Prof. Dr. Alfred Toth

Mereotopologie in Semiotik und Ontik

Vorwort

Die Mereologie, so könnte man informell sagen, ist die Wissenschaft, die sich mit den Relationen eines Ganzen und seinen Teilen beschäftigt. Sie hat damit einen der Mengentheorie ähnlichen Gegenstand zu ihrem Thema. Da bei Grenzen und Teilen auch die Ränder involviert sind, tritt die Mereologie oft als eine spezielle Form der Topologie auf.

Vor allem in der Zeit, als ich damit begonnen hatte, der Semiotik als der Theorie der Zeichen eine Ontik als Theorie der Objekte gegenüber zu stellen, stellte sich die Frage nach der Formalisierung dieser allgemeinen Theorie der Objekte. Ich unternahm dazu mehrere Versuche, welche mich von der klassischen mengentheoretischen Topologie über die Mereotopologie zu einer weiteren Form von Topologie führte, die ich „Ontotopologie" genannt habe.

Die im vorliegenden Bande versammelten Aufsätze zeigen die große Affinität zwischen Mereotopologie einerseits und Semiotik und Ontik andererseits. Ich habe dabei aber absichtlich solche Arbeiten ausgespart, die sich spezifisch mit der inzwischen als einer eigenen ontisch-semiotischen Theorie etablierten Theorie der Ränder befassen (vgl. dazu mein kürzlich erschienenes Buch „Ränder, Grenzen und Grenzränder").

Tucson, AZ/Basel, 2.8.018 Prof. Dr. Alfred Toth

Towards a semiotic mereology

1. Stanislaw Lesniewski developed “mereology” in 1927 to refer to a formal theory of part-whole relations as a concurrence to set theory, which he rejected. Thus, mereology seems to be an appropriate theory for semiotic relations, since the sign has been defined by Peirce and Bense as a triadic relation over a monadic, a dyadic and a triadic relation in which the triadic relation includes both the dyadic and the monadic, and the dyadic relation includes the monadic (Bense 1975, p. 82 ss.). In the present study, all I intend to establish are some basics for a semiotic mereology including some concepts for a semiotic mereotopology.

2.1. A mereological “system” is a first-order theory (with identity) whose universe of discourse consists of wholes and their respective parts, collectively called “objects”. A mereological system requires at least one primitive binary relation, which is usually called “parthood” (or inclusion). We will write Pxy for “x is a part of y”.

The sign class (3.1 2.1 1.3) consists of the monadic relation (1.3), which is part of the dyadic relation (2.1 1.3), of the dyadic relation (2.1 1.3), which is part of the triadic relation (3.1 2.2 1.3), and of the triadic relation (3.1 2.1 1.3) which is part of itself.

2.2. The following definitions follow immediately from the notion of Parthood (cf. Hovda 2006):

2.2.1. PPxy: “x is a proper part of y”:

$PPxy \leftrightarrow (Pxy \wedge \neg Pyx)$

Only the triadic order (3.1 2.1 1.3) of the sign class (3.1 2.1 1.3) is a proper part of this sign class.

2.2.2. An object lacking proper parts is an atom. In semiotics, the atoms are therefore the sub-signs displayed in the semiotic matrix: (1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3). Since the mereological universe consists of all objects we wish to think about, it must contain all signs, too, for a sign is by definition nothing else than an object transformed by thetic introduction into a meta-object (Bense 1967, p. 9).

2.2.3. Oxy: "x and y overlap":

$Oxy \leftrightarrow \exists z\ [Pzx \wedge Pzy]$

E.g., the sign relations (3.1 2.1 1.3) overlaps both (3.1 2.1) and (2.1 1.3).

2.2.4. Uxy: "x and y underlap":

$Uxy \leftrightarrow \exists z\ [Pxz \wedge Pyz]$

E.g., since (3.1 2.1) and (2.1 1.3) both are part of z = (3.1 2.1 1.3), they underlap it.

2.3. The axioms of parthood:

2.3.1. Reflexivity:

Pxx

Since each object can be introduced as a sign (2.2.2.), reflexivity of parthood means for semiotics, that each sign is part of itself, which is true, since the sign is self-containing pace the relation of thirdness.

2.3.2. Antisymmetry:

$(Pxy \wedge Pyx) \rightarrow x = y$

Antisymmetry guarantees that the sub-signs (1.2) ≠ (2.1), (1.3) ≠ (3.1), (2.3) ≠ (3.2) (cf. Toth 1996).

2.3.3. Transitivity:

$(Pxy \wedge Pyz) \rightarrow Pxz$

Transitivity guarantees that if there are two sub-signs (a.b) and (b.c), then also the sub-signs (a.c) are defined; e.g., if there are (1.2) and (2.3), then (1.3) is defined, too.

2.3.4. Weak Supplementation: If PPxy holds, there exists a z such that Pzy holds, but Ozx does not:

$PPxy \rightarrow \exists x\, [Pzy \wedge \neg Ozx]$

E.g., if ((a.b), (c.d)) is a dyadic relation, then there is an (a.b), so that ((e.f), (c.d)) holds, but there is no overlap ((e.f), (a.b)). F.ex., ((a.b), (c.d)) = ((2.1), (3.1)), and (e.f) = (3.3), then ((3.3), (3.1)) holds, but ((3.3), (2.1)) is no overlap.

2.3.5. Strong Supplementation: If Pyx holds, there exists a z such that Pzy holds but Ozx does not:

$\neg Pyx \rightarrow \exists z[Pzy \wedge \neg Ozx]$

E.g., x = (2.1), and y = (3.1), then there is a z, so that (z, (3.1)), but there is no overlap (z, (2.1)).

2.3.6. Atomistic Supplementation: If Pxy does not hold, then there exists an axiom z such that Pzx holds but Ozy does not:

$\neg Pxy \rightarrow \exists z[Pzx \wedge \neg Ozy \wedge \neg \exists v[PPvz]]$

Let be again x = (2.1), y = (3.1). So, if there is no dyadic relation ((2.1), (3.1)), then there is a z, so that (z, (2.1)), and there is neither an overlap (z, (3.1)) nor is there a v, so that v is a proper part of z.

2.3.7. Top: There exists a "universal object", designated W, such that PxW holds for any x:

$\exists W \forall x$ [PxW]

The semiotic Top of the triadic-trichotomic sign relation $SR_{3,3}$ is the complete system of all 27 triadic sign classes, so that for PxW x can be a monadic, dyadic or triadic relation. One should be aware that the system of the 10 sign classes, which are constructed from the system of the 27 sign classes by restriction of the semiotic inclusion order (3.a 2.b 1.c), where $a \leq b \leq c$, is NOT W, since in this case, dyadic relation like (2.2 1.1), (3.2 3.1), or (1.2 3.3), and triadic relation like (3.3 2.2 1.1), (3.3 2.2 1.3), or (3.1 2.3 1.1) would not be part of W.

2.3.8. Bottom: There exists an atomic "null object", designated N, such that PNx holds for any s:

$\exists N \forall x$ [PNx]

A semiotic "zero-sign" has been first introduced in Toth (2007, pp. 64 ss.) as an element of the power set of the relation of prime-signs S = {.1., .2., .3.}, $\underline{P}$ = {{1}, {2}, {3}, {1, 2}, {2, 3}, {1, 3}, {1, 2, 3}, ∅}.

2.3.9. Sum: If Uxy holds, there exists a z, called the "sum" or "fusion" of x and y, such that the parts of z are just those objects which are parts of either x or y:

$Uxy \rightarrow \exists z \forall v\ [Ovz \leftrightarrow (Ovx \vee Ovy)]$

E.g., if there is a semiotic underlap (3.1 2.1), then there is f. ex. an overlap (3.1 2.1 1.3), when either ((2.1), (1.3)) or ((3.1), (1.3)) holds.

2.3.10. Product: If Oxy holds, there exists a z, called the "product" of x and y, such that the parts of z are just those objects which are parts of both x and y:

$$Oxy \rightarrow \exists z \forall v\ [Pvz \leftrightarrow (Pvx \wedge Pvy)]$$

E.g., if there is a semiotic overlap ((3.1), (2.1)), then there is a z for all v, so that there is a dyadic relation (v, z), if there are both the relation (v, (3.1)) and (v, (2.1)).

2.3.11. Unrestricted Fusion: Let φ(x) be a first-order formula in which x is a free variable. Then the fusion of all objects satisfying φ exists:

$$\exists x\ z\ [\varphi(x) \rightarrow \forall y\ [Oyz \leftrightarrow (\varphi(x) \wedge Oyx)]]$$

Unrestricted Fusion corresponds to the principle of unrestricted comprehension of naive set theory which gives rise to Russell' paradox. There is no mereological counterpart to this paradox simply because parthood, unlike set membership, is reflexive (cf. 2.3.1).

2.3.12. Unique Fusion: The fusions, whose existence 2.3.11. assert, are also unique.

2.3.13. Atomicity: All objects are either atoms or fusions of atoms:

$$\exists yz\ [Pyx \wedge \neg PPzy]$$

In semiotics, the atoms are the 9 monadic sub-signs, and the fusions are both the dyadic sign-relations and for the sign-relation $SR_{3,3}$ the triadic sign classes and reality thematics.

3.1. We will now further examine some issues of "classical" mereology by Hovda (2006). We introduce the sign ≤ for parthood.

Basically, a parthood structure is defined as a structure that satisfies the partial-ordering axioms, set-theoretic minimal upper bound (the existence of a join for each non-empty set), the axiom of weak supplementation, and the laws of distributivity, which governs the minimal upper bounds of two-element sets as binary joins. Where x + y denotes the z with minimal upper bound (z, {x, y}), the axiom is

$$x \leq y + z \rightarrow (x \leq y \vee x \leq z \vee \exists y' \leq y\ \exists z' \leq z\ (x = y' + z')).$$

For semiotics, let x = (1.3), y = (1.2), and z = (1.1), then we get:

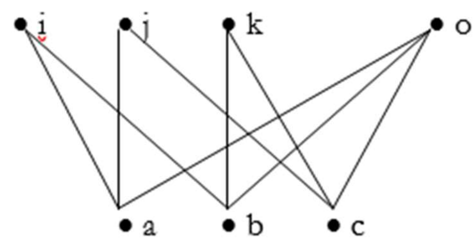
$$(1.3) \leq (1.2) + (1.1) \rightarrow ((1.3) \leq (1.2) \vee (1.3) \leq (1.1) \vee \exists y' \leq (1.2)\ \exists z' \leq (1.1)\ ((1.3) = y' + z'),$$

so, either y' = (1.1) or (1.2) and z' = (1.1), so that the final equation holds either as (1.3) = (1.1) + (1.3) or (1.3) = (1.2) + (1.3), because a triadic relation represents both a dyadic and a monadic, and a dyadic relation represents a monadic (cf. also Berger 1976).

The question naturally arises whether one can axiomatize classical mereology (according to Hovda 2006) in something like the manner of Tarski's compact axiomatization. Suppose we transitivity plus a universal closure for every instance of

$$\exists x\ \varphi_x \rightarrow \exists! z\ Fu_1\ (z, \varphi_x)$$

(with z not free in φ_x). This won't work, because there is a model of these axioms in which we have one element that is not parts of itself. Suppose then that we add reflexivity. Anti-symmetry and weak supplementation may then be derived. Still, we get unwanted models. For example, consider (Hovda 2006, p. 20)



One can confirm that this is a model of the resulting system, as follows: Let D be the domain of M.6, and for each non-empty set S $\subseteq$ D write O(S) for the set {y $\in$ D: there is some x $\in$ S with x $\circ$ y}. Then we have

O({o}) = D
O({a}) = {a, i, j, o}   O({i}) = D\{c}
O({b}) = {b, i, k, o}   O({j}) = D\{b}
O({c}) = {c, j, k, o}   O({k}) = D\{a}

For a semiotic example, we may set a= (1.1), b = (1.2), c = (1.3). Then we get

O({o}) = {(1.1), (1.2), (1.3)}
O({a}) = {(1.1), (1.1 1.2), (1.1 1.3), (1.1 1.2 1.3)}

O({b}) = {(1.2), (1.1 1.2), (1.2 1.3), (1.1 1.2 1.3)}

O({c}) = {(1.3), (1.1 1.3), (1.2 1.3), (1.1 1.2 1.3)}

O({i}) = D\{(1.3)}
O({j}) = D\{(1.2)}
O({k}) = D\{(1.1)}

It is easy to check that M.6 is not a model of classical mereology.

3.2. We now show the close connection between classical mereology and Boolean algebra. "Basically, a complete Boolean algebra is a model of classical mereology with a single extra element called 0, an element that is a part of everything. In classical mereology, there is no 0, unless there is only one thing;

one way to see this is that every object would then be a fusion of {0}; another is that weak supplementation fails, since 0 would be a proper part of everything else, but overlaps everything” (Hovda 2006, p. 21).

Nevertheless, we can define the existence of a neutral element by

$\forall x\ (0(x) \leftrightarrow \mathrm{Mub}(x, [y \mid y \neq y]))$

It is a consequence of this definition alone that

$\forall x \forall y\ (0(y) \rightarrow y \leq x)$

The definition of proper part, for which we will use the sign “≪”, remains the same. We use revised notions of overlap and disjointness as follows:

$s \bullet t := \exists x\ (\neg 0\ (x) \wedge x \leq s \wedge x \leq t)$

and

$s \,\iota\, t := \neg\ s \bullet t$ (Hovda 2006, p. 23)

Then we get the following neutral axioms, in which we use the abbreviation “Mub” for minimal upper bound:

Zero	$\forall x \forall y\ (0(x) \wedge 0(y) \rightarrow x = y)$
Transitivity	$\forall x \forall y \forall z\ (x \leq y \wedge y \leq z \rightarrow x \leq z)$
Weak Supplementation	$\forall x \forall y\ ((\neg 0(x) \wedge x \ll y \rightarrow \exists z\ (\neg 0(z) \wedge z \leq y \wedge x \,\iota\, z))$
Filtration	$\forall y \forall z\ ((\neg\ 0(y) \wedge y \leq z \wedge \mathrm{Mub}(z, \varphi_x)) \rightarrow \exists x(\varphi_x \wedge y \bullet x))$
Minimal Upper Bound:	$\exists x \varphi_x \rightarrow \exists z\ \mathrm{Mub}(z, \varphi_x)$ (Hovda 2006, p. 23)

For semiotics, let us assume that x = (1.1), y = (1.2) and z = (1.3). Then we have

ZeroU	$\forall(1.1)\forall(1.2)$ $(0((1.1)) \wedge 0((1.2)y) \rightarrow (1.1) = (1.2)$. Thus, there is only one zero-sign $\varnothing$.
Transitivity	$\forall(1.1)\forall(1.2)\forall(1.3)$ $((1.1) \leq (1.2) \wedge (1.2) \leq (1.3) \rightarrow (1.1) \leq (1.3)$
WeakSup^N	$\forall(1.1)\forall(1.2)$ $((\neg 0((1.1)) \wedge (1.1) \ll (1.2) \rightarrow \exists(1.3)$ $(\neg 0((1.3)) \wedge (1.3) \leq (1.2) \wedge (1.1) \wr (1.3)))$
Filtration^N	$\forall(1.2)\forall(1.3)$ $((\neg\, 0((1.2)) \wedge (1.2) \leq (1.3) \wedge \mathrm{Mub}((1.3), \varphi_x)) \rightarrow \exists(1.1)(\varphi_x \wedge (1.2) \bullet (1.1)))$
MubE	$\exists(1.1)\varphi_x \rightarrow \exists(1.3)$ $\mathrm{Mub}((1.3), \varphi_x)$

In semiotics, the sub-signs are not to be considered variables, but expressions like $\forall(1.1)$ or $\exists(1.1)$ refer to the occurrence of the respective sub-signs in the sign classes or reality thematics of SS10 or SS27 (cf. Toth 2007, pp. 200 ss.)

3.3. Now, let us set up the axioms for complement and distributivity:

Complement	$\forall x\, \exists y\, (x + y = 1 \;\wedge\; x \cdot y = 0)$
Distributivity	$\forall x \forall y \forall z\, (x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z))$

In semiotics, the complement of the system of the 10 sign classes is the set of the "irregular" sign classes from the system of the 27 sign classes, i.e. all possible triadic trichotomic sign relation of the form (3.a 2.b 1.c) without inclusion restriction. Given x = (1.1), y = (1.2), z = (1.3), we have for semiotic distributivity: $((1.1) + ((1.2) \cdot (1.3)) = ((1.1) + (1.2)) \cdot ((1.1) + (1.3))) = ((1.2) \cdot (1.3)) = (1.2) = ((1.2) \cdot (1.3))$, which is correct.

One can then derive that the object asserted to exist by the axiom of complement is unique, using the following theorems to the left, for which we give semiotic examples to the right:

$x \cdot y = x \leftrightarrow x \leq y \leftrightarrow x + y = y$	$(1.1) \cdot (1.2) = (1.1) \leftrightarrow (1.1) \leq (1.2) \leftrightarrow (1.1) + (1.2) = (1.2)$
$(x \cdot y) + x = x$	$((1.1) \cdot (1.2)) + (1.1) = (1.1)$
$x \cdot (y + x) = x$	$(1.1) \cdot ((1.2) + (1.1)) = (1.1)$
$x = x + 0$	$(1.1) = (1.1) + 0$
$x = x \cdot 1$	$(1.1) = (1.1) \cdot 1$
$x \cdot y = y \cdot x$	$(1.1) \cdot (1.2) = (1.2) \cdot (1.1)$
$x + y = y + x$	$(1.1) + (1.2) = (1.2) + (1.1)$
$x + (y + z) = (x + y) + z$	$(1.1) + ((1.2) + (1.3)) = ((1.1) + (1.2)) + (1.3)$
$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$	$(1.1) \cdot ((1.2) \cdot (1.3)) = ((1.1) \cdot (1.2)) \cdot (1.3)$

4. "In formal ontology, a branch of metaphysics, and in ontological computer science, mereotopology is a first-order theory, embodying mereological and topological concepts, of the relations among wholes, parts, parts of parts, and the boundaries between parts" (Cohn and Varzi 2003).

4.1. First, we have to point out a principle deficit of mathematical semiotics: It is impossible to define the notion of a semiotic closure in a non-trivial sense. In "pure" mathematics, a closure operator on a set A is a function c associating with each subset x of A a subset c(x) satisfying the following four constraints:

1. $\varnothing = c(\varnothing)$
2. $x \subseteq c(x)$
3. $c(c(x)) \subseteq c(x)$
4. $c(x) \cup c(y) = c(x \cup y)$

The empty sign $\varnothing$ is element of the power set $\underline{P}_S = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \varnothing\}$ of the sign-set $S = \{1, 2, 3\}$ (cf. Toth 2007, pp. 99 ss.).

However, in semiotics, empty signs are not thetically introduced and thus, strictly speaking (and paradoxically enough), not considered to be signs. Moreover, if we take, e.g., a trichotomic triad, i.e., any set of three sign classes, then how should we define the notions of interior, exterior, boundary, closure, open vs. closed semiotic set? We may well define them in many arbitrary ways, but no solution transcends triviality.

4.2. Therefore, it is impossible to establish a semiotic mereotopology by using the topology used in the standard versions of mereotopology (e.g., Varzi 1996, 1998; Cohn and Varzi 2003). However, since the classical mereological operations are compatible with the operations of Zermelo-Fraenkel set theory (ZFA), and since semiotics is compatible with ZFA, too, it follows that it is possible to establish a semiotic mereotopology strictly based on ZFA semiotics. Since the semiotic ZFA-laws are shown in Toth (2007, pp. 143 ss.), we restrict ourselves to just apply them to any arbitrary trichotomic triad (TrTr):

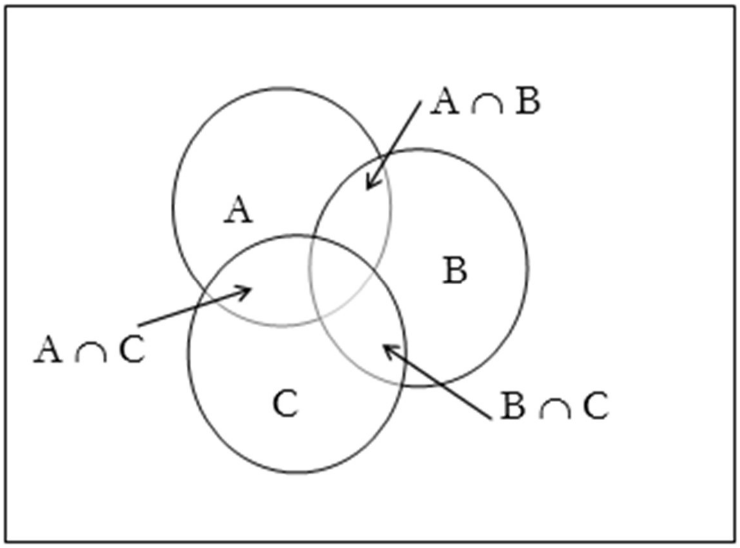
Let be

A = (3.1 2.1 1.1)
B = (3.1 2.2 1.3)
C = (3.3 2.3 1.3) (TrTr = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.2 1.3), (3.3 2.3 1.3)})

Then,

$A \cap B = (3.1)$ $A \cup B = (3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.3\ 1.1)$
$A \cap C = \varnothing$ $A \cup C = (3.3\ 3.1\ 2.3\ 2.1\ 1.3\ 1.1)$
$B \cap C = (1.3)$ $B \cup C = (3.3\ 3.1\ 2.3\ 2.2\ 1.3)$

We define the notion of complement of a sign-set as we did in Toth (2007, pp. 14 ss.):



Trichotomic Triad as Venn diagram

C(A) = (3.3 3.2 2.3 2.2 1.3 1.2)
C(B) = (3.3 3.2 2.3 2.1 1.2 1.1)
C(C) = (3.2 3.1 2.2 2.1 1.2 1.1)

Then we can establish all possible combinations of intersection (meet) and union (join) which correspond, as we have shown in part 1., to the mereological operations of overlap and fusion:

$C(A) \cap C(B)$ = (3.3 3.2 2.3 1.2)	$C(A) \cup C(B)$ = (3.3 3.2 2.3 2.2 2.1 1.3 1.2 1.1)
$C(A) \cap C(C)$ = (1.2)	$C(A) \cup C(C)$ = (3.3 3.2 3.1 2.3 2.2 2.1 1.3 1.2 1.1)
$C(B) \cap C(C)$ = (2.1 1.2 1.1)	$C(B) \cup C(C)$ = (3.3 3.2 3.1 2.3 2.2 2.1 1.2 1.1)
$A \cap C(B)$ = (2.1 1.1)	$A \cup C(B)$ = (3.3 3.2 3.1 2.3 2.1 1.2 1.1)
$A \cap C(C)$ = (3.2 2.1 1.1) ($A \subset C(C)$)	$A \cup C(C)$ = (3.2 3.1 2.2 2.1 1.2 1.1)
$B \cap C(A)$ = (2.2 1.3)	$B \cup C(A)$ = (3.3 3.2 3.1 2.3 2.2 1.3 1.2)

$B \cap C(C) = (3.1\ 2.2)$	$B \cup C(C) = (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.3\ 1.2\ 1.1)$
$C \cap C(A) = (3.3\ 2.3\ 1.3)$ $(C \subset C(A))$	$C \cup C(A) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)$
$C \cap C(B) = (3.3\ 2.3)$	$C \cup C(B) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.3\ 1.2\ 1.1)$
$(A \cap B) \cap C(A) = \varnothing$	$(A \cap B) \cup C(A) = (3.3\ 3.2\ 3.1\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)$
$(A \cap B) \cap C(B) = \varnothing$	$(A \cap B) \cup C(B) = (3.3\ 3.2\ 3.1\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)$
$(A \cap B) \cap C(C) = (3.1)$	$(A \cap B) \cup C(C) = (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)$
$(A \cap C) \cap$ everything $= \varnothing$	$(A \cap C) \cup C(A) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)$
	$(A \cap C) \cup C(B) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)$
	$(A \cap C) \cup C(C) = (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)$
$(B \cap C) \cap C(A) = (1.3)$	$(B \cap C) \cup C(A) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)$
$(B \cap C) \cap C(B) = \varnothing$	$(B \cap C) \cup C(B) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.3\ 1.2\ 1.1)$
$(B \cap C) \cap C(C) = \varnothing$	$(B \cap C) \cup C(C) = (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.3\ 1.2\ 1.1)$
$(A \cap B) \cap (C(A) \cap C(B)) = \varnothing$	$(A \cap B) \cup (C(A) \cap C(B)) = (3.3\ 3.2\ 3.1\ 2.3\ 1.2)$
$(A \cap B) \cap (C(B) \cap C(C)) = \varnothing$	$(A \cap B) \cup (C(B) \cap C(C)) = (3.1\ 2.1\ 1.2\ 1.1)$
$(A \cap B) \cap (C(A) \cap C(C)) = \varnothing$	$(A \cap B) \cup (C(A) \cap C(C)) = (3.1\ 1.2)$
$(B \cap C) \cap (C(A) \cap C(B)) = \varnothing$	$(B \cap C) \cup (C(A) \cap C(B)) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 1.3\ 1.2)$
$(B \cap C) \cap (C(B) \cap C(C)) = \varnothing$	$(B \cap C) \cup (C(B) \cap C(C)) = (2.1\ 1.3\ 1.2\ 1.1)$
$(B \cap C) \cap (C(A) \cap C(C)) = \varnothing$	$(B \cap C) \cup (C(A) \cap C(C)) = (1.3\ 1.2)$
$(A \cap C) \cap (C(A) \cap C(B)) = \varnothing$	$(A \cap C) \cup (C(A) \cap C(B)) = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 1.2)$
$(B \cap C) \cap (C(B) \cap C(C)) = \varnothing$	$(B \cap C) \cup (C(B) \cap C(C)) = (2.1\ 1.2\ 1.1)$
$(B \cap C) \cap (C(A) \cap C(C)) = \varnothing$	$(B \cap C) \cup (C(A) \cap C(C)) = (1.2)$

$A\ \Delta\ B = A \cup B - (A \cap B) = (2.2\ 2.1\ 1.3\ 1.1)$

$B\ \Delta\ C = B \cup C - (B \cap C) = (3.3\ 3.1\ 2.3\ 2.2)$

$A\ \Delta\ C = A \cup C - (A \cap C) = (3.3\ 3.1\ 2.3\ 2.1\ 1.3\ 1.1)$

$A \setminus (A \cap B) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus (3.1) = (2.1\ 1.1)$
$A \setminus (B \cap C) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus (1.3) = (3.1\ 2.1\ 1.1)$
$A \setminus (A \cap C) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus \varnothing = (3.1\ 2.1\ 1.1)$
$B \setminus (A \cap B) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus (3.1) = (2.2\ 1.3)$
$B \setminus (B \cap C) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus (1.3) = (3.1\ 2.2)$
$B \setminus (A \cap C) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus \varnothing = (3.1\ 2.2\ 1.3)$
$C \setminus (A \cap B) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus (3.1) = (3.3\ 2.3\ 1.3)$
$C \setminus (B \cap C) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus (1.3) = (3.3\ 2.3)$
$C \setminus (A \cap C) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus \varnothing = (3.3\ 2.3\ 1.3)$

$A \setminus (A \cap C(B)) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus ((3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (3.1)$
$A \setminus (A \cap C(C)) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus ((3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = \varnothing$
$A \setminus (B \cap C(A)) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus ((3.1\ 2.2\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)) = (3.1\ 2.1\ 1.1)$
$A \setminus (B \cap C(C)) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus ((3.1\ 2.2\ 1.3) \cap (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (2.1\ 1.1)$
$A \setminus (C \cap C(A)) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus ((3.3\ 2.3\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)) = (3.1\ 2.1\ 1.1)$
$A \setminus (C \cap C(B)) = (3.1\ 2.1\ 1.1) \setminus ((3.3\ 2.3\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (3.1\ 2.1\ 1.1)$

$B \setminus (A \cap C(B)) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$
$B \setminus (A \cap C(C)) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (2.2\ 1.3)$
$B \setminus (B \cap C(A)) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.2\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)) = (3.1)$
$B \setminus (B \cap C(C)) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.2\ 1.3) \cap (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (1.3)$
$B \setminus (C \cap C(A)) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus ((3.3\ 2.3\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)) = (3.1\ 2.2)$
$B \setminus (C \cap C(B)) = (3.1\ 2.2\ 1.3) \setminus ((3.3\ 2.3\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (3.1\ 2.2)$

$C \setminus (A \cap C(B)) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (3.3\ 2.3\ 1.3)$
$C \setminus (A \cap C(C)) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (3.3\ 2.3\ 1.3)$
$C \setminus (B \cap C(A)) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.2\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)) = (3.3\ 2.3)$
$C \setminus (B \cap C(C)) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus ((3.1\ 2.2\ 1.3) \cap (3.2\ 3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (3.3\ 2.3\ 1.3)$
$C \setminus (C \cap C(A)) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus ((3.3\ 2.3\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2)) = \varnothing$
$C \setminus (C \cap C(B)) = (3.3\ 2.3\ 1.3) \setminus ((3.3\ 2.3\ 1.3) \cap (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)) = (1.3)$

Thus, by aid of semiotic overlap and semiotic fusion which are defined on semiotic set theory, we are able to construct a mereotopological semiotics, which is compatible with set theoretic semiotic topology constructed in Toth (2007, pp. 99 ss.).

