die Konstanz der semiosischen Ordnung der Primzeichen Z = (.1., .2., .3.) (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) aufhebt, aber diese Möglichkeit ist für unser Anliegen vollkommen unerheblich. Bei diesen beiden Matrizen handelt es sich nämlich im Gegensatz zu den beiden ersten Alternativen nicht um die Relationen zwischen präsemiotischen Rändern und eingebetteten semiotischen Submatrizen, mit oder ohne ontisch-semiotische "Durchdringung", sondern der semiotische Raum ist durch eine Kante mit dem ontischen Raum verankert, ansonsten sind die beiden den Graphen zugrunde liegenden Matrizen unabhängig voneinander, d.h. es handelt sich nicht um die Einbettung einer Matrize in die andere, sondern um die Abbildung einer Matrize auf die andere

$p \rightarrow f = (.0., .1., .2., .3.) \rightarrow (.1., .2., .3.)$

bzw.

$p \leftarrow f = (.1., .2., .3.) \rightarrow (.0., .1., .2., .3.)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Semiotische Nachbarschaft, Umgebung und Raumfelder

1. Sei S = (x.y) ein durch kartesische Produktbildung aus zwei Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) zusammengesetztes Subzeichen, dann gilt

$U(.y) = \{(x.)\}$

$U(.y)^{-1} = U(x.) = \{(.y)\}$.

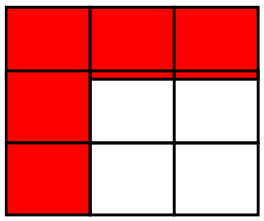
Da hingegen jedes Subzeichen sein eigener Nachbar, die Nachbarschaftsrelation also reflexiv ist, bekommen wir sofort

$N(x.) = \{(x.y)\}$ mit x = const.

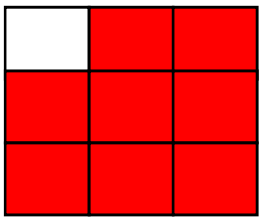
$N(x.\ )^{-1} = N(.y) = \{(x.y)\}$ mit y = const.

2. Semiotische Nachbarschaft und Umgebung von Subrelationen

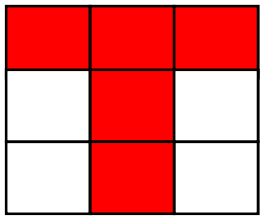
N(1.1)



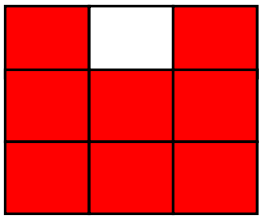
U(1.1)



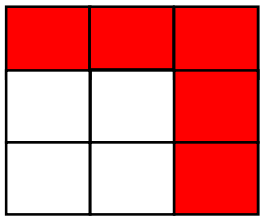
N(1.2)



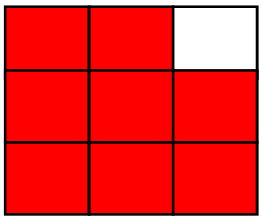
U(1.2)



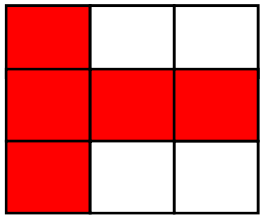
N(1.3)



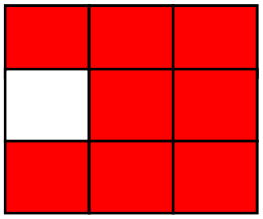
U(1.3)



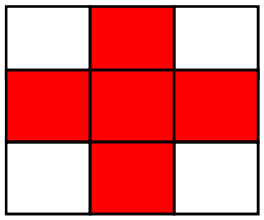
N(2.1)



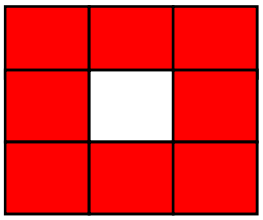
U(2.1)



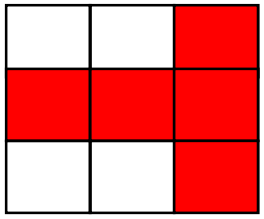
N(2.2)



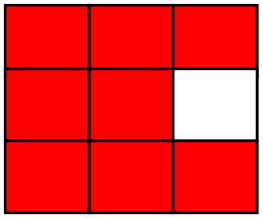
U(2.2)



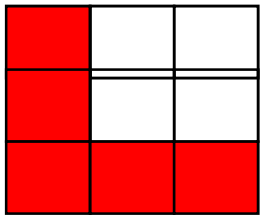
N(2.3)



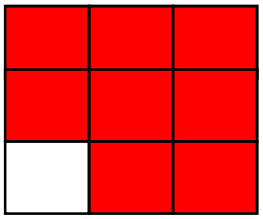
U(2.3)



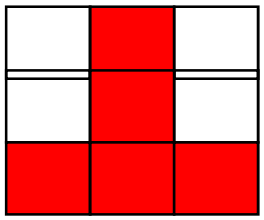
N(3.1)



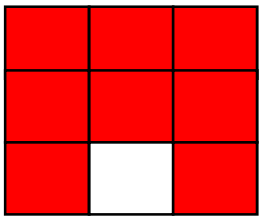
U(3.1)



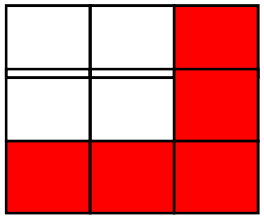
N(3.2)



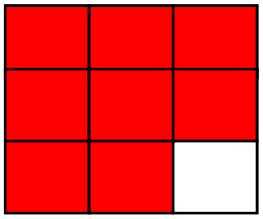
U(3.2)



N(3.3)

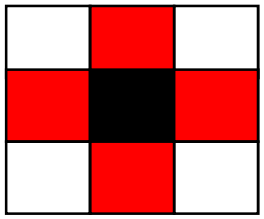


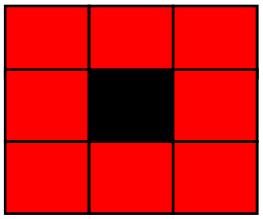
U(3.3)



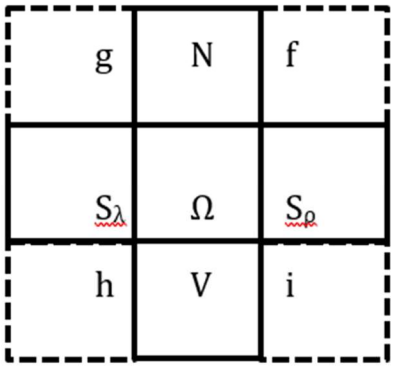
3. Semiotische Raumfelder

Ausgehend von der in der semiotischen Matrix zentrale Subrelation (2.2)





kann man sämtliche zwei Mal 9 U-N-Matrizen aus Kap. 2 direkt auf das zuletzt in Toth (2014) behandelte ontische Raumfeld-Modell



übertragen. Dabei ergeben sich die folgenden Isomorphien der Abbildungen zwischen ontischen Raumfeldern und semiotischen Subrelationen.

1. Kernabbildungen

1.1. Nicht-transitorische Abbildungen

f_1: $[V \to \Omega] \cong (3.2) \to (2.2)$

f_2: $[S_\rho \to \Omega] \cong (2.3) \to (2.2)$

f_3: $[N \to \Omega] \cong (1.2) \to (2.2)$

f_4: $[S_\lambda \to \Omega] \cong (2.1) \to (2.2)$

1.2. Transitorische Abbildungen

g_1: $[V \to S_\rho] \cong (3.2) \to (2.3)$

g_2: $[S_\rho \to N] \cong (2.3) \to (1.2)$

g_3: $[N \to S_\lambda] \cong (1.2) \to (2.1)$

g_4: $[S_\lambda \to V] \cong (2.1) \to (3.2)$

2. Randabbildungen

h_1: $[\Omega \to i] = [\Omega \to [V \to S_\rho]] \cong ((2.2) \to ((3.2) \to (2.3)))$

h_2: $[\Omega \to f] = [\Omega \to [S_\rho \to N]] \cong ((2.2) \to ((2.3) \to (1.2)))$

h_3: $[\Omega \to g] = [\Omega \to [N \to S_\lambda]] \cong ((2.2) \to ((1.2) \to (2.1)))$

h_4: $[\Omega \to h] = [\Omega \to [S_\lambda \to V]] \cong ((2.2) \to ((2.1) \to (3.2)))$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Topologische und metrische Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen I

1. Nicht nur für semiotische, sondern in Sonderheit für präsemiotische Matrizen, wie sie in Toth (2014a-e), basierend auf Benses Definition des vorthetischen Objektes als 0-stelliger Relation (vgl. Bense 1975, S. 64 ff.), eingeführt worden waren, genügt die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen. Ausgehend von der präsemiotischen tetradischen Relation P = (0, 1, 2, 3) werden deshalb im folgenden duale Paare dimensionaler Zahlensysteme für semiotische und präsemiotische Matrizen vorgeschlagen. Diese sind natürlich theoretisch auf die ganze Zahlenfolge von ℕ erweiterbar.

2.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1	1			
		1	2	2	1		
0	1	2	3	3	2	1	0

0	1	2	3	3	2	1	0
		1	2	2	1		
			1	1			

2.2. Vertikale duale Zahlensysteme

		0	0		
		1	1		
	1	2	2	1	
1	2	3	3	2	1

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Zur Kybernetik eingebetteter Dichotomien I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschaft und Umgebung bei präsemiotischen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Toth, Alfred, Präsemiotische Erweiterungen des triadischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014e

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen II

1. In Toth (2014) hatten wir zwei Paare von dimensionalen Zahlensystemen für präsemiotische Matrizen eingeführt, da die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen der tetradischen präsemiotischen Relation

$P = (0, 1, 2, 3)$

mit

$PR = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow ((0 \rightarrow 1 \rightarrow 2) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))$

ausreicht.

1.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1	1			
		1	2	2	1		
0	1	2	3	3	2	1	0

0	1	2	3	3	2	1	0
		1	2	2	1		
			1	1			

1.2. Vertikale duale Zahlensysteme

		0	0		
		1	1		
	1	2	2	1	
1	2	3	3	2	1

2. Eine Erweiterung für

$Q = (0, ..., 9) \subset \mathbb{N}$

ergibt z.B.

										m
									1	
								1	2	
							1	2	3	
						1	2	3	4	
					1	2	3	4	5	
				1	2	3	4	5	6	
			1	2	3	4	5	6	7	
		1	2	3	4	5	6	7	8	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
										n

Das bedeutet also, daß jede Zahl $n \subset \mathbb{N}$ von $n = 1$ an auf mehr als einer Einbettungsstufe m repräsentiert ist. Jede selbstenthaltende Zahl ist demnach durch Z(n,m) vollständig beschrieben. Damit haben wir für die auf Grund von Bense (1975, S. 64 ff.) definierte präsemiotische Relation die Zahlenfolge

$F = (0, 1_{1,2}, 2_{1,2}, 3_1)$.

Die 2 ist erst für $n = 4$ auch in $m = 3$ eingebettet, und die 3 ist erst für $m = 4$ und $m = 5$ auch in $m = 2$ und $m = 3$ eingebettet, usw. Die Einbettungszahl m zeigt somit für jede natürliche Zahl n nicht nur deren Einbettungsgrad, sondern auch deren Unvollständigkeit relativ zu ihrer vollständigen Einbettung an. Solche Zahlenverhältnisse sind der quantitativen Mathematik vollkommen fremd und tauchen erst in der nicht auf der aristotelischen 2-wertigen Logik beruhenden Mathematik der Qualitäten auf (vgl. Kronthaler 1986). Allerdings dürfte die Einführung dimensionaler Zahlen der Form Z(n, m) mit der von Bense gegebenen Definition der "Relationszahlen" (1981, S. 26) im Rahmen der von ihm eingeführten "Zeichenzahlen" (1981, S. 17) kompatibel sein, denn wie die benseschen Zeichenzahlen, hat Z(n, m) natürlich sowohl kardinale, ordinale als auch relationale Eigenschaften.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Semiotische Repräsentationswerte und logische Reflexionswerte I

1. In seiner Max Bense gewidmeten Arbeit "Das Phänomen der Orthogonalität" stellte Gotthard Günther fest: "Die Orthogonalität ist eng liiert mit den logischen Systemen der Mehrwertigkeit, und die beginnen mit der Systematik der Trinität" (1991, S. 420). Während schon in der minimalen Ordnung einer 2-wertigen Logik ein dritter Reflexionswert auftritt

1	2
2	3,

sind es in der 3-wertigen Logik bereits zwei zusätzliche Reflexionswerte

1	2	3
2	3	4
3	4	5

"Ein Universum, das Raum für eine totale Subjektivität hat, die über den Gegensatz von Ich und Du distribuiert ist, benötigt einen Reflexionsraum mit vier ontologischen Konstanten (Sein, Nichts, Ichsubjektivität, Dusubjektivität) (...). Ein dreiwertiger Kalkül kann sich also nur in einem vierwertigen Universum ungehindert als Subjektivität bewegen" (Günther 1991, S. 427 f.).

2. Man kann nun die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix in der Form von Repräsentations- bzw. Realisationswerten (zum letzteren Begriff vgl. bereits Bense 1975, S. 116 f.) notieren.

2	3	4
3	4	5
4	5	6

Auch hier erhalten wir also eine Hankel-Matrix, und es läßt sich ein bemerkenswerter Zusammenhang zwischen den beiden Matrizen formulieren:

SATZ. Der Repräsentationswert eines Subzeichens ist gleich der Summe seines Reflexionswertes plus 1, d.h. Rpw(Sz) = Rfw(Sz) + 1.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Das Phänomen der Orthogonalität. In: ders., Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 419-430

Semiotische Repräsentationswerte und logische Reflexionswerte II

1. In Teil I hatten wir auf Gotthard Günthers bedeutende Entdeckung hingewiesen, daß zwischen arithmetischer Orthogonalität und logischer Mehrwertigkeit ein Zusammenhang besteht, der dazu geeignet ist, das bereits in der Antike postulierte Verhältnis von Zahl und Idee im Sinne einer Vermittlung beider zu erhellen. So hat im Schema Günthers bereits eine 3-wertige Logik 2 zusätzliche Reflexionswerte

1	2	3
2	3	4
3	4	5

"Ein Universum, das Raum für eine totale Subjektivität hat, die über den Gegensatz von Ich und Du distribuiert ist, benötigt einen Reflexionsraum mit vier ontologischen Konstanten (Sein, Nichts, Ichsubjektivität, Dusubjektivität) (...). Ein dreiwertiger Kalkül kann sich also nur in einem vierwertigen Universum ungehindert als Subjektivität bewegen" (Günther 1991, S. 427 f.).

2. Man kann nun die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix in der Form von Repräsentations- bzw. Realisationswerten (zum letzteren Begriff vgl. bereits Bense 1975, S. 116 f.) notieren.

2	3	4
3	4	5
4	5	6

Auch hier erhalten wir also eine Hankel-Matrix, und es läßt sich ein bemerkenswerter Zusammenhang zwischen den beiden Matrizen formulieren:

SATZ. Der Repräsentationswert eines Subzeichens ist gleich der Summe seines Reflexionswertes plus 1, d.h. Rpw(Sz) = Rfw(Sz) + 1 (Toth 2014).

3. Eine 3-wertige Logik liegt im Prinzip bereits der peirce-benseschen Semiotik zugrunde, insofern das semiotische Kommunikationsschema wie alle auf der Informationstheorie gegründeten Kommunikationsschema zwischen Sendersubjekt und Empfängersubjekt unterscheidet. Nun hat aber die 2-wertige

aristotelische Logik nur Platz für 1 Subjekt, d.h. das 2. Subjekt wird nicht dem Ich-Subjekt, sondern dem Es-Subjekt zugewiesen (vgl. Günther 1991, S. 176). Entsprechend amalgamiert Bense in seinem Kommunikationsschema (1971, S. 33 ff.)

K: $O \rightarrow M \rightarrow I$

das Sender-Subjekt mit dem eigentlich für die Nachricht der Information vorgesehenen Objektbezug, während das einzige semiotische Subjekt, der Interpretantenbezug, mit dem Empfängersubjekt identifiziert wird. Diese repräsentationelle Doppelrolle des Objektbezug resultiert also aus der Defizienz der auf der 2-wertigen Logik beruhenden Semiotik relativ zu einem semiotischen Kommunikationsschema, das eine 3-wertige Logik voraussetzt und in dessen Zeichenmodell zwei Interpretantenbezüge unterschieden werden müßten

$ZR^4 = (M, O, I_S, I_E)$.

4. Nun zeigt aber ein Blick auf die in Repräsentationswerten notierte semiotische Matrix in Kap. 2 vermöge unseres Theorems über den Zusammenhang zwischen semiotischen Repräsentationswerten und logischen Reflexionswerten, daß bereits die triadische Semiotik eine nicht nur 4-, sondern sogar eine 5-wertige Logik strukturell voraussetzt. Wenn wir dazu einen Blick auf die von Bense (1975, S. 105) eingeführte große semiotische Matrix werfen

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 1.3	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

,

so erkennen wir, daß ihre Paare dyadischer Subzeichen als Determinationsschemata von Paaren von Reflexionswerten interpretierbar sind. Das vollständige Determinationsschema ist

2←2 2←3 2←4 | 2←3 2←4 2←5 | 2←4 2←5 2←6

3←2 3←3 3←4 | 3←3 3←4 3←5 | 3←4 3←5 3←6

4←2 4←3 4←4 | 4←3 4←4 4←5 | 4←4 4←5 4←6

3←2 3←3 3←4 | 3←3 3←4 3←5 | 3←4 3←5 3←6

4←2 4←3 4←4 | 4←3 4←4 4←5 | 4←4 4←5 4←6

5←2 5←3 5←4 | 5←3 5←4 5←5 | 5←4 5←5 5←6

4←2 4←3 4←4 | 4←3 4←4 4←5 | 4←4 4←5 4←6

5←2 5←3 5←4 | 5←3 5←4 5←5 | 5←4 5←5 5←6

6←2 6←3 6←4 | 6←3 6←4 6←5 | 6←4 6←5 6←6

D.h., die Repräsentationswerte reichen weder in den Trichotomien noch in den Triaden über Rpw = 6 voraus, und damit ist vermöge unseres Theorem der maximale, sowohl in der kleinen als auch in der großen Matrix erreichte Reflexionswert Rfw = 5.

Damit erhalten wir folgende Übersicht über n-adische Zeichenmodelle, n-wertige Logiken und reflexionstheoretische Subjektdifferenzierungen

Semiotik	Logik	Subjekte
ZR^3	2-wertig	Ich
ZR^4	3-wertig	Ich-Du
ZR^5	4-wertig	Ich-Du-Er
ZR^6	5-wertig	(Ich-Du-Er)-Beobachter

In Sonderheit ist also eine strukturlogisch vollständige Semiotik ein sog. beobachtetes System, d.h. ein kybernetisches System 1. Ordnung, das somit wiederum im Sinne Heinz von Foersters fragmentarisch ist, da die Beobachtung eines beobachteten Systems ein kybernetisches System 2. Ordnung – und damit

ZR^7	6-wertig	[(Ich-Du-Er)-Beobachter 1] Beobachter2

voraussetzte. Allerdings, und das sei hier ausdrücklich betont, sprengt der Übergang von ZR^6 zu ZR^7 die strukturellen Möglichkeiten der semiotischen Matrizen von Peirce und Bense.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Das Phänomen der Orthogonalität. In: ders., Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 419-430

Toth, Alfred, Semiotische Repräsentationswerte und logische Reflexionswerte (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Ontische und semiotische deiktische Teilmatrizen

1. In Toth (2014) hatten wir die beiden ontischen Teilmatrizen für deiktische Objekte und Subjekte als Funktion der Zeit definiert, genauer: auf eine mit den Behelfsbegriffen t = [vorher, jetzt, nachher] bezeichnete Zeit-Deixis abgebildet.

Ich-Hier	Ich-Da	Ich-Dort
Ich-Hier	Ich- Da	Ich- Dort
Ich-Hier	Ich- Da	Ich- Dort
Du-Hier	Du-Da	Du-Dort
Du-Hier	Du- Da	Du- Dort
Du-Hier	Du- Da	Du- Dort
Er-Hier	Er-Da	Er-Dort
Er-Hier	Er- Da	Er- Dort
Er-Hier	Er- Da	Er- Dort

= f(vorher, jetzt, nachher)

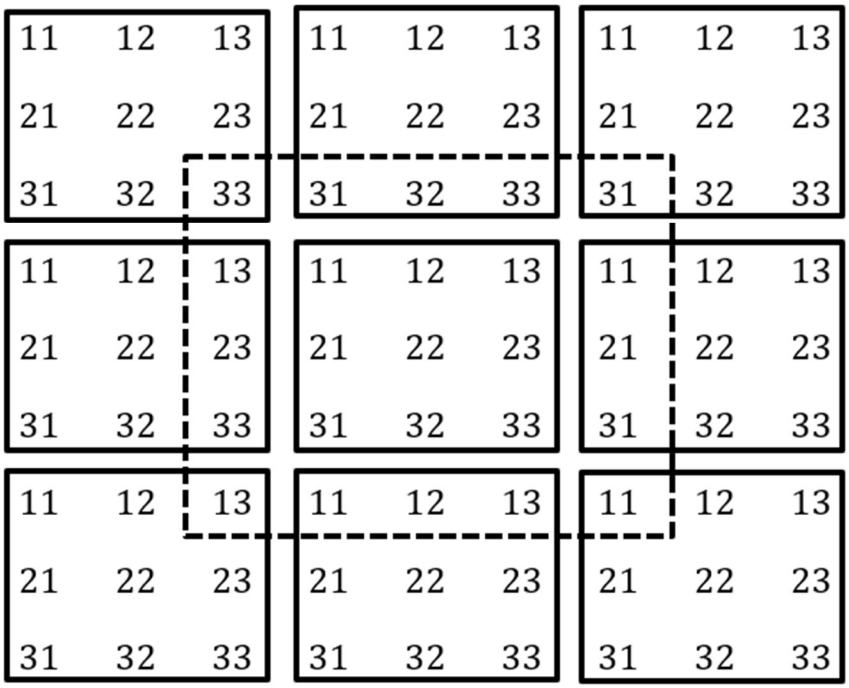
Man erhält dadurch also eine vollständige, 3-teilige deiktische Matrix. Da diese weit mehr als die innerhalb der klassischen 2-wertigen Logik einzig mögliche Ich-Hier-Jetzt-"origo" umfaßt, ist ihre Grundlage eine mindestens 4-wertige nicht-klassische Logik vom Güntherschen Typ (vgl. Günther 1979, S. 149 ff.). Will man also eine semiotische Matrix konstruieren, welche diesem minimalen deiktischen System Rechnung trägt, so müßte sie wie folgt aussehen.

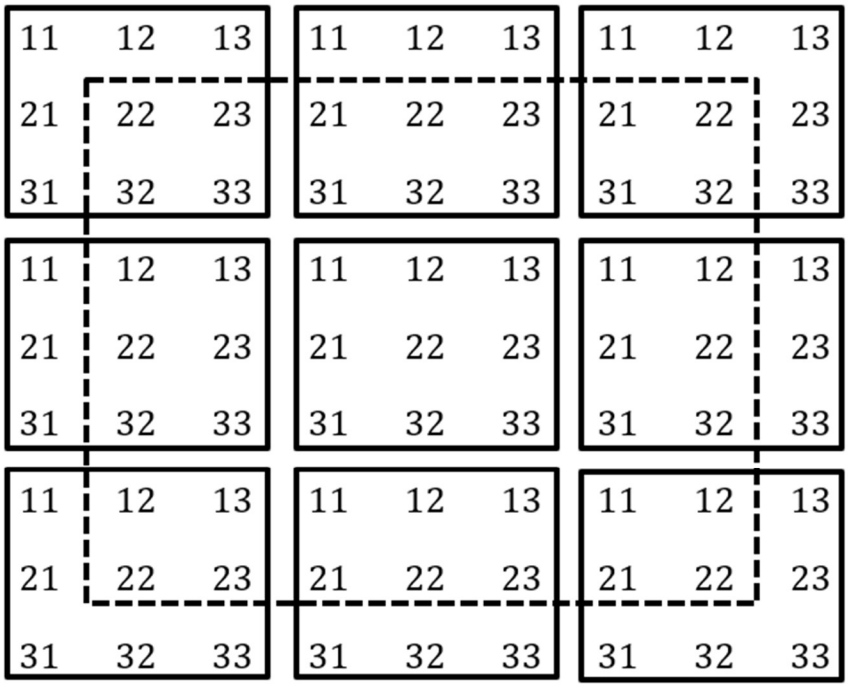
1.1.	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3
1.1.	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3
1.1.	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3	1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3

2. Es handelt sich bei diesem neuen Typus einer semiotischen Matrix um ein System aus primär unabhängigen Teilmatrizen einer Obermatrix. Deren Teilelemente sind somit in erster Linie diese Matrizen und nicht Subrelationen wie in der kleinen Matrix (vgl. Bense 1975, S. 101) oder Paare von Subrelationen wie in der großen Matrix (ebda. S. 105). Obwohl nun die Zuordnung jedes Tripels, bestehend aus Subjekten (Σ), Objekten (Ω) und der Zeit (t)

$T = <\Sigma, \Omega, t>$

zu einer der 27 deiktischen origines zwar bijektiv, aber dennoch arbiträr ist – insofern jede Subrelationen natürlich jedes Objekt und Subjekt in allen drei Subrelationen repräsentiert und die Zeichenrelation selbst keine Funktion der Zeit ist, ist es möglich, Teilmatrizen zu bilden, welche für jeden ihrer Einträge je ein Element von T, d.h. je ein Objekt-, Subjekt- und Zeit-deiktisches Element, enthalten. Dieses Verfahren, Teilmatrizen von vollständigen ontisch-semiotischen deiktischen Systemen zu bilden, ist jedoch lediglich 2-stufig.





Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2 Hamburg 1979

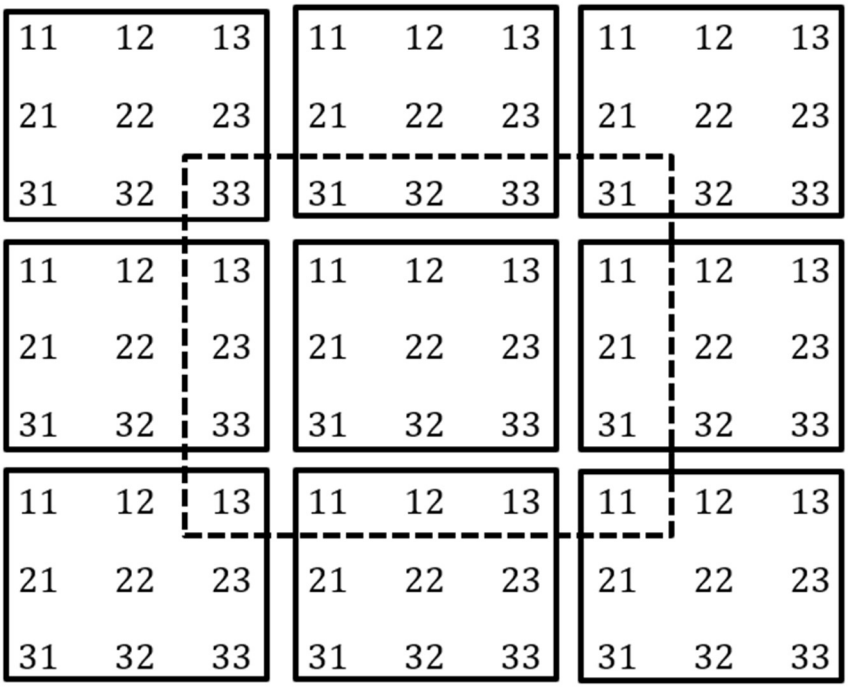
Toth, Alfred, Objekt-, Subjekt- und Zeitdeixis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

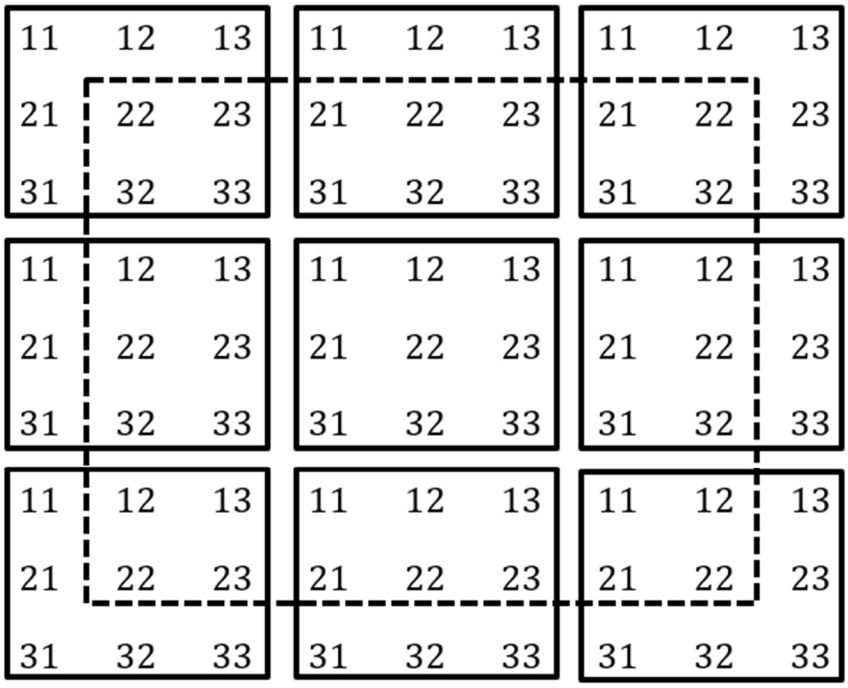
Ontische und semiotische deiktische Teilmatrizen II

1. Ausgehend von der Abbildung des subjekt-objekt-deiktischen Teilsystems auf die Zeitdeixis (vgl. Toth 2014),

Ich-Hier	Ich-Da	Ich-Dort	
Ich-Hier	Ich- Da	Ich- Dort	
Ich-Hier	Ich- Da	Ich- Dort	
Du-Hier	Du-Da	Du-Dort	
Du-Hier	Du- Da	Du- Dort	= f(vorher, jetzt, nachher)
Du-Hier	Du- Da	Du- Dort	
Er-Hier	Er-Da	Er-Dort	
Er-Hier	Er- Da	Er- Dort	
Er-Hier	Er- Da	Er- Dort	

waren wir in Toth (2014b) zum Schluß gekommen, daß es nur zwei semiotische Modelle gibt, welche für jede der drei mal drei die ontischen Deixen repräsentierenden Submatrizen keine leeren Schnittmengen aufweisen.





2. Allerdings gibt es keinen formalen Grund, der daran hindert, die seit Bense (1975, S. 101) gültige Normalform, wie sie sich in allen Submatrizen der 2-stufigen obigen Modelle findet, beizubehalten. Im Gegenteil ist es sogar möglich, Ketten von Matrizen so zu konstruieren, daß diese in Form von zyklischen Transformationen darstellbar sind.

12	13	11	11	21	31	31	33	32	32	22	12
22	23	21	13	23	33	21	23	22	33	23	13
32	33	31	12	22	32	11	13	12	31	21	11

11	13	12	12	22	32	32	33	31	31	21	11
21	23	22	13	23	33	22	23	21	33	23	13
31	33	32	11	21	31	12	13	11	32	22	12

11	12	13	13	23	33	33	32	31	31	21	11
21	22	23	12	22	32	23	22	21	32	22	12
31	32	33	11	21	31	13	12	11	33	23	13, usw.

Dieses Verfahren, durch Transpositionen zyklische Transformationsketten herzustellen, läßt sich selbstverständlich für alle 9 semiotischen Subrelationen durchführen.

3. Man sich leicht vorstellen, daß man alle 9 Matrizen für alle 9 Positionen der Submatrizen miteinander kombinieren kann, wodurch sich eine sehr große Menge von neuen aber natürlich immer jeweils 2-stufigen objekt-oubjekt-zeit-deiktischen semiotischen Systemen ergibt. Als Beispiel stehe zur Illustration lediglich eines dieser $9 \times 9 \times 9 = 729$ möglichen Systeme.

11	12	13	12	13	11	12	11	13
21	22	23	22	23	21	22	21	23
31	32	33	32	33	31	32	31	33
31	32	33	21	22	23	13	11	13
21	22	23	31	32	33	23	21	23
11	12	13	11	12	13	33	31	33
21	22	23	11	13	12	23	21	22
31	32	33	21	23	22	13	11	12
11	12	13	31	33	32	33	31	32

11	12	13	12	13	11	12	11	13
21	22	23	22	23	21	22	21	23
31	32	33	32	33	31	32	31	33
31	32	33	21	22	23	13	11	13
21	22	23	31	32	33	23	21	23
11	12	13	11	12	13	33	31	33
21	22	23	11	13	12	23	21	22
31	32	33	21	23	22	13	11	12
11	12	13	31	33	32	33	31	32

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Objekt-, Subjekt- und Zeitdeixis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Ontische und semiotische deiktische Teilmatrizen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Arithmetische Orthogonalität und n-adizität von Semiotiken

1. In Toth (2014a) wurde eine logisch 4-wertige und semiotisch 5-adische Zeichenrelation der Form

$Z_4^5 = (M, O, I_{ich}, I_{du}, I_{er})$

eingeführt, welche die nicht-reduziblen logischen Kategorien der Ich-, Du- und Er-Deixis repräsentieren können. Sie hat also gegenüber der üblichen, von Peirce eingeführten logisch 2-wertigen und semiotisch 3-adischen Zeichenrelation

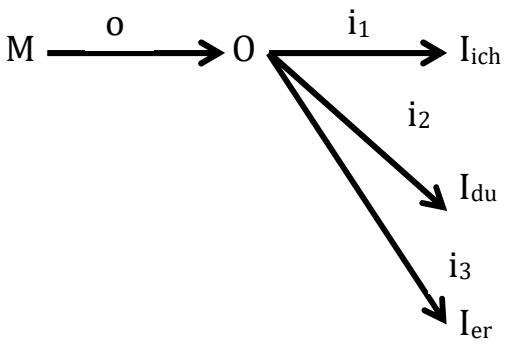
$Z_2^3 = (M, O, I)$

den Vorteil, daß das Du- und Er-Subjekt, wie sie z.B. in semiotischen Kommunikationssthemata auftreten (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.; Toth 2014b), nicht durch den Objektbezug repräsentiert werden müssen, unter Verwischung der erkenntnistheoretischen Basisdichotomie von Subjekt und Objekt (vgl. Toth 2014c).

