Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität

1. Bense nannte das Auffinden numerischer Gesetze im Zusammenhang mit den von ihm so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980) „semiotische Zahlentheorie“ (vgl. Bense 1977), wohl deshalb, weil man in der Semiotik nicht weiter zählt als bis 3 und von den ersten drei natürlichen Zahlen zufällig zwei Primzahlen sind. Aus Gründen, auf die ich in meinem Werk oft hingewiesen hatte, sollte man vielleicht den Ausdruck Zahlentheorie, übrigens auch in der Mathematik selbst, von der Vorstellung von Primzahlen befreien und einfach die Theorie numerischer Sätze darunter verstehen.

2. Wie wir zuletzt in Toth (2009) zeigten, handelt es sich bei der triadischen Relation über drei „triadischen Objekten“ (Bense/Walther 1973, S. 71)

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

um eine einfache dreistellige Relation über drei 3-stelligen Relata, d.h.

$OR = 3R(3\mathcal{M}, 3\Omega, 3\mathcal{I})$,

während es sich bei der triadischen Zeichenrelation um eine „dreifach gestufte Relation über Relationen“ handelt, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen und beide in der triadischen Relation enthalten sind (Bense 1979, S. 53, 67):

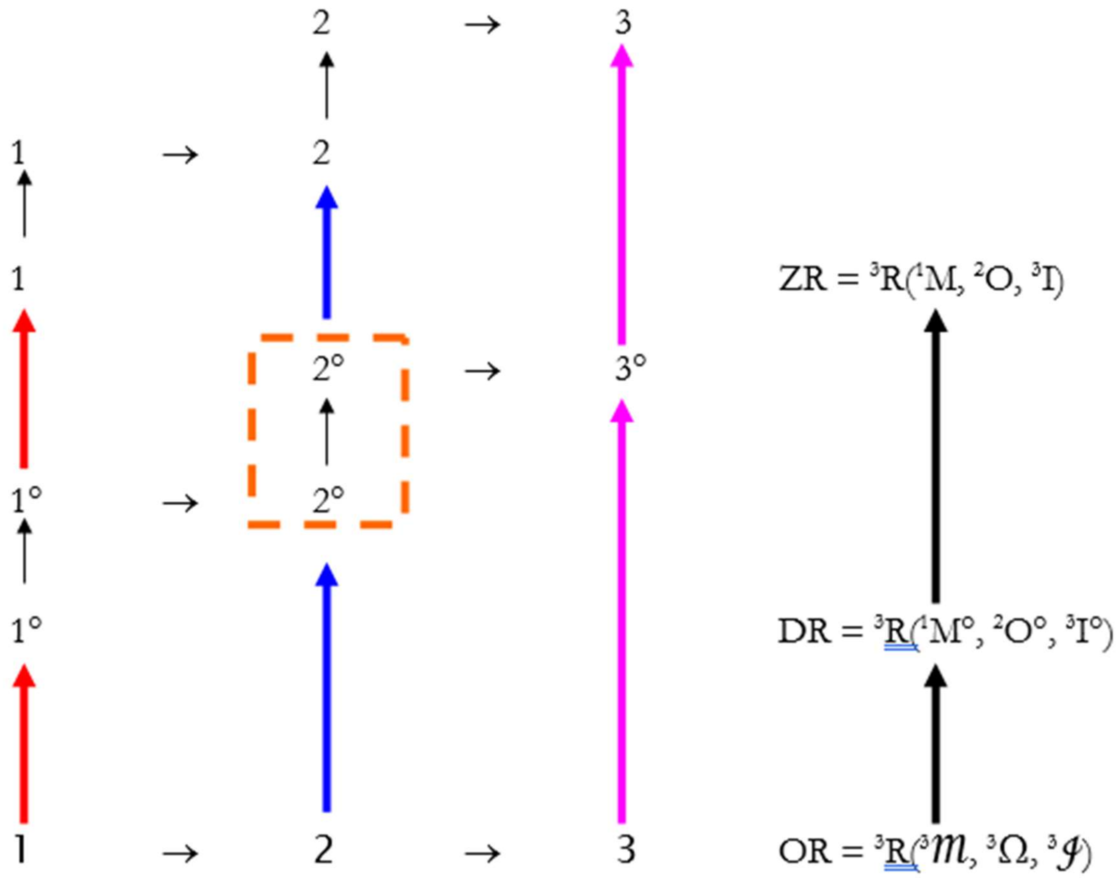
$ZR = 3R(1M, 2O, 3I)$.

Während Bense (1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) bereits ausführlich begründet hatte, dass die Primzeichen Ordinalzahlen sind, hatte ich in Toth (2009) darzustellen versucht, dass die Relationalzahlen (Bense 1975, S. 65), d.h. die Elemente von OR, Kardinalzahlen sind. Da eine Semiotik im einfachsten Fall als

$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle$

definiert ist, fängt also jede Semiose im Objektbereich der Kardinalität an und endet im Zeichenbereich der Ordinalität, vermittelt durch einen bisher nie beschriebenen Zahlenbereich im präsemiotischen Raum der „Disponibilität“ (Bense 1975, S. 65 f.).

Wir können die relationalen Verhältnisse der drei Ebenen, bzw. des ontologischen, des präsemiotischen und des semiotischen Raumes, wie folgt darstellen:



Bereits in Toth (2009) war argumentiert worden, dass die Disponibilitätsrelation mit der qualitativ-numerischen Ebene der Tritozahlen korrespondiert. Man vergleiche allerdings die Trito-Zahlen der Kontextur T3 mit ihren Dezimaläquivalenten (aus Toth 2003, S. 18):

Kenogramme	Trito-Zahlen	Binär-Äquivalente	Dezimal-Äquivalente
○	0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○	0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ Δ	0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ ○ ○	0 0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○ Δ	0 0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ Δ ○	0 1 0	.... Ø | 11	.... Ø | 3
○ Δ Δ	0 1 1	.... Ø | 100	.... Ø | 4
○ Δ ■	0 1 2	.... Ø | 101	.... Ø | 5

Man erkennt also leicht, dass auf der Trito-Ebene von den Primzeichen resp. ihren disponiblen Äquivalenten (1.°, 2.°, 3.°) die Zweitheit nicht repräsentiert ist. Geht man in höhere Kontexturen hinauf, werden zwar jeweils weitere, in den niedrigeren Kontexturen fehlenden Dezimaläquivalente repräsentiert:

T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_{10}
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10 (Toth 2003, S. 52)

allein, die Dezimalzahl 2 ist in keiner Kontextur darstellbar. Auf der semiotischen Vermittlungsebene der disponiblen Kategorien gilt daher:

1° ≡ 001

2° ≡ ∅

3° ≡ 010

Ein weiterer Hinweis zusätzlich zu den Angaben in Toth (2009) dafür, dass DR dem Trito-System entspricht, ist das ganz dem Peirceschen Stufenbau von ZR entsprechende „Verhaktsein" der Repräsentation der Dezimaläquivalente, vgl.

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

Die fehlende Repräsentation der Zweitheit bedeutet jedoch, dass zwischen 001 und 010 noch ein Zahlenschritt vorhanden sein muss, der auch nicht durch das bisher tiefste und abstrakteste Zahlensystem, dasjenige der Trito-Zahlen, erfassbar ist. Es geht also darum, Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität aus ihrer Ambiguität zu befreien.

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	OR = $^3R(^3\mathcal{M}, ^3\Omega, ^3\mathcal{I})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	DR = $(M°, O°, I°)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	ZR = (M, O, I)	Ordinalität

Der Weg hinauf und hinunter ist nicht derselbe: In semiosischer Richtung haben wir Ordi-Kardi, in retrosemiosischer Richtung Kardi-Ordi. Der Weg von ZR → DR entspricht dem Aufbrechen der Zeichenrelation für Ambivalenzen der Disponibilität. Umgekehrt bedeutet der Weg von DR → ZR das Ausselektieren der Disponibilitäten zur Einordnung in eine Zeichenrelation. Wir haben damit

1. 001 → *011 → 010
2. 001 → *000 → 010.

Der erste Weg führt über den Umweg durch die ZR zur DR, der zweite über den Umgebung der OR zur DR:

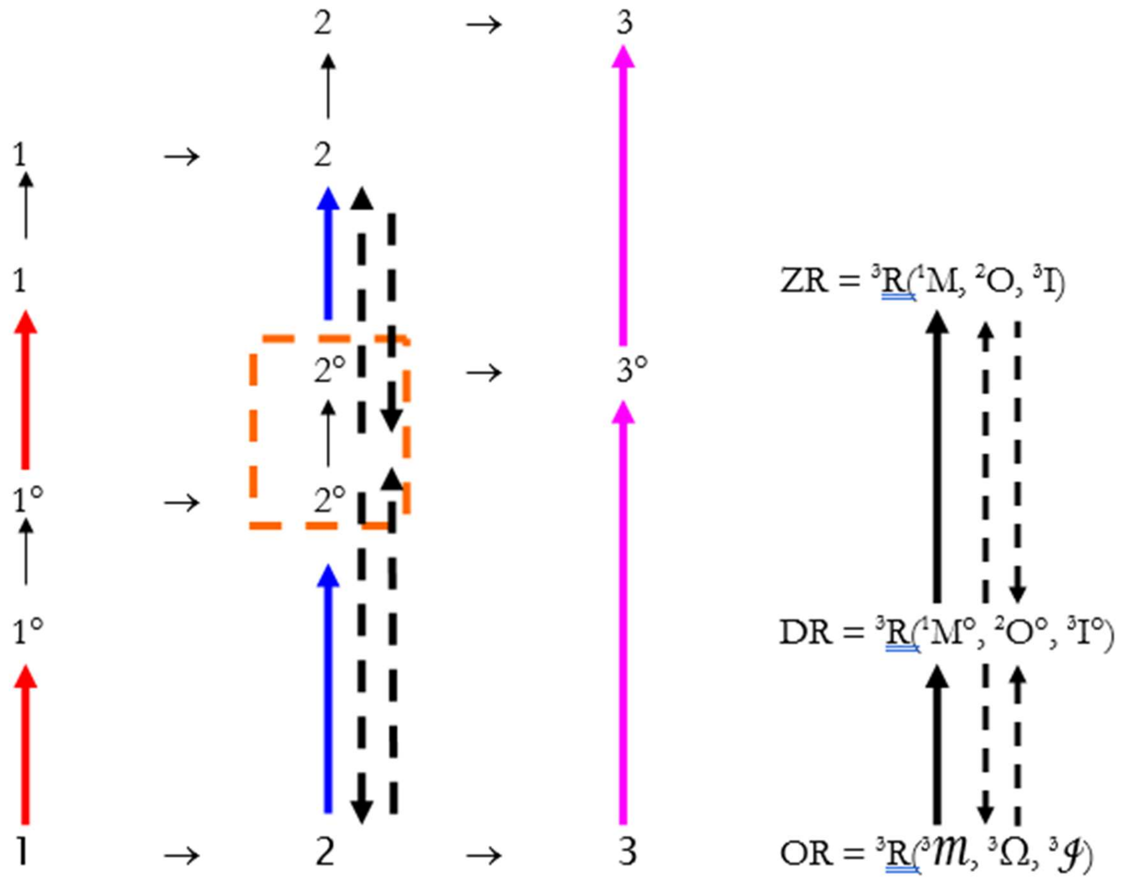
1. DR → ZR → DR
2. DR → OR → DR

bzw.

DR → ZR

DR → OR

bzw. vollständig



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009) waren wir zum Schluss gekommen, dass die Definition der triadischen Peirce-Zahlen durch

$TdP = 1 < 2 < 3$

und die Definition der trichotomischen Peirce-Zahlen durch

$TtP = 1 \leq 2 \leq 3$

nicht miteinander kompatibel sind und dass ferner TdP der weiteren Definition des Peirceschen Zeichens als Mengeninklusionsschemas widerspricht. Wir schlossen, dass es nur eine Sorte von Peirce-Zahlen gibt, für dessen Glieder die totale lineare Ordnung von TtP für sämtliche Peirce-Zahlen verallgemeinert werden muss, so dass $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt.

2. Trotzdem ist es in der Praxis so, dass die triadischen und die trichotomischen Werte einer Zeichenklasse unabhängig voneinander bestimmt werden. Während sich nun für die TdP eine konstante Ordnung $1 > 2 > 3$ ergibt, ist dies 1. für TtP nicht der Fall, und 2. kommen hier sog. Vermittlungszahlen hinzu, welche zwischen der TtP(n) und der TdP(n+1) eine zusätzliche Relation etablieren.

2.1. Die trichotomischen Peirce-Zahlen innerhalb von Zeichenklassen

1. (3.1 2.1 1.1) TtP: $1 = 1 = 3$	6. (3.1 2.3 1.3) TtP: $1 < 3 = 3$
2. (3.1 2.1 1.2) TtP: $1 = 1 < 2$	7. (3.2 2.2 1.2) TtP: $2 = 2 = 2$
3. (3.1 2.1 1.3) TtP: $1 = 1 < 3$	8. (3.2 2.2 1.3) TtP: $2 = 2 < 3$
4. (3.1 2.2 1.2) TtP: $1 < 2 = 2$	9. (3.2 2.3 1.3) TtP: $2 < 3 = 3$

5. (3.1 2.2 1.3) 10. (3.3 2.3 1.3)
TtP: 1 < 2 < 3 TtP: 3 = 3 = 3

2.2. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden von Zeichenklassen bzw. deren Ordnung:

1. (1 = 1) < (2 > 1) < (3 > 1)
2. (1 < 2) = (2 > 1) < (3 > 1)
3. (1 < 3) > (2 > 1) < (3 > 1)
4. (1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 1)
5. (1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 1)
6. (1 < 3) = (2 < 3) = (3 > 1)
7. (1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 2)
8. (1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 2)
9. (1 < 3) > (2 < 3) = (3 > 2)
10. (1 < 3) > (2 < 3) = (3 = 3)

Wir kommen also zum Schluss, dass zwar $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt, dass aber Peirce-Zahlen im Gegensatz zu natürlichen Zahlen in dreifacher Form auftreten, nämlich als triadische (Td$\mathbb{P}$), trichotomische (Tt$\mathbb{P}$) und als vermittelnde (V$\mathbb{P}$) Peirce-Zahlen. Diese Dreiergliederung ist für die natürlichen Zahlen ebenso sinnlos, wie es sinnlos ist, sie etwa zu einer Relation wie (3.1 2.1 1.3) zu gliedern, es sei denn, diese werde durch Angaben zur Qualität (Erstheit, Zweitheit, Drittheit) spezifiziert. Bei den Peirce-Zahlen wird also ihre dreifache Erscheinungsform, d.h. ihre Gruppierung zu geodneten Paaren und Tripeln sowie der Zusammenhang zwischen ihnen durch Qualitäten bestimmt, obwohl die Peirce-Zahlen an sich rein quantitativ sind und damit denselben elementaren Rechenregeln unterliegen wie die positiven ganzen Zahlen.

Bibliographie

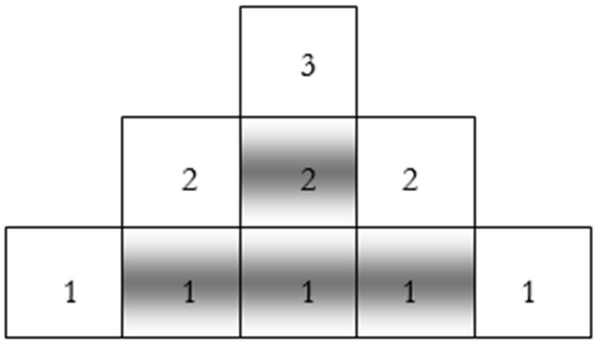
Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Das System der semiotischen Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009a) wurden die triadischen und die trichotomischen Peirce-Zahlen sowie die semiotischen Vermittlungszahlen eingeführt. Unter letzteren wird die Menge von geordneten Paaren verstanden, deren erstes Glied der Codomäne einer trichotomischen semiosischen Abbildung und deren zweites Glied der Domäne einer triadischen semiosischen Abbildung angehört. Vermittlungszahlen treten somit stets zwischen dyadischen Subzeichen, ausserhalb oder innerhalb von Zeichenklassen und Realitätsthematiken, auf. Eine weitere, wenn auch im Grunde selbstverständliche Eigenschaft von semiotischen Vermittlungszahlen ist, dass sie nur zusammen mit ihrem Ordnungstypus sinnvoll sind, d.h. sind im Grunde Ordnungsstrukturen oder, wie Hausdorff sich ausgedrückt hatte, Ordnungstypen, und zwar gehört ihr Ordnungstyp immer zum Ordnungstyp der semiotischen Strukturen, innerhalb derer sie vermittelnd wirken. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden der 10 Peirceschen Zeichenklassen sind

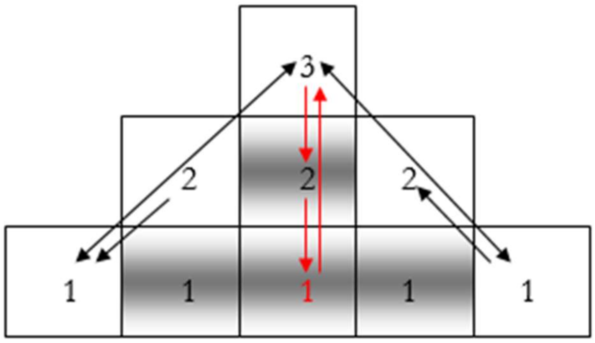
1.	(1 = 1)	([1, 2], <)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
2.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
3.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
4.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 1)
5.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 1)
6.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 > 1)
7.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 2)
8.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 2)
9.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 > 2)
10.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 = 3)

Innerhalb des in Toth (2009b) eingeführten Treppenmodells für Peirce-Zahlen sind die Vermittlungszahlen also im schraffierten Bereich angesiedelt:



Im folgenden zeichnen wir beispielhaft die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), ihre Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3), ihre beiden Peirce-Zahlen sowie die zugehörigen Vermittlungszahlen ein:

3. (1 < 3) ([3, 2], >) (2 > 1) ([1, 3], <) (3 > 1)



Bibliographie

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Kontexturale Vermittlungen von Eigenrealität

> Mauern und Mauern aus Mauern von Mauern aus Mauern von Mauern aus Mauern.
>
> Max Bense, Grignan I (1960)

1. Die monokontexturale Eigenrealität (vgl. Bense 1992), welche die strukturelle Identität zwischen der zeichenthematischen Realität und der realitätsthematischen Zeichenhaftigkeit des Zeichens selbst metaphysisch beschreibt, kennt keine Vermittlung

ER = (3.1 2.2 1.3)
×ER = ×(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3)
ER = ×ER = (3.1 2.2 1.3)

2. In polykontexturalen Systemen gibt es streng genommen keine Eigenrealität mehr, da der sie garantierende logische Satz der Identität aufgehoben ist (vgl. Toth 2009). Allerdings wird durch die unterschiedliche Kontexturierung von Zeichen- und Realitätsthematik der monokontexturalen Eigenrealität sowohl deren Subjekt- als auch Objektpol seine je eigene Identität zurückgegeben. Dadurch erst wird die Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt ermöglicht, die im monokontexturalen Fall unmöglich ist, obwohl oder gerade weil sich Subjekt und Objekt in derselben Welt befinden: Würden sie sich nicht in der gleichen Welt befinden, dann gäbe es auch keine monokontexturale Eigenrealität; da sie sich nun aber in der gleichen Welt befinden, gibt es, wenigstens was das semiotische Repräsentationsschema anbetrifft, keine Kontexturgrenze, die zu überschreiten wäre, denn die liegt ausserhalb des Repräsentationsschemas, ja sogar ausserhalb des semiotischen Raumes.

3. In einer 3-kontexturalen (minimalen) Semiotik (vgl. Kaehr 2008) gibt es nur zwei Formen von Eigenrealität, die jedoch unvermittelt sind:
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$
$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$
$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$.

Gehen wir jedoch aus von einer 4-kontexturalen Semiotik, dann bekommen wir für die eigenreale Basisrelation
$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$

×(3.13,4 2.21,2,4 1.33,4) = (3.14,3 2.24,2,1 1.34,3)
(3.13,4 2.21,2,4 1.33,4) ≠ (3.14,3 2.24,2,1 1.34,3).

Zwischen diesen zwei „Polen" des zeichenthematischen Subjekts und des zeichenthematischen Objektes gibt es nun bereits eine grosse Anzahl, nämlich 2 Blöcke zu 6 und 2mal 12 Permutationen, von eigenrealen Vermittlungsstrukturen:

(3.13 2.21 1.33)	(3.14 2.21 1.33)
(3.13 2.21 1.34)	(3.14 2.21 1.34)
(3.13 2.22 1.33)	(3.14 2.22 1.33)
(3.13 2.22 1.34)	(3.14 2.22 1.34)
(3.13 2.24 1.33)	(3.14 2.24 1.33)
(3.13 2.24 1.34)	(3.14 2.24 1.34)

(3.13 2.21,2 1.33)	(3.14 2.21,2 1.33)
(3.13 2.21,2 1.34)	(3.14 2.21,2 1.34)
(3.13 2.22,1 1.33)	(3.14 2.22,1 1.33)
(3.13 2.22,1 1.34)	(3.14 2.22,1 1.34)
(3.13 2.22,1 1.33)	(3.14 2.22,1 1.33)
(3.13 2.22,1 1.34)	(3.14 2.22,1 1.34)
(3.13 2.21,2 1.33)	(3.14 2.21,2 1.33)
(3.13 2.21,2 1.34)	(3.14 2.21,2 1.34)
(3.13 2.24,1 1.33)	(3.14 2.24,1 1.33)
(3.13 2.21,4 1.33)	(3.14 2.21,4 1.33)
(3.13 2.24,1 1.34)	(3.14 2.24,1 1.34)
(3.13 2.21,4 1.34)	(3.14 2.21,4 1.34)

(3.13 2.21,2,4 1.33)	(3.14 2.21,2,4 1.33)
(3.13 2.214,2 1.33)	(3.14 2.214,2 1.33)
(3.13 2.22,4,1 1.33)	(3.14 2.22,4,1 1.33)
(3.13 2.22,1,4 1.33)	(3.14 2.22,1,4 1.33)
(3.13 2.24,2,1 1.33)	(3.14 2.24,2,1 1.33)
(3.13 2.24,1,2 1.33)	(3.14 2.24,1,2 1.33)
(3.13 2.21,2,4 1.34)	(3.14 2.21,2,4 1.34)
(3.13 2.21,4,2 1.34)	(3.14 2.21,4,2 1.34)
(3.13 2.22,4,1 1.34)	(3.14 2.22,4,1 1.34)
(3.13 2.22,1,4 1.34)	(3.14 2.22,1,4 1.34)
(3.13 2.24,2,1 1.34)	(3.14 2.24,2,1 1.34)
(3.13 2.24,1,2 1.34)	(3.14 2.24,1,2 1.34)

Man kann leicht abschätzen, wie schnell und astronomisch hoch die Zahl der Kombinationen mit wachsender Kontexturzahl ansteigt.

Bibliographie

Bense, Max, Grignan. Stuttgart 1960 (= rot 1)
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Bade 1992
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)
Toth, Alfred, Das Bildnis des Dorian Gray. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Kontexturale Vermittlungszahlen bei Peirce-Zahlen

1. Sowohl die Primzeichen-Relation

PZR* = (.1.)1,3, (.2.)1,2, (.3.)2,3,

als auch die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

Gen. Kat. = (1.1)1,3, (2.2)1,2, (3.3)2,3

werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2000) mit den gleichen Kontexturalzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form (x.x), $x \in \{1, 2, 3\}$ als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form (x.y) bzw. $(x.y)^\circ = (y.x)$ als semiotische Vermittlungszahlen.

2. Wir haben somit

Peirce-Zahl (tdP) = 1 = (1.1)1,3 ⟷

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = (1.2)1, (2.1)1

Peirce-Zahl (tdP) = 2 = (2.2)1,2 Vermittlungszahlen (tdP) = 3 = 1/3, 3/1 = (1.3)3, (3.1)3

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = (2.3)2, (3.2)2

Peirce-Zahl (tdP) = 3 = (3.3)2,3 ⟷

bzw. rot markiert in der „Kontexturenmatrix“:

1,3 1 3

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1,2 & 2 \\ 3 & 2 & 2,3 \end{array}$$

Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen (tdP) keine Rolle.

tdP (1) → 1 → tdP (2):

$$\begin{tikzcd} 1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] & 3 \\ 1 \arrow[r] & 1,2 & 2 \\ 3 & 2 & 2,3 \end{tikzcd}$$

tdP (1) → 1 → tdP (3):

$$\begin{tikzcd} 1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[d] \\ 1 \arrow[d] & 1,2 & 2 \arrow[d] \\ 3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 2,3 \end{tikzcd}$$

tdP (2) → 2 → tdP (3):

$$\begin{tikzcd} 1,3 & 1 & 3 \\ 1 & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\ 3 & 2 \arrow[r] & 2,3 \end{tikzcd}$$

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Zeichenrelationen als Vermittlungen zwischen Welt und Bewusstsein

1. In Toth (2009a) wurde das Kommunikem definiert als

$$K = (S, ZR, O) \equiv (\mathcal{J}, ZR, \Omega),$$

d.h. das Zeichen vermittelt zwischen Subjekt und Objekt, d.h. semiotische Kategorien vermitteln zwischen ontologischen. Dies ist möglich wegen (vgl. Toth 2009a)

$$1M \to 0m$$

$$1M \to 0\Omega \quad 2O \to 0\Omega$$

$$1M \to 0\mathcal{J} \quad 2O \to 0\mathcal{J} \quad 3I \to 0\mathcal{J},$$

jedoch nicht umgekehrt. (Dass dies in diesem Fall Heteromorphismen bei kontexturierten Objekt- und Zeichenrelationen ausschliesst, sieht der Kenner sofort.)

2. In Toth (2009b) wurde der Bensesche Bewusstseinsbegriff (Bense 1975a) wie folgt definiert:

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
\beta2 = (\Omega, ZR, \mathcal{J}) \equiv (\Omega & & m \arrow[ll] \arrow[rr] \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & & \mathcal{J}), \\
& M, & O, & I &
\end{tikzcd}$$

Hier ergibt sich also wiederum mit dem obigen Formalismus eine Möglichkeit, das Problem ontologischer und semiotischer Kategorien durch den Begriff des „triadischen Objekts“ (Bense/Walther 1973, S. 71 zu lösen.

3. Indessen folgt aus den obigen Definitionen zweierlei: Man muss offenbar eine reale triadische Zeichenrelation

$$RZR = (m, \Omega, \mathcal{J})$$

neben der bekannten idealen Peirceschen Zeichenrelation

$$IZR = (M, O, I)$$

ansetzen. Keine der beiden Relationen vermitteln nun zwischen „Welt und Bewusstsein“, wie dies bereits bei Bense (1975a, S. 16) als Hauptfunktion des Zeichens gefordert ist.

Eine Möglichkeit, um diese Funktion zu erfüllen, wurde bereits in früheren Publikationen erwähnt (vgl. Toth 2008), nämlich die oft gehörte Forderung, jedes Zeichen bedürfe eines Zeichenträgers (z.B. bei Bense/Walther 1973, S. 137) zu erfüllen und zu definieren

$$VZR = (\mathcal{M}, M, O, I)$$

Ein solches „Vermittlungszeichen“ ist als ideale Relation durch $\mathcal{M}$ in der Welt der Objekte verankert, sie partizipiert also gleichzeitig an der „Bewusstseinsrelation“ IZR als auch an der „Weltrelation“ RZR. Hier sind natürlich die Beziehungen zwischen der ontologischen und den semiotischen Kategorien mehr oder minder belanglos, da man prinzipiell jeden x-beliebigen Zeichenträger für ein Zeichen auswählen kann, wobei man höchstens praktisch eingeschränkt ist. (Man wird eher ein Taschentuch verknoten als die Zugspitze sich vor seine Haustüre als Zeichen setzen lassen.) Andere Einschränkungen sind vor allem „vernünftiger“ Art. (Man wird eher eine Haarlocke von seiner Geliebten abschneiden anstatt einer Zehe oder eines Fingers.) Allerdings gilt diese neue Arbitrarität, die das materiale Mittel und nicht das Saussuresche „Band zwischen Signifikant und Signifikat“ betrifft, nur für künstliche Zeichen. Bei natürlichen Zeichen, Anzeichen, Symptomen und dgl. ist dagegen das Mittel ein Teil des Objektes. Wenn man also Eisblumen betrachtet, so ist das reale Eispattern Teil des Objektes Klima, das die Eisblumen hervorbringt. Hier gilt also

$$(\mathcal{M} \subset \Omega).$$

Man bedenke jedoch, dass im Gegensatz zu

$$IZR = (M \subset O \subset I)$$
$$RZR \neq (\mathcal{M} \subset \Omega \subset \mathcal{J}),$$

es gilt also höchstens bei An- (= physei-) Zeichen ($\mathcal{M} \subset \Omega$), denn ($\Omega \subset \mathcal{J}$) würde ja bedeuten, dass ein Objekt realer Teil eines (realen) Bewusstseins ist, d.h. es würde sich um ein Bewusstseinszeichen handeln und daher um IZR = ($M \subset O \subset I$).

4. Nun kann man aber nach den Formeln in Abschnitt 1. 0-stellige Relationen, d.h. Objekte, d.h. ontologische Kategorien mit höherstelligen, und damit mit semiotischen Kategorien verbinden. Daher muss es auch möglich sein, aus

$$IZR = (M \subset O \subset I)$$

wegen

$$nM \subset 0\mathcal{M}$$

sowie

$$(\mathcal{M} \subset \Omega)$$

Relationen

$$M \subset \mathcal{M} \subset \Omega$$

zu bilden. Das Umgekehrte ist wegen $nM \not\subset 0\mathcal{M}$ (siehe Abschnitt 1) ausgeschlossen. Wir bekommen damit als neue Vermittlungsrelation

$$VZR = (M \subset \mathcal{M} \subset \Omega, \mathcal{J}).$$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975 (a)

Bense, Max, Bewusstseinstheorie und semiotische Erkenntnistheorie. In: Klement, Hans-Werner (Hrsg.), Bewusstsein. Baden-Baden 1975, S. 31-36 (b)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Zeichen als Fragment des "Kommunikems". In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Benses "reale" Bewusstseinsrelation. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens

1. Wie bekannt, wird das Sein durch die quantitativen Zahlen, basierend auf der 2-wertigen aristotelischen Logik, beschrieben. Wie Günther (1976-80) und Kronthaler (1986) gezeigt haben, kann das Nichts einerseits ergänzend und anderseits das Sein

übergreifend durch die qualitativen Zahlen, basierend auf den mehrwertigen Günther-Logiken, im Rahmen einer Mathematik der Qualitäten beschrieben werden. Dass es zwischen dem quantitativen und dem qualitativen Zahlkonzept Vermittlungszahlen, von Bense (1975, S. 65 f.) als Relationszahlen bezeichnet, bedarf, war bereits Günther (1991, S. 431-479) klar, der einen ersten Versuch, ausgehend von der mehrwertigen Logik, machte.

2. In Toth (2009a) wurde nachgewiesen, dass die qualitativen Trito-Zahlen die Trichotomien von Zeichenklassen erzeugen, während die Triaden quantitative Zahlen sind. Jede Zeichenklasse ist daher aus geordneten Paaren zusammengesetzt, dessen erstes Glied eine quantitative und dessen zweites Glied eine qualitative Zahl ist:

Zkl = (3.A 2.B 1.C)

Schreibt man nun, wie in Toth (2009b) gezeigt, sowohl die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen (tdP) als auch die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) einmal als Zeile und einmal als Spalte und bestimmt man die kartesischen Produkte, so erhält man eine Matrix, welche nicht nur die reinen semiotischen Quantitäten und die reinen semiotischen Qualitäten, sondern auch die quanti-qualitativen sowie die quali-quantitativen Vermittlungszahlen enthält:

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

3. Wenn nun Zeichenklassen der Form

(3.1 2.1 1.1)

die semiotische reine Quantität und also das Sein beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.A. B.A. A.A)

die semiotische reine Qualität und also das Nichts beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.1 B.1 A.1)
die semiotische qualitative Quantität, und Zeichenklassen der Form

(3.A 2.A 1.A)

die semiotische quantitative Qualität beschreiben, d.h. die Vermittlungsklassen dienen zur Beschreibung des Werdens, das nach Hegel sowohl dem Sein als auch dem Nicht adjazent ist. Wenn man nun A, B, C $\in$ {.1, .2, .3} setzt und diese Vermittlungsklassen so, wie Kaehr es für Peircesche Zeichenklassen getan hat, kontexturiert, wobei über die Kontexturierung die folgende Matrix orientiert

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

dann hat man offenbar alle kontexturierten Vermittlungszahlen gefunden, welche das Werden im Rahmen einer triadisch-trichotomischen 3-kontexturellen Semiotik strukturieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen

1. Dass die triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

quantitative Zahlen sind, bedarf nach ihrer Einführung als „Primzeichen" durch Bense (1980) keiner Begründung.

2. Dass hingegen die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (A, B, Z)

qualitativ sind, wird hier im Anschluss an Toth (2009) gezeigt. Dort wurde bewiesen, dass die 3-kontexturalen Trito-Zeichen sämtliche 10 Peirceschen (sowie drei „irreguläre", im folgenden gestirnte) Trichotomien erzeugen:

000 → (111), (222), (333)
001 → (112), (113), (223)
010 → *(121), *(232).
011 → (122), (133), (233)
012 → (123),

mit denen wir dann, wenn wir sie in die folgenden Schemata einsetzen

(x.1 y.1 z.1)
(x.1 y.1 z.2)
(x.1 y.1 z.3)
(x.1 y.2 z.2)
(x.1 y.2 z.3)
(x.1 y.3 z.3)
(x.2 y.2 z.2)
(x.2 y.2 z.3)
(x.2 y.3 z.3)
(x.3 y.3 z.3)

und hernach x = 3, y = 2 und z = 1 setzen, die bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen bekommen. Die Trichotomien oder ttP sind also durch Trito-Systeme erzeugte Wertbelegungen qualitativer Zahlen.

3. Ein Hauptklassifikationsmerkmal, um quantitative und qualitative Zahlen voneinander zu unterscheiden, ist das System ihrer Nachfolger/Vorgänger-Typen. Während das System der quantitativen Zahlen durch die Peano-Axiome geregelt ist, wonach jede natürliche Zahl inkl. 0 einen eindeutig bestimmten Nachfolger und jede natürliche (exkl. 0) einen eindeutig bestimmten Vorgänger hat, sind die eindeutig-mehrmöglichen Nachfolger/Vorgängersysteme der qualitativen Zeichen durch Kronthaler (1986, S. 40 ff., 54 ff.) explizit dargestellt. Hier hängt die Anzahl der Nachfolger/Vorgänger von der Kontextur, d.h. der Länge der Zahl, von ihrer Struktur (Proto-, Deutero- und Trito) sowie vor allem davon ab, ob es nicht um einen Intra- oder Trans-Nachfolger/Vorgänger (innerhalb oder ausserhalb der betreffenden Kontextur) handelt.

Dagegen ist das System der Vorgänger/Nachfolger bei der semiotischen Relational- oder Vermittlungszahlen eine Art von Synthese zwischen dem Peano-Nachfolge-system der quantiativen tdP und dem eindeutig-mehrmöglichen Nachfolgesystem der qualitativen ttP. Wenn wir die quantitativen tdP als Kolonne und die qualitativen ttP als Zeile hinschreiben und die kartesischen Produkte bilden, erhalten wir die folgende semiotische Matrix von quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Peirce-Zahlen

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C,

und das Nachfolge/Vorgänger-System dieser Vermittlungszahlen sieht wie folgt aus:

$\sigma(1.A) = \{(1.B), (2.A), (2.B)\}$ $\qquad$ $\alpha(1.A) = \varnothing$
$\sigma(1.B) = \{(1.C), (2.A), (2.B)\}$ $\qquad$ $\alpha(1.B) = \{(1.A)\}$
$\sigma(1.C) = \{(2.B), (2.C)\}$ $\qquad$ $\alpha(1.C) = \{(1.B)\}$

$\sigma(2.A) = \{(3.A), (2.B), (3.B)\}$ $\qquad \alpha(2.A) = \{(1.A), (1.B)\}$
$\sigma(2.B) = \{(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)\}$ $\qquad \alpha(2.B) = \{(1.A), (1.B), (2.A)\}$
$\sigma(2.C) = \{(3.B), (3.C)\}$ $\qquad \alpha(2.C) = \{(1.C), (2.B), (1.B)\}$

$\sigma(3.A) = \{(3.B)\}$ $\qquad \alpha(3.A) = \{(2.A), (2.B)\}$
$\sigma(3.B) = \{(3.C)\}$ $\qquad \alpha(3.B) = \{(2.A), (2.B), (3.A)\}$
$\sigma(3.C) = \varnothing$ $\qquad \alpha(3.C) = \{(2.B), (3.B), (2.C)\}$,

Für die Vermittlungszahlen (VZ) gelten also folgende Axiome:

1. Es keine zwei VZ mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern.
2. Die erste VZ hat keinen Vorgänger, die letzte VZ hat keinen Nachfolger.
3. Sei VZ = (a.b), dann gilt: $\alpha(a.b) \neq \alpha(b.a)$.
4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen VZ (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.
5. Aufgrund von 4. gibt es also ganz neue, weder bei den quantitativen noch bei den qualitativen Zahlen bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die **unbestimmten** VZ. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der QQ-Matrix:

1.A 1.B 1.C

2.A 2.B 2.C

3.A 3.B 3.C.

