Prof. Dr. Alfred Toth

Mehrdimensionale Zeichenklassen mit 3-dimensionalen Umgebungen

Für Angelika Karger

1. Die Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix sind bekanntlich dyadische Relationen, und aus je drei dyadischen Relationen werden die 10 Peirceschen Zeichenklassen zusammengesetzt:

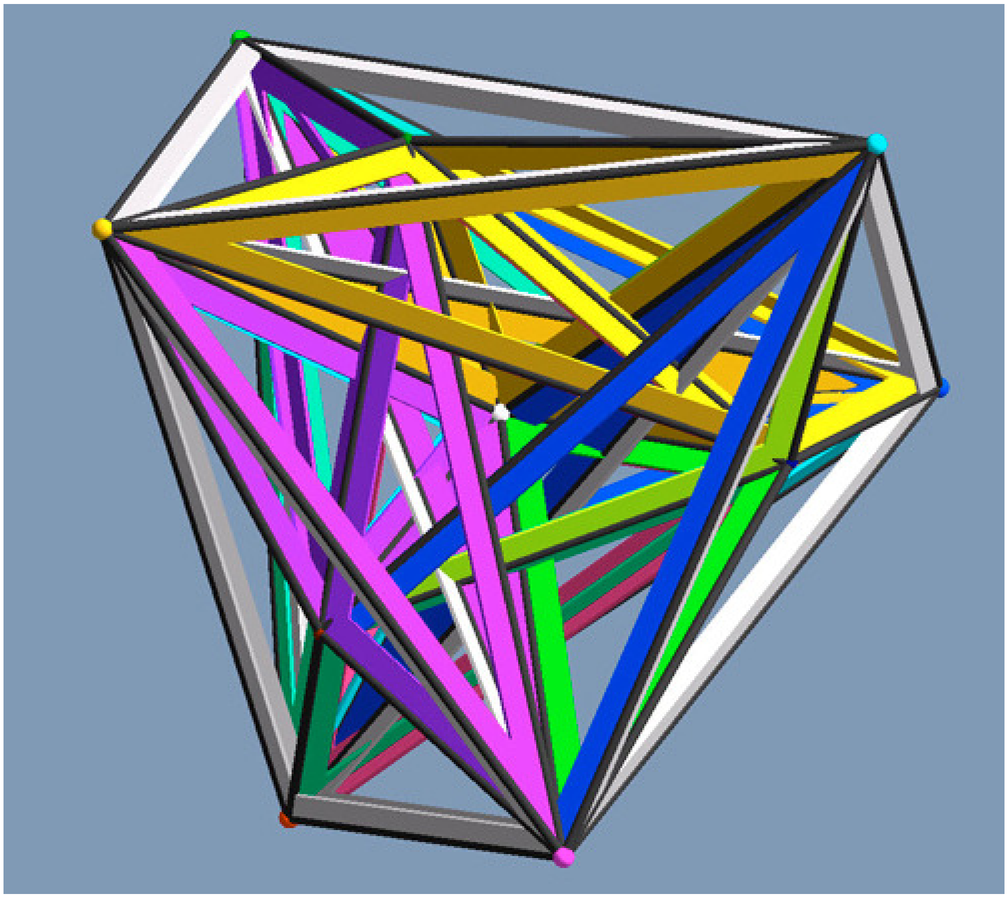
Sz^2 = (a.b) mit a, b ∈ {1, 2, 3}
Zkl^2 = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3}

Solche Zeichenklassen sind 2-dimensional, da sie eindeutig durch Punkte in der Gaußschen Zahlenebene darstellbar sind.

2. Auf der Basis von Arin (1981, S. 220 ff.) wurden in Toth (2009) 4-dimensionale Zeichenklassen wie folgt definiert:

Sz^4 = ((a.b) (c.d)) mit a, b ∈ {1, 2, 3}
Zkl^4 = (3.a (1.b 2.c 3.d) 2.e (1.f 2.g 3.h) 1.i (1.j 2.k 3.l)) mit a, b, c ∈ {.1, .2, .3}

Diese Zeichenklassen sind 4-dimensional, da zur Darstellung ihrer Subzeichen als Paaren von Dyaden Quaternionen nötig sind. Allerdings erkennt man, dass alle drei Subzeichen von Zkl^4 durch 3-dimensionale semiotische Umgebungen bestimmt sind, welche Teilräume der 4-dimensionalen Zeichenbezugsräume definieren. Als ein mögliches semiotisches Modell bietet sich das Hendekachoron, ein reguläres Polytop, zusammengesetzt aus 5 Halb-Ikosaedern, an (aus: Séquin und Lanier 2007):



3. Nun korrespondieren die einfachen Dyaden natürlich den komplexen Zahlen, da sie ja in der Form (±a.±b) in der Gaußschen Ebene dargestellt werden können. Wir können uns allerdings fragen, welche Möglichkeiten, Zeichenklassen aus Subzeichen zu bilden sich zwischen den komplexen Zahlen und den Quaternionen bieten. Ein Vorschlag zur Definition von 3-dimensionalen Zeichenklassen stammt von Stiebing (1978). Die Subzeichen und Zeichenklassen haben die folgende allgemeine Form:

$Sz^4 = (a.b.c)$, a, b, c $\in$ {1, 2, 3}
$Zkl^4 = ((a.b.c)\ (d.e.f)\ (g.h.i))$

Steibing setzt ferner a, d und g als semiotische Dimensionszahlen fest, wobei a = 1, d = 2 und g = 3, d.h.

$Zkl^4 = ((3.a.b)\ (2.c.d)\ (1.e.f))$.