Bibliography

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, pp. 20-24

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, pp. 357-390

Casati, Roberto/Varzi, Achille, Parts and Places: The Structures of Spatial Representations. Cambridge, MA 1999

Hovda, Paul, What is classical mereology? 2006. http://people.reed.edu/~hovdap/WICM0.pdf

Toth, Alfred, Grundriss einer ordnungstheoretischen Semiotik. In: European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, pp. 503-526

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006

Varzi, Achille C., Parts, wholes, and part-whole relations. In: Data and Knowledge Engineering 20, 1996, pp. 259-286

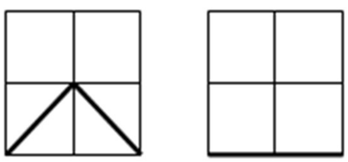
Varzi, Achille C., Basic problems of mereotopology. In: Guarino, Nicola, Formal Ontology in Information Systems. Amsterdam 1998, pp. 29-38

Semiotic Motzkin and Schröder paths

1. The Motzkin numbers describe the number of paths from the southwest corner of a grid to the southeast corner, using only steps northeast, east, and southeast. Motzkin numbers are also used in order to determine the number of different ways of drawing non-intersecting chords on a circle between n points (Motzkin 1948; Donaghey and Shapiro 1977).

2. In Toth (2008b), we have used grids to be mapped onto the respective semiotic matrices of $SR_{2,2}$, $SR_{3,3}$, $SR_{4,3}$, and $SR_{4,4}$, the intersections of the networks being associated with the sub-signs of the respective matrices.

In a 2 × 2 gird, there are 2 Motzkin paths:



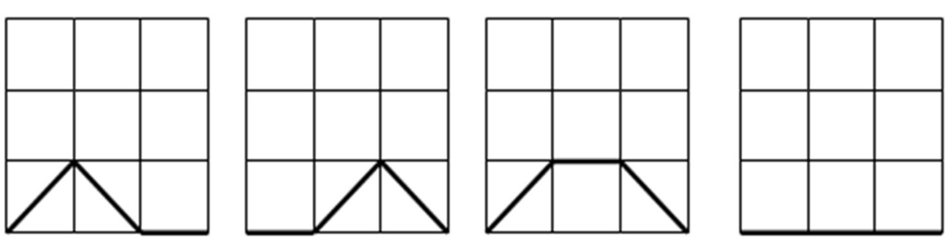
If this grid corresponds to the matrix of $SR_{3,3}$ or $SR_{4,3}$, we have:

1. ((3.1, 2.2), (2.2, 3.3)) ≡ [[β°, α], [β, β]]
2. ((3.1, 3.2), (3.2, 3.3)) ≡ [[id3, α], [id3, β]]

If this grid is a fragment of the matrix of $SR_{4,4}$, we get:

3. ((3.0, 2.1), (2.1, 3.2)) ≡ [[β°, γ], [β, α]]
4. ((3.0, 3.1), (3.1, 3.2)) ≡ [[id3, γ], [id3, α]]

In a 3 × 3 grid, there are 4 Motzkin paths:

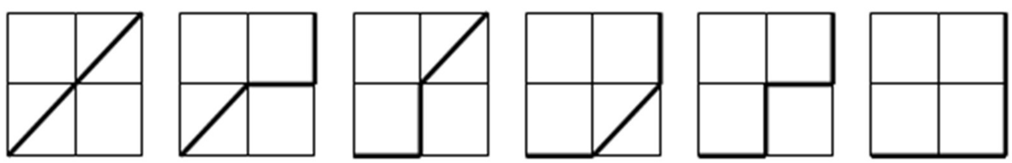


Since the 3 × 3 grid can only be a model of the matrix of $SR_{4,4}$, we have:

5. ((3.0, 2.1), (2.1, 3.2), (3.2, 3.3)) ≡ [[β°, γ], [β, α], [id3, β]]
6. ((3.0, 3.1), (3.1, 2.2), (2.2, 3.3)) ≡ [[id3, γ], [β°, α], [β, β]]
7. ((3.0, 2.1), (2.1, 2.2), (2.2, 3.3)) ≡ [[β°, γ], [id2, α], [β, β]]
8. ((3.0, 3.1), (3.1, 3.2), (3.2, 3.3)) ≡ [[id3, γ], [id3, α], [id3, β]]

3. The Schröder numbers describe the number of paths from the southwest corner of an n × n grid to the northeast corner using only single steps north, northeast, or east, that do not rise above the SW-NE diagonal (Weisstein 1999).

In a 2 × 2 grid, there are 6 Schröder paths:



If this grid corresponds to the matrix of $SR_{3,3}$ or $SR_{4,4}$, we have:

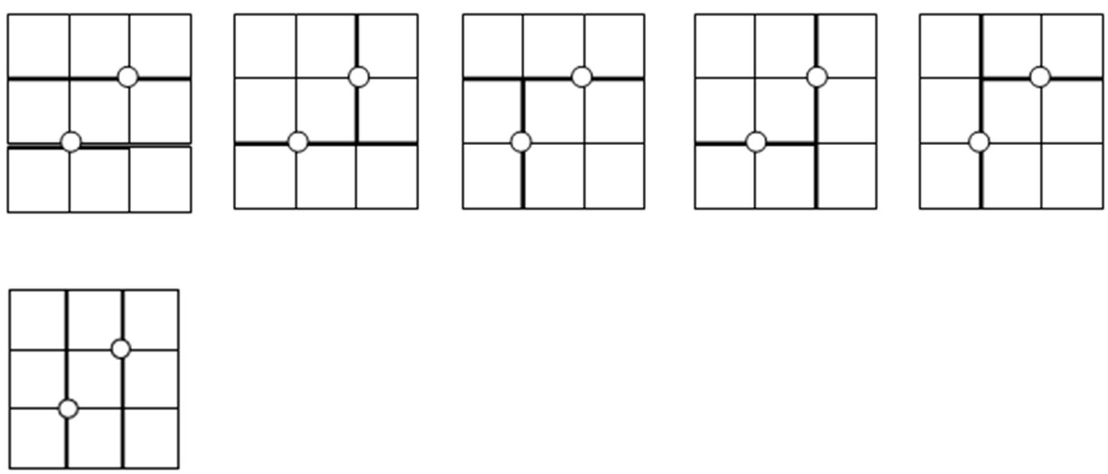
1. ((3.1, 2.2), (2.2, 1.3)) ≡ [[β°, α], [α°, β]]
2. ((3.1, 2.2), (2.2, 2.3), (2.3, 1.3)) ≡ [[β°, α], [id2, β]]
3. ((3.1, 3.2), (3.2, 2.2), (2.2, 1.3)) ≡ [[id3, α], [β°, id2], [α°, β]]
4. ((3.1, 3.2), (3.2, 2.3), (2.3, 1.3)) ≡ [[id3, α], [β°, β], [α°, id3]]
5. ((3.1, 3.2), (3.2, 2.2), (2.2, 2.3), (2.3, 1.3)) ≡ [[id3, α], [β°, id2], [id2, β], [α°, id3]]
6. ((3.1, 3.2), (3.2, 3.3), (3.3, 2.3), (2.3, 1.3)) ≡ [[id3, α], [id3, β], [β°, id3], [α°, id3]]

If this grid is a fragment of the matrix of $SR_{4,3}$, we get:

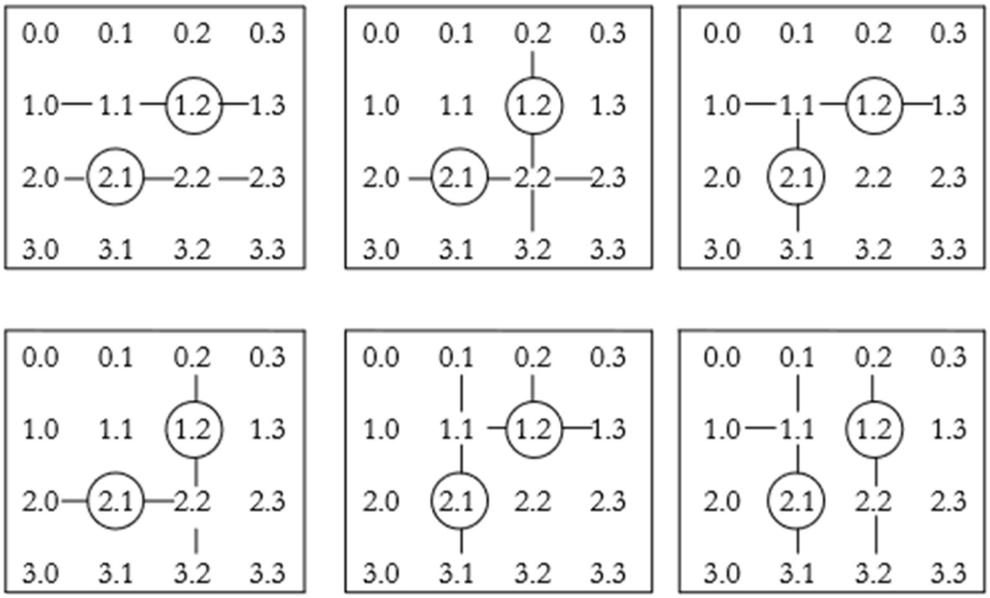
7. ((3.0, 2.1), (2.1, 1.2)) ≡ [[β°, γ], [α°, α]]
8. ((3.0, 2.1), (2.1, 2.2), (2.2, 1.2)) ≡ [[β°, γ], [id2, α], [α°, id2]]
9. ((3.0, 3.1), (3.1, 2.1), (2.1, 1.2)) ≡ [[id3, γ], [β°, id1], [α°, α]]

10. ((3.0, 3.1), (3.1, 2.2), (2.2, 1.2)) ≡ [[id3, γ], [β°, α], [α°, id2]]
11. ((3.0, 3.1), (3.1, 2.1), (2.1, 2.2), (2.2, 1.2)) ≡ [[id3, γ], [β°, id1], [id2, α], [α°, id2]]
12. ((3.0, 3.1), (3.1, 3.2), (3.2, 2.2), (2.2, 1.2)) ≡ [[id3, γ], [id3, α], [β°, id2], [α°, id2]]

Schröder numbers can also be used in order to count the number to divide a rectangle into n + 1 smaller rectangles using n cuts. With the restriction that there are n points inside the rectangle, no two of these points falling on the same line parallel to either the x-axis or y-axis, and each cut intersects one of the points and divides only a single rectangle in two. In the following we show the 6 rectangulations of a 3 × 3 grid into 3 rectangles using two cuts (Weisstein 1999):



Thus, Schröder rectangulations can also be used to divide semiotic matrices into part-matrices containing only triadic, only trichotomic or mixed triadic-trichotomic sub-signs:



Therefore, in all 6 rectangulations, the sub-signs (1.2) and (2.1) mark the **semiotic border** of adjacent rectangles, a notion that we will further us in semiotic mereotopology (cf. Toth 2008a).

Bibliography

Donaghey, Robert/Shapiro, Louis W., Motzkin numbers. In: Journal of Combinatorial Theory, Series A. 23/3, 1977, pp. 291-301

Motzkin, Theodore S., Relations between hypersurface cross ratios, and a combinatorial formula for partitions of polygon, for permanent preponderance, and for non-associative products. In: Bulletin of the American Mathematical Society 54, 1948, pp. 352-360

Toth, Alfred, Towards a semiotic mereology. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Tetradic, triadic, and dyadic sign classes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Weisstein, Eric W., CRC Concise Encyclopedia of Mathematics. CD ROM. Boca Raton, FL 1999

Semiotics as point-free geometry

1. According to Gerla and Miranda (2008), point-free geometry is a geometry, whose primitive ontological notion is region rather than point. Point-free geometry was founded by Alfred N. Whitehead (1919, 1920), not as a space-time geometry, but as a theory of events and on the extension relations between events. Semiotics can be connected with the theory of point-free geometry, because “the most essential consideration is, that a sign as a triadic relation is not only a static configuration, but, at the same time, fixes a semiotic process, the so-called semiosis” (Bense 1986, p. 123).

2. Point-free geometry is based on the fundamental primitive binary relation ≤, which is known from mereology as “parthood” (cf. Toth 2008b) and which means in semiotics “is of lower and even semioticity”. Using the semiotic matrix, we can show the system of the sub-signs of triadic-trichotomic semiotics, the semioses between them and their inclusion relations. Notice, that the binary semiotic relation ≤ is defined here not only between trichotomies, but also between triads:

$$
\begin{array}{l|ccccc}
 & .1 & & .2 & & .3 \\
\hline
1. & 1.1 & < & 1.2 & < & 1.3 \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
2. & 2.1 & < & 2.2 & < & 2.3 \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
3. & 3.1 & < & 3.2 & < & 3.3
\end{array}
$$

3. In the following we give the seven axioms G1 – G7, which hold for point-free geometry, from Gerla and Miranda (2008):

3.1. Inclusion partially orders the domain:

G1: $x \leq x$ (reflexive)

G2: $(x \leq z \wedge z \leq y) \rightarrow x \leq y$ (transitive)

G3: $(x \leq y \wedge y \leq x) \rightarrow x = y$ (anti-symmetric)

For semiotic examples, take any $x \in \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$.

3.2. Given any two regions, there exists a region that includes both of them:

G4: $\exists z\ [x \leq z \wedge y \leq z]$

E.g., $(1.3) \geq (1.1) \wedge (1.3) \geq (1.2)$.

3.3. Proper Part densely orders the domain:

G5: $x < y \rightarrow \exists z\ [x < z < y]$

E.g., x = (3.1 2.1 1.1), y = (3.2 2.2 1.2); then, there is a z = (3.3 2.3 1.3), where (3.1 2.1 1.3) < (3.2 2.2 1.2) < (3.3 2.3 1.3).

3.4. Both atomic regions and a universal region do not exist. Hence the domain has neither an upper nor a lower bound:

G6: $\exists yz\ [y < x \wedge x < z]$

Although lower and upper bound can be easily introduced to semiotics (cf. Berger 1976), the existence of atomic regions is controversial, because each "atomic" monadic prime-sign must occur in a dyadic sub-sign, and each dyadic sub-sign must occur in a triadic sign class or reality thematic. As for a semiotic universal region, this notion is controversial, too, since no sign occurs as a single one, due to the auto-reproduction of the interpretant-relation as a triadic sign-relation by itself (cf. Bense 1976, pp. 163 s.).

3.5. Proper Parts Principle: If all the proper parts of x are proper parts of y, then x is included in y:

G7: $\forall z\, [z < x \rightarrow z < y] \rightarrow x \leq y$

E.g., x = (3.1 2.2), then all proper parts of x are proper parts of y = (3.1 2.2 1.3), and x is included in y.

Gerla and Miranda call a model of G1 – G7 an inclusion space. Since G1 – G7 hold both for prime-signs, for sub-signs and for sign classes and reality thematics, we can speak of monadic, dyadic and triadic semiotic inclusion spaces. Most important is the following definition by Gerla and Miranda (2008, def. 4.1):

<u>Definition</u>: Given some inclusion space, an abstractive class is a class G of regions such that G is totally ordered by inclusion. Moreover, there does not exist a region included in all of the regions included in G.

Since all sign classes (3.a 2.b 3.c) and all reality thematics (c.3 b.2 a.3) are totally ordered by ≤ (a ≤ b ≤ c), it follows that each sign class is such an abstractive class G. In Toth (2008a, p. 28), it was shown that not all sign classes are connected to all sign classes (and not all reality thematics are connected to all reality thematics). It follows that there are dyadic part-relations of the triadic-trichotomic sign relations that are not included in all of the regions included in the semiotic region G. As abstractive classes define geometrical entities whose dimensionalities are less than that of the inclusion space, in semiotics, monadic relations can be defined as 1-dimensional semiotic relations, dyadic relations as 2-dimensional semiotic relations, and triadic relations as 3-dimensional semiotic relations (cf. Toth 2007, pp. 11).

4. In his 1929 book, Whitehead tried to build up another approach for a point-free geometry, using the topological notions of "contact" and "connect relation" between two regions as basic items. The primitive binary relation "connection" is abbreviated by C; therefore, $x \leq y \leftrightarrow \forall z\, [Czx \rightarrow Czy]$ means that x is included in y. Unlike the case with inclusion spaces, connection theory enables defining non-tangential inclusion, a total order that enables the construction of abstractive classes, and thus also of sign classes and reality thematics.

Connection theory is based on the following six axioms C1 – C6, shown in Gerla and Miranda (2008):

4.1. C is reflexive:

C1: Cxx

For semiotic examples, take any $x \in \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$.

4.2. C is symmetric:

C2: $Cxy \rightarrow Cyx$

E.g., if (2.1) and (1.3) are connected, f.ex. in the dyadic relation (1.3 2.1), then (1.3) and (2.1) are connected, too, f.ex. in the dyadic relation (2.1 1.3).

4.3. C is extensional

C3: $\forall z\ [Czx \leftrightarrow Czy] \rightarrow x = y$

E.g., if the sub-sign z = (3.) is connected with the sub-sign x = (.1), and this connection $(3.1) \leftrightarrow C(3.y)$, then it follows that $(.1) = y$.

4.4. All regions have proper parts, so that C is an atomless theory:

C4: $\exists y\ [y < x]$

For semiotics, C4 makes only sense if one is aware that no monadic relation can occur outside of a dyadic relation, and no dyadic relation can occur outside of a triadic relation, so that for each x that is a dyadic sub-sign, there is always a prime-sign which is a proper part of it, and if x is a triadic sign-class or reality thematics, then there is always a sub-sign which is a proper part of it.

4.5. Given any two regions, there is a region connected to both of them:

C5: $\exists z\ [Czx \wedge Czy]$

Since not all sign classes and not all reality thematics are conncted to one another, e.g., the three (homogeneous) main sign classes and their main reality thematics are not connected to one another: (3.1 2.1 1.1) $\cap$ (3.2 2.2 1.2) = $\emptyset$, (3.1 2.1 1.1) $\cap$ (3.3 2.3 1.3) = $\emptyset$, (3.2 2.2 1.2) $\cap$ (3.3 2.3 1.3) = $\emptyset$, in semiotics, C5 is universally valid only on the level of the monadic prime-signs.

4.6. All regions have at least two unconnected parts:

C6: $\exists yz\ [(y \leq x) \wedge (z \leq x) \wedge \neg Cyz]$

E.g., if y = (2.), x = (3.), and z = (1.), then (2.) ≤ (3.) and (1.) ≤ (3.), and there is no connection (2.) ≤ (1.). Note, however, that C6 does not hold for the sign classes, since there are sign classes which are connected by two sub-signs (e.g., (3.2 2.2 1.2) and (3.2 2.2 1.3)).

Gerla and Miranda (2008) call a model of C1 – C6 a connection space. As we have shown under the single axioms, there are monadic and dyadic semiotic connection spaces, but there is no triadic connection space.

Bibliography

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, pp. 20-24

Gerla, Giangiacomo/Miranda, Annamaria, Inclusion and connection in Whitehead's point-free geometry. In: Handbook of Whiteheadian Process Thought, 2008

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Towards a semiotic mereology. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Whitehead, Alfred North, An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge. Cambridge, U.K.1919

Whitehead, Alfred North, The Concept of Nature. Cambridge, U.K. 1920

Whitehead, Alfred North, Process and Reality. New York 1929

Semiotic calculi of extensional sign-connections

1. In this paper, I shall continue some ideas adopted for semiotics in Toth (2008b, c). I intend to show that Clarke's "Calculus of Individuals" (CI), which is based on the Whiteheadean primitive binary predicate "x is extensionally connected with y", is valid for semiotics, too. Insofar, this paper is also a sequel of my mathematical-logic semiotics presented in Toth (2007, pp. 143 ss.). As for the parts of this study, I will also follow Clarke (1981), who subdivided his landmark-study into a mereological, a quasi-Boolean (without null element), and a quasi-topological (without boundary elements) part.

2. Mereological calculus

We define the following first-order operators:

Cx,y = x is connected to y
DCx,y = x is disconnected from y
Px,y = x is a part of y
PPx,y = x is a proper part of y
Ox,y = x overlaps y (i.e., x and y share a common interior point)
DRx,y = s is discrete from y
ECx,y = x is externally connected to y
TPx,y = x is a tangential part of y
NTPx,y = x is a non-tangential part of y

as follows and illustrate them with semiotic examples:

D0.1 $DCx,y := \neg C,xy$
E.g., $DC(1.2, 1.3) = \neg C(1.2, 1.3)$

D0.2 $Px,y := \forall z\ (Cz,x \rightarrow Cz,y)$
E.g., $P(x, y) = (1.3) \rightarrow (2.2\ 1.3)$

D0.3 PPx,y := Px,y $\wedge$ $\neg$Py,x
E.g., (1.3) $\rightarrow$ (2.2 1.3) $\wedge$ $\neg$((2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.3))

D0.4 Ox,y := $\exists$z (Pz,x $\wedge$ Pzy)
E.g., (3.1 2.2) $\wedge$ (2.2 1.3) = (1.3)

D0.5 DRx,y := $\neg$Ox,y
E.g., (3.1 1.1) $\wedge$ (2.2 1.3) = $\varnothing$

D0.6 ECx,y := Cx,y $\wedge$ $\neg$Ox,y
E.g., x = (3.1 2.1 1.1) and y = (3.2 2.2 1.2) are connected, since (3.1) < (3.2), (2.1) < (2.2), (1.1) < (1.2), (2.1 1.1) < (2.2 1.2), and (3.1 2.1 1.1) < (3.2 2.2 1.2), but x does not overlap y, since (3.1 2.1 1.1) $\wedge$ (3.2 2.2 1.2) = $\varnothing$.

D0.7 TPx,y := Px,y $\wedge$ $\exists$z (ECz,x $\wedge$ ECz,y)
E.g., x = (3.2 2.2 1.2), y = (3.3 2.3 1.3). If we assume that z = (3.1 2.1 1.1), then P(x,y) holds, because (3.2 2.2 1.2) < (3.3 2.3 1.3), and since (3.1 2.1 1.1) < (3.2 2.2 1.2) and also (3.1 2.1 1.1) < (3.3 2.3 1.3), it follows that (3.2 2.2 1.2) is a tangential part of (3.3 2.3 1.3).

D0.8 NTPx,y := Pxy $\wedge$ $\neg\exists$z (ECz,x $\wedge$ ECz,y)
E.g., x = (3.1 2.1 1.1), y = (3.2 2.2 1.2), and z = (3.3 2.3 1.3). Although (3.1 2.1 1.1) < (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3) is neither externally connected to x nor to y, so that x is a non-tangential part of y.

Clarke's axiomatization requires only the following to axioms, a mereological axiom and an axiom analogous to the axiom of extension in set theory (Clarke 1981, p. 206):

A0.1 $\forall$x[Cx,x $\wedge$ $\forall$y (Cx,y $\rightarrow$ Cy,x)]

E.g., for each x, y $\in$ {1, 2, 3} (the set of the prime-signs, cf. Bense 1980), there is the set {(1.1), (2.2), (3.3)}, and for each sub-signs of the structure (a.b), there is also the corresponding sub-signs of the structure (b.a) in the semiotic matrix, i.e. for (1.2), there is (2.1), for (1.3), there is (3.1), and for (2.3), there is (3.2) in the semiotic matrix. In other words, AO.1 alone is sufficient to construct all the sub-signs of the semiotic matrix.

A0.2 $\forall x \, \forall y \, [\forall z \, (Cz,x \equiv Cz,y) \rightarrow x = y]$

E.g., let us assume that there are two semiotic sets S = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)} and S' = {(1.1'), (1.2'), (1.3'), (2.1'), (2.2'), (2.3'), (3.1'), (3.2'), (3.3')}. Then, AO.2 says S $\equiv$ S', iff they have precisely the same members. In other words, any set is determined uniquely by its members.

The following 47 theorems that are based on the two axioms and the eight definitions given above, are displayed here in the order of Clarke (1981, pp. 206 s.):

T0.1 $\forall x \, Cx,x$

E.g., take any x $\in$ = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}.

T0.2 $\forall x \forall y \, (Cx,y \equiv Cy,x)$

E.g., if (2.1) is connected to (3.1), then (3.1) is also connected to (2.1).

T0.3 $\forall x \forall y \, [\forall z \, (Cz,x = Cz,y) \equiv x = y]$

E.g., if x = (2.1), y = (2.1'), and z = (3.1), then to say that (3.1, 2.1) = (3.1, 2.1') is identical to say that (2.1) = (2.1').

T0.4 $\forall x \forall y \, (\neg DCx,y \equiv Cx,y)$

E.g., if two sub-signs are not disconnected, then they must be connected.

T0.5 $\forall x\, Px,x$

E.g., (1.3) ≤ (1.3).

T0.6 $\forall x \forall y \forall z\, [(Px,y \wedge Py,z) \rightarrow Px,z]$

E.g., if (3.1) is a part of (3.1 2.2), and (3.1 2.2) is a part of (3.1 2.2 1.3), then (3.1) is also a part of (3.1 2.2 1.3).

T0.7 $\forall x \forall y\, [(Px,y \wedge Py,x) \equiv x = y]$

E.g., if (3.1) is a part of (3.1 2.2), and (3.1 2.2) is a part of (3.1), then (3.1) = (3.1 2.2), which is wrong.

T0.8 $\forall x \forall y\, [Px,y \equiv \forall z\, (Pz,x \rightarrow Pz,y)]$

E.g., if (3.1) is a part of (3.1 2.2), then ((a.b), 3.1)) → ((a.b), (3.1 2.2)) for (a.b) ∈ = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}.

T0.9 $\forall x \forall y \forall z\, [(Px,y \wedge Cz,x) \rightarrow Cz,y]$

E.g., if x = (1.2) and y = (1.3), then P((1.2), (1.3)). If z = (1.1), then C((1.1), (1.2), and it follows that C((1.1), (1.3)).

T0.10 $\forall x \forall y\, [Cx,y \equiv \exists z\, (Pz,y \wedge Cx,z)]$

E.g., if x = (1.2), y = (1.3), and z = (1.1), then C((1.2), (1.3)) ≡ (P((1.1), (1.3)) ∧ C((1.2), (1.1)).

T0.11 $\forall x \forall y\ (Px,y \rightarrow Cx,y)$

E.g., $P((1.2), (1.2\ 2.2)) \rightarrow C((1.2), (1.2\ 2.2))$

T0.12 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge DCz,y) \rightarrow DCz,x]$

E.g., if $P((2.1), (2.1\ 3.1)) \wedge DC((1.1), (2.1\ 3.1)) \rightarrow DC((1.1), (2.1))$.

T0.13 $\forall x \neg\ PPx,x$

E.g., $PP((1.3), (1.3))$.

T0.14 $\forall x \forall y\ (PPx,y \rightarrow Px,y)$

E.g., $PP((1.3), (1.3\ 2.2)) \rightarrow P((1.3), (1.3\ 2.2))$.

T0.15 $\forall x \forall y\ (PPx,y \rightarrow \neg PPy,x)$

E.g., $PP((1.3), (1.3\ 2.2)) \rightarrow \neg PP\ ((1.3\ 2.2), (1.3))$.

T0.16 $\forall x \forall y \forall z\ [(PPx,y \wedge PPy,z) \rightarrow PPx,z]$

E.g., $PP((1.3), (1.3\ 2.2)) \wedge ((1.3\ 2.2), (1.3\ 2.2\ 3.1)) \rightarrow PP((1.3), (1.3\ 2.2\ 3.1))$

T0.17 $\forall x\ Ox,x$

E.g., $(1.2) \wedge (1.2) = (1.2)$.