Die Semiotik stellt damit gegenüber der bekannten quantitativen Mathematik (z.B. in der Einteilung der Bourbakis) und der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986/Mahler 1993) eine dritte Art von Mathematik dar: die Mathematik der Vermittlungszahlen, die selbst als geordnete Paare von quantitativen und qualitativen bzw. von qualitativen und quantitativen Zahlen eingeführt sind. Eine Mathematik kann also nicht vollständig sein, ohne alle drei Teilgebiete, d.h. Quantität, Qualität und ihre Vermittlung, zu betreiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Matrizen als Vermittlungssysteme

1. In der Mathematik und in der Semiotik, die ein Teilgebiet von ihr ist, unterscheiden wir nach Toth (2009) drei Zahlenarten:

1.1. die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen $\subset \mathbb{N}$

tdP = (1, 2, 3)

1.2. die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen $\subset$ qZ

ttP = (A, B, C)

1.3. die quanti-qualitativen/quali-quantitativen Vermittlungszahlen

VZ = (a.X)/(X.a), mit a $\in$ {1, 2, 3} und X $\in$ {A, B, C}.

2. Damit erhalten wir folgende neue semiotische Matrix

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

wobei die Nebendiagonale der Matrix

(C.A) (B.B) (A.C) (3.1) (2.2) (1.c)

die qualitative-quantitative Determinante, und die Hauptdiagonale

(1.A) (2.B) (3.C) (A.1) (B.2) (C.3)

die quantitativ-qualitative/qualitativ-quantitative Diskriminante der Matrix ist.

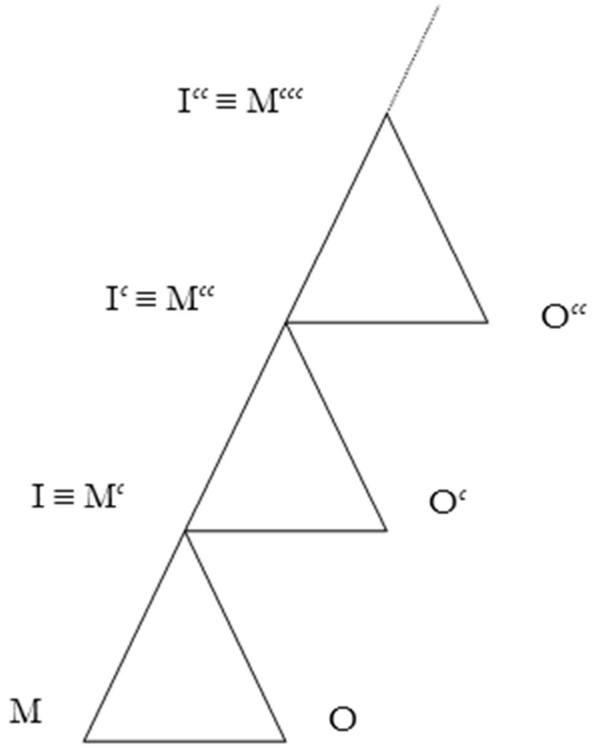
Die bemerkenswerte Folgerung ist, dass es somit zwar wahr ist, dass die Konzeptionen der quantitativen und der qualitativen Zahlen der Semiotik präexistent sind - wobei dies für die genuin-semiotischen Vermittlungszahlen nicht gilt -, dass sie aber alle in der semiotischen Matrix und also in der Semiotik und weder in der Mathematik noch in der Logik angelegt sind. Damit stellt sich als dringende Frage: Ist es möglich, die Mathematik, und zwar in allen ihren Teil Hauptteilen, d.h. der Theorie der quantitativen Zahlen, der Theorie der qualitativen Zahlen und der Theorie der Vermittlungszahlen, aus der semiotischen Matrix zu begründen?

Bibliographie

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Interpretation und Vermittlung

1. Ein semiotischer Satz von Peirce besagt, dass kein Zeichen allein auftreten kann, weil jedes Zeichen ein weiteres Zeichen zur Erklärung bedarf und der Erklärungsprozess daher nie abgeschlossen ist. Rein formal könnte man auch sagen: Die Pluralität von Zeichen ist durch den drittheitlichen Interpretanten im Zeichen angelegt, der selbst ein Zeichen ist. Daher beruht also die Autoreproduktionsfähigkeit von Zeichen auf der Interpretation. Bei dieser wird, wie es Walther (1979, S. 76 ff.) dargestellt hat, der Interpretant eines Zeichens der Stufe n in ein Mittel des Zeichens der Stufe (n+1) transformiert, usw., d.h. Explanans und Explanandum verhalten sich natürlich wie Objekt- und Metasprache:



2. Nach van den Boom (1981) muss die Peircesche Zeichenstruktur korrekterweise wie folgt notiert werden:

$$\begin{array}{ccc} M & \leftarrow & O \\ & & \uparrow \\ & & I \end{array}$$

woraus man zu folgendem linearisiertem Zeichenmodell kommt:

ZR = (O, I, M).

Wird jedoch ZR selbst vermittelt, so kann dies natürlicherweise wiederum nur durch ein weiteres Mittel, d.h. einen weiteren Interpretanten I' gelingen. Da offenbar der Index der Vermittlung mit dem Index des vermittelten Zeichens ansteigt (ZRn ≅ In), sieht also das m-te vermittelte Zeichen wie folgt aus:

ZRm = ((O, I, M), Im) mit n = (m-1).

Wie bereits in Toth (2009), wollen wir uns nun die Vermittlungsstrukturen anschauen. Da I' ein I, ein I" sowohl I' als auch I usw. vermittelt und die Vermittlung natürlich innerhalb der betreffenden Zeichenrelation stattfinden muss, bekommen wir für I1 bis und mit I4:

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 6 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 3 \to 6 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 6 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 6 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 6 \to 3 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 6 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 6 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 6 \to 4 \to 3 \to 2$

$2 \to 6 \to 3 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

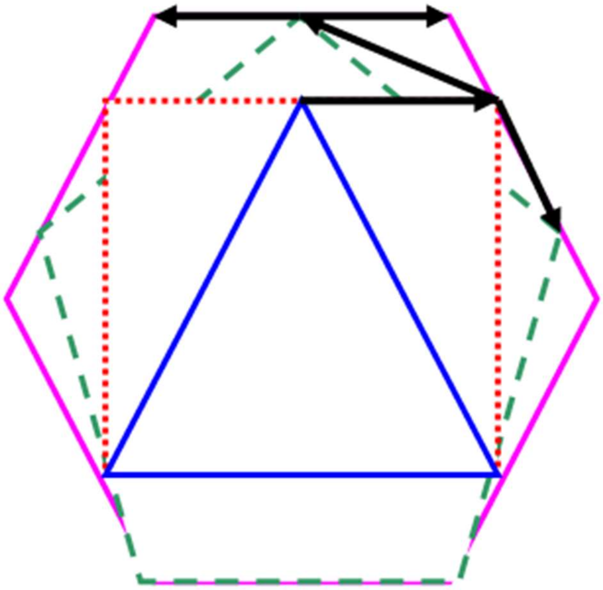
$2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

Da jede Vermittlung also 2 und nicht nur 1 Basisstruktur hat, ergeben sich mit wachsender Fakultät 2 mal 1! = 2, 2 mal 2! = 4, 2 mal 3! = 12, 2 mal 4! = 48, also für ZRn 2 mal n! Vermittlungsstrukturen. Für das entsprechende Zeichenmodell bedeutet das eine zweite Art des „Zeichenwachstums" (Walther 1979, S. 76) neben der bereits behandelten Interpretation. Dabei „wächst" das Zeichen allerdings nicht nur das rechts oben (bzw. fällt, konvers, kaskadenartig), sondern mit jedem Wachstum in einer Dimension ist ja ein Zuwachs an einer vermittelnden Kategorie verbunden, d.h. jedes n-Eck wird zu einem (n+1)-Eck:



Die zusätzlichen Interpretanten sind als schwarze Pfeile, ausgehend vom Interpretantenbezug des einbeschriebenen Dreiecks, d.h. des ursprünglichen Zeichens, eingezeichnet. Vom Dreieck zum Viereck führen also 2, vom Viereck zum Fünfeck 3 und vom Fünfeck zum Sechseck 3 Pfeile, usw. So ergibt sich also eine

Polygonhierarchie der Vermittlung in Ergänzung zu den aufsteigenden Kaskaden der Interpretation.

Bibliographie

Toth, Alfred, Vermittlungsstrukturen n-adischer Zeichenklassen mit n ≥ 3. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Logische Kopula und semiotische Vermittlung

1. Auch im gegenwärtigen Aufsatz – wie in bereits so vielen – gehe ich wieder zurück ad fontes der Grundlagen der Semiotik, und erneut zeigt es sich, wie vieles im Grunde noch immer höchst unklar ist an dem, was wir unter Zeichen und Semiose verstehen. Zur Ausgangsbasis nehme ich den bereits älteren Artikel von van den Boom (1981), und zwar deshalb, weil er eine der schärfsten Kritiken am Formalismus der Stuttgarter Schule enthält und weil auf diese Kritik unverständlicherweise nie geantwortet wurde (nicht einmal polemisch, wie dies Bense gern getan hatte). Zwar ist es richtig, dass der Artikel, besonders was das Verhältnis von Zeichen und Objekt enthält, schlicht Falsches enthält (z.B. 1981, S. 27: „Zwar kann man aus einem Zeichen ein gleichgültiges Etwas machen (...), aber aus einem beliebigen Etwas kein Zeichen mehr"), aber die Art und Weise, wie der Verfasser die Herkunft des triadischen Peirceschen Zeichenmodells aus einer pseudo-triadischen logischen Funktionsstruktur herleitet, hätte eine Revision der Grundlagen der Semiotik einleiten können, zumal des, was ihre Formalisierung betraf, seit 1981, als sowohl van den Booms Artikel als Benses „Axiomatik und Semiotik" erschienen, in der Semiotik nurmehr abwärts ging.

2. Wir sind heute gewohnt, in Sätzen wie

2.1. Max schläft.
2.1.' Max ist krank.
2.2. Max liebt Rote Grütze.
2.2.' Max ist verliebt in Susanne.
2.3. Max schreibt Almir einen Brief.
2.3.' Max ist am schreiben eines Briefes für Almir.

die Apostroph-Varianten sozusagen als verschiedene Oberflächenstrukturen der Nicht-Apostroph-Varianten zu betrachten und letztere auf erstere zurückzuführen. Dieses Verfahren geht allerdings, wie van den Boom richtig bemerkt (1981, S. 29), erst auf Frege zurück. Im Grunde geht Frege von einer Vorstellung aus, die der viel späteren tagmemischen von Hejelmslev sehr nahe kommt: Bevor ein aktueller Satz zustande kommt, gibt es im luftleeren Raum so etwas wie ein Prokrustes-Bett aus Kopf- und Fussteil, und was an phonetischem/graphemischem Material in den Kopfteil hineinkommt, ist das Subjekt, und der Rest das Prädikat. Weil das Prädikat aber das Verb des Satzes enthält, das ohne „gefüllte" bzw. „gedeckte" Subjektposition unvollständig ist, kommt Frege zur Definition, dass das Prädikat eine Satzform ist, in die das Subjekt eingesetzt werden muss. Diese Fregesche Vorstellung hat viel später z.B. in der generativen Grammatik Jackendoffs dazu geführt, die VPs als den NPs überlegen zu betrachten. Was sie allerdings nicht bewirkt hat, ist die Einsicht, dass zwar subjektlose Prädikate keine Sätze sein können, prädikatlose Subjekte aber schon (man denke nur an die Imperative). Dass hier allerdings mindestens fünf grammatische Kategorien mit der logischen Funktor/Funktions-Struktur und zudem die letztere mit der Funktion/Argument-Struktur der Logik in einer katastrophalen Weise verwechselt werden, sei hier nur anhand des einfachsten der obigen Beispiele angedeutet:

Max ist müde.

Grammatisch ist „Max" Subjekt, „ist" Kopula und „müde" Prädikat. Nimmt man die Kopula mit Frege ins Prädikat, muss man für „müde" die „Prädikatsergänzung" erfinden, so etwa wie in „Max ist Philosoph" der Philosoph der „Ergänzungs-nominativ" ist. Wie erklärt man dann aber den Unterschied zwischen „Max schläft" und „Max ist am Schlafen"? Sicherlich nicht mit dem nicht hierher gehörenden Hinweis, das letztere sei dialektal. Allerdings auch nicht mit dem Hinweis, das letzte „ist" sei keine Kopula, denn „Max schläft" und „Max ist ein Schläfer" bedeuten genauso wenig dasselbe wie „Alfred trinkt" und „Alfred ist ein Trinker". Soweit denkt sich die grammatische Analyse allerdings mit der vor-Fregeschen logischen. Sie deckt sich jedoch nicht mit der Fregeschen, denn „ist krank" ist keine grammatische Kategorie. Sie deckt sich jedoch mit einer relativ neuen, „informationellen" linguistischen Kategorie, insofern „Max" das Topik oder Thema und „ist krank" das darüber Ausgesagte, den Comment, darstellt. „Max" wäre dann aber nicht grammatisches Subjekt oder semantische Rolle („Agens", „Patiens", usw.), sondern rein pragmatisch als Träger „alter" oder „bekannter" Information eingeführt, und demzufolge nach der binären Fregeschen Satzanalyse „ist krank" die „neue" oder „unbekannte" Information". Mit der Topik-Comment-Analyse deckt sich auch die relative neue Analyse, welche zwischen „salienter" und „nicht-salienter" Information unterscheidet, welche z.B. für die Grammatizitätsopposition von „Das Fahrrad steht neben dem Haus" vs. *"Das Haus steht neben dem Fahrrad" verantwortlich ist.

3. Kurz gesagt, kann man jeden elementaren Satz in einen Satz mit Kopula verwandeln und ihn entweder dreiteilig nach der klassischen logischen Methode von Subjekt – Kopula – Prädikat (vgl. Walther 1979, S. 47) oder zweiteilig nach der Fregeschen logischen Unterscheidung von Funktor und Funktionsausdruck analysieren. Das Problem ist nun aber folgendes: Nehmen wir an, „schläft" sei ein 1-stelliger

Funktor, d.h. wir müssen einen Namen, z.B. „Max", einsetzen, damit aus dem Funktionsausdruck eine Funktion entsteht. Demzufolge soll nach Frege „Max schläft" die funktionelle Struktur „schläft {Max}" = F(x) {x = Max, Hans, Fritz, ...} haben. Das ist allerdings falsch, denn in einem Ausdruck wie

$y = f(x)$

besagen nach einer solchen Analyse die beiden Seiten der Gleichung nicht dasselbe. y „weiss", dass es zwei Dinge (f(x) und den Namen, der für „x" eingesetzt wird) miteinander zu einem Dritten (y) verbindet, aber weder f(x) noch x allein „wissen" das. Genauso wenig genügt es, grammatisch einen Satz in eine Prädikatsstruktur mit Leerform für das Subjekt sowie ein Subjekt zu unterteilen; entsprechend heisst ja die Regel bei Chomsky

$S \rightarrow NP + VP$,

d.h. es sind wieder drei und nicht zwei Glieder. Nun unterscheidet aber die klassische logische Funktionstheorie drei Glieder, nämlich Funktion, freie und abhängige Variable ($y = f(x)$) bzw. Funktion, Funktor und Argument ($F(X) = y$). Und noch eine Überlegung: Ausdrücke wie $S \rightarrow NP + VP$ sind mathematisch gesehen Partitionen, d.h. sie setzen die Disjunktheit der involvierten Teilmengen voraus, es gilt also $f() \cap x = \varnothing$, $NP \cap VP = \varnothing$, Funktor $\cap$ Argument $= \varnothing$, Subjekt $\cap$ Prädikat $= \varnothing$, Topik $\cap$ Comment $= \varnothing$, Vordergrund $\cap$ Hintergrund $= \varnothing$ (Salienz), usw. Das bedeutet aber, dass das Dritte, d.h. der Satz S, wie immer (logisch, grammatisch, informationell) er gefasst wird, mehr als die Summe der beiden Partitionen ist, d.h. z.B. mengentheoretisch

$\{\{1, 2, 3\}\} \neq \{\{1, 2\}, \{3\}\} + \{\{1\}, \{2, 3\}\}$,

und hierin können wir also den Grund ersehen, warum Chomsky einen Pfeil $\rightarrow$ benutzt und nicht etwa $S = NP + VP$ schreibt. Mit Hilfe der Mengenpartitionen ist also bewiesen, dass die Fregesche Funktortheorie falsch ist, denn

schläft {Max} ≠ Max schläft
liebt {Max}, {Grütze} ≠ Max liebt Grütze
schreibt {Max, Almir, Brief} ≠ Max schreibt Almir einen Brief.

Die logische Funktionentheorie ist also von ihrer Natur aus eine 3-stellige Relation, welche Frege in Analogie zur Zweiwertigkeit der klassischen Logik („wahr“ vs. „falsch“) ihrer binären Grundnatur anpassen wollte, und er konnte dies nur dadurch tun, dass er das schwächste Glied neben Subjekt und Prädikat, also die Kopula, über die Klippe springen liess. Die nachfolgenden, wegen des Rausschmisses der Kopula aus der Logik einsetzenden Pseudo-Probleme, z.B. die Unterschiede zwischen Gleichheit, Identität (Selbigkeit), Elementschaft, welche sogar eine ganz absonderliche Spaltung zwischen dem Aussage- und dem Prädikatenkalkül zur Folge hatte (vgl. van den Boom 1981, S. 31 f.), können einfach dadurch aufgelöst werden, dass man mit van den Boom (1981, S. 32) von der triadischen Relation

$$\in' (x, P, \in)$$

ausgeht, worin also zwischen 3-stelligem $\in'$ und 2-stelligem $\in$ unterschieden wird: „Als was soll man die Relation zwischen einem Argument, einer Funktion und einer Funktion-Argument-Relation ansehen? – Als Zeichen!“ (1981, S. 32).

4. Wie van den Boom (1981, S. 32 ff.) richtig darstellt, ist diejenige Kategorie, welche im Peirceschen Zeichen vermittelt, nicht etwa das so verfänglich benannte „Mittel“, sondern es ist der Interpretant, d.h. die logische Drittheit, welche die zweiwertige Logik vermitteln soll. Wir könnten deshalb die Peircesche Zeichenrelation wie folgt darstellen:

$$ZR = (M \leftrightarrow I \leftrightarrow O).$$

Deshalb müsste die Drittheit von der linearen Ordnung der Zeichenstruktur her eigentlich eine Zweitheit sein. Van den Boom weist ferner sehr schön darauf hin, dass die Zweitheit im Grunde eine Erstheit ist, insofern nämlich, als die Erstheit relativ zur Zweitheit a posteriori ist. Wir hätten deshalb ein Zeichenmodell wie etwa das folgende

$$\begin{array}{llll} ZR \; = & \longleftrightarrow & (O \qquad & M) \\ & \updownarrow & & \\ & I & & \end{array}$$

Das bedeutet aber, dass das Zeichen in diesem Fall keine lineare Struktur mehr hat, sondern flächig ist und den Zahlenmustern der polykontexturalen Zahlen folgt (vgl.

Kronthaler 1986, S. 29 ff.). Van den Boom drückt das wie folgt aus: „Drittheit, so dürfen wir uns einmal ausdrücken, sorgt dafür, dass eine bestimmte zweitheit von einer bestimmten Erstheit Notiz nimmt. In echter Drittheit, also Drittheit der Drittheit, ist das Dritte in der Darstellung, das seinem Wesen nach Drittheit repräsent macht, ein Mittleres, Mittel. Dieses Mittel nennt Peirce Repräsentamen" (1981, S. 35). In der linearen Zahlenreihe, etwa den Peanozahlen, ist es ja unmöglich, dass ein Drittes zwischen einem Ersten und einem Zweiten liegen kann, bei flächigen Zahlen stellt das hingegen kein Problem dar.

5. Das Problem, das van den Boom behandelt, ist aber in Wahrheit nur ein Teil eines viel weiter reichenden Problemkomplexes. Wie er eingangs seines Aufsatzes richtig feststellt: „Die Logik der Sprache verweigert sich der Thematisierung durch eine ‚logische' Sprache – sah Wittgenstein. Seine eigene innere Logik kann das Zeichen nicht wie von aussen bezeichnen. Den Logos trotzdem denken, ist der immerdar untaugliche Versuch, ihn auszusprechen. Denken und Sprachen liegen im Widerstreit, wenn das Sprechen, sonst Verlautung von Gedanken, diesen Prozess selber thematisiert. Wo der Logos ein SICH mitteilendes Wort geworden ist, steht er sich selbst im Wege und hat aufgehört, sinnvoller Gedanke zu sein. Die Logik der Mitteilung kann man ohne artistische Kunstgriffe nicht mitteilen" (1981, S. 24).

Wie Peirce sah, benötigte die 2-wertige aristotelische Logik eines logischen Wertes, um einen Vordergrund und einen Hintergrund einer logischen Aussage überhaupt miteinander in Verbindung zu bringen. In einem Satz wie

Max ist müde.
$M \in m$

sind es die 3 Glieder M, $\in$ und m, wobei $\in$, die Kopula, M und m miteinander in Verbindung bringt. Nun ist damit aber noch keine logische Aussage im Sinne eines wahrheitswertigen Satzes erreicht, denn hierzu müssen die drei Glieder selbst wieder vermittelt werden, z.B. in einer suggestiven Darstellung wie der folgenden

$S \rightarrow M, \in, m,$

d.h. die triadische Peircesche Semiotik ist ein Fragment einer tetradischen Semiotik, und erst das 4. Glied, d.h. die 2. Vermittlung, räumt soviel Platz ein, dass die drei Glieder M, $\in$, m zu $S \rightarrow (M \in m)$ geordnet werden können, wobei das Ordnungsprinzip natürlich von S kommt. Das geht aber so weiter usque ad infinitum, denn auch die tetradische Semiotik muss selbst vermittelt sein, d.h. ist als Fragment einer pentadischen Semiotik anzusehen, usw. (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.):

n-ad. ZR = (M, O, I1, I2, I3, ..., In),

denn wie wir gehört haben, ist ja der Interpretant immer dasjenige Relatum, das innerhalb der Relation vermittelt. Anderseits kodiert er aber auch die Subjekts-position, und bereits eine Logik mit 2 Subjekten, d.h. eine 3-wertige Logik, ist polykontextural. Auf diese Weise ergibt sich also ein einheitliches Fortschreiten zwischen einer n-adischen Logik und einer n-adischen Semiotik, insofern als sich die Stellenwertigkeit beider stets entsprechen.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Strukturen semiotischer Vermittlung

1. Gegeben sei die Form- und die Inhaltsseite eines Zeichens, d.h. der bezeichnende Mittelbezug und der bezeichnete Objektbezug

M; O.

Sie zusammen machen, wie Peirce dargestellt hatte, noch kein Zeichen aus, insofern es eines vermittelnden Dritten bedarf. Nach van den Boom (1981) ist der Interpretantenbezug dieses „Mittel“, und zwar vermittelt er zwischen Erstheit und Zweitheit. Ferner hat van den Boom gezeigt, dass die Zweitheit im Grunde eine Erstheit ist, insofern nämlich, als die Erstheit relativ zur Zweitheit a posteriori ist. Wir bekommen damit also das leicht veränderte triadische Peirceschen Zeichenmodell

ZR = (O, I, M).

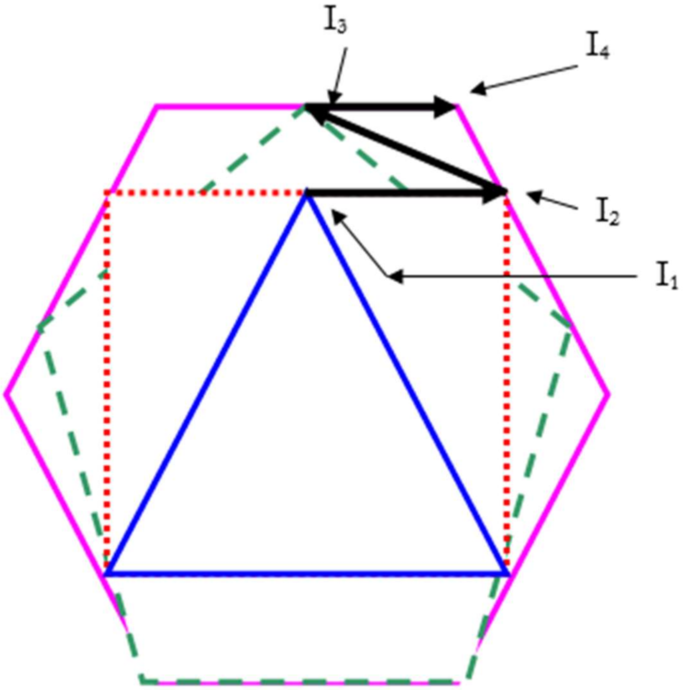
Auch diese drei „Fundamentalkategorien“ bedürfen jedoch der Vermittlung, d.h. eines zweiten Interpretanten:

ZR2 = ((O, I, M), I).

Wendet man dieses Vermittlungsverfahren n-mal an, so erhält man

ZRn = ((O, I, M), I1 ... In),

und das ursprüngliche semiotische Dreieck verwandelt sich in ein n-Eck:



Hex. ZR = (M, O, I_1, I_2, I_3, I_4)

2. Mit der Erweiterung des triadischen zu einem tetradischen, pentadischen, hexadischen, ..., n-adischen Zeichenmodell wächst natürlich auch die Anzahl der Zeichenklassen, ferner treten in den zugeordneten Realitätsthematiken Thematisationsstrukturen auf, die aus den Trichotomien der klassischen Triaden unbekannt sind (vgl. Toth 2008, S. 214 ff.). Die grosse Frage ist natürlich, ob man die Trichotomien, die seit der Erfindung der semiotischen Matrix durch Bense begründungslos vorausgesetzt werden, überhaupt braucht. Trichotomien sind ja definitionsgemäss „Zwischenstufen" von Kategorien (Walther 1979, S. 49). Nun dienen Kategorien dazu, „Grundmerkmale des Seienden" auszudrücken. Mathematisch gesehen sind sie somit Äquivalenzklassen. Die die Kategorien Triaden sind – sind damit die Trichotomien Teilmengen von Äquivalenzklassen? Und was soll das sein? Ein „kartesisches Produkt" wie <2.1> drückt eine „Erstheit der Zweitheit" aus bzw., modal interpretiert, <WM>, eine „Möglichkeit der Wirklichkeit". Die Frage ist, was das überhaupt sein soll: eine Möglichkeit? eine Wirklichkeit? Was ist der Unterschied der dualen Paare <1.2> und <2.1>, also der Unterschied zwischen der Wirklichkeit der Möglichkeit und der Möglichkeit der Wirklichkeit? Und weshalb wird das Abbild, das iconische Zeichen, „modalontologisch" als Möglichkeit der Wirklichkeit, das Signal, das Sinzeichen aber das Wirklichkeit der Möglichkeit bezeichnet? Sind somit Signale und Icone dual zueinander? Bestimmt nicht.

Wie immer man sich entscheidet – ob für Zeichenmodelle mit oder ohne Trichtomien -, es hat einen Einfluss auf die Zahl der Zeichenklassen, die man bekommt. Ich gebe hier abschliessend die Berechnungsschlüssel für die entsprechenden Anzahlen n-adischer m-otomischer Zeichenklassen ohne Inklusionsbeschränkungen:

n-ad.	m-otom.	Anzahl Zkln
3	3	$3 \circ 3 \circ 3 = 27$
3	4	$4 \circ 4 \circ 4 = 64$
3	5	$5 \circ 5 \circ 5 = 125$
3	6	$6 \circ 6 \circ 6 = 216$
4	3	$3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 = 81$
4	4	$4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 = 256$
4	5	$5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 = 625$
4	6	$6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 = 1'296$
5	3	$3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 = 243$
5	4	$4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 = 1'024$
5	5	$5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 = 3'125$
5	6	$6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 = 7'776$
6	3	$3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 \circ 3 = 729$
6	4	$4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 \circ 4 = 4'096$
6	5	$5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 \circ 5 = 15'625$
6	6	$6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 \circ 6 = 46'656$

...

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Vermittlungsstrukturen n-adischer Zeichenklassen mit $n \geq 3$

1. In Toth (2009) wurde van den Booms (1981) Vorschlag aufgenommen, der Peirceschen Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema zugrunde zu legen:

$$\begin{array}{ccc} M & \leftarrow & O \\ & & \uparrow \\ & & I \end{array}$$

woraus man zu folgendem linearisiertem Zeichenmodell kommt:

ZR = (O, I, M).

Wird jedoch ZR selbst vermittelt, so kann dies natürlicherweise wiederum nur durch ein weiteres Mittel, d.h. einen weiteren Interpretanten I‘ gelingen. Da offenbar der Index der Vermittlung mit dem Index des vermittelten Zeichens ansteigt ($ZRn \cong In$), sieht also das m-te vermittelte Zeichen wie folgt aus:

ZRm = ((O, I, M), Im) mit n = (m-1).

2. Im folgenden wollen wir uns die Vermittlungsstrukturen anschauen. Da I‘ ein I, ein I“ sowohl I‘ als auch I usw. vermittelt und die Vermittlung natürlich innerhalb der betreffenden Zeichenrelation stattfinden muss, bekommen wir für I1 bis und mit I4:

$2 \rightarrow \quad 3 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow \quad 3 \rightarrow 2$

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$
$2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 3 \to 2$

$2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6 \to 2$

$2 \to 3 \to 4 \to 6 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 4 \to 6 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 5 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 3 \to 6 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 5 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 3 \to 6 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 3 \to 6 \to 2$

$2 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 5 \to 6 \to 3 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 4 \to 6 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 4 \to 6 \to 2$

$2 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 3 \to 6 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 3 \to 6 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 3 \to 6 \to 2$

$2 \to 5 \to 4 \to 6 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 4 \to 6 \to 3 \to 2$

$2 \to 5 \to 6 \to 3 \to 4 \to 1$

$1 \to 5 \to 6 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 5 \to 6 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 5 \to 6 \to 4 \to 3 \to 2$

$2 \to 6 \to 3 \to 4 \to 5 \to 1$

$1 \to 6 \to 3 \to 4 \to 5 \to 2$

$2 \to 6 \to 3 \to 5 \to 4 \to 1$

$1 \to 6 \to 3 \to 5 \to 4 \to 2$

$2 \to 6 \to 4 \to 3 \to 5 \to 1$

$1 \to 6 \to 4 \to 3 \to 5 \to 2$

$2 \to 6 \to 4 \to 5 \to 3 \to 1$

$1 \to 6 \to 4 \to 5 \to 3 \to 2$

$2 \to 6 \to 5 \to 3 \to 4 \to 1$

$1 \to 6 \to 5 \to 3 \to 4 \to 2$

$2 \to 6 \to 5 \to 4 \to 3 \to 1$

$1 \to 6 \to 5 \to 4 \to 3 \to 2$

Da jede Vermittlung also 2 und nicht nur 1 Basisstruktur hat, ergeben sich mit wachsender Fakultät 2 mal 1! = 2, 2 mal 2! = 4, 2 mal 3! = 12 , 2 mal 4! = 48, also für ZRn 2 mal n! Vermittlungsstrukturen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Der "anonyme Vierte" in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009 van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zs. für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Eine Möglichkeit, semiotische Quaternionen zu konstruieren

1. Die Normalform einer komplexen Zeichenklasse ist nach Toth (2009b)

ZR = (x + yi) = <<±3.±ai>, <±2.±bi>, <±1.±ci>>.

Damit können also sämtliche Zeichenrelationen in einer Gaussschen Zahlenebene mit reeller Abszisse und imaginärer Ordinate dargestellt werden.

Nun war in Toth (2009a) gezeigt worden, dass bei der Vermittlung triadischer Zeichenklassen im einfachsten Fall von

ZR2 = ((O, I, M), I)

auszugehen ist (vgl. van den Boom 1981). Wendet man dieses Vermittlungsverfahren n-mal an, so erhält man also

ZRn = ((O, I, M), I1 ... In),

wendet es man es 2mal an, so bekommen wir eine hexadische Semiotik der allgemeinen Form

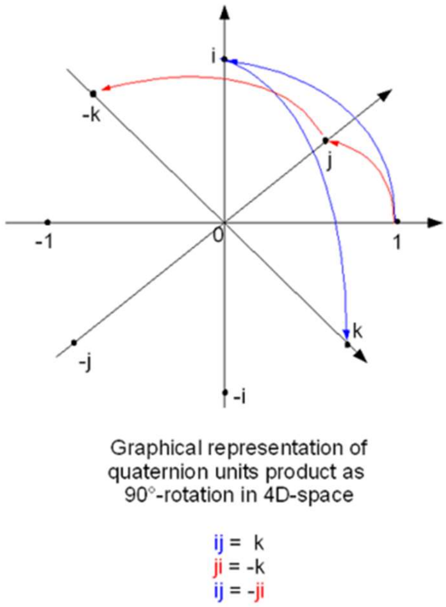
ZR5 = ((O, I, M), I1, I2)

mit zwei zusätzlich Interpretanten. Das eingebettete Zeichen ist natürlich wieder als komplexe Zahl, wie oben gezeigt, darstellbar, aber die erklärenden (mediativen) Interpretanten gehören möglicherweise anderen Komplexitätsstufen an. Unter der Annahme, dass dies richtig ist, bekommen wir also

ZR5 = <<±5. ±ak>, <±4. ±bj>, <±3. ±ci>, <±2. ±di>, <±1. ±ei>>.

Die 4 Freiheitsgrade des Quaternions drücken sich somit 1. in den „Skalaren" (5.), (4.), (3.), (2.) und (1.), 2. in den 3 komplexen Zahlen i, j, k aus, wobei bei der obigen Darstellung das ursprüngliche komplexe Zeichen erhalten bleibt (<±3. ±ci>, <±2. ±di>, <±1. ±ei>).

Semiotische Quaternionen können sodann auf die übliche Weise in einem 4-dimensionalen Raum dargestellt werden:



Bibliographie

Toth, Alfred, Strukturen semiotischer Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Komplexe semiotische Analyse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Selbstgrenzen, Identität und Eigenrealität

1. Der Verlust von Selbstgrenzen wird von Mitterauer (2002) u.a. für die Entstehung von Schizophrenie verantwortlich gemacht. Genauer ist unter Selbstgrenze die Grenze zwischen einem Ich und seiner Umgebung zu verstehen. Nun hat das Ich als Subjektposition in der Subjekt-Objekt-Alternative der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik aber gar keine Möglichkeit, eine Umgebung aufzubauen, denn dazu fehlt ihm mindestens ein Vermittlungswert. Dieser Vermittlungs- oder mediative Wert wird von Günther auch als Rejektions- oder Transjunktionswert bezeichnet, und seine Funktion besteht darin, eine binäre Alternative einer aristotelischen Logik als ganze zu verwerfen. Rejektion besteht somit nicht etwa darin, was Mitterauer offenbar annimmt, zwischen „feasible" und „non-feasible" Konzepten zu unterscheiden, sondern primär darin, mehr logischen Spielraum dadurch zu schaffen, dass einer Logik mehr Subjektplätze beschafft werden. Die Konsequenz hieraus ist natürlich die Elimination des logischen Identitätssatzes und damit die Öffnung der Kontexturgrenzen zwischen Subjekt und Objekt oder, semiotisch gesprochen, Zeichen und Objekt.