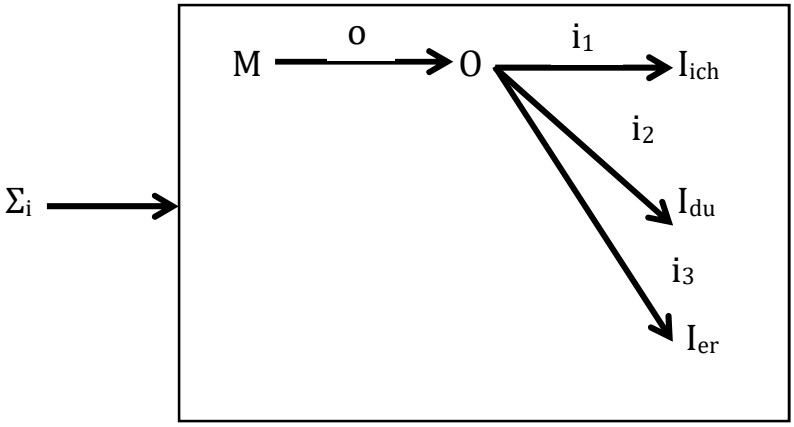
2. Nun hatte Günther (1991, S. 419 ff.) in einem Max Bense gewidmeten Aufsatz sich der Orthogonalität der Zahlen gewidmet mit dem Ziel, die Vermittlung zwischen Zahl und Begriff zu finden. In den zahlreichen orthogonalen arithmetischen Matrizen, welche Günther behandelt, zeigt sich, daß n-wertige logische Systeme immer in m > n-wertige eingebettet erscheinen, da die für n wachsende Reflexionsidentität quasi mehr "Spielraum" benötigt (man vgl. damit etwa Hamiltons Quaternionen neben den komplexen Zahlen). Für die der semiotisch 5-adischen Zeichenrelation Z_4^5 entsprechende arithmetische Zahlenmatrix ergibt sich dadurch (vgl. Günther 1991, S. 448)

1	2	3	4	5	**6**
2	3	4	5	**6**	1
3	4	5	**6**	1	2
4	5	**6**	1	2	3
5	**6**	1	2	3	4
6	1	2	3	4	5,

d.h. es tritt eine 6.heit auf, welche die Nebendiagonale der arithmetischen Matrix bildet. Automatentheoretisch interpretiert (vgl. Toth 2014d), bedeutet dies den Übergang von einem quaternär-pentadischen semiotischen Automaten der Form



zu einem quintär-hexadischen semiotischer Automaten der Form



Wie man leicht erkennt, bedeutet also der Übergang von semiotischer 4-Wertigkeit zu semiotischer 5-Wertigkeit gleichzeitig den Übergang von nicht-beobachteten zu beobachteten Systemen und damit die Einbettungen der minimalen logisch-nicht reduziblen Zeichenrelation Z_4^5 in ein kybernetisches System 1. Ordnung.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Minimale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Kommunikationsschemata I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Semiotik und Erkenntnistheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Zu einer mehrwertigen semiotischen Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

Diagonalen in minimalen semiotischen Systemen

1. In der peirceschen Semiotik, die auf der in Toth (2014a) als minimaler ausgewiesenen logisch 2-wertigen und semiotisch 3-adischen Zeichenrelation

$Z_2^3 = (M, O, I)$

basiert, werden die numerischen Entsprechungen der drei fundamentalen Kategorien M, O und I, d.h. 1, 2 und 3, von Bense (1981, S. 17 ff.) als "Primzeichen" definiert und früher besser als "Zeichenzahlen" oder auch als "Zahlenzeichen" bezeichnet, durch kartesische Produktbild in der folgenden Matrix dargestellt

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

Die Hauptdiagonale (HD)

(1.1, 2.2, 3.3)

wurde von Bense (1992) als "Klasse der Peirceschen Kategorien", kurz: Kategorienklasse im Sinne von "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" (1992, S. 40) bestimmt, während die Nebendiagonale (ND)

(3.1, 2.2, 1.3)

als Zeichenklasse der Eigenrealität (des Zeichens, der Zahl und des "ästhetischen Zustandes" bestimmt wurden. Charakteristisch für die semiotische Matrix über Z_2^3 ist nun, daß Gegendiagonalen (GD) nur für ND, nicht aber für HD symmetrisch sind

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3,

d.h. wir haben

$(1.2) = \times(2.1)$

(1.3) = ×(3.1)

(2.3) = ×(3.2),

aber

(1.1) ≠ (3.3)

(1.2) ≠ (2.3)

(2.1) ≠ (3.2).

2. Gehen wir über zur zweiten minimalen Zeichenrelation, der logisch 4-wertigen und semiotisch 5-adischen, die ebenfalls in Toth (2014) definiert worden war

$Z_4^5 = (M, O, I_{ich}, I_{du}, I_{er})$,

dann entspricht ihr die weitere semiotische Matrix

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
2.1	2.2	2.3	2.4	2.5
3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
5.1	5.2	5.3	5.4	5.5.

Wie man sogleich sieht, ändert sich also beim Übergang von Z_2^3 zu Z_4^5 nichts daran, daß nur ND, nicht aber HD symmetrische GD besitzt. Andererseits kann man aber beweisen, daß eine semiotische Matrix, welche sowohl für HD als auch für ND symmetrische GD besitzt, also "persymmetrisch" ist, notwendig repräsentationell unvollständig ist. Anstatt eines für die Semiotik überflüssigen mathematischen Beweises stehe hier ein Beispiel. Z.B. ist die folgende nicht-semiotische Matrix persymmetrisch

1	2	3
2	3	2
3	2	1.

Man kann nun auf sehr einfache Weise zeigen, daß die ihr korrespondierenden semiotischen Matrizen repräsentationell unvollständig sind, indem man die

Einträge der persymmetrischen Matrix entweder als triadische Haupt- oder als trichotomische Stellenwerte interpretiert.

1. Interpretation als triadische Hauptwerte

1.1	2.1	3.1
2.1	3.2	2.3
3.1	2.2	1.3

Wie man sieht, ist (3.1) doppelt repräsentiert, und zwar auf Kosten der Nicht-Repräsentanz von (3.3), und (2.1) ist doppelt repräsentiert auf Kosten von (1.2)

2. Interpretation als trichotomische Stellenwerte

1.1	1.2	1.3
2.2	2.3	2.2
3.3	3.2	3.1

(2.1) ist nicht-repräsentiert auf Kosten von doppelt repräsentiertem (2.2). In Sonderheit erkennt man also, daß die Interpretation der Einträge persymmetrischer Matrizen als semiotische Haupt- oder Stellenwerte nicht-trivial ist, da es keine korrespondierenden Dualrelationen zwischen den Subzeichen gibt. Das bedeutet, daß die semiotische Transformation arithmetisch persymmetrischer Matrizen ausgerechnet die einzigen GD der ND in semiotischen Matrizen, also die auf Dualität beruhenden Symmetrien beseitigt!

3. Die gleichen Schlüsse, die wir bislang für minimale semiotische Matrizen gezogen haben, gelten auch dann, wenn man, wie dies in Toth (2014b) getan wurde, die folgende 6-wertige logisch-arithmetische Matrix Günthers (Günther 1991, S. 448) semiotisch interpretiert wird

1	2	3	4	5	**6**
2	3	4	5	**6**	1
3	4	5	**6**	1	2
4	5	**6**	1	2	3
5	**6**	1	2	3	4
6	1	2	3	4	5,

allerdings wendet Günther, wohl um das Problem der für HD fehlenden GD zu lösen, allerdings ohne dieses Problem anzusprechen, eine Reihe von zyklischen Transformationen auf die obige Marix an (deren Details wir hier im Interesse einer rein semiotischen Behandlung unseres Thema ebenfalls übergehen können) und kommt zu zwei semiotisch höchst interessanten 6-wertigen Matrizen.

1	2	6	3	5	4
4	1	2	6	3	5
5	4	1	2	6	3
3	5	4	1	2	6
6	3	5	4	1	2
2	6	3	5	4	1

1	6	2	5	3	4
4	1	6	2	5	3
3	4	1	6	2	5
5	3	4	1	6	2
2	5	3	4	1	6
6	2	5	3	4	1

Offenbar handelt es sich hier, wenigstens laut Günther (1991, S. 450 f.), um die beiden einzigen Möglichkeiten, 6-wertige Matrizen so zu transformieren, daß sie, wie wir sagen würden, als semiotische Gegen-Matrizen interpretiert werden können, indem nun nicht die ND, sondern die HD GDs besitzen. Zwischen Matrizen der Formen der beiden eingangs besprochenen semiotischen und der beiden von Günther konstruierten Matrizen liegen, abgesehen davon, daß sowohl ihre logischen als auch ihre semiotischen Wertigkeiten verschieden sind, zahlreiche zwischen ihnen vermittelnde Matrizen, welche partielle GD sowohl von HD als auch von ND enthalten und die man leicht selbst herstellen kann. Semiotisch ist allerdings die Interpretation der güntherschen Matrizen trivial, denn die Transformation

τ: GD(ND) → GD(HD)

korrespondiert einfach der Transposition einer nach triadischen Hauptwerten geordneten semiotischen Matrix in eine nach trichotomischen Stellenwerten geordneten bzw. vice versa.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Minimale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Arithmetische Orthogonalität und n-adizität von Semiotiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Ein arithmetisches Gesetz für semiotische Matrizen

1. In der Normalform der semiotischen Matrix, wie sie von Bense (1975, S. 101) eingeführt worden war

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

gibt es, wie in Toth (2014) behandelt, nur zur Nebendiagonalen, nicht jedoch zur Hauptdiagonale sogenannte Gegendiagonalen, d.h. wir haben zwar

$(1.2) = \times(2.1)$

$(1.3) = \times(3.1)$

$(2.3) = \times(3.2)$,

nicht aber

$(1.1) \neq \times(3.3)$

$(1.2) \neq \times(2.3)$

$(2.1) \neq \times(3.2)$.

In Sonderheit ist also die semiotische Matrix nicht "persymmetrisch". Der formale Grund liegt natürlich darin, daß in der semiotischen Matrix sowohl die triadischen Haupt- als auch die trichotomischen Stellenwerte linear geordnet sind.

2. Verzichtet man auf die lineare Ordnung, kann man natürlich alle möglichen Permutationen der semiotischen Normalmatrix bilden. Ein arithmetisches Gesetz ergibt sich jedoch dann, wenn man eine der Subrelationen der Nebendiagonalen durch ein genuines Subzeichen, d.h. durch (1.1), (2.2), (3.3), d.h. durch eine semiotische Identitätsabbildung, belegt.

2.1. Lineare Ordnung semiotischer Identitätsabbildungen

Hier gibt es vier grundsätzliche Möglichkeiten.

1.1	**2.2**	**3.3**
1.2	1.3	2.3
3.1	2.1	3.2

1.3	2.3	1.2
3.1	2.1	3.2
2.2	**1.1**	**3.3**

1.1	1.2	3.1
2.2	1.3	2.1
3.3	2.3	3.2

1.2	1.3	**2.2**
3.1	2.1	**1.1**
2.3	3.2	**3.3**

Permutiert man weitere Subrelationen, so ändert sich an den 4 semiotischen Strukturen nichts. Keiner Erläuterung bedarf, daß lineare Ordnungen auf die Ränder von Matrizen beschränkt sind, da sonst keine echte, d.h. nicht durch Subrelationen vermittelte Gegendiagonalen auftreten können.

2.2. Orthogonale Ordnung semiotischer Identitätsabbildungen

Auch hier lassen sich vier grundsätzliche Möglichkeiten unterscheiden.

1.1	1.2	**2.2**
2.1	3.1	2.3
3.3	3.2	1.3

1.1	3.1	**3.3**
1.3	2.1	2.3
1.2	3.2	**2.2**

1.2	3.1	**1.1**
1.3	2.1	3.2
2.2	2.3	**3.3**

2.2	1.3	1.2
2.3	2.1	3.1
3.3	3.2	**1.1**

Dagegen weist die Normalmatrix nicht-lineare Ordnung der Identitätsabbildungen auf.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Diagonalen in minimalen semiotischen Systemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Eine besondere Klasse semiotischer Gruppoide

1. Während alle in Toth (2009) ausführlich behandelten semiotischen Gruppen und Quasigruppen gemeinsam haben, daß entweder der triadische Haupt- oder der trichotomische Stellenwert in Subzeichen der Form S = <a.b>, aber nicht die Subzeichen selbst ausgetauscht werden, präsentieren wir im folgenden, gestützt auf ein in Toth (2014) dargestelltes arithmetisches Gesetz, eine besondere Klasse zwar von semiotischen Gruppoiden, deren formale Möglichkeiten die weit über die bisher bekannten Eigenschaften der triadischen peirceschen Semiotik hinausgehen.

2.1. Matrizen mit linearer Ordnung semiotischer Identitätsabbildungen

2.1.1. Typ I

1.1 2.2 3.3

1.2 1.3 2.3

3.1 2.1 3.2

(1.1) → (1.1)

(1.2) → (2.2)

(1.3) → (3.3)

(2.1) → (1.2)

(2.2) → (1.3)

(2.3) → (2.3)

(3.1) → (3.1)

(3.2) → (2.1)

(3.3) → (3.2)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

2.1.2. Typ II

1.3 2.3 1.2

3.1 2.1 3.2

2.2 1.1 3.3

(1.1) → (1.3)

(1.2) → (2.3)

(1.3) → (1.2)

(2.1) → (3.1)

(2.2) → (2.1)

(2.3) → (3.2)

(3.1) → (2.2)

(3.2) → (1.1)

(3.3) → (3.3)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

(3.1, 1.2, 1.1)

2.1.3. Typ III

1.1 1.2 1.3

2.2 3.1 2.1

3.3 2.3 — 3.2

(1.1) → (1.1)

(1.2) → (1.2)

(1.3) → (1.3)

(2.1) → (2.2)

(2.2) → (3.1)

(2.3) → (2.1)

(3.1) → (3.3)

(3.2) → (2.3)

(3.3) → (3.2)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

(3.3, 2.2, 1.1)

(2.2, 3.1, 1.3)

2.1.4. Typ IV

1.2 1.3 **2.2**

3.1 2.1 **1.1**

2.3 — 3.2 **3.3**

(1.1) → (1.2)

(1.2) → (1.3)

(1.3) → (2.2)

(2.1) → (3.1)

(2.2) → (2.1)

(2.3) → (1.1)

(3.1) → (2.3)

(3.2) → (3.2)

(3.3) → (3.3)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

(2.3, 3.1, 1.2)

2.2. Matrizen mit orthogonaler Ordnung semiotischer Identitätsabbildungen

1.1 1.2 **2.2**

2.1 3.1 2.3

3.3 3.2 1.3

(1.1) → (1.1)

(1.2) → (1.2)

(1.3) → (2.2)

(2.1) → (2.1)

1.1 3.1 **3.3**

1.3 2.1 2.3

1.2 3.2 **2.2**

(1.1) → (1.1)

(1.2) → (3.1)

(1.3) → (3.3)

(2.1) → (1.3)

(2.2) → (3.1)

(2.3) → (2.3)

(3.1) → (3.3)

(3.2) → (3.2)

(3.3) → (1.3)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

(3.3, 2.1, 1.1)

1.2 3.1 **1.1**

1.3 2.1 3.2

2.2 2.3 **3.3**

(1.1) → (1.2)

(1.2) → (3.1)

(1.3) → (1.1)

(2.1) → (1.3)

(2.2) → (2.1)

(2.3) → (3.2)

(3.1) → (2.2)

(3.2) → (2.3)

(3.3) → (3.3)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

(2.2, 1.3, 1.2)

(2.2) → (2.1)

(2.3) → (2.3)

(3.1) → (1.2)

(3.2) → (3.2)

(3.3) → (2.2)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

(1.2, 1.3, 1.1)

2.2 1.3 1.2

2.3 2.1 3.1

3.3 3.2 **1.1**

(1.1) → (2.2)

(1.2) → (1.3)

(1.3) → (1.2)

(2.1) → (2.3)

(2.2) → (2.1)

(2.3) → (3.1)

(3.1) → (3.3)

(3.2) → (3.2)

(3.3) → (1.1)

Beispiel:

Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) →

(3.3, 2.3, 2.2)

Man erinnere sich daran, daß nur die in Toth (2014) gefundenen gegendiagonalen Strukturen dieser Matrizentypen invariant sind, d.h. man kann nicht nur jede der 10 Zeichenklassen und ihrer dualen Realitätsthematiken mit Hilfe

dieser Gruppoide in eine enorm große Klasse weiterer triadischer Relationen transformieren, sondern deren Zahl durch differente Belegungen innerhalb der durch die Invarianzen gesetzten Freiheiten in den Matrix-Einträgen zusätzlich beträchtlich erhöhen.

Literatur

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Ein arithmetisches Gesetz für semiotische Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Raster semiotischer Ränder

1. In Toth (2014) hatten wir für Ränder zwischen semiotischen Subrelationen die folgenden drei Sätze notieren können.

1.1. SATZ FÜR RÄNDER TRIADISCHER SUBZEICHENRELATIONEN: Für zwei semiotische Subrelationen $S_1 = <a.b>$ und $S_2 = <a.c>$ gilt $R[<a.b>, <a.c>] = (a.)$.

1.2. SATZ FÜR RÄNDER TRICHOTOMISCHER SUBREICHENRELATIONEN: Für zwei semiotische Subrelationen $S_1 = <a.b>$ und $S_2 = <c.b>$ gilt $R[<a.b>, <cb>] = (.b)$.

Aus Sätzen 1.1. und 1.2. folgt unmittelbar

1.3. SATZ FÜR RÄNDER SOWOHL TRIADISCHER ALS AUCH TRICHOTOMISCHER SUBRELATIONEN: $R[<a.b>, <a.c>] = R[<a.b>, <cb>]$ gdw. $a = b$.

2. Wie im folgenden gezeigt wird, bedeutet dies im Falle der beiden semiotischen Matrizen, d.h. für die von Bense (1975, S. 101) eingeführte sog. kleine und die von Bense (1975, S. 105) eingeführte sog. große Matrix, daß semiotische Ränder durch Raster triadischer und trichotomischer Primzeichen determiniert sind, d.h. wir unterscheiden bei den von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen

$P = R(1, 2, 3)$

zwischen triadischen Primzeichen

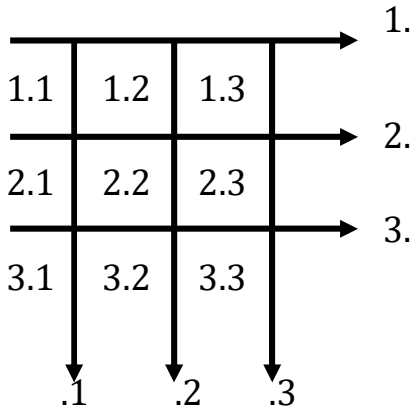
$P_{td} = R(1., 2., 3.)$

und zwischen trichotomischen Primzeichen

$P_{tt} = R(.1, .2, .3)$.

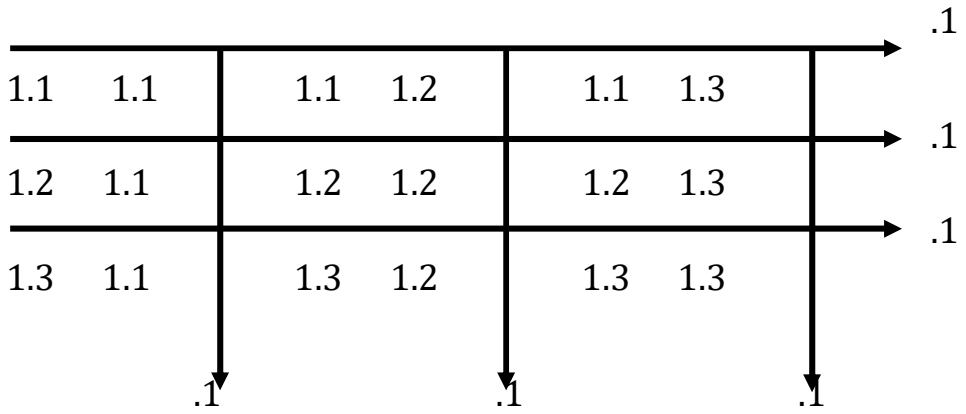
Das bedeutet in Sonderheit, daß die von Bense immer wieder hervorgehobene Ordinalität dieser von ihm sowohl als "Zahlzeichen" als auch als "Zeichenzahlen" bezeichneten Primzeichen stellenwertig relevant ist, d.h. eine Eigenschaft aufweisen, welche keine Zahlen aus der gesamten quantitiativen Mathematik aufweisen, welche sich aber innerhalb der von Engelbert Kronthaler begründeten qualitativen Mathematik findet (vgl. z.B. Kronthaler 1986, S. 24 ff.).

2.1. Raster für Ränder in der kleinen semiotischen Matrix



2.2. Raster für Ränder in der großen semiotischen Matrix

Da die große Matrix im Gegensatz zur kleinen für jede Subrelation ein Paar von Subrelationen als Matrixeintrag aufweist, verdreifacht sich für jede der 9 Subrelationen der kleinen Matrix mit den $3 \times 9 = 27$ Einträgen auch die Struktur des triadisch-trichotomischen Rasters, d.h. wir bekommen für jede Subrelation der kleinen Matrix das folgende Raster für jede Subrelation der großen Matrix, wie es im folgenden für (1.1) dargestellt wird.



Die Existenz dieser Raster für semiotische Ränder ist, abgesehen von der systemtheoretischen Begründung sowohl der Semiotik als auch der Ontik, von eminenter Bedeutung für die Semiotik selbst, denn diese Raster sind der Grund dafür, daß man das ganze System der 10 peirceschen Zeichenklassen und ihrer dual koordinierten 10 Realitätsthematiken bijektiv auf triadische Relationen von Trichotomien, d.h. trichotomische Primzeichenfolgen, abbilden kann

$(3.1, 2.1, 1.1) \rightarrow (.1, .1, .1)$

(3.1, 2.1, 1.2) → (.1, .1, .2)

(3.1, 2.1, 1.3) → (.1, .1, .3)

(3.1, 2.2, 1.2) → (.1, .2, .2)

(3.1, 2.2, 1.3) → (.1, .2, .3)

(3.1, 2.3, 1.3) → (.1, .3, .3)

(3.2, 2.2, 1.2) → (.2, .2, .2)

(3.2, 2.2, 1.3) → (.2, .2, .3)

(3.2, 2.3, 1.3) → (.2, .3, .3)

(3.3, 2.3, 1.3) → (.3, .3, .3).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Ontische und semiotische Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Positionskonstanz von Zeichenzahlen

1. Bekanntlich hatte Bense gezeigt, daß die von ihm eingeführte Menge von Zeichenzahlen bzw. "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$P = (1, 2, 3)$

die Peano-Axiome erfüllt (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.). Dies gilt nun allerdings nicht von der durch kartesische Produktbildung aus $P \times P$ gewonnenen Menge der sog. Subzeichen

$S = (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2., 2.3, 3.1, 3.2, 3.3)$,

denn diese können als Punkte eines doppelt positiven Quadranten eines Zahlenfeldes und somit als komplexe Zeichenzahlen aufgefaßt werden, die damit überhaupt nicht linear angeordnet werden können (vgl. Toth 2008, S. 52 ff.).

2. Wenn wir als Beispiel die Zeichenklasse

$Zkl = (3.2, 2.2, 1.3)$

nehmen, dann wird ihre Realitätsthematik vermöge Bense (1975, S. 100 ff.) durch Dualisation gewonnen

$Rth = \times Zkl = \times(3.2, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2, 2.3)$.

Es gibt allerdings keine semiotische definierte Operation, welche die Elemente von S, nicht aber diejenigen von P umkehrt, d.h. wir müssen hier die Konversion von Zkl wie folgt einführen

$Zkl^{-1} = (3.2, 2.2, 1.3)^{-1} = (1.3, 2.2, 3.2)$,

und damit fallen Dualisation und Konversion nicht mehr wie bisher zusammen, denn wir können nun natürlich auch Zkl^{-1} wiederum dualisieren

$\times Zkl^{-1} = \times(1.3, 2.2, 3.2) = (2.3, 2.2, 3.1)$

und erhalten somit für jede Zeichenklasse der allgemeinen Form Zkl = (3.x, 2.y 1.z) ein Quadrupel der Form

$Zkl = \quad (3.x, 2.y, 1.z) \qquad Zkl^{-1} = \quad (1.z, 2.y, 3.x)$

$\times$Zkl = (z.1, y.2, x.3) $\times$Zkl^{-1} = (x.3, y.2, z.1),

und wie man sieht, sind alle vier Zeichenrelationen paarweise verschieden.

3. Trägt man wie bisher üblich Zeichenklasse und Realitätsthematik in die semiotische Matrix ein, so verhalten sich die Matrizen für Zkl und Rth wie Transpositionen voneinander, d.h. wir bekommen für unser Beispiel

1.1	1.2	<u>1.3</u>	1.1	1.2	1.3
2.1	<u>2.2</u>	2.3	2.1	<u>2.2</u>	<u>2.3</u>
3.1	<u>3.2</u>	3.3	<u>3.1</u>	3.2	3.3.

Für dieses Verfahren gilt somit Positionskonstanz der semiotischen Matrizen, aber nicht der Zeichenzahlen. Wenn wir hingegen die letzteren als konstant setzen und die Matrizen anpassen, bekommen wir für Zkl und $\times$Zkl

1.1	1.2	<u>1.3</u>	1.1	1.2	<u>2.3</u>
2.1	<u>2.2</u>	2.3	2.1	<u>2.2</u>	1.3
3.1	<u>3.2</u>	3.3	3.1	<u>3.2</u>	3.3,

d.h. in der Matrix von $\times$Zkl hat eine Austauschtransformation (1.3) $\rightleftarrows$ (2.3) stattgefunden. Ferner erhalten wir für Zkl^{-1} und $\times$ Zkl^{-1}

1.1	1.2	<u>3.2</u>	1.1	1.2	<u>3.1</u>
2.1	<u>2.2</u>	2.3	2.1	<u>2.2</u>	3.2
3.1	<u>1.3</u>	3.3	1.3	<u>2.3</u>	3.3.

Wie man leicht für alle übrigen neun Zeichenklassen nachprüfen kann, bleibt immer mindestens ein Element von S konstant und es werden also maximal zwei Subzeichen paarweise ausgetauscht, d.h. transponiert, so daß die restlichen Einträge der Matrizen also nicht tangiert werden. Die die Belegungen der semiotischen Matrizen durch die Zeichenklassen, d.h. die Abbildungen der letzteren auf erstere, bijektiv ist, ist also auch die Abbildung jedes Quadrupels von Zeichenrelationen auf ein Quadrupel von Matrizen mit Positionskonstanz der Zeichenzahlen bijektiv.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

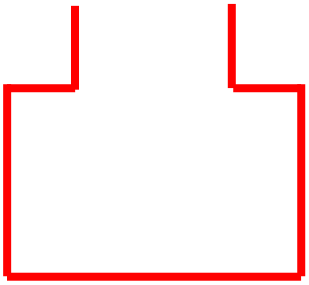
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

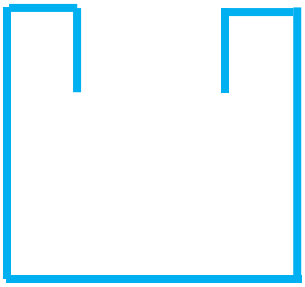
Ontische Hüllen und semiotische Matrizen

1. In Toth (2015) wurden ontische Hüllen als semiotische Invarianten definiert und auf die von Bense (1975, S. 39 ff.) definierten semiotischen Invarianten abgebildet.

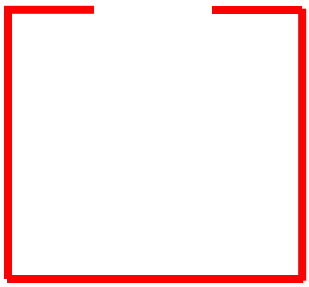
ontische Invarianten semiotische Invarianten



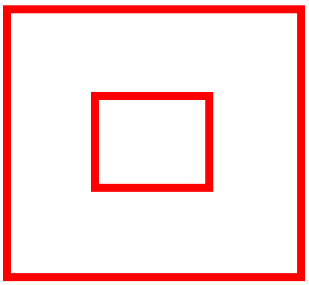
→ (<1.1>, <1.2>, <1.3>)



→ (<1.1>)



→ (<2.1>, <2.2>, <2.3>)



→ (<3.1>, <3.2>, <3.3>)

2. Wie man erkennt, kann also jede vollständige semiotische Trichotomie bijektiv auf eine ontische Hülle abgebildet werden – mit Ausnahme des Sub-

zeichens <1.1>, das vermöge der qualitativ begründeten Nicht-Selbstdualität auf zwei ontische Hüllen abgebildet wird. Man kann nun eine Matrix konstruieren, welche sowohl den ontischen als auch den semiotischen Invarianten zugrunde liegt.

$$M = \begin{pmatrix} 1.x & 1.1 \\ 2.y & 3.z \end{pmatrix}$$

mit x, y, z ∈ {1, 2, 3}, d.h.

M stellt eine Matrix-Form dar, die, wenn für x, y und z die Primzeichenwerte eingesetzt werden, zu einer Menge von Matrizen führt, die, im Falle, daß sämtliche Primzeichenwerte eingesetzt werden, wegen der ontischen Doppel-Präsentanz von <1.1> notwendig asymmetrisch sind, allerdings ohne deswegen die triadisch-trichotomische relationale Ordnung ihrer Subzeichen aufzugeben.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Ontische Invarianten und semiotische Nullheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Eine dialektische semiotische Relation bei Kierkegaard

1. In Toth (2015) wurde gezeigt, daß Kierkegaard, indem er eine dialektische triadische Relation konstruiert, die man heute, wenn nicht als semiotisch, so doch als präsemiotisch bezeichnen muß (vgl. bereits Toth 1995), die peircesche, auf der pragmatischen Maxime gegründete Ordnung der Zeichenrelation

$Z_1 = (M \rightarrow O \rightarrow I)$

nicht akzeptiert, indem er ausdrücklich erklärt: "Es ist nämlich nicht so, wie die Philosophen erklären, daß die Notwendigkeit die Einheit von Möglichkeit und Wirklichkeit sei, nein, die Wirklichkeit ist die Einheit von Möglichkeit und Notwendigkeit" (Kierkegaard 1984, S. 35).

2. Kierkegaards mögliche Ordnungen der Zeichenrelation sind damit

$Z_1 = (M \rightarrow I) \rightarrow O$

$Z_2 = (I \rightarrow M) \rightarrow O$,

wobei Z_2 die vermittelnde Position des auch von Peirce als "Mediums" bezeichneten Mittelbezugs als kategorialer Möglichkeit thematisiert. Allerdings setzen Z_1 und Z_2 die von Bense (1979, S. 53 u. 67) kategorientheoretisch eingeführte Zeichenrelation

$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

außer Kraft, und wir müssen von zwei neuen semiotischen Matrizen der folgenden, Z_1 und Z_2 entsprechenden, Formen ausgehen.

	1	3	2
1	1.1	1.3	1.2
3	3.1	3.3	3.2
2	2.1	2.3	2.2

	3	1	2
3	3.3	3.1	3.2
1	1.3	1.1	1.2
2	2.3	2.1	2.2

Wie man erkennt, sind zwar in beiden Fällen die durch die Hauptdiagonalen gebildeten Kategorienrealitäten bis auf die Ordnung ihrer Subzeichen gleich geblieben, aber die durch die Nebendiagonalen gebildeten Eigenrealitäten der Zeichen erscheinen nun in der Matrix für Z_1 als

$\times(2.1, 3.3, 1.2) = (2.1, 3.3, 1.2)$

und in der Matrix für Z_2 als

$\times(2.3, 1.1, 3.2) = (2.3, 1.1, 3.2)$.

Da es sich in beiden Fällen bis auf die Ordnung der Subzeichen um Zeichenklassen handelt, insofern jede der drei Positionen der Zeichenrelation durch eine Erst-, eine Zweit- und eine Drittheit besetzt ist, da diese Zeichenklassen aber, auf die peircesche Normalform gebracht, irregulär sind

(3.3, 2.1, 1.2)

(3.2, 2.3, 1.1),

so folgt weiter, daß auch die sog. trichotomische Inklusionsordnung der peirceschen Zeichenrelation

$O = (3.a, 2.b, 1.c)$ mit $a \leqq b \leqq c$

außer Kraft gesetzt ist. Hieraus wiederum folgt, daß beide Kierkegaardschen Zeichenrelationen vermöge ihrer zugehörigen Matrizen nicht nur das durch O restringierte Teilsystem der 10 peirceschen Zeichenklassen, sondern alle $3^3 = 27$ möglichen triadischen Zeichenrelationen als Zeichenklassen zulassen, und damit das folgende vollständige semiotische Dualitätssystem

(3.1, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 1.3)
(3.1, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 1.3)
(3.1, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 1.3)
(3.1, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 1.3)
(3.1, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 1.3)

(3.2, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 2.3)
(3.2, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 2.3)
(3.2, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 2.3)
(3.2, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 2.3)
(3.2, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 2.3)

(3.3, 2.1, 1.1)	×	(1.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.1, 1.2)	×	(2.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.1, 1.3)	×	(3.1, 1.2, 3.3)
(3.3, 2.2, 1.1)	×	(1.1, 2.2, 3.3)
(3.3, 2.2, 1.2)	×	(2.1, 2.2, 3.3)
(3.3, 2.2, 1.3)	×	(3.1, 2.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.1)	×	(1.1, 3.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.2)	×	(2.1, 3.2, 3.3)
(3.3, 2.3, 1.3)	×	(3.1, 3.2, 3.3).