T0.18 $\forall x \forall y\ (Ox,y = Oy,x))$

E.g., $O((1.2), (2.2\ 1.2)) = O((2.2\ 1.2), (1.2))$.

T0.19 $\forall x \forall y$ (Ox,y $\rightarrow$ Cx,y)

E.g., O((1.2), (2.2 1.2)) $\rightarrow$ C((1.2), (2.2 1.2)).

T0.20 $\forall x \forall y$ [(Px,y $\wedge$ Oz,x) $\rightarrow$ Oz,y]

E.g., P((1.2), (2.2 1.2)) $\wedge$ O((2.2 1.3), (1.2)) $\rightarrow$ O((2.2 1.3), (2.2 1.2)).

T0.21 $\forall x \forall y$ (Px,y $\rightarrow$ Ox,y)

E.g., P((1.2), (2.2 1.2)) $\rightarrow$ O((1.2), (2.2 1.2))

T0.22 $\forall x \forall y$ ($\neg$DRx,y $\equiv$ Ox,y)

E.g., $\neg$DR((1.2), (2.2 1.2)) $\equiv$ O((1.2), (2.2 1.2))

T0.23 $\forall x \forall y \forall z$ [(Px,y $\wedge$ DRz,y) $\rightarrow$ DRz,x]

E.g., P((1.2), (2.2 1.2)) $\wedge$ DR((3.3), (2.2 1.2)) $\rightarrow$ DR((3.3), (1.2)).

T0.24 $\forall x$ $\neg$ECx,x

E.g., any sub-sign is externally connected with itself; i.e., the intersection of a sub-sign with itself is non-empty.

T0.25 $\forall x \forall y$ (ECx,y $\equiv$ ECy,x)

E.g., if a sign x which is externally connected to a sign y, then y is also externally connected to x.

T0.26 $\forall x \forall y$ (ECx,y $\rightarrow$ Cx,y)

E.g., every sign that is externally connected is also connected.

T0.27 $\forall x \forall y\ (ECx,y \rightarrow \neg Ox,y)$

E.g., every sign x that is externally connected to a sign y, does not overlap with y, i.e. x and y do not share internal parts.

T0.28 $\forall x \forall y\ [Cx,y \equiv (ECx,y \vee Ox,y)]$

E.g., two signs x and y are connected iff they are either externally connected or overlap.

T0.29 $\forall x \forall y\ [Ox,y \equiv (Cx,y \wedge \neg ECx,y)]$

E.g., a sign x overlaps a sign y iff x and y are connected, but not externally connected.

T0.30 $\forall y \forall y\ [\neg ECx,y \equiv (Ox,y \equiv Cx,y)]$

E.g., if two signs x and y are not externally connected, then x overlaps y, and x is connected to y.

T0.31 $\forall y \forall y\ [\neg \exists z\ ECz,x \rightarrow [Px,y \equiv \forall z\ (Oz,x \rightarrow Oz,y)]]$

E.g., if there is not sign z, which is externally connected to x, than it follows that $[Px,y \equiv \forall z\ (Oz,x \rightarrow Oz,y)]]$, cf. D0.2.

T0.32 $\forall x \forall y\ (TPx,y \rightarrow P(x,y)$

E.g., if a sign x is a tangential part of a sign y, then x is a part of y.

T0.33 $\forall x \forall y\ [TPx,y \rightarrow \exists z\ (ECz,x \wedge ECz,y)]$

E.g., If a sign x is a tangential part of a sign y, then there a sign z, so that z is both connected to x and to y.

T0.34 $\forall x \forall y \forall z\ [(TPz,x \wedge Pz,y \wedge Py,x) \rightarrow TPz,y]$

E.g., if a sign z is a tangential part of a sign x, and z is a part of a sign y, and y is a part of x, then z is a tangential part of y.

T0.35 $\forall x \forall y\ (NTPx,y \rightarrow Px,y)$

E.g., If a sign x is a non-tangential part of a sign y, then x is a part of y.

T0.36 $\forall x \forall y\ [NTPx, y \rightarrow \neg \exists z\ (ECz,x \wedge ECz,y)]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, then there is not sign z, to which both x and y are externally connected.

T0.37 $\forall x \forall y\ (TPx,y \rightarrow \neg NTPx,y)$

E.g., if a sign x is a tangential part of a sign y, then x cannot be at the same time a non-tangential part of y.

T0.38 $\forall x \forall y\ [TPx,y \equiv (Px,y \wedge \neg NTPx,y)]$

E.g., if a sign x that is a part of a sign y, and x is not a non-tangential part of y, then x is a tangential part of y.

T0.39 $\forall x \forall y\ [NTPx,y \equiv (Px,y \wedge \neg TPx,y)]$

E.g., If a sign x is a part of a sign y, and x is not a tangential part of y, then it is a non-tangential part.

T0.40 $\forall x \forall y\ [Px,y \equiv (TPx,y \vee NTPx,y)]$

E.g., A sign x that is part of a sign y, is either a tangential or a non-tangential part of y.

T0.41 $\forall x \, (NTPx,x \equiv \neg\exists y \, ECy,x)$

E.g., a sign x is a non-tangential part of itself, iff there is is no sign y that is externally connected to x.

T0.42 $\forall x \forall y \forall z \, [(NTPx,y \wedge Cz,x) \rightarrow Cz,y]$

E.g., If a sign x is a non-tangential part of a sign y, and a sign z is connected to x, then z is also connected to y.

T0.43 $\forall y \forall y \forall z \, [(NTPx,y \wedge Oz,x) \rightarrow Oz,y]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and if a sign z overlaps x, then z overlaps y, too.

T0.44 $\forall x \forall y \forall z \, [(NTPx,y \wedge Cz,x) \rightarrow Oz,y]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and if a sign z is connected to x, then z overlaps y, too.

T0.45 $\forall x \forall y \forall z \, [(Px,y \wedge NTPy,z) \rightarrow NTPx,z]$

E.g., if a sign x is a part of the sign y, and y is a non-tangential part of the sign z, then x (too) is a non-tangential part of z.

T0.46 $\forall x \forall y \forall z \, [(NTPx,y \wedge Py,z) \rightarrow NTPx,z]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and y is a part of a sign z, then x is a non-tangential part of z (, too).

T0.47 $\forall x \forall y \forall z \, [(NTPx,y \wedge NTPy,z) \rightarrow NTPx,z]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and y is a non-tangential part of a sign z, then x is a non-tangential part of a sign z.

3. Quasi-Boolean calculus

Following Clarke (1981, pp. 208 ss.), X, Y, and Z are taken as variables ranging over sets of individuals, that is, sub-sets of {x: Cx,x}. The expression x = f'X means "x is identical to the fusion of the set X":

D1.1 $x = f'X := \forall y\, [Cy,x \equiv \exists z\, (z \in X \wedge Cy,z)]$

Using this definition, we shall define x + y for the quasi-Boolean union, -x for the quasi-Boolean complement, a* for the quasi-Boolean universal, and $x \wedge y$ for the quasi-Boolean intersection:

D1.2 $x + y := f'[z: Pz,x \vee Pz,y]$
D1.3 $-x := f'[y: \neg Cy,x]$
D1.4 $a^* := f'[y: Cy,y]$
D1.5 $x \wedge y := f'[z: Pz,x \cdot Pz,y]$

In addition to these definitions, we need the following axiom:

A1.1 $\forall X\, (\neg X = \Lambda \rightarrow \exists x\, x = f'X)$

In order to display the 47 theorems built on this axiom and the definitions, we follow again Clarke (1981, pp. 209 ss.):

T1.1 $\forall X\, \{\neg X = \Lambda \rightarrow \forall x\, [Cx,f'X \equiv \exists y\, (y \in X \wedge Cx,y)]\}$

T1.2. $\forall x\, (\neg X = \Lambda \equiv \exists x\, x = f'X)$

T1.3 $\forall X \forall x\, (x \in X \rightarrow Px,f'X)$

T1.4 $\forall X \forall Y\, [\neg X = \Lambda \wedge X \subseteq Y) \rightarrow Pf'X,f'Y]$

T1.5 $\forall X \forall Y\, [\neg X = \Lambda \wedge X = Y) \rightarrow f'X = f'Y$

T1.6 $\forall x\ x = f' \{x)$

T1.7 $\forall x\ x = f' \{y: Py,x\}$

T1.8 $\forall x\ f' \{x\} = f' \{y: Py,x\}$

We explain here T1.1 – T.18 together. X can be defined in several ways, f.ex. as the set of the monadic sub-signs, X = {a.1, b.1, c.1}, the set of dyadic sub-signs, X = {a.2, b.2, c.2}, or the set of triadic sub-signs, X = {a.3, b.3, c.3}, where a, b, c $\in$ {1., 2., 3.}. Alternatively, X can be defined as the trichotomy of firstness, X = {1.a, 1.b, 1.c}, as the trichotomy of secondness, X = {2.a, 2.b, 2.c}, or as the trichotomy of thirdness, X = {3.a, 3.b, 3.c}, or, e.g. as the set of diagonal sub-signs, then X = {1.1, 2.2, 3.3} or X = {3.1, 2.1, 1.3}, etc. E.g., if X = {1.a, 1.b, 1.c}, then $\neg X = \Lambda$ = {2.a, 2.b, 2.c, 3.a, 3.b, 3.c}.

T1.9 $\forall x \forall y\ \exists z\ z = x + y$

E.g., (1.1) + (1.2) = ((1.1), (1.2)) (cf. Toth 2007, p. 144). For the union of sign-classes and reality thematics cf. Berger (1976).

T1.10 $\forall x \forall y \forall z\ \{Cz,x+y \equiv \exists w\ [Pw,x \vee Pw,y) \wedge Cz,w]\}$

E.g., two sub-signs z = (1.1), and the sum (1.1) + (1.2) = (1.3) are connected, means the same as that there is a w such that w is a part of x, or w is a part of y, and z and w are connected.

T1.11 $\forall x \forall y \forall z\ [Cz,x+y \equiv (Cz,x \vee Cz,y)]$

E.g., let be z = (1.1), x = (1.1), y = (1.2), then z and (x + y) are connected means, that either z and x are connected, or z and y are connected.

T1.12 $\forall X \forall Y\ [\neg X = \Lambda \wedge \neg Y = \Lambda) \rightarrow f'X \vee Y = f'X + f'Y]$

Cf. T1.8.

T1.13 $\forall x \forall y\ x + y = f'\{x\} \vee \{y\}$

Cf. T1.8.

T1.14 $\forall x\ x + x = x$

E.g., (1.2) + (1.2) = (1.2), or generally (a.b) + (a.b) = (a.b).

T1.15 $\forall x \forall y\ x + y = y + x$

E.g., (1.2) + (1.3) = (1.3) + (1.2).

T1.16 $\forall x \forall y \forall z\ (x + y) + z = x + (y + z)$

E.g. (1.1 + 1.2) + 1.3 = 1.1 + (1.2 + 1.3).

T1.17 $\forall x \forall y Px,x + y$

E.g. if x = (1.1) and x + y = (1.1 + 1.2), then P((1.1), (1.1 + 1.2)).

T1.18 $\forall x \forall y \forall z\ [(Pz,x \vee Pz,y) \rightarrow Pz,x+y]$

E.g., P((1.1), (1.3)) $\vee$ P((1.1), (1.2)) $\rightarrow$ P((1.3), (1.3 + 1.2)).

T1.19 $\forall x \forall y \forall z\ (Px,y \rightarrow Px,y+z)$

E.g., P((1.2), (1.2 3.2)) $\rightarrow$ P((1.2), ((1.2 3.2 2.3)).

T1.20 $\forall x \forall y \forall z\ (x = y \rightarrow z + x = z + y)$

E.g., if a sign x is even with a sign y, then the union of the sign x any a sign z is even to the union of the sign y and the sign z.

T1.21 $\forall x \forall y$ (Px,y ≡ Px+y, y)

E.g., P((1.2), (1.2 2.2)) ≡ P((1.2 + (1.2 2.2)), (1.2 2.2)).

T1.22 $\forall x \forall y$ (Px,y) ≡ y = x + y

E.g., P((1.2, (1.2 2.2)) ≡ (1.2 2.2) = (1.2 + 1.2 2.2).

T1.23 $\exists x$ x = a*

Cf. A1.1

T1.24 $\forall x$ [Cx,a* ≡ $\exists y$ (Cy,y $\wedge$ Cx,y)]

E.g., if both x and y als elements of the set of prime-signs {1, 2, 3}, then Cy,y $\wedge$ Cx,y already scoops out all the elements of the set of sub-signs {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}.

T1.25 $\forall x$ Px,a*

Cf. T1.24. Since a* = {y: Cy,y} (D1.4), each x $\in$ signs {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)} is a part of a*.

T1.26 $\forall x$ Cx,a*

According to T0.11, we have: $\forall x \forall y$ (Px,y $\rightarrow$ Cx,y), and since the set of sub-signs fulfills $\forall x$ Px,a* (T1.25), this implies T1.26.

T1.27 $\forall x$ Ox,a*

Since the set of sub-signs fulfills T1.25 and since we have T0.21: $\forall x \forall y$ (Px,y $\rightarrow$ Ox,y), it follows immediately that the set of sub-signs fulfills T1.27, too.

T1.28 $\forall x\ x + a^* = a^*$

Since $a^* = \{y: Cy,y\}$, the union of any $x \in$ signs {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)} with $a^* = a^*$.

T1.29 $\forall x\ (\forall y\ Py,x \equiv x = a^*)$

Since $a^* = \{y: Cy,y\}$ (D1.4), T1.29 follows immediately from T1.25 and T1.26.

T1.30 $\forall x\ (\forall y\ Cy,x \equiv x = a^*)$

According to T0.11, we have: $\forall x \forall y\ (Px,y \rightarrow Cx,y)$, so T1.30 follows directly from T1.29.

T1.31 $\forall x\ \neg ECx,a^*$

E.g., since $a^* = \{y: Cy,y\}$, the semiotic connection must have internal points.

T1.32 $\forall x\ (\exists y\ y = \neg x \equiv \neg x = a^*$

E.g., let be x = (3.a), then one possible negate is (a.3), where $a \in \{1, 2, 3\}$. However, because of T1.8, it follows for semiotics, that every sub-sign (a.b) can substitute its own negate!

T1.33 $\forall x\ \{\exists z\ z = \text{-}x \rightarrow \forall y\ [Cy,\text{-}x \equiv \exists z\ (\neg Cz,x \wedge Cy,z)]\}$

E.g., if z = -x, then the connection Cy,-x excludes the existence of ¬C-x,x, i.e. the connection of a sign x with its complement (cf. Toth 2007, p. 143).

T1.34 $\forall x\ [\exists z\ z = \text{-}x \rightarrow \forall y\ (Cy,\text{-}x \equiv \neg Py,x)]$

E.g., if two signs y and –x (i.e. the complement of x) are connected, then y cannot be a part of x.

T1.35 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow x = --x$

E.g., the complement of the complement (or the negate of the negative, respectively) of a sign is the sign itself.

T1.36 $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ (\neg Cy,x \equiv Py,-x)]$

E.g., if a sign y is not connected to a sign x, then y is a part of the complement of x.

T1.37 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow \neg Cx,-x)$

E.g., a sign x can never be connected to its complement.

T1.38 $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ (x = y \rightarrow -x = -y)]$

E.g., if two signs x and y are connected to one another, then their complements are connected, too.

T1.39 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ Py,x+-x)$

E.g., if a sign z = -x, then y is a part of the union of x and its complement.

T1.40 $\forall x \forall y\ [(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \rightarrow Px,y \equiv P-y,-x)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the complement –y is a part of the complement –x, too.

T1.41 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow x + -x = a^*)$

E.g., the union of all signs x and their complements –x is even to the semiotic quasi-Boolean universal.

T1.42 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \equiv Ox,y)$

E.g., let be x = (3.1 2.2 1.3) and y = (3.1 2.2 12), then x overlaps y, since the intersection $x \wedge y$ = (3.1 2.2).

T1.43 $\forall x \forall y\ (\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ \{Cz,x{\wedge}y \equiv \exists w\ [(Pw,x \wedge Pw,y) \wedge Cz,w]\})$

E.g., x = (3.1 2.2 1.3), y = (3.1 2.2 1.2), z = (3.1 2.1 1.1). Then, w = (3.1 2.2), and C((3.1 2.1 1.1), (3.1 2.2)) = (P((3.1 2.2), (3.1 2.2 1.3)) $\wedge$ P((3.1 2.2), (3.1 2.2 1.2))) $\wedge$ C((3.1 2.1 1.1), (3.1 2.2)).

T1.44 $\forall x \forall y\ \{\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ [Cz,x{\wedge}y \rightarrow (Cz,x \wedge Cz,y)]\}$

E.g., if a sign z is connected to the intersection of two signs x and y, then z is both connected to x and to y.

T1.45 $\forall x \forall y\ \{\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ [(Pz,x \wedge Pz,y) \equiv Pz,x{\wedge}y]\}$

E.g., if a sign z is a part of a sign x and also a part of a sign y, then z is a part of the intersection of x and y, too.

T1.46 $\forall x \forall y\ \{[(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \wedge \exists z\ z = x \wedge y] \rightarrow x \wedge y = -(-x + -y)\}$

E.g., if a sign z can take the values of –x, -y, and $x \wedge y$, then the intersection of x and y is even to the complement of the union of the complements of x and y.

T1.47 $\forall x\ x \wedge x \equiv x$

E.g., (3.1 2.1 1.3) $\wedge$ (3.1 2.1 1.3) = (3.1 2.1 1.3).

T1.48 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow x \wedge y = y \wedge x$

E.g., (3.1 2.1 1.3) $\wedge$ (3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3) $\wedge$ (3.1 2.1 1.3).

T1.49 $\forall x \forall y \forall z \{[((\exists w\, w = x \wedge y) \wedge (\exists w\, w = y \wedge z) \wedge (\exists w\, w = (x \wedge y) \wedge z] \rightarrow (x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)\}$

E.g., ((3.1 2.2 1.3) ∧ (3.1 2.2 1.2)) ∧ (3.1 2.3 1.3) = (3.1 2.2 1.3) ∧ ((3.1 2.2 1.2) ∧ (3.1 2.3 1.3)).

T1.50 $\forall x \forall y\, (\exists z\, z = x \wedge y \rightarrow Px{\wedge}y,x)$

E.g., the intersection of two signs x and z are part of the sign x.

T1.51 $\forall x \forall y\, [\exists z\, z = x \wedge y \rightarrow (Px,y \equiv x = x \wedge y)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the intersection of x and y is a part of y.

T1.52 $\forall x \forall y\, [\exists w\, w = x \wedge y \rightarrow \forall z\, (Px,y \rightarrow Px{\wedge}z,y)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the intersection of x with a sign z is a part of y, too.

T1.53 $\forall x \forall z\, [\exists w\, w = x \wedge z \rightarrow \forall y\, (x = y \rightarrow x \wedge z = y \wedge z)]$

E.g., if sign x is substituted by a sign y, then the intersection of x and z is even to the intersection of y and z.

T1.54 $\forall x \forall y\, \{\exists w\, w = x \wedge y \rightarrow \forall z\, [NTPz,x{\wedge}y \rightarrow (NTPz,x \wedge NTPz,y)]\}$

E.g., a sign z is a non-tangential part of the intersection of two signs x and y, if z is a non-tangential part of both x and y.

T1.55 $\forall x\, x \wedge a^* = x$

E.g., the intersection of a sign-class x with all other nine sign-classes of the set of the ten sign-classes is the set containing the sign-class x.

T1.56 $\forall x \forall y \{[(\exists z\, z = -x) \wedge (\exists z\, z = -y) \wedge \neg ECx,-y] \rightarrow (-x + y = a^* \equiv Px,y)\}$

E.g., if there is no external connection of a sign x to a the complement of a sign y, then the union of the complement of the sign x and the sign y is even to a*, i.e. the semiotic quasi-Boolean universal, which statement means the same like that x is a part of y.

4. Quasi-topological calculus

Following Clarke (1981, p. 212), we shall now introduce the quasi-topological operators, ix for the interior of x, cx for the closure of x, and ex for the exterior of x, and quasi-topological predicates as OPx for "x is open", and CLx for "x is closed":

D2.1 $ix := f'\{y: NTPy,x\}$

D2.2 $cx := f'\{y: \neg Cy,i\text{-}x\}$

D2.3 $ex := f'\{y: NTPy,-x\}$

D2.4 $OPx := x = ix$

D2.5 $CLx := x = cx$

Further, we need the following axiom:

A2.1 $\forall x\, (\exists z\, NTPz,x \wedge \forall y\, \forall z\, \{[(Cz,x \rightarrow Oz,x) \wedge (Cz,y \rightarrow Oz,y)] \rightarrow (Cz,x{\wedge}y \rightarrow Oz,x{\wedge}y)\})$

E.g., if the connection of two signs z and x implies the overlap of z over x, and if the connection of two signs z and y implies the overlap of z over y, then the connection of z and the intersection of x and y implies the overlap of z and the intersection of x and y.

In displaying the following 45 theorems, we will again follow Clarke (1981, pp. 213 ss.):

T2.1 $\forall x\, \exists y\; y = ix$

E.g., the distinction between interior, exterior, closure, open and closes sets is valid for semiotic sets, too.

T2.2 $\forall x \forall y\, [Cy,ix \equiv \exists z\, (NTPz,x \wedge Cy,z)]$

E.g., if a sign y is connected to the interior of a sign x, then there is a z such that z is a non-tangential part of x, and y is connected to z.

T2.3 $\forall x \forall y\, (NTPy,x \rightarrow Py,ix)$

E.g., if a sign y is a non-tangential part of a sign x, the y is a part of the interior of x.

T2.4 $\forall x\; Pix,x$

E.g., the interior of a sign x is a part of x.

T2.5 $\forall x \forall y\, (Cy,ix \rightarrow Oy,x)$

E.g., if a sign y is connected to the interior of a sign x, then y overlaps x.

T2.6 $\forall x \forall y\, (ECy,x \rightarrow \neg Cy,ix)$

E.g., if a sign y is externally connected to a sign x, then y is not connected to the interior of x.

T2.7 $\forall x \forall y\ (ECy,x \rightarrow \neg ECy,ix)$

E.g., if a sign y is externally connected to a sign x, then y is not externally connected to the interior of x.

T2.8 $\forall x \forall y\ (Py,ix \rightarrow Py,x)$

E.g., if a sign y is connected to the interior of x, then y is a part of x.

T2.9 $\forall x\ NTPix,x$

E.g., the interior of a sign x is a non-tangential part of x.

T2.10 $\forall x\ \neg TPix,x$

E.g., the interior of a sign x is not a tangential part of x.

T2.11 $\forall x \forall y\ (Py,ix \equiv NTPy,x)$

E.g., the statement that a sign y is a part of the interior of a sign x is equivalent to the statement that y is a non-tangential part of x.

T2.12 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Cz,x) \rightarrow Cz,iy]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and a sign z is connected to x, then z is connected to the interior of y.

T2.13 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Oz,x) \rightarrow Oz,iy]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and if a sign z overlaps x, then z overlaps the interior of y.

T2.14 $\forall x \forall y\, (Px,y \rightarrow Pix,iy)$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the interior of x is (also) a part of the interior of y.

T2.15 $\forall x \forall y\, (x = y \rightarrow ix = iy)$

E.g., if two signs x and y are even, then their interiors are even, too.

T2.16 $\forall x\, ix + x = x$

E.g., the union of a sign and its interior is this sign.

T2.17 $\forall x\, ix \wedge x = ix$

E.g., the intersection of a sign and its interior is this interior.

T2.18 $\forall x\, (NTPx,x \equiv ix = x)$

E.g., the statement that a sign x is a non-tangential part of itself is equivalent to the statement that x is even to its interior.

T2.19 $\forall x \forall y\, (Ox,y \equiv Oix,ix)$

E.g., the statement that a sign x overlaps a sign y is equivalent to the statement that the interior of a sign x overlaps the interior of a sign y.

T2.20 $\forall x \forall y\, (Ox,y \equiv Ox,iy)$

E.g., the statement that a sign x overlaps a sign y is equivalent to the statement that x overlaps the interior of y.

T2.21 $\forall x \forall y\ (Cx,iy \equiv Ox,y)$

E.g., the statement that a sign x is connected to the interior of a sign y is equivalent to the statement that x overlaps y.

T2.22 $\forall x \forall y\ (Cx,iy \equiv Ox,iy)$

E.g., the statement that a sign x is connected to the interior of a sign y is equivalent to the statement that x overlaps the interior of y.

T2.23 $\forall x \forall y\ (Cix,iy \equiv Oix,iy)$

E.g., the statement that the interior of a sign x is connected to the interior of a sign y is equivalent to the statement that the interior of x overlaps the interior of y.

T2.24 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \equiv \exists z\ z = ix \wedge iy)$

E.g., two sign x and y intersect iff their interiors intersect.

T2.25 $\forall x \forall y\ \neg ECx,iy$

E.g., a sign x cannot be externally connected to the interior of a sign y.

T2.26 $\forall x\ Pix,iix$

E.g., the interior of a sign x is part of itself.

T2.27 $\forall x\ iix = ix$

E.g., the interior of the interior of a sign x is even to the interior of this sign x.

T2.28 $ia^* = a^*$

E.g., the interior of the semiotic universal is even to the universal.

T2.29 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow Pix{\wedge}iy,x{\wedge}y)$

E.g., if two signs x and y intersect, then the intersection of their interiors is a part of the intersection of the signs.

T2.30 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow Pi(x{\wedge}y),ix{\wedge}iy)$

E.g., if two signs x and y intersect, then the interior of their intersection is a part of the intersection of their interiors.

T2.31 $\forall x \forall y\ \{\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ [NTPz,x \wedge NTPz,y) \equiv NTPz,x{\wedge}y]\}$

E.g., if a sign z is a non-tangential part of a sign x and a non-tangential part of a sign y, then it is also a non-tangential part of the intersection of x and y.

T2.32 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow ix \wedge iy = i(x \wedge y))$

E.g., the intersection of the interior of a sign x and the interior of a sign y is the same as the interior of the intersection of these two signs.

T2.33 $\forall x\ (\exists z\ z = cx \equiv \exists y\ \neg Cy,i\text{-}x)$

E.g., if a sign z is the closure of a sign x, this means that there is a sign y such that y is not connected to the interior of the complement of x.

T2.34 $\forall x\ \{\exists z\ z = cx \rightarrow \forall w\ w\ [Cw,cx \equiv \exists y\ \neg Cy,i\text{-}x \wedge Cw,y)]\}$

E.g., if a sign w is connected to the closure of a sign x, then this means that a sign y is not connected to the interior of the complement of x, and w is connected to y.

T2.35 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow \exists z\ z = cx)$

E.g., a sign that has a complement, has also a closure.

T2.36 $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall w\ (Cw,cx \equiv \neg NTPw,-x)]$

E.g., $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall w\ (Cw,cx \equiv \neg NTPw,-x)]$

E.g., if a sign w is connected to the closure of a sign x, then w cannot be a non-tangential part of the complement of x.

T2.37 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow cx = -i-x)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the closure of x is even to the complement of the interior of the complement of x.

T2.38 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow i-x = -cx)$

E.g., if a sign z ist the complement of a sign x, then the interior of the complement of x is even to the complement of the closure of x.

T2.39 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow c-x = -ix)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the closure of the complement of x is even to the complement of the interior of x.

T2.40 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow ix = -c-x)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the interior of x is even to the complement of the closure of the complement of x.

T2.41 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow Px,cx)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then x is a part of its closure.

T2.42 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow ccx = cx)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the complement of the complement of x is even to the (simple) complement of x.

T2.43 $\forall x \forall y\ \{[(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \wedge (\exists z\ z = -x \wedge -y)] \rightarrow cx + cy = c(x+y)\}$

E.g., the union of the complement of a sign a with the complement of a sign y is even to the complement of the union of x and y.

T2.44 $\forall x \forall y\ [(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \rightarrow Px,y \rightarrow Pcx,cy)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the complement of x is a part of the complement of y, too.

T2.45 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow ex = i\text{-}x)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the exterior of x is even to the interior of the complement of x.