2. Da das Objekt eines Zeichens wie das Zeichen selbst nach Peirce nur vermittelt, und zwar im Rahmen eines dualen Repräsentationssystems, auftreten kann, ergibt sich als erste Möglichkeit zur semiotischen Bestimmung der Umgebung eines durch die Zeichenthematik ausgedrückten Subjektes seine duale Realitätsthematik, die also die vermittelte Objektthematik darstellt. Formal:

Vermittlung der Subjektposition durch Zeichenthematik:

$\mathrm{Zkl} = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

Vermittlung der Objektposition durch Realitätsthematik:

$\mathrm{Rth} = \times\mathrm{Zkl} = \times(3.a\ 2.b\ 1.c) = (c.1\ b.2\ a.3)$.

Hiermit kann also ein Zeichen (z.B. „Meerjungfrau") in Bezug auf seinen Realitätsgehalt „getestet" werden.

3. Grundsätzlich ist es so, dass Zeichen nicht nur aus Objekten bestehen, welche durch Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9) zu Zeichen erklärt werden, sondern als

Ursprung von Zeichen können auch vorgängige Zeichenprozesse selbst stehen (Toth 2009), etwa dann, wenn Schlange und Vogel zum Drachen oder Mädchen und Fisch zur Nixe gekreuzt werden. In diesen Fällen wird ja nicht ein in der Realität beobachtbares Objekt zum Zeichen erklärt, sondern Versatzstücke der objektalen Realität werden in einem Zeichenprozess amalgamiert und dann zum Zeichen erhoben. Diese Fälle sind jedoch im Hinblick auf Krankheitsindizien insofern harmlos, als niemand wirklich an deren Existenz glaubt, sie sind also blosse Ausdrücke von Zeichenkreativität und insofern nicht radikal neu, als sie ja, wie gesagt, aus Versatzstücken der Realität bestehen. Fundamental neue Formen von Realität können auf diesem Wege der Semiose aus Zeichenprozessen prinzipiell nicht gewonnen werden, denn dies würde voraussetzen, dass wir imstande wären, radikal verschiedene Formen von Realität wahrnehmen zu können als diejenige, welche uns umgibt und deren Teil wir sind.

4. Ganz anders wird es allerdings, wenn an die reale Existenz solcher Gedankenzeichen oder „Zeichen aus dem Nichts", wie sie Berkeley genannt hatte, glaubt wird. Es handelt sich dann nämlich nicht mehr um repräsentative, sondern um präsentative Zeichen. Ein Schauspieler, der Julius Caesar spielt, repräsentiert ihn in seiner Rolle, aber ein „Kranker", welcher allen Ernstes glaubt, Julius Caesar (oder dessen Reinkarnation) zu sein, präsentiert ihn, kurz: er IST Julius Caesar. Das semiotisch und kybernetisch sowie logisch Bemerkenswerte hieran ist allerdings, dass dieser Unterschied zwischen Präsentation und Repräsentation nur dann gilt, wenn sowohl der Betroffene wie seine Umgebung einer 2-wertigen aristotelischen Logik angehören. Denn sobald wir auch nur einen 3. Wert haben, ist ja die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt offen, was die beliebige Austauschbarkeit von Zeichen und Objekt impliziert. Das der Identitätssatz eliminiert ist, mag jemand nicht nur Julius Caesar, sondern gleich noch Hitler, Mussolini und Stalin sein, denn auch die Individualität fällt, wo das Identitätsgesetz fällt (vgl. Günther 1957). Streng genommen kann dann allerdings auch nicht mehr zwischen Zeichen und Objekt unterschieden werden, denn woran soll man das Zeichen in einer Semiotik erkennen, deren Objekte nicht transzendent und also gerade durch eine bestehende Kontexturgrenze erkenntlich sind?

5. Formal ist also etwa die Person Hans Müller eigenreal, insofern als die ebenfalls auf Aristoteles zurückgehende Persönlichkeitskonzeption eine Idem-Hic-et Nunc-Origo voraussetzt, d.h. eine Person kann zur selben Zeit nur an einem Ort sein und nicht mehrfach auftreten. Es gibt also in einer 2-wertigen Logik keine Doppelgänger, weil das Identitätsprinzip nicht aufgehoben ist. Das Auftreten von Doppelgängern ist also primär ein Indiz für eine nicht-aristotelische Logik und nur in 2-wertigen

Systemen ein Indiz für Krankheit. Wie bereits Günther (1954) nachgewiesen hatte, gilt aber die 2-wertige Logik nicht einmal in subatomaren Systemen. 2-wertig gilt aber z.B.

Zkl (Hans Müller) = (3.11 2.21 1.31)
Zkl (Napoleon) = (3.12 2.22 1.32)

mit

Hans Müller ≠ Napoleon

und

(3.11 2.21 1.31) ≠ (3.12 2.22 1.32).

Heben wir aber die Kontexturgrenzen auf, kann es sein, dass wir

(3.11,2 2.21,2 1.31,2)

bekommen, also eine Person, die gleichzeitig Hans Müller und Napoleon ist. Wir haben also zwei Subjekte und damit eine mindestens 3-wertige Logik. Der Übergang zu höherwertigen logischen und semiotischen Systemen schliesst verhindert also sozusagen 2-wertige Abnormitätenkabinette. Rejektion führt neue Werte in die aristotelische Logik ein und realisiert somit Intentionen anstatt sie zu verhindern.

6. Welches sind aber die Umgebungen von Hans Müller, Napoleon und Hans Müller-Napoleon? Wir hatten oben als eine erste Möglichkeit semiotischer Umgebungen die dualen Realitätsthematiken angeführt. Bei kontexturierten Zeichenklassen kommt somit ausserdem die von Kaehr als heteromorphismisch bezeichnete Umgebung der umgetauschten Kontexturenzahlen dazu, vgl.

×(3.11,2 2.21,2 1.31,2) = (3.12,1 2.22,1 1.32,1)

bzw. allgemein

$\times(3.a\alpha,\beta\ 2.b\gamma,\delta\ 1.c\varepsilon,\zeta) = (c.1\zeta,\varepsilon\ b.2\delta,\gamma\ a.3\beta,\alpha)$.

Hier ergibt sich also als zusätzliche Möglichkeit der Realitätstestung die Bestimmung des Verhältnisses von Morphismen zu ihren Heteromorphismen. Dass hier kein einfaches Vorwärts-Rückwärts-Verhältnis vorliegt wie in dem pädagogisch intendierten Beispiel Kaehrs, dass dasselbe Stück Wegs hinter dem Auto herauskommt, wenn ich von A nach B fahre, wie vorne „gefressen“ wird (Kaehr 2009, S. 16 ff.) bzw. dass ich B soweit nähere wie ich A verlasse, ergibt sich schon dann, wenn z.B. in 4 Kontexturen bereits 3 Kontexturenzahlen mit 3! = 6 Permutationen auftreten, und dem einen Morphismen (α, β, γ) also die 5 Heteromorphismen (α, γ, β), (β, α, γ), (β, γ, α), (γ, α, β), (γ, β, α) gegenüberstehen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Dreiwertige Logik und die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation. Zürich 1954, Digitalisat: http://www.vordenker.de/ggphilosophy/gg_heisenberg-relation.pdf

Günther, Gotthard, Ideen zu einer Metaphysik des Todes. In: ders., Beiträge zur Grundlegung einer operatonsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980, S. 1-13

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2009, Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Mitterauer, Bernhard, Too soon on earth. Towards an interdisciplinary theory of schizophrenia. http://www.sbg.ac.at/fps/people/Mitterauer/Too%20soon%20on%20earth.pdf (2002)

Toth, Alfred, Zeichen aus dem Nichts? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Was ist überhaupt ein Zeichen?

1. Mein 4-bändiges Werk „Ontologische, disponible und semiotische Kategorien“ musste ich bedauerlicherweise mit der höchst pessimistischen Feststellung abschliessen: “Im Grunde weiss niemand, was eigentlich ein Zeichen ist“ (Toth 2009, S. 2124). Wenn ich ein Etwas nehme und es zum Zeichen erkläre, dann bleibt zwar dieses Etwas bestehen, da nach dem Benseschen Invarianzprinzip (Bense 1975, S. 39 ff.) das Zeichen sein Objekt nicht beeinflussen kann, allerdings ist aber dieses Etwas gleichzeitig „kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu Etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“ (Bense 1967, S. 9). Dieses semiotische Dilemma hat nun drei Implikationen:

1. Wenn das Objekt ist, dann muss das Zeichen notwendigerweise nicht sein, d.h. das Zeichen existiert nicht.

2. Wenn das Objekt durch ein anderes Objekt substituiert wird, d.h. wenn das Substituens nicht das Nichts und das Substituendum nicht das Sein ist, so muss das Substituens ein Anderes Sein sein. Dann ist aber das Zeichen selbst wiederum ein Objekt.

3. In einer 2-wertigen Logik, in der es keine Vermittlung gibt, sind die genannten 2 Alternativen die einzigen: das Zeichen als Anderes ist entweder das Nichts oder ein anderes Sein. Geht man hingegen von einer 3-wertigen Logik aus, kann man die zusätzliche Subjektposition als Mediativum zwischen Objekt und Zeichen einsetzen.

2.1. Das Schema für diese Alternative sieht wie folgt aus:

Objekt	Zeichen
Objekt	Subjekt
Sein	Nichts

2.2. Diese Alternative führt zu einem circulus vitiosus, denn wenn ich das Objekt statt durch das Zeichen durch ein Objekt erkläre, muss ich ja das zweite Objekt zu ein drittes, das dritte durch ein viertes ... ersetzen, ohne dass ich je zum Punkt komme, wo ich die Reihe durch ein Zeichen abbrechen kann. Das (n+1)-te Objekte trägt gar nichts zur Zeichenwerdung des n-ten Objektes bei, so dass dieser Umweg nicht nur zirkulär, sondern vollkommen sinnlos ist. Damit fällt also diese 2. Alternative weg.

2.3. Obwohl Bense im selben Buch feststellte: „Die semiotische Denkweise ist keine strukturelle“ (1975, S. 22), d.h. die Semiotik klar als monokontextural auswies, geht er bei der folgenden Definition des Zeichens von einer Vermittlung und damit von einer mindestens 3-wertigen polykontexturalen Logik aus: Das Zeichen vermag „die Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein (...) zu thematisieren“ (1975, S. 16). Das Zeichen ist hier also nicht einfach das Nichts der Subjektivität, sondern eine Funktion über den zwei Variablen Objektivität und Subjektivität, vergleichbar der Hegelschen Bestimmung des Werdens. Eine sehr ähnliche Konzeption findet sich auch ein Jahr später, wenn Bense die Repräsentativtät als Funktion zwischen Ontizität und Semiotizität definiert. Der Unterschied zwischen den beiden Konzeptionen besteht darin, dass nach der ersten das Zeichen zwischen ontologischen und nach der zweiten zwischen semiotischen Kategorien vermittelt. Danach ist also Repräsentativität eine Vermittlung der Vermittlung.

3. Von unseren ehemals drei Alternativen sind also die folgenden beiden übriggeblieben: Das Zeichen ist entweder ein Nichts. Dann aber kann man in einer monokontexturalen Welt nichts mehr dazu sagen, es ist unbestimmbar, und die Aussage, dass das Zeichen als Substituens eines Etwas notwendig das Nichts sein muss, ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass das Zeichen nicht existiert, dass es keine Zeichen gibt. Oder aber das Zeichen ist eine zwischen Sein und Nichts, zwischen Objekt und Subjekt vermittelnde Funktion. Dann aber ist es nach Günther ebenfalls ein Nichts, nur ein Nichts, das sich in mindestens zwei statt nur einer Subjektposition abspielt. Im Gegensatz zum Nichts einer 2-wertigen aristotelischen Logik ist das Nichts einer 3-wertigen nicht-aristotelischen Logik strukturierbar, und es ist desto besser strukturierbar, je höher die Anzahl der zur Verfügung stehenden ontologischen Orte, d.h. Subjektpositionen sind. Für diese beiden Alternativen sind nun kürzlich Lösungen vorgeschlagen worden.

3.1. Die erste Lösung besteht darin, das monokontexturale Nichts der Zeichen dadurch zu strukturieren, dass man es kontexturiert (Kaehr 2008). Das grosse Problem besteht hier allerdings darin, dass man zuerst die Zeichenklassen bzw. die semiotischen Kategorien haben muss, aus denen das Nichts des Zeichens besteht, bevor man seine monokontexturale Struktur auflösen bzw. „disseminieren“ kann. Welches sind aber die Kategorien des Nichts? Bisher gab es nur Kategorien des Seins, und eine Metaphysik des Todes ist trotz Günther (1957) und Toth (2007) weiterhin ein Desiderat. Dass der Trick aber funktioniert, so zu tun, als gäbe es Kategorien des Nichts, d.h. die semiotischen Fundamentalkategorien, ist im Grunde ganz erstaunlich. Ein (theoretisch allerdings nicht sehr weit führender) Versuch der Einführung explizit negativer Kategorien wurde bereits in Toth (2001) gemacht.

3.2. Die zweite Lösung besteht darin, die Peircesche Semiotik direkt auf den Kenogrammen und Morphogrammen, den Strukturationen des Nichts, aufzubauen (Toth 2003, 2009a-e). Hier wird also die folgende Feststellung Kronthalers berücksichtigt: „Die Repräsentationszeichen sind Zeichen für anderes, die Keno'zeichen' sind Zeichen an sich und für sich sowie für anderes" (1986, S. 19). Kenogramme markieren als Platzhalter von Qualitäten die ontologischen Orte, wo logische, mathematische und semiotische Werte eingeschrieben werden können, sie selbst aber „sind" nur in ihrer Relationalität, d.h. sie markieren die Spur bzw. die Differenz selbst, von der Derrida gesagt, sie existiere nicht (Barthes/Derrida, in: Foucault 1968, S. 60). Die Ebene der Keno- und Morphogramme ist also die Ebene der semiotischen Präsentation, die in der Semiotik nur bereits repräsentiert im semiotischen Teilsystem der Realitätsthematiken angesiedelt wurde (vgl. Bense 1975, S. 84).

3.3. Die konkrete Lösung sieht also so aus:

3.3.1. Wir nehmen an, dass es das Nichts gibt (das folgt daraus, dass angenommen wird, dass es das Sein gibt), und dass sich dieses Nichts in seiner Negativität strukturieren lässt. Als Bausteine dieser Struktur setzen wir die von Günther (1976-80) eingeführten Kenogramme, die sich zu Morphogrammsequenzen beliebiger Länge, den Kontexturen, zusammensetzen lassen, wobei von den sechs mathematischen Schadach-Transformationen (vgl. Mahler 1993, S. 46) drei zu der Unterteilung jeder Kontextur in Proto-, Deutero- und Trito-Struktur führen, abhängig von der Art der Wiederholung der Kenozeichen in den Sequenzen (vgl. Kronthaler 1986, S. 20 ff.).

3.3.2. Da wir eine triadische Semiotik im Auge haben, wählen wir Morphogramme der Kontextur K = 3. Nach 3.3.1. ergeben sich folgende drei Strukturen:

3.3.2.1. Proto-Struktur

000
001
012

card(Proto) = 3

3.3.2.2. Deutero-Struktur

000
001
012

card(Deut) = card(Proto) = 3

3.3.2.3. Trito-Struktur

000
001
010
011
012

card(Trit) = 5

3.3.3. Anstatt nun die Kenogramme mit den natürlichen Zahlen $\mathbb{N} \cup \{0\}$ zu belegen und zu einer Mathematik der Qualitäten zu gelangen, oder anstatt sie mit logischen Werten {0, 1, 2, 3, ..., n}zu belegen, um zu einer polykontexturalen Logik zu gelangen, belegen für die drei Kenosymbole 0, 1, 2 bzw. □△✡ mit logisch-erkenntnistheoretischen Relationen, wobei z.B. gelte

0 → Es
1 → Ich
2 → Du

Wir bekommen dann folgende belegte Proto-, Deutero- und Trito-Struktur:

PS = DS	TS
000 → EsEsEs	000 → EsEsEs
001 → EsEsIch	001 → EsEsIch
012 → EsIchDu	010 → EsIchEs
	011 → EsIchIch
	012 → EsIchDu

Wie man erkennt, wird also in allen drei Wiederholungsstrukturen die reine objektale Es-Struktur bis hin zur maximalen Subjektstruktur mit Gleichverteilung der drei logisch-erkenntnistheoretischen Relationen aufgebaut. Im Falle der 4-kontexturalen tetradischen Trito-Semiotik mit dem Zusatzwert

3 → Wir

hätten wir dann:

0000 → EsEsEsEs
0001 → EsEsEsIch
0010 → EsEsIchEs
0011 → EsEsIchIch
0012 → EsEsIchDu
0100 → EsIchEsEs
0101 → EsIchEsIch
0102 → EsIchEsDu
0110 → EsIchIchEs
0111 → EsIchIchIch
0112 → EsIchIchDu
0120 → EsIchDuEs
0121 → EsIchDuIch
0122 → EsIchDuDu
0123 → EsIchDuWir

3.3.4. Ist man nun auf der maximalen 3-kontexturalen (oder 4-kontexturalen) Stufe angelangt, kann man die logisch-erkenntnistheoretisch Funktionen mit semiotischen Werten belegen. Eine „natürliche" Belegung ist:

0 → Es → Objektbezug
1 → Ich → Interpretantenbezug
2 → Du → Mittelbezug

Erklärungsbedürftig ist lediglich die Zuweisung des logisch-erkenntnistheoretischen Du zum semiotischen Mittelbezug. Dieser wird hier als objektives Subjekt und damit als Vermittlung zwischen Objekt- und Interpretantenbezug aufgefasst, also genauso wie dies Peirce mit seiner Bezeichnung des „Repräsentamen“ für den Mittelbezug intendierte und wie dies in Benses semiotischer Konzeption des Kommunikationsschemas geschehen ist, wo der Mittelbezug als zwischen Sender-Objektbezug und Empfänger-Interpretantenbezug vermittelnder Kanal fungiert (Bense 1971, S. 40).

3.3.5. Es wäre nun allerdings falsch, würden wir sogleich die numerischen semiotischen Werte in die obigen Abbildungsreihen einsetzen. Wir müssen uns vielmehr bewusst sein, dass die Notation der qualitativen Zahlen als 000, 001, ..., 012 ja rein konventionell ist und dass wegen der Struktur- statt Zeichenäquivalenz auf der Kenogrammebene ja z.B. gilt

$000 \cong 111 \cong 222 \cong 333 \cong ...$

Wenn wir also z.B. die folgenden üblichen Zuweisungen zwischen den semiotischen Bezügen und den numerischen Kategorien vornehmen:

0 → Es → Objektbezug → 2
1 → Ich → Interpretantenbezug → 3
2 → Du → Mittelbezug → 1,

dann gilt natürlich wegen der Strukturäquivalenz im Prinzip beliebiger Austausch der qualitativen Zahlen, solange sie die Struktur nicht angreifen, d.h. wir bekommen mit den Zuweisungen z.B.

000 → (111, 222, 333)
001 → (112, 113, 223)
012 → (123)

Wenn wir festsetzen, dass die so erzeugten eindeutig-mehrmöglichen Abbildungen der qualitativen Zahlen auf die semiotischen Werte die trichotomischen semiotischen Werte sein sollen, dann erhalten wir wegen der Konstanz der triadischen Werte sowie ihrer Ordnung in jeder der 10 Peirceschen Zeichenklassen (3.x 2.y 1.z) mit $x, y, z \in \{.1, .2, .3\}$:

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)
001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)
011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

$012 \rightarrow (3.1\ 2.2\ 1.3)$

und somit sämtliche 10 Peirceschen Zeichenklassen zuzüglich die irregulären Zeichenklassen

$010 \rightarrow (3.1\ 2.2\ 1.1), (3.2\ 2.3\ 1.2)$.

Was wir also bekommen, wenn wir, startend mit der Strukturierung des Nichts durch Morphogramme und Belegung der Morphogramme zuerst mit logisch-erkenntnistheoretischen und dann mit semiotischen Werten, sind die 10 Peirceschen Trichotomien, d.h. die Realitätsthematiken! Ferner sehen wir, dass diese einfach dadurch entstehen, dass sie als Sekundärwerte in einer „Prokrustes-Bett" der Ordnung

$a > b > c$ sowie $a, b, c \in \{1., 2., 3.\}$

gesteckt werden. Zeichenthematiken sind damit abgeleitete Realitätsthematiken, und diese entstehen durch Belegung des strukturierten Nichts! Da jedoch die numerischen semiotischen Werte nicht wie die numerischen Werte der natürlichen Zahlen für sich selbst stehen, sondern für die bereits abgeleiteten Kategorien Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug, war es nötig, die qualitativen Zahlen zunächst durch primäre logisch-erkenntnistheoretische Relationen zu belegen.

4. Kurzer Ausblick. In dem hier präsentierten semiotischen Modell, das die im Titel gestellte Frage „Was ist überhaupt ein Zeichen" zu beantworten versucht, sind wir also von den Kenogrammen ausgegangen und bei den Realitäten der Zeichen gelandet, während semiotische Modelle üblicherweise mit den Objekten beginnen und eine mehr oder minder mysteriöse „thetische Einführung" der Zeichen (Bense/Walther 1973, S. 26) voraussetzen, welche die Semiose vom Objekt zum Zeichen im Sinne der „Metaobjektivierung" vollziehen (Bense 1967, S. 9). Dadurch gerät man aber in Not, denn man transformiert damit ein Etwas in ein Nichts, das angeblich ein Zeichen für dieses Etwas sein soll. Das führt, wie eingangs gezeigt, nicht nur zu circuli vitiosi, sondern zu barem Nonsens. Da das Zeichen tatsächlich ein Nichts ist, strukturieren wir daher dieses Nichts auf der tiefsten präsentationellen Ebene der Kenogrammatik und transformieren es schrittweise bis hinauf zur repräsentationellen Semiotik. Man darf sich also mit Recht fragen, ob nicht die Güntherschen „Wörter" der „Negativsprache" (vgl. Günther 1978, S. 307 ff.), die sich durch Hamiltonkreise sowie „Permutogramme" (vgl. Thomas 1994) darstellen

lassen, in Wahrheit die Zeichen selbst sind. Das semiosische Modell einer polykontexturalen, d.h. auf qualitativen anstatt quantitativen Zahlen beruhenden Semiotik führt somit vom Kenogramm zum Zeichen, und seine Umkehrung ist die Kenose, während das semiosische Modell der monokontexturalen Semiotik vom Objekt zum Zeichen, aber möglicherweise nie mehr zurückführt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Foucault, Michel, Théorie d'ensemble. Paris 1968

Günther, Gotthard, Ideen zu einer Metaphysik des Todes. In: Archiv für Philosophie 7, 1957, S. 335-347

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Thomas, Gerhard G., On Permutographs II. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), Gotthard Günther – Technik, Logik, Technologie. München 1994, S. 145-165

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff/Wihalm, Gloria (Hrsg.), Myths, Rites, Simulacra. Proceedings of the 10th International Symposium of the Austrian Association for Semiotics. Bd. I. Wien 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Ontologische, disponible und semiotische Kategorien. 4 Bde. Klagenfurt 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie III. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie IV. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009e
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie V. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009f

Auf dem Weg zu einem vollständigen semiotischen Modell

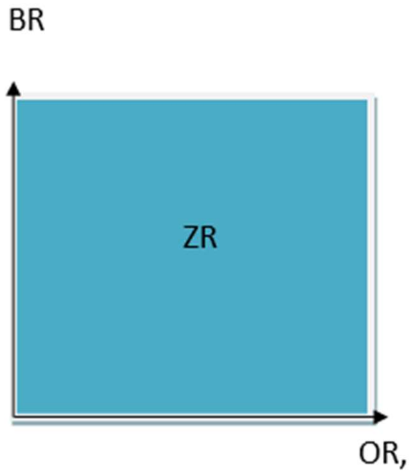
1. Wie jeder weiss, ist nach Peirce das Zeichen eine triadische Relation über einer monadischen (M), einer dyadischen (O) und einer triadischen Relation (I)
ZR = 3(1M, 2O, 3I)

mit

M1 = {1M1M, 1M2O, 1M3I)
O2 = {2O1M, 2O2O, 2O3I}
I3 = {3I1M, 3I2O, 3I3I}.

2. In Toth (2008a) wurde ferner die semiotische Objektrelation eingeführt als triadische Relation über drei triadischen Relationen (vgl. Bense/Walther 1973, S. 71)
$OR = 3(3\mathit{m}, 3\Omega, 3\mathfrak{I})$
mit
$\mathit{m}3 = \{3\mathit{m}3\mathit{m}, 3\mathit{m}3\Omega, 3\mathit{m}3\mathfrak{I})$
$\Omega 3 = \{3\Omega 3\mathit{m}, 3\Omega 3\Omega, 3\Omega 3\mathfrak{I}\}$
$\mathfrak{I}3 = \{3\mathfrak{I}3\mathit{m}, 3\mathfrak{I}3\Omega, 3\mathfrak{I}3\mathfrak{I}\}.$
Beispiele für OR sind alle perzipierten und daher durch das erste (objektive) unserer beiden Filtersysteme (vgl. Joedicke 1985, S. 10) wahrgenommenen Objekte. (Das zweite, subjektive, Filtersystem ist verantwortlich für den Übergang OR → ZR.)

3. Wenn die Relata von OR reale Teile der objektiven, d.h. physischen Welt sind, und die Relata von ZR mediative Relata „der Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ (Bense 1975, S. 16), so folgt, dass wir von einer weiteren triadischen Relation von subjektiven, d.h. rein bewusstseinsmässigen Relata ausgehen müssen:
BR = 3(3מ, 3 ו, 3 י),
wobei das Mem an das Mittel, das Waw (Träger der o-Laute) an das Objekt und das Jod an den Interpretanten erinnern sollen. Da BR nichts anderes als die dematerialisierte OR (bzw. OR die materialisierte BR) ist, müssen BR und OR relational identisch sein, d.h. es handelt sich in beiden Fällen um triadische Relationen über drei triadischen Relationen. Wir können das also in dem folgenden Diagramm darstellen:



wobei also gilt
ZR = f(OR, BR)
OR = f(ZR, BR)
BR = f(OR, ZR)
mit den beiden Grenzwert-Fällen
OR = f(ZR, Ø)
BR = f(Ø, OR).
Die semiotische Nullrelation ist demnach gegeben durch
Ø = f(Ø, Ø),
und sie liegt somit im Ursprung des obigen Koordinatensystems.

4. Wie in Toth (2008b) bemerkt, lassen sich die von Walther (1979, S. 122 f.) sehr kurz vorgestellten „Zeichenobjekte“ als „semiotische Objekte“ behandeln und neben den Zeichenobjekten noch „Objektzeichen“ unterscheiden. Sie werden wie folgt definiert

4.1. $ZO = ZR \times OR = (\langle M, \mathfrak{M}\rangle, \langle O, \Omega\rangle, \langle I, \mathfrak{I}\rangle)$

4.2. $OZ = OR \times ZR = (\langle \mathfrak{M}, M\rangle, \langle \Omega, O\rangle, \langle \mathfrak{I}, I\rangle)$

Da
$\langle a, b\rangle^{o} = \langle b, a\rangle$
gilt, sind also ZO und OZ triadenweise dual zueinander.
Nun hatten wir aber neben ZR und OR noch BR eingeführt. Damit sind insgesamt nicht nur 4, sondern 9 Kombinationen möglich:

	ZR	OR	BR
ZR	ZR	ZO	ZB
OR	OZ	OR	OB
BR	BZ	BO	BR

Nachdem wir bereits Modelle für ZO und OZ an verschiedenen Orten beigebracht hatten (ZO, z.B. Wegweiser; OZ, z.B. Prothese), müssen wir nun noch Modelle für die übrigen 5 Kombinationen bringen. Zunächst: Wie man sofort erkennt, genügt der Begriff der semiotischen Objekte (Zeichenobjekte, Objektzeichen) nicht mehr, denn alle BX (X = R, O) sind ja ausdrücklich immateriell definiert, d.h. es handelt es sich um Relationen. Wir können deshalb einfach den Begriff der semiotischen Relation erweitern und redefinieren. Wir sprechen also von nun an von

1. Semiotischen Objekten: ZO, OZ, OR, OB, BO.
2. Semiotischen Relationen: ZR, ZB, BZ, BR.

(Die Objektwelt bleibt also auch nach Einführung von Bewusstseinsrelationen in der Überzahl.)

Nachdem die diagonalen „genuinen" Relationen ZR, OR, BR bereits definiert wurden, brauchen die übrigen 6 nicht-genuinen Relationen noch definiert zu werden:

ZO = f<ZR, OR>
OZ = f<OR, ZR>
ZB = f<ZR, BR>
BZ = f<BR, ZR>
OB = f<OR, BR>
BO = f<BR, OR>,

wobei noch zu präzisieren sind

ZB = (<M, מ>, <O, ן>, <I, י>)

BZ = (<מ, M>, <ן, O>, <י, I>)

OB = (<ℳ, מ>, <Ω, ן>, <ℑ, י>)

BO = (<מ, ℳ>, <ן, Ω>, <י, ℑ>)

Ein ZB ist also eine Relation, die primär eine Bewusstseinsrelation und sekundär eine Zeichenrelation ist. Als Beispiele hierfür können somit alle „irrealen" Objekte dienen, welche nach Berkeley aus dem „Nichts" geschaffen sind, wie Drachen, Nixe, Einhörner, Aliens, Gargoyles usw., die ja primär reine Gedanken-„Dinge" sind, aber trotzdem in Zeichenform, d.h. z.B. als Bilder oder Skulpturen, darstellbar sind.

Eine BZ ist die zu ZB duale Relation, d.h. ein als Zeichen (und nicht als OR) vorhandenes „Objekt", das aber nur vorgestellt ist. Wenn also z.B. jemand von Drachen, Einhörnern und weiteren „mythologischen" Objekten träumt, werden BZ produziert.

Eine OB ist per definitionem eine Relation, die Objekte und Bewusstseinsobjekte direkt, d.h. ohne Repräsentation durch das Zeichen (das ja als ZR = f(OR, BR) definiert ist) miteinander (in dieser Reihenfolge) in Beziehung bringt. Demgegenüber ist die duale Relation BO eine Relation, die Bewusstseinsobjekte direkt, d.h. ebenfalls ohne Umweg über Zeichen (in dieser Reihenfolge) miteinander in Beziehung bringt. Was OB und BO konkret sind, das ist mehr als unklar. Sie markieren wohl vielmehr Anfangs- und Endpunkt der vollständigen Semiosen über dem Tripel

Σ = <OR, ZR, BR> bzw.

Σ⁰ = <BR, ZR, OR> bzw.,

wobei gilt

ZR ×OB = (<𝓂, M, מ>, <Ω, O, ן>, <𝔍, I, י>)

BO × ZR = (<מ, M, 𝓂>, <ן, O, Ω>, <י, I, 𝔍>).

5. In Toth (2008c) sowie zahlreichen weiteren Arbeiten wurde ferner zwischen Voll- und Nullrelationen sowie Spuren (mit verschiedenen Typen) unterschieden. Eine Zeichenrelation ZR = (M, O, I) kann somit mit kategorialen Leerstellen

ZRØ1 = (Ø, O, I)	ZRØ2,3 = (M, Ø, Ø)	ZRØ1,2,3 = (Ø, Ø, Ø)
ZRØ2 = (M, Ø, I)	ZRØ1,3 = (Ø, O, Ø)	
ZRØ3 = (M, O, Ø)	ZRØ1,2 = (Ø, Ø, I)	

oder mit Spuren auftreten

ZRσ1 = (→M, O, I)	ZRσ2,3 = (M, →O, →I)	ZRσ1,2,3 = (→M, →O, →I)
ZRσ2 = (M, →O, I)	ZRσ1,3 = (→M, O, →I)	
ZRσ3 = (M, O, →I)	ZRσ1,2 = (→M, →O, I),	

wobei zahlreiche Verfeinerungen bzw. Erweiterungen des hier präsentierten Apparates der 9 möglichen semiotische Objekte bzw. Relationen sowie der Voll-, Null- und Spurenrelationen sich natürlich dann ergeben, wenn Zeichen nicht nur über die triadischen Haupt-, sondern auch über die trichotomischen Stellenwerte definiert werden. Dann kann nämlich in der dyadischen Struktur <a.b> jedes der drei Subzeichen zwischen Vollrelation, Nullrelation und Spur variiert werden. Ferner können jede der 6 heterogenen, d.h. zusammengesetzten ZR, OR und BR variiert und schliesslich alles zusammen kombiniert werden.

Die möglichen Kombinationen sind

	ZR	OR	BR	ZO	OZ	ZB	BZ	OB	BO
voll									
Ø									
σ									

das sind also 9 Kombinationen pro triadische Hauptwerte in den Strukturen der allgemeinen Form (die 3 genuinen Relationen ZR, OR, BR)

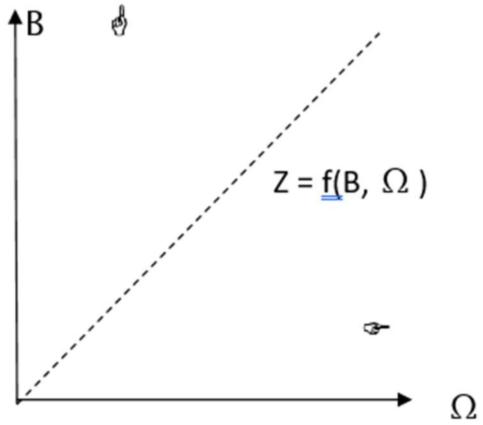
XR = (A, B, C),
und 27 Kombinationen pro triadische Hauptwerte in den Strukturen der allgemeinen Form (die 6 heterogenen Relationen)
XS = (<A.d>, <B.e>, <C.f>).
Nimmt man schliesslich auch die trichotomischen Stellenwerte dazu, dann ergibt sich bei allgemeinen Strukturen der Form
XR = (A.d B.e C.f)
ein theoretisches Maximum von nicht weniger als 273 = 19´683 Kombinationen.

Bibliographie

Bense, Max/Walther,Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985
Toth, Alfred, Spuren und Nullspuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a
Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b
Toth, Alfred, Spuren und Nullspuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c

Der doppelte Satz vom Grunde in der Semiotik

1. Es zeigt sich ja immer stärker, dass das hochkomplexe Gebäude der Wissenschaften (vgl. Stiebing 1978) auf drei Fundamentalwissenschaften aufgebaut ist, nämlich den drei Zahlenwissenschaften Mathematik, Semiotik und Logik, die selber triadisch geordnet sind (1, 3, 2), wobei die drittheitliche Semiotik den vermittelnden mittleren Platz innerhalb der drei Zahlenwissenschaften einnimmt, denn nur die Semiotik verfügt neben dem kardinalen und dem ordinalen auch über den relationalen Zahlbegriff und kann damit eine mediative Funktionen zwischen der primär kardinalen Mathematik und der primär ordinalen Logik entfalten. Damit verfügt die Semiotik aber auch über zwei Gründe und nicht nur über einen, denn in Übereinstimmung mit Bense (1975, S. 16) vermittelt sie als Funktionstheorie zwischen Welt und Bewusstsein oder Ontologie und Epistemologie. Die semiotischen Kategorien müssen daher selbst Vermittlungskategorien sein zwischen ontologischen und epistemologischen Kategorien. Die ersteren aber ruhen im Grunde des Seins, die letzteren im Grunde des Sinns



Wenn wir die folgenden Definitionen aufstellen:

B = R(מ, ו, י)

Ω = (𝓂, Ω, 𝒥),

dann bekommen wir

ZR = (M, O, I) := (<מ , 𝓂 >, <ו , Ω >, <י , 𝒥 >).

2. Von hier aus ergibt sich nun eine zunächst überraschende Annäherung an eine berühmte Passage aus Gotthard Günthers „Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik“: „Das erste Mal, im unformalisierten naiven Denken, ist es das Sein selbst, an dem sich die Bewusstseinsprozesse konstituieren. Jetzt ist es der Sinn des Seins, der zum Objekt der neuen Reflexionsprozesse wird. Gegenständliches objektives Sein selbst und Sinn des Seins stehen sich wie Original und Abbild

gegenüber. Dementsprechend besitzt das theoretische Ich zwei wohlunterschiedene Bewusstseinsstrukturen, die sich wie Gegenstand und Abbild des Gegenstandes unterscheiden. Beide sind sich in derselben rätselhaften Wese gleich, wie die rechte Hand der linken gleicht, und beide sind in derselben rätselhaften Weise verschieden, wie unsere Hände verschieden sind“ (1991, S. 249 f.).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Afl. 1991

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Seinskategorien und Bewusstseinskategorien. In: Electromic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik?