Theoretisch haben wir allerdings auch die beiden folgenden zusätzlichen Möglicheiten:

Zkl^4 = ((3.a.b) (2.c.d) (1.e.f))
Zkl^4 = ((a.b.3) (c.d.2) (e.f.1))

Nun determiniert im 4-dimensionalen Zeichenmodell nach Arin (1981)

Zkl^4 = (3.a (1.b 2.c 3.d) 2.e (1.f 2.g 3.h) 1.i (1.j 2.k 3.l)) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}

jeweils eine Zeichenklasse ein Subzeichen aus jedem der drei Zeichenbezüge, wobei die Determinationen lexikographisch geordnet sind:

Zkl^4 = (3.a (Det(1) < Det(2) < Det(3)) 2.e (Det(1) < Det(2) < Det(3)) 1.i (Det(1) < Det(2) < Det(3))

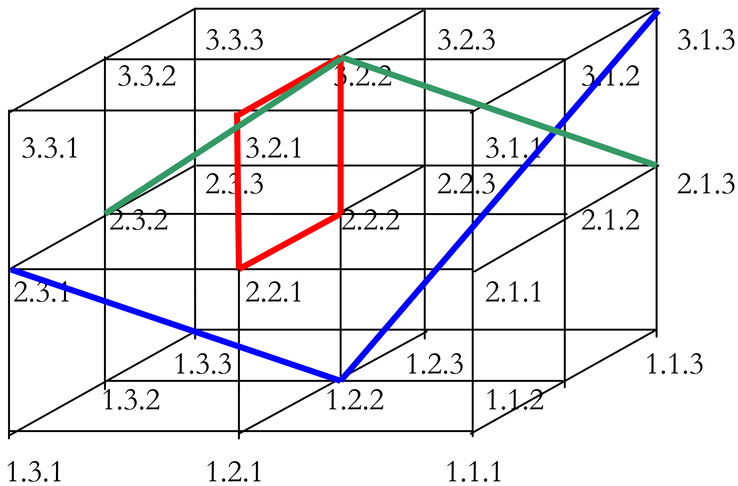
Wir können damit das nicht-determinierte Stiebingsche 3-dimensionale Zeichenschema wie folgt in ein determiniertes Zeichenschema umwandeln:

Zkl^3 = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.kh.l (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u (v.1.w x2.y z.3.α))
mit a, ..., $\alpha \in$ {.1, .2, .3}

Wenn wir also die Steibingsche Zuschreibung des ersten Bezugs jedes Subzeichen-Tripels mit einer Dimensionszahl übernehmen, erhalten wir das allgemeine Schema 3-dimensionaler Zeichenklassen:

Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r (s.1.t u.2.v w.3.x))

Diese 3-dimensionalen Zeichenklassen bestehen also aus triadischen Subzeichen, die in jedem der drei Bezüge durch eine triadische Umgebung als Teilraum des 3-dimensionalen semiotischen Raums bestimmt werden. Willkürliche 3-dimensionale Umgebungen des frei gewählten Punktes (2.2.2) im Stiebingschen Zeichenmodell (Stiebing 1978, vgl. Toth 2008) sind etwa:



Die rote Umgebung ((2.2.1) (2.2.2), (3.2.1) (3.2.2)) enthält also den Punkt (2.2.2), dessen Umgebung sie ist und ist eine Fläche des 3-dimensionalen semiotischen Raumes. Die blaue ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)) und die grüne Umgebung ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)) sind im Gegensatz zur roten dyadischen Umgebung triadisch. Es stellt sich also das Problem, wie dieses Umgebung in Zeichenklassen formal dargestellt werden können. Legt man sich auf keine bestimmte Zeichenklasse fest, ergeben sich folgende Möglichkeiten:

1. Für ((2.2.1) (2.2.2)):

Zkl^3 = (3.a.b ((2.2.1) (2.2.2) c.3.d) 2.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))
Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d (2.2.1) (2.2.2)) 2.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))
Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.2.1) (2.2.2) k.3.l) 1.m.n (o.1.p q.2.r s.3.t))
Zkl^3 = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.k.l (m.1.n (2.2.1) (2.2.2)) o.p.q (r.1.s t2.u v.3.w))
Zkl^3 = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.kl (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u ((2.2.1) (2.2.2) v.w.x))
Zkl^3 = (a.b.c (d.1.e f.2.g h.3.i) j.kl (m.1.n o.2.p q.3.r) s.t.u (v.1.w (2.2.1) (2.2.2)))

2. Für ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)):

Zkl^3 = (3.a.b ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)) 2.c.d (l.1.m n.2.o p.3.q) 1.e.f (g.1.h i.2.j k.3.l))
Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3))1.k.l (m.1.nu o.2.p q.3.r))
Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r ((2.3.1) (1.2.2) (3.1.3)))

3. Für ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)):

Zkl^3 = (3.a.b ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)) 2.c.d (e.1.f g.2.h i.3.j) 1.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r))
Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3))1.k.l (m.1.n o.2.p q.3.r))
Zkl^3 = (3.a.b (c.1.d e.2.f g.3.h) 2.i.j (k.1.l m.2.n o.3.p) 1.q.r ((2.3.2) (3.2.2) (2.1.3)))

Somit brauchen nur noch die die elementaren Peirceschen Zeichenklassen bestimmenden Subzeichen für die durch Buchstaben gekennzeichneten Variablen eingesetzt werden.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Séquin, Carlo H./Lanier, Jaron, Hyperseeing the regular Hendecachoron. In: http://www.cs.berkeley.edu/~sequin/PAPERS/2007_ISAMA_11Cell.pdf (2007)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/3dim.%20Semiotik.pdf (2008)

Toth, Alfred, Determinierte und nicht-determinierte Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

25.7.2009