The calculi of extensional logical sign connections established in this study for a semiotic mereology, a semiotic quasi-Boolean algebra and a semiotic quasi-topology complete the system of the purely semiotic sign connections established in Toth (2008a).

Bibliography

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars semeiotica 3/3, 1980, pp. 287-294

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, pp. 20-24

Clarke, Bowman L., A calculus of individuals based on "connection". In: Notre Dame Journal of Formal Logic 22/3, 1981, pp. 204-218

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Towards a semiotic mereology. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Semiotics as point-free geometry. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c

Points in extensional sign-connections

1. The present study is a sequel of Toth (2008a), which is based on Clarke (1981). In another study, Clarke extended his "Calculus of individuals based on 'connection'" to "Individuals and points" (Clarke 1985), whose definitions, axioms and theorems we will follow here. "Although the predicate, 'x is connected with y', is taken as primitive and undefined, heuristically we would like it to be the case that two spatio-temporal regions are connected if, and only if, they a have a spatio-temporal point in common" (Clarke 1985, p. 62). As for Clarke (1981), for Clarke (1985), too, the basic logical theory is a classical first-order quantification theory with identity. The lower case letters x, y, z stand for individuals ranging over spatio-temporal regions, the upper case letters X, Y, Z are individual variables ranging over sets of spatio-temporal regions.

2. The traditional mereological predicates "x is part of y", "x is a proper part of y", "x overlaps y", and "x is discrete from y", as well as the mereological predicates "x is externally connected to y", "x is a tangential part of y", and "x is a non-tangential part of y", and "the interior of x" and "the closure of x" are defined as follows (Clarke 1985, p. 62):

D0.1 $Px,y := \forall z\,(Cz,x \rightarrow Cz,y)$
D0.2 $PPx,y := Px,y \wedge \neg Py,x$
D0.3 $Ox,y := \exists z\; Pz,x \wedge Pz,y$
D0.4 $DRx,y := \neg Ox,y$
D0.5 $ECx,y := Cx,y \wedge \neg Ox,y$
D0.6 $TPx,y := Px,y \wedge \exists z\,(ECz,x \wedge ECz,y)$
D0.7 $NTPx,y := Px,y \wedge \neg \exists z\,(ECz,x \wedge ECz,y)$

By the following definitions, we introduce f'X as "the fusion of a set of region" (which will itself be a region), x + y as "the union" or "sum of x and y", -x as "the complement of x", $x \wedge y$ as "the intersect of x and y", and a* as "the universal individual":

D1.1 $x = f'X := \forall y\ [Cyx \equiv \exists z\ (z \in X \wedge Cy,z)]$
D1.2 $x + y := f'\{z: Pz,x \vee Pz,y\}$
D1.3 $-x := f'\{y: \neg Cy,x\}$
D1.4 $a^* := f'\{y: Cy,y\}$
D1.5 $x \wedge y := f'\{z: Pz,x \wedge Pz,y\}$
D2.1 $ix := f'\ \{y: NTPy,x\}$
D2.2 $cx := f'\ \{y: \neg Cy,i\text{-}x\}$

Moreover, we need the following mereological axioms:

A0.1 $\forall x\ [Cx,x \wedge \forall y\ (Cx,y \rightarrow Cy,x)]$
A0.2 $\forall x \forall y\ [\forall z\ (Cz,x \equiv Cz,y) \rightarrow x = y]$

A1.1 $\forall X\ (\neg X = \Lambda \rightarrow \exists x\ x = f'X)$

For semiotic examples for all definitions and axioms cf. Toth (2008a). At the hand of the above basis, Clarke (1985, p. 64) gives the following definition of "X is a point":

D3.1 $PT(X) := \forall x \forall y\ \{(x \in X \wedge y \in X) \rightarrow [ECx,y \vee (Ox,y \wedge (x \wedge y \in X)]\} \wedge \forall x \forall y\ [(x \in X \wedge Px,y) \rightarrow y \in X] \wedge \forall x \forall y\ [x + y \in X \rightarrow (x \in X \vee y \in X)] \wedge \neg X = \Lambda$

Thus, a semiotic point, like a logical point, can result either from external connection or overlapping (cf. Toth 2008a).

The following definition introduces the notion "point X is incident in region x":

D3.2 $IN(X,x) := PT(X) \wedge x \in X$

Thus, in semiotics, any sign relation can be a semiotic region; in a trivial sense, a point can be its own region. Note that sub-signs are introduced by Bense

(1976, p. 123) as both static and dyanamic configurations, so that any sub-sign of the form (a.b) with a $\in$ {1., 2., 3.} (triadic values) and b $\in$ {.1, .2, .3} (trichotomic values) can be defined as point. The smallest regions are then the pairs of dyads of the general form ((a.b), (c.d)) and the triads of the general form (((a.b), (c.d)), (e.f) for sign classes, or ((a.b), ((c.d), (e.f)) for reality thematics. According to D3.2 we then have, e.g., in simplified notation: IN((3.1 2.2), (2.2)) or IN((3.1 2.2 1.3), (1.3)).

The following axiom establishes the existence of points:

A3.1 $\forall x \forall y\ [Cx,y \rightarrow \exists X\ (PT(X) \wedge x \in X \wedge y \in X)]$

3. In displaying the following 47 theorems built over the definitions and axioms, we follow Clarke (1985, pp. 64 ss.).

T3.1 $\forall x \forall y \forall X\ \{PT(X) \wedge x \in X \wedge y \in X) \rightarrow \{ECx,y \vee (Ox,y \wedge (x \wedge y) \in X)]\}$

Cf. D3.1.

T3.2 $\forall x \forall y \forall X\ [PT(X) \wedge x \in X \wedge Px,y) \rightarrow y \in X]$

E.g., if there is a semiotic point X, and if a sign x is an element of that point, and if x is a part of the sign y, then y is an element of the semiotic point X, too.

T3.3 $\forall x \forall y \forall X\ [(PT(X) \wedge x + y \in X) \rightarrow (x \in X \vee y \in X)]$

E.g, if there is a semiotic point X, and the intersect of two signs x and y is and element of X, then either x or y is an element of X.

T3.4 $\forall x \forall y \forall X\ [(PT(X) \wedge x \in X \wedge y \in X) \rightarrow Cx,y]$

E.g., If there is a semiotic point X, and if both a sign x and a sign y are elements of X, then x is connected with y.

T3.5 $\forall x \forall y \forall X\ [(PT(X) \wedge x \in X) \rightarrow x + y \in X]$

E.g., If there is a semiotic point X, and the sign x is element of X, then the intersect of the signs x and y is (also) element of X,

T3.6 $\forall x \forall y \forall X\ \{PT(X) \rightarrow [(x \in X \vee y \in X) \equiv x + y \in X]\}$

E.g., If either a sign x or a sign y are element of a semiotic point X, then the intersect of x and y is necessarily an element of X.

T3.7 $\forall X\ (PT(X) \rightarrow \exists x\ x \in X$

E.g., a semiotic point cannot be empty.

T3.8 $\forall X\ (PT(X) \rightarrow a^* \in X)$

E.g., if there is a semiotic point X, it follows that the semiotic universal individual is element of X.

T3.9 $\forall x \forall X\ [PT(X) \rightarrow \neg(x \in X \wedge -x \in X)]$

E.g., if there is a semiotic point X, then it is not possible that both a sign x and its complement are element of X.

T3.10 $\forall x \forall X\ [PT(X) \rightarrow (x \in X \vee -x \in X)]$

E.g., if there is a semiotic point X, then either a sign x or its complement are element of X.

T3.11 $\forall x \forall X\ [PT(X) \rightarrow (x \in X \equiv \neg\neg x \in X)]$

E.g., the complement of the complement of a sign x is identical to the sign x.

T3.12 $\forall x \forall X \{PT(X) \rightarrow [\forall z\ z \in X \rightarrow Cz,x) \equiv x \in X]\}$

E.g., if a sign z is an element of a semiotic point X, and if z is connected to a sign x, then x is an element of X.

T3.13 $\forall x\ \exists X\ IN(X,x)$

E.g., for each sign x there is a semiotic point X, so that X is incident in region x.

T3.14 $\forall x \forall y\ [Cxy \equiv \exists X\ (PT(X) \wedge IN(X,x) \wedge IN(X,y))]$

E.g., if a sign x is connected to a sign y, then there is necessarily a semiotic point X, and X is incident both in x and in y.

T3.15 $\forall x \forall y\ [Ox,y \equiv \exists X\ (PT(X) \wedge IN(X,x) \wedge IN(X,y) \wedge \neg ECx,y)]$

E.g., if a sign x overlaps a sign y, then there is necessarily a semiotic point X, and X is incident both in x and in y, and x is not externally connected to y.

T3.16 $\forall x \forall y\ [ECx,y \equiv \exists X\ (PT(X) \wedge IN(X,x) \wedge IN(X,y) \wedge \neg Ox,y)]$

E.g., if a sign x is externally connected to a sign y, then there is necessarily a semiotic point X, and X is incident both in x and in y, and x does not overlap y.

T3.17 $\forall x \forall y\ \{Px,y \equiv \forall X\ [(PT(X) \wedge IN(X,x)) \rightarrow IN(X,y)\}$

E.g., if a sign x is part of a sign y, then there is necessarily a semiotic point X, and X is incident both in x and in y.

T3.18 $\forall x \forall X\ [(PT(X) \wedge IN(X,ix)) \rightarrow IN(X,x)]$

E.g., if there is a semiotic point X, and if X is incident in the interior of a sign x, then X is also incident in x.

T3.19 $\forall x \forall X\ [(PT(X) \wedge IN(X,x)) \rightarrow (\exists z\ z = -x \rightarrow IN(X,cx)]$

E.g., if there is a semiotic point X, and if X is incident in a sign x, then X is incident with the closure of x for the complement of x.

T3.20 $\forall x \forall X\ \{[PT(X) \wedge IN(X,x) \wedge \neg \exists z\ z \in X \wedge ECz,x] \rightarrow IN(X,ix)\}$

E.g., if there is a semiotic point X, and if X is incident in a sign x, and if there is no sign z ∈ X, so that z is externally connected to x, then X is incident in the interior of x.

T3.21 $\forall x \forall X\ \{[PT(X) \wedge IN(X,x) \wedge \exists z\ (z \in X \wedge ECz,x)] \rightarrow \neg IN(X,ix)\}$

E.g., if there is a semiotic point X, and if X is incident in a sign x, and if a sign z is externally connected to x, then X is not incident in the interior of x.

4. In order to enlighten the relation between regions and sets of points incident in particular regions, Clarke (1985, p. 65 ss.) next introduces X°, Y°, Z° as variables ranging over sets of regions as well as over sets of points; V° stands for the set of all points, $\rceil X^\circ$ for the complement of X° restricted to the set of all points, and P(x) for the set of all the points incident in the region x:

D3.3 $V^\circ := \{X: PT(X)\}$
D3.4 $\rceil X^\circ := V^\circ \cap -X^\circ$
D3.5 $P(x) := \{X: PT(X) \wedge x \in X\}$

The following theorems based on these additional definitions, are again numbered in the order of Clarke (1985, p. 66). Most of them need no semiotic example, since their semiotic validity is clear:

T3.22 $\rceil V^\circ = \Lambda$
T3.23 $V^\circ = P(a^*)$
T3.24 $\forall x\ P(x) \subseteq P(a^*)$

T3.25	$\urcorner P(a^*) = \Lambda$
T3.26	$\forall x \urcorner P(x) = P(-x)$
T3.27	$\forall y \forall y\ P(x \wedge y) \subseteq P(x) \cap P(y)$
T3.28	$\forall x \forall y\ (\neg ECx,y \rightarrow P(x) \cap P(y) = P(x \wedge y))$

E.g., if a sign x is not externally connected to a sign y, then x and y intersect.

T3.29	$\forall x \forall y\ P(ix) \cap P(iy) = P(ix \wedge iy)$
T3.30	$\forall x \forall y\ P(x) \cup P(y) = P(x + y)$

Clarke now introduces an interior operator I, on the subsets of V°, which associates with each set of points the set of all its interior points (1985, p. 66):

D3.6 $$IX^\circ = Y^\circ := \exists x\, \exists y\ (X^\circ = P(x) \cap P(y) \wedge Y^\circ = P(ix) \cap P(iy) \vee [Y^\circ = \Lambda \wedge \neg \exists x\, \exists y\ (X^\circ = P(x) \cap P(y) \wedge Y^\circ = P(ix) \cap P(iy))]$$

Therefore, the interior of a set of semiotic boundary points is identical to the semiotic null set.

T3.31 $\forall x\ IP(x) = P(ix)$

E.g., the interior of a set of semiotic points incident in semiotic region x is even to the set of points incident in the interior of the region x.

T3.32 $IV^\circ = V^\circ$

E.g., the interior of the set of all semiotic points is this set itself.

T3.33 $\forall x \forall y\ I(P(x) \cap P(y)) = IP(x) \cap IP(y)$

E.g., the interior of the intersection of two semiotic sets of the points incident in the region x is even to the intersection of the interior of x and the interior of y.

T3.34 $\forall x\ IP(x) \subseteq P(x)$

E.g., the interior of the semiotic set of points incident in x is contained or identical to this set itself.

T3.35 $\forall x\ IIP(x) = IP(x)$

E.g., the interior of the interior of a semiotic set of points incident in x is identical to the (simple) interior of this set.

T3.36 $I\Lambda = \Lambda$

T3.37 $\forall x \forall y\ (ECx,y \rightarrow I(Px) \cap P(y)) = \Lambda)$

E.g., if a sign x is externally connected to a sign y, then the intersection of the two semiotic sets of points (incident in x and in y, respectively), is even to Λ.

T3.38 $CP(a^*) = P(a^*)$

E.g, the closure of the semiotic set of points incident in a* is identical to this set.

T3.39 $\forall x\ CP(x) = P(cx)$

E.g., the closure of the semiotic set of points incident in x is identical to the semiotic set of points incident in the closure of x.

T3.40 $C\Lambda = C\Lambda$

E.g., since the interior of Λ is identical to Λ (cf. T3.36), the closure of Λ is identical to Λ, too.

T3.41 $\forall x\ P(x) \subseteq CP(x)$

E.g., the set of all the semiotic points incident in the region x is contained in or identical with the closure of this set.

T3.42 $\forall x \forall y\ C(P(x) \cup P(y)) = CP(x) \cup CP(y)$

E.g., the closure of the union of the semiotic set of the points incident in x and the set of the points incident in y is even to the union of the closures of the two sets.

T3.43 $\forall x\ CCP(x) = CP(x)$

E.g., the closure of the closure of a semiotic set of points incident in x is identical to the (simple) closure of this set; cf. T3.35.

The following theorems deal with the relationship between the regions and their mereological relations and the sets of points incident in regions and their topological operators (Clarke 1985, pp. 67 s.):

T3.44 $\forall x \forall y\ (Cxy \equiv \neg P(x) \cap P(y) = \Lambda)$
T3.45 $\forall x \forall y\ (Oxy \equiv IP(x) \cap IP(y) = \Lambda)$
T3.46 $\forall x \forall y\ [ECx,y \equiv (\neg P(x) \cap P(y) = \Lambda \wedge IP(x) \cap IP(y) = \Lambda)]$
T3.47 $\forall x \forall y\ (Px,y \equiv P(x) \subseteq P(y)))$

E.g., if a sign x is part of a sign y, then the semiotic set of points incident in x is necessarily contained in or identical with the set of points incident in y.

D2.6 $SPx,y := \neg Ccx,y \wedge \neg Cx,cy$

E.g., a sign x is separated from a sign y, iff there is neither the closure of x connected to y, nor is x connected to the closure of y.

D2.7 $\text{CON}x := \neg(\exists z)\ (\exists y)\ (z + y = x \wedge \text{SP}z,y)$

E.g., x is a connected individual means that the union of two signs z and y cannot hold, if the two signs are separated.

5. In a next step, Clarke (1985) establishes a time-order analogous to the topological order. To respective semiotic attempts cf. Toth (2008b and 2008c): “In the beginning of the present paper [Clarke 1985, A.T.], we allowed our lower case variables to range over spatio-temporal regions. The interesting question arises: Can the temporal ordering of regions be mirrored in the ordering of points somewhat analogous to the way in which we have seen the topological properties mirrored? In order to examine this possibility, let us add to our calculus of individuals another two-place primitive predicate, ‘Bx,y’, to be taken as a rendering of ‘x is wholly before y’” (Clarke 1985, p. 69); cf. the following axioms:

A4.1 $\forall x\ \{\neg Bx,x \wedge \forall y \forall z\ [(Bx,y \wedge Byz) \rightarrow Bx,z]\}$

E.g., the reflexivity and transitivity, already shown for semiotics in Toth (1996).

A4.2 $\forall x \forall y\ (Bx,y \rightarrow \{\neg Cx,y \wedge \forall z \forall w\ [Pz,x \wedge Pw,y) \rightarrow Bz,w]\})$

This axiom “relates the new primitive relation to the mereological relations in such a way as to characterize the relation as *wholly* before, rather than *partially* before” (Clarke 1985, p. 70). With Bx,y, we can also define “x is after y”, “x is contemporaneous with y”, “x is partially contemporaneous with y”, “x is partially before y”, and “x is partially after y”:

D4.1 $Ax,y := By,x$
D4.2 $\text{CO}x,y := \forall z\ [Pz,x \rightarrow \neg(Bz,y \vee Az,y)] \wedge [Pz,y \rightarrow \neg(Bz,x \vee Az,x)]$
D4.3 $\text{PC}x,y := \exists z \exists w\ (Pz,x \wedge Pw,y \wedge \text{CO}z,w)$
D4.4 $\text{PB}x,y := \exists z\ (Pz,x \wedge Bz,y)$
D4.5 $\text{PA}x,y := \exists z\ (Pz,x \wedge Az,y)$

The following theorems are based again on Clarke (1985, pp. 70 ss.):

T4.1 $\forall x \neg Bx,x$

T4.2 $\forall x \forall y\ [(Bx,y \wedge By,z) \rightarrow Bx,z]$

E.g., if (1.1) is before (1.2), and (1.2) is before (1.3), than (1.1) is before (1.3)

T4.3 $\forall x \forall y\ (Bx,y \rightarrow \neg By,x)$

E.g., if (1.1) is before (1.2), then (1.2) is not before (1.1)

T4.4 $\forall x \forall y\ (Bx,y \equiv \{\neg Cx,y \wedge \forall z \forall w\ [Pz,x \wedge Pw,y) \rightarrow Bz,w]\})$

T4.5 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge Bz,y) \rightarrow Bz,x]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, and a sign z is before y, then z is (also) before x.

T4.6 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge By,z) \rightarrow Bx,z]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, and the sign y is before a sign z, then x is (also) before z.

T4.7 $\forall x \forall\ (Bx,y \rightarrow \neg Px,y)$

E.g., if a sign x is before a sign y, it follows that x is not a part of y.

T4.8 $\forall x \forall y\ [\forall z\ (Pz,x \rightarrow Bz,y) \equiv Bx,y]$

E.g., that a sign x is before a sign y means, that whenever a sign z is a part of x, then z is before y.

T4.9 $\forall x \neg Ax,x$

Cf. T4.1.

T4.10 $\forall x \forall y \forall z\ [(Ax,y \wedge Ay,z) \rightarrow Ax,z]$

Cf. T4.2.

T4.11 $\forall x \forall y\ (Ax,y \rightarrow \neg Ay,x)$

Cf. T4.3.

T4.12 $\forall x \forall y\ (Ax,y \equiv \{\neg Cx,y \wedge \forall z \forall w\ [(Pz,x \wedge Px,y) \rightarrow Az,w]\})$

T4.13 $\forall x \forall y\ (Ax,y \rightarrow Px,y)$

E.g., if a sign x is before a sign y, then x is a part of y.

T4.14 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge Ay,z) \rightarrow Ax,z]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, and the sign y is before the sign z, then x is before z.

T4.15 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge Az,y) \rightarrow Az,x]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, and if a sign z is before y, then z is before x, too.

T4.16 $\forall x \forall y\ [\forall z\ (Pz,x \rightarrow Az,y) \equiv Ax,y]$

E.g., a sign x is before a sign y, whenever a sign z is a part of x implies that z is before y.

T4.17 $\forall x\ COx,x$
T4.18 $\forall x \forall y\ (COx,y \equiv COy,x)$
T4.19 $\forall x \forall y\ (Px,y \rightarrow PCx,y)$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then x is partially contemporaneous with y.

T4.20 $\forall x\ PCx,x$

T4.21 $\forall x \forall y\ (PCx,y \equiv PCy,x)$

E.g., if a sign x is partially contemporaneous with a sign y, then y is also partially contemporaneous with x.

T4.22 $\forall x \forall y\ (COx,y \rightarrow PCx,y)$

E.g., if a sign x is contemporaneous to a sign y, then x is also partially contemporaneous to y.

T4.23 $\forall x \forall y\ [\neg COx,y \equiv (PBx,y \vee PAx,y)]$

E.g., if a sign x is not contemporaneous to a sign y, then x is either partially before of partially after y.

T4.24 $\forall x \forall y \forall z\ [Bx+y,z \rightarrow (Bx,z \wedge By,z)]$

E.g., if the union of two signs x and y are before a sign z, then both x and y are before z.

T4.25 $\forall x \forall y \forall z\ [Bz,x+y \rightarrow (Bz,x \wedge Bz,y)]$

E.g., if a sign z is before the union of two signs x and y, then z is before x as well as before y.

T4.26 $\forall x \forall y \forall z\ \{\exists w\ w = x \wedge z \rightarrow [Bx,y \rightarrow Bx{\wedge}z,y]\}$

E.g., if a sign w is the intersect of two signs x and z, then both x is before y and as well as the intersect of x and z-

T4.27 $\forall x \forall y \forall z \{(\exists w\ w = y \wedge z \rightarrow [Bx,y \rightarrow Bx,y{\wedge}z]\}$

E.g., if a sign w is the intersection of two signs y and z, then x is both before y and before the intersection of y and z.

T4.28 $\forall x\ (\neg Bx,a^* \wedge \neg Ax,a^*)$

E.g., there is no sign before a*, nor after a*.

T4.29 $\forall x\ PCx,a^*$

E.g., all signs are partially contemporaneous with a*

T4.30 $\forall x \forall y\ [Bx,y \rightarrow (Bx,iy \wedge Bix,y \wedge Bix,iy)]$

E.g., if a sign x is before a sign y, then x is before the interior of y, the interior of x is before y, and the interior of x is before the interior of y.

The following definition establishes a temporal ordering relation between points (Clarke 1985, p. 71):

D5.1 $B(X,Y) := PT(X) \wedge PT(Y) \wedge \exists x \exists y\ (x \in X \wedge y \in Y \wedge Bx,y)$

E.g., a semiotic set X is before a semiotic set Y iff X and Y are semiotic points, and if there is an x and a y (e.g., x and y are signs) such that x is element of X and y is element of Y, and x is before y.

With D5.1, we can also define "point X is after point Y" and "point X is contemporary with point Y":

D5.2 $A(X,Y) := B(Y,X)$
D5.3 $C(X,Y) := PT(X) \wedge PT(Y) \wedge \neg B(X,Y) \wedge \neg A(X,Y)$

Together with these definitions, we will formulate the following two new axioms:

A5.1 $\forall x \forall y\ (\neg Bx,y \rightarrow \exists X \exists Y\ \{PT(X) \wedge PT(Y) \wedge x \in X \wedge y \in Y \wedge$
$\forall z \forall w\ [z \in X \wedge w \in Y) \rightarrow Bz,w]\})$

A5.2 $\forall x \forall y \forall X \forall Y\ \{PT(X) \wedge PT(Y) \wedge x \in X \wedge y \in Y \wedge Bx,Y) \rightarrow$
$\forall z \forall w\ [(z \in X \wedge w \in Y) \rightarrow \exists u \exists v\ (Pu,z \wedge u \in X \wedge Pv,w \wedge v \in Y \wedge Bu,v)]\}$

Cf. A2.1 and A3.1.

Furthermore, we give the following 6 theorems according to Clarke (1985, p. 72).

T5.1 $\forall X \forall Y\ [(PT(X) \wedge PT(Y)) \rightarrow B(X,Y) \vee C(X,Y) \vee A(X,Y)))]$

E.g., in the intersection of two semiotic points X and Y, X is either before Y, or contemporaneous with X, or after Y.

T5.2 $\forall X \forall Y\ (B(X,Y) \equiv \{PT(X) \wedge PT(Y) \wedge \forall x \forall y\ [x \in X \wedge y \in Y) \rightarrow$
$\exists z \exists w\ (Pz,x \wedge z \in X \wedge Pw,y \wedge w \in Y \wedge Bz,w)]\})$

T5.3 $\forall x \forall y\ \{Bx,y \equiv \forall X \forall Y\ \{(PT(X) \wedge PT(Y) \wedge x \in X \wedge y \in Y) \rightarrow B(X,Y)]\}$

T5.4 $\forall X\ \neg B(X,X)$

T5.5 $\forall X \forall Y \forall Z\ [(B(X,Y) \wedge B(Y,Z)) \rightarrow B(X,Z)]$

E.g., no semiotic set can be before itself. To transitivity in semiotics cf. Toth (1996).

T5.6 $\forall X \forall Y\ (B(X,Y) \rightarrow \neg B(Y,X))$

E.g., if the semiotic set X is before the semiotic set Y, then Y is not before X.

With the following three additional definitions, Clarke (1985, p. 73) introduces Minkowski cones into his space-time topology. “CP” stands for “the causal past of”, “CF” for “the causal future of”, and CO “the causal contemporaries of”:

D5.4 $X° = CP'Y := X° = \{X: B(X,Y)\}$
D5.5 $X° = CF'Y := X° = \{X: A(X,Y)\}$
D5.6 $X° = CO'Y := X° = \{X: C(X,Y)\}$

For related temporal notions in connections with semiotic posets cf. Toth (2007, pp. 83 s.). For sets analogous to Carnap’s (1958) world lines cf. Clarke (1985, p. 73, D5.7 and D5.8).

Bibliography

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Carnap, Rudolph, Symbolic Logic and Its Applications. New York 1958

Clarke, Bowman L., A calculus of individuals based on “connection”. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 22/3, 1981, pp. 204-218

Clarke, Bowman L., Individuals and points. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 26/1, 1985, pp. 61-75

Toth, Alfred, Grundriss einer ordnungstheoretischen Semiotik. In: European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, pp. 503-526

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotic calculi of extensional sign-connections. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Semiotics as a point-free geometry. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Towards a semiotic mereology. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c

Semiotic calculi of extensional sign-connections

1. In this paper, I shall continue some ideas adopted for semiotics in Toth (2008b, c). I intend to show that Clarke's "Calculus of Individuals" (CI), which is based on the Whiteheadean primitive binary predicate "x is extensionally connected with y", is valid for semiotics, too. Insofar, this paper is also a sequel of my mathematical-logic semiotics presented in Toth (2007, pp. 143 ss.). As for the parts of this study, I will also follow Clarke (1981), who subdivided his landmark-study into a mereological, a quasi-Boolean (without null element), and a quasi-topological (without boundary elements) part.

2. Mereological calculus

We define the following first-order operators:

Cx,y = x is connected to y
DCx,y = x is disconnected from y
Px,y = x is a part of y
PPx,y = x is a proper part of y
Ox,y = x overlaps y (i.e., x and y share a common interior point)
DRx,y = s is discrete from y
ECx,y = x is externally connected to y
TPx,y = x is a tangential part of y
NTPx,y = x is a non-tangential part of y

as follows and illustrate them with semiotic examples:

D0.1 $DCx,y := \neg C,xy$
E.g., $DC(1.2, 1.3) = \neg C(1.2, 1.3)$

D0.2 $Px,y := \forall z\ (Cz,x \rightarrow Cz,y)$
E.g., $P(x, y) = (1.3) \rightarrow (2.2\ 1.3)$

D0.3 $PPx,y := Px,y \wedge \neg Py,x$

E.g., $(1.3) \rightarrow (2.2\ 1.3) \wedge \neg((2.2\ 1.3) \rightarrow (1.3))$

D0.4 $Ox,y := \exists z\ (Pz,x \wedge Pzy)$

E.g., $(3.1\ 2.2) \wedge (2.2\ 1.3) = (1.3)$

D0.5 $DRx,y := \neg Ox,y$

E.g., $(3.1\ 1.1) \wedge (2.2\ 1.3) = \varnothing$

D0.6 $ECx,y := Cx,y \wedge \neg Ox,y$

E.g., x = (3.1 2.1 1.1) and y = (3.2 2.2 1.2) are connected, since (3.1) < (3.2), (2.1) < (2.2), (1.1) < (1.2), (2.1 1.1) < (2.2 1.2), and (3.1 2.1 1.1) < (3.2 2.2 1.2), but x does not overlap y, since (3.1 2.1 1.1) $\wedge$ (3.2 2.2 1.2) = $\varnothing$.