Daß mit dieser maximalen Erweiterung des sog. peirceschen Zehnersystems vor allem auch eine enorme Komplexitätssteigerung der durch die Realitätsthematiken präsentierten strukturellen Realitäten (mit im Zehnersystem unbekannten Thematisationsstrukturen) einhergeht, eingeschlossen mehrere und nicht nur ein Typus von Eigen- und Kategorienrealität, dürfte unmittelbar einsichtig sein und wurde von uns bereits in früheren Arbeiten eingehend behandelt.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kiekegaard, Sören, Die Krankheit zum Tode. Frankfurt am Main 1984

Toth, Alfred, Das eigenreale Selbst. Notizen zu Kierkegaards “Krankheit zum Tode”. In: European Journal for Semiotic Studies 7, 1995, S. 717-725

Toth, Alfred, Eine dialektische semiotische Relation bei Kierkegaard. In: Electronic Journal for Semiotic Studies, 2015

Semiotisches Mittel und semiotische Vermittlung

1. Bekanntlich ist die kanonische Ordnung der peirceschen semiotischen Kategorien innerhalb der von Zeichenklassen

$P = (I, O, M) = (3, 2, 1)$,

und innerhalb ihrer dualen Realitätsthematiken (vgl. Bense 1975, S. 35 ff.)

$P^{-1} = (M, O, I) = (1, 2, 3)$.

In beiden Fällen vermittelt also der als "Medium" (Peirce) eingeführte Mittelbezug nicht, d.h. die permutationelle Ordnung

$P^* = (O, M, I) = (2, 1, 3)$

und ihre Konverse

$P^{*-1} = (I, M, O) = (3, 1, 2)$

sind innerhalb der Peirce-Bense-Semiotik obsolet.

2. Eine Möglichkeit besteht darin, das Medium, das, "wie Peirce schon formulierte, letztlich das eigentliche Zeichen sei" (Bense 1975, S. 82), nicht als Mittelrelation, sondern als Mittel einzuführen und es demnach zwischen dem Objekt und dem es bezeichnenden Zeichen als ontisch-semiotische Vermittlung einzuführen. Wir hätten dann entweder

$\Omega^* = [\Omega, M, Z]$

oder

$Z^* = [Z, M, \Omega]$,

wobei wiederum $Z^* = \Omega^{-1}$ ist. In beiden Fällen ist M aber nichts anderes als der Rand von Objekt und Zeichen, d.h.

$M = R[\Omega, Z] \neq R[Z, \Omega] \neq \emptyset$,

und hierdurch könnte man den sonst innerhalb des modelltheoretisch abgeschlossenen "Universums der Zeichen" unverständlichen semiotischen Satz begründen, wonach jedes Zeichen eines Zeichenträgers bedarf (vgl. Bense/Walther 1973, S. 137). Das Mittel ist dann als 0-stellige Relation ein

Objekt (vgl. Bense 1975, S. 64 ff.) und fungiert als solches als Zeichenträger, d.h. es verankert das Zeichen innerhalb der Ontik.

3. Hält man jedoch an der zeicheninternen Vermittlung der semiotischen Kategorien durch die Mittelrelation fest, kann man zwei Paare von semiotischen Matrizen konstruieren, welche die Ordnungen P oder P^{*-1} aufweisen.

3.1. Triadische semiotische Vermittlung

2.1	$\underline{1}$.1	3.1	1.2	1.$\underline{1}$	1.3
2.2	$\underline{1}$.2	3.2	2.2	2.$\underline{1}$	2.3
2.3	$\underline{1}$.3	3.3	3.2	3.$\underline{1}$	3.3

3.2. Trichotomische semiotische Vermittlung

2.1	2.2	2.3	1.2	2.2	3.2
$\underline{1}$.1	$\underline{1}$.2	$\underline{1}$.3	1.$\underline{1}$	2.$\underline{1}$	3.$\underline{1}$
3.1	3.2	3.3	1.3	2.3	3.3.

Will man die Ordnungen P oder P^{*-1} kombinieren, so erhält man als dritte die folgende semiotische Matrix.

3.3. Triadisch-trichotomische semiotische Vermittlung

2.2	2.$\underline{1}$	2.3
$\underline{1}$.2	$\underline{1}$.$\underline{1}$	$\underline{1}$.3
3.2	3.$\underline{1}$	3.3.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Semiotische Matrizen kategorialer Vermittlung

1. In Toth (2015a) wurden zwei Paare von semiotischen Matrizen präsentiert, welche statt der kanonischen (aus der sog. pragmatischen Maxime von Peirce resultierenden) kategorialen Ordnungen

$Z = R(3, 2, 1)$

$\times Z = R(1, 2, 3)$

die Mittelstellung des als "Mediums" eingeführten Mittelbezugs, d.h. die kategorialen Ordnungen

$Z^* = R(3, 1, 2)$

$\times Z^* = R(2, 1, 3)$

voraussetzen.

1.1. Triadische semiotische Vermittlung

2.1	$\underline{1}$.1	3.1	1.2	1.$\underline{1}$	1.3
2.2	$\underline{1}$.2	3.2	2.2	2.$\underline{1}$	2.3
2.3	$\underline{1}$.3	3.3	3.2	3.$\underline{1}$	3.3

1.2. Trichotomische semiotische Vermittlung

2.1	2.2	2.3	1.2	2.2	3.2
$\underline{1}$.1	$\underline{1}$.2	$\underline{1}$.3	1.$\underline{1}$	2.$\underline{1}$	3.$\underline{1}$
3.1	3.2	3.3	1.3	2.3	3.3.

Ferner kann man natürlich eine neue semiotische Matrix konstruieren, in der die Kategorien 2 und 3 sowohl triadisch als auch trichotomisch durch die Kategorie 1 vermittelt sind.

1.3. Triadisch-trichotomische semiotische Vermittlung

2.2	2.$\underline{1}$	2.3
$\underline{1}$.2	$\underline{1}$.$\underline{1}$	$\underline{1}$.3
3.2	3.$\underline{1}$	3.3.

2. Allen fünf Vermittlungs-Matrizen gemeinsam ist bemerkenswerterweise

(3.3) = const.

Ferner erscheinen in der Hauptdiagonalen statt in der Nebendiagonalen anstatt der von Bense (1992) so genannten "Gleichverteilung" der Kategorien innerhalb der "eigenrealen", mit ihrer Realitätsthematik dualidentischen Zeichenthematik

(3.1 2.×.2 1.3)

die drei folgenden kategorialen Nicht-Gleichverteilungen

(2.1 × 1.2 3.3)

(1.2 × 2.1 3.3),

welche auf triadische oder trichotomische Vermittlung restringiert sind, und

(3.2 1.×.1 2.3),

also eine neue Form von "Eigenrealität", welche nur bei triadischer und trichotomischer Vermittlung aufscheint. Entsprechend ist auch nur in diesem Fall die Hauptdiagonale weiterhin durch die Klasse der peirceschen genuinen Kategorien besetzt.

3. Allerdings zeigen auch die Nebendiagonalen anstatt der Hauptdiagonalen in den Vermittlungsmatrizen im Falle der getrennten triadischen oder trichotomischen Vermittlung nun die gleichen Besonderheiten wie es die Hauptdiagonalen anstatt der Nebendiagonalen tun. Es finden sich die vier folgenden Typen

(2.3 1.2 3.1) (3.1 1.2 2.3)

(3.2 2.1 1.3) (1.3 2.1 3.2),

d.h. sie stehen paarweise sowohl in Reflexionsrelation, denn es ist

R(2.3, 1.2, 3.1) = (3.1, 1.2, 2.3)

R(3.2, 2.1, 1.3) = (1.3, 2.1, 3.2)

als auch in Dualrelation, denn es ist

×(2.3, 1.2, 3.1) = (1.3, 2.1, 3.2)

$\times(3.2, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.2, 2.3)$.

Die gleichzeitige Präsenz von Reflexion und Dualisation impliziert aber die Aufhebung der logischen Zweiwertigkeit der semiotischen Basis (vgl. Toth 2015b). Was hier mit einigem mathematischem Aufwand gezeigt werden mußte, ist hingegen völlig problemlos verständlich: Nimmt man Peirces Idee einer Kategorie der Vermittlung ernst und ordnet die kategorialen Folgen so, daß die Vermittlung auch wirklich in Mittelposition gesetzt wird, dann muß eine solche kategoriale Vermittlungsrelation allein deswegen die aristotelische Logik aufheben, weil die Vermittlungskategorie als Tertium datur fungiert.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotisches Mittel und semiotische Vermittlung. In: Electronic Journal for Semiotic Studies, 2015a

Toth, Alfred, Reflexionsidentität und Dualidentität. In: Electronic Journal for Semiotic Studies, 2015a

Zwischen Kategorienrealität und Antikategorienrealität

1. In vollständigen System der $3^3 = 27$ über der Struktur Z = (3.x, 2.y, 1.z) mit x, y, z ∈ {1, 2, 3} konstruierbaren semiotischen Relationen – von denen die 10 peirce-beneseschen mittels der trichotomischen Inklusionsordnung (x ≦ y ≦ z) herausgefiltert werden, so daß eine komplementäre Menge von 17 "irregulären" semiotischen Relationen erzeugt wird – gibt es 5 Gruppen trichotomischer Ordnungen (vgl. Toth 2015a).

2.1. Trichotomische Ordnungsstruktur (=, =, =)

Dualsystem XXII

(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

G(2.2) = R(2.2)

G(1.1) = R(1.1)

2.2. Trichotomische Ordnungsstruktur (=, ≠, ≠)

Dualsystem XX

(3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)

G(3.3) = R(3.3)

G(2.1) ≠ R(2.1)

G(1.2) ≠R(1.2)

2.3. Trichotomische Ordnungsstruktur (≠, =, ≠)

Dualsystem VI

(3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)

G(3.1) ≠ R(3.1)

G(2.2) = R(2.2)

G(1.3) ≠ R(1.3)

2.4. Trichotomische Ordnungsstruktur (≠,≠, =)

Dualsystem VII

(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)

G(3.1) ≠ R(3.1)

G(2.3) ≠ R(2.3)

G(1.1) = R(1.1)

2.5. Trichotomische Ordnungsstruktur (≠,≠,≠)

Dualsystem VIII

(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)

G(3.1) ≠ R(3.1)

G(2.3) ≠ R(2.3)

G(1.2) ≠ R(1.2)

Dualsystem XII

(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)

G(3.2) ≠ R(3.2)

G(2.1) ≠ R(2.1)

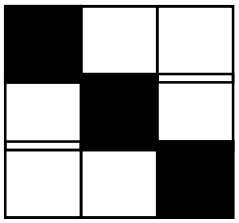
G(1.3) ≠ R(1.3)

3. Im folgenden ordnen wir den Zeichenklassen der semiotischen Dualsysteme dieser 5 trichotomischen Ordnungen die entsprechenden semiotischen Matrizen zu.

3.1. Trichotomische Ordnungsstruktur (=, =, =)

Dualsystem XXII

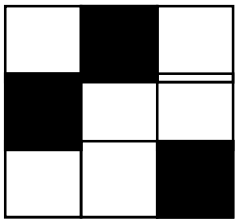
(3.3, 2.2, 1.1) × (1.1, 2.2, 3.3)



3.2. Trichotomische Ordnungsstruktur (=, ≠, ≠)

Dualsystem XX

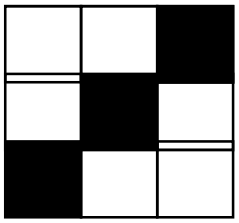
(3.3, 2.1, 1.2) × (2.1, 1.2, 3.3)



3.3. Trichotomische Ordnungsstruktur (≠, =, ≠)

Dualsystem VI

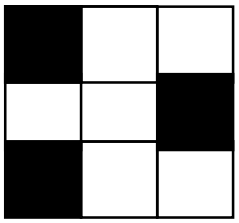
(3.1, 2.2, 1.3) × (3.1, 2.2, 1.3)



3.4. Trichotomische Ordnungsstruktur (≠,≠, =)

Dualsystem VII

(3.1, 2.3, 1.1) × (1.1, 3.2, 1.3)



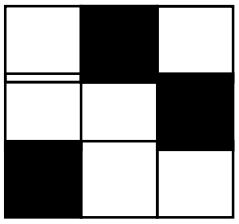
3.5. Trichotomische Ordnungsstruktur (≠,≠,≠)

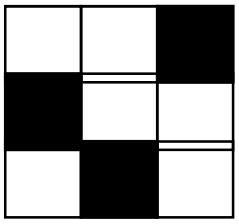
Dualsystem VIII

(3.1, 2.3, 1.2) × (2.1, 3.2, 1.3)

Dualsystem XII

(3.2, 2.1, 1.3) × (3.1, 1.2, 2.3)





Das Ergebnis ist bemerkenswert:

$$\begin{array}{c}
(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3) \\
\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow \\
(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3) \\
\\
(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3) \\
\downarrow \qquad\qquad\qquad \downarrow \\
(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3) \\
\swarrow \qquad\qquad \\
(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3) \qquad\qquad (3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3),
\end{array}$$

d.h. das "System", das die Kategorienrealität über die Eigenrealität und deren Vermittlungen mit der Antikategorienrealität verbindet, ist nicht-konnex. In Sonderheit gibt es keine Vermittlung zwischen den kategorienrealen trichotomischen Ordnungen mit (3.3) und den eigenrealen mit (3.1). Ferner ist der Übergang zwischen der Eigenrealität und der Antikategorienrealität asymmetrisch. Damit werden Ergebnisse einer Vorgängerstudie bestätigt, in welcher die modelltheoretische Unvollständigkeit und die topologische Diskonnexität des angeblichen "Universums der Zeichen" bewiesen wurde (vgl. Toth 2015b).

Literatur

Toth, Alfred, Eigenrealität und komplementäre Eigenrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Leere Ränder bei semiotischen Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Semiotische Vermittlungsmatrizen

1. Bekanntlich setzen sich in der Peirce-Bense-Semiotik Zeichenklassen und Realitätsthematiken aus Subzeichen zusammen, und diese sind als kartesische Produkte der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen definiert, allerdings von zwei Sorten, die wir als triadische und trichotomische Zeichenzahlen definiert hatten (vgl. Toth 2010)

$S = x. \times .y = <x.y>$

mit $x, y \in \{1, 2, 3\}$.

Dadurch erhält man die von Bense (1975, S. 37) eingeführte kleine semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3.

2. Geht man hingegen von Paaren von Subzeichen aus, die also die Form

$D = <<x.y>, <w.z>>$

mit $x \ldots z \in \{1, 2, 3\}$

haben, erhält man die von Bense (1975, S. 105) eingeführte große semiotische Matrix

		M			O			I		
		Qu 1.1	Si 1.2	Le 1.3	Ic 2.1	In 2.2	Sy 2.3	Rh 3.1	Di 3.2	Ar 3.3
M	Qu 1.1	Qu-Qu 1.1 1.1	Qu-Si 1.1 1.2	Qu-Le 1.1 1.3	Qu-Ic 1.1 2.1	Qu-In 1.1 2.2	Qu-Sy 1.1 2.3	Qu-Rh 1.1 3.1	Qu-Di 1.1 3.2	Qu-Ar 1.1 3.3
	Si 1.2	Si-Qu 1.2 1.1	Si-Si 1.2 1.2	Si-Le 1.2 1.3	Si-Ic 1.2 2.1	Si-In 1.2 2.2	Si-Sy 1.2 2.3	Si-Rh 1.2 3.1	Si-Di 1.2 3.2	Si-Ar 1.2 3.3
	Le 1.3	Le-Qu 1.3 1.1	Le-Si 1.3 1.2	Le-Le 1.3 1.3	Le-Ic 1.3 2.1	Le-In 1.3 2.2	Le-Sy 1.3 2.3	Le-Rh 1.3 3.1	Le-Di 1.3 3.2	Le-Ar 1.3 3.3
O	Ic 2.1	Ic-Qu 2.1 1.1	Ic-Si 2.1 1.2	Ic-Le 2.1 1.3	Ic-Ic 2.1 2.1	Ic-In 2.1 2.2	Ic-Sy 2.1 2.3	Ic-Rh 2.1 3.1	Ic-Di 2.1 3.2	Ic-Ar 2.1 3.3
	In 2.2	In-Qu 2.2 1.1	In-Si 2.2 1.2	In-Le 2.2 1.3	In-Ic 2.2 2.1	In-In 2.2 2.2	In-Sy 2.2 2.3	In-Rh 2.2 3.1	In-Di 2.2 3.2	In-Ar 2.2 3.3
	Sy 2.3	Sy-Qu 2.3 1.1	Sy-Si 2.3 1.2	Sy-Le 2.3 1.3	Sy-Ic 2.3 2.1	Sy-In 2.3 2.2	Sy-Sy 2.3 2.3	Sy-Rh 2.3 3.1	Sy-Di 2.3 3.2	Sy-Ar 2.3 3.3
I	Rh 3.1	Rh-Qu 3.1 1.1	Rh-Si 3.1 1.2	Rh-Le 3.1 1.3	Rh-Ic 3.1 2.1	Rh-In 3.1 2.2	Rh-Sy 3.1 2.3	Rh-Rh 3.1 3.1	Rh-Di 3.1 3.2	Rh-Ar 3.1 3.3
	Di 3.2	Di-Qu 3.2 1.1	Di-Si 3.2 1.2	Di-Le 3.2 1.3	Di-Ic 3.2 2.1	Di-In 3.2 2.2	Di-Sy 3.2 2.3	Di-Rh 3.2 3.1	Di-Di 3.2 3.2	Di-Ar 3.2 3.3
	Ar 3.3	Ar-Qu 3.3 1.1	Ar-Si 3.3 1.2	Ar-Le 3.3 1.3	Ar-Ic 3.3 2.1	Ar-In 3.3 2.2	Ar-Sy 3.3 2.3	Ar-Rh 3.3 1.3	Ar-Di 3.3 3.2	Ar-Ar 3.3 3.3

3. Es ist jedoch möglich, Vermittlungsmatrizen zwischen der kleinen und der großen semiotischen Matrix einzuführen. Die beiden möglichen Abbildungen sind

s: x. → <x.y>

t: .y → <x.y>

3.1. x. → <x.y>

Man erhält damit folgende triadische Vermittlungsmatrix.

	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
1.	1.1.1	1.1.2	1.1.3	1.2.1	1.2.2	1.2.3	1.3.1	1.3.2	1.3.3
2.	2.1.1	2.1.2	2.1.3	2.2.1	2.2.2	2.2.3	2.3.1	2.3.2	2.3.3
3.	3.1.1	3.1.2	3.1.3	3.2.1	3.2.2	3.2.3	3.3.1	3.3.2	3.3.3

3.2. .y → <x.y>

Man erhält damit folgende trichotomische Vermittlungsmatrix.

	.1	.2	.3
1.1	1.1.1	1.1.2	1.1.3
1.2	1.2.1	1.2.2	1.2.3
1.3	1.3.1	1.3.2	1.3.3
2.1	2.1.1	2.1.2	2.1.3
2.2	2.2.1	2.2.2	2.2.3
2.3	2.3.1	2.3.2	2.3.3
3.1	3.1.1	3.1.2	3.1.3
3.2	3.2.1	3.2.2	3.2.3
3.3	3.3.1	3.3.2	3.3.3

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Bademn 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Eine vorthetische Transgressionsmatrix

1. Auch wenn Bense in seiner Differenzierung zwischen ontischem und semiotischem Raum (vgl. Bense 1975, S. 44, 45 ff., 64 ff.) den ersteren als Raum der 0-stelligen, "vorthetischen" bzw. "disponiblen" Objektbezüge O° bestimmt und also von einer Zweiteilung statt einer Dreiteilung des zugrunde liegenden erkenntnistheoretischen Raumes

$E = (\Omega, O°, Z)$

ausgeht, so setzt die Definition von O° natürlich die Existenz des nicht-thetischen Objektes Ω voraus, denn aus der Menge {Ω} allein können die O° ja seligiert werden, um dann vermittels der Abbildung

$\mu: \quad O° \rightarrow M$

zu Mittelbezügen der Zeichenrelation Z = (M, O, I) transformiert zu werden.

2. Indessen zeigt die Abbildung μ, wie bereits in Toth (2015) ausgeführt, daß hier eine Kontexturgrenze überschritten wird, denn O° wird zwar als 0-stellige Relation und M als 1-stellige Relation definiert, aber μ ist nichts anderes als eine besondere Darstellung der Metaobjektivation, d.h. der thetischen Setzung von Zeichen (vgl. Bense 1967, S. 9). Während die Primzeichenrelation (Bense 1981, S. 17 ff.)

$P_1 = (1, 2, 3)$

bijektiv auf Z = (M, O, I) abbildbar ist, ist, wie ebenfalls in Toth (2015) gezeigt wurde, die alternative Primzahlenrelation

$P_2 = (-1, 1, 2)$

bijektiv auf eine transgressive Relation zwischen vorthetischem Objekt, Mittelbezug und Objektbezug

$R = (O°, M, O)$

abbildbar, d.h. wir haben die beiden Transformationen

$\mu_1: \quad P_1 \rightarrow (M, O, I)$

$\mu_2: \quad P_2 \rightarrow (O°, M, O).$

Da also R = (O°, M, O) eine logisch heterogene Relation ist, insofern O° als Objekt ontisch und M, O als Teilrelationen von Z semiotisch sind und O° als die logische Objekt- und M, O vermöge Z die logische Subjektposition vertreten, kann man leicht erkennen, daß die zugehörigen semiotischen Matrizen von P_1

$M(P_1) =$

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3.

und von P_2

$M(P_2) =$

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2.

eine nicht-leere Schnittmenge aufweisen, insofern

$\mu_1 \cap \mu_2 \neq \emptyset$

gilt. Das bedeutet also, daß wir eine vorthetische Transgressionsmatrix konstruieren können, welche eine eigentliche ontisch-semiotische Vermittlungsmatrix darstellt, obwohl Ω lediglich vermöge O° formal zugänglich ist. Wir geben die Transgressionsmatrix sowohl in numerischer als auch in kategorialer Form.

	-1	1	2	
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
		3.1	3.2	3.3

	O°	M	O	
O°	O°. O°	O°.M	O°.O	
M	M.O°	M.M	M.O	M.I
O	O.O°	O.M	OO	O.I
		I.M	I.O	I.I

Da O°, wie anfangs ausgeführt, Ω, und somit der vorthetische Raum einen rein ontischen Raum voraussetzt, und da gemäß Bense der vorthetische Raum wischen dem ontischem Raum von Ω und dem semiotischen Raum von Z vermittelt, bedeutet dies natürlich, daß wir ein doppeltes Vermittlungssystem für den erkenntnistheoretischen Raum E = (Ω, O°, Z) haben, den man durch das folgende Schema

Ω	Ω, O°	O°, Z	Z

andeuten kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Zeichendefinition mit negativen Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zwei Zeichenzahlenrelationen

1. In Toth (2015a, b) hatten wir der von Bense als Primzeichenrelation eingeführten Zeichenzahlenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$P_1 = (1, 2, 3)$

eine von Engelbert Kronthaler vorgeschlagene weitere Zeichenzahlenrelation

$P_2 = (-1, 1, 2)$

gegenüber gestellt, die nicht nur 1 als Primzahl anerkennt, sondern deren Zahlbereich auch auf die negativen ganzen Zahlen ausdehnt.

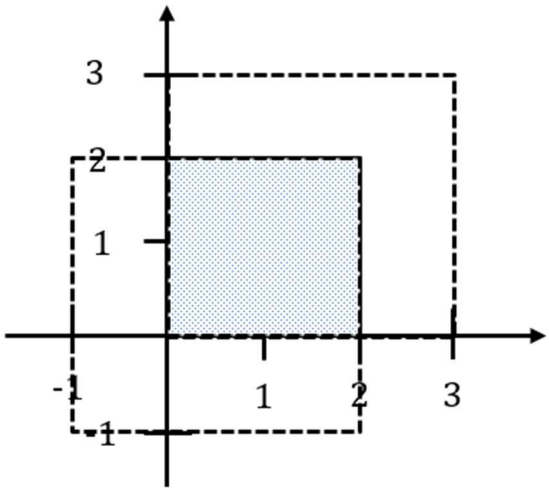
2. Aus P_2 kann man eine semiotische Matrix der Form

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2

konstruieren, welche die Bezeichnungsfunktion der von Bense (1975, S. 37) eingeführten Matrix über P_1 als Submatrix enthält. Man kann somit wegen der nichtleeren Schnittsmenge der Matrizen für P_1 und für P_2 die entsprechenden Matrizen zur folgenden kombinierten Matrix erweitern.

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

Trägt man die Subzeichen in ein kartesisches Koordinatensystem ein, so bekommt man,



darin der gepunktete Teilraum genau der Raum der von Bense (1975, S. 1975, S. 44, 45 ff., 64 ff.) definierte präsemiotische Raum der "vorthetischen" bzw. "disponiblen" Relationen M° und O° ist (vgl. Toth 2015c) vermöge der Isomorphie der kombinierten Primzahlenmatrix mit der folgenden modalitätentheoretischen Matrix

	O°	M	O	
O°	O°. O°	O°.M	O°.O	
M	M.O°	M.M	M.O	M.I
O	O.O°	O.M	OO	O.I
		I.M	I.O	I.I

.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionales Zählen in kronthalerschen Primzeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Eine vorthetische Transgressionsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Semiotische Identität und Antiidentität

1. Die Substitution der von Bense als Primzeichenrelation eingeführten Zeichenzahlenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$P_1 = (1, 2, 3)$

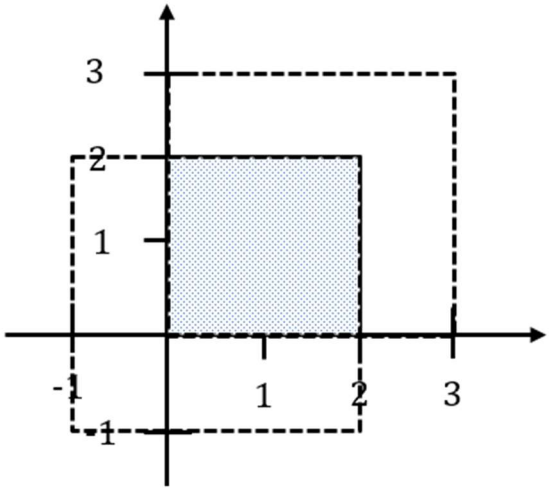
durch die von Engelbert Kronthaler vorgeschlagene Zeichenzahlenrelation

$P_2 = (-1, 1, 2)$,

in der also nicht nur die positiven ganzen Zahlen einschließlich der 1, sondern auch die negativen als Feld von Primzahlen anerkannt werden, führt, wie bereits in Toth (2015a) gezeigt, zu einer Matrix mit nicht-leerer Schnittmenge ihrer Teilmatrizen

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

und verlangt zur Darstellung der semiotischen Subrelationen ein kartesisches Koordinatensystem, welches alle vier Quadranten benötigt.



2. Obwohl die Substitutionsoperation

σ: $P_1 \rightarrow P_2 = (1, 2, 3) \rightarrow (-1, 1, 2)$

somit relativ zur semiotischen Bezeichnungsfunktion nur partiell ist (vgl. den schraffierten Bereich im Koordinatensystem), haben wir folgende kategorialen Abbildungen.

2.1. Triadische Morphismen

2.1.1. (1.) → (-1.)

2.1.2. (-1.) → (1.)

2.2. Trichotomische Morphismen

2.2.1. (.1) → (.-1)

2.2.2. (.-1) → (.1),

d.h. wir haben es nicht mehr länger nur mit automorphen Abbildungen wie in P_1, d.h.

$id_1 = (1) \rightarrow (1)$

$id_2 = (2) \rightarrow (2)$

$id_3 = (3) \rightarrow (3)$,

zu tun, sondern im Falle der erstheitlichen Identität mit $i^2 = -1$, und dies, obwohl mit Hilfe von komplexen Zahlen natürlich keine Primzeichenrelationen definiert werden können (vgl. Toth 2015b). Es bleibt somit nichts anderes übrig, als neben den Identitäten id_1, id_2 und id_3 semiotische Antiidentitäten der vier Formen 2.1.1. bis 2.2.2. anzusetzen. Man sollte sich allerdings hüten, hier eine Verletzung der 2-wertigen logischen Basis der Semiotik zu sehen, wie sie etwa durch den Begriff der "Gegenidentität" von Günther impliziert wird: "Die Identität des Positiven mit sich selbst erscheint zuerst im 3-wertigen System, in dem das Denken von der Achse der Positivsprache zur Achsenrichtung der Negativsprache überwandert, auf zweierlei Weise deutbar. Einmal als Identität des Objekts mit sich selbst und dann als Identität der Subjektivität mit sich selbst. Die Einführung der 2. Negation – die zugleich die erste trans-klassische ist – schränkt also den universellen Gültigkeitsbereich des klassischen Identitätsdenkens ein, weil das fraglose Mit-sich-selbst-identisch-Sein eines jeden beliebigen Weltdatums sich jetzt in eine Polarität von Identität und

Gegenidentität auflöst" (Günther 1980, S. 43). Wir führen daher zur Bezeichnung von Antiidentiät den Asterisk (*) ein und definieren

$id^*_1 = (1.) \rightarrow (-1.)$

$id^*_{1^{-1}} = (-1.) \rightarrow (1.)$

$id_{1^*} = (.1) \rightarrow (.-1)$

$id_{1^{*-1}} = (.-1) \rightarrow (.1)$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Identität, Gegenidentität und Negativsprache. In: Hegel-Jahrbuch 1979, S. 22-87

Toth, Alfred, Zwei Zeichenzahlenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Problematik einer Definition komplexer Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Eine triadische Relation von Primzeichenrelationen

1. In Toth (2015a, b) hatten wir uns mit der von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführten Primzeichenrelation P = (1, 2, 3) und der von Kronthaler (2015, mdl.) vorgeschlagenen weiteren Primzeichenrelation P = (-1, 1, 2) befaßt. Im folgenden wird eine dritte Primzeichenrelation vorgeschlagen, welche es erlaubt, eine triadische Relation von Primzeichenrelationen zu definieren.

2.1. P = (-1, 1, 2)

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2

2.2. P = (1, 2, 3)

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

Wie die folgende Matrix zeigt, haben die Matrizen über P = (1, 2, 3) und P = (-1, 1, 2) eine nicht-leere Schnittmenge.

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

2.3. P = (-2, -1, 1)

Während Bense die Zahl 1 als Primzeichen zuläßt, sich aber auf die positiven Zahlen beschränkt, geht Kronthaler einen Schritt weiter und läßt auch die ne-

gativen ganzen Zahlen zu. Ein weiterer Schritt besteht demnach darin, neben 2 auch -2 als negative Zeichenzahl zuzulassen. Man erhält dann folgende weitere Matrix.

	-2	-1	1
-2	-2.-2	-2.-1	-2.1
-1	-1.-2	-1.-1	-1.1
1	1.-2	1.-1	1.1

Damit ergeben sich nun jedoch drei nicht-leere Schnittmengen zwischen den Matrizen über den drei Primzeichenrelation P = (-2, -1, 1), P = (-1, 1, 2) und P = (1, 2, 3).

	-2	-1	1	2	3
-2	-2.-2	-2.-1	-2.1	-2.2	-2.3
-1	-1.-2	-1.-1	-1.1	-1.2	-1.3
1	1.-2	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3	3.-2	3.-1	3.1	3.2	3.3

wobei die Matrix über P = (-1, 1, 2) als semiotischer Vermittlungsraum zwischen den Matrizen über P = (-2, -1, 1) und P = (1, 2, 3) fungiert.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Eine vorthetische Transgressionsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen

1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

enthält 9, Subzeichen genannte, Einträge, die durch Abbildungen der beiden Mengen P(x.) × P(.y) mit x, y ∈ {1, 2, 3} entstehen, welche positional, d.h. triadisch und trichotomische geschiedene Formen der sog. Primzeichenrelation P = (1, 2, 3) sind, die allerdings erst durch Bense (1981, S. 17 ff.) explizit als solche eingeführt wurde. Primzeichen spielen für die Semiotik die gleiche Rolle wie sie Primzahlen für die Zahlentheorie spielen. In Toth (2015) wurde eine isomorphe, auf der ortsfunktionalen Arithmetik basierende, Definition auch für Primobjekte eingeführt, welche dieselbe Rolle für die Objekttheorie spielen.

2. Die 9 Subzeichen der semiotischen Matrix teilen sich, wie man leicht erkennt in nur zwei Typen, in die homogenen, d.h. identitiven Abbildungen

(1.1), (2.2), (3.3)

und in die inhomogenen Abbildungen, welche sich auf die folgenden Dualrelationen reduzieren lassen

(1.2) × (2.1)

(1.3) × (3.1)

(2.3) × (3.2).

Das bedeutet aber, daß duale Paare von Subzeichen die gleichen semiotischen Werte an verschiedenen "ontischen Orten" (innerhalb der semiotischen Matrix) darstellen. Die Hauptdiagonale, welche genau die drei homogenen Subzeichen enthält, spielt selbstverständlich die Rolle einer Diskriminanten. Berücksichtigt man dies, dann kann man mit Hilfe der ortsfunktionalen Arithmetik die semiotische Matrix wie folgt neu definieren. Zur Erleichterung der

Nachvollziehbarkeit dieses qualitativen Verfahrens gehen wir trichotomienweise vor.

2.1. Qualitative Belegung der Mitteltrichotomie

0	Ø	Ø	0	1	Ø	0	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

Hier haben wir bereits alle drei Werte von P = (0, 1, 2) beisammen. (Man kann natürlich alternativ auch P = (1, 2, 3) oder irgendeine andere Menge von Zahlen nehmen.)