> O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos vivantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante. J'aspirais instinctivement, dès le berceau, à boire à votre source, plus ancienne que le soleil, et je continue encore de fouler le parvis sacré de votre temple solennel, moi, le plus fidèle de vos initiés. Il y avait du vague dans mon esprit, un je ne sais quoi épais comme de la fumée; mais, je sus franchir religieusement les degrés qui mènent à votre autel, et vous avez chassé ce voile obscur, comme le vent chasse le damier. Vous avez mis, à la place, une froideur excessive, une prudence consommée et une logique implacable. A l'aide de votre lait fortifiant, mon intelligence s'est rapidement développée, et a pris des proportions immenses, au milieu de cette clarté ravissante dont vous faites présent, avec prodigalité, à ceux qui vous aiment d'un sincère amour. Arithmétique! algèbre! géométrie! trinité grandiose! triangle lumineux! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé!
>
> *Les Chants de Maldoror* II, 10

Vorbemerkung: Dieser Text ist Teil einer grossangelegten Untersuchung, mit der nicht nur gezeigt werden soll, dass die Semiotik formalisierbar ist, da sie auf einem ordinalen und d.h. mathematischen und logischen Zeichenbegriff definiert ist, sondern mit der vor allem herausgestellt werden soll, dass die Semiotik, neben Mathematik und Logik, die zentrale von drei „Zählwissenschaften" ist, die nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2009) innerhalb der „Graphematik" behandelt werden kann.

1. Peirce-Zahlen-Arithmetik ohne Null

Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

$ZR(td.) = ((M) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3))$,

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die Ordnung ($a \leq b \leq c$) aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen (tdP) der reflexiven und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen (ttP) gegenüber:

$td\mathbb{P} = (<, \mathbb{N})$

$tt\mathbb{P} = (\leq, \mathbb{N})$.

Dennoch fallen aber beiden „Ordnungstypen“ (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über $\mathbb{N}$

$1 + 1 = 2$

$1 + 2 = 3 = 2 + 1$, usw.

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen, usw.

Trotzdem wissen wir seit Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$1 \sqcap 1 = 1$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$1 \sqcup 1 = 1$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$td\mathbb{P} = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(Td\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1)$

$tt\mathbb{P} = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(Tt\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1)$

Dennoch ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen" und „selektiven" generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n, beginnend mit n = 1 liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt" werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen $\rightarrow$ verwendet wird, haben wir also

$ZR = 1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.$, bzw.

$td\mathbb{P} = (\rightarrow, \mathbb{N})$

Für die Selektionsoperation verwendet Bense leider das irreleitende Zeichen >, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie $\leq$ bedeutet:

$ZR = .1 > .2 > .3$

$td\mathbb{P} = (>, \mathbb{N})$.

Die Unterscheidung zwischen „Koordination" und „Selektion" (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der Triaden ist ja wie folgt

$td\mathbb{P} = 1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto \ldots$

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$tt\mathbb{P} = \begin{cases} 1 > 1 / 1 > 2 / 1 > 3 \\ 2 > 2 / 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{cases}$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen ↱ und |↱ wählen, um mit ersterer die Progression der $td\mathbb{P}$ und mit letzterer diejenige der $tt\mathbb{P}$ zu bezeichnen:

ZR = 1. ↱ 2. ↱ 3., bzw.

$td\mathbb{P}$ = (↱, $\mathbb{N}$)

ZR = 1. |↱ 2. |↱ 3., bzw.

$tt\mathbb{P}$ = (|↱, $\mathbb{N}$)

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

1, 2, 3, ...

1, 11, 111, ...

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und Selektion im Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind. D.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

M + M = ? 1 + 1 = ?

O + O = ? 2 + 2 = ?

I + I = ? 3 + 3 = ?

M + M + M = ? 1 + 1 + 1 = ?

M + O = ? 1 + 2 = ?

O + I = ? 2 + 3 = ?

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ und $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$,

aus den quantitativen booleschen Operatoren

$\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =,$

sowie aus den qualitativen Operatoren

↱, |↱

und ist damit einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

2. Peirce-Zahlen-Arithmetik mit Null

Das Zeichen wird wie folgt definiert (vgl. z.B. Bense 1967, S. 9)

ZR = {M, O, I}.

Da man über jeder Menge ihre Potenzmenge bilden kann, bekommen wir

$\wp ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{O, I\}, \{M, I\}, \{M, O, I\}, \varnothing\}$,

weshalb wir erneut definieren können

$ZR+ = \{M, O, I, \varnothing\}$.

Da nach Bense (1979, S. 67)

$ZR(td) = (1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (1 \subset 2 \subset 3)$ bzw.

$ZR(td, \varnothing) = (0. \rightarrow 1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (0 \subset 1 \subset 2 \subset 3)$

und z.B. nach Walther (1979, S. 79) gilt

$ZR(tt) = (.1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.1 \subseteq .2 \subseteq .3)$ bzw.

$ZR(tt, \varnothing) = (.0 \leq .1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.0 \subseteq .1 \subseteq .2 \subseteq .3)$,

haben wir zwei semiotische Zahlensysteme, die wir (um die Null) erweiterte Peirce-Zahlen nennen, bzw. ein semiotisches Zahlensystem mit zwei Ordnungstypen

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subset)$ bzw. $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subset)$ bzw.

$tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subseteq)$ bzw. $tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subseteq)$.

Nach Beckmann ap. Walther (1979, S. 135 ff.) gelten sowohl für $td\mathbb{P}$ als auch für $tt\mathbb{P}$ die verbandstheoretischen (booleschen) Operationen: $\sqcap$, $\sqcup$, $\sqsubset$, $\sqsupset$, $=$:

$0 \sqcap 0 = 0$, $1 \sqcap 1 = 1$, $2 \sqcap 2 = 2$, $3 \sqcap 3 = 3$

$0 \sqcap 2 = 0 = 2 \sqcap 0$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$0 \sqcup 0 = 0$, $1 \sqcup 1 = 1$, $2 \sqcup 2 = 2$, $3 \sqcup 3 = 3$

$0 \sqcup 2 = 0 = 2 \sqcup 0$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man die beiden erweiterten Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$td\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(Td\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1 \sqsupset 0)$

$tt\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(Tt\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1 \sqsupseteq 0)$

Ferner gelten nach Toth (oben, Abschnitt 1) die beiden qualitativen Operatoren

↱, |↱,

nämlich

$td\mathbb{P}$ = (0 ↱ 1 ↱ 2 ↱ 3)

$$tt\mathbb{P} = \begin{cases} 0 \parallel 0 / 0 ↱ 1 / 0 ↱ 2 / 0 ↱ 3 \\ 1 \parallel 1 / 1 ↱ 2 / 1 ↱↱ 3 \\ 2 \parallel 2 / 2 ↱ 3 \\ 3 \parallel 3, \end{cases}$$

so dass wir also die Ordnungsstrukturen wie folgt vervollständigen können:

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subset,$ ↱)

$tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subseteq,$ |↱)

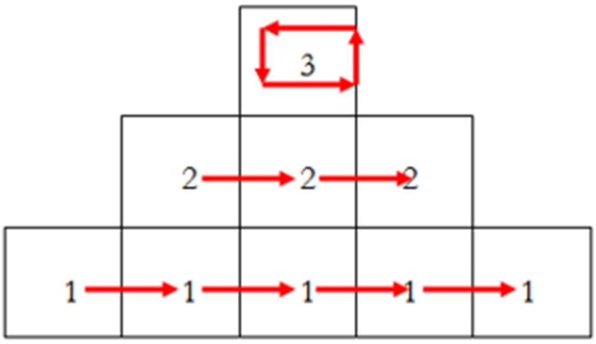
Die hier kurz skizzierte quantitativ-qualitative erweiterte Peirce-Zahlen-Arithmetik kann man gut mit Hilfe des in Toth (2009) eingeführten Treppenmodells, eines flächigen Zahlenschemas, darstellen. Zur Illustration beschränken uns hier auf ZR, da ZR+ leicht selbst gezeichnet werden kann. Z.B entspricht die rot ausgezogene Zählrichtung den folgenden Additionen:

M + M = ?   1 + 1 = ?

O + O = ?   2 + 2 = ?

I + I = ?   3 + 3 = ?

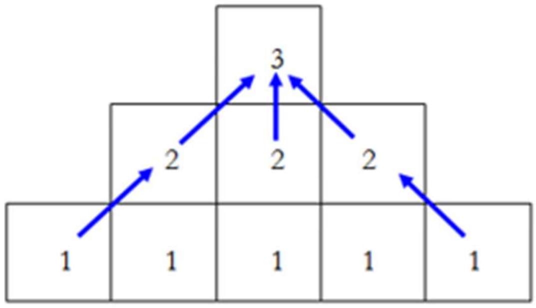
M + M + M = ?   1 + 1 + 1 = ?



Blau ausgezogen sind im folgenden die Operationen mit Kontexturüberschreitungen, d.h. sobald die 2. Dimension des Treppenschemas benutzt werden muss:

M + O = ?   1 + 2 = ?

O + I = ?   2 + 3 = ?



3. Mediation von Peirce-Zahlen

Die Semiotik beruht auf 3 Zahlentypen, die weder rein quantitativ noch rein qualitativ sind:

1. den triadischen Peirce-Zahlen

tdP = {1., 2., 3.},

2. den trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = {.1, .2, .3},

3. den diagonalen Peirce-Zahlen

dgP = {.1., .2., .3.},

die sich durch die der Semiotik eigene (nicht-kommutative) Operation der „additiven Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) aus den übrigen beiden Zahlen bestimmen lassen:

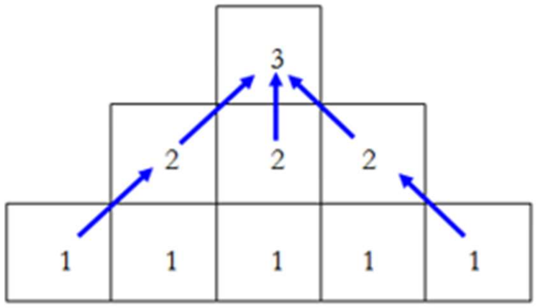
dgP = tdP ⊛ ttP = {1., 2., 3.} ⊛ {.1, .2, .3} = {1.1 2.2 3.3}.

Als vierter semiotischer Zahlentyp werden nun die Mediativ-Zahlen eingeführt:

mdP = { ([.]a[.] ↔ [.]b[.])}.

Diese lassen sich unter Verwendung von Morphismen mit einer der Vektorschreibung angelehnten Notation auch als Paar von Morphismus und Heteromorphismus einführen:

a ↰|↱ b mit a, b ∈ {(.)1(.), (.)2(.), (.)3(.)}.



3. Mediation von Peirce-Zahlen

Die Semiotik beruht auf 3 Zahlentypen, die weder rein quantitativ noch rein qualitativ sind:

1. den triadischen Peirce-Zahlen

tdP = {1., 2., 3.},

2. den trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = {.1, .2, .3},

3. den diagonalen Peirce-Zahlen

dgP = {.1., .2., .3.},

die sich durch die der Semiotik eigene (nicht-kommutative) Operation der „additiven Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) aus den übrigen beiden Zahlen bestimmen lassen:

dgP = tdP ⊛ ttP = {1., 2., 3.} ⊛ {.1, .2, .3} = {1.1 2.2 3.3}.

Als vierter semiotischer Zahlentyp werden nun die Mediativ-Zahlen eingeführt:

mdP = { ([.]a[.] ↔ [.]b[.])}.

Diese lassen sich unter Verwendung von Morphismen mit einer der Vektorschreibung angelehnten Notation auch als Paar von Morphismus und Heteromorphismus einführen:

a ↰↱ b mit a, b ∈ {(.)1(.), (.)2(.), (.)3(.)}.

Rth(Zkl 1) = Rth(Zkl 4)
Rth(Zkl 2) = Rth(Zkl 3),

das bedeutet aber, dass Eigenrealität bei Nr. 4 aufgehoben ist:
(.3.1 .2.2 .1.3) × (3.1. 2.2 .1.3.) mit
(.3.1 .2.2 .1.3) ≠ (3.1. 2.2 .1.3.), vgl.

$(3.1_{\alpha,\beta}\ 2.2_{\gamma,\delta}\ 1.3_{\varepsilon,\zeta}) \times (3.1_{\zeta,\varepsilon}\ 2.2_{\delta,\gamma}\ 1.3_{\beta,\alpha})$ mit
$(3.1_{\alpha,\beta}\ 2.2_{\gamma,\delta}\ 1.3_{\varepsilon,\zeta}) \neq (3.1_{\zeta,\varepsilon}\ 2.2_{\delta,\gamma}\ 1.3_{\beta,\alpha})$.

4. Kontexturale Mediationszahlen

Sowohl die kontexturierte Primzeichen-Relation

$PZR^* = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3},$

als auch die kontexturierte Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

Gen. Kat. = $(1.1)_{1,3}, (2.2)_{1,2}, (3.3)_{2,3}$

werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2008) mit den gleichen Kontexturenzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form (x.x), x ∈ {1, 2, 3} als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form (x.y) bzw. (x.y)° = (y.x) als semiotische Vermittlungs- oder Mediationszahlen.

Auf diese Weise bekommen wir nun drei separate Vermittlungssysteme für kardinale, ordinale und relationale Peirce-Zahlen, die von Bense als

Za(R) = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel))

im Sinne der „zeichenanalogen triadischen Relation der Zahl“ (Bense 1980, S. 293) definiert worden waren:

1. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der tdP:

Peirce-Zahl (tdP) = 1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (tdP) = 2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (tdP) = 3 = 1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (tdP) = 3 = $(3.3)_{2,3}$

2. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der ttP:

Peirce-Zahl (ttP) = .1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (ttP) = .2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (ttP) = .3 = 1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (ttP) = .3 = $(3.3)_{2,3}$

3. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der dgP:

Peirce-Zahl (dgP) = .1. = $(1.1)_{1,3}$ ↔

↕

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_1$, $(2.1)_1$

↕

Peirce-Zahl (dgP) = .2. = $(2.2)_{1,2}$ Vermittlungszahlen (dgP) = .3. =

↕ 1/3, 3/1 = $(1.3)_3$, $(3.1)_3$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_2$, $(3.2)_2$

↕

Peirce-Zahl (dgP) = .3. = $(3.3)_{2,3}$ ↔

Geht man von der semiotischen 3×3 Matrix aus, so kann man die semiotischen Mediationszahlen wie folgt rot in eine „Kontexturenmatrix" eintragen:

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3

Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen ℙ (tdP, ttP, dgP) keine Rolle. Wir haben damit

$\mathbb{P}(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}(2)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] & 3 \\
1 \arrow[r] & 1,2 & 2 \\
3 & 2 & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}(3)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[d] \\
1 \arrow[d] & 1,2 & 2 \arrow[d] \\
3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}(2) \rightarrow 2 \rightarrow \mathbb{P}(3)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 & 1 & 3 \\
1 & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\
3 & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Köln 1981

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die im Text angeführten Arbeiten von mir sind in Kürze zugänglich in

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. München 2010 (= Bd. 6, 7 der Ges. sem. Schriften)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Morphismen als Vermittlungen von Kardinalität und Ordinalität

1. Die Peircesche Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

besteht aus zwei Basisrelationen:

einer kardinalen tradischen Relation

kZR = (3., 2., 1.)

und einer ordinalen trichotomischen Relation

oZR = (.a, .b, .c), a, b, c ∈ {1, 2, 3}.

Während kZR eine strenge Totalordnung ist:

oZR = (3. > 2. > 1.),

ist oZR eine Halbordnung:

oZR = (.a ≤ .b ≤ .c),

ferner ist kZR immer aufsteigend, oZR immer absteigend.

Bei der dualen Realitätsthematik werden die Relationen konvertiert:

ZR^0 = (c.1 b.2 a.3)

kZR^0 = (.1, .2, .3)

oZR^0 = (c., b., a.)

2. Kardinale und ordinale Relation verhalten sich dabei qua Zeichenklasse und Realitätsthematik wie Subjekt- und Objektpol (S, O) der Erkenntnisrelation, denn jedes Subzeichen lässt sich in der Form

$(a.b) = [S, O]$ bzw. $(a.b)^{o} = (b.a) = [O, S]$

darstellen, und es ist somit natürlich

S = kZR

O = oZR,

d.h. die Struktur

[S, -], [S, -], [S, -]

einer ZR ist die Struktur der Subjektrelation und als solche die kardinale Struktur, während die Struktur

[-, O], [-, O], [-, O]

einer ZR^{o} die Struktur der Objektrelation ist und als solche die ordinale Struktur.

3. Es ist nun möglich, die bereits von Bense (1981, S. 124 ff.) eingeführten semiotischen Kategorien als relationale Vermittlungszahlen, kurz: als Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 f.) zwischen den kardinale und den ordinalen Zahlen einzuführen. Dabei gelten die üblichen Zuordnungen, die jetzt allerdings auf 4 Möglichkeiten pro Abbildung modifiziert werden können:

$\alpha := (1.) \rightarrow (2.), (.1) \rightarrow (.2), (1.) \rightarrow (.2), (.1) \rightarrow (.2)$

$\beta := (2.) \rightarrow (3.), (.2) \rightarrow (.3), (2.) \rightarrow (.3), (.2) \rightarrow (.3)$

Für die Komposition gilt:

$\beta\alpha = (1.) \rightarrow (3.), (.1) \rightarrow (.3), (1.) \rightarrow (.3), (.1) \rightarrow (.3),$

und wie oben bereits allgemein dargestellt für Konversionen die „Umkehrung der Pfeile“ (Mac Lane).

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Das Phänomen der Subjekt-Objekt-Spaltung in der Zeichenvermittlung

1. Jene böse Zunge, die einmal gesagt hatte, mit Hilfe der Peirceschen Zeichenklassen würde man nur „die Welt verdoppeln", hatte eigentlich unrecht, denn im Grunde wird sie seit der Entdeckung der Benseschen Realitätsthematiken (1975) sogar verdreifacht. Von diesem Scherz abgesehen, stellt aber das zehnfache Peircesche Repräsentationssystem insofern eine Einzigartigkeit dar, als dass Subjektanteil und Objektanteil in Zeichen- und Realitätsthematik zwar gemischt, aber doch auf zwei Pole gespalten auftreten. In der verdoppelten Struktur der Zeichenvermittlung

Zkl: (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3)

stellt nämlich nicht nur die Zeichenklasse den Subjektpol und die Realitätsthematik den Objektpol der vollständigen semiotischen Repräsentation dar, sondern wie aus der inneren Struktur von Zkl und Rth erhellt

Zkl: [[S, O], [S, O], [S, O]] ×

Rth: [[O, S], [O, S], [O, S]],

enthält jedes konstituierende Subzeichen selber einen Subjekt- und einen Objektanteil.

2. Wie wir in Toth (2010) festgestellt hatten, ist es möglich, mit den von Kaehr entdeckten Monomorphien, auf die Semiotik angewandt, eines der für monokontexturale Systeme limitiernden Axiome auszuschalten, nämlich das Prinzip der Zeichenkonstanz, und es durch das Prinzip der Strukturkonstanz zu ersetzen. Wie wir bereits festgestellt hatten, fallen damit die Morphogramme der Eigenrealität und der Kategorienrealität zusammen:

3.1 2.2 1.3 →	①① | ②② | ③③	← 3.3 2.2 1.1

Was nun aber ferner zusammenfällt, sind die Zeichen- und Realitätsthematisationen, d.h. die Aufsplitterung von Subjekt und Objekt bzw. Objekt und Subjekt entfällt, insofern beide dasselbe semiotische Morphogramm bekommen:

3.1 2.1 1.1 →	①①①① | ② | ③	← 1.1 1.2 1.3
3.1 2.1 1.2 →	①①① | ②② | ③	← 2.1 1.2 1.3
3.1 2.1 1.3 →	①①① | ② | ③③	← 3.1 1.2 1.3
3.1 2.3 1.3 →	①① | ② | ③③③	← 3.1 3.2 1.3
3.2 2.2 1.2 →	① | ②②②② | ③	← 2.1 2.2 2.3
3.2 2.2 1.3 →	① | ②②② | ③③	← 3.1 2.2 2.3
3.2 2.3 1.3 →	① | ②② | ③③③	← 3.1 3.2 2.3
3.3 2.3 1.3→	① | ② | ③③③③	← 3.1 3.2 3.3

Die kenogrammatischen (morphogrmmatischen) Basen enthalten also sozusagen beide Pole, den Subjekt- und den Objektpol. Dessen Ausdifferenzierung geschieht daher ontogenetisch erst zwischen den meontischen und dem präsemiotischen Raum. Ermöglicht wird diese „coindicidentia oppositorum" durch die strukturelle Identität von Eigen- und Kategorienrealität, d.h. aufgrund des semiotischen Basis-

Theorems, denn dieses besagt ja, dass auch die Kategorienrealität eigenreal ist, eine Vermutung, die unter ganz verschiedenen Voraussetzungen bereits von Bense (1992, S. 40: „ER stärkerer/schwächerer Repräsentation“) geäussert worden war. Die Kategorienrealität enthält nun aber qua Wirklichkeit den Objekt- und qua Notwendigkeit den Subjektbegriff (sowie qua Möglichkeit das Medium – eben die Vermittlung beider Pole).

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Operatoren an semiotischen Monomorphien. In: Eletronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Die kontexturelle Vermittlung Trichotomischer Triaden

1. Der auf Walther (1981, 1982) zurückgehende Begriff der Trichotomischen Triade besagt, dass man das Peircesche Zehnersystem auf mindestens eine (aber bisher unerklärt viele, vgl. Toth 1988) Art(en) in der Form von 3 Dreiergruppen von Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken anordnen kann, so dass die Thematisate der durch die Realitätsthematiken präsentierten strukturellen (entitätischen) Realitäten jeweils (d.h. pro Dreiergruppe) das vollständige Zeichen bilden (d.h. jeweils M, O und I thematisieren, wobei ebenfalls ungeklärt ist, ob es eine oder mehrere Anordnungen gibt, so dass M, O und I in dieser semiosischen Reihenfolge herauskommen).

2. Die bekannteste Trichotomische Triade ist nachstehend gegeben. Wir kontexturieren ihre Subzeichen für 3 Kontexturen:

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1.3} \times 1.1_{3.1}\ 1.2_1\ 1.3_3$ (M = 1.2/1.3-them. M = 1.1)

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1 \times 2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3$ (M = 1.2/1.3-them. O = 2.1)

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3 \times 3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3$ (M = 1.2/1.3-them. I = 3.1)

Hier fällt nun aber auf, dass die drei Triaden (d.h. M, O, I) zwar durch Subzeichen, nicht aber durch Kontexturen mediiert sind. Gemäss dem Waltherschen Satz (1982) müssen ja alle Trichotomischen Triaden (gemäss der Anordnung des Peirceschen Systems in 3 x 3 +1 Zkln/Rthn) in mindestens einem, höchstens aber zwei Subzeichen mit der eigenrealen Zeichenklasse/Realitätsthematik (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3) zusammenhängen, was das Peircesche System dann als „determinantensysmmetrisches Dualitätssystem" darstellen lässt.

3. Wir vermitteln also zuerst die 1. und 2. TrTr:

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1.3} \times 1.1_{3.1}\ 1.2_1\ 1.3_3$ (M = 1.2/1.3-them. M = 1.1)

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1 \quad \times \quad 2.1_1 \quad 1.2_1\ 1.3_3$ (M = 1.2/1.3-them. O = 2.1,

wobei wir die Rthn natürlich vernachlässigen können. Wegen

(1.1) ⊔ (1.2) = (1.2) (d.h. Verband)

folgt

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1.3} \sqcup_{1.2.3} 3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1 = 3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_{1.3}$.

Hernach vereinigen wir das Resultat mit der 3. TrTr:

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3$.

Wegen

(1.2) ⊔ (1.3) = (1.3)

folgt natürlich wieder

$3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_{1.3} \sqcup 3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3 = 3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_{1.3}$.

Wenn wir also die Subzeichen bzw. Semiosen gemäss dem Satz von Walther (1982), die Kontexturen aber durch Vermittlungen „vereinigen", können wir die 1. Trichotomische Triade als $3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_{1.3}$ schreiben. Wie man sofort sieht, kann also das vollständige Schema der bei Walther (1982) gegebenen TrTr in der Form

$3.3_{2.3}\ 2.3_{1.2}\ 1.3_{1.3}$

schreiben.

Bibliographie

Toth, Alfred, Eine Konstruktionsmethode sämtlicher Trichotomischer Triaden, Ms. Univ. Stuttgart 1981

Walther, Elisabeth, Vorlaufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, S. 29-39

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu "Trichotomische Triaden". In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Der Zusammenhang von Zeichen

1. Die monokontexturale Bense-Semiotik kennt nur zwei Arten des Zusammenhangs von Zeichen:

1.1. Zusammenhang durch gemeiname Subzeichen, z.B.

Z [($\underline{3.1}$ 2.1 1.1), ($\underline{3.1}$ 2.2 1.2))] = (3.1)

1.2. Zusammenhang durch gemeinsame Semiosen, z.B.

Z [(3.1 $\underline{2.3\ 1.3}$), (3.2 $\underline{2.3\ 1.3}$)] = (2.3 → 1.3)

Da eine Semiose eine Abbildung (Morphismus) zweier Subzeichen ist, setzt 1.2 immer 1.1 voraus. Allerdings können nach Bense die Subzeichen selber nicht nur als Objekte, sondern auch als Morphismen aufgefasst werden; Objekte sind dann nicht die Dyaden, sondern die Monaden.

2. Nun stellen jedoch M, O und I nach Bense (1986, S. 17 ff.) „Tripel-Universen" dar. Allerdings sind diese Universen nicht diskret, sondern wegen

ZR = (M, ((M → O), (O → I)))

gilt:

$(\underline{U}_M \subset (\underline{U}_O \subset \underline{U}_I))$.

Auf der Ebene der Peirce-Zahlen sind die Verhältnisse jedoch leicht verschieden, denn wie man sich anhand der semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

leicht überzeugt, gilt ja für die Triaden

$(\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.})$,

wogegen für die Trichotomien gilt

$(\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3})$.

Nun betrachten wir aber die kontexturellen Vermittlungen der triadischen Semiotik, die auf der Basis ihrer 4 2-kontexturellen Semiotiken beruht (Kaehr 2009, S. 9:

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{\mathbf{1.3}} & \mathbf{1.2}_{1} & \mathbf{1.3}_{\mathbf{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{\mathbf{1}} & \mathbf{2.2}_{\mathbf{1.2}} & \mathbf{2.3}_{\mathbf{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{\mathbf{3}} & \mathbf{3.2}_{\mathbf{2}} & \mathbf{3.3}_{\mathbf{2.3}} \end{pmatrix}$$

Im Teilbereich von $(\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.})$ gilt:

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{21} \neq \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \varnothing$

$\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{31} = \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{22} \cap \underline{U}_{23} \neq \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \varnothing$

wogegen im Teilbereich $(\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3})$ gilt

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{12} \neq \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \varnothing$

$\underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{13} = \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{23} \neq \varnothing$ $\quad$ $\underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \varnothing$

Was für Schlüsse können hieraus gezogen werden? Erstens sind die Verhältnisse für die Tripeluniversen völlig unabhängig von den Peirce-Zahlen, denn sie sind strukturell identisch. Zweitens aber stehen wir vor der semiotisch erregenden Tatsache, dass sowohl im trichotomischen

$(1.2)_1 \subset (1.3)_3$

als auch im triadischen Fall

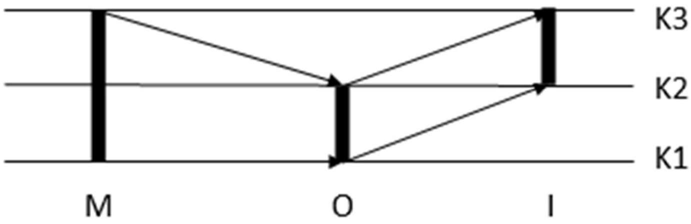
$(1.3)_3 \subset (2.3)_2$

zwei Teiluniversen, obwohl sie ineinander topologisch enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen können, und zwar obwohl hier keine Spur von semiotischer (via Subzeichen oder Semiosen) bzw. kontextureller Mediation vorliegt!

Wenn wir jedoch nochmals zur Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53) zurückgehen

$ZR = (M_{1.3}, ((M_{1.3} \rightarrow O_{1.2}), (O_{1.2} \rightarrow I_{2.3}))),$

so erkennen wir, dass hier noch alles in Ordnung ist, denn alle Kategorien sind nicht nur durch Mengeninklusion, sondern auch durch kontexturellen Zusammenhang miteinander verbunden:



Ich möchte diese Pathologie als Satz formulieren dürfen:

Theorem: Semiotische Teilsysteme können, obwohl sie topologisch ineinander enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen.

Der Grund für ihr Auftreten dürfte in den von mir schon in früheren Arbeiten bemerkten ebenfalls pathologischen „gebrochenen" Kategorien liegen, die Peirce erfunden hat. Man bedende einmal, dass eine Kategorie ein Denkuniversale ist. Nun basiert die gesamte Semiotik darauf, dass aus solchen Denkuniversalen „kartesische Produkte" gebildet werden. – Diese ganze Thematik, die hier angerissen wurde, ist indessen noch sehr weit von irgendwelchen Lösungen entfernt, so dass ich an dieser Stelle vorderhand abbreche.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Repräsenation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: Diamond Semiotic Short Studies, S. 251 ff. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2009)

Semiotische Mediation

1. Da der Mittelbezug des Zeichens, von Peirce nicht umsonst Medium geheissen, diejneige Kategorie ist, die in der Zeichendefinition vermittelt (vgl. auch van den Boom 1981), schreiben wir sie in Abweichung der üblichen Gepflogenheiten als

ZR = (O, M, I).

Aus dieser Ordnung folgt, dass es keinen Grund gibt, ein Limitationsgesetz der Form a ≤ b ≤ c wie in (3.a 2.b 1.c) anzunehmen. Es ist hier ja sogar so, dass die frühere Obermenge O in der früheren Untermenge M enthalten ist (vgl. Toth 2010). Mann kann deshab alle 3 mal 3 Subzeichen zu 3^3 = 27 Zeichenklassen kombinieren. Wählt man die folgende Darstellung, muss man den Objektbezug rotieren, um 3 x 9 Subzeichen zu erfassen. Wie man indessen sieht, verändert sich dadurch die Vermittlungskontextur (**Mediationskontextur**) von M:

O	**M**	**I**
	$1.3_{1.2.3}$	$3.3_{2.3}$
2.1_1	$1.2_{1.2}$	3.2_2
	$1.1_{1.3}$	3.1_3
	$1.3_{2.3}$	$3.3_{2.3}$
$2.2_{1.2}$	$1.2_{1.2}$	3.2_2
	$1.1_{1.2.3}$	3.1_3
	$1.3_{2.3}$	$3.3_{2.3}$
2.3_2	1.2_2	3.2_2
	$1.1_{2.3}$	3.1_3

O	**M**	**I**
	$1.3_{1.2.3}$	$3.3_{2.3}$
$2.2_{1.2}$	$1.2_{1.2}$	3.2_{2}
	$1.1_{1.2.3}$	3.1_{3}
	$1.3_{1..3}$	$3.3_{2.3}$
2.3_{2}	1.2_{2}	3.2_{2}
	$1.1_{2.3}$	3.1_{3}
	$1.3_{2.3}$	$3.3_{2.3}$
2.1_{1}	$1.2_{1.2}$	3.2_{2}
	$1.1_{1.3}$	3.1_{3}

O	**M**	**I**
	$1.3_{2.3}$	$3.3_{2.3}$
2.3_{2}	1.2_{2}	3.2_{2}
	$1.1_{2.3}$	3.1_{3}
	$1.3_{2.3}$	$3.3_{2.3}$
$2.2_{1.2}$	$1.2_{1.2}$	3.2_{2}
	$1.1_{1.2.3}$	3.1_{3}
	$1.3_{1.2.3}$	$3.3_{2.3}$
2.1_{1}	$1.2_{1.2}$	3.2_{2}
	$1.1_{1.3}$	3.1_{3}

Da man die Ausgangsmenge ZR = (M, O, I) 6mal permutieren kann, kann man natürlich dieses Spiel weitertreiben und durch insgesamt 6 Rotationen alle möglichen durchlaufenen Kontexturen, Kontexturenpaare und –tripel erhalten.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Pathologien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Pathologien der Semiotik

1. Eine Besonderheit der Peirceschen Kategorienlehre besteht bekanntlich darin, dass Peirce seine Kategorien mit den später von Bense so bezeichneten „Primzeichen“ (bzw., wie ich vorziehe: Peirce-Zahlen) zu identifizierenn, was es ihm erlaubt, eine semiotische Matrix aus der kartesischen Multiplikation dieser kategorien herzustellen. So entspricht also z.B. (1.1) der „Möglichkeit der Möglichkeit“, (1.2) der „Wirklichkeit der Möglichkeit“, (2.1) der „Möglichkeit der Wirklichkeit“, usw. Eine beliebige Zeichenklasse wie z.B. (3.1 2.1 1.3) enthält also z.B. 3 mal die Erstheit, 1mal die Zweitheit und 2mal die Erstheit, d.h. ausgehend von der maximalen (argumentischen) Zeichenklasse (3.3 2.3 1.3) mit Repräsentationswert 3+3+2+3+1+3 = 15 entfallen 2/15 für M, 1/15 für O und 3/15 = 1/5 für I. Geht man als Basis von jeder Zeichenklasse separat aus, entfallen bei Rpw(3.1 2.1 1.3) = 11: 2/11 für M, 1/11 für O und 3/11 für I. Was wir hier also vor uns haben, sind **gebrochene Kategorien**. Wenn wir uns bewusst sind, dass ein Kategorie ein (seins- oder bewusstseinsmässiges) Universale ist, so ist das nichts als barer Unsinn.

2. Dieser philosophische Unsinn wird dort zum mathematischen und logischen Unsinn, wenn die Zusammensetzungen dieser gebrochenen Kategorien, d.h. die kartesischen Produkte, relationentheoretisch untersucht werden. Wenn wir für M := ^1R, O := ^2R, I := ^3R setzen, erhalten wir folgende **relationentheoretische Matrix**:

	^1R	^2R	^3R
^1R	$^1R^1R$	$^1R^2R$	$^1R^3R$
^2R	$^2R^1R$	$^2R^2R$	$^2R^3R$
^3R	$^3R^1R$	$^3R^2R$	$^3R^3R$

Wohl kann eine 3-stellige Relation eine 1-stellige binden (${}^{3}R^{1}R$); aber das Umgekehrte (${}^{1}R^{3}R$) ist unmöglich. Ferner haben wir hier gesättigte neben unter- und übersättigten Relationen. Sind letztere einfach unmöglich, müsste man bei Fällen wie (${}^{3}R^{1}R$) valenztheoretisch noch ein ${}^{2}R$ binden können, dass wir also drei mögliche dyadische Subzeichen in einer 3. semiotischen Dimension bekommen (${}^{2}R\ {}^{3}R^{1}R$), (${}^{3}R^{2}R\ {}^{1}R$) oder (${}^{3}R^{1}R^{2}R$) = (2.3.1), (3.2.1) oder (3.1.2), wobei nicht einmal klar wäre, welche Zahlen hier Triade, Trichotomie oder Dimensionszahl sind. Niemand würde in der logischen Linguistik Ausdrücke wie „Zürich liegt zwischen St. Gallen“ oder „Maria liebt Adam einen Brief“ als grammatisch akzeptieren. Genauso aber verhalten sich die relationalen gebrochenen Peirceschen Kategorien, da sie jeder Valenz spotten.

3. Nun ist es so, dass bereits Bense (1971) Permutationen der semiotischen „Normalform“

ZR = (M, O, I)

akzeptiert hat. So ist (O, M, I) das Schema der Kommunikation, (I, M, O) dasjenige der Peirceschen Kreativität. Dass (I, M, O) einfach das Schema der dualen Realitätsthematiken ist, ist klar. Zusammen mit den beiden übrigen möglichen Grundformen (O, I, M) und (M, I, O) ist also die ganze Menge $\wp$(M, O, I) semiotisch definiert. Damit kommen aber zu den bereits aufgezählten kategorialen und relationalen Pathologien als nächstes die **mengentheoretischen** Pathologien, da wir nun entsprechend der Grunddefinition des Zeichens (Bense 1979, S. 53)

1. ZR = $(M, ((M \subset O), (O \subset I)))$

auch noch haben

2. ZR = $(M, ((M \subset I), (I \subset O)))$

3. ZR = $(O, ((O \subset M), (M \subset I)))$

4. ZR = $(O, ((O \subset I), (I \subset M)))$

5. ZR = $(I, ((I \subset M), (M \subset O)))$

6. ZR = (I, ((O $\subset$ O), (O $\subset$ M))),

d.h. insbesondere alle Fälle, wo Obermengen kleiner als Untermengen und Untermengen grösser als Obermengen sind.