D0.7 $TPx,y := Px,y \wedge \exists z\ (ECz,x \wedge ECz,y)$

E.g., x = (3.2 2.2 1.2), y = (3.3 2.3 1.3). If we assume that z = (3.1 2.1 1.1), then P(x,y) holds, because (3.2 2.2 1.2) < (3.3 2.3 1.3), and since (3.1 2.1 1.1) < (3.2 2.2 1.2) and also (3.1 2.1 1.1) < (3.3 2.3 1.3), it follows that (3.2 2.2 1.2) is a tangential part of (3.3 2.3 1.3).

D0.8 $NTPx,y := Pxy \wedge \neg\exists z\ (ECz,x \wedge ECz,y)$

E.g., x = (3.1 2.1 1.1), y = (3.2 2.2 1.2), and z = (3.3 2.3 1.3). Although (3.1 2.1 1.1) < (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3) is neither externally connected to x nor to y, so that x is a non-tangential part of y.

Clarke's axiomatization requires only the following to axioms, a mereological axiom and an axiom analogous to the axiom of extension in set theory (Clarke 1981, p. 206):

A0.1 $\forall x[Cx,x \wedge \forall y\ (Cx,y \rightarrow Cy,x)]$

E.g., for each $x, y \in \{1, 2, 3\}$ (the set of the prime-signs, cf. Bense 1980), there is the set {(1.1), (2.2), (3.3)}, and for each sub-signs of the structure (a.b), there is also the corresponding sub-signs of the structure (b.a) in the semiotic matrix, i.e. for (1.2), there is (2.1), for (1.3), there is (3.1), and for (2.3), there is (3.2) in the semiotic matrix. In other words, AO.1 alone is sufficient to construct all the sub-signs of the semiotic matrix.

A0.2 $\forall x \, \forall y \, [\forall z \, (Cz,x \equiv Cz,y) \rightarrow x = y]$

E.g., let us assume that there are two semiotic sets S = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)} and S' = {(1.1'), (1.2'), (1.3'), (2.1'), (2.2'), (2.3'), (3.1'), (3.2'), (3.3')}. Then, AO.2 says $S \equiv S'$, iff they have precisely the same members. In other words, any set is determined uniquely by its members.

The following 47 theorems that are based on the two axioms and the eight definitions given above, are displayed here in the order of Clarke (1981, pp. 206 s.):

T0.1 $\forall x \, Cx,x$

E.g., take any $x \in$ = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}.

T0.2 $\forall x \forall y \, (Cx,y \equiv Cy,x)$

E.g., if (2.1) is connected to (3.1), then (3.1) is also connected to (2.1).

T0.3 $\forall x \forall y \, [\forall z \, (Cz,x = Cz,y) \equiv x = y]$

E.g., if x = (2.1), y = (2.1'), and z = (3.1), then to say that (3.1, 2.1) = (3.1, 2.1') is identical to say that (2.1) = (2.1').

T0.4 $\forall x \forall y \, (\neg DCx,y \equiv Cx,y)$

E.g., if two sub-signs are not disconnected, then they must be connected.

T0.5 $\forall x\ Px,x$

E.g., (1.3) $\leq$ (1.3).

T0.6 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge Py,z) \rightarrow Px,z]$

E.g., if (3.1) is a part of (3.1 2.2), and (3.1 2.2) is a part of (3.1 2.2 1.3), then (3.1) is also a part of (3.1 2.2 1.3).

T0.7 $\forall x \forall y\ [(Px,y \wedge Py,x) \equiv x = y]$

E.g., if (3.1) is a part of (3.1 2.2), and (3.1 2.2) is a part of (3.1), then (3.1) = (3.1 2.2), which is wrong.

T0.8 $\forall x \forall y\ [Px,y \equiv \forall z\ (Pz,x \rightarrow Pz,y)]$

E.g., if (3.1) is a part of (3.1 2.2), then ((a.b), 3.1)) $\rightarrow$ ((a.b), (3.1 2.2)) for (a.b) $\in$ = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}.

T0.9 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge Cz,x) \rightarrow Cz,y]$

E.g., if x = (1.2) and y = (1.3), then P((1.2), (1.3)). If z = (1.1), then C((1.1), (1.2), and it follows that C((1.1), (1.3)).

T0.10 $\forall x \forall y\ [Cx,y \equiv \exists z\ (Pz,y \wedge Cx,z)]$

E.g., if x = (1.2), y = (1.3), and z = (1.1), then C((1.2), (1.3)) $\equiv$ (P((1.1), (1.3)) $\wedge$ C((1.2), (1.1)).

T0.11 $\forall x \forall y\ (Px,y \rightarrow Cx,y)$

E.g., P((1.2), (1.2 2.2)) $\rightarrow$ C((1.2), (1.2 2.2))

T0.12 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge DCz,y) \rightarrow DCz,x]$

E.g., if P((2.1), (2.1 3.1)) $\wedge$ DC((1.1), (2.1 3.1)) $\rightarrow$ DC((1.1), (2.1)).

T0.13 $\forall x \neg PPx,x$

E.g., PP((1.3), (1.3)).

T0.14 $\forall x \forall y\ (PPx,y \rightarrow Px,y)$

E.g., PP((1.3), (1.3 2.2)) $\rightarrow$ P((1.3), (1.3 2.2)).

T0.15 $\forall x \forall y\ (PPx,y \rightarrow \neg PPy,x)$

E.g., PP((1.3), (1.3 2.2)) $\rightarrow \neg$PP ((1.3 2.2), (1.3)).

T0.16 $\forall x \forall y \forall z\ [(PPx,y \wedge PPy,z) \rightarrow PPx,z]$

E.g., PP((1.3), (1.3 2.2)) $\wedge$ ((1.3 2.2), (1.3 2.2 3.1)) $\rightarrow$ PP((1.3), (1.3 2.2 3.1))

T0.17 $\forall x\ Ox,x$

E.g., (1.2) $\wedge$ (1.2) = (1.2).

T0.18 $\forall x \forall y\ (Ox,y = Oy,x))$

E.g., O((1.2), (2.2 1.2)) = O((2.2 1.2), (1.2)).

T0.19 $\forall x \forall y\ (Ox,y \rightarrow Cx,y)$

E.g., O((1.2), (2.2 1.2)) $\rightarrow$ C((1.2), (2.2 1.2)).

T0.20 $\forall x \forall y\ [(Px,y \wedge Oz,x) \rightarrow Oz,y]$

E.g., $P((1.2), (2.2\ 1.2)) \wedge O((2.2\ 1.3), (1.2)) \rightarrow O((2.2\ 1.3), (2.2\ 1.2))$.

T0.21 $\forall x \forall y\ (Px,y \rightarrow Ox,y)$

E.g., $P((1.2), (2.2\ 1.2)) \rightarrow O((1.2), (2.2\ 1.2))$

T0.22 $\forall x \forall y\ (\neg DRx,y \equiv Ox,y)$

E.g., $\neg DR((1.2), (2.2\ 1.2)) \equiv O((1.2), (2.2\ 1.2))$

T0.23 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge DRz,y) \rightarrow DRz,x]$

E.g., $P((1.2), (2.2\ 1.2)) \wedge DR((3.3), (2.2\ 1.2)) \rightarrow DR((3.3), (1.2))$.

T0.24 $\forall x\ \neg ECx,x$

E.g., any sub-sign is externally connected with itself; i.e., the intersection of a sub-sign with itself is non-empty.

T0.25 $\forall x \forall y\ (ECx,y \equiv ECy,x)$

E.g., if a sign x which is externally connected to a sign y, then y is also externally connected to x.

T0.26 $\forall x \forall y\ (ECx,y \rightarrow Cx,y)$

E.g., every sign that is externally connected is also connected.

T0.27 $\forall x \forall y\ (ECx,y \rightarrow \neg Ox,y)$

E.g., every sign x that is externally connected to a sign y, does not overlap with y, i.e. x and y do not share internal parts.

T0.28 $\forall x \forall y\ [Cx,y \equiv (ECx,y \vee Ox,y)]$

E.g., two signs x and y are connected iff they are either externally connected or overlap.

T0.29 $\forall x \forall y\ [Ox,y \equiv (Cx,y \wedge \neg ECx,y)]$

E.g., a sign x overlaps a sign y iff x and y are connected, but not externally connected.

T0.30 $\forall y \forall y\ [\neg ECx,y \equiv (Ox,y \equiv Cx,y)]$

E.g., if two signs x and y are not externally connected, then x overlaps y, and x is connected to y.

T0.31 $\forall y \forall y\ [\neg \exists z\ ECz,x \rightarrow [Px,y \equiv \forall z\ (Oz,x \rightarrow Oz,y)]]$

E.g., if there is not sign z, which is externally connected to x, than it follows that $[Px,y \equiv \forall z\ (Oz,x \rightarrow Oz,y)]]$, cf. D0.2.

T0.32 $\forall x \forall y\ (TPx,y \rightarrow P(x,y)$

E.g., if a sign x is a tangential part of a sign y, then x is a part of y.

T0.33 $\forall x \forall y\ [TPx,y \rightarrow \exists z\ (ECz,x \wedge ECz,y)]$

E.g., If a sign x is a tangential part of a sign y, then there a sign z, so that z is both connected to x and to y.

T0.34 $\forall x \forall y \forall z\ [(TPz,x \wedge Pz,y \wedge Py,x) \rightarrow TPz,y]$

E.g., if a sign z is a tangential part of a sign x, and z is a part of a sign y, and y is a part of x, then z is a tangential part of y.

T0.35 $\forall x \forall y\ (NTPx,y \rightarrow Px,y)$

E.g., If a sign x is a non-tangential part of a sign y, then x is a part of y.

T0.36 $\forall x \forall y\ [NTPx, y \rightarrow \neg \exists z\ (ECz,x \wedge ECz,y)]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, then there is not sign z, to which both x and y are externally connected.

T0.37 $\forall x \forall y\ (TPx,y \rightarrow \neg NTPx,y)$

E.g., if a sign x is a tangential part of a sign y, then x cannot be at the same time a non-tangential part of y.

T0.38 $\forall x \forall y\ [TPx,y \equiv (Px,y \wedge \neg NTPx,y)]$

E.g., if a sign x that is a part of a sign y, and x is not a non-tangential part of y, then x is a tangential part of y.

T0.39 $\forall x \forall y\ [NTPx,y \equiv (Px,y \wedge \neg TPx,y)]$

E.g., If a sign x is a part of a sign y, and x is not a tangential part of y, then it is a non-tangential part.

T0.40 $\forall x \forall y\ [Px,y \equiv (TPx,y \vee NTPx,y)]$

E.g., A sign x that is part of a sign y, is either a tangential or a non-tangential part of y.

T0.41 $\forall x\ (NTPx,x \equiv \neg\exists y\ ECy,x)$

E.g., a sign x is a non-tangential part of itself, iff there is is no sign y that is externally connected to x.

T0.42 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Cz,x) \rightarrow Cz,y]$

E.g., If a sign x is a non-tangential part of a sign y, and a sign z is connected to x, then z is also connected to y.

T0.43 $\forall y \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Oz,x) \rightarrow Oz,y]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and if a sign z overlaps x, then z overlaps y, too.

T0.44 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Cz,x) \rightarrow Oz,y]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and if a sign z is connected to x, then z overlaps y, too.

T0.45 $\forall x \forall y \forall z\ [(Px,y \wedge NTPy,z) \rightarrow NTPx,z]$

E.g., if a sign x is a part of the sign y, and y is a non-tangential part of the sign z, then x (too) is a non-tangential part of z.

T0.46 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Py,z) \rightarrow NTPx,z]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and y is a part of a sign z, then x is a non-tangential part of z (, too).

T0.47 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge NTPy,z) \rightarrow NTPx,z]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and y is a non-tangential part of a sign z, then x is a non-tangential part of a sign z.

3. Quasi-Boolean calculus

Following Clarke (1981, pp. 208 ss.), X, Y, and Z are taken as variables ranging over sets of individuals, that is, sub-sets of {x: Cx,x}. The expression x = f'X means "x is identical to the fusion of the set X":

D1.1 $x = f'X := \forall y\, [Cy,x \equiv \exists z\, (z \in X \wedge Cy,z)]$

Using this definition, we shall define x + y for the quasi-Boolean union, -x for the quasi-Boolean complement, a* for the quasi-Boolean universal, and $x \wedge y$ for the quasi-Boolean intersection:

D1.2 $x + y := f'[z: Pz,x \vee Pz,y]$
D1.3 $-x := f'[y: \neg Cy,x]$
D1.4 $a^* := f'[y: Cy,y]$
D1.5 $x \wedge y := f'[z: Pz,x \cdot Pz,y]$

In addition to these definitions, we need the following axiom:

A1.1 $\forall X\, (\neg X = \Lambda \rightarrow \exists x\, x = f'X)$

In order to display the 47 theorems built on this axiom and the definitions, we follow again Clarke (1981, pp. 209 ss.):

T1.1 $\forall X\, \{\neg X = \Lambda \rightarrow \forall x\, [Cx,f'X \equiv \exists y\, (y \in X \wedge Cx,y)]\}$

T1.2. $\forall x\, (\neg X = \Lambda \equiv \exists x\, x = f'X)$

T1.3 $\forall X \forall x\, (x \in X \rightarrow Px,f'X)$

T1.4 $\forall X \forall Y\, [\neg X = \Lambda \wedge X \subseteq Y) \rightarrow Pf'X,f'Y]$

T1.5 $\forall X \forall Y\, [\neg X = \Lambda \wedge X = Y) \rightarrow f'X = f'Y$

T1.6 $\forall x\ x = f' \{x)$

T1.7 $\forall x\ x = f' \{y: Py,x\}$

T1.8 $\forall x\ f' \{x\} = f' \{y: Py,x\}$

We explain here T1.1 – T.18 together. X can be defined in several ways, f.ex. as the set of the monadic sub-signs, X = {a.1, b.1, c.1}, the set of dyadic sub-signs, X = {a.2, b.2, c.2}, or the set of triadic sub-signs, X = {a.3, b.3, c.3}, where a, b, c $\in$ {1., 2., 3.}. Alternatively, X can be defined as the trichotomy of firstness, X = {1.a, 1.b, 1.c}, as the trichotomy of secondness, X = {2.a, 2.b, 2.c}, or as the trichotomy of thirdness, X = {3.a, 3.b, 3.c}, or, e.g. as the set of diagonal sub-signs, then X = {1.1, 2.2, 3.3} or X = {3.1, 2.1, 1.3}, etc. E.g., if X = {1.a, 1.b, 1.c}, then $\neg X = \Lambda$ = {2.a, 2.b, 2.c, 3.a, 3.b, 3.c}.

T1.9 $\forall x \forall y\ \exists z\ z = x + y$

E.g., (1.1) + (1.2) = ((1.1), (1.2)) (cf. Toth 2007, p. 144). For the union of sign-classes and reality thematics cf. Berger (1976).

T1.10 $\forall x \forall y \forall z\ \{Cz,x+y \equiv \exists w\ [Pw,x \vee Pw,y) \wedge Cz,w]\}$

E.g., two sub-signs z = (1.1), and the sum (1.1) + (1.2) = (1.3) are connected, means the same as that there is a w such that w is a part of x, or w is a part of y, and z and w are connected.

T1.11 $\forall x \forall y \forall z\ [Cz,x+y \equiv (Cz,x \vee Cz,y)]$

E.g., let be z = (1.1), x = (1.1), y = (1.2), then z and (x + y) are connected means, that either z and x are connected, or z and y are connected.

T1.12 $\forall X \forall Y\ [\neg X = \Lambda \wedge \neg Y = \Lambda) \rightarrow f'X \vee Y = f'X + f'Y]$

Cf. T1.8.

T1.13 $\forall x \forall y\ x + y = f'\{x\} \vee \{y\}$

Cf. T1.8.

T1.14 $\forall x\ x + x = x$

E.g., (1.2) + (1.2) = (1.2), or generally (a.b) + (a.b) = (a.b).

T1.15 $\forall x \forall y\ x + y = y + x$

E.g., (1.2) + (1.3) = (1.3) + (1.2).

T1.16 $\forall x \forall y \forall z\ (x + y) + z = x + (y + z)$

E.g. (1.1 + 1.2) + 1.3 = 1.1 + (1.2 + 1.3).

T1.17 $\forall x \forall y Px,x + y$

E.g. if x = (1.1) and x + y = (1.1 + 1.2), then P((1.1), (1.1 + 1.2)).

T1.18 $\forall x \forall y \forall z\ [(Pz,x \vee Pz,y) \rightarrow Pz,x+y]$

E.g., P((1.1), (1.3)) $\vee$ P((1.1), (1.2)) $\rightarrow$ P((1.3), (1.3 + 1.2)).

T1.19 $\forall x \forall y \forall z\ (Px,y \rightarrow Px,y+z)$

E.g., P((1.2), (1.2 3.2)) $\rightarrow$ P((1.2), ((1.2 3.2 2.3)).

T1.20 $\forall x \forall y \forall z\ (x = y \rightarrow z + x = z + y)$

E.g., if a sign x is even with a sign y, then the union of the sign x any a sign z is even to the union of the sign y and the sign z.

T1.21 $\forall x \forall y$ (Px,y ≡ Px+y, y)

E.g., P((1.2), (1.2 2.2)) ≡ P((1.2 + (1.2 2.2)), (1.2 2.2)).

T1.22 $\forall x \forall y$ (Px,y) ≡ y = x + y

E.g., P((1.2, (1.2 2.2)) ≡ (1.2 2.2) = (1.2 + 1.2 2.2).

T1.23 $\exists x$ x = a*

Cf. A1.1

T1.24 $\forall x$ [Cx,a* ≡ $\exists y$ (Cy,y $\wedge$ Cx,y)]

E.g., if both x and y als elements of the set of prime-signs {1, 2, 3}, then Cy,y $\wedge$ Cx,y already scoops out all the elements of the set of sub-signs {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}.

T1.25 $\forall x$ Px,a*

Cf. T1.24. Since a* = {y: Cy,y} (D1.4), each x $\in$ signs {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)} is a part of a*.

T1.26 $\forall x$ Cx,a*

According to T0.11, we have: $\forall x \forall y$ (Px,y $\rightarrow$ Cx,y), and since the set of sub-signs fulfills $\forall x$ Px,a* (T1.25), this implies T1.26.

T1.27 $\forall x$ Ox,a*

Since the set of sub-signs fulfills T1.25 and since we have T0.21: $\forall x \forall y$ (Px,y $\rightarrow$ Ox,y), it follows immediately that the set of sub-signs fulfills T1.27, too.

T1.28 $\forall x\ x + a^* = a^*$

Since $a^* = \{y: Cy,y\}$, the union of any $x \in$ signs $\{(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)\}$ with $a^* = a^*$.

T1.29 $\forall x\ (\forall y\ Py,x \equiv x = a^*)$

Since $a^* = \{y: Cy,y\}$ (D1.4), T1.29 follows immediately from T1.25 and T1.26.

T1.30 $\forall x\ (\forall y\ Cy,x \equiv x = a^*)$

According to T0.11, we have: $\forall x \forall y\ (Px,y \rightarrow Cx,y)$, so T1.30 follows directly from T1.29.

T1.31 $\forall x\ \neg ECx,a^*$

E.g., since $a^* = \{y: Cy,y\}$, the semiotic connection must have internal points.

T1.32 $\forall x\ (\exists y\ y = \neg x \equiv \neg x = a^*$

E.g., let be $x = (3.a)$, then one possible negate is $(a.3)$, where $a \in \{1, 2, 3\}$. However, because of T1.8, it follows for semiotics, that every sub-sign (a.b) can substitute its own negate!

T1.33 $\forall x\ \{\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ [Cy,-x \equiv \exists z\ (\neg Cz,x \wedge Cy,z)]\}$

E.g., if $z = -x$, then the connection $Cy,-x$ excludes the existence of $\neg C-x,x$, i.e. the connection of a sign x with its complement (cf. Toth 2007, p. 143).

T1.34 $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ (Cy,-x \equiv \neg Py,x)]$

E.g., if two signs y and –x (i.e. the complement of x) are connected, then y cannot be a part of x.

T1.35 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow x = --x$

E.g., the complement of the complement (or the negate of the negative, respectively) of a sign is the sign itself.

T1.36 $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ (\neg Cy,x \equiv Py,-x)]$

E.g., if a sign y is not connected to a sign x, then y is a part of the complement of x.

T1.37 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow \neg Cx,-x)$

E.g., a sign x can never be connected to its complement.

T1.38 $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ (x = y \rightarrow -x = -y)]$

E.g., if two signs x and y are connected to one another, then their complements are connected, too.

T1.39 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow \forall y\ Py,x+-x)$

E.g., if a sign z = -x, then y is a part of the union of x and its complement.

T1.40 $\forall x \forall y\ [(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \rightarrow Px,y \equiv P-y,-x)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the complement –y is a part of the complement –x, too.

T1.41 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow x + -x = a^*)$

E.g., the union of all signs x and their complements –x is even to the semiotic quasi-Boolean universal.

T1.42 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \equiv Ox,y)$

E.g., let be x = (3.1 2.2 1.3) and y = (3.1 2.2 12), then x overlaps y, since the intersection $x \wedge y$ = (3.1 2.2).

T1.43 $\forall x \forall y\ (\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ \{Cz,x{\wedge}y \equiv \exists w\ [(Pw,x \wedge Pw,y) \wedge Cz,w]\})$

E.g., x = (3.1 2.2 1.3), y = (3.1 2.2 1.2), z = (3.1 2.1 1.1). Then, w = (3.1 2.2), and C((3.1 2.1 1.1), (3.1 2.2)) = (P((3.1 2.2), (3.1 2.2 1.3)) $\wedge$ P((3.1 2.2), (3.1 2.2 1.2))) $\wedge$ C((3.1 2.1 1.1), (3.1 2.2)).

T1.44 $\forall x \forall y\ \{\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ [Cz,x{\wedge}y \rightarrow (Cz,x \wedge Cz,y)]\}$

E.g., if a sign z is connected to the intersection of two signs x and y, then z is both connected to x and to y.

T1.45 $\forall x \forall y\ \{\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ [(Pz,x \wedge Pz,y) \equiv Pz,x{\wedge}y]\}$

E.g., if a sign z is a part of a sign x and also a part of a sign y, then z is a part of the intersection of x and y, too.

T1.46 $\forall x \forall y\ \{[(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \wedge \exists z\ z = x \wedge y] \rightarrow x \wedge y = -(-x + -y)\}$

E.g., if a sign z can take the values of –x, -y, and $x \wedge y$, then the intersection of x and y is even to the complement of the union of the complements of x and y.

T1.47 $\forall x\ x \wedge x \equiv x$

E.g., (3.1 2.1 1.3) $\wedge$ (3.1 2.1 1.3) = (3.1 2.1 1.3).

T1.48 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow x \wedge y = y \wedge x$

E.g., (3.1 2.1 1.3) $\wedge$ (3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3) $\wedge$ (3.1 2.1 1.3).

T1.49 $\forall x \forall y \forall z \{[((\exists w\ w = x \wedge y) \wedge (\exists w\ w = y \wedge z) \wedge (\exists w\ w = (x \wedge y) \wedge z] \rightarrow (x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)\}$

E.g., ((3.1 2.2 1.3) ∧ (3.1 2.2 1.2)) ∧ (3.1 2.3 1.3) = (3.1 2.2 1.3) ∧ ((3.1 2.2 1.2) ∧ (3.1 2.3 1.3)).

T1.50 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow Px{\wedge}y,x)$

E.g., the intersection of two signs x and z are part of the sign x.

T1.51 $\forall x \forall y\ [\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow (Px,y \equiv x = x \wedge y)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the intersection of x and y is a part of y.

T1.52 $\forall x \forall y\ [\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ (Px,y \rightarrow Px{\wedge}z,y)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the intersection of x with a sign z is a part of y, too.

T1.53 $\forall x \forall z\ [\exists w\ w = x \wedge z \rightarrow \forall y\ (x = y \rightarrow x \wedge z = y \wedge z)]$

E.g., if sign x is substituted by a sign y, then the intersection of x and z is even to the intersection of y and z.

T1.54 $\forall x \forall y\ \{\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ [NTPz,x{\wedge}y \rightarrow (NTPz,x \wedge NTPz,y)]\}$

E.g., a sign z is a non-tangential part of the intersection of two signs x and y, if z is a non-tangential part of both x and y.

T1.55 $\forall x\ x \wedge a^* = x$

E.g., the intersection of a sign-class x with all other nine sign-classes of the set of the ten sign-classes is the set containing the sign-class x.

T1.56 $\forall x \forall y \{[(\exists z\ z = -x) \wedge (\exists z\ z = -y) \wedge \neg ECx,-y] \rightarrow (-x + y = a^* \equiv Px,y)\}$

E.g., if there is no external connection of a sign x to a the complement of a sign y, then the union of the complement of the sign x and the sign y is even to a*, i.e. the semiotic quasi-Boolean universal, which statement means the same like that x is a part of y.

4. Quasi-topological calculus

Following Clarke (1981, p. 212), we shall now introduce the quasi-topological operators, ix for the interior of x, cx for the closure of x, and ex for the exterior of x, and quasi-topological predicates as OPx for "x is open", and CLx for "x is closed":

D2.1 $ix := f'\{y: NTPy,x\}$

D2.2 $cx := f'\{y: \neg Cy,i\text{-}x\}$

D2.3 $ex := f'\{y: NTPy,-x\}$

D2.4 $OPx := x = ix$

D2.5 $CLx := x = cx$

Further, we need the following axiom:

A2.1 $\forall x\ (\exists z\ NTPz,x \wedge \forall y\ \forall z\ \{[(Cz,x \rightarrow Oz,x) \wedge (Cz,y \rightarrow Oz,y)] \rightarrow (Cz,x{\wedge}y \rightarrow Oz,x{\wedge}y)\})$

E.g., if the connection of two signs z and x implies the overlap of z over x, and if the connection of two signs z and y implies the overlap of z over y, then the connection of z and the intersection of x and y implies the overlap of z and the intersection of x and y.

In displaying the following 45 theorems, we will again follow Clarke (1981, pp. 213 ss.):

T2.1 $\forall x \, \exists y \; y = ix$

E.g., the distinction between interior, exterior, closure, open and closes sets is valid for semiotic sets, too.

T2.2 $\forall x \forall y \; [Cy,ix \equiv \exists z \; (NTPz,x \wedge Cy,z)]$

E.g., if a sign y is connected to the interior of a sign x, then there is a z such that z is a non-tangential part of x, and y is connected to z.

T2.3 $\forall x \forall y \; (NTPy,x \rightarrow Py,ix)$

E.g., if a sign y is a non-tangential part of a sign x, the y is a part of the interior of x.

T2.4 $\forall x \; Pix,x$

E.g., the interior of a sign x is a part of x.

T2.5 $\forall x \forall y \; (Cy,ix \rightarrow Oy,x)$

E.g., if a sign y is connected to the interior of a sign x, then y overlaps x.

T2.6 $\forall x \forall y \; (ECy,x \rightarrow \neg Cy,ix)$

E.g., if a sign y is externally connected to a sign x, then y is not connected to the interior of x.

T2.7 $\forall x \forall y\ (ECy,x \rightarrow \neg ECy,ix)$

E.g., if a sign y is externally connected to a sign x, then y is not externally connected to the interior of x.

T2.8 $\forall x \forall y\ (Py,ix \rightarrow Py,x)$

E.g., if a sign y is connected to the interior of x, then y is a part of x.

T2.9 $\forall x\ NTPix,x$

E.g., the interior of a sign x is a non-tangential part of x.

T2.10 $\forall x\ \neg TPix,x$

E.g., the interior of a sign x is not a tangential part of x.

T2.11 $\forall x \forall y\ (Py,ix \equiv NTPy,x)$

E.g., the statement that a sign y is a part of the interior of a sign x is equivalent to the statement that y is a non-tangential part of x.