2.2. Qualitative Belegung der Objekttrichotomie

Die Position von (2.1) enthält nun natürlich den selben Wert wie diejenige von (1.2), da ja (2.1) = ×(1.2) ist. Die reine Zweitheit ist per definitionem durch den Wert 1 besetzt, und die Drittheit der Zweitheit bekommt, genau wie diejenige der Erstheit, den Wert 2.

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	Ø	Ø	1	1	Ø	1	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

2.3. Qualitative Belegung der Interpretantentrichotomie

Nur redundanterweise bemerken wir, daß 3.1 und 3.2 die gleichen Werte wie ihre dualen Subzeichen bekommen und daß 3.3 per definitionem den Wert 2 bekommt.

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	1	2	1	1	2	1	1	2
2	Ø	Ø	2	2	Ø	2	2	2

Man beachte, daß in dieser qualitativen arithmetischen Matrix Triaden und Trichotomien identisch sind, da durch Ortsfunktionalität ja die Dualität aufgehoben wird. Zusätzlich ist die Hauptdiagonale mit der Mittel-Triade/Mittel-Trichotomie identisch. Einzig die Nebendiagonale koinzidiert mit keiner Triade/Trichotomie. Ihre Sonderstellung als "eigenreale", d.h. dualinvariante

Relation (vgl. Bense 1992) bleibt somit auch in der qualitativen Matrix bestehen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

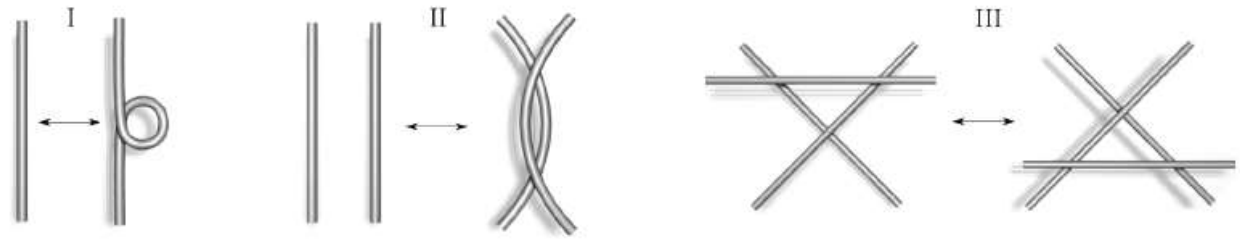
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Abbildungen von Primzeichen und Primobjekten auf ontotopologische Invarianten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Ortsfunktionale Arithmetik und Knotentheorie

1. Die zuletzt in Toth (2015a, b) skizzierte ortsfunktionale Arithmetik, welche die Peanozahlen auf ontische Orte abbildet und daher als Basis sowohl für Objekte als auch für Zeichen dienen kann und insofern qualitativ ist, hat eine gewisse, allerdings noch eingehend zu untersuchende, Ähnlichkeit mit bestimmten Basiskonzepten der topologischen Knotentheorie.

2. Zwei Knotendiagramme stellen denselben Knoten dar, gdw. sie sich durch die folgenden drei Typen von Reidemeister-Bewegungen ineinander überführen lassen (vgl. Reidemeister 1926).



Typ I: Entdrillung/Verdrillung. Typ II: Enthäkelung/Verhäkelung. Typ III: Verschiebung von Schnurstücken.

2. Betrachten wir nun die drei Zählweisen, welche die ortsfunktionale Arithmetik induziert. Die Zahlenfelder für 2-elementige Mengen der Form P = (0, 1) sind im folgenden als verdoppelte chiastische Relationen dargestellt.

2.1. Adjazente Ordnung

0	1		1	0		1	0		0	1	
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø	
		×			×			×			
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø	
0	1		1	0		1	0		0	1	

2.2. Subjazente Ordnung

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
		×			×			×		
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

2.3. Transjazente Ordnung

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
		×			×			×		
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

Offenbar haben wir folgende Korrespondenzen zwischen Reidemeister-Bewegungen und ortsfunktionalen Zählweisen

Reidemeister-Bewegung	Ortsfunktionale Zählweise
Typ I	Adjazente Ordnung
Typ II	Transjazente Ordnung
Typ III	Subjazente Ordnung

3. Von besonderer Bedeutung ist das Trifolium oder der Kleeblattknoten, weil er neben dem "Unknoten", dem Einheitskreis, den Knoten mit der geringsten Zahl von Überkreuzungen darstellt.

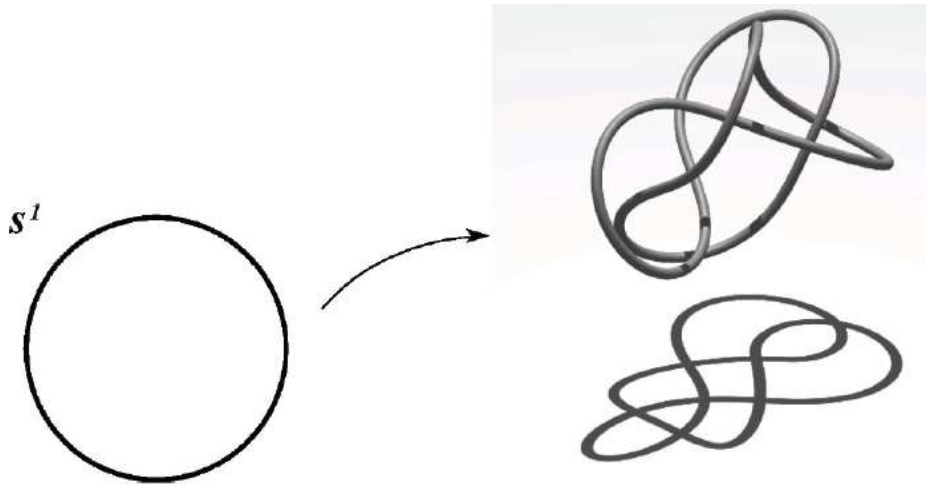
Wegen der vermuteten Entsprechungen zwischen den Reidemeisterbewegungen und den drei ortsfunktionalen Zählweisen können wir die Entstehung der vollständigen triadischen Zeichenrelation in Form der generativen semiosischen Relation von der semiotischen Erstheit zur semiotischen Drittheit sowohl in den Triaden als auch in den Trichotomien mit Hilfe qualitativer semiotischer Matrizen aus Toth (2015b) in der Form der Erzeugung eines ontisch-semiotischen Kleeblattknotens darstellen

0	Ø	Ø	0	1	Ø	0	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	Ø	Ø	1	1	Ø	1	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	1	2	1	1	2	1	1	2
2	Ø	Ø	2	2	Ø	2	2	2.

Insofern also die ortsfunktionale Arithmetik die Abbildung der 1-dimensionalen, linearen Peanozahlen-Folge auf ein dreifaches 2-dimensionales Zahlenfeldschema darstellt, stellt die im folgenden dargestellte Einbettung des Einheitskreises S^1 in $\mathbb{R}^3$ (zusammen mit seinem "Schatten") (aus: Akveld/ Neumaier 2014) die 3-dimensionale Entsprechung dazu dar,



d.h. es bedürfte zur ortsfunktional-arithmetischen Grundlegung dieser räumlichen Einbettung 3-dimensionaler Zahlenfelder, in denen für die subjazente und die transjazente Zählweise die 2-dimensionale Nicht-Unterscheidbarkeit zwischen Orthogonalität und Vertikalität desambiguiert werden könnte.

Literatur

Akveld, Meike/Neumaier, Otto, Die mathematische Knotentheorie und ihre aktuellen Anwendungen. In: Gratzer, Wolfgang/Neumaier, Otto (Hrsg.), Der gordische Knoten. Wien 2014, S. 55-72

Reidemeister, Kurt, Elementare Begründung der Knotentheorie. In: Abhn. Math. Sem. Univ. Hamburg 5, 1926, S. 24-32

Toth, Alfred, Arithmetische ontische Ordnungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Zeichenklassen über der ortsfunktionalen semiotischen Matrix

1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

wurde in Toth (2015) auf die folgenden 9 ortsfunktionalen Matrizen für jede der 9 semiotischen Subrelationen abgebildet

0	Ø	Ø	0	1	Ø	0	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	Ø	Ø	1	1	Ø	1	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	1	2	1	1	2	1	1	2
2	Ø	Ø	2	2	Ø	2	2	2

2. Wie man erkennt, sind alle Triaden und ihre entsprechenden Trichotomien gleich. Zusätzlich ist die Hauptdiagonale gleich der Mittel-Triade/Trichotomie. Der Grund dafür liegt natürlich darin, daß zueinander duale Subrelationen der Form

$S = (x.y)$

$S^{-1} = \times(x.y) = (y.x)$

gleiche Zahlenwerte in den ortsfunktionalen Matrizen bekommen, d.h. daß sich die Zahlenwerte lediglich durch ihren ontischen Ort unterscheiden. Bildet man also semiotische Dualsysteme, so müssen Zeichenklassen und Realitätsthematiken koinzidieren – und damit die Subjektrepräsentation der ersteren und die Objektrepräsentation der letzteren. Die Abbildungen der auf der Basis der benseschen Matrix gebildeten Zeichenklassen auf die auf der Basis der qualitativen Matrizen gebildeten sieht also wie folgt aus

(3.1, 2.1, 1.1) → (2, 1, 0)

(3.1, 2.1, 1.2) → (2, 1, 1)

(3.1, 2.1, 1.3) → (2, 1, 2)

(3.1, 2.2, 1.2) → (2, 1, 1)

(3.1, 2.2, 1.3) → (2, 1, 2)

(3.1, 2.3, 1.3) → (2, 2, 2)

(3.2, 2.2, 1.2) → (2, 1, 1)

(3.2, 2.2, 1.3) → (2, 1, 2)

(3.2, 2.3, 1.3) → (2, 2, 2)

(3.3, 2.3, 1.3) → (2, 2, 2).

Das bedeutet somit die qualitative Reduktion der 10 quantitativ differenzierbaren Zeichenklassen zu den folgenden 4 Zeichenklassen

(2, 1, 0), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 2).

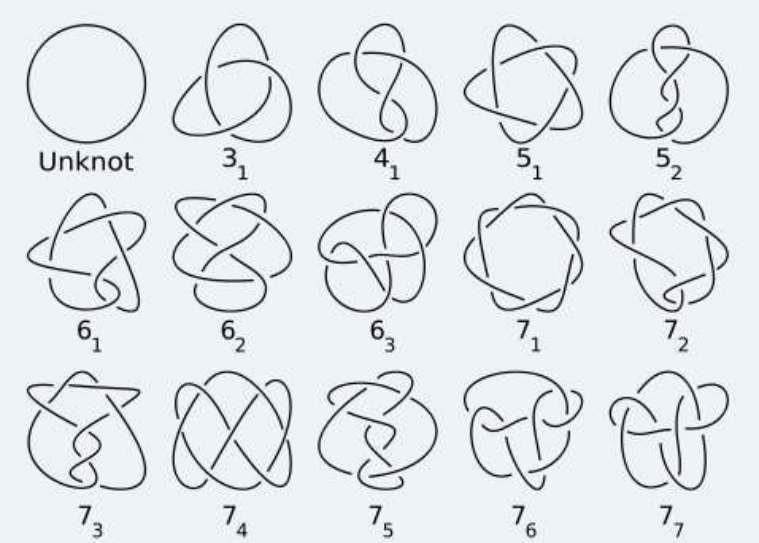
Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Knoteninvarianten und qualitative semiotische Matrizen

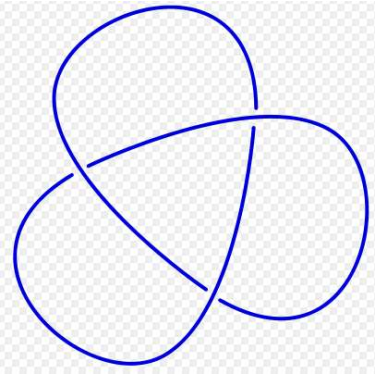
1. Innerhalb der zur Topologie gehörenden Knotentheorie (vgl. Reidemeister 1948) werden die folgenden Knoteninvarianten (bis zum Verschlingungsgrad V = 7) unterschieden.



2. Wie wir bereits in Toth (2015) gezeigt hatten, korrespondiert der Kleeblattknoten (mit V = 3) der folgenden qualitativen semiotischen Matrix

0	1	2
1	1	2
2	2	2

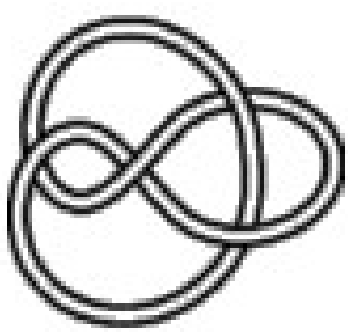
Man kann nun die Verschlingungen des 3-Knotens



mit den 3 Teilmatrizen, wie sie oben eingezeichnet wurden, identifizieren. Da die qualitative semiotische Matrix nur insofern zwischen semiotischen Subrelationen und ihren dualen Subrelationen unterscheidet, als diese sich an verschiedenen ontischen Orten befinden, jedoch quantitativ durch die gleichen Zahlenwerte bezeichnet werden, bekommen wir folgende tetradisch-tetratomische Matrix

$$\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{array},$$

deren Teilmatrizen den 4 Verschlingungen des Knotens



korrespondieren, usw. Allgemein gilt somit, daß der Verschlingsgrad eines invarianten Knotens dem Wert für n einer qualitativen semiotischen n×n-Matrix gleich ist.

Literatur

Reidemeister, Kurt, Knotentheorie. New York 1948

Toth, Alfred, Ortsfunktionale Arithmetik und Knotentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Minimale Teiler der ortsfunktionalen semiotischen Matrix

1. In der qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2015a) gilt der

SATZ. Eine Zeile, Spalte oder Diagonale eines Zahlenfeldes kann nur dann Teiler sein, wenn sie keinen unbelegten ontischen Ort (Ø) enthält.

Ein Lemma dazu lautet:

LEMMA. Ein Zahlenfeld, das keinen unbelegten ontischen Ort enthält, kann nach allen drei Zählweisen der ortsfunktionalen Arithmetik geteilt werden.

2. Gegeben sei das 2×2-Zahlenfeld

0 1

2 3.

Seine adjazente Teilung ist

0 1 Ø Ø

Ø Ø, 2 3,

seine subjazente Teilung ist

0 Ø Ø 1

2 Ø, Ø 3,

und seine transjazente Teilung ist

0 Ø Ø 1

Ø 3, 2 Ø.

Wie in Toth (2015) ferner gezeigt worden war, lassen vollständige Zahlenfelder, d.h. solche, die keine ontischen Leerstellen aufweisen, auch sämtliche drei Paarkombinationen von Teilern, d.h. adjazent-subjazente, subjazent-transjazente und adjazent-transjazente Teiler, zu.

3. Es dürfte bereits nach diesen Beispielen unmittelbar einleuchten, daß die quantitative Eindeutigkeit des Fundamentalsatzes der Arithmetik, wie er für Primzahlen gültig ist, bei qualitativen Raumfeldern durch qualitative Mehr-

deutigkeit ersetzt ist. Diese steigt natürlich für n×n-Raumfelder für n > 2 sehr schnell an. Im Falle des der qualitativen Semiotik zugrunde liegenden 3×3-Raumfeldes (vgl. Toth 2015b)

0	1	2
1	1	2
2	2	2

ergibt sich jedoch eine überraschend einfache Lösung, um die minimalen Teiler zu finden. Während für die quantitative Semiotik gilt, daß nur die Nebendiagonale, welche die von Bense (1992) als "eigenreale" bezeichnete dual-invarianten Zeichenklasse (3.1, 2.2, 1.3) enthält, vermöge ihrer Konnexität in mindestens einer Subrelation mit jeder der 10 peirce-benseschen Zeichenklassen als semiotischer Teiler fungieren kann, kann in der qualitativen Semiotik nicht nur die Neben-, sondern auch die Hauptdiagonale als Teiler fungieren (die in der quantitativen Semiotik die Kategorienklasse enthält). Der Grund liegt darin, daß in der qualitativen Matrix duale Subzeichen den gleichen Zahlenwert enthalten und sich also nur durch ihre ontischen Orte unterscheiden.

Man kann also minimale Teiler qualitativer semiotischer Matrizen dadurch finden, daß man die beiden transjazenten Teiler

0					2
	1		oder	1	
		2		2	

sowie eine beliebige Triade (im Falle von subjazenter Zählweise) oder Trichotomie (im Falle von adjazenter Zählweise) nimmt. Da die qualitative Hauptdiagonale außerdem der Mittel-Triade und -Trichotomie gleich ist, ist im Falle des transjazenten Teilers (0 ↘ 1 ↘ 2) sogar dieser selbst minimaler Teiler. Im Falle des transjazenten Teilers (2 ↘ 1 ↘ 2) bekommt man also die folgende Menge paarweiser minimaler Teiler

(2 ↘ 1 ↘ 2), (0 ↓ 1 ↓ 2)	(2 ↘ 1 ↘ 2), (0 → 1 → 2)
(2 ↘ 1 ↘ 2), (1 ↓ 1 ↓ 2)	(2 ↘ 1 ↘ 2), (1 → 1 → 2)
(2 ↘ 1 ↘ 2), (2 ↓ 2 ↓ 2)	(2 ↘ 1 ↘ 2), (2 → 2 → 2),

und wie man sieht, unterscheiden sich subjazente und adjazente Teiler wegen der Gleichzahligkeit dualer Subrelationen nur durch die Zählweisen, die daher zur Bestimmung minimaler Teiler vernachläßigbar sind.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Arithmetik qualitativer Teiler. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionale semiotische Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Semiotische Trichotomien und ontische Orte

1. Im folgenden geht es um die Generalisierung einer Aussage Max Benses aus dem Jahre 1988, in einer seiner letzten Vorlesungen, übrigens in ihrem Wortlaut garantiert, da von mir auf Tonband festgehalten: "Das Legizeichen (1.3) ist der geringste Interpretant (3.1)". Der formale Grund für diese Aussage liegt natürlich in der Dualrelation (3.1) = ×(1.3), denn die von Bense (1975, S. 37) eingeführte Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

enthält nur zwei Sorten von semiotischen Subrelationen, solche der Form

S = (x.x),

die also selbstidentisch sind, und solche der Form

S = (x.y)

mit x ≠ y und x, y ∈ {1, 2, 3}. Nun enthält die Matrix für jedes nicht-selbstidentische Subzeichen auch dessen duales Subzeichen, also S = (y.x). Wenn man somit die oben zitierte Aussage Benses verallgemeinert, dann ist die semiotische Matrix durch die selbstidentischen Subzeichen

(1.1), (2.2), (3.3)

und also durch die Hauptdiagonale der Matrix, sowie durch die drei nichtselbstidentischen Subzeichen

(1.2), (1.3), (2.3)

eindeutig bestimmt. Ferner ergeben sich dann völlig neue triadisch-trichotomische Bestimmungen, denn die Mitteltrichotomie enthält nun nur noch

M = {1.1},

die Objekttrichotomie enthält jedoch

O = {1.2, 2.1, 2.2},

und die Interpretantentrichotomie enthält sogar

I = {1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3}.

2. Wesentlich ist also, daß duale Subzeichen der gleichen neuen Trichotomie zugeordnet werden. Dieses Prinzip folgt nun – allerdings aus von denjenigen Benses gänzlich verschiedenen Gründen – auch aus der in Toth (2015) eingeführten qualitativen semiotischen Matrix

0	1	2
1	1	2
2	2	2.

Die zugehörigen quantitativ-qualitativen Transformationen sind also

1.1	→	0
1.2, 2.1, 2.2	→	1
1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3	→	2

Bense, der sich zwar strikt gegen eine qualitative mathematische Basis seiner Semiotik gewehrt hat – obwohl er als Hauptreferent z.B. Kronthalers Dissertation "Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten" (1986) betreut hatte und jahrzehntelang mit Gotthard Günther befreundet war –, wurde durch diese Aussage also zum Vorläufer einer qualitativen Semiotik, die wie sie gegenwärtig im Aufbau begriffen ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Diagonalen und Teildiagonalen der qualitativen semiotischen Matrix

1. Die in Toth (2015) eingeführte qualitative semiotische Matrix

0	1	2
1	1	2
2	2	2,

welche aus der von Bense (1975, S. 37) eingeführten quantitativen semiotischen Matrix durch die quantitativ-qualitativen Transformationen

1.1	→	0
1.2, 2.1, 2.2	→	1
1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3	→	2

herstellbar ist, enthält zunächst die beiden Diagonalen, d.h. die Hauptdiagonale

0		
	1	
		2

und die Nebendiagonale

		2
	1	
2		

Es bestehen somit die folgenden quantitativ-qualitativen Isomorphien

(1.1, 2.2, 3.3) ≅ (0 ↘ 1 ↘ 2)

(3.1, 2.2, 1.3) ≅ (2 ↗ 1 ↗ 2),

die deswegen von großer Bedeutung sind, weil die erstere die Kategorien- und die letztere die Eigenrealitätsklasse des Zeichens betrifft (vgl. Bense 1992).

2. Von besonderem Interesse sind jedoch die Nebendiagonalen der qualitativen semiotischen Matrix.

0 1 1 2

1 1 2 1

1 1 1 2

2 2 2 1

Wie man leicht erkennt, ist lediglich die teildiagonale Relation

1 1

2 ×→ 2

dual, während alle übrigen teildiagonalen Relationen nicht-dual sind, wenigstens, wenn man, wie dies in der quantitativen Semiotik üblich ist, Dualität über Linearität definiert. Hingegen liegt bei der verdoppelt erscheinenden teildiagonalen Relation

1 2

2 ×↑ 1

vertikale Dualität vor. Keine Dualität findet sich in dem dritten Typus von teildiagonalen Relationen

0 1

1 1.

Betrachtet man indessen die Teildiagonalen der quantitativen Matrix

1.1 1.2 1.2 1.3

2.2 2.1 2.3 2.2

2.1 2.2 2.2 2.3

3.2 3.1 3.3 3.2,

so gibt es überhaupt keine dualen teildiagonalen Relationen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen I

1. Wie bekannt, werden für die von Bense (1975, S. 37) eingeführte quantitative semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

im Sinne einer kategorientheoretischen Grundlegung der Semiotik (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) folgende Morphismen benötigt

α: (.1.) → (.2.)

β: (.2.) → (.3.)

id_x: (.x.) → (.x.) (für $x \in \{1, 2, 3\}$),

ferner der komponierte Morphismus

$\beta\alpha$: (.1.) → (.3)

und die konversen Morphismen

$\alpha°$: (.2.) → (.1.)

$\beta°$: (.3.) → (.2.)

$\alpha°\beta°$: (.3.) → (.1).

2. Gehen wir hingegen von der in Toth (2015) eingeführten qualitativen semiotischen Matrix

0	1	2
1	1	2
2	2	2

aus, die aus der quantitativen Matrix durch die quantitativ-qualitativen Transformationen

1.1	→	0
1.2, 2.1, 2.2	→	1
1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3	→	2

erzeugbar ist, so werden alle einander dualen (aber nicht selbstdualen) Abbildungen auf die gleiche ortsfunktionale Zahl abgebildet, d.h. zueinander duale Subzeichen der Form S = (x.y) mit x ≠ y unterscheiden sich zwar nicht in ihrem Zahlenwert, aber in ihrem ontischen Ort. Dadurch werden also die Trichotomien wie folgt neu geordnet

(1.1, 1.2, 1.3)	→	(1.1)
(2.1, 2.2, 2.3)	→	(1.2, 2.1, 2.2)
(3.1, 3.2, 3.3)	→	(1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3).

Das bedeutet ferner folgendes: Matrizentranspositionen wie z.B.

2	1	0
2	1	1
2	2	2

sind qualitativ äquivalent mit der ursprünglichen qualitativen Matrix, und dies gilt auch für alle anderen Formen von Ordnungen wie der Reflexion

2	1	0
2	1	1
2	2	2,

denn aus der Ortsfunktionalität der Peanozahlen folgt eine Art von Normalformoperator (wie er innerhalb der Mathematik der Qualitäten von Kronthaler [1986] definiert worden war), der solche Matrizen sogleich in die Ursprungsmatrix zurückführt. Während allerdings bei den qualitativen Zahlen der Mathematik der Qualitäten (1.1) = (2.2) = (3.3) wäre, da sie durch gleiche Kenogramme darstellbar sind und diese der Wertbelegung vorangehen, bleibt die grundlegende kategoriale Differenz der Semiotik selbstverständlich erhalten, denn ohne diese wäre ein Zeichen nicht mehr definierbar und vor allem wären Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar. Umgekehrt gilt

allerdings in der ortsfunktionalen Arithmetik (1.2) = (2.1), (1.3) = (3.1) und (2.3) = (3.2), da duale Subrelationen sich nur durch ihre ontischen Orte unterscheiden, während solche Zahlen, da für sie verschiedene Kenogrammordnungen benötigt werden, bei Tritozahlen unterschieden werden müßten.

Da die qualitative Matrix also mit der Menge P = (0, 1, 2) und d.h. ohne kartesische Produktbildung für Subzeichen, auskommt, genügen auch die beiden Morphismen α und β, die in diesem Fall durch

$\alpha := \quad (0 \rightarrow 1)$

$\beta := \quad (1 \rightarrow 2)$

definiert werden, und es gibt also weder komponierte noch konverse Morphismen. Vor allem aber gibt es keine identitiven Morphismen, denn die Hauptdiagonale der qualitativen Matrix koinzidiert ja wegen der weiteren Koinzidenz von qualitativer Prim- und Subzeichenrelation mit ersterer. Das dürfte nicht erstaunen, denn die identitiven Morphismen garantieren bei algebraischen Kategorien die Gültigkeit der 2-wertigen aristotelischen Logik, und diese wiederum garantiert die reine Quantität sowohl der Logik als auch aller auf ihr basierenden Systeme, in Sonderheit also der Mathematik und der Semiotik. Wird die Semiotik aber vermöge Ortsfunktionalität qualitativ, fällt Identität weg, d.h. Selbstabbildungen der Form (0 → 0), (1 → 1) und (2 → 2) können gar nicht auftreten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen II

1. Gehen wir von der in Toth (2015a) eingeführten qualitativen semiotischen Matrix

0	1	2
1	1	2
2	2	2

aus, die aus der quantitativen Matrix durch die quantitativ-qualitativen Transformationen

1.1	→	0
1.2, 2.1, 2.2	→	1
1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3	→	2

entsteht, so genügen die beiden qualitativen Morphismen

$\alpha := (0 \rightarrow 1)$

$\beta := (1 \rightarrow 2)$,

da es in qualitativen Systemen ja keine Identität außerhalb von Selbstidentität gibt, denn es gibt keine zwei Objekte, die in sämtlichen Eigenschaften übereinstimmen.

2. Diese bereits in Toth (2015b) festgestellte Tatsache hindert uns aber natürlich nicht daran, Qualitäten wie Quantitäten zu behandeln und identitive Abbildungen

$id_0 := (0 \rightarrow 0)$

$id_1 := (1 \rightarrow 1)$

$id_2 := (2 \rightarrow 2)$

zu definieren. Sobald diese definiert sind, sind auch die zu α und β konversen Morphismen

$\alpha^\circ = (1 \rightarrow 0)$

$\beta° = \ (2 \rightarrow 1)$

sowie die komponierten Morphismen

$\beta\alpha = \ (0 \rightarrow 2)$

$\alpha°\beta° = (2 \rightarrow 0)$

gegeben, und wir können die "statische" qualitative Matrix in eine "dynamische" transformieren. Da die qualitative semiotische Matrix aber im Gegensatzu zur quantitativen keine dualen symmetrischen Subrelationen enthält, führt Drehung trotz quantitativer Behandlung von Qualitäten zu Qualitätstransformationen.

0	1	2		α	β
1	1	2	$\rightarrow$	id_1	β
2	2	2		id_2	id_2

0	1	2		$\alpha°$	$\beta°$
1	1	2	$\leftarrow$	id_1	$\beta°$
2	2	2		id_2	id_2

0	1	2		α	id_1	id_2
1	1	2	$\downarrow$	β	β	id_2
2	2	2				

0	1	2		$\alpha°$	id_1	id_2
1	1	2	$\uparrow$	$\beta°$	$\beta°$	id_2
2	2	2				

Literatur

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Objektzeichenklassen und Zeichenobjektklassen

1. Wie in Toth (2015a) dargestellt, wird der Übergang von der von Bense (1975, S. 37) eingeführten quantitativen semiotischen Matrix auf die in Toth (2015b) konstruierte qualitative (ortsfunktionale) semiotische Matrix

	.1	.2	.3				
1.	1.1.	1.2	1.3		0	1	2
2.	2.1	2.2	2.3	→	1	1	2
3.	3.1	3.2	3.3		2	2	2

durch das folgende System von drei quantitativ-qualitativen Transformationen

τ_1: 1.1 → 0

τ_2: 1.2, 2.1, 2.2 → 1

τ_3: 1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3 → 2

bewerkstelligt.

2. Wie man nun zeigen kann, wird die Quantität der 10 peirce-benseschen Zeichenklassen durch diese Transformationen auf eine Qualität von nur 4 Zeichenobjekt- bzw. Objektzeichenklassen reduziert

(3.1, 2.1, 1.1) → $(2, 1, 0) =_{qual} (0, 1, 2)$

(3.1, 2.1, 1.2) ↘

(3.1, 2.2, 1.2) → $(2, 1, 1) =_{qual} (1, 1, 2)$

(3.2, 2.2, 1.2) ↗

(3.1, 2.1, 1.3) ↘

(3.1, 2.2, 1.3) → $(2, 1, 2) =_{qual} (2, 1, 2)$

(3.2, 2.2, 1.3) ↗

(3.1, 2.3, 1.3) ↘

(3.2, 2.3, 1.3) → (2, 2, 2) $=_{qual}$ (2, 2, 2).

(3.3, 2.3, 1.3) ↗

3. Man sollte sich also bewußt sein, daß die Menge der von Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Primzeichen-Zahlen P = (1, 2, 3) quantitativ, die Menge der ortsfunktionalen Zahlen Q = (0, 1, 2) aber qualitativ ist. Da die Qualität die Quantität einschließt, eine Tatsache, auf die bekanntlich bereits Hegel aufmerksam gemacht hatte, stellen also die durch die qualitativen Zahlen 0, 1, 2, ... arithmetisch repräsentierten Entitäten sowohl Objekte als auch Zeichen dar, d.h. die Differenz zwischen Objekt und Subjekt ist zu Gunsten einer ortsfunktionalen Abhängigkeit aufgehoben. Dadurch koinzidieren allerdings Subjekt und Objekt nicht, wie dies bei den Proto-, Deutero- und Tritozahlen der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986) der Fall ist, wo die Kontextur der Zahlen, nicht aber die Zahlen innerhalb der Kontextur selbst ortsfunktional sind. Die ortsfunktionale Arithmetik ermöglicht es somit, zwar Objekte und Zeichen gemeinschaftlich mathematisch zu repräsentieren, aber ihre Annihilierung in Kenogrammen bzw. Morphogrammen zu verhindern, denn in diesem Fall sind Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar, da die Ebene der Keno- und Morphogramme unterhalb der Ausdifferenzierung von Zeichen und Objekten liegt, da sie einer Wertbelegung dieser Strukturformen vorangeht.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Qualitative und quantitative Zahlen

1. Während die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten, Primzeichen genannten, Zeichenzahlen quantitative Zahlen sind, sind die von Toth (2015a) eingeführten ortsfunktionalen Zahlen qualitative Zahlen, insofern sie sowohl Zeichen als auch Objekte zählen können.

2.1. Quantitativ-semiotische Zahlenhierarchie

In Toth (2015b) war folgende semiotischen Zahlenhierarchie aufgrund der benseschen Primzeichenrelationen eingeführt worden. Sie ist daher rein quantitativ. Während eine Zahl semiotisch gesehen ein reiner Mittelbezug ist, besitzt eine Anzahl zusätzlich zu ihrem Zahlenanteil eine Bezeichnungs-, aber keine Bedeutungsfunktion. Erst die Nummer besitzt neben ihrem Zahlenanteil einen vollständigen Zeichenanteil.

Zahl := (1)
↓
Anzahl:= $(2 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$
↓
Nummer: = $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

2.2. Qualitativ-semiotische Zahlenhierarchie

Man kann die in 2.1. dargestellte quantitative Zahlenhierarchie in eine qualitative transformieren, indem man die in Toth (2015c) formulierten drei quantitativ-qualitativenTransformationen

τ_1: 1.1 → 0

τ_2: 1.2, 2.1, 2.2 → 1

τ_3: 1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3 → 2

verwendet und erhält auf diese Weise

Zahl := (0)
↓
Anzahl:= $(0 \rightarrow (0 \rightarrow 1))$
↓
Nummer: = $(0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2)))$

2.1.1. Qualitative Zahlen

Mit den qualitativen Zahlen, die semiotisch erstheitlich fungieren, befaßt sich die Mathematik der Qualitäten, die von Kronthaler (1986) begründet wurde. Es werden nach den folgenden, Thomas (1985) entnommenen, Definitionen, drei strukturelle Typen von Zahlen, Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen, unterschieden (die Unterscheidung geht auf Gotthard Günther zurück).

Günther distinguished 3 different kinds of kenogrammatic sequences (lines) by using three different equivalence relations:

Trito-equivalence $\equiv_T$: for all i,j $f_i \neq f_j \iff g_i \neq g_j$ e.g. the *position* in between the structure of n places is relevant.

Deutero-eqivalence $\equiv_D$: Only the *distribution* of used symbols in the structure of n places is relevant.

Proto-equivalence $\equiv_P$: Only the *cardinal number* of different symbols is relevant in the given structure.

Examples for trito-, deutero- and proto-equivalence:

a b b c $\equiv_T$ b c c a $\equiv_T$ □ ○ ○ △ a a b b $\equiv_D$ a b a b $\equiv_D$ □ ○ □ ○ a a b b $\equiv_P$ a a a b $\equiv_P$ □ ○ □ ○.