4. Eine vierte, **kontexturelle**, Pathologie ist nicht sehr leicht aufzufinden. Gehen wir aus von der numerischen semiotischen Matrix in ihrer 3-kontexturalen Form (Kaehr 2009, S. 9):

3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{1.2}_{1} & \mathbf{1.3}_{3} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{1} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{pmatrix}$$

Mit Bense (1986, S. 14 ff.) sprechen wir von M, O und I als Universen. Wie man sieht, gilt für triadische Universen ($\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.}$), während für trichotomische Universen (wegen 3.a 2.b 1.c mit a $\leq$ b $\leq$ c) gilt ($\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3}$). Als nächstes zeigen wir die Verteilungen der komntexturellen Vermittlungen:

1. Im Teilbereich von ($\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.}$) gilt:

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{21} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \emptyset$

$\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{31} = \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{22} \cap \underline{U}_{23} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \emptyset$,

2. Im Teilbereich ($\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3}$) gilt:

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{12} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \emptyset$

$\underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{13} = \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{23} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \emptyset$

Was für Schlüsse können hieraus gezogen werden? Erstens sind die Verhältnisse für die Tripeluniversen völlig unabhängig von den Peirce-Zahlen, denn sie sind strukturell identisch (dies selbst ist eine Art von schwacher Pathologie). Zweitens aber stehen wir vor der semiotisch erregenden Tatsache, dass sowohl im trichotomischen

$(1.2)_1 \subset (1.3)_3$

als auch im triadischen Fall

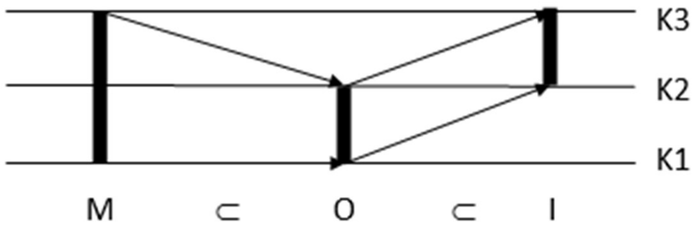
$(1.3)_3 \subset (2.3)_2$

zwei Teiluniversen, obwohl sie ineinander topologisch enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen können, und zwar obwohl hier keine Spur von semiotischer (via Subzeichen oder Semiosen) bzw. kontextureller Mediation vorliegt!

Wenn wir jedoch nochmals zur Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53) zurückgehen

$ZR = (M_{1.3}, ((M_{1.3} \rightarrow O_{1.2}), (O_{1.2} \rightarrow I_{2.3}))),$

so erkennen wir, dass hier noch alles in Ordnung ist, denn alle Kategorien sind nicht nur durch Mengeninklusion, sondern auch durch kontexturellen Zusammenhang miteinander verbunden:



In Toth (2010) hatte ich diese kontexturelle Pathologie als semiotischen Satz formuliert:

Theorem: Semiotische Teilsysteme können, obwohl sie topologisch ineinander enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen.

Da die Verhältnisse in der obigen Tabelle dann pathologisch zu werden beginnen, wenn man die einfachen Kategorien durch die „gebrochenen" ersetzt, dürfte der Grund für die kontexturelle Pathologie ebenfalls in den gebrochenen Kategorien liegen.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Repräsenation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: Diamond Semiotic Short Studies, S. 251 ff. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2009)

Toth, Alfred, Der Zusammenhang von Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2010)

Kontexturen und semiotische Mediation

1. Vom Standpunkt der monoklontexturalen (Peirceschen) Semiotik ist die Zweitheit, die merwürdigerweise mit dem Objektbezug des Zeichens identifiziert wird, die eigentliche vermittelnde Kategorie in der Zeichenrelation

ZR = (M, O, I),

wogegen schon van den Boom (1981) mit Recht darauf hingewiesen hatte, dass das Peircesche „Medium" das semiotische Objekt mit dem Interpretantenkonnex vermittle:

ZR* = (O, M, I).

Diese Relation existiert tatsächlich; nach Bense (1971, S. 39 ff.) ist es die Relation der semiotischen Kommunikation. Berücksichtigt man noch, dass die Semiose intendiert ist, d.h. mit dem Interpretanten beginnt, kommen wjr zu

**ZR = (I, M, O),

und auch diese Relation ist semiotisch definiert; nach Bense liegt hier das Ordnungsschema der semiotischen Kreativität vor.

Da auch die restlichen 4 Permutationen von $\wp$(M, O, I) definiert sind, d.h. (IOM) als Schema der Realitätsthematiken; (OIM) für natürliche Zeichen (Anzeichen), und (IOM) für Symptome, können also rein theoretisch alle drei Fundamentalkategorien vermitteln. Von der relationalen Valenz her gesehen scheinen jedoch die Ordnungsschemata (OMI) und (IMO) die natürlichsten zu sein, denn das 1-stellige M wird nach links vom 2-stelligen O und nach rechts vom 3-stelligen I gebunden (bzw. vice versa), es kann aber in initialer Stellung (MOI/MIO) keinesfalls höherstellige Valenzen selber binden.

2. Im numerischen Schema der semiotische Matrix, das auf den Definitionen

M := 1, O := 2, I := 3

beruht, vermittelt die 2 der "Peirce-Zahlen" sowohl trichotomisch als auch triadisch zwischen 1 und 3:

1.1 → 1.2 → 1.3

↓ ↓ ↓

2.1 → 2.2 → 2.3

↓ ↓ ↓

3.1 → 3.2 → 3.2

Was nun die semiotischen Kontexturen dieser semiosischen Vermittlungen anbetrifft, so würde annehmen, sie seien selbst Mediationen, d.h. vermittelnde Kontexturenzahlen würden an vermitteklnde Subzeichen treten. In Wahrheit ist dies aber nicht der Fall; vgl. die folgende 3-kontexturelle Matrix aus Kaehr (2009):

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)} = \begin{array}{c} \mathrm{MM} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} \mathbf{1.1}_{1.3} & \mathbf{1.2}_{1} & \mathbf{1.3}_{3} \\ \mathbf{2.1}_{1} & \mathbf{2.2}_{1.2} & \mathbf{2.3}_{2} \\ \mathbf{3.1}_{3} & \mathbf{3.2}_{2} & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{pmatrix} \end{array}$$

Die Koinzidenz zwischen semiosischer und kontextureller Vermittlung (⊔) stimmt somit nur im Objektbezug, und zwar sowohl in der Trichotomie

$(2.1)_1 \sqcup_{1.2} (2.3)_2$

als auch in der Triade

$(1.2)_1 \sqcup_{1.2} (3.2)_2$

denn für die Subzeuichen der <u>gleichen</u> Matrix gilt:

$(a.b)^0 = \times(a.b)$,

d.h. Konverse und Duale koinzidieren (das ist nicht mehr der Fall für verschiedene Matrizen, z.B. diejenige einer Zeichenklasse und einer Realitätsthematik).

3. Versuchen wir nun, semiosische und kontexrelle Mediation zu vereinigen, so erkennen wir bald, dass dies unmöglich ist (mit Fragezeichen versehen wir Subzeichen, deren Kontexturenzahlen als vermittelnde „widersprüclich" werden):

3.1. Mediationen für Trichotomien:

$$\begin{array}{lll} 1.1_{1.3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1.2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2.3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{lll} 1.2_1 & 1.1_{1.3} & 1.3_3 \\ 2.2_{??} & 2.1_{1.3} & 2.3_{??} \\ 3.2_{??} & 3.1_3 & 3.3_{??} \end{array}$$

Z.B müsst wegen $(3.1)_3$ entweder $K(3.2) = 3$ oder $K(3.3) = 3$ sein, dies aber im Widerspruch zu $(3.1)_3 = (1.3)_3$.

3.2.Mediationen für Triaden:

$$\begin{array}{lll} 1.1_1 & 2.1_{1.3} & 3.1_3 \\ 1.2_{1.3} & 2.2_{1.3.2} & 3.2_2 \\ 1.3_3 & 2.3_2 & 3.3_{??} \end{array} \qquad \begin{array}{lll} 2.1_1 & 1.1_{1.3} & 3.1_3 \\ 1.2_1 & 2.2_{1.2} & 3.2_2 \\ 1.3_3 & 2.3_2 & 3.3_{??} \end{array} \qquad \begin{array}{lll} 1.1_1 & 2.1_{1.3} & 3.1_3 \\ 1.2_{1.3} & 2.2_{1.2.3} & 3.2_2 \\ 1.3_3 & 2.3_{??} & 3.3_{1.2} \end{array}$$

Es geht sogar dann nicht, wann die Erstheit als Medium in die Mitte setzt (mittlere Matrix. Man erkennt sofort, dass in sämtlichen Fällen der Grund für das Scheitern darin liegt, dass $K(a.b)_{ik} \neq K(b.a)_{ik}$

3.3. Dasselebe gilt für Mediationen in Trichotomischen Triaden (Zkln):

3.1_3 $2.1_{3.1}$ 1.1_1

3.1_3 $2.1_{3.2}$ 1.2_2

3.1_3 2.1_3 1.3_3

3.1_3 $2.2_{3.2}$ 1.2_2 → Widerspruch

Wegen $K(2.1)_{3.2} \neq K(2.1)_3$, ist das System inkonsistent.

Triadische Trichotomien (Rthn) praemissis praemittendis.

Es gibt somit keine kontexturelle Vermittlung weder für Zkln noch für Rthn, jedenfalls dann, wenn man Zkln und Rthn als das nimmt, als was sie definiert wurden: als hinsichtlich ihrer je zwei konkatenierten Dyaden übersummative Konstrukte! Sie müssen aus den Subzeichen zusammengesetzt werden, so dass also streng genommen nicht die Zkln/Rthn, sondern nur deren dyadische Basen in Komtexturen liegen. Das spielt aber insofern keine Rolle, als in Toth (2010, Path.) gezeigt wurde, dass Teilmengen sogar in anderen Kontexturen liegen können als ihre Obermengen:

$3.1\ 2.1.\ 1.3 = (I \supset M, O \supset M, M \subset I)$

$\times(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 1.2\ 1.3) = (I \subset M, M \subset O, M \subset I)$, usw.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

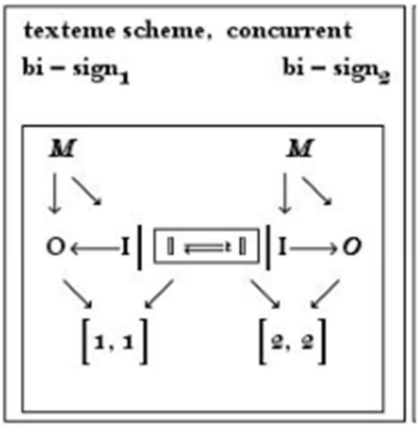
Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: Diamond Semiotic Short Studies, S. 251 ff. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2009)

Toth, Alfred, Pathologien der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2010)

Van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Ein matrizielles Vermittlungsschema für Bi-Signs

1. Unter den von R. Kaehr (2009) in die Semiotik eingeführten „Bi-Signs“ versteht geankerte Diamanten. Wie man erkennt, ist das Bi-Sign$_1$ sowie der Anteil seiner Umgebung in der Unizität, d.h. in [1, 1] verankert, während sein Spiegelbild, das Bi-Sign$_2$ und sein Anteil der Umgebung des zu einem Textem zusammengesetzten Bi-Signs in der Dualität, d.h. in [2, 2] verankert ist:



texteme :
diamond = (sign + environment)
bi – sign = (diamond + 2 – anchor)
texteme = (composed bi – signs + chiasm).

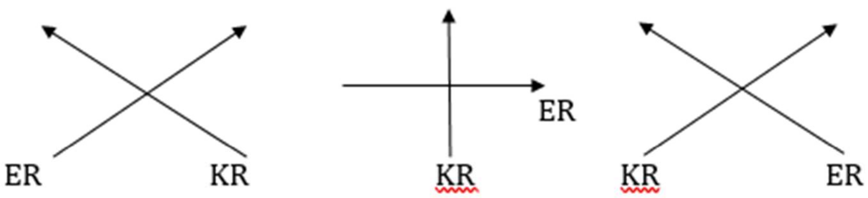
2. Nun gehören natürlich die (M, O, I)-Relation von Bi-Sign$_1$ und diejenige von Bi-Sign$_2$ zu semiotischen Matrizen, da ja die Zeichenklassen (und Realitätsthematiken Kombinationen aus allen Subzeichen der semiotischen 3×3-Matrix sind. Dasselbe gilt nun aber für die semiotischen Umgebung von den beiden Bi-Zeichen, denn es gilt nach Kaehr

$$\text{texteme}^{(2,n)} = \left[\left[\left[\text{Sem}^1 \mid \text{env}^1\right];\left[\text{Sem}^2 \mid \text{env}^2\right]; \ldots; \left[\text{Sem}^n \mid \text{env}^n\right]\right]; \ <\text{anch}>\right],$$
$$\left(\text{env}^i \simeq \text{env}^j\right),\ 1 \leqq i \neq j \leqq n,\ n \in \mathbb{N}$$

composition of textemes

Grob gesagt, können wir also Texteme auf einen nicht-quadratischen Block von 3 semiotischen Matrizen reduzieren (durch die damit implizierte Monokontexturalisierung fallen natürlich die Anker und die Chiasmen weg, nicht aber die Diamantenstruktur von Zeichen + Umgebung (Zeichen) + Umgebung (Spiegelzeichen) + Spiegelzeichen.)

Als Modell seien nun 3 Matrizen vorgeschlagen, deren kategoriale Struktur wie folgt ist:



KR = (3.3 2.2 1.1)×(1.1 2.2 3.3) ist ja nichts anderes als die semiotische Identitätsrelation. Und ER ist die eigenreale Relation der semiotischen Identität, da ×(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3) ist. Damit spiegelt sich die spiegelnde Mediationsmatrix in der Mitte an (2.2) selbst ((3.3 2.2 1.1) ∩ (3.1 2.2 1.3) = (2.2)), entsprechend sind die Matrix links und die Matriz rechts am zentralen (2.2) spiegelbildlich:

$$\begin{pmatrix} \underline{1.1} & 1.2 & \underline{1.3} & 2.3 & \underline{1.1} & 1.2 & \underline{1.3} & 2.1 & \underline{3.3} \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 & \underline{3.1} & \underline{2.2} & \underline{1.3} & 1.2 & \underline{2.2} & 3.2 \\ \underline{3.1} & 3.2 & \underline{3.3} & 3.2 & \underline{3.3} & 2.1 & \underline{1.1} & 2.3 & \underline{3.1} \end{pmatrix}$$

Dies ist so zu verstehen: Die linke Submatrix ist das semiotische Repertoire von Bi-$Sign_1$, und die rechte Submatrix ist das semiotische Repertoire von Bi-$Sign_2$. Die mittlere (zentrale) Matrix ist das Repertoire des Umgebungssystem beider Bi-Zeichen.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, XANADU´s textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Ein 2-Tori-Modell des Transits mit Schacht

1. Dieser Beitrag ist einer der zahlreichen Fortsetzungen meines Buches „In Transit“ (Toth 2007). Das darin konstruierte Modell, welches das Weltbild der Semiotik als einem „nicht-transzendentalen, nicht-apriorischen und nicht-platonischen metaphysischen Raum“ (Gfesser 1990, S. 133), charakterisiert, ist der Torus als Korridor, metaphorisch gesetzt in Anspielung auf entsprechende Bilder in Kafka´s Werk und Max Benses Kommentar einer „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit“ (Bense 1952, S. 100).

2. Die Abgeschlossenheits- und zugleich Einzigkeitsvoraussetzungen des semiotischen Raums sind in jüngster Zeit gegenüber dem Buch von 2007 bedeutend erweitert worden: So wurde das externe, gegenständliche Objekt zu Gunsten einer 0-stelligen Relation und mit ihr der noch von Bense (1975, S. 65 f.) postulierte „ontologische“ Raum aufgehoben, denn im semiotischen Weltbild gibt es nur vermittelte Realiät, d.h. Objektbezüge und keine Objekte (Toth 2011a). Von hier aus ergab sich der Anschluss an das bereits von Mahler und Kaehr (1993) postulierte Semiose/Kenose-Modell, worin anstelle der thetische Einführung der Zeichen die semiotische (logische sowie arithmetische) Interpretation der kenomischen Matrix tritt, auf die Zeichen nun tiefer als bis auf die Peirceschen Fundamentalkategorien reduzierbar ist (Toth 2011b). Schliesslich wurde als weitere Konsequenz die obligatorische Bindung des Zeichens an eine triadische Relation und mit ihr das bereits einem Satz von Schröder widersprechende Peircesche „Theorem“ der Reduktibilität aller n-adischen Relationen mit $n > 3$ auf triadische aufgehoben. Damit ist das Zeichen also einfach eine Teilrelation einer n-stelligen Relation für theoretisch beliebiges n mit posteriorer anstatt priorer Interpretation einiger Relata durch die Fundamentalkategorien (Toth 2011c). Vermutlich wird also der letzte Schritt im Umbau der Semiotik auf die Kaehrsche Theorie der „Texteme“ (Kaehr 2009) bestehen, worin das Konzept des monokontexturalen Einzeichens durch einen Komplex aus kontextuierten chiastisch verbundenen „Bi-Zeichen“ ersetzt werden wird: Wir wissen, was Texteme sind, insofern wird anstatt vom Zeichen (das ja erst noch bestimmt werden muss, d.h. zum Zeitpunkt der Interpretation einer Relation als zeichenhafter Relation noch unbekannt ist) von semiotischen

Diamanten ausgegangen (Kaehr 2007), also von kontexturierten Zeichen zusammen mit ihren Umgebungen.

3. In Toth (2011d) wurden nun Mediationskaskaden in die Semiotik eingeführt. Während in der Peirceschen Zeichenrelation das Mittel vermittelt: ZR = (O, M, I) bzw. ZR = (I, M, O), können sowohl Paare von nicht-vermittelnden und vermittelnden Primzeichen sowie rein vermittelnde Primzeichen-Paare wiederum vermittelt werden, die auf einer tieferen Stufe erneut und mit schnell anwachsender Tiefenstruktur vermittelt werden. Auf diese Weise ergibt sich also eine schnell absteigende Kaskade aus vermittelten und vermittelnden Kategorien, deren semiotischer Abstand umso grösser als als die Anzahl der vermittelnden Glieder (und mit ihnen die Tiefe der Kaskade) steigt. Für ersten 5 Schritte oder „Treppen“ bekommen wir:

1. O M I (1)

2. OaMbI (2)

3. OabcMdefI (6)

4. OabcdefgMhijklmnI (14)

5. OabcdefghijklmnMopqrstuvwxyzαβI (28)

...

Spricht man jeder Kategorie eine eigene Kontextur zu, ergibt sich für die von Günther (1978, S. ix f.) geforderte kategorielle Vermittlung ebenfalls in einer schnell absteigenden Kaskade:

1. (M1M2),

$\coprod$1.2

2. (M1m2M3),

$\coprod$1.2.3

3. (M1m2m3m4M5)

$\coprod$1.2.3.4.5

4. (M1m2m3m4m5m6M7)

∐1.2.3.4.5.6.7

5. (M1m2m3m4m5m6m7m8m9m10M11)

∐1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11

…

4. Als neues topologisches Modell, den einfachen Torus mit einfacher Seelenlinie ersetzend, ergibt sich nun ein Doppeltorus mit konzentrischen Seelenlinien, die man selbst als semiotische Modelle für eine Zeichenrelation, also z.B. für eine Zeichenklasse und ihre dual koordinierte Realitätsthematik, nehmen kann.[1] Das folgende Modell gehört zur sog. Hopf-Fibrierung:

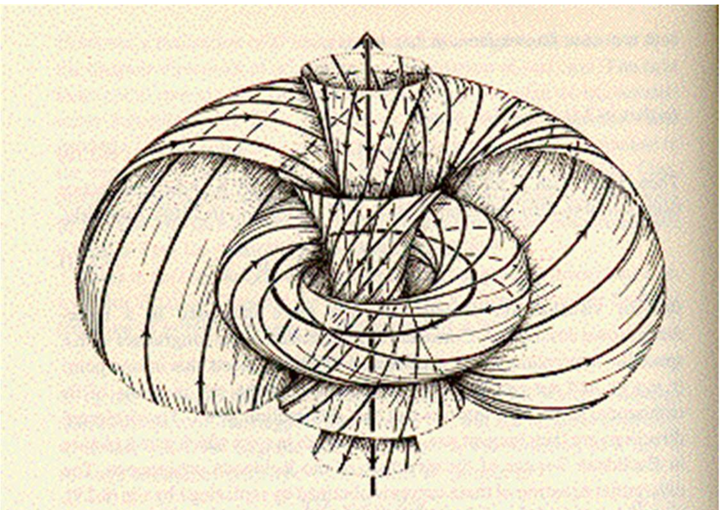
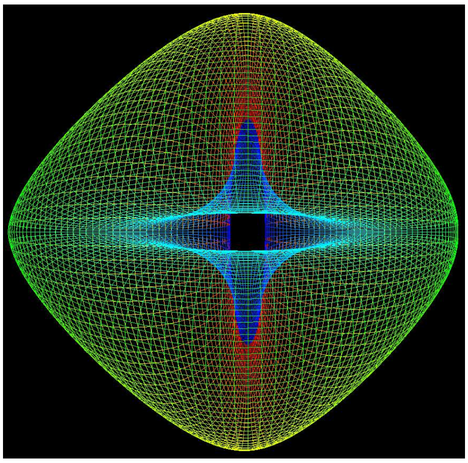


Fig. 6-3. For a general twistor Z^α, the flagpole directions of ω^A point, at any one time, in directions whose spatial projections are tangent to a family of circles, and one straight line, constituting stereographically projected Clifford parallels on S^3. As time progresses, the whole configuration moves with the speed of light in the negative direction of the straight line (i.e. in the projected direction of $\bar{\pi}^{A'}\pi^{A}$).

2 "genestete" 2-dim. Tori der konformen Hopf-Fibrierung
der 3-Sphäre

Die folgende Abbildung zeigt den „Schacht" zwischen den orthogonalen Tori, welcher semiotisch gesehen durch die mediativen Kaskaden entsteht:

[1] Jeder Torus ist die stereographische Projektion des inversen Bildes eines Kreises der Breite der 2-Sphäre!



local.wasp.uwa.edu.au

Weitere Arbeiten zur Transit-Theorie werden folgen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Zeichen von Zeichen für Zeichen. Fest. für Max Bense. Baden-Baden 1990

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Überlegungen zu einer Neubestimmung der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Thetische Einführung oder Interpretation kenomischer Matrizen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Semiotik als kenomisch interpretierte Relationentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011c

Toth, Alfred, Semiotische Mediationskaskaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011d

Semiotische Mediationskaskaden

1. Was vermittelt eigentlich im Peirceschen Zeichenmodell ZR = (M, O, I)? Es ist das Mittel, das zwischen Interpretant und Objekt oder eben Subjekt und Objekt vermittelt. Demnach würde man, van den Boom (1981) folgend, die Zeichenrelation besser als ZR = (O, M, I) bzw. (I, M, O) formalisieren.

2. Wäre das Zeichen wirklich, wie z.B. in Bense (1971, S. 39 ff.) behauptet, ein Kommunikationsschema, so käme man allerdings mit der Beschränkung auf eine triadische, d.h. 3-stellige Relation nicht weit. Denn erstens genügt natürlich ein Subjekt nicht; für Kommunikation sind mindestens zwei Subjekte, nämlich ein Sender und ein Empfänger nötig. Ferner wenden sich die meisten kommunikativen Akte an ein möglichst grosses Publikum, d.h. die Anzahl der Interpretanten sollte nicht beschränkt sein. Weil es nur ein einziges I gibt, hatte Bense kurzerhand die Objektskategorie O mit dem Sender und das eine I mit dem Empfänger identifiziert. Wie aber kann ein totes Objekt Information aussenden? Ferner gibt es viele Fälle, wo Kommunikation nicht nur viele Empfänger, sondern auch mehrere Sender voraussetzt, z.B. in Diskussionsrunden. Die einzige richtige gewählte Kategorie ist daher das Mittel im Sinne des Kanals, denn dieser vermittelt ja. Nur genügt auch hier natürlich nicht nur ein einziges aus einem Repertoire selektiertes M; man sollte das ganze Repertoire Rep = {M} ansetzen, so dass man das Zeichen am besten als Menge über Mengen (bzw. Mengenfamilien) ZR = {{M}, {O}, {I}} definiert. Löst man diese Mengen der Menge jedoch auf, damit 2-er- und 3-er-Partialrelationen zwischen den Kategorien möglich sind, d.h. ZR = {M1,..., Mn, O1, ..., On, I1, ..., In}, dann muss Vermittlung im Prinzip zwischen je zwei Kategorien möglich sein. Zuvor aber ein meist übersehener Abschnitt Günthers über Peirce´s triadische Selbstbeschränkung:

Höchst wesentlich aber war für Peirce seine Weigerung, über die Triadenlogik hinauszugehen. Zwar hatte er mit dem Verf. das gemeinsam, daß beide von der Voraussetzung ausgehen, daß die zweiwertige Logik der Dualitäten nicht ausreichend sei, unsere rationalen Bedürfnisse zu befriedigen, aber Peirce schneidet sich weitere Erwägungen dann selbst mit der bündigen Feststellung ab: „Triadic Logic is universally true," (Vgl. Transaction of the Charles S. Peirce Society II, 2, S. 81. Fall 1966.)

Die klassische Logik läßt nach Peirce noch ein Unsicherheitsmoment zu, welches dann im Triadischen beseitigt wird. Die Analogie zur göttlichen Trinität und der Allweisheit eines absoluten Bewußtseins ist unverkennbar. Über die Dreieinigkeit hinaus geht nichts mehr.

Darauf muß ausdrücklich hingewiesen werden. Denn die bisherigen Versuche, über die klassische Logik hinauszugehen, sind unecht; und sie bleiben in Wirklichkeit in dem traditionellen metaphysischen Rahmen des Begriffs. Interpretiert man nämlich zusätzliche Werte – und das mögen im Sinne einer Wahrscheinlichkeitsskala beliebig viele sein – als „zwischen" den Grenzwerten „null" und „eins" liegend, so bleibt man zahm im Gehäuse des klassischen Denkens, gleichgültig, wie viel Nuancen der Annäherung vom einen logischen Pol zum andern man einzuführen beliebt. Es ist höchst charakteristisch, daß in dieser Schule des Denkens ganz ausdrücklich der Terminus ‚zwischen' gebraucht worden ist, wenn die Rede von dem ontologischen Ort der neuen Werte war. Man schuf auf diese Weise eine Pseudo-Mehrwertigkeit von philosophischer Belanglosigkeit, was den Logistiker Rudolf Carnap – unter anderen – zu der unglaublichen Behauptung verleitet haben mag: „Es gibt keine Philosophie als Theorie, als System eigener Sätze neben denen der Wissenschaft. Philosophie betreiben bedeutet nichts anderes als: die Begriffe und Sätze der Wissenschaft durch logische Analyse klären" (Erkenntnis I, 1, Rudolf Carnap, Die alte und die neue Logik, S. 26.)

3. Wenn wir also von

ZR = {M1,..., Mn, O1, ..., On, I1, ..., In}

ausgehen, dann bekommen wir auf der Subzeicheneben eine sehr grosse Menge von kombinatorisch gebildeten Paaren:

{(M1M1), (M1M2), (M1M3), ..., (MkMk), (MkMk+1), ..., (Mn-1Mn), (MnMn)}.

Allgemein führt dies zu schnell abfallenden Kaskaden:

1. M O I (0)

2. MaObI (2)

3. MabcOdefI (6)

4. MabcdefgOhijklmnI (14)

5. MabcdefghijklmnOopqrstuvwxyzαβI (28)

...

Spricht man jeder Kategorie eine eigene Kontextur zu, ergibt sich für die von Günther geforderte kategorielle Vermittlung:

1. (M1M2),

   $\coprod$1.2

2. (M1m2M3),

   $\coprod$1.2.3

3. (M1m2m3m4M5)

   $\coprod$1.2.3.4.5

4. (M1m2m3m4m5m6M7)

   $\coprod$1.2.3.4.5.6.7

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Die semiotische Matrix als Mediationssystem

1. Im Grunde ist es erstaunlich, dass die Definition des Peirceschen Zeichens in der Ordnung

$ZR = (M, O, I)$

oder in der konversen Ordnung

$ZR° = (I, O, M)$

erfolgt, denn es ist ja in beiden Fällen nicht das Objekt, das zwischen Mittel und Interpretant vermittelt, sondern diese Aufgabe fällt per definitionem M zu; man würde also erwarten

$ZR_m = (O, M, I)$

oder

$ZR_m = (I, M, O)$,

vgl. auch van den Boom (1981). Daraus würde als Reihenfolge der triadischen (2. > 1. > 3./3. > 1. > 2.), trichotomischen (.2 > .1 > .3/.3 > .1 > .2) und diagonalen Peirce-Zahlen (2.2 > 1.1 > 3.3/3.3 > 1.1 > 2.2) folgen.

2. Nun entsprecht die Ordnung der Zeichenschmata ZR_m dem natürlichen Ablauf der Semiosen, insofern zuerst ein Objekt da ist, für das dann ein Mittel gewählt und ein Bedeutungskonnex etabliert wird. In der zweiten Definition wählt der primäre Interpretant sekundär ein Mittel für ein tertiäres Objekt. Da es sich hier um Fundamentalkategorien handelt, die in der klassischen Semiotik als Bausteine des Geistes nicht ineinander übergehen können (ebenso wie die Bausteine der Materie, die chemischen Elemente, nicht ineinander übergehen können). Wir können uns somit z.B. auf die Ordnung $ZR_m = (O, M, I)$ festlegen und jeder Fundamentalkategorie eine separate Kontextur zuschreiben:

$O \rightarrow O_1$

$M \rightarrow M_2$

$I \rightarrow I_3$

Sie partizipieren damit im Gegensatz zu der üblichen Praktik ($M \rightarrow M_{1.3}$, $O = O_{1.2}$, $I \rightarrow I_{1.3}$) nicht an zwei Kontexturen, d.h. sie sind, da die Subzeichen als Vektoren in der als Vektorraum aufgefassten Matrix darstellbar sind, im Gegensatz zur Handhabung von Kaehr „linear unabhängig".

Damit bekommen wir:

	2_1	1_2	3_3
2_1	2.2_1	$2.1_{1.2}$	$2.3_{1.3}$
1_2	$1.2_{2.1}$	1.1_2	$1.3_{2.3}$
3_3	$3.2_{3.1}$	$3.1_{3.2}$	3.3_3

also etwas vollkommen anderes als die entsprechende Matrix in Kaehr (2008). Zeichnen wir nun die Mediationen zwischen den triadischen Peirce-Zahlen ein:

	2_1		1_2		3_3
2_1	2.2_1		$2.1_{1.2}$		$2.3_{1.3}$
		$\coprod_{1.2}$		$\coprod_{1.2.3}$	
1_2	$1.2_{2.1}$		1.1_2		$1.3_{2.3}$
		$\coprod_{2.1}$		$\coprod_{2.1.3}$	
3_3	$3.2_{3.1}$		$3.1_{3.2}$		3.3_3
		$\coprod_{3.1.2}$		$\coprod_{2.1}$	

So sind diejenigen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen wegen $(a.b)_{\alpha.\beta} \neq (a.b)°_{\alpha.\beta} = (b.a)_{\beta.\alpha}$, d.h. Konversion wird wie Dualität behandelt. Vgl. die Mediationen zwischen den trichotomischen Peirce-Zahlen:

	2_1	1_2	3_3
2_1	2.2_1	$2.1_{1.2}$	$2.3_{1.3}$
	$\coprod_{1.2}$	$\coprod_{1.2}$	$\coprod_{1.3.2}$
1_2	$1.2_{2.1}$	1.1_2	$1.3_{2.3}$
	$\coprod_{2.1.3}$	$\coprod_{1.2.3}$	$\coprod_{1.3.2}$
3_3	$3.2_{3.1}$	$3.1_{3.2}$	3.3_3

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2008)

van den Boom, Holger, Der Ursprung der Periceschen Zeichentheorie. In: Zs. für Semiotik 3, 1981, S. 23-39

Zahlenreihen zwischen den Kontexturen

1. Ein Apfel und eine Birne ergibt in der quantitativen Mathematik bekanntlich zwei Früchte, also dasselbe wie eine Birne und eine Orange, eine Feige und eine Himbeere, usw. Solange es also einen gemeinsamen qualitativen Nenner der qualitativen Anzahlen gibt, die addiert werden sollen, wird die in einem rein quantiativen System nicht vorhandene Qualität eben auf die eine Qualität der Quantität, wie Hegel sagte, zurückgeführt. Was aber ergibt ein Apfel und eine Kartoffel? Wie man erkennt, langt auch die Sprache mit ihren Qualitäten, mit der man sich über das unmögliche Addieren von Qualitäten ein Stück weit hinausmogeln kann, nicht sehr weit. Was ergibt ein Zahnweg, eine Kirche und ein Krokodil (das bekannte Beispiel Günthers aus dem „Selbstbildnis" von 1975)?

2. Daraus lernt man zwei Dinge: Erstens, es ist falsch, wenn Günther im gleichen, eben erwähnten Buchkapitel schreibt, alle kontexturellen Abysse seien prinzipiell gleich gross: Das Zeichen, das von seinem Objekt getrennt ist, die Dichotomie von Leben und Tod, der Abstand zwischen einem Ich und einem Du – und schliesslich das Urbild aller binären kontexturellen Relationen: die Transzendenz zwischen Gott und Mensch, das Sinnbild der Unerreichbarkeit, des kontexturellen Abbruchs. Wie ich hier zeige, kann man mit Hilfe von mediativen Kontexturenzahlen die verschiedenen kontexturellen Abstände in semiotischer Repräsentation wenigstens relativ unterscheiden. Zweitens: Wie bereits angetönt, ist das qualitative Repertoire der Umangssprache, die als Subsidium zur Veranschaulichung nicht-existenter qualitativer Additionen dient, viel zu schwach ausgeprägt. Wenn wir die oben gegebenen Beispiele systematisieren:

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel (rein quantitativ)

1 Apfel + 1 Birne = 1 Himbeere + 1 Feige + ... + = 2 Früchte (semantischer Behelfsterm im Sinne eines qualitativen kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen vorhanden)

1 Orange + 1 Zitrone = 2 Zitrusfrüchte (nur spezifischer semant. Behelfsterm als k.g.V. vorhanden)

1 Himbeere + 1 Heidelbeere = 2 Beeren (nur spezifischer semant. Behelfsterm vorhanden)

1 Bintje + 1 Urgenta = 2 Kartoffeln (nur überspezifischer semant. Behelfsterm vorhanden)

Diese Form der „qualitativen Substitution“ nicht-vorhandener quantitativer Additionen enthält ferner eine grosse Anzahl von qualitativen Fehlern:

1 Erdbeere + 1 Himbeere = ? (die Erdbeere ist botanisch keine Frucht)

1 Kartoffel + 1 Süsskartoffel = ? (die Süsskartoffel ist keine Kartoffel)

Es gibt allerdings auch den umgekehrten Fall, wo der semantische Behelfsterm existiert, aber meistens in Unkenntnis nicht gesetzt wird:

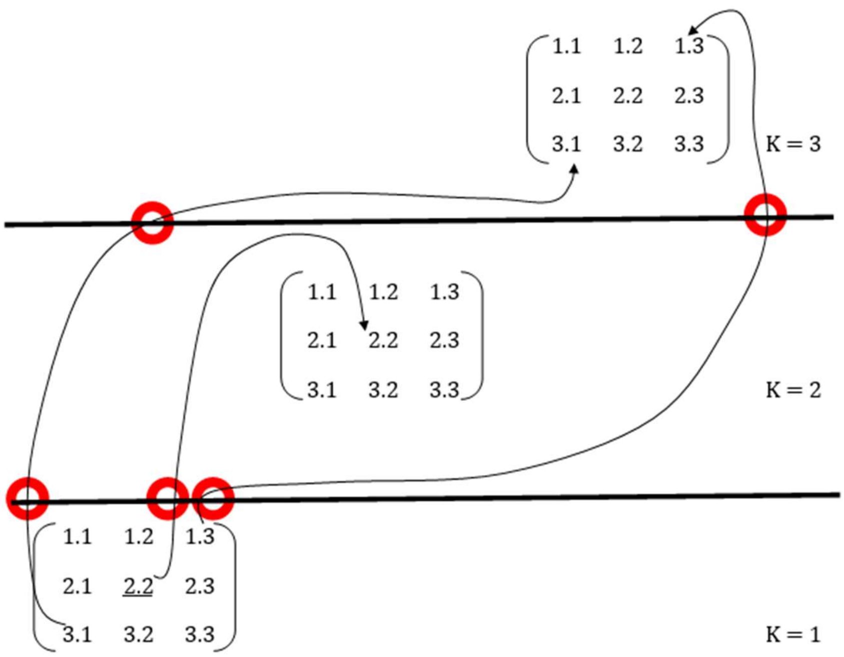
1 Sonnenblume + 1 Topinamburblume = 2 Sonnenblumen (vgl. die Bezeichnungen „essbare Sonnenblume“, ital. girasole articiocco)

Dieser kleine Ausschnitt aus linguistisch nie untersuchtem Gebiet lässt erahnen, dass auch die zugrunde liegenden qualitativ-mathematischen Verhältnisse alles andere als einfach sind.