T2.12 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Cz,x) \rightarrow Cz,iy]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and a sign z is connected to x, then z is connected to the interior of y.

T2.13 $\forall x \forall y \forall z\ [(NTPx,y \wedge Oz,x) \rightarrow Oz,iy]$

E.g., if a sign x is a non-tangential part of a sign y, and if a sign z overlaps x, then z overlaps the interior of y.

T2.14 $\forall x \forall y\ (Px,y \rightarrow Pix,iy)$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the interior of x is (also) a part of the interior of y.

T2.15 $\forall x \forall y\ (x = y \rightarrow ix = iy)$

E.g., if two signs x and y are even, then their interiors are even, too.

T2.16 $\forall x\ ix + x = x$

E.g., the union of a sign and its interior is this sign.

T2.17 $\forall x\ ix \wedge x = ix$

E.g., the intersection of a sign and its interior is this interior.

T2.18 $\forall x\ (NTPx,x \equiv ix = x)$

E.g., the statement that a sign x is a non-tangential part of itself is equivalent to the statement that x is even to its interior.

T2.19 $\forall x \forall y\ (Ox,y \equiv Oix,ix)$

E.g., the statement that a sign x overlaps a sign y is equivalent to the statement that the interior of a sign x overlaps the interior of a sign y.

T2.20 $\forall x \forall y\ (Ox,y \equiv Ox,iy)$

E.g., the statement that a sign x overlaps a sign y is equivalent to the statement that x overlaps the interior of y.

T2.21 $\forall x \forall y\ (Cx,iy \equiv Ox,y)$

E.g., the statement that a sign x is connected to the interior of a sign y is equivalent to the statement that x overlaps y.

T2.22 $\forall x \forall y\ (Cx,iy \equiv Ox,iy)$

E.g., the statement that a sign x is connected to the interior of a sign y is equivalent to the statement that x overlaps the interior of y.

T2.23 $\forall x \forall y\ (Cix,iy \equiv Oix,iy)$

E.g., the statement that the interior of a sign x is connected to the interior of a sign y is equivalent to the statement that the interior of x overlaps the interior of y.

T2.24 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \equiv \exists z\ z = ix \wedge iy)$

E.g., two sign x and y intersect iff their interiors intersect.

T2.25 $\forall x \forall y\ \neg ECx,iy$

E.g., a sign x cannot be externally connected to the interior of a sign y.

T2.26 $\forall x\ Pix,iix$

E.g., the interior of a sign x is part of itself.

T2.27 $\forall x\ iix = ix$

E.g., the interior of the interior of a sign x is even to the interior of this sign x.

T2.28 $ia^* = a^*$

E.g., the interior of the semiotic universal is even to the universal.

T2.29 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow Pix{\wedge}iy,x{\wedge}y)$

E.g., if two signs x and y intersect, then the intersection of their interiors is a part of the intersection of the signs.

T2.30 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow Pi(x{\wedge}y),ix{\wedge}iy)$

E.g., if two signs x and y intersect, then the interior of their intersection is a part of the intersection of their interiors.

T2.31 $\forall x \forall y\ \{\exists w\ w = x \wedge y \rightarrow \forall z\ [NTPz,x \wedge NTPz,y) \equiv NTPz,x{\wedge}y]\}$

E.g., if a sign z is a non-tangential part of a sign x and a non-tangential part of a sign y, then it is also a non-tangential part of the intersection of x and y.

T2.32 $\forall x \forall y\ (\exists z\ z = x \wedge y \rightarrow ix \wedge iy = i(x \wedge y))$

E.g., the intersection of the interior of a sign x and the interior of a sign y is the same as the interior of the intersection of these two signs.

T2.33 $\forall x\ (\exists z\ z = cx \equiv \exists y\ \neg Cy,i\text{-}x)$

E.g., if a sign z is the closure of a sign x, this means that there is a sign y such that y is not connected to the interior of the complement of x.

T2.34 $\forall x\ \{\exists z\ z = cx \rightarrow \forall w\ w\ [Cw,cx \equiv \exists y\ \neg Cy,i\text{-}x \wedge Cw,y)]\}$

E.g., if a sign w is connected to the closure of a sign x, then this means that a sign y is not connected to the interior of the complement of x, and w is connected to y.

T2.35 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow \exists z\ z = cx)$

E.g., a sign that has a complement, has also a closure.

T2.36 $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall w\ (Cw,cx \equiv \neg NTPw,-x)]$

E.g., $\forall x\ [\exists z\ z = -x \rightarrow \forall w\ (Cw,cx \equiv \neg NTPw,-x)]$

E.g., if a sign w is connected to the closure of a sign x, then w cannot be a non-tangential part of the complement of x.

T2.37 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow cx = -i-x)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the closure of x is even to the complement of the interior of the complement of x.

T2.38 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow i-x = -cx)$

E.g., if a sign z ist the complement of a sign x, then the interior of the complement of x is even to the complement of the closure of x.

T2.39 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow c-x = -ix)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the closure of the complement of x is even to the complement of the interior of x.

T2.40 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow ix = -c-x)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the interior of x is even to the complement of the closure of the complement of x.

T2.41 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow Px,cx)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then x is a part of its closure.

T2.42 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow ccx = cx)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the complement of the complement of x is even to the (simple) complement of x.

T2.43 $\forall x \forall y\ \{[(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \wedge (\exists z\ z = -x \wedge -y)] \rightarrow cx + cy = c(x+y)\}$

E.g., the union of the complement of a sign a with the complement of a sign y is even to the complement of the union of x and y.

T2.44 $\forall x \forall y\ [(\exists z\ z = -x \wedge \exists z\ z = -y) \rightarrow Px,y \rightarrow Pcx,cy)]$

E.g., if a sign x is a part of a sign y, then the complement of x is a part of the complement of y, too.

T2.45 $\forall x\ (\exists z\ z = -x \rightarrow ex = i\text{-}x)$

E.g., if a sign z is the complement of a sign x, then the exterior of x is even to the interior of the complement of x.

The calculi of extensional logical sign connections established in this study for a semiotic mereology, a semiotic quasi-Boolean algebra and a semiotic quasi-topology complete the system of the purely semiotic sign connections established in Toth (2008a).

Bibliography

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars semeiotica 3/3, 1980, pp. 287-294

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, pp. 20-24

Clarke, Bowman L., A calculus of individuals based on “connection”. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 22/3, 1981, pp. 204-218

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008a)

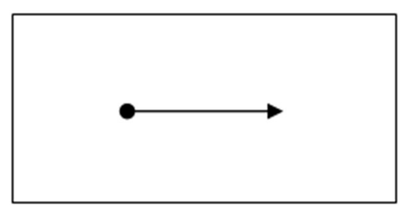
Toth, Alfred, Towards a semiotic mereology. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Semiotics as point-free geometry. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c

Vier Indizes

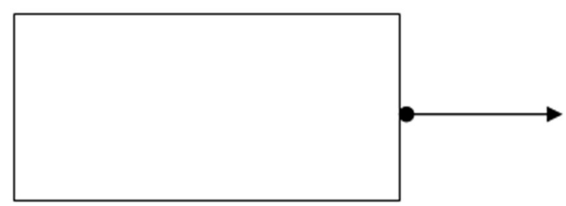
1. In Toth (2010) wurde erneut eine einfachere, aber auch klare mathematische Bestimmung der “Nexalität” des indexikalischen Objektbezugs versucht (vgl. Walther 1979, S. 64 ff.). Es wurde ausgegangen von den 4 Grundtypen:

1



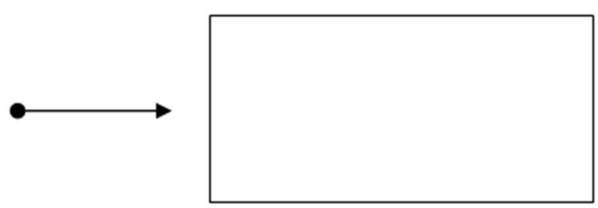
$ZR \subset OR$

2



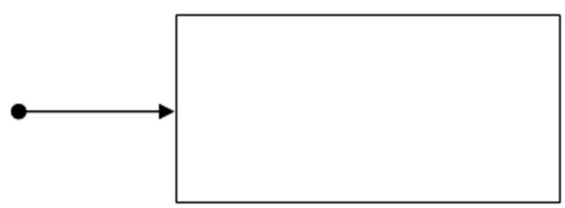
$(ZR \subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

3



$ZR \not\subset OR$

4



$(ZR \not\subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

In den Fällen 1 und 2 befindet sich der Index INNERHALB des Objektes, auf das bzw. dessen Teil er verweist, in den Fällen 3 und 4 AUSSERHALB. In den Fällen 1 und 3 berührt der Index keinen Teil seines Objektes, während in den Fällen 2 und 4 die Berührung in genau 1 Punkt stattfindet.

2. Die Frage, die sich hier stellt, ist: Gibt es neben dem logischen Operator ($\subset$) und den mereotopologischen Operatoren (i, c) auch rein semiotische Möglichkeiten, um die Tatsache auszudrücken, dass z.B. ein Zeichen sich innerhalb oder ausserhalb seines Objektes befindet und dass es Berührungspunkte gibt oder nicht?

In einer Studie zu Gräbern (Toth 2009) hatten wir festgestellt, dass bei diesen Zeichenobjekten die Lokalisation bzw. der Ort zur Referenz dieser Zeichenobjekte gehört: Gräber sind ja nur dann sinnvoll, wenn die Grabstelen,

-steine usw. genau über den Särgen angebracht sind, sonst sind erstere bestenfalls als Gedenksteine interpretierbar (hierunter fallen sogar Kenotaphe). Damit muss aber der Zeichenträger des Grabes ein Teil des Objektes sein, d.h. es gilt

$M \subset O$.

Würde sich nämlich M ausserhalb von O befinden, hätten wir den oben angeführten Fall der örtlichen Nichtübereinstummung von Grab und Grabstein.

Wie steht es aber mit reinen semiotischen Objekten (d.h. keinen primären Zeichenobjekten bzw. Objektzeichen)? Wenn ein Haus ein Objekt, d.h. ein Ω, ist, dann deckt sein Zeichenträger, d.h. $\mathcal{M}$, das ganze Objekt ab, denn sonst würde ein Teil des Objektes nicht durch den Zeichenträger präsentiert. In diesem Fall gilt somit

$\Omega \subset \mathcal{M}$,

d.h. hier bestimmt der semiotische Objektraum durch $\mathcal{M}$das Objekt Ω. Somit verhalten sich also $(M \subset O)$ und $(\Omega \subset \mathcal{M})$ gerade konvers zueinander.

3. Damit haben wir nun das Rüstzeug, um die obigen 4 Definitionen umzuformulieren:

2.1. Fall 1: $ZR \subset OR$

$ZR \subset OR = (M, O, I) \subset ((\Omega \subset \mathcal{M}), \mathcal{J})$

2.2. Fall 2: $(ZR \subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

$(ZR \subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\}) = (M \subset O, I) \subset ((\Omega \subset \mathcal{M}), \mathcal{J})$

2.3. Fall 3: $ZR \not\subset OR$

$ZR \not\subset OR = (M, O, I) \not\subset ((\Omega \subset \mathcal{M}), \mathcal{J})$

2.4. Fall 4: $(ZR \not\subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

$(ZR \not\subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\}) = (M \subset O, I) \not\subset ((\Omega \subset \mathcal{M}), \mathcal{J})$

Auf diese Weise können wir also den Mengeninklusionsoperator rein semiotisch verwenden und die mereotopologischen Operatoren ersetzen.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotik des Grabes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, 4 Indizes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

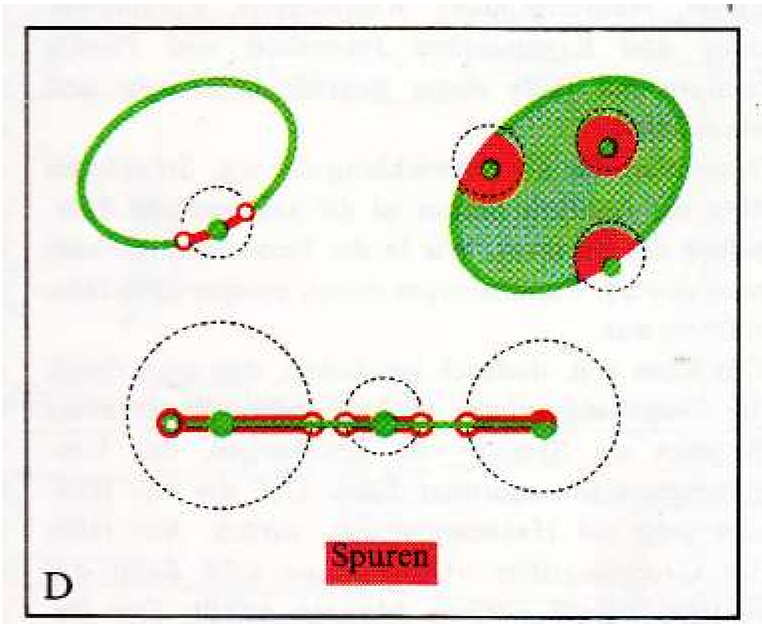
Semiotische Objekte als Spuren

1. Ich hatte zuletzt in Toth (2010) auf die mereotopologisch eigentümliche Doppelnatur des Index (2.2) hingewiesen, denn dieser kann 1. (in theoretisch beliebiger Distanz) auf sein Objekt hindeuten, und 2. sein Objekt bzw. seinen „Rand" oder seine „Hülle" tangential berühren. Als Beispiel kann man für Fall 1 etwa den Wegweiser nehmen, der ja nicht in Kontaktdistanz zum verwiesenen Ort aufgestellt ist (und somit sogar sinnlos würde), als Beispiel für Fall 2 kann man alle Arten von Zuleitungs- und Ableitungssystemen wie Strassen, Gräben, Kanäle usw. anführen, denn diese müssen ihre Objekte, also z.B. die Ausgüsse, natürlich berühren, da sie sonst ebenfalls ziemlich sinnlos wären. Sprachlich entspricht diesen beiden Arten von Indizes die attributive und die prädikative Verwendung von Artikeln, Determinativ- und Demonstrativpronomina u.ä.; vgl.

(1) Dieser/Jener Mann heisst Müller.

(2) Jener, der dort drüben sitzt (und ein Bier trinkt, Schweinebraten isst, Zeitung liest, ...), ist der Müller.

2. Was in der Linguistik als Skopus (Reichweite ana- und kataphorischer Pronomina) bezeichnet wird, entspricht in der Topologie und der Semiotik der Umgebung von Zeichen: „Betrachtet man einen ganzen Raum $\mathbb{R}^2$, so kann man durch die offenen Kreisscheiben (ohne Rand) um P beschreiben, wie „nah" ein Punkt Q dem Punkt P kommt. Man nennt die offenen Kreisscheiben um P mit beliebigem Radius und jede ihrer Obermengen – Umgebungen von P in $\mathbb{R}^2$. Beschränkt man sich jedioch auf Teilmengen M des $\mathbb{R}^2$, so verwendet man als Umgebungen von P in M die „Spuren", die die Umgebungen von P in $\mathbb{R}^2$ in der Teilmenge erzeugen. Genauer: Eine Umgebung von P in M ist der Durchschnitt von M mit einer Umgebung von P in $\mathbb{R}^2$. Man nennt diesen Vorgang Relativierung" (Atl.z.Math., Bd. 1, S. 209):



Relativierung

Obwohl nun natürlich ein Wegweiser sich nicht auf einen Rand- oder Hüllenpunkt seines Objektes bezieht, sondern auf das Objekt als Ganzes (bzw,. „in seiner Lage"), würde er natürlich einen solchen treffen, würde man z.B. einen Faden an seinen Pfeil spannen und ihn bis zum Objekt verlängern. Fall man von Objekten ohne Ränder ausgeht, wäre dann das Ende des Fadens natürlich kein tangentialer, sondern ein innerer Punkt.

Betrachten wir aber nochmals die Demonstrativa: Sie nehmen entweder vorweg oder weisen vor auf Nomina, die für Objekte stehen. Damit haben sie aber eine zweifache semiotische Funktion, indem sie einerseits auf ihre Objekte verweisen (referieren), andererseits sie aber auch ersetzen, denn falls Herr Müller bekannt ist, kann man ja jederzeit statt „Herr Müller frühstückt gerade" sagen: Dieser/Der/Er frühstückt gerade. Gerade die Referenz ermöglicht hier also die Substitution (und nicht umgekehrt, denn sonst würde bei zuerst angewandter Substanz alle Information bereits wegfallen, und es gäbe dann nichts mehr, worauf referiert werden könnte).

Dasselbe haben wir bei aussersprachlichen Zeichen: Der Wegweiser verweist natürlich primär auf die Stadt, in deren Richtung er in die Landschaft gestellt ist (Referenz), aber er ersetzt sie quasi, wenigstens in einem metaphorischen Sinne, insofern er vom Wanderer als Vorposten und Bestätigung empfunden wird. (Wo kein Wegweiser aufscheint, wo man einen erwartet, fühlt man sich sogleich in der Irre.) Referenz und Substitution sind also die beiden semiotischen Funktionen, die Indizes des 2. Falles (ohne Berührung ihres Objektes) kennzeichnen. Damit wir aber ganz genau einen Fall von topologischer Relativierung in der Semiotik vor uns, wie er in dem obigen Bild dargestellt ist: Zwischen dem Wegweiser/Pronomen und ihren Objekten vermitteln topologische Spuren wie bei den Punktmengen.

Die Frage ist nur, um was für welche Spuren es sich semiotisch handelt. In der Generativen Grammatik wird zwischen einem Pronomen und seinem Nomen eine mehr oder minder mysteriöse (jedenfalls nie konsistent fassbare) Relation angenommen, die durch „Barrieren" unterbrochen sein können (die falsche Referenzen verursachen), vgl. z.B.

(3) Er hatte sich bereits gewundert, dass kein Bild von ihm ausgestellt war.

Dieser Satz ist in mehrfacher Hinsicht mehrdeutig: 1. wegen Er ... von ihm. Es kann Korreferenz herrschen, aber auch nicht. 2. Bild von ihm: Das Bild kann sie auf das Subjekt des Hauptsatzes, aber ein nicht-koreferentes Subjekt des Nebensatzes, aber auch auf eine weitere (nicht-koreferente) Person beziehen. Je nachdem müssen also referentielle Barrieren zwischen Er ... und ... von ihm angenommen werden. Klar ist etwa der Fall

(4) Er hatte sich bereits gewundert, dass kein Bild von Karl ausgestellt war,

denn hier verunmöglicht eine mysteriöse Barriere die Korefrenz von Er und Karl, d.h. verhindert die kataphorische Lesart des semiotischen Index „Er".

Nur sind „Barrieren" (an sich bereits Metaphern) keine semiotischen Begriffe, sie waren auch linguistisch nicht konsistent, so dass wir zur semiotischen Rekonstruktion topologischer Spuren uns anders besinnen müssen. Bei sämtliche Indizes 2. Art haben wir am „Anfang" (d.h. im linken gestrichelten Kreis im Bild) ein Zeichen, nämlich den Index (2.2). Dieser ist seiner Natur nach ein gerichtetes Zeichen, während die beiden anderen Objektbezüge, das Icon und das Symbol, nicht-gerichtet sind. Am „Ende" (rechts im Bild) haben wir dagegen das referierte/substituierte Objekt. Dieser muss, will man die Referenz nicht mystisch als Aura oder Äther definieren, ein gerichtetes Objekt sein, etwa so, wie Bruno Taut von gerichteten architektonischen Objekten gesprochen hatte. Sowohl der Index wie das Objekt müssen also semiotische Spuren besitzen, welche die Referenz in beide Richtungen gewährleisten, d.h. vom Zeichen zum Objekt wie umgekehrt:

$ZR_{\rightarrow} \ldots {}_{\leftarrow}\Omega$,

wobei ... für die semiotisch-topologischen Spuren stehen. Was vermittelt aber nun zwischen einem Zeichen und seinem Objekt? – Ein Zeichenobjekt, denn wir haben

$ZR \circ (ZR\text{-}\Omega) \circ \Omega$,

und umgekehrt vermittelt ein Objektzeichen zwischen Objekt und Zeichen:

$\Omega \circ (\Omega\text{-}ZR) \circ ZR$,

aber (ZR-Ω) und (Ω-ZR) sind selbst weder reine Zeichen noch reine Objekte , sondern das, was Bense semiotische Objekte nannte (ap. Walther 1979, S. 122 f.). Damit sind wir endlich am Ziel:

Satz: Als topologische Spuren vermitteln bei Indizes 2. Art semiotische Objekte zwischen Zeichen und Objekt.

Literatur

Toth, Alfred, Sind Zuleitungssysteme semiotische Objekte? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Null und Nullheit

1. Nach Toth (2010) ist eine Semiose ein Prozess, der das folgende Tripel erfüllt:

$$\sum = < \Omega, \{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\} \rightarrow (\mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{I}) >.$$

Auf dem horizontalen Zahlenstrahl ist der zu ihm orthogonale Zahlenstrahl 0.(0, ..., 0)(.x.y.z) der numerische Ort der semiotischen Nullheit, d.h. von $0 \rightarrow \{\mathrm{DR}\} = \{\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}\}$. Der Punkt 0 selber ist der semiotische Ort der Apriorität, d.h. $\mho = \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}$. 1, 2 und 3 sind die numerischen Orte der semiotischen Peirceschen Universalkategorien:

... -3 -2 -1 0 1 2 3 ...

0.x(.y.z)

0.0.x(.y.z)

0.0.0.x(.y.z)

0.0.0.0.x(.y.z)

0.0.0.0.0.x(.y.z)

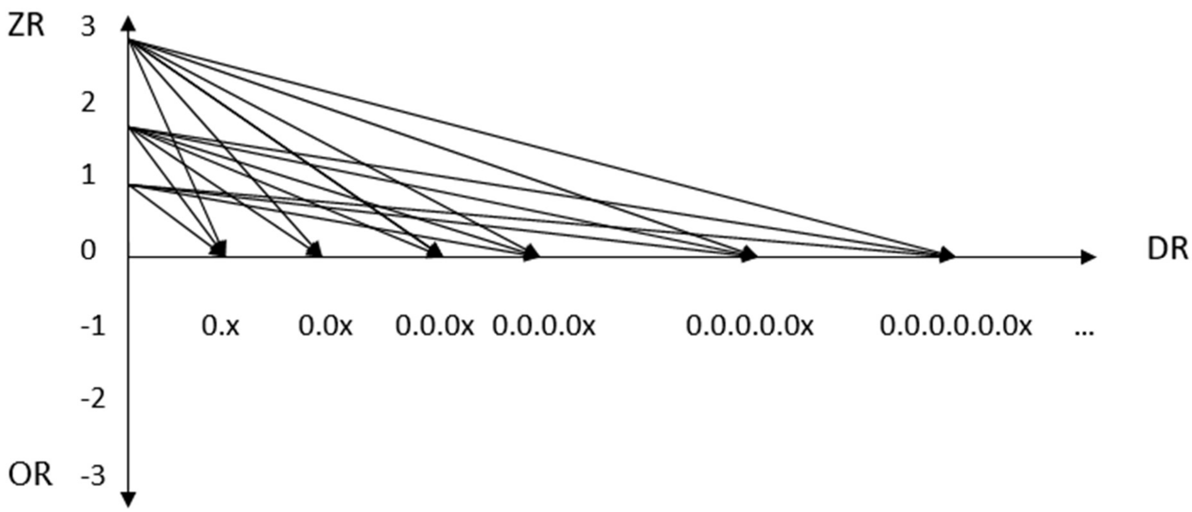
Wegen des orthogonalen Verhältnisses von semiotischer Apriorität und Disponibilität ergibt sich eine zwiefache (orthogonale) Katabasis:

3.x	3.x.y	3.x.y.z
2.x	2.x.y	2.x.y.z
1.x	1.x.y	1. x.y.z
0.x	0.x.y	0.x.y.z

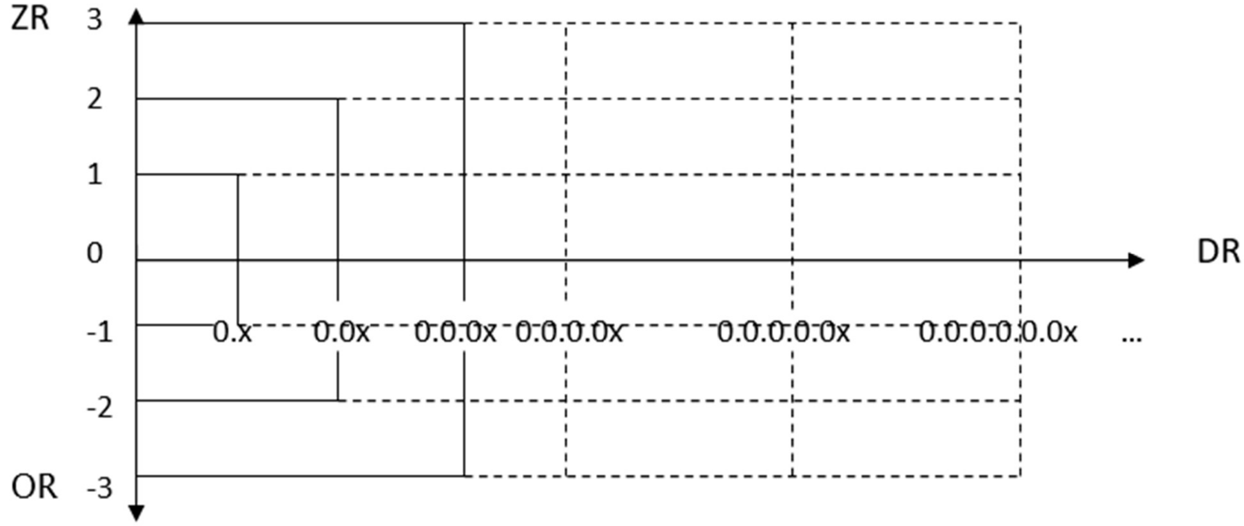
0.0.x	0.0x.y	0.0.x.y.z	-1.x	-1.x.y	-1.x.y.z
0.0.0.x	0.00x.y	0.0.0.x.y.z	-2.x	-2.x.y	-2.x.y.z
0.0.0.0.x	0.0.0.0x.y	0.0.0.0.x.y.z	-3.x	-3.x.y	-3.x.y.z

Die linke Katabasis ist ein dimensionaler Abstieg mit konstant gehaltenem logischem Wert, die rechte Katabasis ist eine logische Spiegelung am Nullpunkt der Zahlengeraden mit konstant gehalteneter Dimensionalität.

2. Im Gegensatz zur traditionellen Mathematik gibt es also zwei Wege „unter die 0". Man kann diese neuen Verhältnisse wie folgt darstellen:



Im obigen Bild sind alle orthogonalen Verbindungen zwischen ZR und DR, d.h der Repräsentativität und der Disponibilität (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) eingezeichnet. Sesbtverständlich könnte man genauso die spiegelverkehrten Verbindungen zwischen OR und DR sowie beide einzeichnen. Im folgenden Bild nun zeichnen wir einige mögliche Verbindungen auch von OR (Ω), d.h. der Objektrelationen ein, und zwar sowohl zur Repräsentativität als auch zur Disponibiliät, aber so, dass die dimensionale „Schachtelungstiefe" sichtbar wird. Diese Strukturen sind also sozusagen Kernstrukturen der Semiosen, aufgefasst als Tripel, selbst:



Bei der Interpretation der Nullheit als einer Menge von Intervallen von Disponibilität stellt sich natürlich die Frage, ob man nicht auch mit den drei Fundamentaltegorien entsprechend verfahren könnte, d.h. ob man nicht auch diese selbst als Intervalle definieren könnte. Hinweise auf diese Möglichkeit ergeben sich z.B. aus dem semiotischen Objekt. Der Fall des früher von mir eingeführten Index, der ein Element mit seinem bezeichneten Objekt gemein hat, zwischen dem und seinem Objekt als eine (mereotopologische) Tangentialrelation besteht, kann man als Grenzfall einer iconischen Relation auffassen (und vice versa). Auch der Fall der theoretischen Volldeckung eines Icons mit seinem bezeichneten Objekt (bei Identität der Merkmalsmengen) kann man zusammen mit dem symbolischen Fall des Schnitts der Merkmalsmengen als leerer Mengen als Intervall konzipieren, usw.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Null und Nullheit I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Die Verselbständigung der Systeme

1. Man sollte sich hüten, den semiotischen Begriff der Eigenrealität als eine Art von Pedant der logischen Identität aufzufassen, denn von den beiden Ausdrücken

1.1. $a \equiv a$

1.2. $\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

ist 1.1. eine Aussageform, 1.2. eine Operation. Während 1.1. besagt, dass man die linke und die rechte Seite des Identitätszeichens vertauschen kann, besagt 1.2., viel schwächer, dass man auf den in Klammern stehenden Ausdruck die Dualoperation anwenden kann, so dass das Ergebnis gleich dem nicht-dualisierten Ausdruck ist.