2.2. Qualitative Anzahlen

Qualitate Anzahlen setzen eine minimale Menge von 2 Elemente, also nicht nur Mittelbezüge wie die qualitativen Zahlen, voraus. Für Q = (0, 1) ergibt sich, wie übrigens für alle ortsfunktionalen Zahlen, eine Unterscheidung zwischen drei 2-dimensionalen Zählweisen, der linearen oder adjazenten, der vertikalen oder subjazenten, und der diagonalen oder transjazenten.

2.2.1. Lineare Zählweise

0	1		1	0		1	0		0	1	
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø	
		×			×				×		
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø	
0	1		1	0		1	0		0	1	

2.2.2. Vertikale Zählweise

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
		×			×			×		
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

2.2.3. Diagonale Zählweise

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
		×			×			×		
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

Man beachte, daß diese qualitativen Anzahlen sowohl für Objekte als auch für Zeichen stehen können und daher wegen ihrer Bezeichnungsfunktion auch als Anzahlen definiert wurden. Trotz dieser Subjekt-Objekt-Indifferenz sind Objekte und Zeichen aber immer noch unterscheidbar, und zwar 1. wegen ihrer Ortsfunktionaliät innerhalb ihrer Raumfelder, und 2. wegen der Perspektivität der verdoppelten chiastischen Relationen der Raumfelder.

2.3. Qualitative Nummern

Da Nummern vollständige Zeichenanteile haben, wird minimal eine 3-elementige Menge der Form Q = (0, 1, 2) vorausgesetzt. Soll die peirce-bensesche Basistheorie der Semiotik nicht zerstört werden – eine Möglichkeit, die übrigens realiter eine Alternative darstellt –, müssen alle 9 Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix auf qualitative Matrizen vermöge der obigen Transformationen τ_1, τ_2 und τ_3 abgebildet werden. Es kann daher zwischen erst-, zweit- und drittheitlichen Nummern unterschieden werden.

2.3.1. Erstheitliche Nummern

0	Ø	Ø	0	1	Ø	0	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

2.3.2. Zweitheitliche Nummern

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	Ø	Ø	1	1	Ø	1	1	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

2.3.3. Drittheitliche Nummern

0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	1	2	1	1	2	1	1	2
2	Ø	Ø	2	2	Ø	2	2	2

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Thomas, Gerhard G., On kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.), Proceedings of the 13th Winter School on Abstract Analysis, Section of Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Das Diskontinuum der Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Die Nicht-Identität des absoluten Nullpunktes

1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix über der Primzeichenrelation P = (1, 2, 3)

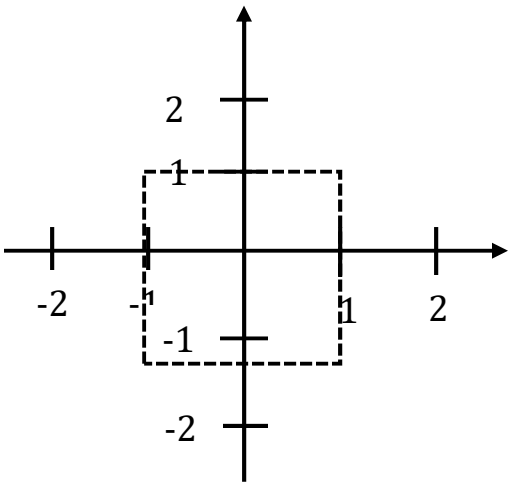
	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3

benutzt die ersten drei Primzahlen, sofern man bereit, die 1 – trotz der daraus folgenden Aufhebung der Eindeutigkeit der Teilbarkeit von Zahlen – als Primzahl zu anerkennen. Eine weitere Primzahlenrelation, die im Sinne einer Primzeichenrelation verwendbar ist, wurde von Engelbert Kronthaler vorgeschlagen (vgl. Toth 2015a). Sie erweitert den Geltungsbereich der Primzahlen von den positiven auf die negativen Zahlen. Diese alternative semiotische Matrix über P = (-1, 1, 2) ist

	-1	1	2
-1	-1.-1	-1.1	-1.2
1	1.-1	1.1	1.2
2	2.-1	2.1	2.2.

2. Nimmt man hingegen die Zahlen P = (-1, 0, 1), erhält man die folgende relativ zum absoluten Nullpunkt eines kartesischen Koordinatensystems symmetrische semiotische Matrix

	-1	0	1
-1	-1.-1	-1.0	-1.1
0	0.-1	0.0	0.1
1	1.-1	1.0	1.1



Man kann nun die in Toth (2015b) vorgeschlagene Abbildung nicht-ortsfunktionaler auf ortsfunktionale Matrizen auf P = (-1, 0, 1) übertragen und erhält dann

$$\begin{array}{ccccc}
(-1_m, -1_n) & \subset & (-1_m, 0_{n+1}) & \subset & (-1_m, 1_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(0_{m+1}, -1_n) & \subset & (0_{m+1}, 0_{n+1}) & \subset & (0_{m+1}, 1_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(1_{m+2}, -1_n) & \subset & (1_{m+2}, 0_{n+1}) & \subset & (1_{m+2}, 1_{n+2}).
\end{array}$$

Wie man leicht erkennt, gilt nun aber

$\times(0_{m+1}, 0_{n+1}) \neq (0_{m+1}, 0_{n+1})$,

d.h. der absolute Nullpunkt als Zentrum mit der die Null als zentraler semiotischen Kategorie enthaltenden Primzeichenrelation P = (-1, 0, 1) ist nicht-identisch, d.h. die semiotische Nullheit ist damit qualitativ relevant geworden und also nicht nur in die in Toth (2015) behandelten Peanozahlen P = (1, 2, 3, ...).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zur Konvexität einiger Matrizen

1. Die in Toth (2015) formal definierten ortsfunktionalen Relationalzahlen, zu deren Darstellung Zahlenfelder benötigt werden, die eine dreifache Zählweise (horizontal, vertikal und doppelt diagonal) erfordern, können aus Mengen von Peanozahlen gebildet werden, d.h. diese werden durch die Relationalzahlen nicht aufgehoben, sondern relativiert. In Sonderheit gilt also auch für Relationalzahlen die Nachfolgefunktion. Da Relationalzahlen die gemeinsame arithmetische Basis von Ontik und Semiotik bilden, kann man arithmetische Konvexität und Nichtkonvexität über die Nachfolgefunktion definieren. Dieses vom Standpunkt der quantitativen, nicht aber von demjenigen der qualitativen Mathematik aus gesehen unsinnige Verfahren erweist sich z.B. für die Behandlung ontischer oder semiotischer Leerstellen oder subjazenter Doppelbelegungen von außerordentlichem Vorteil.

2.1. Toeplitz-Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Nichtkonvex ist relativ zur Peano-Nachfolgefunktion lediglich die Nebendiagonale.

2.2. Hankel-Matrix

Diese Matrix liegt ebenfalls der "Günther-Matrix" (vgl. Günther 1991, S. 422) zugrunde.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Nichtkonvex ist relativ zur Peano-Nachfolgefunktion lediglich die Hauptdiagonale.

2.3. Relationalzahl-Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Konvex ist relativ zur Peano-Nachfolgefunktion die 1. Zeile und 1. Spalte sowie der zusätzliche Übergang von 2 zu 3. Es ist somit im Gegensatz zu den Toeplitz- und Hankelmatrizen unmöglich, in der Relationalzahlmatrix eine Konvexitätsgrenze zu ziehen, obwohl eine solche existiert!

2.4. Tritozahlen-Matrix

Die von Günther (1976-80) eingeführten Tritozahlen bilden an sich keine Matrix, aber man kann sie für die Menge von Peanozahlen P = (1, 2, 3) wie folgt zu einer Matrix anordnen

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Wie man sogleich erkennt, ist lediglich die letzte Tritozahl (1, 2, 3) vollständig konvex relativ zur Nachfolgefunktion. Bemerkenswerterweise geschieht also die "Auffüllung" der Zeilen und Spalten, obwohl sowohl die Matrix 2.3. als auch die Matrix 2.4. qualitativ sind, vollkommen verschieden, insofern in 2.4. jeder durch den Nachfolgefunktor erzeugte neue Zahlwert erst auf alle ontischen Orte abgebildet werden muß, bevor ein neuer Zahlwert erzeugt werden kann. Die Matrizen 2.3. und 2.4. verhalten sich somit relativ zur Zahlwertbelegung ontischer Orte von Matrizen gerade konvers zueinander.

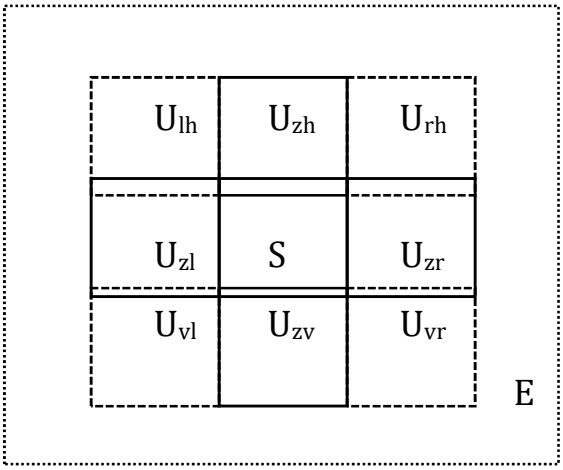
Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Adjazente isomorphe Ränder im ontotopologisch-raumsemiotischen Systemmodell

1. Wenn wir von dem bereits in Toth (2014) eingeführten ontischen Raumfelder-Modell ausgehen und die in Toth (2015) definierte Zentralitätsrelation V = [S_λ, Z, S_ρ] auf das elementare Raumfeldmodell abbilden, bekommen wir das folgende ontotopologische Systemmodell



welches als eine topologische Darstellung der allgemeinen Systemrelation S* = [S, U, E] dienen kann. Danach besitzt das zentrale System also nicht nur eine, in S* nicht-differenzierte, Umgebung, sondern die vier nicht-transitorischen Umgebungen entsprechend den horizontalen räumlichen Differenzierungen zwischen den Relationen von Vorn und Hinten und Links und Rechts einerseits sowie die transitorischen Umgebungen, die alle Kombinationen der beiden horizontalen Raumrelationen umfassen, andererseits.

2. Wie in Toth (2016) gezeigt, kann man isomorphe semiotische Matrizen für die drei von Bense (ap. Bense/Walther 1973, S. 80) definierten raumsemiotischen Kategorien

S = (2.1)

Abb = (2.2)

Rep = (2.3)

definieren.

2.1. Isomorphie des Systemmodelles mit S = (2.1)

1.2	1.1	1.3
2.2	2.1	2.3
3.2	3.1	3.3

2.2. Isomorphie des Systemmodelles mit Abb = (2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.3. Isomorphie des Systemmodelles mit Rep = (2.3)

1.1	1.3	1.2
2.1	2.3	2.2
3.1	3.3	2.3.

3. Damit kann man folgende Teilsysteme ontotopologisch-raumsemiotisch isomorpher Ränder bestimmen. Im folgenden seien die adjazenten Ränder behandelt.

3.1. Für S = (2.1)

$R[U_{lh}, U_{zh}] \cong R[1.2, 1.1]$

$R[U_{zh}, U_{rh}] \cong R[1.1, 1.3]$

$R[U_{zl}, S] \cong R[2.2, 2.1]$

$R[S, U_{zr}] \cong R[2.1, 2.3]$

$R[U_{vl}, U_{zv}] \cong R[3.2, 3.1]$

$R[U_{zv}, U_{vr}] \cong R[3.1, 3.3]$

3.2. Für Abb = (2.2)

$R[U_{lh}, U_{zh}] \cong R[1.1, 1.2]$

$R[U_{zh}, U_{rh}] \cong R[1.2, 1.3]$

$R[U_{zl}, S] \cong R[2.1, 2.2]$

$R[S, U_{zr}] \cong R[2.2, 2.3]$

$R[U_{vl}, U_{zv}] \cong R[3.1, 3.2]$

$R[U_{zv}, U_{vr}] \cong R[3.2, 3.3]$

3.3. Für Rep = (2.3)

$R[U_{lh}, U_{zh}] \cong R[1.1, 1.3]$

$R[U_{zh}, U_{rh}] \cong R[1.3, 1.2]$

$R[U_{zl}, S] \cong R[2.1, 2.3]$

$R[S, U_{zr}] \cong R[2.3, 2.2]$

$R[U_{vl}, U_{zv}] \cong R[3.1, 3.3]$

$R[U_{zv}, U_{vr}] \cong R[3.3, 3.2]$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

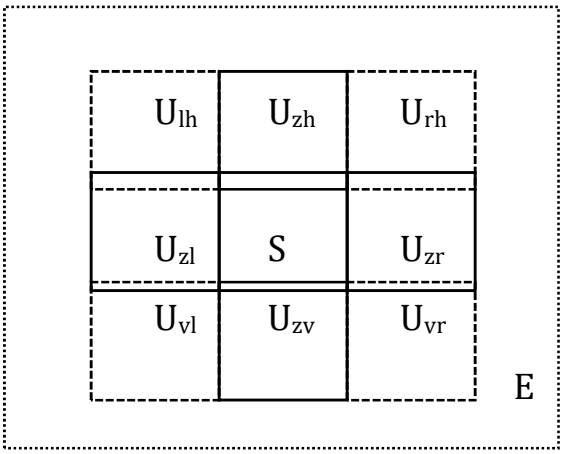
Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität der Zentralitätsrelation I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Isomorphie des ontotopologischen Systemmodells und der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Subjazente isomorphe Ränder im ontotopologisch-raumsemiotischen Systemmodell

1. Wenn wir von dem bereits in Toth (2014) eingeführten ontischen Raumfelder-Modell ausgehen und die in Toth (2015) definierte Zentralitätsrelation V = [S_λ, Z, S_ρ] auf das elementare Raumfeldmodell abbilden, bekommen wir das folgende ontotopologische Systemmodell



welches als eine topologische Darstellung der allgemeinen Systemrelation S* = [S, U, E] dienen kann. Danach besitzt das zentrale System also nicht nur eine, in S* nicht-differenzierte, Umgebung, sondern die vier nicht-transitorischen Umgebungen entsprechend den horizontalen räumlichen Differenzierungen zwischen den Relationen von Vorn und Hinten und Links und Rechts einerseits sowie die transitorischen Umgebungen, die alle Kombinationen der beiden horizontalen Raumrelationen umfassen, andererseits.

2. Wie in Toth (2016) gezeigt, kann man isomorphe semiotische Matrizen für die drei von Bense (ap. Bense/Walther 1973, S. 80) definierten raumsemiotischen Kategorien

S = (2.1)

Abb = (2.2)

Rep = (2.3)

definieren.

2.1. Isomorphie des Systemmodelles mit S = (2.1)

1.2	1.1	1.3
2.2	2.1	2.3
3.2	3.1	3.3

2.2. Isomorphie des Systemmodelles mit Abb = (2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.3. Isomorphie des Systemmodelles mit Rep = (2.3)

1.1	1.3	1.2
2.1	2.3	2.2
3.1	3.3	2.3.

3. Damit kann man folgende Teilsysteme ontotopologisch-raumsemiotisch isomorpher Ränder bestimmen. Im folgenden seien die subjazenten Ränder behandelt.

3.1. Für S = (2.1)

$R[U_{lh}, U_{zl}] \cong R[1.2, 2.2]$

$R[U_{zl}, U_{vl}] \cong R[2.2, 3.2]$

$R[U_{zh}, S] \cong R[1.1, 2.1]$

$R[S, U_{zv}] \cong R[2.1, 3.1]$

$R[U_{rh}, U_{zr}] \cong R[1.3, 2.3]$

$R[U_{zr}, U_{vr}] \cong R[2.3, 3.3]$

3.2. Für Abb = (2.2)

$R[U_{lh}, U_{zl}] \cong R[1.1, 2.1]$

$R[U_{zl}, U_{vl}] \cong R[2.1, 3.1]$

$R[U_{zh}, S] \cong R[1.2, 2.2]$

$R[S, U_{zv}] \cong R[2.2, 3.2]$

$R[U_{rh}, U_{zr}] \cong R[1.3, 2.3]$

$R[U_{zr}, U_{vr}] \cong R[2.3, 3.3]$

3.3. Für Rep = (2.3)

$R[U_{lh}, U_{zl}] \cong R[1.1, 2.1]$

$R[U_{zl}, U_{vl}] \cong R[2.1, 3.1]$

$R[U_{zh}, S] \cong R[1.3, 2.3]$

$R[S, U_{zv}] \cong R[2.3, 3.3]$

$R[U_{rh}, U_{zr}] \cong R[1.2, 2.2]$

$R[U_{zr}, U_{vr}] \cong R[2.2, 2.3]$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

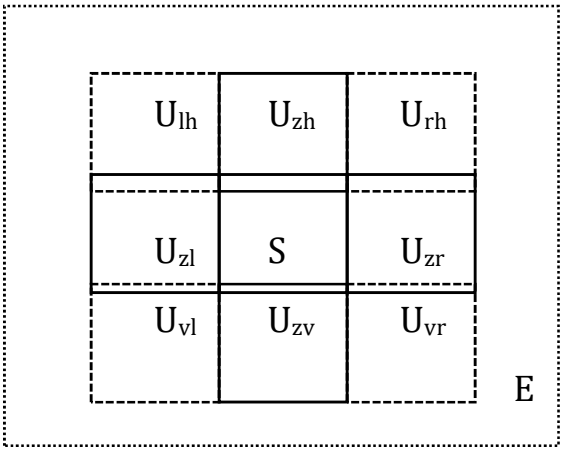
Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität der Zentralitätsrelation I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Isomorphie des ontotopologischen Systemmodells und der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Transjazente isomorphe Ränder im ontotopologisch-raumsemiotischen Systemmodell

1. Wenn wir von dem bereits in Toth (2014) eingeführten ontischen Raumfelder-Modell ausgehen und die in Toth (2015) definierte Zentralitätsrelation $V = [S_\lambda, Z, S_\rho]$ auf das elementare Raumfeldmodell abbilden, bekommen wir das folgende ontotopologische Systemmodell



welches als eine topologische Darstellung der allgemeinen Systemrelation $S^* = [S, U, E]$ dienen kann. Danach besitzt das zentrale System also nicht nur eine, in S^* nicht-differenzierte, Umgebung, sondern die vier nicht-transitorischen Umgebungen entsprechend den horizontalen räumlichen Differenzierungen zwischen den Relationen von Vorn und Hinten und Links und Rechts einerseits sowie die transitorischen Umgebungen, die alle Kombinationen der beiden horizontalen Raumrelationen umfassen, andererseits.

2. Wie in Toth (2016) gezeigt, kann man isomorphe semiotische Matrizen für die drei von Bense (ap. Bense/Walther 1973, S. 80) definierten raumsemiotischen Kategorien

S = (2.1)

Abb = (2.2)

Rep = (2.3)

definieren.

2.1. Isomorphie des Systemmodelles mit S = (2.1)

1.2	1.1	1.3
2.2	2.1	2.3
3.2	3.1	3.3

2.2. Isomorphie des Systemmodelles mit Abb = (2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

2.3. Isomorphie des Systemmodelles mit Rep = (2.3)

1.1	1.3	1.2
2.1	2.3	2.2
3.1	3.3	3.2.

3. Damit kann man folgende Teilsysteme ontotopologisch-raumsemiotisch isomorpher Ränder bestimmen. Im folgenden seien die transjazenten Ränder behandelt.

3.1. Für S = (2.1)

$R[U_{lh}, S] \cong R[1.2, 2.1]$

$R[S, U_{vr}] \cong R[2.1, 3.3]$

$R[U_{rh}, S] \cong R[1.3, 2.1]$

$R[S, U_{vl}] \cong R[2.1, 3.2]$

3.2. Für Abb = (2.2)

$R[U_{lh}, S] \cong R[1.1, 2.2]$

$R[S, U_{vr}] \cong R[2.2, 3.3]$

$R[U_{rh}, S] \cong R[1.3, 2.2]$

$R[S, U_{vl}] \cong R[2.2, 3.1]$

3.3. Für Rep = (2.3)

$R[U_{lh}, S] \cong R[1.1, 2.3]$

$R[S, U_{vr}] \cong R[2.3, 3.2]$

$R[U_{rh}, S] \cong R[1.2, 2.3]$

$R[S, U_{vl}] \cong R[2.3, 3.1]$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

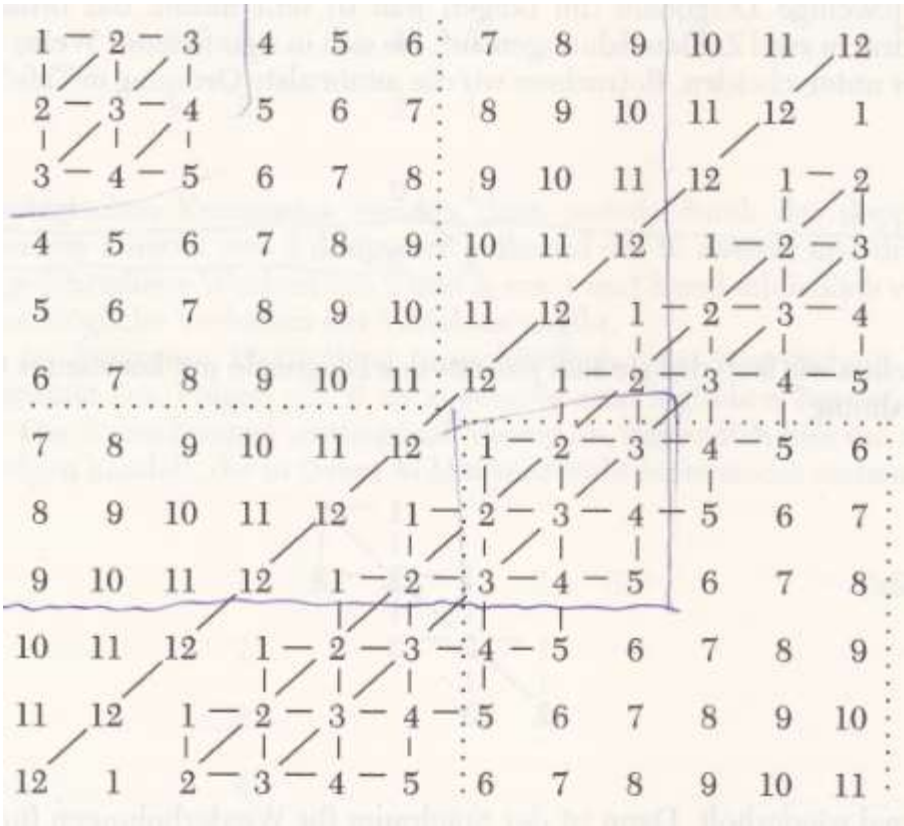
Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität der Zentralitätsrelation I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Isomorphie des ontotopologischen Systemmodells und der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Matrizen und qualitative arithmetische Zählweisen

1. Gotthard Günther hatte in seinem Beitrag zu Max Benses 80. Geburstag, der in Günther (1991) wiederabgedruckt wurde, sich dem "Phänomen der Orthogonalität" gewidmet. Sein Thema ist jedoch nicht mathematisch, sondern metaphysisch motiviert: "Allgemein können wir sagen, daß ontologische Systeme, soweit sie von differenten Wertigkeiten abhängen, immer Grenzen besitzen, die von den Gesetzen der Orthogonalität diktiert sind" (Günther 1991, S. 423). Es geht ihm also, wie es anderer Stelle heißt, um die "Vermittlung von Zahl und Begriff". Günthers fundamentale Matrix (zusammen mit Eintragungen von mir, die sich leider nicht entfernen ließen) sieht wie folgt aus (1991, S. 422).



Formal gesehen handelt es sich um eine quadratische Hankelmatrix, d.h. um eine symmetrische Matrix. Sie erfüllt die Bedingungen die qualitativen Arithmetik (vgl. Toth 2016), daß die adjazenten Werte, wie sie aus dem folgenden Zahlenfeld ablesbar sind

$$\begin{matrix} x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\ Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \end{matrix}$$

$$\times \qquad \times \qquad \times$$

$$\begin{matrix} Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\ x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \end{matrix}$$

und die subjazenten Werte, wie sie aus dem nachstehenden Zahlenfeld ablesbar sind

$$\begin{matrix} x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\ y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \end{matrix}$$

$$\times \qquad \times \qquad \times$$

$$\begin{matrix} y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \\ x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i, \end{matrix}$$

einander gleich sind. Wir bekommen damit direkt den

SATZ. Für symmetrische Matrizen gilt die Gleichheit adjazenter und subjazenter Zahlen-Einträge.

2. Man kann sich nun natürlich fragen, ob es auch Matrizen gibt, für welche die folgenden beiden Gleichheiten gelten

Subjazente Zahleneinträge = Transjazente Zahleneinträge

Adjazente Zahleneinträge = Transjazente Zahleneinträge.

Die transjazenten Zahlenwerte sind aus dem folgenden Zahlenfeld ablesbar

$$\begin{matrix} x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\ Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \end{matrix}$$

$$\times \qquad \times \qquad \times$$

$$\begin{matrix} Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\ x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i. \end{matrix}$$

2.1. Eine Matrix, in der die subjazenten und die transjazenten Zahleneinträge gleich sind, hätte im elementarsten Falle die sechs folgenden möglichen Basis-Formen.

1			1	1		1		1
2	2			2			2	2
3		3		3	3			3

1		1		1	1			1
2	2			2			2	2
3			3	3		3		3

Wie man leicht erkennt, tauchen hier jedoch gleiche Werte in den Zeilen aller Matrizen auf.

2.2. Eine Matrix, in der die adjazenten und die transjazenten Zahleneinträge gleich sind, hätte im elementarsten Falle die sechs folgenden möglichen Basis-Formen.

1	2	3	1			1		
	2		1	2	3		2	
		3			3	1	2	3

3	2	1			1			1
	2		3	2	1		2	
3			3			3	2	1

Wie man leicht erkennt, tauchen hier jedoch gleiche Werte in den Spalten aller Matrizen auf.

Somit ist das "Phänomen der Orthogonalität", das im Falle von Günther aus der Sicht der qualitativen Arithmetik nur einen von drei möglichen Fällen behandelt, mit der Gleichheit von Adjazenz und Subjazenz ohne die Berück-

sichtigung der Gleichheiten von Subjazenz und Transjazenz und von Adjazenz und Transjazenz unvollständig.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Einführung gerichteter Objekte mit Hilfe von Relationalzahlen

1. Wie seit Beginn der Entwicklung der Objekttheorie (Ontik) bekannt ist (vgl. Toth 2009), ist deren Grundelement nicht das Objekt, sondern das gerichtete Objekt. Diese Vorstellung war durch Joedicke (1985, S. 84 ff.) inspiriert worden, dessen "gerichtete Räume" insofern mit unseren gerichteten Objekten übereinstimmen, als topologisch bekanntlich jedes Objekt als topologischer Raum definierbar ist, indem seine Menge als Umgebung zu ihm als Element gebildet wird.

2. Wie in Toth (2016) ausgeführt wurde, ist eine Relationalzahl eine Peanozahl der Form

$P = f(\omega, E)$,

darin ω den ontischen Ort und E die Einbettungsstufe angeben. Da jede Relationalzahl $P_{m,n}$ mit $m \in \omega$ und $n \in E$ in Zahlenfeldern gezählt wird, können drei Zählweisen unterschieden werden, die wir adjazent, subjazent und transjazent nennen.

2.1. Sind x und y linear, so liegt adjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{cccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i.
\end{array}$$

2.2. Sind x und y orthogonal, so liegt subjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{cccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i.
\end{array}$$

2.3. Sind x und y diagonal, so liegt transjazente Zählweise vor

$$\begin{matrix} x_i & \emptyset_j \\ \emptyset_i & y_j \end{matrix} \times \begin{matrix} \emptyset_i & x_j \\ y_i & \emptyset_j \end{matrix} \times \begin{matrix} \emptyset_j & x_i \\ y_j & \emptyset_i \end{matrix} \times \begin{matrix} x_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & y_i \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \emptyset_i & y_j \\ x_i & \emptyset_j \end{matrix} \quad \begin{matrix} y_i & \emptyset_j \\ \emptyset_i & x_j \end{matrix} \quad \begin{matrix} y_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & x_i \end{matrix} \quad \begin{matrix} \emptyset_j & y_i \\ x_j & \emptyset_i. \end{matrix}$$

3. Nun haben Peanozahlen keine Referenz, d.h. sie haben weder eine Bezeichnungs- noch eine Bedeutungsfunktion (und damit auch keine Gebrauchsfunktion). Daraus folgt, daß die Zahl erkenntnistheoretisch ein Objekt ist, denn die Welt besteht nur aus Zeichen und Objekten. Das bedeutet, daß die obigen drei Zählweisen auch für Objekte anwendbar sind, d.h. man kann z.B., ausgehend von der benseschen Raumsemiotik (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80),

0 = System (2.1)

0 = Abbildung (2.2)

0 = Repertoire (2.3)

setzen. Ferner ist somit möglich, die 8 möglichen Formen von Gerichtetheit eines beliebigen Objektes Ω wie folgt durch Zahlenfelder zu definieren

$$\Omega^{\rightarrow} := (0, \emptyset) \qquad \Omega^{\leftarrow} := (\emptyset, 0)$$

$$\Omega^{\uparrow} := \begin{pmatrix} \emptyset \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\downarrow} := \begin{pmatrix} 0 \\ \emptyset \end{pmatrix}$$

$$\Omega^{\nwarrow} := \begin{pmatrix} \emptyset & \\ & 0 \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\searrow} := \begin{pmatrix} 0 & \\ & \emptyset \end{pmatrix}$$

$$\Omega^{\nearrow} := \begin{pmatrix} & \emptyset \\ 0 & \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\swarrow} := \begin{pmatrix} & 0 \\ \emptyset & \end{pmatrix}$$

Dabei sind also die ersten beiden Matrizen diejenigen adjazenter Objekte, die zweiten beiden Matrizen diejenigen subjazenter Objekte und die dritten beiden Matrizen diejenigen transjazenter Objekte.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

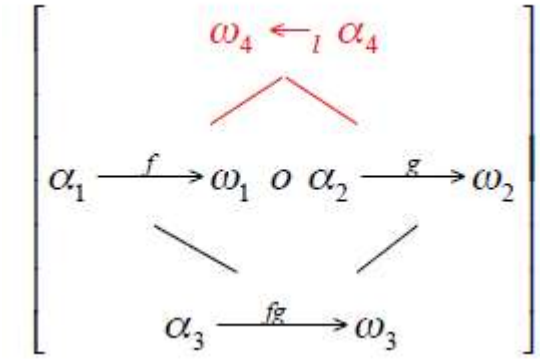
Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2016

Matrizen für semiotische Morphismen und ihre zugehörigen Heteromorphismen

1. Wir gehen aus vom folgenden elementaren Diamentenmodell für eine dreistellige Relation, die Kaehr (2007, S. 19) gegeben hatte. Rot eingetragen ist der zu den Morphismen f und g gehörige Heteromorphismus l.



Ein Diamant ist also eine polykontexturale Kategorie und damit eine Abstraktion dieser. Somit gilt auch in der Diamantentheorie weiter

p → q → s = <pq> → <qs>

<q, s> ∘ <p, q> = <p, s>.

2.1. Konkatenationen, Morphismen und Heteromorpismen

	Morphismen	Heteromorphismen
<1.1> ∘ <1.2> =	<1.2>	<2.1>
<1.1> ∘ <1.3> =	<1.3>	<3.1>
<1.2> ∘ <2.1> =	<1.1>	<1.1>
<1.2> ∘ <2.2> =	<1.2>	<2.1>
<1.2> ∘ <2.3> =	<1.3>	<3.1>
<1.3> ∘ <3.1> =	<1.1>	<1.1>
<1.3> ∘ <3.2> =	<1.2>	<2.1>
<1.3> ∘ <3.3> =	<1.3>	<3.1>

<2.1> ∘ <1.1> = <2.1> <1.2>

<2.1> ∘ <1.2> = <2.2> <2.2>

<2.1> ∘ <1.3> = <2.3> <3.2>

<2.2> ∘ <2.1> = <2.1> <1.2>

<2.2> ∘ <2.2> = <2.2> <2.2>

<2.2> ∘ <2.3> = <2.3> <3.2>

<2.3> ∘ <3.1> = <2.1> <1.2>

<2.3> ∘ <3.2> = <2.2> <2.2>

<2.3> ∘ <3.3> = <2.3> <3.2>

<3.1> ∘ <1.1> = <3.1> <1.3>

<3.1> ∘ <1.2> = <3.2> <2.3>

<3.1> ∘ <1.3> = <3.3> <3.3>

<3.2> ∘ <2.1> = <3.1> <1.3>

<3.2> ∘ <2.2> = <3.2> <2.3>

<3.2> ∘ <2.3> = <3.3> <3.3>

<3.3> ∘ <3.1> = <3.1> <1.3>

<3.3> ∘ <3.2> = <3.2> <2.3>

<3.3> ∘ <3.3> = <3.3> <3.3>.