2. Zur Illustration des Themas Kontexturen und Kontexturengrenzen gebe ich meine in Toth (2011a) veröffentlichte Darstellung der Transformation

(3.1 2.2 1.3) → (3.13 2.21.2 1.33)

mit den 5 involvierten Transgressionen wieder:



3. Im Anschluss an Toth (2011b) möchte ich jedoch die irreführende Peircesche Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

durch die Zeichenrelation

ZR = (O, M, I),

worin M wirklich zwischen O und I vermittelt, ersetzen. Ferner ordnen wir in Abweichung des von Kaehr (2008) geübten Verfahren jeder Fundamentalkategorie nicht zwei, sondern nur eine Kontextur zu, und zwar wie folgt:

$O \rightarrow O_1$

$M \rightarrow M_2$

$I \rightarrow I_3$

Die Kategorien partizipieren sind damit im Gegensatz zur üblichen Praktik ($M \rightarrow M_{1.3}$, $O = O_{1.2}$, $I \rightarrow I_{1.3}$) Vektoren linear unabhängig.

Damit bekommen wir folgende neue kontexturierte Matrix:

	2_1	1_2	3_3
2_1	2.2_1	$2.1_{1.2}$	$2.3_{1.3}$
1_2	$1.2_{2.1}$	1.1_2	$1.3_{2.3}$
3_3	$3.2_{3.1}$	$3.1_{3.2}$	3.3_3

also etwas vollkommen anderes als die entsprechende Matrix in Kaehr (2008). Zeichnen wir nun die Mediationen zwischen den triadischen, den trichotomischen und den diagonalen Peirce-Zahlen ein.

3.1. Kontexturelle Mediationszahlen von tdP:

	2_1		1_2		3_3
2_1	2.2_1		$2.1_{1.2}$		$2.3_{1.3}$
		$\coprod_{1.2}$		$\coprod_{1.2.3}$	
1_2	$1.2_{2.1}$		1.1_2		$1.3_{2.3}$
		$\coprod_{2.1}$		$\coprod_{2.1.3}$	
3_3	$3.2_{3.1}$		$3.1_{3.2}$		3.3_3
		$\coprod_{3.1.2}$		$\coprod_{2.1}$	

3.2. Kontexturelle Mediationszahlen von ttP:

	2_1	1_2	3_3
2_1	2.2_1	$2.1_{1.2}$	$2.3_{1.3}$
	$\coprod_{1.2}$	$\coprod_{1.2}$	$\coprod_{1.3.2}$
1_2	$1.2_{2.1}$	1.1_2	$1.3_{2.3}$
	$\coprod_{2.1.3}$	$\coprod_{1.2.3}$	$\coprod_{1.3.2}$
3_3	$3.2_{3.1}$	$3.1_{3.2}$	3.3_3

3.3. Kontexturelle Mediationszahlen von diagP:

	2_1		1_2		3_3
2_1	2.2_1		$2.1_{1.2}$		$2.3_{1.3}$
		$\coprod_{1.2}$		$\coprod_{1.3.2}$	
1_2	$1.2_{2.1}$		1.1_2		$1.3_{2.3}$
		$\coprod_{1.3.2}$		$\coprod_{1.2.3}$	
3_3	$3.2_{3.1}$		$3.1_{3.2}$		3.3_3

Stehe kMZ für kontexturelle Mediationszahl, dann gibt es also folgende Reihen in einer triadisch-trichotomischen Semiotik, untergliedert nach den Peirce-Zahlen (hdP = hauptdiagonale P., ndP = nebendiagonale P.):

kMZ(tdP) = {(1, 2), (1, 2, 3), (2.1), (2, 1, 3), (3, 1, 2), (2, 1)}

kMZ(ttP) = {(1, 2), (2, 1, 3), (1, 2), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (1, 3, 2}

kMZ(hdP) = {(1, 2), (1, 2, 3)}

kMZ(ndP) = {(3, 1), (1, 3, 2)}

Mit diesen kontexturellen Mediationszahlen kann man nun die relativen Abstände zwischen zwei und mehr Kontexturen entweder in linearer oder in diagonaler Richtung bestimmen.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J., Philosophie in Selbstdarstellungen, Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-76

Toth, Alfred, Semiotische kontexturale Verbundsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Die semiotische Matrix als Mediationssystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

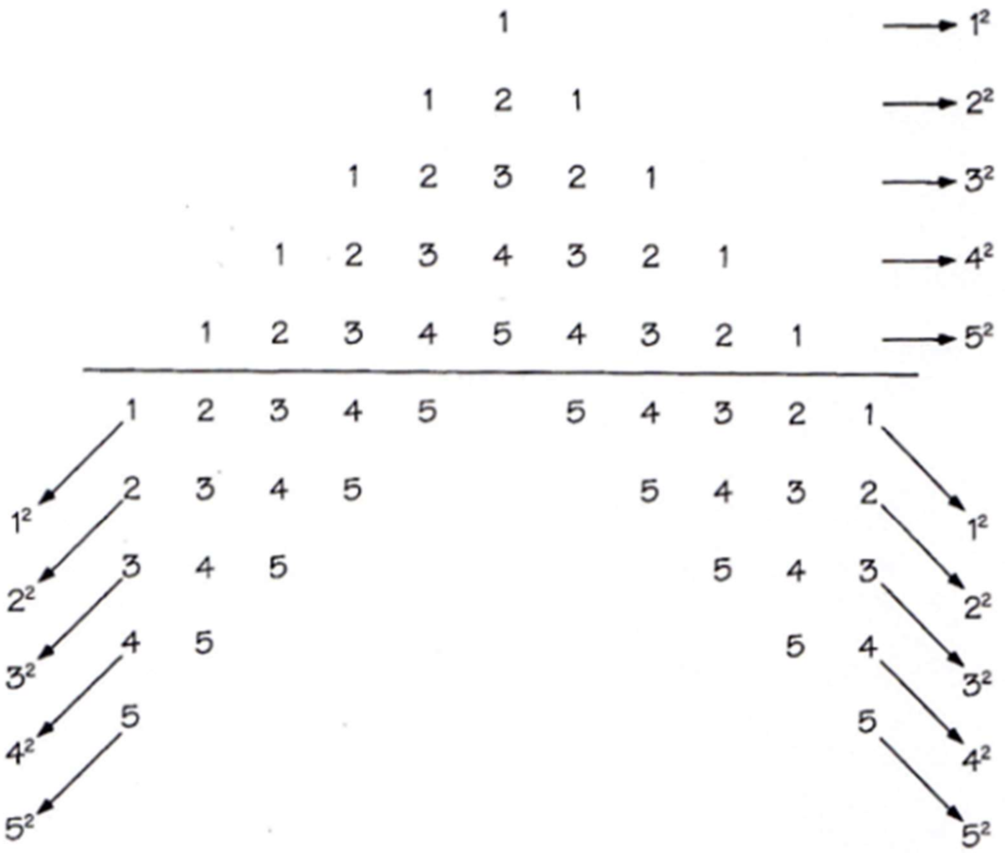
Die Entstehung unvermittelter und vermittelter Bi-Zeichen aus figurativen Zahlen

1. Gegen seien, wie bekannt,

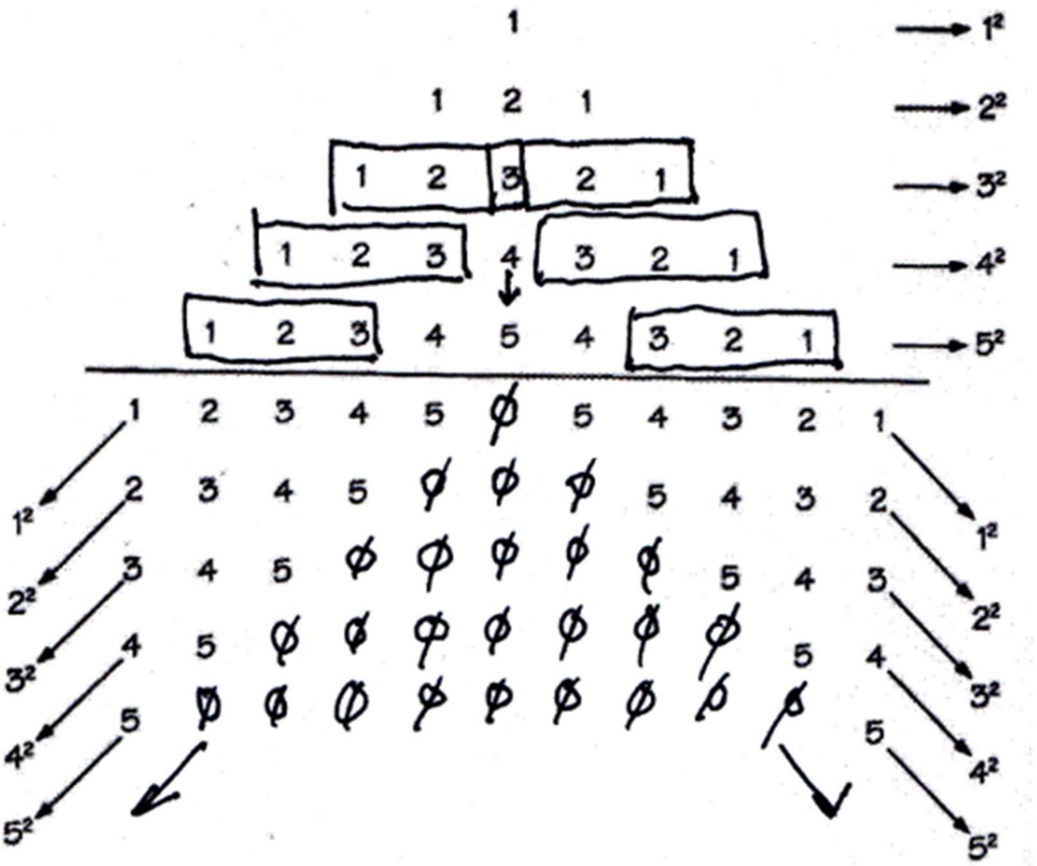
die Dreieckszahlen: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ...

die Tetraederzahlen: 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220, ...

2. Conway/Guy (1996, S. 49) haben nun gezeigt, dass 11 Kopien der 5. Dreieckszahl 3 Kopien der ersten 5 Quadratzahlen ergeben:



3. Während also die 1. und 2. Stufe auf das monadische zw. dyadische Zeichen beschränkt sind, enthält die 3. Stufe das unvermittelte System von Zeichen und Bi-Zeichen (vgl. Kaehr 2009). Die Stufen n ≥ 4 enthalten nun eine Hierarchie 1-, 2-, 3-, ..., m-fach vermittelter Bizeichen, die im unten stehenden Bild angedeutet sei:



Mit Hilfe dieser Darstellung kann man also das System der semiotischen Vermittlungszahlen als Mediationssystem zwischen den Teilsystemen der ersten 5 Peano-Zahlen und ihrer Quadrate darstellen, d.h. man braucht das allen Systemen zugrunde liegende System der monokontexturalen Mathematik nicht zu verlassen.

Bibliographie

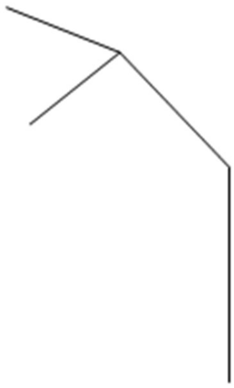
Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. Springer 1996

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf 2009

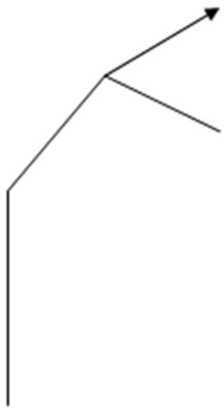
$

Zum Verhältnis von Relationen und Vermittlungen von Relata

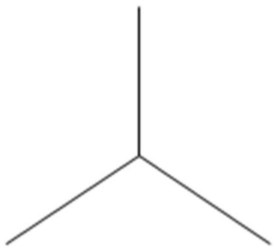
1. Wir wir kürzlich feststellten (Toth 2011), ist es zwar richtig, dass die triadische Zeichenrelation irreduzibel ist (vgl. Toth 2008, S. 173 ff.), aber es ist nicht richtig, dass sämtliche n-adischen Relationen auf triadische Relationen reduzierbar sind. (Peirce CP. 1.343-349 ap. Toth 2008, S. 173; Marty 1980). Der Grund liegt einfach darin, dass eine triadische Relation keine Konkatenation einer dyadischen und einer monadischen ist, denn jeder Anfänger der Logik weiss, dass sich ein 3-stelliges Prädikat, z.B. „_ liegt zwischen _ und _“ nicht auf *“liegt“, *“zwischen“ und *“und“ zusammensetzen lässt. Entsprechend lautet die graphische Darstellung der Benseschen Zeichenrelation ZR = (1 → ((1 → 2), (1 → 2 → 3)) (Bense 1979, S. 53) als „verschachtelte Relation“ bzw. als „Relation über Relationen“ (wie Bense sagt)



bzw.



und nicht, wie bereits von Peirce dargestellt:



d.h. die Peircesche Zeichenrelation ist die Zusammensetzung eines bifurkativen und eines trifurkativen Graphen und nicht diejenige dreier simpler Kanten, da dies der Inklusion des Mittels im Objekt und im Interpretanten sowie der Inklusion des Objekts im Interpretanten widerspräche.

2. Damit ist bereits gezeigt, dass auch der mit dem „Satz von Peirce" verwandte „Satz von Schröder", wonach alle n-adischen Relationen sich sogar auf dyadische zurückführen liessen, ebenfalls falsch ist, da Trifurkationen und Bifurkationen prime Relationen sind. Unter primen Relationen verstehen wir also solche, die sich nich auf einfache zurückführen lassen. Es ist somit streng genommen falsch zu sagen: $3 = 2 + 1$, denn dies gilt nur dann, wenn $1 \not\subset 2$ und $2 \not\subset 3$ (und somit $1 \not\subset 3$) gälte; nun gilt aber $1 \subset 2$, $2 \subset 3$ und $1 \subset 3$, also gilt $3 \neq 1 + 2$. (Damit ist das tiefste Gesetz angedeutet, warum es in der Semiotik keine Gleichungen der Form $(a.b) + (c.d) = (e.f)$, z.B. $(1.1) + (1.2) = (1.3)$, $(2.1) + (2.2) = (2.3)$ oder $(1.1) + (2.2) = (3.3)$ gibt und warum die arith>-metischen Operationen der monokontexturellen Mathematik sind i.a. nicht auf die semiotischen Relata anwenden lassen.

3. Verwenden wir V als dyadischen Funktor für Vermittlung (d.h. es werden immer Paare von Relata bzw. diese paarweise vermittelt), so gilt also zwar

$3 \neq 2 + 1$,

aber

$3 = 2 \text{ V } 1$,

und zwar ist dies möglich ab $n = 2$, denn für $n = 1$ gibt es trivialerweise höchstens die „Selbstvermittlung" eines Relatums. Für $n = 4$ haben wir dann

$4 = 2 \text{ V } 2 \neq 2 \text{ V } 1 \text{ V } 1$ (Bifurkation!) $\neq 3 \text{ V } 1$ (Trifurkation!)

für $n = 5$

$5 = 3 \text{ V } 2 \neq 3 \text{ V } 1 \;\; \text{V } 1 \neq 4 \text{ V } 1$

Wir können das Resultat sogleich in der folgenden kleinen Tabelle darstellen:

Relation	Anz. Vermittl.	Resultat
n = 1	0	0
n = 2	1	2 + 1 = 3
n = 3	2	3 + 2 = 5
n = 4	3	4 + 3 = 7
n = 5	4	5 + 4 = 9
...	...	...

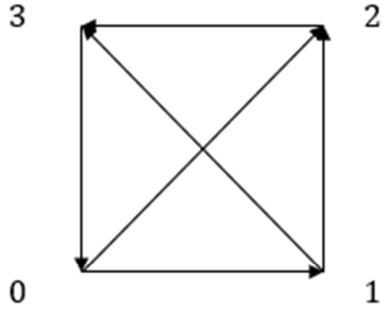
Eine n-stellige Relation hat somit (n-1) vermittelnde Relata, die sich mit der Relation zu einer n + (n-1)-stelligen Relation verbinden, und diese bilden genau die Folge der ungeraden Zahlen \ {1}, d.h. es gibt keine isomorphe Abbildung von der Menge der n-stelligen Relationen (natürliche Zahlen) in die Menge der Vermittlungszahlen. In Sonderheit gilt aber, dass die Relationen unter sich nicht den arithmetischen Operationen genügen, dass es ist NICHT z.B. (n = 2) + (n = 3) = (n = 5), bzw. eine pentadische Relation lässt sich nicht als Konkatenation einer triadischen und einer dyadischen Relation darstellen; sie ist irreduzibel genauso wie die triadische Relation, von der wir ausgegangen sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen den Kontextuen. Klagenfurt 2007 (mit weiterer im Text zit. Lit.)

Triadische Vermittlungszahlen tetradischer Relationen

1. Dieser kurze Aufsatz ist ein Nachtrag zu Toth (2011), worin ausschliesslich dyadische Vermittlungszahlen bei tetradischen Relationen untersucht worden waren. Dabei traten jedoch seltame Zahlen, sog. Diagonalzahlen. Gehen wir wiederum aus von dem folgenden tetradischen Zeichenmodell



2. Da V(a, b, c) für alle 3! = 6 Permutationen dasselbe Resultat liefert, gibt es nur die folgenden 4 triadische Vermittlungszahlen tetradischer Relationen:

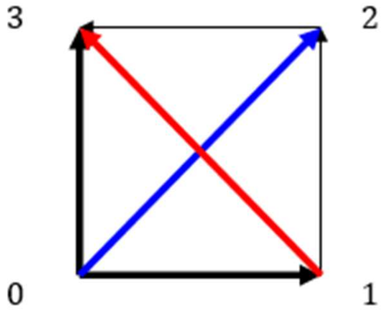
V(0, 1, 2) = 3

V(0, 1, 3) = 2

V(0, 2, 3) = 1

V(1, 2, 3) = 0

Interessant ist nun, dass wir von den in Toth (2011) unterschiedenen zwei Typen von Diagonalzahlen, den triadischen (im folgenden Bild mit der roten Kante inzident) und den tetradischen (mit der blauen Kante inzident):



die triadischen Vermittlungszahlen mit den tetradischen Diagonalzahlen korrespondieren.

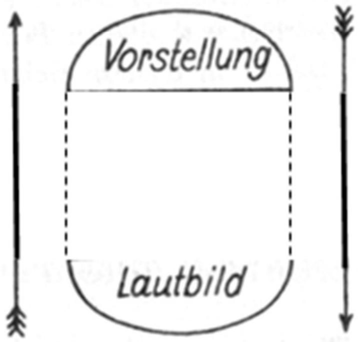
Bibliographie

Toth, Alfred, Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Vermittlungsrelationen

1. Das Saussuresche Zeichenmodell (Saussure 1916)

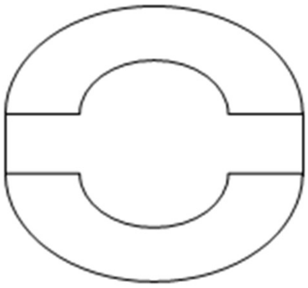
kennt kein Tertium, das als Vermittlung zwischen Sigifikant und Signifikat fungiert. Allerdings setzen die meisten Phasen der Generativen Grammatik ein solches voraus, v.a. etwa die Generative Semantik (vgl. Immler 1974). Das entsprechende Modell müsste wie folgt aussehen:



Entsprechend muss folgende Transformation der dyadischen in eine triadische Zeichenrelation angenommen werden:

ZR = (Sn, Sk) → (Sn, V, Sk).

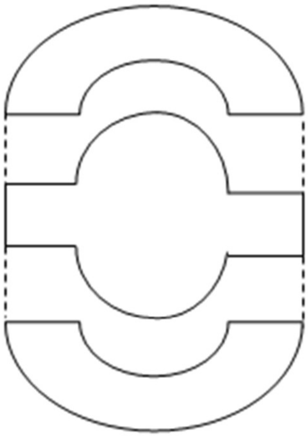
2. Wenn wir nun eine triadische Abwandlung des Saussureschen Zeichenmodells konstruieren:



dann vermittelt hier also der mittlere Teil zwischen den beiden oberen. Wir haben also wiederum

ZR = (Sn, V*, St),

nur ist hier das Vermittelnde V* selbst eine Zeichenkategorie, die vermittelt wird und keine blosse Abbildung wie bei ZR = (Sn, V, St). Wollen wir wie bei Saussures originalem Zeichenmodell Abbildungen einbauen, so können wir etwa folgendes Modell ansetzen:



Die entsprechende Zeichenrelation ist

ZR = (Sn, V_1, V*, V_2, St),

d.h. die vermittelte Zeichenkategorie V* wird nun selbst vermittelt.

Bibliographie

de Saussure, Ferdinand, Cours de linguistique générale. Paris 1916

Immler, Manfred, Generative Syntax – Generative Semantik. München 1974

Vermittlungsrelationen

1. Gegeben seien zwei Objekte A und B, dann ist

$A \rightarrow B := \rightarrow$

eine Abbildung, Funktion, Morphismus (Funktor, natürliche Transformation) oder (generative) Semiose von A nach B:

$A \rightarrow B := 1 \rightarrow_2 3.$

Wir definieren:

${}^2R := 1 \rightarrow_2 3$

und entsprechend

${}^3R := 1 \rightarrow_2 3 \rightarrow_4 5$

${}^4R := 1 \rightarrow_2 3 \rightarrow_4 5 \rightarrow_6 7$

${}^5R := 1 \rightarrow_2 3 \rightarrow_4 5 \rightarrow_6 7 \rightarrow_8 9$

...

Allgemein:

${}^nR := A_i \rightarrow_{i+1} A_j \rightarrow_{j+1} A_k \rightarrow_{k+1} A_l \rightarrow \ldots$ mit $i, j, k, l, \ldots \in \mathfrak{U}$.

Man kann diesen Sachverhalt als Satz formulieren:

Theorem. Zu jedem n-tupel $(A_i, A_j, A_k, \ldots)$ gibt es ein (n-1)-tupel $((i+1), (j+1), (k+1), \ldots)$ mit $i, j, k, l, \ldots \in \mathfrak{U}$.

2. Allgemein enthält eine n-stellige Relation, d.h. ein n-tupel $(A_i, A_j, A_k, \ldots)$, $\binom{n}{k}$ k-stellige Partialrelationen (vgl. z.B. Menne 1991, S. 152). Dabei gilt:

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (\mathrm{n} - (\mathrm{k} - 1))}{k!}$$

Z.B. ist also für $^3R := 1 \to_2 3 \to_4 5$

k = 1: 1, 3, 5

k = 2: (1, 3), (1, 5), (3, 5)

k = 3: (1, 3, 5)

Dazu kommen (k!-1) Konversen. Müssen die Relata nicht paarweise verschieden sein, so dass also auch reflexive Relationen zugelassen sind, dann ist

| k = 1 | = 3 (wie oben)

| k = 2 | = (3 · 4)/2 = 6, nämlich

(1, 1)

(1, 3) (3, 3)

(1, 5) (3, 5) (5, 5) (zuzüglich 6 Konversen)

| k = 3 | = 1 (wie oben).

Bibliographie

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Vermittlungszahlen

1. Triadische Vermittlungszahlen

Sei

$ZR = (1, 2, 3)$,

dann gibt es $3! = 6$ Möglichkeiten:

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$	$VZ(1, 3) = 2$
$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$	$VZ(1, 2) = 3$
$2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$	$VZ(2, 3) = 1$
$2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$	$VZ(2, 1) = 3$
$3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$	$VZ(3, 2) = 1$
$3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$	$VZ(3, 1) = 2$,

d.h. $VZ(a, b) = VZ(b, a) = c$. Vermittlung ist sozusagen die Verwerfung der vermittelten Alternative.

2. Sei nun

$ZR = (0, 1, 2, 3)$,

dann gibt es $4! = 24$ Möglichkeiten:

$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

$0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$

$0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

$0 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$

$0 \to 3 \to 2 \to 1$

$1 \to 0 \to 1 \to 2$

$1 \to 0 \to 2 \to 1$

$1 \to 1 \to 0 \to 2$

$1 \to 1 \to 2 \to 0$

$1 \to 2 \to 0 \to 1$

$1 \to 2 \to 1 \to 0$

$2 \to 0 \to 1 \to 3$

$2 \to 0 \to 3 \to 1$

$2 \to 1 \to 0 \to 3$

$2 \to 1 \to 3 \to 0$

$2 \to 3 \to 0 \to 1$

$2 \to 3 \to 1 \to 0$

$3 \to 0 \to 1 \to 2$

$3 \to 0 \to 2 \to 1$

$3 \to 1 \to 0 \to 2$

$3 \to 1 \to 2 \to 0$

$3 \to 2 \to 0 \to 1$

$3 \to 2 \to 1 \to 0$

Im Gegensatz zu triadischen Relationen, wo die Vermittlungszahlen jeweils 1-tupel sind, haben wir hier Paare. Für jede der 24 Möglichkeiten gilt:

$\mathrm{VZ}(0, 1) = (2, 3)$

$\mathrm{VZ}(0, 2) = (1, 3)$

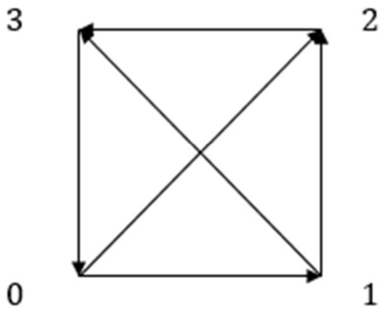
$VZ(0, 3) = (1, 2)$

$VZ(1, 2) = (0, 3)$

$VZ(1, 3) = (0, 2)$

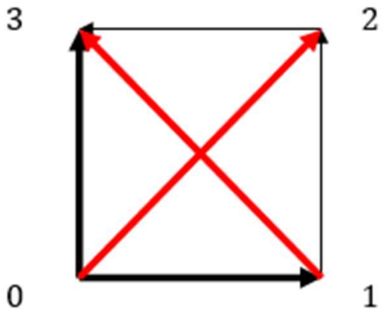
$VZ(2, 3) = (0, 1)$

Auch für Tetraden gilt natürlich: VZ(a, b) = VZ(b, a) = (c, d) = (d, c). Im folgenden tetradischen Quadrat-Modell gilt sowohl für vermittelte als auch für vermittelnde Zahlen: (a → b) gdw b > a:



Die besonders interessanten diagonalen Vermittlungszahlen treten also nur dann auf, die vermittelten Zahlen selbst diagonal sind. Damit ergibt sich die interessante Frage, was für einen semiotischen oder allgemein relationalen Status jene Fälle haben, wo diagonale Zahlen adjazente nicht-diagonale Zahlen vermitteln wie z.B. bei

$?Z(0, 1) = ?Z(0, 3) = \{(0, 2), (1, 3)\}$



Man könnte bei ?Z(1, 3) von triadischer Zahl und bei ?Z(0, 2) von tetradischer Zahl sprechen, da erstere ein Dreieck, letztere ein Rechteck aufspannt. Abklärungen zu diesen und weiteren Zahlen sind nötig.

Literatur

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Aufsätze zur mathematischen Semiotik. 2 Bde. Tucson 2011

Dyadic-tetravalent semiotic functions

1. Triadic-trichotomic semiotic functions have been extensively studied in Toth (2008a), especially in Chapter 2 (pp. 148-178). In the present article I want to give their corresponding dyadic-tetravalent functions, in connection to the investigation of subject- and object distribution in those functions (Toth 2011), since they will play a crucial role after mathematical semiotics will finally have become a part of computer science. Different from a previous study (2009b), I will start here from a contextuated sign model for 4 contextures, i.e. not from a semiotic, but from a pre-semiotic sign relation, in order to maintain the framework elaborated in Toth (2008a). Therefore, we have semiotic functions with 3 or 2 variables, which can lie in 4 contextures:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{Maximal variable scheme:} & w = f(xi,j,k,\ yi,j,k,\ zi,j,k) \\
\text{Minimal variable scheme:} & w = f(xi,j,k,\ yi,j,k) \\
 & \\
\text{Maximal contextural scheme:} & w = f(xi,j,k,\ yi,j,k,\ zi,j,k) \\
\text{Minimal contextural scheme:} & w = f(xi,j,\ yi,j)
\end{array}\right\}\quad i, j, k \in \{1, 2, 3, 4\}$$

Functions with w = (oS1,3)

1. (oS1,3) = f(sO1,3,4, oO1,4)
2. (oS1,3) = f(sO1,3,4, oO1,4, sS3,4)
3. (oS1,3) = f(sO1,3,4, sS3,4)
4. (oS1,3) = f(sO1,3,4, sS3,4, oO1,4)
5. (oS1,3) = f(oO1,4, sO1,3,4)
6. (oS1,3) = f(oO1,4, sO1,3,4, sS3,4)
7. (oS1,3) = f(oO1,4, sS3,4)
8. (oS1,3) = f(oO1,4, sS3,4, sO1,3,4)
9. (oS1,3) = f(sS3,4, sO1,3,4)
10. (oS1,3) = f(sS3,4, sO1,3,4, oO1,4)
11. (oS1,3) = f(sS3,4, oO1,4)
12. (oS1,3) = f(sS3,4, oO1,4, sO1,3,4)

Functions with w = (oS1,2)

1. (oS1,2) = f(sO1,3,4, oO1,4)

2. (oS1,2) = f(sO1,3,4, oO1,4, sS3,4)
3. (oS1,2) = f(sO1,3,4, sS3,4)
4. (oS1,2) = f(sO1,3,4, sS3,4, oO1,4)
5. (oS1,2) = f(sO1,4, oO1,4, sS3,4)
6. (oS1,2) = f(sO1,4, oO1,2,4)
7. (oS1,2) = f(sO1,4, oO1,2,4, sS3,4)
8. (oS1,2) = f(sO1,4, oO1,2,4, sS2,4)
9. (oS1,2) = f(sO1,4, sS3,4)
10. (oS1,2) = f(sO1,4, sS3,4, oO1,4)
11. (oS1,2) = f(sO1,4, sS3,4, oO1,2,4)
12. (oS1,2) = f(sO1,4, sS2,4)
13. (oS1,2) = f(sO1,4, sS2,4, oO1,2,4)
14. (oS1,2) = f(oO1,4, sO1,3,4)
15. (oS1,2) = f(oO1,4, sO1,3,4, sS3,4)
16. (oS1,2) = f(oO1,4, sO1,4)
17. (oS1,2) = f(oO1,4, sO1,4, sS3,4)
18. (oS1,2) = f(oO1,4, sS3,4)
19. (oS1,2) = f(oO1,4, sS3,4, sO1,3,4)
20. (oS1,2) = f(oO1,4, sS3,4, sO1,4)
21. (oS1,2) = f(oO1,2,4, sO1,4)
22. (oS1,2) = f(oO1,2,4, sO1,4, sS3,4)
23. (oS1,2) = f(oO1,2,4, sO1,4, sS2,4)
24. (oS1,2) = f(oO1,2,4, sS3,4)
25. (oS1,2) = f(oO1,2,4, sS3,4, sO1,4)
26. (oS1,2) = f(oO1,2,4, sS2,4)
27. (oS1,2) = f(oO1,2,4, sS2,4, sO1,4)
28. (oS1,2) = f(sS3,4, sO1,3,4)
29. (oS1,2) = f(sS3,4, sO1,3,4, oO1,4)
30. (oS1,2) = f(sS3,4, sO1,4)
31. (oS1,2) = f(sS3,4, sO1,4, oO1,4)
32. (oS1,2) = f(sS3,4, sO1,4, oO1,2,4)
33. (oS1,2) = f(sS3,4, oO1,4)
34. (oS1,2) = f(sS3,4, oO1,4, sO1,3,4)
35. (oS1,2) = f(sS3,4, oO1,4, sO1,4)
36. (oS1,2) = f(sS3,4, oO1,2,4)
37. (oS1,2) = f(sS3,4, oO1,2,4, sO1,4)
38. (oS1,2) = f(sS2,4, sO1,4)
39. (oS1,2) = f(sS2,4, sO1,4, oO1,2,4)
40. (oS1,2) = f(sS2,4, oO1,2,4)

41. (oS1,2) = f(sS2,4, oO1,2,4, sO1,4)

Functions with w = (oS2,3)

1. (oS2,3) = f(sO1,3,4, oO1,4)
2. (oS2,3) = f(sO1,3,4, oO1,4, sS3,4)
3. (oS2,3) = f(sO1,3,4, sS3,4)
4. (oS2,3) = f(sO1,3,4, sS3,4, oO1,4)
5. (oS2,3) = f(sO1,4, oO1,4)
6. (oS2,3) = f(sO1,4, oO1,4, sS3,4)
7. (oS2,3) = f(sO1,4, oO1,2,4)
8. (oS2,3) = f(sO1,4, oO1,2,4, sS3,4)
9. (oS2,3) = f(sO1,4, oO1,2,4, sS2,4)
10. (oS2,3) = f(sO1,4, sS3,4)
11. (oS2,3) = f(sO1,4, sS3,4, oO1,4)
12. (oS2,3) = f(sO1,4, sS3,4, oO1,2,4)
13. (oS2,3) = f(sO1,4, sS2,4)
14. (oS2,3) = f(sO1,4, sS2,4, oO1,2,4)
15. (oS2,3) = f(sO3,4, oO1,4)
16. (oS2,3) = f(sO3,4, oO1,4, sS3,4)
17. (oS2,3) = f(sO3,4, oO1,2,4)
18. (oS2,3) = f(sO3,4, oO1,2,4, sS3,4)
19. (oS2,3) = f(sO3,4, oO1,2,4, sS2,4)
20. (oS2,3) = f(sO3,4, oO2,4)
21. (oS2,3) = f(sO3,4, oO2,4, sS3,4)
22. (oS2,3) = f(sO3,4, oO2,4, sS2,4)
23. (oS2,3) = f(sO3,4, oO2,4, sS2,3,4)
24. (oS2,3) = f(sO3,4, sS3,4)
25. (oS2,3) = f(sO3,4, sS3,4, oO1,4)
26. (oS2,3) = f(sO3,4, sS3,4, oO1,2,4)
27. (oS2,3) = f(sO3,4, sS3,4, oO2,4)
28. (oS2,3) = f(sO3,4, sS2,4)
29. (oS2,3) = f(sO3,4, sS2,4, oO1,2,4)
30. (oS2,3) = f(sO3,4, sS2,4, oO2,4)
31. (oS2,3) = f(sO3,4, sS2,3,4)
32. (oS2,3) = f(sO3,4, sS2,3,4, oO2,4)
33. (oS2,3) = f(oO1,4, sO1,3,4)
34. (oS2,3) = f(oO1,4, sO1,3,4, sS3,4)
35. (oS2,3) = f(oO1,4, sO1,4, sS3,4)