2. Im Gegensatz zu 1.2. bezieht sich die Variable in 1.1. auf ein Objekt. Setzen wir für a = Apfel, so behauptet die Aussage, dass der Apfel alle seine definitorischen Eigenschaften mit sich selbst gemein hat; eine trivialerweise richtige Aussage.

3. Im Gegensatz zu 1.1. ist 1.2. aber keine Aussageform, sondern eine Aussage, die keine Variablen, sondern nur Konstanten hat. Führen wir den Operator $\sum$ für semiotische Interpretation ein, so besagt 1.2. zweierlei, nämlich dass

3.1. $\sum(a) = \sum(a)$

gilt, dass aber auch z.B.

3.2. $\sum(a) = \sum(b)$

gelten kann, während natürlich

$a \not\equiv b$

gilt.

Umgekehrt kann aber

$\sum(a) \not\equiv \sum(a)$ und

$\sum(a) \not\equiv \sum(b)$

gelten, denn die Transformation eines Obejktes in ein Zeichen unterliegt ja der Willkür des Zeichensetzers (vgl. Bense 1967, S. 9).

4. Der Ausdruck (3.1 2.2 1.3) ist zusammengesetzt aus einer triadischen Relation

tdR = (3.x 2.y 1.z)

und einer trichotomischen Relation

ttR = (x.1 y.2 z.3),

es gilt also

tdR ∩ ttR = 2,

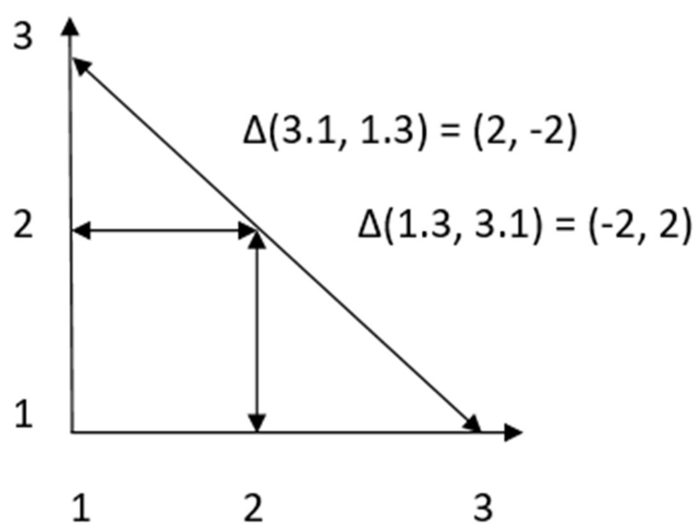
das bedeutet, dass

Zkl(3.1) = Rth(1.3) → (3.1) ǂ (1.3)

Zkl(1.3) = Rth(3.1) → (1.3) ǂ (3.1)

Zkl(2.2) = Rth(2.2) → (2.2) = (2.2),

graphisch:



Wie man erkennt, gibt es eine (mereotopologische) Tangentialrelation, d.h.

Δ(3.1, 1.3) ∩ Δ(1.3, 3.1) ∩ (2.2) = (2.2), d.h. der Index hat genau 1 Punkt mit der Differenz zwischen dem Rhema und dem Symbol gemein. Δ(3.1, 1.3) bzw. Δ(1.3, 3.1) ist gleichzeitig die maximale semiotische (semiotische) Differenz zwischen zwei konversen Relationen in einer triadisch-trichotomischen Semiotik, d.h. der Index fungiert als Identitätspunkt zwischen Zeichen- und Realitästhematik, aber die Differenzen ermöglichen gleichsam den Spielraum, die maximale semiotische Umgebung, welche um diesen Identitätspunkt aufgespannt wird. Hier haben wir nun die semiotische Begründung dafür, warum stringente logische Systeme plötzlich Paradoxien zu produzieren scheinen, warum ein Körper sein eigenes Immunsystem zu schwächen anfängt oder körpereigene Substanz plötzlich feindlich interpretiert, warum bei hinreichend allgemeiner Theorie es keinen Weg zu geben scheint, Hochenergiephysik und Graviationstheorie in einer „Big Unified Theory" zu vereinigen, warum man an dem ausgebreiteten Manegentuch im Zirkus mehrmals rundherum laufen und jede Ecke ausbügeln und gerade zerren kann, so dass jedesmal nur noch neue Falten entstehen. Trotz gegebenen Identitätsbedingungen besitzen diese Systeme eben maximale semiotische Freiheitsgrade, die sie ausnützen, ohne ihre eigene Identität aufzugeben. So entsteht Neues aus Identischem.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Zur deiktischen Funktion des Zeichens

1. Der indexikalische Objektbezug des Zeichens (2.2), der im Peirceschen Zeichenmodell die Deixis verbürgt, wird in manchen Sprachfamilien für so grundlegend erachtet, dass er die etymologische Basis für den Begriff „Zeichen" liefert: griech. deiknymi, lat. dicere, dicare, dt. zeigen, Zeichen, usw. Nach dieser Auffassung zeigt das Zeichen also, d.h. es selbst ist primär kein Objekt, sondern lediglich Verweis, mathematisch gesprochen ein Morphismus ohne Objekt, ein Pfeil aus dem Nichts, der auf ein Etwas oder sogar sich selbst verweist. Es gibt also drei Möglichkeiten des Zeigens:

1.1. $\varnothing \rightarrow \Omega$ (Zeigen zum Objekt hin)

1.2. $\varnothing \leftarrow \Omega$ (Zeigen vom Objekt her)

1.3. $\Omega \leftrightarrow \Omega$ (Zeigen des Objekts auf sich selbst),

wobei der Doppelpfeil in 1.3. für den selbstbezüglichen Loop stehen soll. Theoretisch ist sogar der Fall

1.4. $\varnothing \leftrightarrow \varnothing$

denkbar.

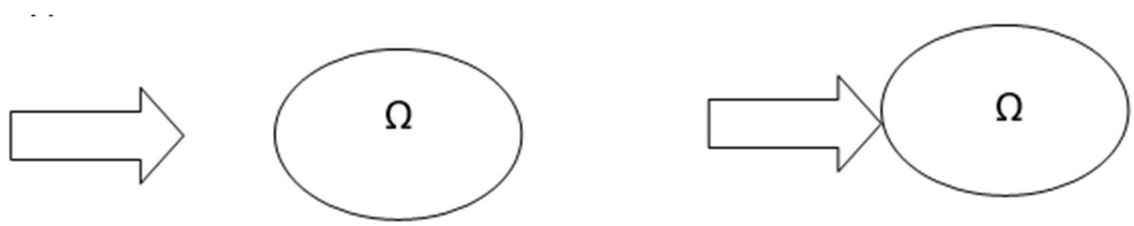
2. In schroffem Gegensatz zur Deixis steht die interessanterweise auch in der indogermanischen Kultur vorausgesetzte Grundfunktion des Zeichens als „aliquid stat pro aliquo", die seit der Scholastik die massgebliche Zeichendefinition bildet. Bereits Platon verwendet die beiden Typen des εἶ΄κων und des σημεῖνον, nach Peircescher Terminologie also den iconischen (2.1) und den symbolischen (2.3) Objektbezug. Hiergeht es nun jedoch nicht um das Zeigen, sondern darum, Kopien herzustellen: Das Icon ist dasjenige Zeichen, das eine möglichst exakte Kopie seines Objektes darstellt, während das Symbol dasjenige Zeichen ist, das keine Kopie seines Objektes darstellt, sondern diesem „arbiträr" zugeordnet ist.

Während also Icon (2.1) und Symbol (2.3) als Merkmalsmengen definierbar sind, so zwar, dass

$M(2.1) < M(\Omega)$

$M(2.3) \cap M(\Omega) = \emptyset$

gilt, ist die merkmalstheoretische Definition des Index mindestens sinnlos, denn auch ein falsch gerichteter Index ist noch ein Index, während ein falsch gemaltes Bild de facto ein Symbol ist. Indizes können hingegen mittels der Mereotopologie in Bezug auf ihre Tangentialität definiert werden; vgl. die beiden möglichen Typen



Wir haben also

$T(2.2) = \emptyset$ (Bild links)

$T(2.2) = 1$ (Bild rechts)

3. Wie sieht es im Mittelbezug und im Interpretantenbezug aus? Der Mittelbezug gliedert sich in Qualität – Quantität – Essenz (Bense 1979, S. 61). Alle drei Bestimmungen (von der ad hoc gewählten dritten vielleicht abgesehen) treffen wiederum auf Icon (2.1) und Symbol (2.3) zu , nicht aber uf den Index (2.2), denn an die Stelle von Qualität, Quantität und Essenz stehen beim Index die verschiedenen Formen der Deixis (Referenz, Korreferez), also etwa proximale, mediale und distale Deixis. Es ist sinnlos, die Farbe oder das Gewicht, die Grösse eines Index zu bestimmen (bei den sprachlichen Zeichen sind sie sogar meistens monosyllabisch, und sowohl die anaphorische wie die kataphorische Referenz kann über Spuren und Barrieren erfolgen, die material gar nicht realisiert sind, wie besonders die Government and Binding-Theorie der Generativen Grammatik gezeigt hatte). Die Frage nach der „Essenz" eines Index ist sogar vollkommen sinnlos.

Vergleichbar sind die Verhältnisse im Interpretantenbezug, der nach Peirce durch offene, abgeschlossene und „vollständige" Konnexe charakerisiert ist, was wiederum für Icone (2.1) und Symbole (2.3) sinnvoll, sinnlos aber für

Indizes (2.2) ist, denn Indizes treten nie in Kontexten auf (man stelle sich alle Ampeln einer längeren Strasse an eine einzige Strassenkreuzung versetzt vor, und sie sind alle gleichzeitig in Betrieb!). Anstelle von offenen, abgeschlossenen und „vollständigen“ Konnexen tritt beim Index (2.2) die Hic-Nunc-Ego-Deixis (nach Karl Bühler), d.h. die kommunikative Situation bzw. das Differenzial, dessen Verletzungen man schön anhand von einigen sprachlichen Beispielen aufzeigen kann:

(1) *Bleiben will ich, wo ich nie gewesen bin. (Thomas Brasch)

(„Bleiben“ setzt eine wenigstens einmalige Hic-Deixis voraus, die jedoch im obigen Satz durch „nie“ negiert wird, wodurch den Satz ungrammatisch wird.)

(2) *Ach wäre ich doch jetzt hier in Mexico!

(Dieser Satz sowohl die Hic- als auch die Nunc-Deixis, beide zusammen aber widersprechen einander, wodurch der Satz ungrammatisch wird. Wird hingegen eine der beiden Deixen geändert, so folgt sofort die Grammatikalität des Satzes: (2a) Ach wäre ich doch jetzt dort in Mexico! (2b) Ach wäre ich doch damals in Mexico (gewesen). Wie man erkennt, verlangt jedoch die Abänderung der Nunc-Deixis eine Anpassung des Verbaltempus; es folgt, dass die in (2) die (stärkere) Nunc-Deixis verletzt ist.)

(3) *Bin ich jetzt hier*

(Die dem „bin“ inhäriende Ego-Deixis kann nicht durch Frage relatiert werden.)

4. Wir fassen zusammen: Icon (2.1) und Symbol (2.3) bzw. εἰ΄κων und σημεῖνον haben semiotisch rein gar nichts mit dem Index (2.2) zu tun. Das erweist nicht nur, dass Icon und Symbol funktional Kopien von Objekten und somit selbst Objekte (das „Andere“ des Zeichens) sind, wogegen der Index als Verweis ein blosser Pfeil, Morphismus, dessen Domäne immer und dessen Codomäne möglicherweise leer sind, ist, sonder das folgt am klarsten aus den je völlig verschiedenen Charakteristiken der Objektbezüge:

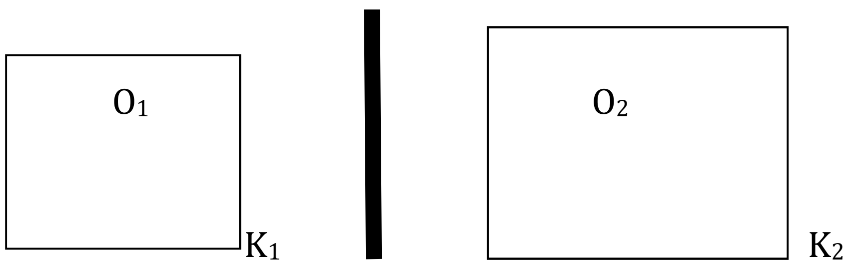
	Objektbezug	Mittelbezug	Interpretantenbezug
Icon (2.1)	Abbild	Qualität	offener Konnex
Symbol (2.3)	Arbitrarität	Quantität	abgeschlossener Konnex
Index (2.2)	Verweis	Deixis (proximal, medial, distal)	Hic-Nun-Ego-Origo (Situation)

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Eine grundsätzliche Frage zur kontexturellen Vereinigung von Kontexturen

1. Nehmen wir an, ein Objekt O_1 gehöre dem Diesseits an, und dieses Diesseits sei die Kontextur K_1. Ferner nehmen wir an, es gebe ein Objekt O_2, das dem Jenseits, also der Kontextur K_2, angehöre. In einer klassischen, d.h. monokontexturalen Welt, sind somit die beiden Objekte O_1 und O_2 ewig voneinander geschieden, d.h. O_1 ist zu O_2 transzendent und O_2 ist zu O_1 transzendent, und zwischen den beiden Kontexturen K_1 und K_2 verläuft eine Kontexturgrenze:



Dem Fall, wo 3 Kontexturen bzw. Universen (U) vorliegen, hat Kaehr (2010) wie folgt formalisiert:

$$\left(\mathcal{U}_1 \bigcap\nolimits_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \bigcap\nolimits_{1.2.3} \mathcal{U}_3 = \emptyset$$

Das bedeutet also, dass die kontexturale Schnittmenge zwischen zwei oder mehr Kontexturen, welche durch Kontexturgrenzen voneinander geschieden sind, stets leer sind. Die leere Menge drückt also die Transzendenz aller Objekte zueinander aus, die sich innerhalb der Kontexturen befinden.

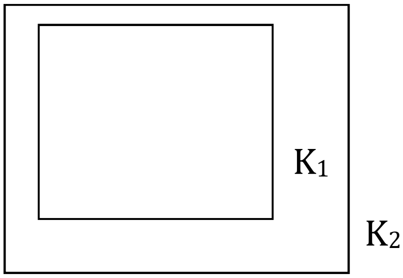
2. Kaehr (2010) schlägt nun vor, die Aufhebung der Kontexturengrenzen entsprechend durch eine kontexturelle Vereinigung zu formalisieren:

$$\mathcal{U}^{(3)} = \left(\mathcal{U}_1 \amalg_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \amalg_{1.2.3} \mathcal{U}_3$$

In unserem Fall hätten wir also

$K_1 \mid K_2 \rightarrow K_1 \cup_{1.2} K_2$

graphisch

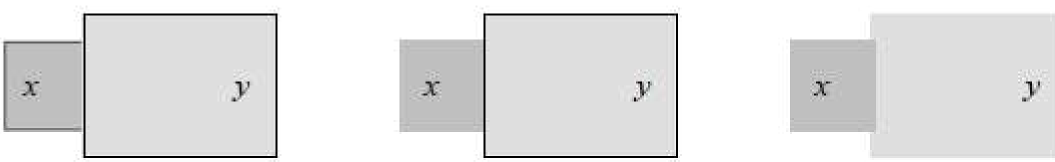


Das bedeutet aber, dass die „kleinere“ Kontextur jetzt eine Teilmenge der „grösseren“ geworden ist ($K_1 \subset K_2$) und dass für die Objekte gilt

O_1 , $O_2 \subset K_2$.

Nun lesen wir aber bei Rilke: „Wir wissen nichts von diesem Hingehn, das/ nicht mit uns teilt“ (Rilke 1997, S. 464). Wenn also das Hingehen nicht uns teilt, folgt daraus zweierlei: Einerseits werden wir als Diesseitige kein Teil des Jenseits, anderseits wird das Jenseitige kein Teil des Diesseits. Damit fällt aber eine kontexturelle Vereinigung, wie sie oben skizziert wurde, als Modell des Kontexturübergangs weg, und die sich uns nun stellende Frage lautet: Wie kann das Objekt O_1 aus K_1 in K_2 eingehen, so dass O_1 weder Teil von K_2 noch K_2 Teil von O_1 wird?

3. Von den drei möglichen mereotopologischen Modellen (vgl. Cohn/Varzi 2003, S. 5)



C_1 $\qquad$ C_2 $\qquad$ C_3

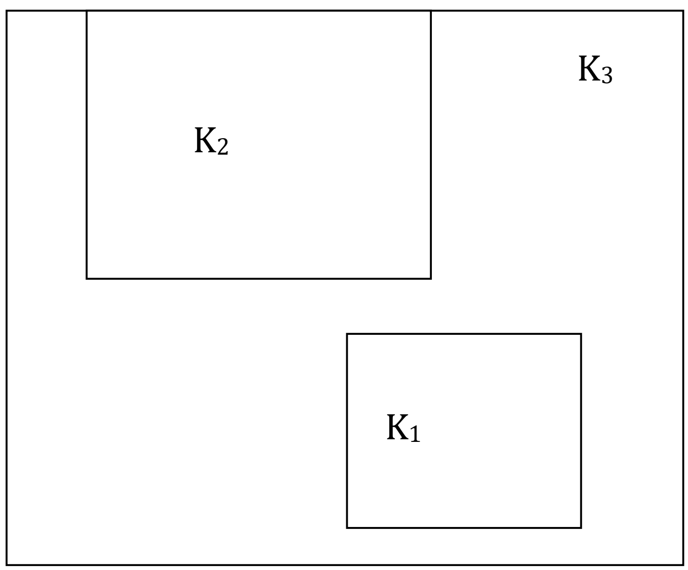
$$C_1(x, y) \Leftrightarrow x \cap y \neq \varnothing$$
$$C_2(x, y) \Leftrightarrow x \cap c(y) \neq \varnothing \text{ or } c(x) \cap y \neq \varnothing$$
$$C_3(x, y) \Leftrightarrow c(x) \cap c(y) \neq \varnothing$$

scheiden das zweite und das dritte Modell aus, da in 3 beiden und in 2 eine der beiden Kontexturen „randlos“ ist. Das Kontexturenmodell Günthers dürfte jedoch gut mit dem Modell 1 übereinstimmen, und die beiden Mengen x und y stellen sich uns unter dem mereotopologischen Gesichtspunkt wie folgt dar:

$x = i(x) \cup c(x)$

$y = i(y) \cup c(y)$,

d.h. als Vereinigung von inneren Punktmengen und abschliessendem Rand. wir können somit zur Beantwortung unserer Frage folgendes Modell aufstellen:



Es wird also

$K_1 \mid K_2 \rightarrow \mathrm{C}(K_3) \supset (\mathrm{C}(K_2), \mathrm{C}(K_1))$ mit $K_1 \cap K_2 = \varnothing$,

Die beiden ursprünglichen Kontexturen K_1 und K_2 sind also zu Teilmengen der *Ränder* einer neuen Kontextur K_3 geworden, da sie selber Ränder enthalten (also nicht den Modellen 2und 3 entsprechen), sind sie abgeschlossen in Bezug auf eine Zugehörigkeit zu K_3. K_1 und K_2 sind also weiter getrennt ($K_1 \cap K_2 = \varnothing$), aber nun in der neuen Kontextur K_3 quasi „aufgehoben". Das Jenseits K_2 „teilt" also nicht im Rilkeschen Sinne mit K_1, noch „teilt" K_1 mit K_2.

Literatur

Cohn, Anthony G. / Varzi, Achille C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357–390. Zitiert nach Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Kaehr, Rudolf, From Universe to Polyverses. http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1041&context=thinkartlab (2010)

Rilke, Rainer Maria, Die Gedichte. Frankfurt 9. Aufl. 1997

Semiose und Kontexturübergang

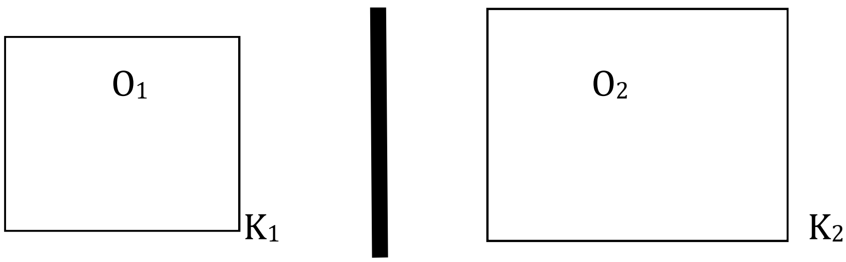
1. Nach Bense (1967, S. 9) entsteht ein Zeichen dadurch, dass ein Objekt metaobjektiviert wird. Damit wird die Welt gleichsam verdoppelt: denn das zum Zeuichen erklärte Objekt besteht ja weiterhin, von nun an allerdings mit einer ontologisch differenten „Kopie", einem „Substitut" oder „Verweis", der an Objektes Stelle verwendet wird. Besonders bemerkenswert ist dabei, dass trotz der ontologischen Differenz Zeichen und Objekte „Symbiosen" bzw. „Verwachsungen" (K. Bühler) eingehen können, etwa bei einer Prothese, die ein Objektzeichen ist, da sie als künstlich hergestelltes Objekt zeichenhaft das reale Objekt nachbildet oder bei einem Wegweiser, der ein Zeichenobjekt ist, wo die Orts- und Richtungsangaben nur dank dem materialen Objekt, das als Zeichenträger dient, sinnvoll sind.

2. In Toth (2010) wurde damit argumentiert, dass das Zeichen sich das Jenseits schafft und damit in kontexturellen Gegenssatz zum Objekt steht, das erst jetzt, d.h. durch das Zeichen, eine Kontextur bekommt. Objekte sind damit vorgegeben, Kontexturen nicht, Kontexturen entstehen erst durch nicht-vorgegebene Objekte wie Zeichen. Es ist immer das Zeichen, das im Jenseits steht, denn vom Diesseits aus herrscht die Welt der Objekte. Da kein Zeichen, wie es scheint, ein Objekt kreieren kann, ist die Verteilung der Objekte auf die Diesseitse und der Zeichen auf die Jenseits vorab festgelegt. Natürlich geht aber die Transzendenzrelation in beide Richtungen: so wie das Zeichen vom Objekt aus transzendent ist, ist das Objekt vom Zeichen aus transzendent.

3. Was wir im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit festhalten wollen, ist: man verdoppelt nicht ungestraft, denn sonst fallen sowohl das Original wie auch die Kopie in separate Kontexturen, damit der Geist des Doppelgängers nicht umgehen kann ("Lass mir dein Spiegelbild, du innig Geliebter, es soll mein und bei mir bleiben immerdar'. – 'Giulietta', rief Erasmus ganz verwundert, 'was meinst du denn? – Mein Spiegelbild?' [...]. Da rief Erasmus, wahnsinnig vor tötendem Liebesschmerz: 'Muss ich denn fort von dir? – Muss ich fort, so soll mein Spiegelbild dein bleiben auf ewig und immerdar. Keine Macht – der Teufel soll es dir nicht entreissen, bis du mich selbst hast mit Seele und Leib'. Giuliettas Küsse brannten wie Feuer auf seinem Munde, als er dies gesprochen, dann liess sie ihn los und streckte sehnsuchtsvoll die Arme aus nach dem Spiegel. Erasmus

sah, wie sein Bild unabhängig von seinen Bewegungen hervortrat, wie es in Giuliettas Arme glitt, wie es mit ihr im seltsamen Duft verschwand" (E.T.A. Hoffmann, Die Abenteuer der Silvesternacht, in: H.R. Leber (Hrsg.), Werke in 4 Bänden. Salzburg 1985, S. 284).)

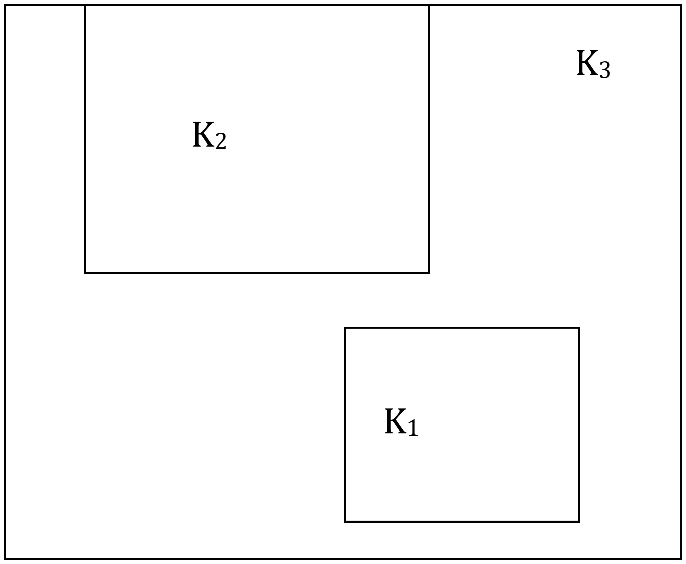
4. Wie verhält es sich nun mit den Kontexturen? Wie wir bemerkt hatten, bekommen auch vorgegebene Objekte, indem sie zu Zeichen erklärt werden, ihre Kontextur, die somit der Kontextur des Zeichens gegenübersteht:



mit (Kaehr 2010)

$$\left(\mathcal{U}_1 \bigcap_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \bigcap_{1.2.3} \mathcal{U}_3 = \emptyset$$

Falls K_1 das Diesseits ist, ist also O_1 das Objekt, das im Jenseits des K_2 zum Zeichen (O_2) erklärt wird. In Wahrheit kann aber der Kontexturübergang, dessen Existenz in der obigen Formel durch die leere Menge verbürgt ist, niemals aufgehoben werden, denn das würde z.B. die Identität von Leben und Tod eines Individuums oder diejenige von Zeichen und Objekte – damit aber auch deren Ununterscheidbarkeit und somit die totale Sinnlosigkeit des Kontexturbegriffs implizieren. Daher wurde in Toth (2010) als Lösungsvorschlag des Problems das folgende Modell vorgeschlagen:



Es ist also mereotopologisch (mit c = closure oprator, i = internal operator)

$K_1 \mid K_2 \rightarrow c(K_3) \supset (c(K_2), c(K_1))$ mit $K_1 \cap K_2 = \varnothing$,

Die beiden ursprünglichen Kontexturen K_1 und K_2 sind also zu Teilmengen der *Ränder* einer neuen Kontextur K_3 geworden. Da sie selber Ränder enthalten, sind sie abgeschlossen in Bezug auf eine Zugehörigkeit zu K_3. K_1 und K_2 sind also weiter getrennt ($K_1 \cap K_2 = \varnothing$), aber nun in der neuen Kontextur K_3 quasi „aufgehoben". Das Jenseits K_2 partizipiert also nicht an K_1, noch patizipiert K_1 an K_2.

Damit kommen wir zum Schluss: Bei der Metaobjektivierung entsteht ein Zeichen und damit 2 Kontextruren, nämlich diejenige des Objekts und diejenige des Zeichens selbst. Dagegen ensteht beim Kontexturübergang eines Objektes O_1 aus der Kontextur K_1 zu einem Objekt O_2 aus der Kontextur K_2 eine 3. Kontextur, deren Ränder die beiden uspründlichen Kontexturen angehören und in der sie „aufgehoben" sind. Diese „Asymmetrie" ist bei kontexturierten Zeichenklassen zu berücksichtigen.