2.2. Matrizen

<1.1> ∘ <1.1> = <1.1> <1.1>

⇒

■ □ □

□ □ □

□ □ □

<1.1> ∘ <1.2> = <1.2> <2.1>

⇒

■ ■ □

■ □ □

□ □ □

<1.1> ∘ <1.3> = <1.3> <3.1>

⇒

■ □ ■

□ □ □

■ □ □

<1.2> ∘ <2.1> = <1.1> <1.1>

⇒

■ ■ □

■ □ □

□ □ □

<1.2> ∘ <2.2> = <1.2> <2.1>

⇒

□ ■ □

■ ■ □

□ □ □

<1.2> ∘ <2.3> = <1.3> <3.1>

⇒

□ ■ ■

□ □ ■

■ □ □

<1.3> ∘ <3.1> = <1.1> <1.1>

⇒

■ □ ■

□ □ □

■ □ □

<1.3> ∘ <3.2> = <1.2> <2.1>

⇒

□ ■ ■

■ □ □

□ ■ □

<1.3> ∘ <3.3> = <1.3> <3.1>

⇒

□ □ ■

□ □ □

■ □ ■

<2.1> ∘ <1.1> = <2.1> <1.2>

⇒

■ ■ □

■ □ □

□ □ □

<2.1> ∘ <1.2> = <2.2> <2.2>

⇒

□ ■ □

■ ■ □

□ □ □

<2.1> ∘ <1.3> = <2.3> <3.2>

⇒

□ □ ■

■ □ ■

□ ■ □

<2.2> ∘ <2.1> = <2.1> <1.2>

⇒

□ ■ □

■ ■ □

□ □ □

<2.2> ∘ <2.2> = <2.2> <2.2>

⇒

□ □ □

□ ■ □

□ □ □

<2.2> ∘ <2.3> = <2.3> <3.2>

⇒

□ □ □

□ ■ ■

□ ■ □

<2.3> ∘ <3.1> = <2.1> <1.2>

⇒

□ ■ □

■ □ ■

■ □ □

<2.3> ∘ <3.2> = <2.2> <2.2>

⇒

□ □ □

□ ■ ■

□ ■ □

<2.3> ∘ <3.3> = <2.3> <3.2>

⇒

□ □ □

□ □ ■

□ ■ ■

<3.1> ∘ <1.1> = <3.1> <1.3>

⇒

■ □ ■

□ □ □

■ □ □

<3.1> ∘ <1.2> = <3.2> <2.3>

⇒

□ ■ □

□ □ ■

■ ■ □

<3.1> ∘ <1.3> = <3.3> <3.3>

⇒

□ □ ■

□ □ □

■ □ ■

<3.2> ∘ <2.1> = <3.1> <1.3>

⇒

□ □ ■

■ □ □

■ ■ □

<3.2> ∘ <2.2> = <3.2> <2.3>

⇒

□ □ □

□ ■ ■

□ ■ □

<3.2> ∘ <2.3> = <3.3> <3.3>

⇒

□ □ □

□ □ ■

□ ■ ■

<3.3> ∘ <3.1> = <3.1> <1.3>

⇒

□ □ ■

□ □ □

■ □ ■

<3.3> ∘ <3.2> = <3.2> <2.3>

⇒

□ □ □

□ □ ■

□ ■ ■

<3.3> ∘ <3.3> = <3.3> <3.3>

⇒

□ □ □

□ □ □

□ □ ■

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Ein 5-kontexturales Stellenwertsystem für die triadisch-trichotomische Semiotik

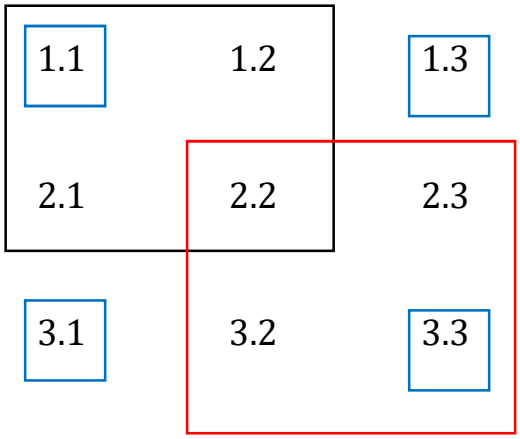
1. Nachdem Rudolf Kaehr seine Diamantentheorie – eine qualitativ-mathematische Kategorientheorie – entwickelt hatte (vgl. Kaehr 2007), fragte ich ihn, ob denn die Vorstellung von "polykontexturalen Zeichen" nicht ein fundamentaler Widerspruch sei. Kaehr antwortete mir nicht nur persönlich, sondern mit einer eigenen profunden Studie unter dem Titel "Polycontexturality of Signs" (Kaehr 2009a). Nach Bense bildet ja die repräsentationale Ebene der Zeichen die tiefste erreichbare erkenntnistheoretische Schicht. Nun geht aber die Polykontexturalitätstheorie noch weiter unter diese semiotische "Tieferlegung" (Bense 1986, S. 79) hinunter, nämlich zu den Kenogrammen und ihren Folgen, den Morphogrammen. Bereits die von Günther entdeckte Proömialrelation löscht den Unterschied zwischen logischem Objekt und Subjekt aus. Wie also sollte es möglich sein, auf kenogrammatischer Ebene zwischen Objekten und Zeichen zu unterscheiden?

2. Kaehr bediente sich zur Lösung dieses fundamentalen Problems im Grunde eines Tricks: Er kontexturierte die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix (vgl. Kaehr 2009b, S. 6).

polycontextural semiotic 3 – matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \mathrm{MM} & 1_{1.3} & 2_{1.2} & 3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

Er gibt ferner kontexturierte Matrizen für 4- und 5- wertige Semiotiken, welche allerdings dem sog. peirceschen Axiom widersprechen, wonach alle n-adischen Relationen auf solche für n = 3 zurückgeführt werden können (vgl. Marty 1980). Die Kontexturierungen der semiotischen Subrelationen, d.h. der Einträge der semiotischen Matrizen, ergeben sich aus einem Verfahren, das Kaehr "decomposition of systems" nennt und das auf Günther zurückgeht (vgl. Günther 1979, S. 231 ff.). Im Falle einer 3×3-Matrix wie derjenigen, die für die triadisch-trichotomische Semiotik verwendet wird, ist diese "decomposition" klarerweise bijektiv



Die Subrelationen, welche sich innerhalb des schwarzen Hausdorff-Raumes befinden, bekommen z.B. die Kontextur K = 1, diejenigen, die sich innerhalb des roten befinden, die Kontextur K = 2, und diejenigen, welche sich in den nicht-konnexen blauen Räumen befinden, erhalten die Kontextur K = 3. Man kann selbst leicht nachprüfen, daß man durch diese Zuordnung genau die oben widergegebene kontexturierte semiotische Matrix von Kaehr bekommt.

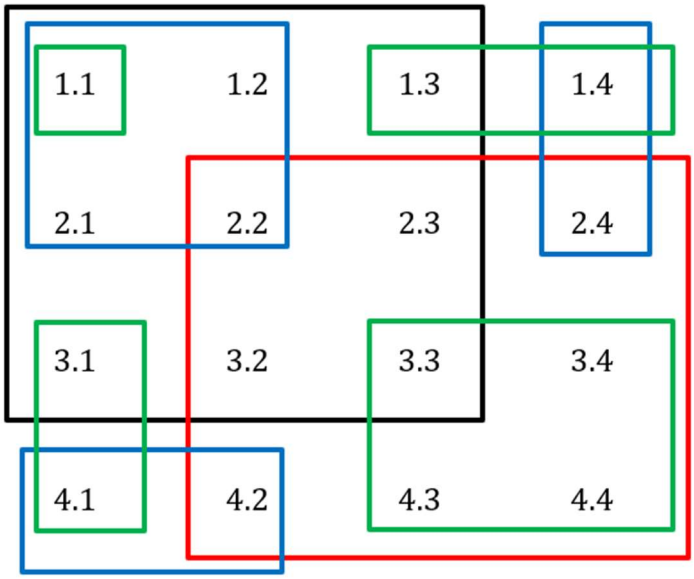
Allerdings scheint es bereits für 4 × 4-Matrizen keine Bijektionen mehr zu geben, auch wenn Kaehr dieses Problem mit keinem Wort erwähnt. Die "decomposition", die seiner kontexturierten 4-wertigen semiotischen Matrix

4 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(4,2)} = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{\mathbf{1.3.4}} & 1.2_{1.3} & 1.3_{1.4} & 1.4_{3.4} \\ 2 & 2.1_{1.3} & \mathbf{2.2}_{\mathbf{1.2.3}} & 2.3_{1.2} & 2.4_{2.3} \\ 3 & 3.1_{1.4} & 3.2_{1.2} & \mathbf{3.3}_{\mathbf{1.2.4}} & 3.4_{2.4} \\ 4 & 4.1_{3.4} & 4.2_{3.2} & 4.3_{2.4} & \mathbf{4.4}_{\mathbf{2.3.4}} \end{pmatrix}$$

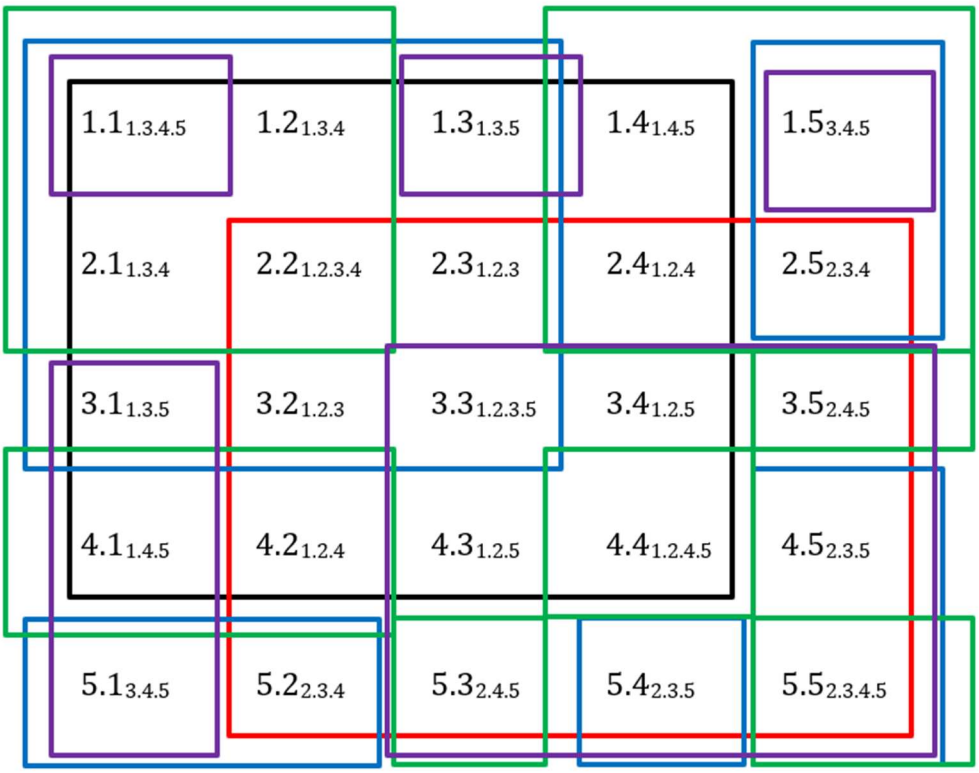
(Kaehr 2009b, S. 5) zugrunde liegt, sieht jedenfalls abenteuerlich aus – ich rekonstruiere sie hier wieder mit Hilfe von Hausdorff-Räumen, es sei

K = 1 schwarz, K = 2 rot, K = 3 blau, K = 4 grün.



Im Falle der 5×5-Matrizen hat Kaehr keinen Versuch einer Kontexturierung gemacht. Die "decomposition" ist in diesem Falle außerordentlich schwierig. Eine der Möglichkeiten stelle ich im folgenden zur Diskussion. Verwendet werden die gleichen Farbzuordnungen, zusätzlich sei K = 5 violett.

$\mathrm{Sem}^{(5,\,2)}$ =



3. Wie gesagt, widersprechen n×n-Matrizen für n > 3 dem semiotischen Reduzibilitätsaxiom. Auf der anderen Seite ist, worauf ich bereits in Toth (2014) hingewiesen hatte, die Peirce-Bense-Semiotik beweisbar unzureichend, da sie wegen ihrer Monokontexturalität unfähig ist, zwischen Subjekten verschiedener Deixis zu differenzieren. Das hätte im Grunde bereits Bense merken müssen, als er sein semiotisches Kommunikationsschema definierte (vgl. Bense 1971, S. 40)

K = (O → M → I).

Als Sender fungiert hier der Objektbezug, d.h. dieser repräsentiert nicht nur das logische Objekt, sondern auch das logische Subjekt. Andererseits repräsentiert aber der als Empfänger fungierende Interpretant ebenfalls das logische Subjekt, allerdings nicht das gleiche wie der Objektbezug, so daß eine Ich-Du-Deixis vorausgesetzt wird, die auf der Basis der aristotelischen Logik ausgeschlossen ist. Dieser Unsinn geht übrigens bereits auf Meyer-Eppler (1969, S. 1) zurück, wo als Ausrede emittierende (z.B. radioaktive) Objekte als Quasi-Subjekt-Sender eingeführt werden. Das kann aber natürlich nicht darüber hinwegtäuschen, daß die gesamte Informationstheorie von Shannon und Weaver in Widerspruch zu ihrer aristotelischen Basis steht.

Andererseits ist, wie man aus der metasemiotisch fungierenden Linguistik weiß, ein Ich-Du-deiktisches System ebenfalls unzureichend, denn für eine minimale Subjektdeixis bedarf es noch der Er-Deixis, so daß wir für eine minimale Semiotik die Kategorien M, O und drei deiktisch geschiedene Interpetantenbezüge brauchen. Das bedeutet allerdings nicht, daß man auf eine 5-wertige Semiotik ausweichen muß, aber es bedeutet, daß zur Kontexturierung der triadisch-trichotomischen Struktur der Semiotik weder 3 noch 4 Kontexturen, wie sie Kaehr vorgeschlagen hatte, ausreichen, sondern daß wir 5 Kontexturen benötigen. Diese 5 Kontexturen müssen nun aber auf eine 3-stellige Relation abgebildet werden, d.h. die Kardinalität der Relation und die Kardinalität der Kontexturen sind, anders als in den von Kaehr gegebenen Fällen, nicht mehr gleich. Ich denke, dieses Problem läßt sich nur dadurch lösen, daß man von einem 5-stelligen Relationsschema mit 2 Leerstellen ausgeht. Dabei sind 3 Typen zu unterscheiden.

Adjazenz beider Leerstellen konstant

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, Ø, Ø, 1.z]

ZR = [3x, Ø, Ø, 2.y, 1.z]

ZR = [Ø, Ø, 3x, 2.y, 1.z]

Adjazenz einer Leerstelle konstant

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, Ø, 1.z, Ø]

ZR = [3x, Ø, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [Ø, 3x, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø]

Adjazenz keiner Leerstelle konstant

ZR = [Ø, 3x, Ø, 2.y, 1.z]

ZR = [Ø, 3.x, 2.y, Ø, 1.z]

ZR = [Ø, 3x, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [3x, Ø, 2.y, Ø, 1.z]

ZR = [3x, Ø, 2.y, 1.z, Ø]

ZR = [3x, 2.y, Ø, 1.z, Ø].

Je nach den Werten von x, y, z ∈ {1, 2, 3}, d.h. den numerischen Werten der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen (Zeichenzahlen) einerseits und von den Orten der Subrelationen innerhalb der relationalen Schemata andererseits werden die Subrelationen dann kontexturiert. Da die Abbildung von Kontexturen auf Matrix-Positionen nach dem Verfahren von Kaehr bijektiv ist, kann man direkt eine Kontexturalmatrix der folgenden Form konstruieren. Nachstehend werden drei der fünf Kontexturalmatrizen angegeben, für die semiotische Matrizen konnex sind, es handelt sich natürlich um genau diejeni-

gen, für welche die entsprechende Zeichenrelation ZR keine durch Nullstellen unterbrochene Subrelationen enthält.

ZR = [3x, 2.y, 1.z, Ø, Ø] → Kontexturalmatrix =

1.3.4.5.	1.3.4	1.3.5	1.4.5	3.4.5
1.3.4	1.2.3.4	1.2.3	1.2.4	2.3.4
1.3.5	1.2.3	1.2.3.5	1.2.5	2.4.5
1.4.5	1.2.4	1.2.5	1.2.4.5	2.3.5
3.4.5	2.3.4	2.4.5	2.3.5	2.3.4.5

ZR = [Ø, 3x, 2.y, 1.z, Ø]→ Kontexturalmatrix =

1.3.4.5.	1.3.4	1.3.5	1.4.5	3.4.5
1.3.4	1.2.3.4	1.2.3	1.2.4	2.3.4
1.3.5	1.2.3	1.2.3.5	1.2.5	2.4.5
1.4.5	1.2.4	1.2.5	1.2.4.5	2.3.5
3.4.5	2.3.4	2.4.5	2.3.5	2.3.4.5

ZR = [Ø, Ø, 3x, 2.y, 1.z] → Kontexturalmatrix =

1.3.4.5.	1.3.4	1.3.5	1.4.5	3.4.5
1.3.4	1.2.3.4	1.2.3	1.2.4	2.3.4
1.3.5	1.2.3	1.2.3.5	1.2.5	2.4.5
1.4.5	1.2.4	1.2.5	1.2.4.5	2.3.5
3.4.5	2.3.4	2.4.5	2.3.5	2.3.4.5

In sämtlichen anderen Fällen ist eine Matrizendarstellung der semiotischen Subrelationen innerhalb der Kontexturalmatrizen, wenigstens nach klassisch-mathematischer Vorstellung, gar nicht möglich. Wir haben es in diesen Fällen nämlich nicht mit Matrizen mit Leerstellen, sondern mit "diskonnexen Matrizen" zu tun – eine weitere Neuigkeit für die Mathematik der Qualitäten.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. II. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. (Darin: "Polycontexturality of Signs" = 2009a, "Sketch on Semotics in Diamonds" = 2009b [jeweils separat paginiert])

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Meyer-Eppler, W[olfgang], Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Toth, Alfred, Systemtheorie und semiotische Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Transrelationale Systeme als Basen für semiotische Matrizen

1. Unter transrelationalen Systemen wollen wir solche verstehen, welche die quantitative Dreiteilung symmetrischer Relationen

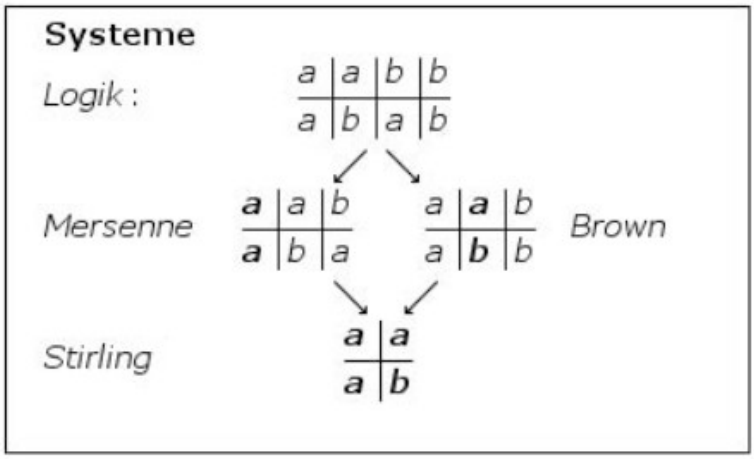
symmetrisch: $\forall x, y \in M : (xRy \Rightarrow yRx)$

asymmetrisch: $\forall x, y \in M : xRy \Rightarrow \neg(yRx)$

antisymmetrisch: $\forall x, y \in M : xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$

verwerfen, indem sie mindestens eine der drei Relationstypen NICHT aufweisen. Dieses Problem gesehen und behandelt zu haben, ist das Verdienst Rudolf Kaehrs (vgl. Kaehr 2012).

2. Von den folgenden vier, von Kaehr (2012, S. 4) dargestellten Systemen erfüllt nur dasjenige von Leibniz bzw. Boole, das der aristotelischen Logik zugrunde liegt, die Dreiteilung symmetrischer Relationen



Dagegen fehlt im System von Mersenne die Differenzierung zwischen [a, a] und [b, b], d.h. es findet ein Identitätenkollaps statt, und im System von Brown gibt es wegen des Fehlens der Differenz von [a, b] und [b, a] keine Antisymmetrie. Das Trito-System der Stirlingzahlen 2. Art schließlich vereinigt Identitätskollaps und Elimination von Antisymmetrie.

3.1. Es dürfte unmittelbar einleuchten, daß die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3

sowohl Identitätsdifferenz, da

(1.1) ≠ (2.2) ≠ (3.3)

gilt, als auch Antisymmetrie kennt, da

(1.2) ≠ (2.1), (1.3) ≠ (3.1), (2.3) ≠ (3.2)

gilt. Dank Kaehrs Entdeckung der vier Systemtypen können wir ferner sagen, daß die von Bense (1992) eingehend behandelte Eigenrealitätsklasse

ZKl = (3.1, 2.1, 1.3)

ihre monokontexturale Dualinvarianz exakt den beiden, Leibniz-boolesche Systemen charakterisierenden, Eigenschaften der Identitätsdifferenzierung und der Antisymmetrie verdankt.

3.2. Dagegen würde eine mersennesche semiotische Matrix wie folgt aussehen

X	1.2	1.3
2.1	X	2.3
3.1	3.2	X

mit X = (1.1, 2.2, 3.3).

3.3. Eine brownsche semiotische Matrix dagegen sähe wie folgt aus

1.1	X	Y
X	2.2	Z
Y	Z	3.3

mit X ∈ (1.2, 2.1), Y ∈ (1.3, 3.1) und Z ∈ (2.3, 3.2).

3.4. Daß von einer stirlingschen semiotischen Matrix keine Rede sein kann, versteht sich von selbst. Eine solche Semiotik könnte man durch

S = (<x.x>, <x.y>)

mit x, y ∈ (1, 2, 3) definieren. Dabei würden allerdings vermöge Trito-Äquivalenz folgende Kollapse eintreten

$(1.1) \equiv_t (2.2) \equiv_t (3.3)$

$(1.2) \equiv_t (2.1)$

$(1.3) \equiv_t (3.1)$

$(2.3) \equiv_t (3.2)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In: ThinkartLab, 12.4.2012, http://www.thinkartlab.com/Memristics/Komplementaritaet/Komplementarit%C3%A4t%20in%20der%20Graphematik.pdf

Semiotische Core- und Frame-Klassen

1. Nach Kaehr (1978) ist die Morphogrammatik eine "Grammatik" der Morphogramme, d.h. von Kenogrammsequenzen, wie sie von Gotthard Günther im Rahmen der polykontexturalen Logik entdeckt wurden (vgl. Günther 1976-80). Diese Grammatik ist in Wahrheit eine qualitative Graphentheorie und setzt die Klassifikation von Morphogrammen in von Form 2 × 2-Matrizen unter Berücksichtigung der Gleichheit und Ungleichheit ihrer Hauptdiagonalelemente (f-c-Klassen) sowie ihrer Nebendiagonalelemente (k-l-o-r-Klassen) voraus.

2. Die semiotischen Zeichenrelationen und ihre dualen Realitätsthematiken werden von Walther (1979, S. 79) explizit als Konkatenationen ihrer dyadischen Teilrelationen eingeführt, d.h. für jede ZKl und RTh der Formen

$ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)$

$RTh = \times(3.x, 2.y, 1.z) = (z.1, y.2, x.3)$

gilt

$(3.x, 2.y, 1.z) = (1.z \rightarrow 2.y) \circ (2.y \rightarrow 3.x)$

$(z.1, y.2, x.3) = (z.1 \rightarrow y.2) \circ (y.2 \rightarrow x.3)$.

Obwohl Bense (1975, S. 112) in Rahmen seines "Zeichenkreises" mit Paaren von Dyaden gerarbeitet hatte, ist es bisher sämtlichen Semiotikern entgangen, daß man die qualitativen graphentheoretischen Klassfikationen Kaehrs auch in der Semiotik benutzen kann, wo sie völlig unerwartete neue Formalisierungen ermöglichen werden, die den theoretischen Rahmen der bisherigen Semiotik bei weitem sprengen werden. Die im folgenden benutzen Definitionen der f-c- und der k-l-o-r-Klassifikationen werden aus Mahler (1993, S. 114 ff.) wiedergegeben.

Definition 6.1 (Core-Klasse Q_c) *In der Klasse $Q_c \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_c = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} = w_{22}\}.$$

$$Q_c = \{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\}.$$

Definition 6.2 (Frame-Klasse Q_f) *In der Klasse $Q_f \subset Q$ befinden sich alle Basismorphogramme, deren Diagonalelemente mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_f = \{mg \in Q | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{11} \neq w_{22}\}.$$

Definition 6.3 (Klasse Q_k) *In der Klasse $Q_k \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_k = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

Definition 6.4 (Klasse Q_l) *In der Klasse $Q_l \subset Q_f \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_f, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_l = \{mg \in Q_f | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.5 (Klasse Q_o) *In der Klasse $Q_o \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit dem gleichen Kenogramm belegt sind:*

$$Q_o = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} = w_{21}\}.$$

Definition 6.6 (Klasse Q_r) *In der Klasse $Q_r \subset Q_c \subset Q$ befinden sich diejenigen Morphogramme aus Q_c, deren Nebendiagonalstellen mit verschiedenen Kenogrammen belegt sind:*

$$Q_r = \{mg \in Q_c | mg = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} \text{ und } w_{12} \neq w_{21}\}.$$

Teil I: Die M-Klassen

2.1. Qua-Subklassen

$$(1.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

2.2. Sin-Subklassen

$$(1.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.2, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

2.3. Leg-Subklassen

$$(1.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(1.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(1.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad F$$

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$$(1.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.2, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(1.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

3.2. f-Klasse

$$(1.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

$$(1.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.2. l-Klasse

$$(1.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(1.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.3. o-Klasse

$$(1.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

4.4. r-Klasse

$$(1.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(1.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C$$

(1.3, 2.1) $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ C

Teil II: Die O-Klassen

2.1. Ico-Subklassen

(2.1, 1.1) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

(2.1, 1.2) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ C

(2.1, 1.3) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ F

(2.1, 2.1) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ F

(2.1, 2.2) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ C

(2.1, 2.3) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ F

(2.1, 3.1) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ F

(2.1, 3.2) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ C

(2.1, 3.3) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ F

2.2. Ind-Subklassen

(2.2, 1.1) $\rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ F

$$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

2.3. Sym-Subklassen

$$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

3.2. f-Klasse

$$(2.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

$$(2.1, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.2. l-Klasse

$$(2.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(2.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.3. o-Klasse

$$(2.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

4.4. r-Klasse

$$(2.1, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.1, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(2.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad C$$

Teil III: Die I-Klassen

2.1. Rhe-Subklassen

$$(3.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

2.2. Dic-Subklassen

$$(3.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

2.3. Arg-Subklassen

$$(3.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

3. f-c-Klassifikation

3.1. c-Klasse

$$(3.1, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.1, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.2, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.2, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.2, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

$$(3.3, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \quad C$$

3.2. f-Klasse

$$(3.1, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.1, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad F$$

$$(3.2, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

4. k-l-o-r-Klassifikation

4.1. k-Klasse

$$(3.1, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 2.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 3.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 3.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 1.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 1.2) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 2.1) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.2. l-Klasse

$$(3.1, 1.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.1, 1.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 2.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 2.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.2, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 3.1) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad F$$

$$(3.3, 3.2) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad F$$

4.3. o-Klasse

$$(3.1, 1.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 2.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 3.3) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

4.4. r-Klasse

$$(3.1, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.1, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.2, 3.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 1.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

$$(3.3, 2.3) \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad C$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bde. Hamburg 1976-1980

Kaehr, Rudolf, Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und Morphogrammatik 1973-1975. In: Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Dortmund 1993

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zeichen als Systeme und ihre internen Umgebungen

1. Was ist die Umgebung eines Zeichens? Das Objekt, das es bezeichnet, denn nicht umsonst wurde das Zeichen durch Bense (1967, S. 9) als "Meta-Objekt" eingeführt. Allerdings stehen Objekt und Zeichen lediglich in einer äußeren Austauschrelation, insofern Zeichen und Objekt beide als System und Umgebung fungieren können. Denn Zeichen werden ja seit Bense (1975, S. 37) durch semiotische 3×3 Matrizen definiert, und da Zeichen triadisch-trichotomische Relationen sind, sind pro Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik von einer Matrix mit 9 Plätzen genau 3 Plätze belegt. Die Frage, die wir uns jetzt stellen, kann man also wie folgt formulieren: Welche und wie viele Zeichenklassen (oder im dualen Falle, Realitätsthematiken) enthält die Komplementärmenge der belegten Plätze (Einträge) einer semiotischen Matrix? Als Symbole für unbelegte und belegte Plätze verwenden wir □ und ■.

2. Ferner müssen wir uns im Sinne des peirce-benseschen Zehnersystems auf sog. reguläre Zeichenklassen beschränken, d.h. auf solche, für die

$ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)$

$x \leqq y \leqq z$

gilt, wodurch aus den theoretisch möglichen $3^3 = 27$ semiotischen Relationen genau die 10 Zeichenklassen herausgefiltert werden. Semiotische Relationen wie z.B.

(3.2 2.1 1.3), (3.2, 2.2, 1.1), (3.1, 2.2, 1.1) usw.

sind also irregulär (obwohl die semiotische Matrix mit ihrer Hauptdiagonale eine dieser irregulären Relationen besitzt). Für unser Vorgehen bedeutet dies, daß U(ZKl) wie folgt definiert werden muß

$U(ZKl) = U(3.x, 2.y, 1.z) = \{(3.(x+1), 2.(y+1), 1.(z+1))\}$.

Leider werden durch diese Definition aber nicht nur die irregulären Relationen wie z.B.

S^4	$U(S^4)$
□■□	■□□
□■□	□■□

■□□ ■□□ ,

sondern auch reguläre wie z.B.

S^7	$U(S^7) = S^1$
□■□	■□□
□■□	■□□
□■□	■□□

ausgeschieden. Schließlich folgt aus der Definition der Umgebung, daß keine semiotische Relation ihre eigene Umgebung sein kann. Man beachte, daß dies in Sonderheit auch für die eigenreale, dualinvariante Zeichenklasse gilt. Sowohl gegen die Definition von ZKln als auch gegen das Verbot der Selbstumgebung verstößt z.B.

S^7	$U(S^7)$
□■□	■□□
□■□	□■□
□■□	□■□

.

3. Die folgende Liste enthält somit für alle 10 Zeichenklassen genau jene Umgebungen, die wiederum Zeichenklassen sind, d.h. der Umgebungsoperator ist extensiv, monoton und abgeschlossen und entspricht damit der von Bense (1983) definierten Modelltheorie eines "Universums der Zeichen".

S^1	$U^1(S^1)$	$U^2(S^1)$	$U^3(S^1)$	$U^4(S^1)$
■□□	□■□	□□■	□□■	□□■
■□□	□■□	□■□	□□■	□□■
■□□	□■□	□■□	□■□	□□■

S^2	$U^1(S^2)$	$U^2(S^2)$	$U^3(S^2)$	$U^4(S^2)$
□■□	□□■	□□■	□□■	□□□
■□□	□■□	□□■	□□■	□□□

■□□	□■□	□■□	□□■	□□□

S^3	$U^1(S^3)$	$U^2(S^3)$	$U^3(S^3)$	$U^4(S^3)$
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^4	$U^1(S^4)$	$U^2(S^4)$	$U^3(S^4)$	$U^4(S^4)$
□■□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□	□□■	□□□	□□□	□□□
■□□	□■□	□□□	□□□	□□□

S^5	$U^1(S^5)$	$U^2(S^5)$	$U^3(S^5)$	$U^4(S^5)$
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^6	$U^1(S^6)$	$U^2(S^6)$	$U^3(S^6)$	$U^4(S^6)$
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^7	$U^1(S^7)$	$U^2(S^7)$	$U^3(S^7)$	$U^4(S^7)$
□■□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□	□□■	□□□	□□□	□□□

□■□ □□■ □□□ □□□ □□□

S^8	$U^1(S^8)$	$U^2(S^8)$	$U^3(S^8)$	$U^4(S^8)$
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^9	$U^1(S^9)$	$U^2(S^9)$	$U^3(S^9)$	$U^4(S^9)$
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^{10}	$U^1(S^{10})$	$U^2(S^{10})$	$U^3(S^{10})$	$U^4(S^{10})$
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■	□□□	□□□	□□□	□□□

Zeichenklassen können somit maximal 4 Umgebungen haben. Besonders auffällig sind jene Zeichenklassen, die 0 Umgebungen haben; es sind per definitionem genau diejenigen, die mindestens eine drittheitliche Subrelation aufweisen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Semiotische Subrelationen als "Nimbers"

1. "Nimbers" sind eine neue Art von (rein quantitativen) Zahlen, die John H. Conway aus Hackenbush-Spielen abstrahierte (vgl. Conway/Guy 1996, S. 291 ff.). Die Eigenart von Nimbers besteht, so würde ich es ausdrücken, darin, daß sie in kartesischen Produkten von Matrizen nicht nur die Identitäten von quadratischen Matrizen, sondern immer auch ein duales, nicht-identisches Produkt ersetzen.

2. Wir machen die Probe aufs Exempel. Eine multiplikative Matrix für die 4×4-Matrix für die Menge von Nimbers N = (0, 1, 2, 3) sieht wie folgt aus (Conway/Guy 1996, S. 294)

	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	3	1
3	0	3	1	2.

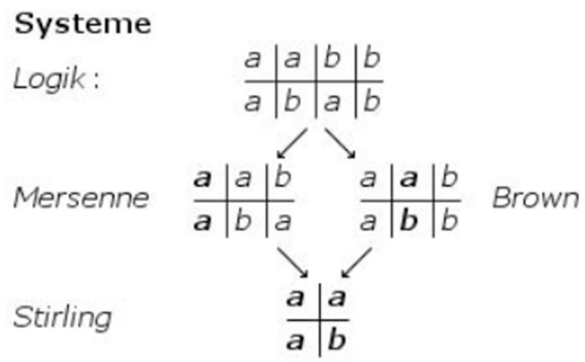
Bilden wir nun die semiotischen Subrelationen auf Nimbers ab (das kann man direkt aus der obigen Matrix ablesen)

(1.1) → 1	(2.1) → 2	(3.1) → 3
(1.2) → 2	(2.2) → 3	(3.2) → 1
(1.3) → 3	(2.3) → 1	(3.3) → 2,

dann bekommen wir

Nimbers	Semiotische Subrelationen
1	(1.1), (2.3), (3.2)
2	(2.2), (1.2), (2.1)
3	(3.3), (1.3), (3.1).