36. (oS2,3) = f(oO1,4, sO3,4)
37. (oS2,3) = f(oO1,4, sO3,4, sS3,4)
38. (oS2,3) = f(oO1,4, sS3,4)
39. (oS2,3) = f(oO1,4, sS3,4, sO1,3,4)
40. (oS2,3) = f(oO1,4, sS3,4, sO1,4)
41. (oS2,3) = f(oO1,4, sS3,4, sO3,4)
42. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sO1,4)
43. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sO1,4, sS3,4)
44. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sO1,4, sS2,4)
45. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sO3,4)
46. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sO3,4, sS3,4)
47. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sO3,4, sS2,4)
48. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sS3,4)
49. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sS3,4, sO1,4)
50. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sS3,4, sO3,4)
51. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sS2,4)
52. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sS2,4, sO1,4)
53. (oS2,3) = f(oO1,2,4, sS2,4, sO3,4)
54. (oS2,3) = f(oO2,4, sO3,4)
55. (oS2,3) = f(oO2,4, sO3,4, sS3,4)
56. (oS2,3) = f(oO2,4, sO3,4, sS2,4)
57. (oS2,3) = f(oO2,4, sO3,4, sS2,3,4)
58. (oS2,3) = f(oO2,4, sS3,4)
59. (oS2,3) = f(oO2,4, sS3,4, sO3,4)
60. (oS2,3) = f(oO2,4, sS2,4)
61. (oS2,3) = f(oO2,4, sS2,4, sO3,4)
62. (oS2,3) = f(oO2,4, sS2,3,4, sO3,4)
63. (oS2,3) = f(sS3,4, sO1,3,4)
64. (oS2,3) = f(sS3,4, sO1,3,4, oO1,4)
65. (oS2,3) = f(sS3,4, sO1,4)
66. (oS2,3) = f(sS3,4, sO1,4, oO1,4)
67. (oS2,3) = f(sS3,4, sO1,4, oO1,2,4)
68. (oS2,3) = f(sS3,4, sO3,4)
69. (oS2,3) = f(sS3,4, sO3,4, oO1,4)
70. (oS2,3) = f(sS3,4, sO3,4, oO1,2,4)
71. (oS2,3) = f(sS3,4, sO3,4, oO2,4)
72. (oS2,3) = f(sS3,4, oO1,4)
73. (oS2,3) = f(sS3,4, oO1,4, sO1,3,4)
74. (oS2,3) = f(sS3,4, oO1,4, sO1,4)

75. (oS2,3) = f(sS3,4, oO1,4, sO3,4)
76. (oS2,3) = f(sS3,4, oO1,2,4)
77. (oS2,3) = f(sS3,4, oO1,2,4, sO1,4)
78. (oS2,3) = f(sS3,4, oO1,2,4, sO3,4)
79. (oS2,3) = f(sS3,4, oO2,4)
80. (oS2,3) = f(sS3,4, oO2,4, sO3,4)
81. (oS2,3) = f(sS2,4, sO1,4)
82. (oS2,3) = f(sS2,4, sO1,4, oO1,2,4)
83. (oS2,3) = f(sS2,4, sO3,4)
84. (oS2,3) = f(sS2,4, sO3,4, oO1,2,4)
85. (oS2,3) = f(sS2,4, sO3,4, oO2,4)
86. (oS2,3) = f(sS2,4, oO1,2,4)
87. (oS2,3) = f(sS2,4, oO1,2,4, sO1,4)
88. (oS2,3) = f(sS2,4, oO1,2,4, sO3,4)
89. (oS2,3) = f(sS2,4, oO2,4)
90. (oS2,3) = f(sS2,4, oO2,4, sO3,4)
91. (oS2,3) = f(sS2,3,4, sO3,4, oO2,4)
92. (oS2,3) = f(sS2,3,4, oO2,4, sO3,4)

Functions with w = (sO1,3)

1. (sO1,3) = f(sO1,3,4, sO1,4)
2. (sO1,3) = f(sO1,3,4, sO1,4, sO3,4)
3. (sO1,3) = f(sO1,3,4, sO3,4)
4. (sO1,3) = f(sO1,3,4, sO3,4, sO1,4)
5. (sO1,3) = f(sO1,4, sO1,3,4)
6. (sO1,3) = f(sO1,4, sO1,3,4, sO3,4)
7. (sO1,3) = f(sO1,4, sO3,4)
8. (sO1,3) = f(sO1,4, sO3,4, sO1,3,4)
9. (sO1,3) = f(sO3,4, sO1,3,4)
10. (sO1,3) = f(sO3,4, sO1,3,4, sO1,4)
11. (sO1,3) = f(sO3,4, sO1,4)
12. (sO1,3) = f(sO3,4, sO1,4, sO1,3,4)

Functions with w = (sO1,3,4)

1. (sO1,3,4) = f(oS1,3, oO1,4)
2. (sO1,3,4) = f(oS1,3, oO1,4, sS3,4)
3. (sO1,3,4) = f(oS1,3, sS3,4)

4. (sO1,3,4) = f(oS1,3, sS3,4, oO1,4)
5. (sO1,3,4) = f(oS1,2, oO1,4)
6. (sO1,3,4) = f(oS1,2, oO1,4, sS3,4)
7. (sO1,3,4) = f(oS1,2, sS3,4)
8. (sO1,3,4) = f(oS1,2, sS3,4, oO1,4)
9. (sO1,3,4) = f(oS2,3, oO1,4)
10. (sO1,3,4) = f(oS2,3, oO1,4, sS3,4)
11. (sO1,3,4) = f(oS2,3, sS3,)
12. (sO1,3,4) = f(oS2,3, sS3,4, oO1,4)
13. (sO1,3,4) = f(sO1,3, sO1,4)
14. (sO1,3,4) = f(sO1,3, sO1,4, sO3,4)
15. (sO1,3,4) = f(sO1,3, sO3,4)
16. (sO1,3,4) = f(sO1,3, sO3,4, sO1,4)
17. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sO1,3)
18. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sO1,3, sO3,4)
19. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sO3,4)
20. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sO3,4, sO1,3)
21. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sO3,4, oO1,2)
22. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sO3,4, sS2,3)
23. (sO1,3,4) = f(sO1,4, oO1,2)
24. (sO1,3,4) = f(sO1,4, oO1,2, sO3,4)
25. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sS2,3)
26. (sO1,3,4) = f(sO1,4, sS2,3, sO3,4)
27. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sO1,3)
28. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sO1,3, sO1,4)
29. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sO1,4)
30. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sO1,4, sO1,3)
31. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sO1,4, oO1,2)
32. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sO1,4, sS2,3)
33. (sO1,3,4) = f(sO3,4, oO1,2)
34. (sO1,3,4) = f(sO3,4, oO1,2, sO1,4)
35. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sS2,3)
36. (sO1,3,4) = f(sO3,4, sS2,3, sO1,4)
37. (sO1,3,4) = f(oO1,2, sO1,4)
38. (sO1,3,4) = f(oO1,2, sO1,4, sO3,4)
39. (sO1,3,4) = f(oO1,2, sO3,4)
40. (sO1,3,4) = f(oO1,2, sO3,4, sO1,4)
41. (sO1,3,4) = f(oO1,4, oS1,3)
42. (sO1,3,4) = f(oO1,4, oS1,3, sS3,4)

43. (sO1,3,4) = f(oO1,4, oS1,2)
44. (sO1,3,4) = f(oO1,4, oS1,2, sS3,4)
45. (sO1,3,4) = f(oO1,4, oS2,3)
46. (sO1,3,4) = f(oO1,4, oS2,3, sS3,4)
47. (sO1,3,4) = f(oO1,4, sS3,4)
48. (sO1,3,4) = f(oO1,4, sS3,4, oS1,3)
49. (sO1,3,4) = f(oO1,4, sS3,4, oS1,2)
50. (sO1,3,4) = f(oO1,4, sS3,4, oS2,3)
51. (sO1,3,4) = f(sS2,3, sO1,4)
52. (sO1,3,4) = f(sS2,3, sO1,4, sO3,4)
53. (sO1,3,4) = f(sS2,3, sO3,4)
54. (sO1,3,4) = f(sS2,3, sO3,4, sO1,4)
55. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oS1,3)
56. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oS1,3, oO1,4)
57. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oS1,2)
58. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oS1,2, oO1,4)
59. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oS2,3)
60. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oS2,3, oO1,4)
61. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oO1,4)
62. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oO1,4, oS1,3)
63. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oO1,4, oS1,2)
64. (sO1,3,4) = f(sS3,4, oO1,4, oS2,3)

Functions with w = (sO1,4)

1. (sO1,4) = f(oS1,2, oO1,4)
2. (sO1,4) = f(oS1,2, oO1,4, sS3,4)
3. (sO1,4) = f(oS1,2, oO1,2,4)
4. (sO1,4) = f(oS1,2, oO1,2,4, sS3,4)
5. (sO1,4) = f(oS1,2, oO1,2,4, sS2,4)
6. (sO1,4) = f(oS1,2, sS3,4)
7. (sO1,4) = f(oS1,2, sS3,4, oO1,4)
8. (sO1,4) = f(oS1,2, sS3,4, oO1,2,4)
9. (sO1,4) = f(oS1,2, sS2,4)
10. (sO1,4) = f(oS1,2, sS2,4, oO1,2,4)
11. (sO1,4) = f(oS2,3, oO1,4)
12. (sO1,4) = f(oS2,3, oO1,4, sS3,4)
13. (sO1,4) = f(oS2,3, oO1,2,4)
14. (sO1,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sS3,4)

15. (sO1,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sS2,4)
16. (sO1,4) = f(oS2,3, sS3,4)
17. (sO1,4) = f(oS2,3, sS3,4, oO1,4)
18. (sO1,4) = f(oS2,3, sS3,4, oO1,2,4)
19. (sO1,4) = f(oS2,3, sS2,4)
20. (sO1,4) = f(oS2,3, sS2,4, oO1,2,4)
21. (sO1,4) = f(sO1,3, sO1,3,4)
22. (sO1,4) = f(sO1,3, sO1,3,4, sO3,4)
23. (sO1,4) = f(sO1,3, sO3,4)
24. (sO1,4) = f(sO1,3, sO3,4, sO1,3,4)
25. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sO1,3)
26. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sO1,3, sO3,4)
27. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sO3,4)
28. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sO3,4, sO1,3)
29. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sO3,4, oO1,2)
30. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sO3,4, sS2,3)
31. (sO1,4) = f(sO1,3,4, oO1,2)
32. (sO1,4) = f(sO1,3,4, oO1,2, sO3,4)
33. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sS2,3)
34. (sO1,4) = f(sO1,3,4, sS2,3, sO3,4)
35. (sO1,4) = f(sO3,4, sO1,3)
36. (sO1,4) = f(sO3,4, sO1,3, sO1,3,4)
37. (sO1,4) = f(sO3,4, sO1,3,4)
38. (sO1,4) = f(sO3,4, sO1,3,4, sO1,3)
39. (sO1,4) = f(sO3,4, sO1,3,4, oO1,2)
40. (sO1,4) = f(sO3,4, sO1,3,4, sS2,3)
41. (sO1,4) = f(sO3,4, oO1,2)
42. (sO1,4) = f(sO3,4, oO1,2, sO1,3,4)
43. (sO1,4) = f(sO3,4, oO1,4)
44. (sO1,4) = f(sO3,4, oO1,4, oO1,2)
45. (sO1,4) = f(sO3,4, sS2,3)
46. (sO1,4) = f(sO3,4, sS2,3, sO1,3,4)
47. (sO1,4) = f(sO3,4, sS2,3, oO1,4)
48. (sO1,4) = f(sO3,4, sS2,3, sS3,4)
49. (sO1,4) = f(sO3,4, sS3,4)
50. (sO1,4) = f(sO3,4, sS3,4, sS2,3)
51. (sO1,4) = f(oO1,2, sO1,3,4)
52. (sO1,4) = f(oO1,2, sO3,4 oO1,4)
53. (sO1,4) = f(oO1,2, sO3,4)

54. (sO1,4) = f(oO1,2, sO3,4, sO1,3,4)
55. (sO1,4) = f(oO1,2, oO1,4)
56. (sO1,4) = f(oO1,2, oO1,4, sO3,4)
57. (sO1,4) = f(oO1,4, oS1,2)
58. (sO1,4) = f(oO1,4, oS1,2, sS3,4)
59. (sO1,4) = f(oO1,4, oS2,3)
60. (sO1,4) = f(oO1,4, oS2,3, sS3,4)
61. (sO1,4) = f(oO1,4, sO3,4)
62. (sO1,4) = f(oO1,4, sO3,4, oO1,2)
63. (sO1,4) = f(oO1,4, sO3,4, sS2,3)
64. (sO1,4) = f(oO1,4, oO1,2)
65. (sO1,4) = f(oO1,4, oO1,2, sO3,4)
66. (sO1,4) = f(oO1,4, sS2,3)
67. (sO1,4) = f(oO1,4, sS2,3, sO3,4)
68. (sO1,4) = f(oO1,4, sS3,4)
69. (sO1,4) = f(oO1,4, sS3,4, oS1,2)
70. (sO1,4) = f(oO1,4, sS3,4, oS2,3)
71. (sO1,4) = f(oO1,2,4, oS1,2)
72. (sO1,4) = f(oO1,2,4, oS1,2, sS3,4)
73. (sO1,4) = f(oO1,2,4, oS1,2, sS2,4)
74. (sO1,4) = f(oO1,2,4, oS2,3)
75. (sO1,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sS3,4)
76. (sO1,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sS2,4)
77. (sO1,4) = f(oO1,2,4, sS3,4)
78. (sO1,4) = f(oO1,2,4, sS3,4, oS1,2)
79. (sO1,4) = f(oO1,2,4, sS3,4, oS2,3)
80. (sO1,4) = f(oO1,2,4, sS2,4)
81. (sO1,4) = f(oO1,2,4, sS2,4, oS1,2)
82. (sO1,4) = f(oO1,2,4, sS2,4, oS2,3)
83. (sO1,4) = f(sS2,3, sO1,3,4)
84. (sO1,4) = f(sS2,3, sO1,3,4, sO3,4)
85. (sO1,4) = f(sS2,3, sO3,4)
86. (sO1,4) = f(sS2,3, sO3,4, sO1,3,4)
87. (sO1,4) = f(sS2,3, sO3,4, oO1,4)
88. (sO1,4) = f(sS2,3, sO3,4, sS3,4)
89. (sO1,4) = f(sS2,3, oO1,4)
90. (sO1,4) = f(sS2,3, oO1,4, sO3,4)
91. (sO1,4) = f(sS2,3, sS3,4)
92. (sO1,4) = f(sS2,3, sS3,4, sO3,4)

93. (sO1,4) = f(sS3,4, oS1,2)
94. (sO1,4) = f(sS3,4, oS1,2, oO1,4)
95. (sO1,4) = f(sS3,4, oS1,2, oO1,2,4)
96. (sO1,4) = f(sS3,4, oS2,3)
97. (sO1,4) = f(sS3,4, oS2,3, oO1,4)
98. (sO1,4) = f(sS3,4, oS2,3, oO1,2,4)
99. (sO1,4) = f(sS3,4, sO3,4)
100. (sO1,4) = f(sS3,4, sO3,4, sS2,3)
101. (sO1,4) = f(sS3,4, oO1,4)
102. (sO1,4) = f(sS3,4, oO1,4, oS1,2)
103. (sO1,4) = f(sS3,4, oO1,4, oS2,3)
104. (sO1,4) = f(sS3,4, oO1,2,4)
105. (sO1,4) = f(sS3,4, oO1,2,4, oS1,2)
106. (sO1,4) = f(sS3,4, oO1,2,4, oS2,3)
107. (sO1,4) = f(sS3,4, sS2,3)
108. (sO1,4) = f(sS3,4, sS2,3, sO3,4)
109. (sO1,4) = f(sS2,4, oS1,2)
110. (sO1,4) = f(sS2,4, oS1,2, oO1,2,4)
111. (sO1,4) = f(sS2,4, oS2,3)
112. (sO1,4) = f(sS2,4, oS2,3, oO1,2,4)
113. (sO1,4) = f(sS2,4, oO1,2,4)
114. (sO1,4) = f(sS2,4, oO1,2,4, oS1,2)
115. (sO1,4) = f(sS2,4, oO1,2,4, oS2,3)

Functions with w = (sO3,4)

1. (sO3,4) = f(oS2,3, oO1,4)
2. (sO3,4) = f(oS2,3, oO1,4, sS3,4)
3. (sO3,4) = f(oS2,3, oO1,2,4)
4. (sO3,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sS3,4)
5. (sO3,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sS2,4)
6. (sO3,4) = f(oS2,3, oO2,4)
7. (sO3,4) = f(oS2,3, oO2,4, sS3,4)
8. (sO3,4) = f(oS2,3, oO2,4, sS2,4)
9. (sO3,4) = f(oS2,3, oO2,4, sS2,3,4)
10. (sO3,4) = f(oS2,3, sS3,4)
11. (sO3,4) = f(oS2,3, sS3,4, oO1,4)
12. (sO3,4) = f(oS2,3, sS3,4, oO1,2,4)
13. (sO3,4) = f(oS2,3, sS3,4, oO2,4)

14. (sO3,4) = f(oS2,3, sS2,4)
15. (sO3,4) = f(oS2,3, sS2,4, oO1,2,4)
16. (sO3,4) = f(oS2,3, sS2,4, oO2,4)
17. (sO3,4) = f(oS2,3, sS2,3,4)
18. (sO3,4) = f(oS2,3, sS2,3,4, oO2,4)
19. (sO3,4) = f(sO1,3, sO1,3,4)
20. (sO3,4) = f(sO1,3, sO1,3,4, sO1,4)
21. (sO3,4) = f(sO1,3, sO1,4)
22. (sO3,4) = f(sO1,3, sO1,4, sO1,3,4)
23. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sO1,3)
24. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sO1,3, sO1,4)
25. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sO1,4)
26. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sO1,4, sO1,3)
27. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sO1,4, oO1,2)
28. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sO1,4, sS2,3)
29. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sS2,3)
30. (sO3,4) = f(sO1,3,4, sS2,3, sO1,4)
31. (sO3,4) = f(sO1,4, sO1,3)
32. (sO3,4) = f(sO1,4, sO1,3, sO1,3,4)
33. (sO3,4) = f(sO1,4, sO1,3,4)
34. (sO3,4) = f(sO1,4, sO1,3,4, sO1,3)
35. (sO3,4) = f(sO1,4, sO1,3,4, oO1,2)
36. (sO3,4) = f(sO1,4, sO1,3,4, sS2,3)
37. (sO3,4) = f(sO1,4, oO1,2)
38. (sO3,4) = f(sO1,4, oO1,2, sO1,3,4)
39. (sO3,4) = f(sO1,4, oO1,2, oO1,4)
40. (sO3,4) = f(sO1,4, oO1,4)
41. (sO3,4) = f(sO1,4, oO1,4, oO1,2)
42. (sO3,4) = f(sO1,4, oO1,4, sS2,3)
43. (sO3,4) = f(sO1,4, sS2,3)
44. (sO3,4) = f(sO1,4, sS2,3, sO1,3,4)
45. (sO3,4) = f(sO1,4, sS2,3, oO1,4)
46. (sO3,4) = f(sO1,4, sS2,3, sS3,4)
47. (sO3,4) = f(sO1,4, sS3,4)
48. (sO3,4) = f(sO1,4, sS3,4, sS2,3)
49. (sO3,4) = f(oO1,2, sO1,3,4)
50. (sO3,4) = f(oO1,2, sO1,3,4, sO1,4)
51. (sO3,4) = f(oO1,2, sO1,4)
52. (sO3,4) = f(oO1,2, sO1,4, sO1,3,4)

53. (sO3,4) = f(oO1,2, sO1,4, oO1,4)
54. (sO3,4) = f(oO1,2, oO1,4)
55. (sO3,4) = f(oO1,2, oO1,4, sO1,4)
56. (sO3,4) = f(oO1,2, oO1,4, oO1,2,4)
57. (sO3,4) = f(oO1,2, oO1,2,4)
58. (sO3,4) = f(oO1,2, oO1,2,4, oO1,4)
59. (sO3,4) = f(oO1,4, oS2,3)
60. (sO3,4) = f(oO1,4, oS2,3, sS3,4)
61. (sO3,4) = f(oO1,4, sO1,4)
62. (sO3,4) = f(oO1,4, sO1,4, oO1,2)
63. (sO3,4) = f(oO1,4, sO1,4, sS2,3)
64. (sO3,4) = f(oO1,4, oO1,2)
65. (sO3,4) = f(oO1,4, oO1,2, sO1,4)
66. (sO3,4) = f(oO1,4, oO1,2, oO1,2,4)
67. (sO3,4) = f(oO1,4, oO1,2,4)
68. (sO3,4) = f(oO1,4, oO1,2,4, oO1,2)
69. (sO3,4) = f(oO1,4, oO1,2,4, sS2,3)
70. (sO3,4) = f(oO1,4, sS2,3)
71. (sO3,4) = f(oO1,4, sS2,3, sO1,4)
72. (sO3,4) = f(oO1,4, sS2,3, oO1,2,4)
73. (sO3,4) = f(oO1,4, sS3,4)
74. (sO3,4) = f(oO1,4, sS3,4, oS2,3)
75. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oS2,3)
76. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sS3,4)
77. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sS2,4)
78. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oO1,2)
79. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oO1,2, oO1,4)
80. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oO1,4)
81. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oO1,4, oO1,2)
82. (sO3,4) = f(oO1,2,4, oO1,4, sS2,3)
83. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS2,3)
84. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, oO1,4)
85. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, sS3,4)
86. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS3,4)
87. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS3,4, oS2,3)
88. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS3,4, sS2,3)
89. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS2,4)
90. (sO3,4) = f(oO1,2,4, sS2,4, oS2,3)
91. (sO3,4) = f(oO2,4, oS2,3)

92. (sO3,4) = f(oO2,4, oS2,3, sS3,4)
93. (sO3,4) = f(oO2,4, oS2,3, sS2,4)
94. (sO3,4) = f(oO2,4, oS2,3, sS2,3,4)
95. (sO3,4) = f(oO2,4, sS3,4)
96. (sO3,4) = f(oO2,4, sS3,4, oS2,3)
97. (sO3,4) = f(oO2,4, sS2,4)
98. (sO3,4) = f(oO2,4, sS2,4, oS2,3)
99. (sO3,4) = f(oO2,4, sS2,3,4)
100. (sO3,4) = f(oO2,4, sS2,3,4, oS2,3)
101. (sO3,4) = f(sS2,3, sO1,3,4)
102. (sO3,4) = f(sS2,3, sO1,3,4, sO1,4)
103. (sO3,4) = f(sS2,3, sO1,4)
104. (sO3,4) = f(sS2,3, sO1,4, sO1,3,4)
105. (sO3,4) = f(sS2,3, sO1,4, oO1,4)
106. (sO3,4) = f(sS2,3, sO1,4, sS3,4)
107. (sO3,4) = f(sS2,3, oO1,4)
108. (sO3,4) = f(sS2,3, oO1,4, sO1,4)
109. (sO3,4) = f(sS2,3, oO1,4, oO1,2,4)
110. (sO3,4) = f(sS2,3, oO1,2,4)
111. (sO3,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, oO1,4)
112. (sO3,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, sS3,4)
113. (sO3,4) = f(sS2,3, sS3,4)
114. (sO3,4) = f(sS2,3, sS3,4, sO1,4)
115. (sO3,4) = f(sS2,3, sS3,4, oO1,2,4)
116. (sO3,4) = f(sS2,3, sS3,4, sS2,4)
117. (sO3,4) = f(sS2,3, sS2,4)
118. (sO3,4) = f(sS2,3, sS2,4, sS3,4)
119. (sO3,4) = f(sS3,4, oS2,3)
120. (sO3,4) = f(sS3,4, oS2,3, oO1,4)
121. (sO3,4) = f(sS3,4, oS2,3, oO1,2,4)
122. (sO3,4) = f(sS3,4, oS2,3, oO2,4)
123. (sO3,4) = f(sS3,4, sO1,4)
124. (sO3,4) = f(sS3,4, sO1,4, sS2,3)
125. (sO3,4) = f(sS3,4, oO1,4)
126. (sO3,4) = f(sS3,4, oO1,4, oS2,3)
127. (sO3,4) = f(sS3,4, oO1,2,4)
128. (sO3,4) = f(sS3,4, oO1,2,4, oS2,3)
129. (sO3,4) = f(sS3,4, oO1,2,4, sS2,3)
130. (sO3,4) = f(sS3,4, oO2,4)

131. (sO3,4) = f(sS3,4, oO2,4, oS2,3)
132. (sO3,4) = f(sS3,4, sS2,3)
133. (sO3,4) = f(sS3,4, sS2,3, sO1,4)
134. (sO3,4) = f(sS3,4, sS2,3, oO1,2,4)
135. (sO3,4) = f(sS3,4, sS2,3, sS2,4)
136. (sO3,4) = f(sS3,4, sS2,4)
137. (sO3,4) = f(sS3,4, sS2,4, sS2,3)
138. (sO3,4) = f(sS2,4, oS2,3)
139. (sO3,4) = f(sS2,4, oS2,3, oO1,2,4)
140. (sO3,4) = f(sS2,4, oS2,3, oO2,4)
141. (sO3,4) = f(sS2,4, oO1,2,4)
142. (sO3,4) = f(sS2,4, oO1,2,4, oS2,3)
143. (sO3,4) = f(sS2,4, oO2,4)
144. (sO3,4) = f(sS2,4, oO2,4, oS2,3)
145. (sO3,4) = f(sS2,4, sS2,3)
146. (sO3,4) = f(sS2,4, sS2,3, sS3,4)
147. (sO3,4) = f(sS2,4, sS3,4)
148. (sO3,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
149. (sO3,4) = f(sS2,3,4, oS2,3)
150. (sO3,4) = f(sS2,3,4, oS2,3, oO2,4)
151. (sO3,4) = f(sS2,3,4, oO2,4)
152. (sO3,4) = f(sS2,3,4, oO2,4, oS2,3)

Functions with w = (oO1,2)

1. (oO1,2) = f(sO1,3,4, sO1,4)
2. (oO1,2) = f(sO1,3,4, sO1,4, sO3,4)
3. (oO1,2) = f(sO1,3,4, sO3,4)
4. (oO1,2) = f(sO1,3,4, sO3,4, sO1,4)
5. (oO1,2) = f(sO1,4, sO1,3,4)
6. (oO1,2) = f(sO1,4, sO1,3,4, sO3,4)
7. (oO1,2) = f(sO1,4, sO3,4)
8. (oO1,2) = f(sO1,4, sO3,4, sO1,3,4)
9. (oO1,2) = f(sO1,4, sO3,4, oO1,4)
10. (oO1,2) = f(sO1,4, oO1,4, sO3,4)
11. (oO1,2) = f(sO3,4, sO1,3,4)
12. (oO1,2) = f(sO3,4, sO1,3,4, sO1,4)
13. (oO1,2) = f(sO3,4, sO1,4)
14. (oO1,2) = f(sO3,4, sO1,4, sO1,3,4)

15. (oO1,2) = f(sO3,4, sO1,4, oO1,4)
16. (oO1,2) = f(sO3,4, oO1,4)
17. (oO1,2) = f(sO3,4, oO1,4, sO1,4)
18. (oO1,2) = f(sO3,4, oO1,4, oO1,2,4)
19. (oO1,2) = f(sO3,4, oO1,2,4)
20. (oO1,2) = f(sO3,4, oO1,2,4, oO1,4)
21. (oO1,2) = f(oO1,4, sO1,4)
22. (oO1,2) = f(oO1,4, sO1,4, sO3,4)
23. (oO1,2) = f(oO1,4, sO3,4)
24. (oO1,2) = f(oO1,4, sO3,4, sO1,4)
25. (oO1,2) = f(oO1,4, sO3,4, oO1,2,4)
26. (oO1,2) = f(oO1,4, oO1,2,4)
27. (oO1,2) = f(oO1,4, oO1,2,4, sO3,4)
28. (oO1,2) = f(oO1,4, oO1,2,4, oO2,4)
29. (oO1,2) = f(oO1,4, oO2,4)
30. (oO1,2) = f(oO1,4, oO2,4, oO1,2,4)
31. (oO1,2) = f(oO1,2,4, sO3,4)
32. (oO1,2) = f(oO1,2,4, sO3,4, oO1,4)
33. (oO1,2) = f(oO1,2,4, oO1,4)
34. (oO1,2) = f(oO1,2,4, oO1,4, sO3,4)
35. (oO1,2) = f(oO1,2,4, oO1,4, oO2,4)
36. (oO1,2) = f(oO1,2,4, oO2,4)
37. (oO1,2) = f(oO1,2,4, oO2,4, oO1,4)
38. (oO1,2) = f(oO2,4, oO1,4)
39. (oO1,2) = f(oO2,4, oO1,4, oO1,2,4)
40. (oO1,2) = f(oO2,4, oO1,2,4)
41. (oO1,2) = f(oO2,4, oO1,2,4, oO1,4)

Functions with w = (oO1,4)

1. (oO1,4) = f(oS1,3, sO1,3,4)
2. (oO1,4) = f(oS1,3, sO1,3,4, sS3,4)
3. (oO1,4) = f(oS1,2, sO1,3,4)
4. (oO1,4) = f(oS1,2, sO1,3,4, sS3,4)
5. (oO1,4) = f(oS1,2, sO1,4)
6. (oO1,4) = f(oS1,2, sO1,4, sS3,4)
7. (oO1,4) = f(oS1,2, sS3,4)
8. (oO1,4) = f(oS1,2, sS3,4, sO1,3,4)
9. (oO1,4) = f(oS1,2, sS3,4, sO1,4)

10. (oO1,4) = f(oS2,3, sO1,3,4)
11. (oO1,4) = f(oS2,3, sO1,3,4, sS3,4)
12. (oO1,4) = f(oS2,3, sO1,4)
13. (oO1,4) = f(oS2,3, sO1,4, sS3,4)
14. (oO1,4) = f(oS2,3, sO3,4)
15. (oO1,4) = f(oS2,3, sO3,4, sS3,4)
16. (oO1,4) = f(oS2,3, sS3,4)
17. (oO1,4) = f(oS2,3, sS3,4, sO1,3,4)
18. (oO1,4) = f(oS2,3, sS3,4, sO1,4)
19. (oO1,4) = f(oS2,3, sS3,4, sO3,4)
20. (oO1,4) = f(sO1,3,4, oS1,3)
21. (oO1,4) = f(sO1,3,4, oS1,3, sS3,4)
22. (oO1,4) = f(sO1,3,4, oS1,2)
23. (oO1,4) = f(sO1,3,4, oS1,2, sS3,4)
24. (oO1,4) = f(sO1,3,4, oS2,3)
25. (oO1,4) = f(sO1,3,4, oS2,3, sS3,4)
26. (oO1,4) = f(sO1,3,4, sS3,4)
27. (oO1,4) = f(sO1,3,4, sS3,4, oS1,3)
28. (oO1,4) = f(sO1,3,4, sS3,4, oS1,2)
29. (oO1,4) = f(sO1,3,4, sS3,4, oS2,3)
30. (oO1,4) = f(sO1,4, oS1,2)
31. (oO1,4) = f(sO1,4, oS1,2, sS3,4)
32. (oO1,4) = f(sO1,4, oS2,3)
33. (oO1,4) = f(sO1,4, oS2,3, sS3,4)
34. (oO1,4) = f(sO1,4, sO3,4, sS2,3)
35. (oO1,4) = f(sO1,4, sO3,4)
36. (oO1,4) = f(sO1,4, sO3,4, oO1,2)
37. (oO1,4) = f(sO1,4, oO1,2)
38. (oO1,4) = f(sO1,4, oO1,2, sO3,4)
39. (oO1,4) = f(sO1,4, sS2,3)
40. (oO1,4) = f(sO1,4, sS2,3, sO3,4)
41. (oO1,4) = f(sO1,4, sS3,4)
42. (oO1,4) = f(sO1,4, sS3,4, oS1,2)
43. (oO1,4) = f(sO1,4, sS3,4, oS2,3)
44. (oO1,4) = f(sO3,4, oS2,3)
45. (oO1,4) = f(sO3,4, oS2,3, sS3,4)
46. (oO1,4) = f(sO3,4, sO1,4)
47. (oO1,4) = f(sO3,4, sO1,4, oO1,2)
48. (oO1,4) = f(sO3,4, sO1,4, sS2,3)

49. (oO1,4) = f(sO3,4, oO1,2)
50. (oO1,4) = f(sO3,4, oO1,2, sO1,4)
51. (oO1,4) = f(sO3,4, oO1,2, oO1,2,4)
52. (oO1,4) = f(sO3,4, oO1,2,4)
53. (oO1,4) = f(sO3,4, oO1,2,4, oO1,2)
54. (oO1,4) = f(sO3,4, oO1,2,4, sS2,3)
55. (oO1,4) = f(sO3,4, sS2,3)
56. (oO1,4) = f(sO3,4, sS2,3, sO1,4)
57. (oO1,4) = f(sO3,4, sS2,3, oO1,2,4)
58. (oO1,4) = f(sO3,4, sS3,4)
59. (oO1,4) = f(sO3,4, sS3,4, oS2,3)
60. (oO1,4) = f(oO1,2, sO1,4)
61. (oO1,4) = f(oO1,2, sO1,4, sO3,4)
62. (oO1,4) = f(oO1,2, sO3,4)
63. (oO1,4) = f(oO1,2, sO3,4, sO1,4)
64. (oO1,4) = f(oO1,2, sO3,4, oO1,2,4)
65. (oO1,4) = f(oO1,2, oO1,2,4)
66. (oO1,4) = f(oO1,2, oO1,2,4, sO3,4)
67. (oO1,4) = f(oO1,2, oO1,2,4, oO2,4)
68. (oO1,4) = f(oO1,2, oO2,4)
69. (oO1,4) = f(oO1,2, oO2,4, oO1,2,4)
70. (oO1,4) = f(oO1,2,4, sO3,4)
71. (oO1,4) = f(oO1,2,4, sO3,4, oO1,2)
72. (oO1,4) = f(oO1,2,4, sO3,4, sS2,3)
73. (oO1,4) = f(oO1,2,4, oO1,2)
74. (oO1,4) = f(oO1,2,4, oO1,2, sO3,4)
75. (oO1,4) = f(oO1,2,4, oO1,2, oO2,4)
76. (oO1,4) = f(oO1,2,4, oO2,4)
77. (oO1,4) = f(oO1,2,4, oO2,4, oO1,2)
78. (oO1,4) = f(oO1,2,4, oO2,4, sS2,3)
79. (oO1,4) = f(oO1,2,4, sS2,3)
80. (oO1,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, sO3,4)
81. (oO1,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, oO2,4)
82. (oO1,4) = f(oO2,4, oO1,2)
83. (oO1,4) = f(oO2,4, oO1,2, oO1,2,4)
84. (oO1,4) = f(oO2,4, oO1,2,4)
85. (oO1,4) = f(oO2,4, oO1,2,4, oO1,2)
86. (oO1,4) = f(oO2,4, oO1,2,4, sS2,3)
87. (oO1,4) = f(oO2,4, sS2,3)

88. (oO1,4) = f(oO2,4, sS2,3, oO1,2,4)
89. (oO1,4) = f(sS2,3, sO1,4)
90. (oO1,4) = f(sS2,3, sO1,4, sO3,4)
91. (oO1,4) = f(sS2,3, sO3,4)
92. (oO1,4) = f(sS2,3, sO3,4, sO1,4)
93. (oO1,4) = f(sS2,3, sO3,4, oO1,2,4)
94. (oO1,4) = f(sS2,3, oO1,2,4)
95. (oO1,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, sO3,4)
96. (oO1,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, oO2,4)
97. (oO1,4) = f(sS2,3, oO2,4)
98. (oO1,4) = f(sS2,3, oO2,4, oO1,2,4)
99. (oO1,4) = f(sS3,4, oS1,3)
100. (oO1,4) = f(sS3,4, oS1,3, sO1,3,4)
101. (oO1,4) = f(sS3,4, oS1,2)
102. (oO1,4) = f(sS3,4, oS1,2, sO1,3,4)
103. (oO1,4) = f(sS3,4, oS1,2, sO1,4)
104. (oO1,4) = f(sS3,4, oS2,3)
105. (oO1,4) = f(sS3,4, oS2,3, sO1,3,4)
106. (oO1,4) = f(sS3,4, oS2,3, sO1,4)
107. (oO1,4) = f(sS3,4, oS2,3, sO3,4)
108. (oO1,4) = f(sS3,4, sO1,3,4)
109. (oO1,4) = f(sS3,4, sO1,3,4, oS1,3)
110. (oO1,4) = f(sS3,4, sO1,3,4, oS1,2)
111. (oO1,4) = f(sS3,4, sO1,3,4, oS2,3)
112. (oO1,4) = f(sS3,4, sO1,4)
113. (oO1,4) = f(sS3,4, sO1,4, oS1,2)
114. (oO1,4) = f(sS3,4, sO1,4, oS2,3)
115. (oO1,4) = f(sS3,4, sO3,4)
116. (oO1,4) = f(sS3,4, sO3,4, oS2,3)

Functions with w = (oO1,2,4)

1. (oO1,2,4) = f(oS1,2, sO1,4)
2. (oO1,2,4) = f(oS1,2, sO1,4, sS3,4)
3. (oO1,2,4) = f(oS1,2, sO1,4, sS2,4)
4. (oO1,2,4) = f(oS1,2, sS3,4)
5. (oO1,2,4) = f(oS1,2, sS3,4, sO1,4)
6. (oO1,2,4) = f(oS1,2, sS2,4)
7. (oO1,2,4) = f(oS1,2, sS2,4, sO1,4)

8. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sO1,4)
9. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sO1,4, sS3,4)
10. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sO1,4, sS2,4)
11. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sO3,4)
12. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sO3,4, sS3,4)
13. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sO3,4, sS2,4)
14. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sS3,4)
15. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sS3,4, sO1,4)
16. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sS3,4, sO3,4)
17. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sS2,4)
18. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sS2,4, sO1,4)
19. (oO1,2,4) = f(oS2,3, sS2,4, sO3,4)
20. (oO1,2,4) = f(sO1,4, oS1,2)
21. (oO1,2,4) = f(sO1,4, oS1,2, sS3,4)
22. (oO1,2,4) = f(sO1,4, oS1,2, sS2,4)
23. (oO1,2,4) = f(sO1,4, oS2,3)
24. (oO1,2,4) = f(sO1,4, oS2,3, sS3,4)
25. (oO1,2,4) = f(sO1,4, oS2,3, sS2,4)
26. (oO1,2,4) = f(sO1,4, sS3,4)
27. (oO1,2,4) = f(sO1,4, sS3,4, oS1,2)
28. (oO1,2,4) = f(sO1,4, sS3,4, oS2,3)
29. (oO1,2,4) = f(sO1,4, sS2,4)
30. (oO1,2,4) = f(sO1,4, sS2,4, oS1,2)
31. (oO1,2,4) = f(sO1,4, sS2,4, oS2,3)
32. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oS2,3)
33. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oS2,3, sS3,4)
34. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oS2,3, sS2,4)
35. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oO1,2)
36. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oO1,2, oO1,4)
37. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oO1,4)
38. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oO1,4, oO1,2)
39. (oO1,2,4) = f(sO3,4, oO1,4, sS2,3)
40. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS2,3)
41. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS2,3, oO1,4)
42. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS2,3, sS3,4)
43. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS3,4)
44. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS3,4, oS2,3)
45. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS3,4, sS2,3)
46. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS2,4)

47. (oO1,2,4) = f(sO3,4, sS2,4, oS2,3)
48. (oO1,2,4) = f(oO1,2, sO3,4)
49. (oO1,2,4) = f(oO1,2, sO3,4, oO1,4)
50. (oO1,2,4) = f(oO1,2, oO1,4)
51. (oO1,2,4) = f(oO1,2, oO1,4, sO3,4)
52. (oO1,2,4) = f(oO1,2, oO1,4, oO2,4)
53. (oO1,2,4) = f(oO1,2, oO2,4)
54. (oO1,2,4) = f(oO1,2, oO2,4, oO1,4)
55. (oO1,2,4) = f(oO1,4, sO3,4)
56. (oO1,2,4) = f(oO1,4, sO3,4, oO1,2)
57. (oO1,2,4) = f(oO1,4, sO3,4, sS2,3)
58. (oO1,2,4) = f(oO1,4, oO1,2)
59. (oO1,2,4) = f(oO1,4, oO1,2, sO3,4)
60. (oO1,2,4) = f(oO1,4, oO1,2, oO2,4)
61. (oO1,2,4) = f(oO1,4, oO2,4)
62. (oO1,2,4) = f(oO1,4, oO2,4, oO1,2)
63. (oO1,2,4) = f(oO1,4, oO2,4, sS2,3)
64. (oO1,2,4) = f(oO1,4, sS2,3)
65. (oO1,2,4) = f(oO1,4, sS2,3, sO3,4)
66. (oO1,2,4) = f(oO1,4, sS2,3, oO2,4)
67. (oO1,2,4) = f(oO2,4, oO1,2)
68. (oO1,2,4) = f(oO2,4, oO1,2, oO1,4)
69. (oO1,2,4) = f(oO2,4, oO1,4)
70. (oO1,2,4) = f(oO2,4, oO1,4, oO1,2)
71. (oO1,2,4) = f(oO2,4, oO1,4, sS2,3)
72. (oO1,2,4) = f(oO2,4, sS2,3)
73. (oO1,2,4) = f(oO2,4, sS2,3, oO1,4)
74. (oO1,2,4) = f(oO2,4, sS2,3, sS3,4)
75. (oO1,2,4) = f(oO2,4, sS3,4)
76. (oO1,2,4) = f(oO2,4, sS3,4, sS2,3)
77. (oO1,2,4) = f(sS2,3, sO3,4)
78. (oO1,2,4) = f(sS2,3, sO3,4, oO1,4)
79. (oO1,2,4) = f(sS2,3, sO3,4, sS3,4)
80. (oO1,2,4) = f(sS2,3, oO1,4)
81. (oO1,2,4) = f(sS2,3, oO1,4, sO3,4)
82. (oO1,2,4) = f(sS2,3, oO1,4, oO2,4)
83. (oO1,2,4) = f(sS2,3, oO2,4)
84. (oO1,2,4) = f(sS2,3, oO2,4, oO1,4)
85. (oO1,2,4) = f(sS2,3, oO2,4, sS3,4)

86. (oO1,2,4) = f(sS2,3, sS3,4)
87. (oO1,2,4) = f(sS2,3, sS3,4, sO3,4)
88. (oO1,2,4) = f(sS2,3, sS3,4, oO2,4)
89. (oO1,2,4) = f(sS3,4, oS1,2)
90. (oO1,2,4) = f(sS3,4, oS1,2, sO1,4)
91. (oO1,2,4) = f(sS3,4, oS2,3)
92. (oO1,2,4) = f(sS3,4, oS2,3, sO1,4)
93. (oO1,2,4) = f(sS3,4, oS2,3, sO3,4)
94. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sO1,4)
95. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sO1,4, oS1,2)
96. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sO1,4, oS2,3)
97. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sO3,4)
98. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sO3,4, oS2,3)
99. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sO3,4, sS2,3)
100. (oO1,2,4) = f(sS3,4, oO2,4)
101. (oO1,2,4) = f(sS3,4, oO2,4, sS2,3)
102. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sS2,3)
103. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sS2,3, sO3,4)
104. (oO1,2,4) = f(sS3,4, sS2,3, oO2,4)
105. (oO1,2,4) = f(sS2,4, oS1,2)
106. (oO1,2,4) = f(sS2,4, oS1,2, sO1,4)
107. (oO1,2,4) = f(sS2,4, oS2,3)
108. (oO1,2,4) = f(sS2,4, oS2,3, sO1,4)
109. (oO1,2,4) = f(sS2,4, oS2,3, sO3,4)
110. (oO1,2,4) = f(sS2,4, sO1,4)
111. (oO1,2,4) = f(sS2,4, sO1,4, oS1,2)
112. (oO1,2,4) = f(sS2,4, sO1,4, oS2,3)
113. (oO1,2,4) = f(sS2,4, sO3,4)
114. (oO1,2,4) = f(sS2,4, sO3,4, oS2,3)

Functions with w = (oO2,4)

1. (oO2,4) = f(oS2,3, sO3,4)
2. (oO2,4) = f(oS2,3, sO3,4, sS3,4)
3. (oO2,4) = f(oS2,3, sO3,4, sS2,4)
4. (oO2,4) = f(oS2,3, sO3,4, sS2,3,4)
5. (oO2,4) = f(oS2,3, sS3,4)
6. (oO2,4) = f(oS2,3, sS3,4, sO3,4)
7. (oO2,4) = f(oS2,3, sS2,4)

8. (oO2,4) = f(oS2,3, sS2,4, sO3,4)
9. (oO2,4) = f(oS2,3, sS2,3,4)
10. (oO2,4) = f(oS2,3, sS2,3,4, sO3,4)
11. (oO2,4) = f(sO3,4, oS2,3)
12. (oO2,4) = f(sO3,4, oS2,3, sS3,4)
13. (oO2,4) = f(sO3,4, oS2,3, sS2,4)
14. (oO2,4) = f(sO3,4, oS2,3, sS2,3,4)
15. (oO2,4) = f(sO3,4, sS3,4)
16. (oO2,4) = f(sO3,4, sS3,4, oS2,3)
17. (oO2,4) = f(sO3,4, sS2,4)
18. (oO2,4) = f(sO3,4, sS2,4, oS2,3)
19. (oO2,4) = f(sO3,4, sS2,3,4)
20. (oO2,4) = f(sO3,4, sS2,3,4, oS2,3)
21. (oO2,4) = f(oO1,2, oO1,4)
22. (oO2,4) = f(oO1,2, oO1,4, oO1,2,4)
23. (oO2,4) = f(oO1,2, oO1,2,4)
24. (oO2,4) = f(oO1,2, oO1,2,4, oO1,4)
25. (oO2,4) = f(oO1,4, oO1,2)
26. (oO2,4) = f(oO1,4, oO1,2, oO1,2,4)
27. (oO2,4) = f(oO1,4, oO1,2,4)
28. (oO2,4) = f(oO1,4, oO1,2,4, oO1,2)
29. (oO2,4) = f(oO1,4, oO1,2,4, sS2,3)
30. (oO2,4) = f(oO1,4, sS2,3)
31. (oO2,4) = f(oO1,4, sS2,3, oO1,2,4)
32. (oO2,4) = f(oO1,2,4, oO1,2)
33. (oO2,4) = f(oO1,2,4, oO1,2, oO1,4)
34. (oO2,4) = f(oO1,2,4, oO1,4)
35. (oO2,4) = f(oO1,2,4, oO1,4, oO1,2)
36. (oO2,4) = f(oO1,2,4, oO1,4, sS2,3)
37. (oO2,4) = f(oO1,2,4, sS2,3)
38. (oO2,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, oO1,4)
39. (oO2,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, sS3,4)
40. (oO2,4) = f(oO1,2,4, sS3,4)
41. (oO2,4) = f(oO1,2,4, sS3,4, sS2,3)
42. (oO2,4) = f(sS2,3, oO1,4)
43. (oO2,4) = f(sS2,3, oO1,4, oO1,2,4)
44. (oO2,4) = f(sS2,3, oO1,2,4)
45. (oO2,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, oO1,4)
46. (oO2,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, sS3,4)

47. (oO2,4) = f(sS2,3, sS3,4)
48. (oO2,4) = f(sS2,3, sS3,4, oO1,2,4)
49. (oO2,4) = f(sS2,3, sS3,4, sS2,4)
50. (oO2,4) = f(sS2,3, sS2,4)
51. (oO2,4) = f(sS2,3, sS2,4, sS3,4)
52. (oO2,4) = f(sS3,4, oS2,3)
53. (oO2,4) = f(sS3,4, oS2,3, sO3,4)
54. (oO2,4) = f(sS3,4, sO3,4)
55. (oO2,4) = f(sS3,4, sO3,4, oS2,3)
56. (oO2,4) = f(sS3,4, oO1,2,4)
57. (oO2,4) = f(sS3,4, oO1,2,4, sS2,3)
58. (oO2,4) = f(sS3,4, sS2,3)
59. (oO2,4) = f(sS3,4, sS2,3, oO1,2,4)
60. (oO2,4) = f(sS3,4, sS2,3, sS2,4)
61. (oO2,4) = f(sS3,4, sS2,4)
62. (oO2,4) = f(sS3,4, sS2,4, sS2,3)
63. (oO2,4) = f(sS2,4, oS2,3)
64. (oO2,4) = f(sS2,4, oS2,3, sO3,4)
65. (oO2,4) = f(sS2,4, sO3,4)
66. (oO2,4) = f(sS2,4, sO3,4, oS2,3)
67. (oO2,4) = f(sS2,4, sS2,3)
68. (oO2,4) = f(sS2,4, sS2,3, sS3,4)
69. (oO2,4) = f(sS2,4, sS3,4)
70. (oO2,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
71. (oO2,4) = f(sS2,3,4, oS2,3)
72. (oO2,4) = f(sS2,3,4, oS2,3, sO3,4)
73. (oO2,4) = f(sS2,3,4, sO3,4)
74. (oO2,4) = f(sS2,3,4, sO3,4, oS2,3)

Functions with w = (sS2,3)

1. (sS2,3) = f(sO1,3,4, sO1,4)
2. (sS2,3) = f(sO1,3,4, sO1,4, sO3,4)
3. (sS2,3) = f(sO1,3,4, sO3,4)
4. (sS2,3) = f(sO1,3,4, sO3,4, sO1,4)
5. (sS2,3) = f(sO1,4, sO1,3,4)
6. (sS2,3) = f(sO1,4, sO1,3,4, sO3,4)
7. (sS2,3) = f(sO1,4, sO3,4)
8. (sS2,3) = f(sO1,4, sO3,4, sO1,3,4)

9. (sS2,3) = f(sO1,4, sO3,4, oO1,4)
10. (sS2,3) = f(sO1,4, sO3,4, sS3,4)
11. (sS2,3) = f(sO1,4, oO1,4)
12. (sS2,3) = f(sO1,4, oO1,4, sO3,4)
13. (sS2,3) = f(sO1,4, sS3,4)
14. (sS2,3) = f(sO1,4, sS3,4, sO3,4)
15. (sS2,3) = f(sO3,4, sO1,3,4)
16. (sS2,3) = f(sO3,4, sO1,3,4, sO1,4)
17. (sS2,3) = f(sO3,4, sO1,4)
18. (sS2,3) = f(sO3,4, sO1,4, sO1,3,4)
19. (sS2,3) = f(sO3,4, sO1,4, oO1,4)
20. (sS2,3) = f(sO3,4, sO1,4, sS3,4)
21. (sS2,3) = f(sO3,4, oO1,4)
22. (sS2,3) = f(sO3,4, oO1,4, sO1,4)
23. (sS2,3) = f(sO3,4, oO1,4, oO1,2,4)
24. (sS2,3) = f(sO3,4, oO1,2,4)
25. (sS2,3) = f(sO3,4, oO1,2,4, oO1,4)
26. (sS2,3) = f(sO3,4, oO1,2,4, sS3,4)
27. (sS2,3) = f(sO3,4, sS3,4)
28. (sS2,3) = f(sO3,4, sS3,4, sO1,4)
29. (sS2,3) = f(sO3,4, sS3,4, oO1,2,4)
30. (sS2,3) = f(sO3,4, sS3,4, sS2,4)
31. (sS2,3) = f(sO3,4, sS2,4)
32. (sS2,3) = f(sO3,4, sS2,4, sS3,4)
33. (sS2,3) = f(oO1,4, sO1,4)
34. (sS2,3) = f(oO1,4, sO1,4, sO3,4)
35. (sS2,3) = f(oO1,4, sO3,4)
36. (sS2,3) = f(oO1,4, sO3,4, sO1,4)
37. (sS2,3) = f(oO1,4, sO3,4, oO1,2,4)
38. (sS2,3) = f(oO1,4, oO1,2,4)
39. (sS2,3) = f(oO1,4, oO1,2,4, sO3,4)
40. (sS2,3) = f(oO1,4, oO1,2,4, oO2,4)
41. (sS2,3) = f(oO1,4, oO2,4)
42. (sS2,3) = f(oO1,4, oO2,4, oO1,2,4)
43. (sS2,3) = f(oO1,2,4, sO3,4)
44. (sS2,3) = f(oO1,2,4, sO3,4, oO1,4)
45. (sS2,3) = f(oO1,2,4, sO3,4, sS3,4)
46. (sS2,3) = f(oO1,2,4, oO1,4)
47. (sS2,3) = f(oO1,2,4, oO1,4, sO3,4)

48. (sS2,3) = f(oO1,2,4, oO1,4, oO2,4)
49. (sS2,3) = f(oO1,2,4, oO2,4)
50. (sS2,3) = f(oO1,2,4, oO2,4, oO1,4)
51. (sS2,3) = f(oO1,2,4, oO2,4, sS3,4)
52. (sS2,3) = f(oO1,2,4, sS3,4)
53. (sS2,3) = f(oO1,2,4, sS3,4, sO3,4)
54. (sS2,3) = f(oO1,2,4, sS3,4, oO2,4)
55. (sS2,3) = f(oO2,4, oO1,4)
56. (sS2,3) = f(oO2,4, oO1,4, oO1,2,4)
57. (sS2,3) = f(oO2,4, oO1,2,4)
58. (sS2,3) = f(oO2,4, oO1,2,4, oO1,4)
59. (sS2,3) = f(oO2,4, oO1,2,4, sS3,4)
60. (sS2,3) = f(oO2,4, sS3,4)
61. (sS2,3) = f(oO2,4, sS3,4, oO1,2,4)
62. (sS2,3) = f(oO2,4, sS3,4, sS2,4)
63. (sS2,3) = f(oO2,4, sS2,4)
64. (sS2,3) = f(oO2,4, sS2,4, sS3,4)
65. (sS2,3) = f(sS3,4, sO1,4)
66. (sS2,3) = f(sS3,4, sO1,4, sO3,4)
67. (sS2,3) = f(sS3,4, sO3,4)
68. (sS2,3) = f(sS3,4, sO3,4, sO1,4)
69. (sS2,3) = f(sS3,4, sO3,4, oO1,2,4)
70. (sS2,3) = f(sS3,4, sO3,4, sS2,4)
71. (sS2,3) = f(sS3,4, oO1,2,4)
72. (sS2,3) = f(sS3,4, oO1,2,4, sO3,4)
73. (sS2,3) = f(sS3,4, oO1,2,4, oO2,4)
74. (sS2,3) = f(sS3,4, oO2,4)
75. (sS2,3) = f(sS3,4, oO2,4, oO1,2,4)
76. (sS2,3) = f(sS3,4, oO2,4, sS2,4)
77. (sS2,3) = f(sS3,4, sS2,4)
78. (sS2,3) = f(sS3,4, sS2,4, sO3,4)
79. (sS2,3) = f(sS3,4, sS2,4, oO2,4)
80. (sS2,3) = f(sS3,4, sS2,4, sS2,3,4)
81. (sS2,3) = f(sS2,4, sO3,4)
82. (sS2,3) = f(sS2,4, sO3,4, sS3,4)
83. (sS2,3) = f(sS2,4, oO2,4)
84. (sS2,3) = f(sS2,4, oO2,4, sS3,4)
85. (sS2,3) = f(sS2,4, sS3,4, sO3,4)
86. (sS2,3) = f(sS2,4, sS3,4)

87. (sS2,3) = f(sS2,4, sS3,4, oO2,4)
88. (sS2,3) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3,4)
89. (sS2,3) = f(sS2,4, sS2,3,4, sS3,4)
90. (sS2,3) = f(sS2,3,4, sS3,4)
91. (sS2,3) = f(sS2,3,4, sS3,4, sS2,4)
92. (sS2,3) = f(sS2,3,4, sS2,4, sS3,4)

Functions with w = (sS3,4)

1. (sS3,4) = f(oS1,3, sO1,3,4)
2. (sS3,4) = f(oS1,3, sO1,3,4, oO1,4)
3. (sS3,4) = f(oS1,3, oO1,4)
4. (sS3,4) = f(oS1,3, oO1,4, sO1,3,4)
5. (sS3,4) = f(oS1,2, sO1,3,4)
6. (sS3,4) = f(oS1,2, sO1,3,4, oO1,4)
7. (sS3,4) = f(oS1,2, sO1,4)
8. (sS3,4) = f(oS1,2, sO1,4, oO1,4)
9. (sS3,4) = f(oS1,2, sO1,4, oO1,2,4)
10. (sS3,4) = f(oS1,2, oO1,4)
11. (sS3,4) = f(oS1,2, oO1,4, sO1,3,4)
12. (sS3,4) = f(oS1,2, oO1,4, sO1,4)
13. (sS3,4) = f(oS1,2, oO1,2,4)
14. (sS3,4) = f(oS1,2, oO1,2,4, sO1,4)
15. (sS3,4) = f(oS2,3, sO1,3,4)
16. (sS3,4) = f(oS2,3, sO1,3,4, oO1,4)
17. (sS3,4) = f(oS2,3, sO1,4)
18. (sS3,4) = f(oS2,3, sO1,4, oO1,4)
19. (sS3,4) = f(oS2,3, sO1,4, oO1,2,4)
20. (sS3,4) = f(oS2,3, sO3,4)
21. (sS3,4) = f(oS2,3, sO3,4, oO1,4)
22. (sS3,4) = f(oS2,3, sO3,4, oO1,2,4)
23. (sS3,4) = f(oS2,3, sO3,4, oO2,4)
24. (sS3,4) = f(oS2,3, oO1,4)
25. (sS3,4) = f(oS2,3, oO1,4, sO1,3,4)
26. (sS3,4) = f(oS2,3, oO1,4, sO1,4)
27. (sS3,4) = f(oS2,3, oO1,4, sO3,4)
28. (sS3,4) = f(oS2,3, oO1,2,4)
29. (sS3,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sO1,4)
30. (sS3,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sO3,4)

31. (sS3,4) = f(oS2,3, oO2,4)
32. (sS3,4) = f(oS2,3, oO2,4, sO3,4)
33. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oS1,3)
34. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oS1,3, oO1,4)
35. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oS1,2)
36. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oS1,2, oO1,4)
37. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oS2,3)
38. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oS2,3, oO1,4)
39. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oO1,4)
40. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oO1,4, oS1,3)
41. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oO1,4, oS1,2)
42. (sS3,4) = f(sO1,3,4, oO1,4, oS2,3)
43. (sS3,4) = f(sO1,4, oS1,2)
44. (sS3,4) = f(sO1,4, oS1,2, oO1,4)
45. (sS3,4) = f(sO1,4, oS1,2, oO1,2,4)
46. (sS3,4) = f(sO1,4, oS2,3)
47. (sS3,4) = f(sO1,4, oS2,3, oO1,4)
48. (sS3,4) = f(sO1,4, oS2,3, oO1,2,4)
49. (sS3,4) = f(sO1,4, sO3,4)
50. (sS3,4) = f(sO1,4, sO3,4, sS2,3)
51. (sS3,4) = f(sO1,4, oO1,4)
52. (sS3,4) = f(sO1,4, oO1,4, oS1,2)
53. (sS3,4) = f(sO1,4, oO1,4, oS2,3)
54. (sS3,4) = f(sO1,4, oO1,2,4)
55. (sS3,4) = f(sO1,4, oO1,2,4, oS1,2)
56. (sS3,4) = f(sO1,4, oO1,2,4, oS2,3)
57. (sS3,4) = f(sO1,4, sS2,3)
58. (sS3,4) = f(sO1,4, sS2,3, sO3,4)
59. (sS3,4) = f(sO3,4, oS2,3)
60. (sS3,4) = f(sO3,4, oS2,3, oO1,4)
61. (sS3,4) = f(sO3,4, oS2,3, oO1,2,4)
62. (sS3,4) = f(sO3,4, oS2,3, oO2,4)
63. (sS3,4) = f(sO3,4, sO1,4)
64. (sS3,4) = f(sO3,4, sO1,4, sS2,3)
65. (sS3,4) = f(sO3,4, oO1,4)
66. (sS3,4) = f(sO3,4, oO1,4, oS2,3)
67. (sS3,4) = f(sO3,4, oO1,2,4)
68. (sS3,4) = f(sO3,4, oO1,2,4, oS2,3)
69. (sS3,4) = f(sO3,4, oO1,2,4, sS2,3)

70. (sS3,4) = f(sO3,4, oO2,4)
71. (sS3,4) = f(sO3,4, oO2,4, oS2,3)
72. (sS3,4) = f(sO3,4, sS2,3)
73. (sS3,4) = f(sO3,4, sS2,3, sO1,4)
74. (sS3,4) = f(sO3,4, sS2,3, oO1,2,4)
75. (sS3,4) = f(sO3,4, sS2,3, sS2,4)
76. (sS3,4) = f(sO3,4, sS2,4)
77. (sS3,4) = f(sO3,4, sS2,4, sS2,3)
78. (sS3,4) = f(oO1,4, oS1,3)
79. (sS3,4) = f(oO1,4, oS1,3, sO1,3,4)
80. (sS3,4) = f(oO1,4, oS1,2)
81. (sS3,4) = f(oO1,4, oS1,2, sO1,3,4)
82. (sS3,4) = f(oO1,4, oS1,2, sO1,4)
83. (sS3,4) = f(oO1,4, oS2,3)
84. (sS3,4) = f(oO1,4, oS2,3, sO1,3,4)
85. (sS3,4) = f(oO1,4, oS2,3, sO1,4)
86. (sS3,4) = f(oO1,4, oS2,3, sO3,4)
87. (sS3,4) = f(oO1,4, sO1,3,4)
88. (sS3,4) = f(oO1,4, sO1,3,4, oS1,3)
89. (sS3,4) = f(oO1,4, sO1,3,4, oS1,2)
90. (sS3,4) = f(oO1,4, sO1,3,4, oS2,3)
91. (sS3,4) = f(oO1,4, sO1,4)
92. (sS3,4) = f(oO1,4, sO1,4, oS1,2)
93. (sS3,4) = f(oO1,4, sO1,4, oS2,3)
94. (sS3,4) = f(oO1,4, sO3,4)
95. (sS3,4) = f(oO1,4, sO3,4, oS2,3)
96. (sS3,4) = f(oO1,2,4, oS1,2)
97. (sS3,4) = f(oO1,2,4, oS1,2, sO1,4)
98. (sS3,4) = f(oO1,2,4, oS2,3)
99. (sS3,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sO1,4)
100. (sS3,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sO3,4)
101. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sO1,4)
102. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sO1,4, oS1,2)
103. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sO1,4, oS2,3)
104. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sO3,4)
105. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sO3,4, oS2,3)
106. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sO3,4, sS2,3)
107. (sS3,4) = f(oO1,2,4, oO2,4)
108. (sS3,4) = f(oO1,2,4, oO2,4, sS2,3)

109. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sS2,3)
110. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, sO3,4)
111. (sS3,4) = f(oO1,2,4, sS2,3, oO2,4)
112. (sS3,4) = f(oO2,4, oS2,3)
113. (sS3,4) = f(oO2,4, oS2,3, sO3,4)
114. (sS3,4) = f(oO2,4, sO3,4)
115. (sS3,4) = f(oO2,4, sO3,4, oS2,3)
116. (sS3,4) = f(oO2,4, oO1,2,4)
117. (sS3,4) = f(oO2,4, oO1,2,4, sS2,3)
118. (sS3,4) = f(oO2,4, sS2,3)
119. (sS3,4) = f(oO2,4, sS2,3, oO1,2,4)
120. (sS3,4) = f(oO2,4, sS2,3, sS2,4)
121. (sS3,4) = f(oO2,4, sS2,4)
122. (sS3,4) = f(oO2,4, sS2,4, sS2,3)
123. (sS3,4) = f(sS2,3, sO1,4)
124. (sS3,4) = f(sS2,3, sO1,4, sO3,4)
125. (sS3,4) = f(sS2,3, sO3,4)
126. (sS3,4) = f(sS2,3, sO3,4, sO1,4)
127. (sS3,4) = f(sS2,3, sO3,4, oO1,2,4)
128. (sS3,4) = f(sS2,3, sO3,4, sS2,4)
129. (sS3,4) = f(sS2,3, oO1,2,4)
130. (sS3,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, sO3,4)
131. (sS3,4) = f(sS2,3, oO1,2,4, oO2,4)
132. (sS3,4) = f(sS2,3, oO2,4)
133. (sS3,4) = f(sS2,3, oO2,4, oO1,2,4)
134. (sS3,4) = f(sS2,3, oO2,4, sS2,4)
135. (sS3,4) = f(sS2,3, sS2,4)
136. (sS3,4) = f(sS2,3, sS2,4, sO3,4)
137. (sS3,4) = f(sS2,3, sS2,4, oO2,4)
138. (sS3,4) = f(sS2,3, sS2,4, sS2,3,4)
139. (sS3,4) = f(sS2,3, sS2,3,4)
140. (sS3,4) = f(sS2,3, sS2,3,4, sS2,4)
141. (sS3,4) = f(sS2,4, sO3,4)
142. (sS3,4) = f(sS2,4, sO3,4, sS2,3)
143. (sS3,4) = f(sS2,4, oO2,4)
144. (sS3,4) = f(sS2,4, oO2,4, sS2,3)
145. (sS3,4) = f(sS2,4, sS2,3)
146. (sS3,4) = f(sS2,4, sS2,3, sO3,4)
147. (sS3,4) = f(sS2,4, sS2,3, oO2,4)

148. (sS3,4) = f(sS2,4, sS2,3, sS2,3,4)
149. (sS3,4) = f(sS2,4, sS2,3,4)
150. (sS3,4) = f(sS2,4, sS2,3,4, sS2,3)
151. (sS3,4) = f(sS2,3,4, sS2,3)
152. (sS3,4) = f(sS2,3,4, sS2,3, sS2,4)
153. (sS3,4) = f(sS2,3,4, sS2,4)
154. (sS3,4) = f(sS2,3,4, sS2,4, sS2,3)

Functions with w = (sS2,4)

1. (sS2,4) = f(oS1,2, sO1,4)
2. (sS2,4) = f(oS1,2, sO1,4, oO1,2,4)
3. (sS2,4) = f(oS1,2, oO1,2,4)
4. (sS2,4) = f(oS1,2, oO1,2,4, sO1,4)
5. (sS2,4) = f(oS2,3, sO1,4)
6. (sS2,4) = f(oS2,3, sO1,4, oO1,2,4)
7. (sS2,4) = f(oS2,3, sO3,4)
8. (sS2,4) = f(oS2,3, sO3,4, oO1,2,4)
9. (sS2,4) = f(oS2,3, sO3,4, oO2,4)
10. (sS2,4) = f(oS2,3, oO1,2,4)
11. (sS2,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sO1,4)
12. (sS2,4) = f(oS2,3, oO1,2,4, sO3,4)
13. (sS2,4) = f(oS2,3, oO2,4)
14. (sS2,4) = f(oS2,3, oO2,4, sO3,4)
15. (sS2,4) = f(sO1,4, oS1,2)
16. (sS2,4) = f(sO1,4, oS1,2, oO1,2,4)
17. (sS2,4) = f(sO1,4, oS2,3)
18. (sS2,4) = f(sO1,4, oS2,3, oO1,2,4)
19. (sS2,4) = f(sO1,4, oO1,2,4)
20. (sS2,4) = f(sO1,4, oO1,2,4, oS1,2)
21. (sS2,4) = f(sO1,4, oO1,2,4, oS2,3)
22. (sS2,4) = f(sO3,4, oS2,3)
23. (sS2,4) = f(sO3,4, oS2,3, oO1,2,4)
24. (sS2,4) = f(sO3,4, oS2,3, oO2,4)
25. (sS2,4) = f(sO3,4, oO1,2,4)
26. (sS2,4) = f(sO3,4, oO1,2,4, oS2,3)
27. (sS2,4) = f(sO3,4, oO2,4)
28. (sS2,4) = f(sO3,4, oO2,4, oS2,3)
29. (sS2,4) = f(sO3,4, sS2,3)

30. (sS2,4) = f(sO3,4, sS2,3, sS3,4)
31. (sS2,4) = f(sO3,4, sS3,4)
32. (sS2,4) = f(sO3,4, sS3,4, sS2,3)
33. (sS2,4) = f(oO1,2,4, oS1,2)
34. (sS2,4) = f(oO1,2,4, oS1,2, sO1,4)
35. (sS2,4) = f(oO1,2,4, oS2,3)
36. (sS2,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sO1,4)
37. (sS2,4) = f(oO1,2,4, oS2,3, sO3,4)
38. (sS2,4) = f(oO1,2,4, sO1,4)
39. (sS2,4) = f(oO1,2,4, sO1,4, oS1,2)
40. (sS2,4) = f(oO1,2,4, sO1,4, oS2,3)
41. (sS2,4) = f(oO1,2,4, sO3,4)
42. (sS2,4) = f(oO1,2,4, sO3,4, oS2,3)
43. (sS2,4) = f(oO2,4, oS2,3)
44. (sS2,4) = f(oO2,4, oS2,3, sO3,4)
45. (sS2,4) = f(oO2,4, sO3,4)
46. (sS2,4) = f(oO2,4, sO3,4, oS2,3)
47. (sS2,4) = f(oO2,4, sS2,3)
48. (sS2,4) = f(oO2,4, sS2,3, sS3,4)
49. (sS2,4) = f(oO2,4, sS3,4)
50. (sS2,4) = f(oO2,4, sS3,4, sS2,3)
51. (sS2,4) = f(sS2,3, sO3,4)
52. (sS2,4) = f(sS2,3, sO3,4, sS3,4)
53. (sS2,4) = f(sS2,3, oO2,4)
54. (sS2,4) = f(sS2,3, oO2,4, sS3,4)
55. (sS2,4) = f(sS2,3, sS3,4)
56. (sS2,4) = f(sS2,3, sS3,4, sO3,4)
57. (sS2,4) = f(sS2,3, sS3,4, oO2,4)
58. (sS2,4) = f(sS2,3, sS3,4, sS2,3,4)
59. (sS2,4) = f(sS2,3, sS2,3,4)
60. (sS2,4) = f(sS2,3, sS2,3,4, sS3,4)
61. (sS2,4) = f(sS3,4, sO3,4)
62. (sS2,4) = f(sS3,4, sO3,4, sS2,3)
63. (sS2,4) = f(sS3,4, oO2,4)
64. (sS2,4) = f(sS3,4, oO2,4, sS2,3)
65. (sS2,4) = f(sS3,4, sS2,3)
66. (sS2,4) = f(sS3,4, sS2,3, sO3,4)
67. (sS2,4) = f(sS3,4, sS2,3, oO2,4)
68. (sS2,4) = f(sS3,4, sS2,3, sS2,3,4)

69. (sS2,4) = f(sS3,4, sS2,3,4)
70. (sS2,4) = f(sS3,4, sS2,3,4, sS2,3)
71. (sS2,4) = f(sS2,3,4, sS2,3)
72. (sS2,4) = f(sS2,3,4, sS2,3, sS3,4)
73. (sS2,4) = f(sS2,3,4, sS3,4)
74. (sS2,4) = f(sS2,3,4, sS3,4, sS2,3)

Functions with w = (sS2,3,4)

1. (sS2,3,4) = f(oS2,3, sO3,4)
2. (sS2,3,4) = f(oS2,3, sO3,4, oO2,4)
3. (sS2,3,4) = f(oS2,3, oO2,4)
4. (sS2,3,4) = f(oS2,3, oO2,4, sO3,4)
5. (sS2,3,4) = f(sO3,4, oS2,3)
6. (sS2,3,4) = f(sO3,4, oS2,3, oO2,4)
7. (sS2,3,4) = f(sO3,4, oO2,4)
8. (sS2,3,4) = f(sO3,4, oO2,4, oS2,3)
9. (sS2,3,4) = f(oO2,4, oS2,3)
10. (sS2,3,4) = f(oO2,4, oS2,3, sO3,4)
11. (sS2,3,4) = f(oO2,4, sO3,4)
12. (sS2,3,4) = f(oO2,4, sO3,4, oS2,3)
13. (sS2,3,4) = f(sS2,3, sS3,4)
14. (sS2,3,4) = f(sS2,3, sS3,4, sS2,4)
15. (sS2,3,4) = f(sS2,3, sS2,4)
16. (sS2,3,4) = f(sS2,3, sS2,4, sS3,4)
17. (sS2,3,4) = f(sS3,4, sS2,3)
18. (sS2,3,4) = f(sS3,4, sS2,3, sS2,4)
19. (sS2,3,4) = f(sS3,4, sS2,4)
20. (sS2,3,4) = f(sS3,4, sS2,4, sS2,3)
21. (sS2,3,4) = f(sS2,4, sS2,3)
22. (sS2,3,4) = f(sS2,4, sS2,3, sS3,4)
23. (sS2,3,4) = f(sS2,4, sS3,4)
24. (sS2,3,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)

3. The list of 1'162 dyadic-tetravalent functions presented here is exhaustive for a pre-semiotic 4-contextural 4-adic sign model. However, functions, which contain values that lie in more than 1 semiotic contexture, can be "split up" into several more functions, according to combinatorics. E.g., the function

(sS2,3,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)

can be split up in

(sS2) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS3) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS2,3) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS2,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS3,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS2,3,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS2,4,3) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS3,2,4) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS3,4,2) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS4,2,3) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3)
(sS4,3,2) = f(sS2,4, sS3,4, sS2,3).

For the sake of avoiding longer lists which can be produced easily, such combinatorial cases have been left away.

Another strong source for enormous increase of further semiotic functions is the permutation of the contextural indices, i.e. the "morphismic" order, its complementary "hetero-morphismic" order and the "mediative" morphimsm between them (cf. Toth 2009a).

Bibliography

Toth, Alfred, Semiotische Funktionentheorie. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Inner and outer semiotic environments in the system of the trichotomic triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a
Toth, Alfred, How many contexture-borders has a sign? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b
Toth, Alfred, Semiotische Subjekts- und Objektsdistribution. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011