3. Eine besondere Bedeutung bekommen Nimbers dadurch, daß sie im folgenden System verschiedener Zahlentypen aus Kaehr (2012, S. 4)



mit keinem der vier Systeme zusammenfallen, wie man leicht selbst nachprüft (vgl. auch Toth 2016).

Literatur

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In: ThinkartLab, 12.4.2012, http://www.thinkartlab.com/Memristics/Komplementaritaet/Komplementarit%C3%A4t%20in%20der%20Graphematik.pdf

Toth, Alfred, Transrelationale Systeme als Basen für semiotische Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Erzeugung semiotischer Identitäten durch Matrix-Dekompositionen

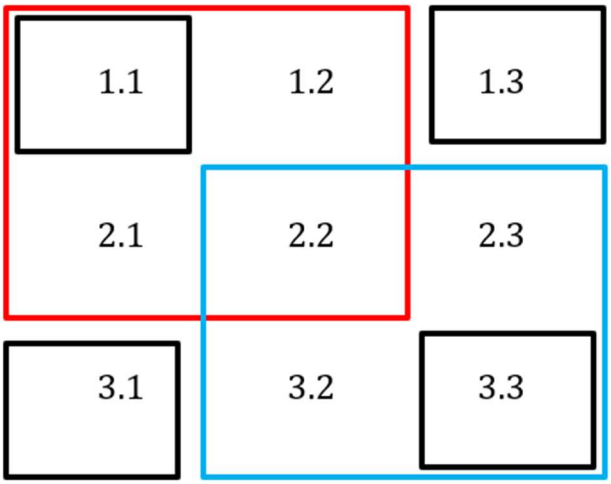
1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische 3 × 3-Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

kann man wie folgt in 3 Teil-Matrizen dekomponieren (vgl. Kaehr 2009, S. 49)

$$\mathrm{Sem}^{(3,1)} = \left(\mathrm{Sem}^1, \mathrm{Sem}^2, \mathrm{Sem}^3\right) = \left(1_{1.3}, 2_{2.1}, 3_{2.3}\right).$$

Das bedeutet, daß wir die Matrix, statt sie wie in der quantitativen linearen Algebra in Blockmatrizen zu zerlegen, auf die folgende Weise "partitionieren".



Nennen wir den roten Bereich M_i, den blauen Bereich M_j und die diskonnexen schwarzen Bereiche M_k, dann bekommen wir folgende neue Mengen von Subzeichen als Teilmengen der Matrix M

$M_i = (1.1, 1.2, 2.1, 2.2)$

$M_j = (2.2, 2.3, 3.2, 3.3)$

$M_k = (1.1, 1.3, 3.1, 3.3)$

Wir können somit die drei Identitäten von M durch die Schnittmengen der dekomponierten Teilmatrixen erzeugen

$M_i \cap M_j = (2.2)$

$M_j \cap M_k = (3.3)$

$M_i \cap M_j = (1.1)$.

2. Man kann leicht zeigen, daß bei allen Transpositionen von M, oder allgemeiner gesprochen, solange die lineare Ordung der semiotischen Subrelationen nicht zerstört wird, lediglich Permutationen der Abbildungen von Schnittmengen auf semiotische Identitäten auftreten, aber keine Verletzungen des triadischen Identätssystems der Semiotik. Das ändert sich jedoch sogar dann, wenn Semiosen und Retrosemiosen vertauscht werden, d.h. die Vorwärts- und Rückwärtsanordnung. Als Beispiel gehen wir von der folgenden Toeplitz-Matrix aus

1.3	2.1	3.3
1.2	2.2	3.2
1.1	2.3	3.1

Wir haben dann

$M_i = (1.3, 2.1, 1.2, 2.2)$

$M_j = (2.2, 3.2, 2.3, 3.1)$

$M_k = (1.3, 3.3, 1.1, 3.1)$

und bekommen sogleich

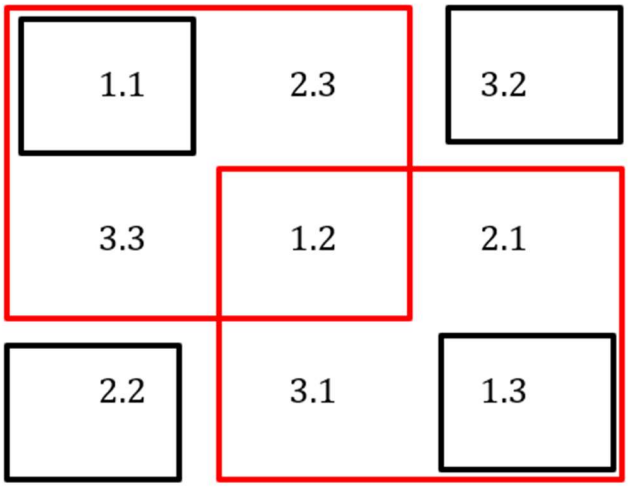
$M_i \cap M_j = (2.2)$

$M_j \cap M_k = (3.1)$

$M_i \cap M_j = (1.3)$,

d.h. es wird nur eine einzige Identität erzeugt, und statt der beiden anderen Identitäten werden duale Paare von nicht-identitiven Subrelationen erzeugt.

3. Geht man noch weiter und zerstört nicht nur die Anordnung der Semiosen und Retrosemiosen, sondern auch die Nachfolgerelation der Subrelationen, in anderen Worten: Wählt man die Einträge der semiotischen 3 × 3-Matrix arbiträr, so wird überhaupt keine Identät erzeugt, und ferner müssen die erzeugten nicht-identitiven Subrelationen nicht in Dualrelation stehen.



In diesem Falle haben wir

$M_i = (1.1, 2.3, 3.3, 1.2)$

$M_j = (1.2, 2.1, 3.1, 1.3)$

$M_k = (1.1, 3.2, 2.2, 1.3)$

und bekommen

$M_i \cap M_j = (1.2)$

$M_j \cap M_k = (1.3)$

$M_i \cap M_j = (1.1)$.

Literatur

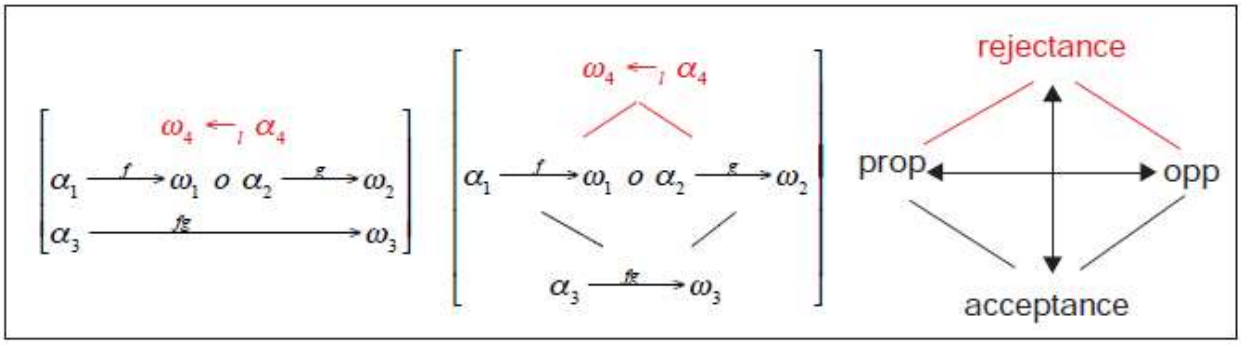
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

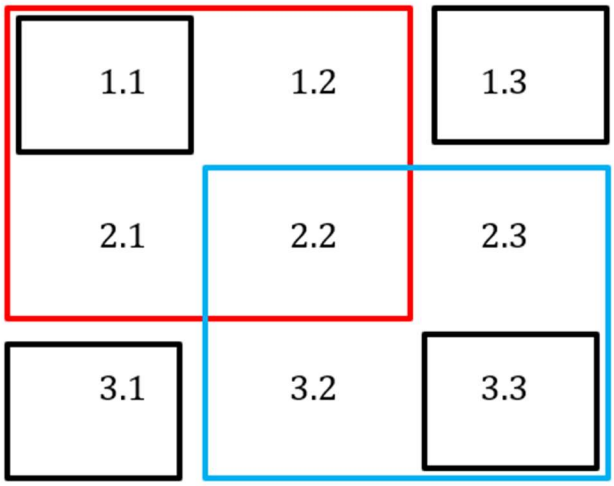
Innere und äußere Zeichenumgebungen im polykontexturalen Zeichenmodell

1. Wie gelangt man vom monokontexturalen Zeichenmodell von Peirce und Bense zu einem polykontexturalen Zeichenmodell?

1.1. Man benötigt dazu das von Kaehr (2007, S. 11) eingeführte kategorientheoretische diamond-Modell, dessen Vorbild das logische Tetralemma ist, indem 1. logische Position, 2. logische Negation, 3. die Sowohl-auch-Relation und 4. die Weder-Noch-Relation vorhanden sind.



1.2. Man muß die Subzeichen jeder Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik kontexturieren. Dazu geht man aus von der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen 3×3-Matrix und "dekomponiert" sie (vgl. Toth 2016).



Dadurch erhält man folgende kontexturierte semiotische Matrix (Kaehr 2009, S. 257).

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \mathrm{MM}^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

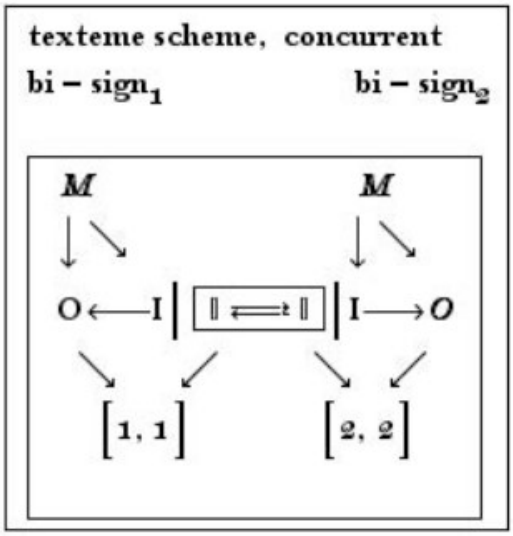
1.3. Da der diamond nicht das Zeichen, sondern auch eine der beiden Umgebungen von ihm im Rahmen der polykontexturalen Kategorientheorie enthält, gehe man nicht vom Zeichen als Basiselement aus, sondern mit Kaehr von einem "Textem", das wie folgt definiert ist (Kaehr 2009, S. 193)

texteme :

diamond = (sign + environment)

bi – sign = (diamond + 2 – anchor)

texteme = (composed bi – signs + chiasm).



Dann erhält man für jede kontexturierte Zeichenrelation der Form

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma)$

die äußere Umgebung durch saltisition/jump operation (||)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \,||\, (2.y_{\beta j} \leftarrow 2.y_{\beta i})$

und die innere Umgebung durch kategorisch-saltatorische Komplementarität (|)

$Z = (3.x_\alpha \rightarrow 2.y_\beta) \circ (2.y_\beta \rightarrow 1.z_\gamma) \mid (3.x_\alpha \leftarrow 1.z_\gamma)$.

2. Nun ist es aber so, daß die aus Peirce "pragmatischer Maxime" resultierende sog. retrosemiosische Ordnung

$Z = (3.x \rightarrow 2.y \rightarrow 1.z)$

nicht die einzige ist, die innerhalb der Bense-Semiotik definiert ist. Die Realitätsthematik $R = \times Z$ ist konvers, d.h. semiosisch definiert

$R = (1.x \rightarrow 2.y \rightarrow 3.z)$.

Die von Bense definierte semiotische Kommunikationsrelation (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.) hat die Ordnung

$K = (2.x \rightarrow 1.y \rightarrow 3.z)$

und ihre Konverse hat somit die Ordnung

$K^{-1} = (3.x \rightarrow 1.y \rightarrow 2.z)$.

Weitere Untersuchungen zeigen, daß alle 6 möglichen Permutationen von Z semiotisch definierbar sind (vgl. Toth 2007, S. 177 ff.)

$Z^1 = (3.x \rightarrow 2.y \rightarrow 1.z)$

$Z^2 = (3.x \rightarrow 1.y \rightarrow 2.z)$

$Z^3 = (2.x \rightarrow 3.y \rightarrow 1.z)$

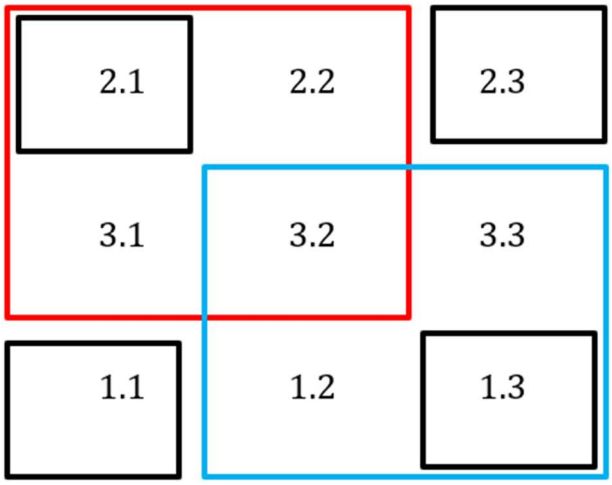
$Z^4 = (2.x \rightarrow 1.y \rightarrow 3.z)$

$Z^5 = (1.x \rightarrow 3.y \rightarrow 2.z)$

$Z^6 = (1.x \rightarrow 2.y \rightarrow 3.z)$.

Nun sind natürlich auch Z^1 bis Z^6 kontexturierbar. Da wir die Stellenwerte der Subrelationen jeweils in alphabetische Ordnung gebracht haben, bedeutet das, daß Z^1 bis Z^6 auch verschiedene semiotische Matrizen zugrunde liegen, und verschiedene semiotische Matrizen führen zu verschiedenen Dekompositionen, d.h. Z^1 bis Z^6 unterscheiden sich nicht nur durch die kategoriale Ordnung der Subrelationen, sondern auch durch die auf sie abgebildeten Kontexturenzahlen. JEDE DER 6 PERMUTIERTEN ZEICHENKLASSEN INDUZIERT SOMIT EIN NEUES KONTEXTURALES SEMIOTISCHES SYSTEM UND NICHT BLOß EINE VARIANTE IN IHREN MONOKONTEXTURALEN ORDNUNGSRELATIONEN.

Beispielsweise erhält man für $Z^3 = \quad (2.x \rightarrow 3.y \rightarrow 1.z)$



die zugehörige kontexturierte Matrix

$$\begin{pmatrix} 2.1_{1.3} & 2.2_{1} & 2.3_{3} \\ 3.1_{1} & 3.2_{1.2} & 3.3_{2} \\ 1.1_{3} & 1.2_{2} & 1.3_{2.3} \end{pmatrix}$$

für die nun sogar

$\times(2.1_{1.3}) \neq (1.2_{2})$

$\times(2.3_{3}) \neq (3.2_{1.2})$

$\times(3.1_{1}) \neq (1.3_{2.3})$

gilt, während die Identitäten einfach kontexturiert sind

$Id(Z^3) = (1.1_{3}, 2.2_{1}, 3.3_{2})$.

Das bedeutet also, daß die Menge der Permutationen jeder Zeichenklasse zugleich verschiedene innere und äußere Umgebungen bekommt.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

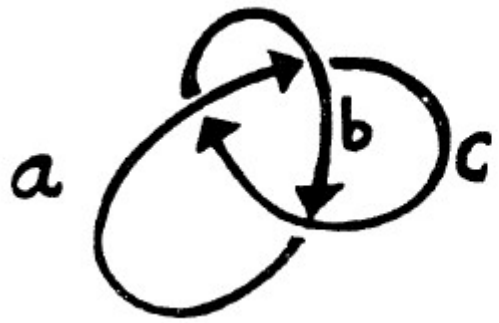
Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Erzeugung semiotischer Identitäten durch Matrix-Dekompositionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Die knotentheoretische Sonderstellung der semiotischen Kategorienklasse

1. Die für die Bildung von semiotischen Subzeichen aus Primzeichen verwendete kartesische Produktbildung (vgl. Bense 1975, S. 37) ist isomorph mit dem folgenden Knoten (vgl. Kauffman 1987, S. 66).



$$\begin{aligned} a &= b * c \\ b &= c * a \\ c &= a * b \end{aligned}$$

2.1. Sei a = 1, b = 2 und c = 3, dann haben wir

1 = 2.3

2 = 3.1

3 = 1.2,

d.h. der Knoten und die Multiplikationstabelle sind isomorph den folgenden Abbildungen in der semiotischen 3×3-Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} .$$

2.2. Sei nun a = 1, b = 3 und c = 2, dann haben wir

1 = 3.2

2 = 2.1

3 = 1.3

mit den zugehörigen Matrizabbildungen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} .$$

2.3. Sei schließlich a = 2, b = 3 und c = 1, dann haben wir

1 = 3.2

2 = 1.3

3 = 2.1

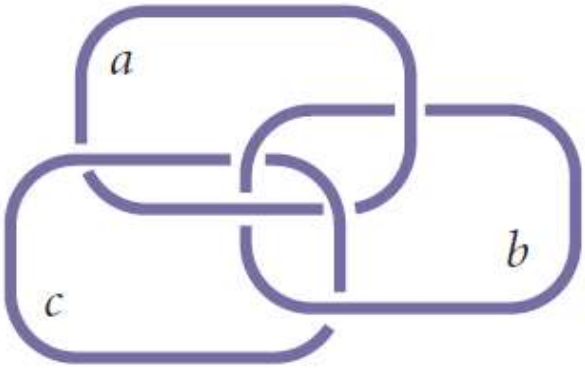
mit den zugehörigen Matrixabbildungen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} .$$

Dieses Verfahren kann man nun für die übrigen 3 Permutationen weiter durchführen. Wie man leicht einsieht, gilt, daß man, unabhängig davon, welche Werte man für a, b und c wählt, nur Mengen von Abbildungen der nicht-identitiven Teilmatrix der semiotischen Matrix, d.h. für

$$\begin{pmatrix} \emptyset & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & \emptyset & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & \emptyset \end{pmatrix}$$

gewinnt. Die hier fehlende Hauptdiagonale, d.h. die peircesche Kategorienklasse, auf deren Bedeutung im Zusammenhang mit der zentralen semiotischen Eigenschaft der Eigenrealität Bense (1992) aufmerksam gemacht hatte, erfordert zu ihrer knotentheoretischen Darstellung eine Tripelrelation, die als Borromäische Ringe bekannt ist (Modell aus: Kauffman 2009, S. 130)



$$a = \{b, b\}$$
$$b = \{c, c\}$$
$$c = \{a, a\}$$

.

Man braucht also semiotische Diagonalität knotentheoretisch nicht durch kartesische Produkte, sondern kann sie durch sog. Multisets definieren.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kauffman, Louis H., Self-reference and recursive forms. In: J. Social Biol. Struct. 10, 1987, S. 53-72

Kauffman, Louis H., Reflexivity and Eigenform. In: Constructivist Foundations 4/3, 2009, S. 121-137

Notation semiotischer Dualsysteme mit qualitativen Morphismen

1. Wir gehen aus von der in Toth (2016) für die Raumsemiotik eingeführten qualitativen Arithmetik sowie dem folgenden vollständigen System aller $3^3 = 27$ über der allgemeinen Form von semiotischen Dualsystemen

$DS = [3.x, 2.y, 1.z] \times [z.1, y.2, x.3]$

mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

konstruierbaren triadischen Relationen. Man beachte, daß hier die Ordnung

$x \leqq y \leqq z$,

durch welche die "regulären" zehn peirce-benseschen Zeichenklassen aus der Gesamtmenge der semiotischen Relationen herausgefiltert werden, nicht verlangt wird.

DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] × [1.1, 1.2, 1.3]

DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] × [2.1, 1.2, 1.3]

DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] × [3.1, 1.2, 1.3]

DS 4 = [3.1, 2.2, 1.1] × [1.1, 2.2, 1.3]

DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] × [2.1, 2.2, 1.3]

DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] × [3.1, 2.2, 1.3]

DS 7 = [3.1, 2.3, 1.1] × [1.1, 3.2, 1.3]

DS 8 = [3.1, 2.3, 1.2] × [2.1, 3.2, 1.3]

DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] × [3.1, 3.2, 1.3]

DS 10 = [3.2, 2.1, 1.1] × [1.1, 1.2, 2.3]

DS 11 = [3.2, 2.1, 1.2] × [2.1, 1.2, 2.3]

DS 12 = [3.2, 2.1, 1.3] × [3.1, 1.2, 2.3]

DS 13 = [3.2, 2.2, 1.1] × [1.1, 2.2, 2.3]

DS 14 = [3.2, 2.2, 1.2] × [2.1, 2.2, 2.3]

DS 15 = [3.2, 2.2, 1.3] × [3.1, 2.2, 2.3]

DS 16 = [3.2, 2.3, 1.1] × [1.1, 3.2, 2.3]

DS 17 = [3.2, 2.3, 1.2] × [2.1, 3.2, 2.3]

DS 18 = [3.2, 2.3, 1.3] × [3.1, 3.2, 2.3]

DS 19 = [3.3, 2.1, 1.1] × [1.1, 1.2, 3.3]

DS 20 = [3.3, 2.1, 1.2] × [2.1, 1.2, 3.3]

DS 212 = [3.3, 2.1, 1.3] × [3.1, 1.2, 3.3]

DS 223 = [3.3, 2.2, 1.1] × [1.1, 2.2, 3.3]

DS 23 = [3.3, 2.2, 1.2] × [2.1, 2.2, 3.3]

DS 24 = [3.3, 2.2, 1.3] × [3.1, 2.2, 3.3]

DS 25 = [3.3, 2.3, 1.1] × [1.1, 3.2, 3.3]

DS 26 = [3.3, 2.3, 1.2] × [2.1, 3.2, 3.3]

DS 27 = [3.3, 2.3, 1.3] × [3.1, 3.2, 3.3]

2. Im folgenden benutzen wir die drei qualitativen Zählweisen, d.h. die adjazente, subjazente und transjazente, um die "regulären" Dualsysteme innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix darzustellen. Da in semiotischen Dualsystemen nur die x, y und z variabel sind, ergibt sich eine maximal redundanzfreie Notation jedes Dualsystems mit Hilfe von qualitativen Morphismen. Als Zeichen für adjazente Abbildungen wird "→", als Zeichen für subjazente Abbildungen wird "↑", und als Zeichen für transjazente Abbildungen wird "↗" verwendet.

2.1. DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] × [1.1, 1.2, 1.3]

1.1	Ø	Ø		1.1	1.2	1.3
2.1	Ø	Ø	×	Ø	Ø	Ø
3.1	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø

DS 1 = [.1↑] × [1.→]

2.2. DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] × [2.1, 1.2, 1.3]

Ø	1.2	Ø		Ø	1.2	1.3
2.1	Ø	Ø	×	2.1	Ø	Ø
3.1	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø

DS 2 = [.1↑, .2↗] × [2.↗, 1.→]

2.3. DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] × [3.1, 1.2, 1.3]

Ø	Ø	1.3		Ø	1.2	1.3
2.1	Ø	Ø	×	Ø	Ø	Ø
3.1	Ø	Ø		3.1	Ø	Ø

DS 3 = [.1↑,.3↗] × [3.↗, 1.→]

2.4. DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] × [2.1, 2.2, 1.3]

Ø	1.2	Ø		Ø	Ø	1.3
Ø	2.2	Ø	×	2.1	2.2	Ø
3.1	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø

DS 5 = [.1↗, .2↑] × [2.→, 1.↗]

2.5. DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] × [3.1, 2.2, 1.3]

Ø	Ø	1.3		Ø	Ø	1.3
Ø	2.2	Ø	×	Ø	2.2	Ø
3.1	Ø	Ø		3.1	Ø	Ø

DS 6 = [.1↗, .2↗] × [3.↗, 2.↗]

2.6. DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] × [3.1, 3.2, 1.3]

Ø	Ø	1.3		Ø	Ø	1.3
Ø	Ø	2.3	×	Ø	Ø	Ø
3.1	Ø	Ø		3.1	3.2	Ø

DS 9 = [.1↗, .3↑] × [3.→, 1.↗]

2.7. DS 14 = [3.2, 2.2, 1.2] × [2.1, 2.2, 2.3]

Ø	1.2	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	2.2	Ø	×	2.1	2.2	2.3
Ø	3.2	Ø		Ø	Ø	Ø

DS 14 = [.2↑] × [2.→]

2.8. DS 15 = [3.2, 2.2, 1.3] × [3.1, 2.2, 2.3]

Ø	Ø	1.3		Ø	Ø	Ø
Ø	2.2	Ø	×	Ø	2.2	2.3
Ø	3.2	Ø		3.1	Ø	Ø

DS 15 = [.2↑, .3↗] × [3.↗, 2.→]

2.9. DS 18 = [3.2, 2.3, 1.3] × [3.1, 3.2, 2.3]

Ø	Ø	1.3		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2.3	×	Ø	Ø	2.3
Ø	3.2	Ø		3.1	3.2	Ø

DS 18 = [.2↗, .3↑] × [3.→, 2.↗]

2.10. DS 27 = [3.3, 2.3, 1.3] × [3.1, 3.2, 3.3]

Ø	Ø	1.3		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2.3	×	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	3.3		3.1	3.2	3.3

DS 27 = [.3↑] × [3.→]

Man beachte also, daß einzig die Notation in qualitativen Morphismen des selbstdualen semiotischen Systems (vgl. dazu Bense 1992) nicht-symmetrisch ist, während sie, in quantitativen Morphismen dargestellt, natürlich symmetrisch ist, denn es ist ja

×[3.1, 2.2, 1.3] = [3.1, 2.3, 1.3] =

$\times[\alpha°\beta°, id2, \beta\alpha] = [\alpha°\beta°, id2, \beta\alpha]$.

Der Grund dafür liegt natürlich darin, DAß IDENTITÄT EINE REIN QUANTITATIVE HYPOSTASE IST, d.h. qualitativ nicht vorkommt, es sei denn als Selbstidentität. Dies ist aber bei vorausgesetzter Transzendenz zwischen Zeichen und Objekt unmöglich, es sei denn, mit der Differenz beider falle die Semiotik in sich zusammen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1992

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Die Semiotik als 2-wertiges logisches Vermittlungssystem

1. In Toth (2017a) waren wir von der von uns schon früher eingeführten modifizierten Logik mit der Definition

$L^* = (E, (0, 1))$,

d.h.

$L^* = ((0, (0)), (0, (1)), (1, (0)), (1, (1)))$

sowie

$0 = 0(0) \rightarrow 0(1) \rightarrow 1(0) \rightarrow 1(1) = 1$

Ausgegangen. D.h., L* unterscheidet sich von der klassischen aristotelischen Logik mit der Definition

$L = (0, 1)$

lediglich durch zwei Vermittlungswerte, die durch den Einbettungsoperator E erzeugt werden und widerspricht somit nicht der 2-Wertigkeit dieser Logik.

2. In Toth (2017b) waren wir noch einen Schritt weiter gegangen und von einem progressiv wachsenden Schema von Vermittlungsstrukturen der elementaren Form

$V(A, B) = (A, C, B)$

ausgegangen. Das Besondere hierbei ist die Möglichkeit, daß, anders als es die mehrwertigen Logiken getan hatten, der Wert C nicht nur eine 3, sondern auch 0 oder 1 sein kann, d.h. daß für Vermittlungswerte W(V) allgemein gilt

$W(V) \in L$.

Damit bekommt man also bereits für die erststufige Vermittlungsebene

$V(A, C, B) = ((A, D, C), (C, D, B))$

statt zwei nun vier mögliche Vermittlungsstrukturen

$V(L) = V(0, 1)$ oder $V(1, 0) = ((0, 0, 1)$ oder $(0, 1, 1)$ oder $(1, 0, 1)$ oder $(1, 1, 1))$.

3. Nun ist, wie bereits aus dem Namen des Mediums, das Peirce einführte und das in der Terminologie Benses „Mittelbezug“ heißt, M die Kategorie der Vermittlung, d.h. wir können statt

$Z = (M, O, I)$

oder besser

$Z = (O, M, I)$

auch schreiben

$M = V(O, I)$.

Tatsächlich resultieren ja die nun seit fast hundert Jahren anhaltenden Bemühungen, die triadische Semiotik mit der binären Logik (oder umgekehrt) zu begründen, nicht nur aus der verschiedenen Anzahl der Kategorien bzw. Werte, sondern aus dem epistemisch unklaren Status von M. M wird ja von Walther (1979, S. 58) ausdrücklich als 1-stellige Relation eingeführt und somit vom materialen Zeichenträger (vgl. Bense/Walther 1973, S. 137) differenziert. Da ganz offenbar die semiotische Kategorie des Objektbezugs dem logischen Objekt und die semiotische Kategorie des Interpretantenbezugs dem logischen Subjekt entspricht, spricht nichts dagegen, daß wir unser obigen Verfahren der freien Wertwahl bei logischen Vermittlungsstrukturen auch auf die Semiotik anwenden. Wir haben dann natürlich wieder die beiden Möglichkeiten

$M = O$

Oder

$M = I$.

Verfährt man auf diese Weise, ergeben sich zunächst zwei verschiedene Matrizen

$1 \longrightarrow 0$			$1 = 1$		
0.0	0.2	0.3	1.1	1.2	1.3
2.0	2.2	2.3	2.1	2.2	2.3
3.0	3.2	3.3	3.1	3.2	3.3,

wobei die rechte Matrix mit derjenigen identisch ist, die Bense (1975, S. 37) eingeführt hatte.

Nun können die beiden semiotischen Kategorien, wenn wir an der kanonischen Ordnung von Z = (M, O, I) festhalten, wiederum zweifach substituiert werden:

$2 \longrightarrow 0$ $\qquad$ $2 \longrightarrow 1$

$3 \longrightarrow 1$ $\qquad$ $3 \longrightarrow 0.$

Dadurch ergeben sich also, ausgehend von den obigen beiden Matrizen, zwei weitere, sowohl semiotisch als auch logisch zweiwertige Matrizen:

$$\begin{matrix} 0.0 & 0.0 & 0.1 \\ 0.0 & 0.0 & 0.1 \\ 1.0 & 1.0 & 1.1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1.1 & 1.1 & 1.0 \\ 1.1 & 1.1 & 1.0 \\ 0.1 & 0.1 & 0.0 \end{matrix}.$$

Wie man leicht erkennt, repräsentieren aber diese beiden Matrizen genau die von Kaehr (2011) als „quadralektisch“ bezeichnete und von mir eingeführte Vermittlungslogik der Form

$L^* = ((0, (0)), (0, (1)), (1, (0)), (1, (1)))$,

wobei noch zu beweisen wäre, ob die beiden Matrizen wirklich isomorph sind, d.h. letztlich, ob

$L^* = \quad ((0, (0)), (0, (1)), (1, (0)), (1, (1))) =$

$L^{*-1} = \quad ((1, (1)), (1, (0)), (0, (1)), (0, (0)))$

gilt. Die Isomorphie von $L = (0, 1) = L^1 = (1, 0)$ wurde immerhin, auf informale Weise, von Günther bewiesen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht“ (Günther 2000, S. 230 f.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Fourfoldness of Beginnings. Semiotic Studies with Toth's “Theory of the Night”. ThinkartLab (Glasgow), 2011

Toth, Alfred, Elementare Anforderungen an eine Logik der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017a

Toth, Alfred, Hierarchische Vermittlung von logischer Zweiwertigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Nachbarschaft und Umgebung von Subzeichenrelationen

1. In Toth (2017) hatten wir zwischen der Nachbarschaft und der Umgebung zunächst von Objekten unterschieden. Während für die Nachbarschaft (N) eines Elementes x gilt

$x \in N(x)$,

gilt für seine Umgebung (U)

$x \notin U(x)$,

d.h. ein Element x kann zwar sein eigener Nachbar, nicht aber seine eigene Umgebung sein.

2. Wie wir in Toth (2018) gezeigt hatten, bietet sich durch die Anwendung von N und U eine neue Möglichkeit, die Peanozahlen in Teilfolgen zu zergliedern.

$N(1) = (1, 2)$	$U(1) = 2$
$N(2) = (2, 3)$	$U(2) = (1, 2, 3)$
$N(3) = (3, 4)$	$U(3) = (2, 3, 4)$
...	...
$N(n\text{-}1) = ((n\text{-}1), n)$	$U(n\text{-}1) = ((n\text{-}2), (n\text{-}1), n)$,

d.h. man kann die Relation der Zeichenzahlen Z (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) durch die Umgebung der Peanozahl 2 definieren

$Z = U(2) = (1, 2, 3)$.

3. Aus $Z \times Z$ werden nun vermöge Bense (1975, S. 37) die Subzeichenrelationen bzw. Subzeichenzahlen gebildet

(1.1)	(1.2)	(1.3)
(2.1)	(2.2)	(2.3)
(3.1)	(3.2)	(3.3).

Wir wollen nun die Nachbarschaften und Umgebungen der 9 Subzeichenzahlen durch matrizenartige Diagramme bestimmen.

N(1.1)

■■□

■□□

□□□

U(1.1)

□■□

■□□

□□□

N(1.2)

■■■

□■□

□□□

U(1.2)

■□■

□■□

□□□

N(1.3)

□■■

□□■

□□□

U(1.3)

□■□

□□■

□□□

N(2.1)

■□□

■■□

■□□

U(2.1)

■□□

□■□

■□□

N(2.2)

□■□

■■■

□■□

U(2.2)

□■□

■□■

□■□

N(2.3)	U(2.3)
□□■	□□■
□■■	□■□
□□■	□□■

N(3.1)	U(3.1)
□□□	□□□
■□□	■□□
■■□	□■□

N(3.2)	U(3.2)
□□□	□□□
□■□	□■□
■■■	■□■

N(3.3)	U(3.3)
□□□	□□□
□□■	□□■
□■■	□■□

Während für Z gilt

N(1) = (1, 2)	U(1) = 2
N(2) = (2, 3)	U(2) = (1, 2, 3)
N(3) = (3, 4)	U(3) = (2, 3, 4)
...	...
N(n-1) = ((n-1), n)	U(n-1) = ((n-2), (n-1), n),

d.h.

$N(x) \subset U(x)$,

gilt also bemerkenswerterweise für $Z \times Z$ die konverse Inklusionsrelation

$U(x) \subset N(x)$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen bei Menus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017

Toth, Alfred, Nachbarschaft und Umgebung von Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018

Die vierfache Vermittlung der Zeichenrelation durch den Objektbezug

1. In Toth (2019) hatten wir folgende Symbole für die drei von Bense im Rahmen seiner Raumsemiotik (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) unterschiedenen ontischen Objektarten eingeführt

Sys := □

Abb := ⊏

Rep = —

Genau so, wie also die „generativen" Relationen in den Trichotomien der drei Triaden des Zeichens von maximaler Konkretion zu maximaler Abstraktion verlaufen, d.h. vom Quali- über das Sin- zum Legizeichen, vom Icon über den Index zum Symbol und vom Rhema über das Dicent zum Argument, so wird die „ontische Trichotomie" durch zunehmende topologische Öffnung der Symbole angedeutet. Wir erhalten damit die vollständige Isomorphie von Zahl, Zeichen und Objekt, die wir in dem folgenden Schema darstellen

Zahl	≅	Zeichen	≅	Objekt
1	≅	1.	≅	□
2	≅	2.	≅	⊏
3	≅	3.	≅	— .

Entsprechend dem von Bense (1975, S. 37) benutzten Verfahren, Matrizen durch kartesische Produkte zu konstruieren, können wir damit drei zueinander paarweise isomorphe Matrizen, eine Zahlenmatrix, eine Zeichenmatrix und eine Objektmatrix, konstruieren.

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

≅

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

≅

	□	⊏	—
□	□□	□⊏	□—
⊏	⊏□	⊏⊏	⊏—
—	—□	—⊏	——

2. Im Gegensatz zur Isomorphie

$1 \cong 1. \cong \square$

und zur Isomorphie

$3 \cong 3. \cong —$

stellt sich jedoch die Isomorphie

$2 \cong 2. \cong \sqsubset$

als nicht-eindeutig heraus, denn $\sqsubset$ ist nur eine von vier möglichen Öffnungsgraden semiotisch zweitheitlich fungierender ontischer Objekte

$\sqsubset, \sqcup, \sqsupset, \sqcap,$

d.h. wir haben eine rechtsmehrdeutige Abbildung der Form

$$2 \cong 2. \cong \begin{tikzcd} & \sqsubset \\ & \sqcup \\ & \sqsupset \\ & \sqcap \end{tikzcd}$$

Wegen der ontisch-semiotischen Isomorphie folgt daraus für die bensesche Zeichenzahlenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$$Z = (M, O, I) \rightarrow Z = (M \begin{tikzcd} & \sqsubset \arrow[dr] & \\ & \sqcup \arrow[r] & I \\ & \sqsupset \arrow[r] & \\ & \sqcap \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

Wenn wir also die offenen Seiten mit r, o, l, u indizieren, können wir den vierfachen Objektbezug in der Zeichenrelation durch

$Z= (M, (O_r, O_o, O_l, O_u), I)$

ausdrücken, d.h.

Z ist keine triadische Relation der Form Z^3 mehr, sondern eine der Form $Z^{1,4,1} = (M^1, O^4, I^1)$, wobei natürlich die kategorientheoretische Ordnung

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

in der neuen Form

$Z = (M^1 \rightarrow ((M^1 \rightarrow O^4) \rightarrow (M^1 \rightarrow O^4 \rightarrow I^1)))$

bestehen bleibt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Eine ontische Objektmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Eine erweiterte ontische Matrix

1. In Toth (2019a) hatten wir die drei von Bense unterschiedenen raum-semiotischen Kategorien (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) als ontische Basiskategorien bestimmt

Sys := □

Abb := ⊏

Rep = — .

Das bedeutet also, daß jedes reale, d.h. nicht-bezeichnete Objekt entweder als System, Abbildung oder Repertoire fungiert.

Genau so, wie also die „generativen" Relationen in den Trichotomien der drei Triaden des Zeichens von maximaler Konkretion zu maximaler Abstraktion verlaufen, d.h. vom Quali- über das Sin- zum Legizeichen, vom Icon über den Index zum Symbol und vom Rhema über das Dicent zum Argument, so wird die „ontische Trichotomie" durch zunehmende topologische Öffnung der Symbole angedeutet:

Zahl	≙	Zeichen	≙	Objekt
1	≙	1.	≙	□
2	≙	2.	≙	⊏
3	≙	3.	≙	— .

Wir konnten damit, entsprechend dem von Bense (1975, S. 37) benutzten Verfahren, Matrizen durch kartesische Produkte zu konstruieren, drei zu einander paarweise isomorphe Matrizen – eine Zahlenmatrix, eine Zeichen-matrix und eine Objektmatrix – konstruieren

	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

≙

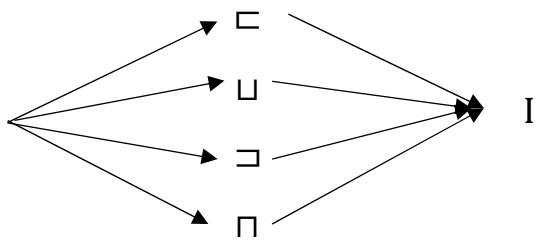
	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

≙

	□	⊏	—
□	□□	□⊏	□—
⊏	⊏□	⊏⊏	⊏—
—	—□	—⊏	—— .

2. Nun hatten wir aber in Toth (2019b) festgestellt, daß die ontische Kategorie der Abbildung in vierfacher Weise zwischen den ontischen Kategorien des Systems und des Repertoires vermittelt

$\Omega = (\text{Sys}, \text{Abb}, \text{Rep}) \rightarrow \Omega = (\text{Sys}$



Wir bekommen somit eine vollständige ontische Relation der Form

$\Omega = (\text{Sys}, (\text{Abb}^r, \text{Abb}^o, \text{Abb}^l, \text{Abb}^u), \text{Rep})$,

wenn die Elemente der Indexmenge I = (r, o, l, u) die offenen Seiten im Gegenuhrzeigersinn abkürzen.

Damit erhalten wir folgende erweiterte ontische Matrix

	□	⊏	⊔	⊐	⊓	—
□	□□	□⊏	□⊔	□⊐	□⊓	□—
⊏	⊏□	⊏⊏	⊏⊔	⊏⊐	⊏⊓	⊏—
⊔	⊔□	⊔⊏	⊔⊔	⊔⊐	⊔⊓	⊔—
⊐	⊐□	⊐⊏	⊐⊔	⊐⊐	⊐⊓	⊐—
⊓	⊓□	⊓⊏	⊓⊔	⊓⊐	⊓⊓	⊓—
—	—□	—⊏	—⊔	—⊐	—⊓	—— .

Wenn wir nun versuchen, diese erweiterte ontische 6 × 6-Matrix in numerischer Form auszudrücken, müssen wir also von einer Zeichenrelation der Form

$Z^6 = (1, (2^r, 2^o, 2^l, 2^u), 3)$

ausgehen. Indessen sind die Indizes natürlich keine semiotischen Kategorien, d.h. wir müssen versuchen, sie ebenfalls auf arithmetischer Basis auszudrükken. Was 2^r und 2^l betrifft, so kann sie durch

$2^r = (2, 3)$

$2^l = (1, 2)$

definieren, da es sich hier um lineare Zeichenzahlen handelt. Hingegen setzen 2° und 2^u eine 2-dimensionale Zählweise voraus, so daß wir also statt von

$P^1 = (1, 2, 3)$

auszugehen haben von

$$P^2 = \begin{pmatrix} 1, 2, 3 \\ 1, 2, 3 \\ 1, 2, 3 \end{pmatrix} .$$

Nun haben wir also für die ontische Zweitheit

$2^o = 2^2$

$2^u = 2_2$

d.h. wir bekommen

$Z^6 = (1, (2, 3), 2^2, (1, 2), 2_2, 3)$.

Wie man leicht feststellt, ist hier die von Bense (1979, S. 53 u. 67) definierte „Verschachtelung" von

$Z^3 = (1, 2, 3)$,

die man in der folgenden kategorientheoretischen Form ausdrücken kann

$Z^3 = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M, O, I)))$,

natürlich aufgehoben, da es bislang keine auf mehrdimensionalen Zählweisen definierte Kategorientheorie gibt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Eine ontische Objektmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Die vierfache Vermittlung der Zeichenrelation durch den Objektbezug. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Matrizen ohne und mit Repetition von Einträgen

1. Es war Gotthard Günther, der Begründer der Polykontexuralitätstheorie, der als erster auf die Rolle der Orthogonalität bei der Vermittlung von Zahl und Idee hingewiesen und kurz vor seinem Tode zwei lange Untersuchungen diesem Thema gewidmet hatte (vgl. Günther 1991, S. 419 ff. u. S. 431 ff.). Obwohl Günther festgestellt hatte: „Die Orthogonalität ist eng liiert mit den logischen Systemen der Mehrwertigkeit“ (1991, S. 420), arbeitete er jedoch hauptsächlich mit Hankel- und Toeplitz-Matrizen. Im folgenden Beitrag werden diese als Matrizen „ohne Repetition von Einträgen“ behandelt, d.h. in jeder Zeile und in jeder Spalte erscheint jeder der n Werte einer n × n-Matrix genau einmal. Ihnen zur Seite gestellt werden allerdings 2 neue Arten von Matrizen „mit Repetition von Einträgen“ und ihre dualen Matrizen. Bei diesen wird von Zeile zu Zeile oder von Spalte zu Spalte von oben nach unten oder von unten nach oben (bzw. von rechts nach links oder von links nach rechts) entweder der gleiche Zahlwert wiederholt oder durch seinen Peanovorgänger oder -Nachfolger substituiert.

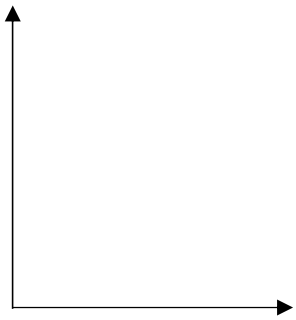
2. Matrizen ohne Repetition von Einträgen

2.1. Hankel-Matrix

1	2	3	4	5
2	3	4	5	1
3	4	5	1	2
4	5	1	2	3
5	1	2	3	4

2.2. Toeplitz-Matrix

5	1	2	3	4
4	5	1	2	3
3	4	5	1	2
2	3	4	5	1
1	2	3	4	5



3. Matrizen mit Repetition von Einträgen

3.1. $\lfloor \times \rfloor$-Matrix

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix} \times \begin{matrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

3.2. $\rceil \times \lceil$ -Matrix

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{matrix} \times \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix}$$

Man beachte, daß die folgende Matrix bis auf Transposition der $\lfloor \times \rfloor$-Matrix isomorph ist.

5	5	5	5	5		5	5	5	5	5
5	5	5	4	5		5	4	5	5	5
5	5	3	4	5	×	5	4	3	5	5
5	2	3	4	5		5	4	3	2	5
1	2	3	4	5		5	4	3	2	1

Es ist anzunehmen, daß es noch weitere solcher Matrizen „mit Auffüllungen“ gibt. Sie dürften eine bedeutende Rolle bei den in Toth (2016) eingeführten ortsfunktionalen Zahlen spielen.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grunriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Kontexturen statt Trichotomien

1. Die von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführte 3 × 3-Matrix enthält bekanntlich in den Zeilen die Triaden und in den Spalten die Trichotomien

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3.

Da es sich hier um eine quadratische Matrix handelt, ist natürlich n = m.

Dagegen ist die in Toth (2019a) eingeführte dyadisch-trichotomischen Matrix eine 2 × 3-Matrix, bei der also n ≠ m gilt

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3.

Während also die bensesche Zeichenrelation durch

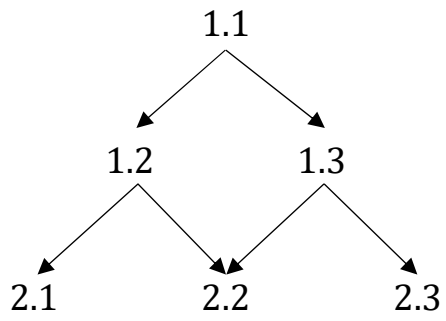
$Z^{2,3} = (3.x, 2.y, 1.z)$

mit x, y, z ∈ (1, 2, 3) definiert ist, ist unsere Zeichenrelation durch

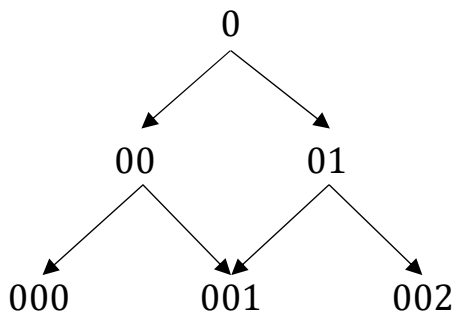
$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

mit w ... z ∈ (1, 2, 3) definiert. Hier haben also bereits auf der immer noch monokontexturalen Ebene Zeilen und Spalten verschiedene Längen.

2. Wie in Toth (2019b) gezeigt wurde, kann man die Subzeichen der 2 × 3-Matrix in einer Pseudo-Proto-Darstellung wie folgt anordnen



Dagegen ist die echte Proto- und die ihr gleiche Deutero-Darstellung für die Kontexturen K = 1 bis K = 3



Dadurch sind wir erstmals in der Geschichte der polykontexturalen Semiotik, die mit Kronthaler (1992) und Toth (2003) begonnen hatte, imstande, die 6 Subzeichen von $Z^{2,3}$ einer (bijektiven) Kenose zu unterziehen, denn aus der Äquivalenz der Pseudo-Proto-Deutero-Struktur von $Z^{2,3}$ und der Proto-Deutero-Struktur von K =1 bis K = 3 folgt

(1.1) ↔ 0

(1.2) ↔ 00

(1.3) → 01

(2.1) ↔ 000

(2.2) ↔ 001

(2.3) ↔ 012.

Was die dyadische Form-Inhalts (FI)-Differenz von $Z^{2,3}$ – wie aller dyadischen Zeichenrelationen - betrifft, so können wir die obigen umkehrbar eindeutigen Zuordnungen weiter wie folgt kategorisieren

(1.1) ↔ 0 F ∪ I

$$\left.\begin{array}{lll} (1.2) & \leftrightarrow & 00 \\ (1.3) & \rightarrow & 01 \end{array}\right\} \quad F$$

$$\left.\begin{array}{lll} (2.1) & \leftrightarrow & 000 \\ (2.2) & \leftrightarrow & 001 \\ (2.3) & \leftrightarrow & 012. \end{array}\right\} \quad I$$

3. Da wir in Toth (2019c) gezeigt hatten, daß man eine polykontexturale Semiotik konstruieren kann, stellen wir also fest, daß beim Übergang von der reinen Quantität der Bense-Semiotik zur Quali-Quantität der polykontexturalen Semiotik die Spalten für jede Zeile wachsen, d.h. statt -tomien haben wir in den entsprechenden Matrizen Kontexturen, d.h. Längen von Kenofolgen.

	Proto-Semiotik	Deutero-Semiotik	Trito-Semiotik
K = 1	$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
K = 2	$\begin{pmatrix} 00 \\ 001 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix}$
K = 3	$\begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ — \\ — \\ 012 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ — \\ — \\ 012 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ 010 \\ 011 \\ 012 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ \\ — \\ 0012 \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ 0123 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ \\ 0011 \\ 0012 \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ — \\ 0123 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ 0010 \\ 0011 \\ 0012 \\ 0100 \\ 0101 \\ 0102 \\ 0110 \\ 0111 \\ 0112 \\ 0120 \\ 0121 \\ 0122 \\ 0123 \end{pmatrix}$$

K = 4

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Die Subzeichen der dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation und ihre Kenose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Anfänge einer polykontexturalen Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Ortsfunktionale Zahlenfelder der dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation

1. Bisher hatten wir uns auf ortsfunktionale Zahlenfelder der Form von 2 × 2-Matrizen beschränkt (vgl. Toth 2016). Nun hat aber die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation (vgl. Toth 2019) der Form

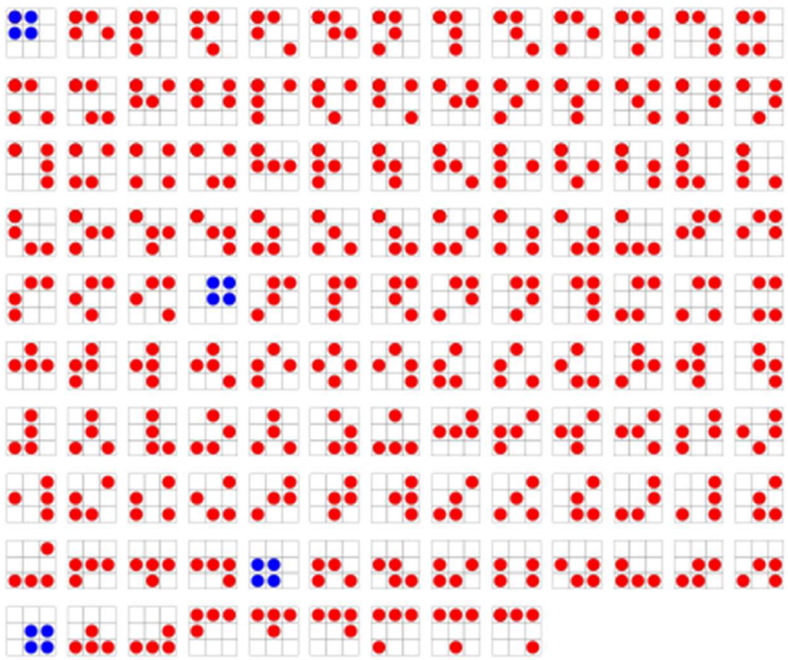
$ZR^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

mit ihrer zugehörigen Matrix

	.1	2.	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

4 Werte, die wegen der trichotomischen Ausdifferenzierung der Stellenwerte der Subzeichen eine 3 × 3-Matrix zu ihrer ortsfunktionalen Darstellung verlangen. Nach der Variationsrechnung gibt es genau 126 Möglichkeiten, 4 Werte auf 9 Plätze zu verteilen (vgl. Schneider 2016).

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \cdot (9-4)!} = 126$$



2. Im folgenden wird zwischen den Werten unterschieden, d.h. jeder rote und jeder blaue Punkt kann die 4 Werte von $ZR^{2,3}$ annehmen. Zu jedem der im folgenden präsentierten 126 semiotischen 3 × 3 Zahlenfeldern kommen somit 23 weitere Zahlenfelder der gleichen Werteverteilung dazu, da 4! = 24 ist. Die im folgenden präsentierten Zahlenfelder geben also lediglich die Strukturformen ortsfunktionaler Zahlen an, nicht jedoch die vollständige Anzahl der Strukturen, die sich auf 24 mal 126 = 3024 beläuft.

w	x	Ø	w	x	Ø	w	x	Ø
y	z	Ø	y	Ø	z	y	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø

w	x	Ø	w	x	Ø	w	x	Ø
y	Ø	Ø	y	Ø	Ø	Ø	y	z
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø

w	x	Ø	w	x	Ø	w	x	Ø
Ø	y	Ø	Ø	y	Ø	Ø	y	Ø
z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

w	x	Ø	w	x	Ø	w	x	Ø
Ø	Ø	y	Ø	Ø	y	Ø	Ø	y
z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

w	x	Ø	w	x	Ø	w	Ø	x
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	y	z	Ø
y	z	Ø	y	Ø	z	Ø	Ø	Ø

w	Ø	x	w	Ø	x	w	Ø	x
y	Ø	z	y	Ø	Ø	y	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø

w	Ø	x	w	Ø	x	w	Ø	x
y	Ø	Ø	Ø	y	z	Ø	y	Ø
Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø

w	Ø	x	w	Ø	x	w	Ø	x
Ø	y	Ø	Ø	y	Ø	Ø	Ø	y
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	z	Ø	Ø

w	Ø	x	w	Ø	x	w	Ø	x
Ø	Ø	y	Ø	Ø	y	Ø	Ø	Ø
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	y	z	Ø

w	Ø	x	w	Ø	x	w	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	x	y	z
y	Ø	z	Ø	y	z	Ø	Ø	Ø

w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø
x	y	Ø	x	y	Ø	x	y	Ø
z	Ø	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	z

w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø
x	Ø	y	x	Ø	y	x	Ø	y
z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø
x	Ø	Ø	x	Ø	Ø	x	Ø	Ø
y	z	Ø	y	Ø	z	Ø	y	z

w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø
Ø	x	y	Ø	x	y	Ø	x	y
z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø
Ø	x	Ø	Ø	x	Ø	Ø	x	Ø
Ø	y	z	y	Ø	z	Ø	y	z

w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø
Ø	Ø	x	Ø	Ø	x	Ø	Ø	x
y	z	Ø	y	Ø	z	Ø	y	z

w	Ø	Ø	Ø	w	x	Ø	w	x
Ø	Ø	Ø	y	z	Ø	y	Ø	z
x	y	z	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

Ø	w	x	Ø	w	x	Ø	w	x
y	Ø	Ø	y	Ø	Ø	y	Ø	Ø
z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

Ø	w	x	Ø	w	x	Ø	w	x
Ø	y	z	Ø	y	Ø	Ø	y	Ø
Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø

Ø	w	x	Ø	w	x	Ø	w	x
Ø	y	Ø	Ø	Ø	y	Ø	Ø	y
Ø	Ø	z	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø

Ø	w	x	Ø	w	x	Ø	w	x
Ø	Ø	y	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	z	y	z	Ø	y	Ø	z

Ø	w	x	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø
Ø	Ø	Ø	x	y	z	y	x	Ø
Ø	y	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø

Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø
z	x	Ø	x	y	Ø	x	Ø	y
Ø	y	Ø	Ø	Ø	z	z	Ø	Ø

Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø
x	Ø	y	x	Ø	y	x	Ø	Ø
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	y	z	Ø

Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø
x	Ø	Ø	x	Ø	Ø	Ø	x	y
y	Ø	z	Ø	y	z	z	Ø	Ø

Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø
x	y	Ø	Ø	x	y	Ø	x	Ø
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	y	z	Ø

Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø
Ø	x	Ø	Ø	x	Ø	Ø	Ø	x
y	Ø	z	Ø	y	z	y	z	Ø

Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø
Ø	x	Ø	Ø	Ø	y	Ø	Ø	Ø
y	Ø	z	Ø	x	z	x	y	z

Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w
x	y	z	x	y	Ø	x	y	Ø
Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø

Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w
x	y	Ø	x	Ø	y	x	Ø	y
Ø	Ø	z	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø

Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w
x	Ø	y	x	Ø	Ø	x	Ø	Ø
Ø	Ø	z	y	z	Ø	y	Ø	z

Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	w	Ø
x	Ø	Ø	Ø	x	y	x	y	Ø
Ø	y	z	z	Ø	Ø	z	Ø	Ø

Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w
Ø	x	y	Ø	x	Ø	Ø	x	Ø
Ø	Ø	z	y	z	Ø	y	Ø	z

Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	w
Ø	x	Ø	Ø	Ø	x	Ø	Ø	x
Ø	y	z	y	z	Ø	y	Ø	z

Ø	Ø	w	Ø	Ø	w	Ø	Ø	Ø
Ø	x	Ø	Ø	Ø	Ø	w	x	y
Ø	y	z	x	y	z	z	Ø	Ø

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
w	x	y	w	x	y	w	x	Ø
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	y	z	Ø

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
w	x	Ø	w	x	Ø	w	Ø	x
y	Ø	z	Ø	y	z	y	z	Ø

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
w	Ø	x	w	Ø	x	w	Ø	Ø
y	Ø	z	Ø	y	z	x	y	z

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	w	x	Ø	w	x	Ø	w	x
y	z	Ø	y	Ø	z	Ø	y	z

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	w	x	y
Ø	w	Ø	Ø	Ø	w	z	Ø	Ø
x	y	z	x	y	z	Ø	Ø	Ø

w	x	y	w	x	y	w	x	y
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	z	Ø	Ø

w	x	y	w	x	y
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

Literatur

Schneider, Johannes, https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Alle_möglichen_Anordnung_eines_2x2_Kästchens_in_einer_3x3_Matrix_(ohne_Beachtung_der_Reihenfolge).svg, 2016

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Definitionen der Umgebung des Zeichens

1. Bereits 1971 definierte Bense einen „situationstheoretischen“ Zeichenbegriff

$Z_{Sit} = R(Z, Sit_1, Sit_2)$.

Das Zeichen wird hier also ein Objekt eingeführt, das zwei Situationen voneinander trennt (vgl. Bense 1971, S. 84 ff.). In seiner letzten Vorlesung im WS 1989/90 bezeichnete Bense das Zeichen noch pointierter als „Störung im Raume“. 1983 gab er eine Definition der triadischen Zeichenrelation als Differenz zweier Situationen (vgl. Bense 1983, S. 156 ff.)

$ZR^3 = \Delta(Sz, Sz')$.

2. Wir haben demnach zu unterscheiden zwischen der Umgebung von Zeichen als Objekten und der Umgebung von Zeichen als Relationen. Wie wir im folgenden zeigen werden, gibt es allerdings noch eine dritte, bisher übersehene Unterscheidung: diejenige des Zeichen als Graph einer Relation.

2.1. Das Zeichen als Objekt

Dieses kann nach Toth (2008) entweder Zeichenobjekt oder Objektzeichen sein, je nachdem, ob der Zeichenanteil (Beispiel: Wegweiser) als der Objektanteil (Beispiel: Prothese) überwiegt. Da die sitationstheoretische Zeichendefinition nichts anderes als eine systemtheoretische ist, haben wir also

$Z = U(O)$,

d.h. das Zeichen ist die Umgebung eines Objektes. Konvers gilt dann natürlich

$O = U(Z)$,

d.h. innerhalb der Dichotomie von Objekt und Zeichen ist das jeweils Andere Umgebung des jeweiligen Systems.

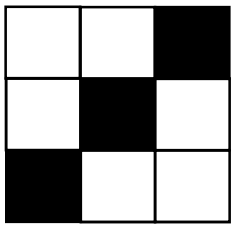
2.2. Das Zeichen als Relation

Diese wird bekanntlich vermöge Bense definiert durch die sog. Zeichenklasse

$ZKl = (3.x, 2.y, 1.z)$

mit $x, y, z \in (1, 2, 3)$ und $x \leqq y \leqq z$.

Gehen wir also von einer beliebigen Zeichenklasse aus, z.B. (3.1, 2.2, 1.3) und tragen sie in der folgenden Matrizendarstellung ein,



so bilden die unbelegten (weißen) Quadrate die Umgebung der Zeichenrelation, welche durch die belegten (schwarzen) Quadrate dargestellt ist, d.h. es ist

U(3.1, 2.2, 1.3) = (1.1, 1.2, 2.1, 2.3, 3.2, 3.3).

2.3. Das Zeichen als Graph einer Relation

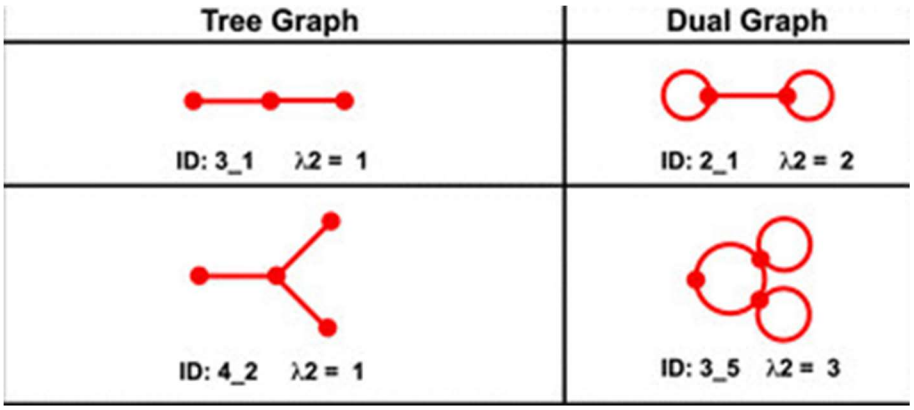
Zu jedem Graphen kann eine Menge von dualen Graphen konstruiert werden. Die sind nicht notwendig isomorph zueinander.

Dual Graph G* of a Plane Graph:

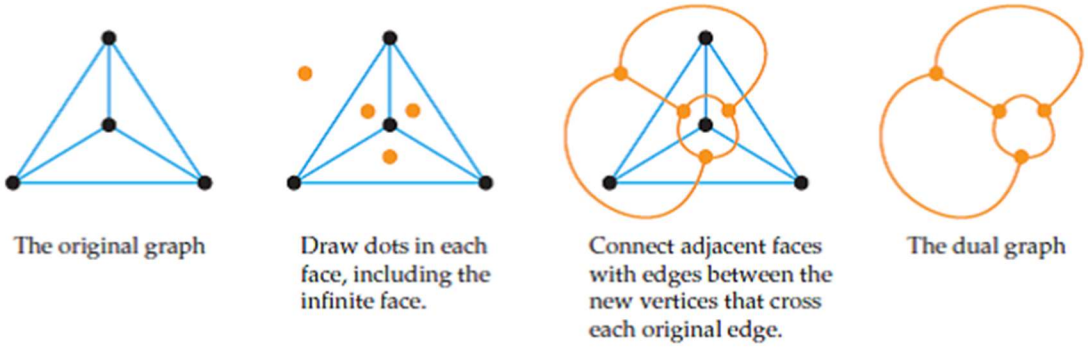
(1) A plane graph whose vertices corresponding to the faces of G.

(2) The edges of G* corresponds to the edges of G as follows: if e is an edge of G with face X on one side and face Y on the other side, then the endpoints of the dual edge e* in E(G*) are the vertices x and y of G* that represents the faces X and Y of G.

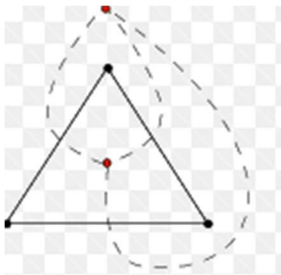
Während der obere Graph im unten stehenden Bild ein Modell für die lineare Zeichenrelation ist, ist der untere Graph ein Modell für das von Peirce zuerst entwickelte Zeichenschema.



Im folgenden wird in vier Schritten die Konstruktion eines zu einem trigonalen (planaren) Graphen dualen Graphen gezeigt.



Der duale Graph im obigen Bild ist nicht-isomorph dem dualen Graph des trigonalen Graphen im unten stehenden Bild.



Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Außen und Innen in der Semiotik

1. Gehen wir zunächst aus von der Operationalisierung der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen, die er selbst auch, viel zutreffender, als Zeichenzahlen bezeichnet hatte (vgl. Toth 2011). Danach unterscheiden wir bei

$Z = (.1., .2., .3.)$

zwischen triadischen

$Z_{td} = (1., 2., 3.)$

und trichotomischen

$Z_{tt} = (.1, .2, .3)$

Zeichenzahlen. Das bedeutet, daß in einem dualen Paar sog. Subzeichen der allgemeinen Form

$S = (x.y)$

$\times S = (y.x)$

mit $x, y \in (1, 2, 3)$ sowohl x als auch y sowohl als Außen als auch als Innen aufscheinen können

$S = (A, I)$

$\times S = (I, A)$.

Bei einem Subzeichen der Form S ist also primär unentscheidbar, ob $Z_{td} = A$ oder $Z_{td} = I$ oder $Z_{tt} = I$ oder $Z_{tt} = A$ gilt. In anderen Worten: Wir haben ein System von Austauschrelationen

$R = (x. \leftrightarrow y.)$ $\quad$ $R = (.x \leftrightarrow .y)$

$R = (y. \leftrightarrow x.)$ $\quad$ $R = (.y \leftrightarrow .x)$

und damit natürlich auch

$R = (x. \leftrightarrow x.)$ $\quad$ $R = (.y \leftrightarrow .y)$

$R = (y. \leftrightarrow y.)$ $\quad$ $R = (.x \leftrightarrow .x)$

vor uns (das in der Semiotik bisher übersehen wurde).

2. In einem weiteren Schritt können wir somit vier Kombinationen von S bilden.

1. $Z_{td} \times Z_{td} = (x. \times x.)$

2. $Z_{tt} \times Z_{tt} = (.x \times .y)$

3. $Z_{td} \times Z_{tt} = (x. \times .y)$

4. $Z_{tt} \times Z_{td} = (.x \times y.)$,

(wobei x = y sein kann), von denen also die bisher allein als Subzeichen in der Semiotik zugelassenen S der Form S = (x.y) = (x. × .y) lediglich einen Spezialfall darstellen.

Dementsprechend gibt es also auch 4 semiotische Matrizen und nicht wie bisher nur 1:

	1.	2.	3.
1.	1.1.	1.2.	1.3.
2.	2.1.	2.2.	2.3.
3.	3.1.	3.2.	3.3.

	.1	.2	.3
.1	.1.1	.1.2	.1.3
.2	.2.1	.2.2	.2.3
.3	.3.1	.3.2	.3.3

	.1	.2	.3
1.	1..1	1..2	1..3
2.	2..2	2..2	2..3
3.	3..1	3..2	3..3

	1.	2.	3.
.1	.11.	.12.	.13.
.2	.21.	.22.	.23.
.3	.31.	.32.	.33.,

wobei als Konvention (x..y) = (x.y) gilt.

Setzen wir nun x = A und y = B für Außen und Innen, so haben wir also

1. (A. × I.)
2. (.A × .I)
3. (A. × .I)
4. (.A × I.)
5. (I. × A.)
6. (.I × .A)
7. (I. × .A)
8. (.I × A.),

d.h. wir bekommen ein System von 8 zeichenzahlentheoretischen Möglichkeiten der Verteilung von Außen und Innen, das man als dualitätstheoretisches Quadrupelsystem darstellen kann

1. (A. × I.) × (I. × A.)

2. (.A × .I) × (.I × .A)

3. (A. × .I) × (I. × .A)

4. (.A × I.) × (.I × A.).

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011