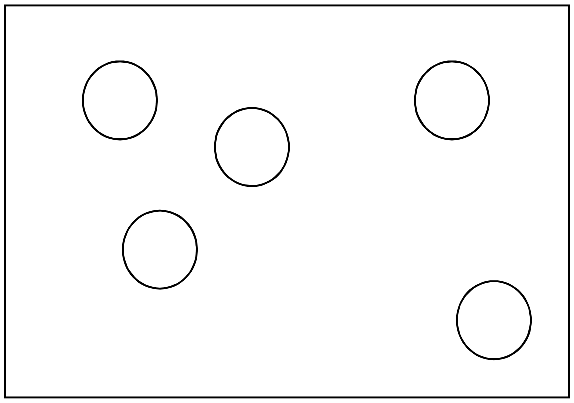
Literatur

Kaehr, Rudolf, From Universe to Polyverses. http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1041&context=thinkartlab (2010)

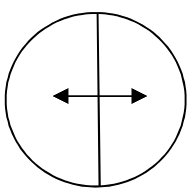
Toth, Alfred, Eine grundsätzliche Frage zur kontexturellen Vereinigung von Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Zur Geometrie der Kontexturen I

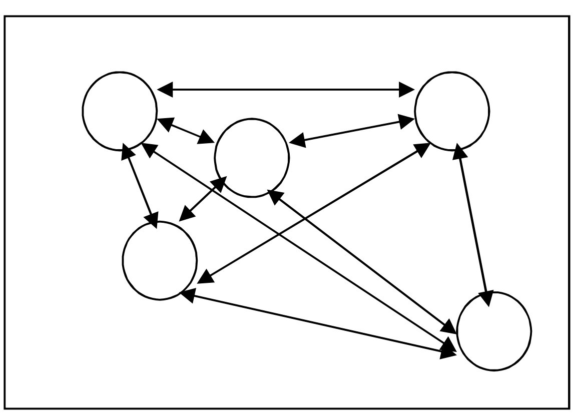
1. Besonders im Frühwerk von Günther werden disseminierte Kontexturen wie folgt geometrisch dargestellt:



wobei jede Kontextur die 2-wertige Struktur der klassischen, aristotelischen Logik darstellt, d.h. eine positive und eine negative Seite besitzt, die durch einen ontologischen Abbruch einander transzendent sind. Hier gibt es zwei Arten von Operatoren: Die Intra-Operatoren, welche die Übergänge innerhalb der Kontexturen regeln

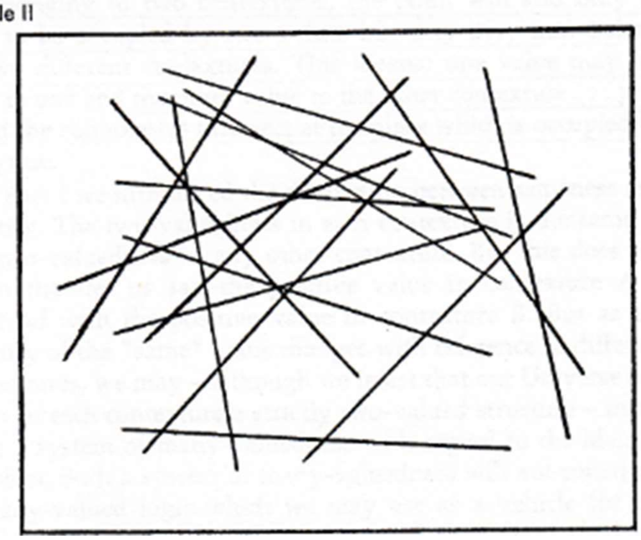


und die Trans-Operatoren, welche die Übergänge zwischen den Kontexturen regeln



2. Ein weiteres geometrisches Modell findet sich in Günther (1979, S. 289):

Table II



“Table II with its seeming chaos of straight lines crossing each another at all possible angles may illustrate what is meant. Each contexture is logically finite insofar as its structure is confined to two values. But their respective ranges are infinite because one can generate, within the respective domain, a potential infinity of natural numbers”.

3. Aus dem 2. Modell geht hervor, dass sich Kontexturen schneiden können. Hierauf beruht auch die neuer Formalisierung Kaehrs

$$\mathcal{U}^{(3)} = \left(\mathcal{U}_1 \sqcup_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \sqcup_{1.2.3} \mathcal{U}_3$$

$$\left(\mathcal{U}_1 \bigcap_{1.2} \mathcal{U}_2\right) \bigcap_{1.2.3} \mathcal{U}_3 = \emptyset;$$

$$\mathcal{U}_i = \left\{f_i, g_i\right\}, \quad i = 1, 2, 3$$

worin die leere Menge garantiert, dass sich die Universen bzw. Kontexturen 1, 2, 3 in keinem Punkte schneiden. Entsprechend werden sich schneidende Kontexturen durch kontexturierte Vereinigungsoperatoren dargestellt, z.B.

$K_1 \cup_{1.2} K_2$, $(K_1 \cup_{1.2} K_2) \cup_{1.2.3} K_3$, usw.

4. Starke Verfeinerungen der primitiven mengentheoretischen Relationen brachte in den letzten Jahren die sog. Mereotopologie, eine der jüngsten mathematischen Disziplinen. Hier stelle ich einige Möglichkeiten vor, wie man

sowohl das Verältnis der beiden Seiten innerhalb von Kontexturen wie dasjenige zwischen Kontexturen zukünftig präziser formulieren könnte.

4.1. Mengen mit und ohne Closures

Hier gibt es drei Basisformen zur Abgeschlossenheit oder Offenheit von Kontexturen (vgl. Cohn/Varzi 2003, S. 5):

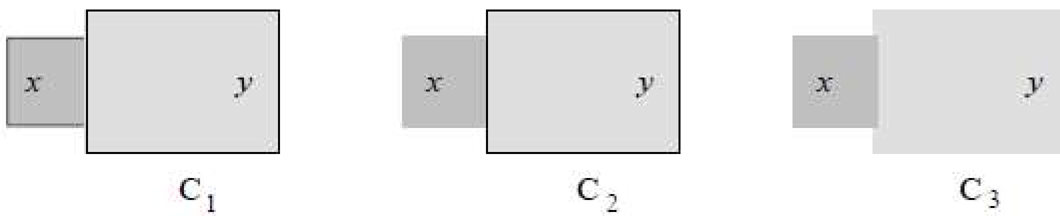


Figure 1: The three C relations (limit cases); a solid line indicates closure.

$$
\begin{array}{ll}
\text{(A0)} & \varnothing = c(\varnothing) \\
\text{(A1)} & x \subseteq c(x) \\
\text{(A2)} & c(c(x)) \subseteq c(x) \\
\text{(A3)} & c(x) \cup c(y) = c(x \cup y)
\end{array}
$$

Auch die aus der klassischen Topologie bekannte Tatsache, dass eine Menge zugleich offen und abgeschlossen sein kann, sollte für Kontexturen untersucht werden.

4.2.1. Die 5 Basistypen der Relationen von Mengen zueinander

Auf der Basis der Theorie der Teil-Ganzes-Relationen ergeben sich folgende 5 Fälle (Varzi/Cohn 2003):

$$
\begin{array}{lll}
\mathrm{O}_\tau(x, y) =_{\mathrm{df}} \exists z(\mathrm{P}_\tau(z, x) \wedge \mathrm{P}_\tau(z, y)) & & x\ \tau\text{-overlaps } y \\
\mathrm{A}_\tau(x, y) =_{\mathrm{df}} \mathrm{C}_\tau(x, y) \wedge \neg \mathrm{O}_\tau(x, y) & & x\ \tau\text{-abuts } y \\
\mathrm{E}_\tau(x, y) =_{\mathrm{df}} \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \mathrm{P}_\tau(y, x) & & x\ \tau\text{-equals } y \\
\mathrm{PP}_\tau(x, y) =_{\mathrm{df}} \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \neg \mathrm{P}_\tau(y, x) & & x \text{ is a proper } \tau\text{-part of } y \\
\mathrm{TP}_\tau(x, y) =_{\mathrm{df}} \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \exists z(\mathrm{A}_\tau(z, x) \wedge \mathrm{A}_\tau(z, y)) & & x \text{ is a tangential } \tau\text{-part of } y
\end{array}
$$

Danach haben überlappenden Mengen mindestens 1 Punkt gemeinsam. Angrenzung bedeutet, dass zwei Mengen die gleiche Closure haben, sich aber nicht überlappen. Der letzte Fall bedeutet, dass bei Angrenzung zwei Mengen genau 1 Punkt gemeinsam haben.

Es gibt somit bei Mengen innere, äussere (Rand-) und Tangentialpunkte. Wenn man die obigen mit den aus der klassischen Mengentheorie bekannten Operatoren kombiniert, ergeben sich weitere 23 mereotopologische Operationen.

4.2.2. Die 23 abgeleiteten Typen von Relationen von Mengen zueinander

$IP_\tau(x, y) =_{df} P_\tau(x, y) \wedge \neg TP_\tau(x, y)$		x is an interior τ-part of y
$BP_\tau(x, y) =_{df} \forall z(P_\tau(z, x) \rightarrow TP_\tau(z, y))$		x is a boundary τ-part of y
$PO_\tau(x, y) =_{df} O_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(y, x)$		x properly τ-overlaps y
$TO_\tau(x, y) =_{df} \exists z(TP_\tau(z, x) \wedge TP_\tau(z, y))$		x tangentially τ-overlaps y
$IO_\tau(x, y) =_{df} \exists z(IP_\tau(z, x) \wedge IP_\tau(z, y))$		x internally τ-overlaps y
$BO_\tau(x, y) =_{df} O_\tau(x, y) \wedge \neg IO_\tau(x, y)$		x boundary τ-overlaps y

$\pi_\tau x \phi$	$=_{df} \sigma_\tau z \; \forall x (\phi \rightarrow P_\tau(z, x))$	τ-product of ϕers
$x +_\tau y$	$=_{df} \sigma_\tau z \; (P_\tau(z, x) \vee P_\tau(z, y))$	τ-sum of x and y
$x \times_\tau y$	$=_{df} \sigma_\tau z \; (P_\tau(z, x) \wedge P_\tau(z, y))$	τ-product of x and y
$x -_\tau y$	$=_{df} \sigma_\tau z \; (P_\tau(z, x) \wedge \neg O_\tau(z, y))$	τ-difference of x and y
$k_\tau(x)$	$=_{df} \sigma_\tau z \; \neg O_\tau(z, x)$	τ-complement of x
$i_\tau(x)$	$=_{df} \sigma_\tau z \; IP_\tau(z, x)$	τ-interior of x
$e_\tau(x)$	$=_{df} i_\tau(k_\tau(x))$	τ-exterior of x
$c_\tau(x)$	$=_{df} k_\tau(e_\tau(x))$	τ-closure of x
$b_\tau(x)$	$=_{df} c_\tau(x) -_\tau i_\tau(x)$	τ-boundary of x
U_τ	$=_{df} \sigma_\tau z \; O_\tau(z, z)$	τ-universe

$\mathrm{Bd}_\tau(x)$	$=_{\mathrm{df}}$	$\exists y \mathrm{BP}_\tau(x, y)$	x is a τ-boundary
$\mathrm{Rg}_\tau(x)$	$=_{\mathrm{df}}$	$\exists y \mathrm{IP}_\tau(y, x)$	x is a τ-region
$\mathrm{Op}_\tau(x)$	$=_{\mathrm{df}}$	$\mathrm{E}_\tau(x, \mathrm{i}_\tau(x))$	x is τ-open
$\mathrm{Cl}_\tau(x)$	$=_{\mathrm{df}}$	$\mathrm{E}_\tau(x, \mathrm{c}_\tau(x))$	x is τ-closed
$\mathrm{Re}_\tau(x)$	$=_{\mathrm{df}}$	$\mathrm{E}_\tau(\mathrm{i}_\tau(x), \mathrm{i}_\tau(\mathrm{c}_\tau(x)))$	x is τ-regular
$\mathrm{Cn}_\tau(x)$	$=_{\mathrm{df}}$	$\forall y \forall z(\mathrm{E}_\tau(x, y +_\tau z) \rightarrow \mathrm{C}_\tau(y, z))$	x is τ-connected
$\mathrm{CP}_\tau(x, y)$	$=_{\mathrm{df}}$	$\mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \mathrm{Cn}_\tau(x)$	x is a τ-connected part of y

Wir dürften somit nun ein maximal exaktes Rüstzeug vor uns haben, um die beiden Güntherschen Basismodelle weiterzuformalisieren.

Literatur

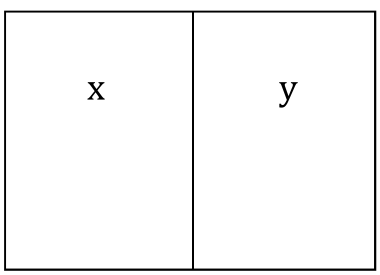
Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390. Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. II., Hamburg 1979

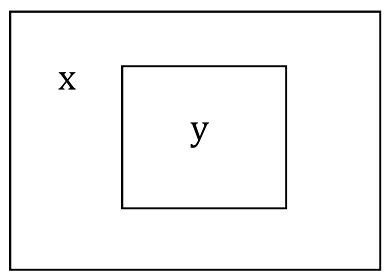
Zur Geometrie der Kontexturen II

1. Seit Günther (1976-80) wird angenommen, dass die Welt ein disseminiertes Verbundsystem von zweiwertigen Kontexturen ist. Dabei ist allerdings nicht klar, ob das Universum, das diese dessimnierten Kontexturen enthält, selbst ebenfalls eine Kontextur darstellt – oder was es denn darstellt. Ein weiteres Problem besteht darin, dass es keineswegs klar ist, dass aus der Elimination von Kontexturengrenzen die zwei Kontexturen einfach verschmelzen, denn die Frage ist doch, *wozu* sie verschmelzen. Im folgenden unterteilen wir also die möglichen Modelle in nicht-eingebettete und in eingebettete Kontexturen; bei letzteren gibt es immer eine (n+1)-te Kontextur, zu welcher n Kontexturen verschmelzen. Das würde allerdings letztlich bedeuteten, dass auch die Menge aller Kontexturen eine Kontextur darstellt.

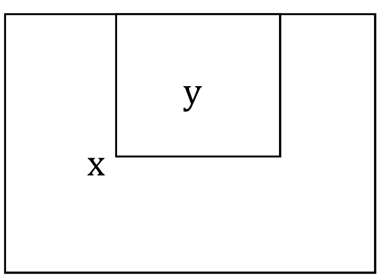
2. Nichteingebettete Kontexturen



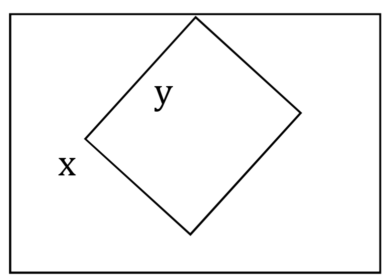
$K_x \parallel K_y$



$K_y \subset K_y$ / $K_x \subset K_y$



$E(K_y, K_x)$ / $E(K_x, K_y)$



$TP(K_y\, K_x)$ / $TP(K_x K_x)$

Für nicht-eingebettete Kontexturen gilt:

$K_1 \cup_{1.2} K_2$, $(K_1 \cup_{1.2} K_2) \cup_{1.2.3} K_3$, usw.

3. Eingebettete Kontexturen

$BC\ xyz := Cxz \wedge Czy$

Für eingebettete Kontexturen gilt:

$K_1 \cup_{1.2} K_2, (K_1 \cup_{1.2} K_2) \cup_{1.2.3} K_3 = (K_1 \parallel K_2 \wedge (K_3 \subset K_1 \wedge K_3 \subset K_2)$

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer nicht-operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Wie viele verschiedene Indizes gibt es nun?

1. Während es problemlos möglich ist, Icon (2.1) und Symbol (2.3) mit Hilfe von elementarer Mengentheorie zu definieren (vgl. z.B. Toth 2010), verursacht eine präzise Definition des indexikalischen Objektbezugs (2.2), wie bereits in mehreren Arbeiten von mir hingewiesen, beträchtliche Schwierigkeiten. Zunächst fällt auf, dass die rein merkmalstheoretischen Definitionen von Icon

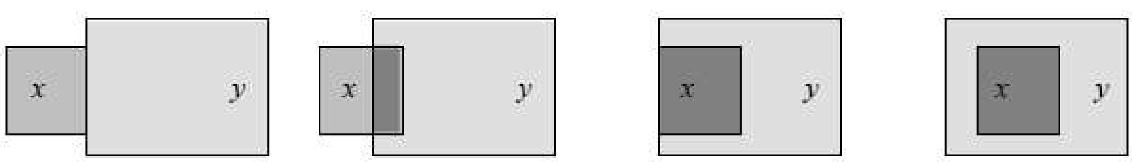
$M(ZR) \cap M(\Omega) \neq \emptyset$

und Symbol

$M(ZR) \cap M(\Omega) = \emptyset$

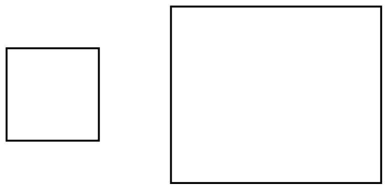
sich auch auf zwei elementare Formen des Index übertragen lassen – wenigstens dann, wenn man den Begriffs des Merkmals von der „Abbildung" auf die „Deixis" zu übertragen bereit ist. So kann man etwa Wegweiser und Verkehrszeichen durch $M(ZR) \cap M(\Omega) \neq \emptyset$ formalisieren, da sie ja lediglich in Richtungen verweisen, im ersteren Falle noch Entfernungsangaben geben, aber ihre Objekte nicht berühren. $M(ZR) \cap M(\Omega) = \emptyset$ kann z.B. auf Zuleitungssysteme wie Kanäle, Wasserleitungen, Rohrpost und dgl. angewandt werden.

2. In der von Varzi u.a. begründeten Mereotopologie, einer der jüngsten mathematischen Disziplinen (die vor allem zum Zwecke einer metaphysikfreien Ontologie geschaffen wurden), werden nun 4 Grundformen der Relationen zweier Mengen zueinander unterscheiden:



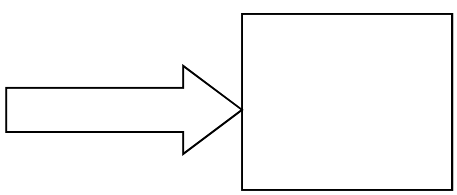
O, PO, TO, BO   O, PO, IO   O, TO, P, PP, TP   O, IO, P, PP, IP

Dazu kommt Fall 1 des Index (Wegweiser):



im 2. Fall (dem 1. mereotopologischen Modell) liegt also der Fall 2 des Index (Zuleitungen) vor. Im Fall 3 (mer. Modell) liegt das Zeichen im Objekt, aber so, dass es einen Teil seines Randes mit dem Rand („closure“) des Objektes teilt. Als Beispiel kann man hier den „an der Naht von Innen und Aussen“ befindlichen Thermostaten anführen. Schliesslich ist im Fall 4 (mer. Modell) das Zeichen ganz im Objekt, und zwar als „PP“ (proper part). Ein Beispiel sind die Knöpfe bzw. Tasten des Liftes, welche auf die Stockwerke verweisen, wobei sich in diesem Fall der Lift innerhalb des Gebäude befinden muss.

3. Allerdings scheint eine weitere Differenzierung insofern angebracht, also zwischen den Fällen 2 und 3 (mer. Modell) der Fall der „tangentialen Berührung“ in 1 Punkt ausgespart ist. Hierfür müsssen wir allerdings das Modell etwas abändern:



Die tonabnehmende Nadel, die in jedem Punkt auf einen Ton bzw. einen Teil einer Tonsequenz verweist, im Falle einer Schallplatte wäre ein Beispiel.

Damit hätten wir 6 Arten von Indizes, die 6 verschiedene Typen von Deixis mathematisch präzise unterscheiden lassen, welche bis anhin in der Semiotik unter dem Portemanteau „nexale Relation“ undifferenziert waren.

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille G., Mereotopological connections. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003

Toth, Alfred, Zur Mereotopologie des semiotischen Objektbezugs. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

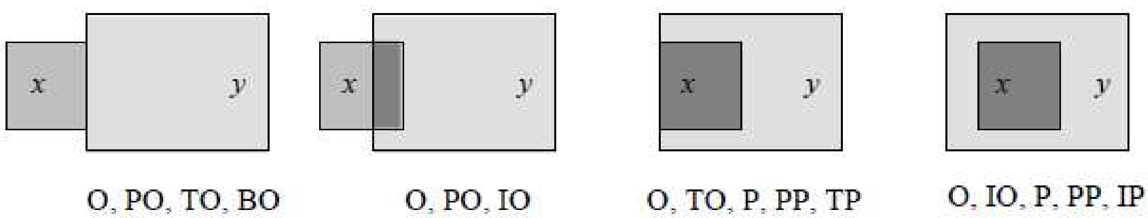
Eine Neuklassifikation des semiotischen Objektbezugs

1. In Toth (2010) wurde gezeigt, dass wir mit Hilfe der Mereotopologie (vgl. z.B. Cohn/Varzi 2003) mindestens 6 Typen von Deixis und damit 6 verschiedene indexikalische Objektbezüge unterscheiden können, was bisher mit den Mitteln der naiven Mengenlehre nicht möglich war. Da sich der Grenzfall des Symbols (2.3), das dadurch definiert ist, dass zwischen Zeichen und Objekt keinerlei Übereinstimmungsmerkmale finden, d.h.

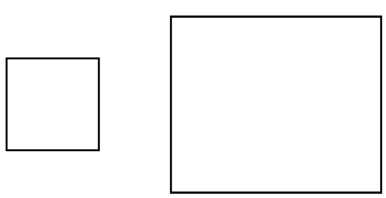
$$M(2.3) \cap M(\Omega) = \varnothing,$$

von weiterer Verfeinerung natürlich ausschliesst, wollen wir uns zunächst dem Icon (2.1) zuwenden, wo es ja schon nach erstem Augenschein beträchtliche Unterschiede gibt, wenn wir nur etwa Personenbilder Dürers, Modiglianis oder Picassos vergleichen.

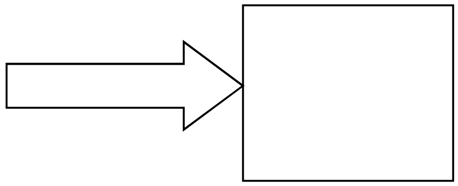
2. Wir gehen zunächst wiederum von der fundamentalen mereotopologischen Vierteilung der Relation zweier Mengen in Bezug auf Schnitt und Closure aus:



Dazu kommten nach Toth (2010) noch die beiden folgenden Fälle, der „symbolische“ Fall:



und der „tangentiale“ Fall:



Wenn wir die Fälle also von 1-6 durchnumerieren, können wir folgende iconischen Beispiele beibringen: Fall 1: Teile eines Puzzles (das Sich-Einfügen der Formen), Fall 2: Schlüssel und Schloss, Rad und Achse, Stecker und Dose, usw. Fall 3: Flasche und Flüssigkeit, Fall 4: Flasche und Flaschenpost (auch das Schiff in der Flasche, usw.). Fall 5: Dalis Zeichnung einer Waage auf der Kunstschule, von der er Behauptete, sie sei das Porträt der Jungfrau Maria. Fall 6: Farben als „indexikalische Icons", z.B. rot für Hurenhaus, blau für Wasser, grün für Hoffnung, gelb für Tod, usw. Ev. gehören hierzu auch der von Walther erwähnte Peircesche „reagierende Index", z.B. Kampfernadeln, in eine Flüssigkeit gegeben, um festzustellen, ob das Behältnis sauber ist (Walther 1979, S. 66).

Damit lassen sich also sowohl Indizes (2.2) als auch Icons (2.1) anhand der oben unterschiedenen 6 mereotopologischen Typen unterscheiden. Einzig das Symbol (2.3) entzieht sich einer Differenzierung. Daraus resultiert natürlich eine mereotpologische Neueinteilung der Zeichen nach ihren Objektbezügen.

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille G., Mereotopological connections. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003

Toth, Alfred, Wie viele verschiedene Indizes gibt es nun? In: electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Drei kontexturelle Modelle

1. Sei $K_z \subset_{z.x.y} (K_x \cup K_y)$, dann kann man mit Hilfe der Mereotopologie (Varzi 2007, S. 34) folgende drei Modelle aufstellen:

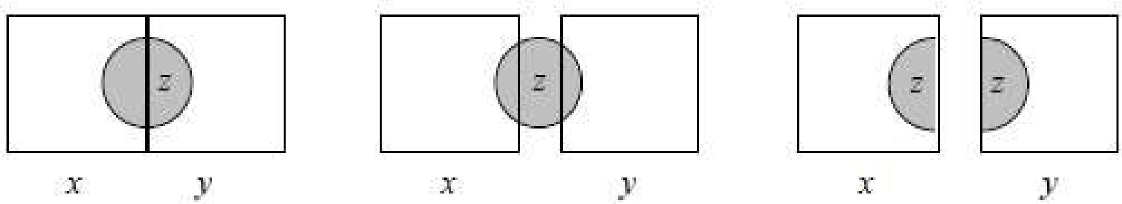
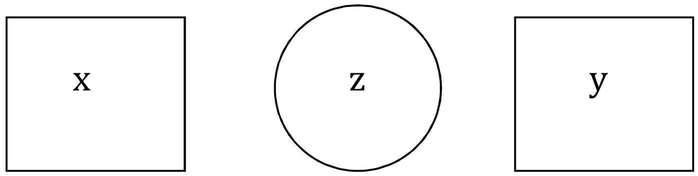


Figure 1.8. A connected sum (left) and two disconnected sums (middle, right)

Im 1. Bild überlappt z komplett eine Teilmenge von $x \cup y$. Im 2. Bild überlappt z auch die Komplemente von x und y. Im 3. Bild schliesslich liegt der gleiche Falle vor wie in Bild 1, aber die beiden Summen sind unzusammenhängend.

2. Im 1. Bild sind also die beiden Kontexturen x und y zueinander adjazent, d.h. es gibt eine Grenze, aber kein Grenzland bzw. „Niemandsland“ zwischen ihnen. Ferner ist die Verteilung von $z \subset x$ und $z \subset y$ symmetrisch, d.h. die Kontextur z partizipiert in gleichem Masse an den Kontexturen x und y. Das bedeutet also, dass die Kontextur z faktisch ein echter Teil der Vereinigung der beiden Kontexturen x und y ist. Die Vorstellung gewisser Völker, wonach das Jenseits im Diesseits liegt, kann also durch das 1. Bild illustriert werden.

Im 2. Bild (ebenso wie im 3. Bild) liegt ein Niemandsland vor, das die beiden Kontexturen x und y trennt, im 2. Bild (aber nicht im 3.) fungiert die Kontextur z als Brücke. In Bild 2 überlappt z die beiden Kontexturen x und y symmetrisch, aber auch seine Komplemente überlappen x und y symmetrisch. Dagegen gibt es keine Brücke (Transition) zwischen den Kontexturen x und y im 3. Bild, denn die eine Hälfte der Kontextur z überlappt x – aber nicht sein Komplement -,und die andere Hälfte der Kontextur z überlappt y – aber nicht sein Komplement. Das 2. Bild entspricht also der mythologischen Vorstellung einer Brücke (eines Weges, Flusses und dgl.) zwischen Diesseits und Jenseits. Das 3. Bild dagegen entspricht gar keiner Vorstellung, da ja Transition fehlt, im Grunde ist vom mythologischen Standpunkt aus die Kontextur z überflüssig. Man könnte sich somit als 4. Bild folgendes vorstellen:



Auch hier liegt also eine „disconnected sum“ vor, mit dem Unterschied, dass alle 3 Kontexturen nun paarweise diskret sind. Fall man das 4. Bild so interpretiert, dass z als „Brücke“ zwischen x und y fungiert, dann bräuchten wir indessen eine weitere Brücke zwischen x und z einerseits sowie zwischen z und y anderseits.

Literatur

Varzi, Achille C, Spatial Reasoning and Ontology. In: Aiello, Marco et al., Handbook of Spatial Logic. Berlin 2007, S. 945-1938

Stärkere und schwächere Deixis

1. Obwohl Deixis wohl kaum messbar ist, ist jedermann klar, dass es stärkere und schwächere Formen gibt. Fragt A den B, wo C liege, wird A vielleicht seine Hand mit Zeigefinger ausstrecken und in die Richtung DEUTEN, wo C liegt. Alternativ kann A dem B z.B. SCHILDERN: Zuerst biegen Sie an der nächsten Kurve nach links ab, dann überqueren Sie die Strasse und biegen dann rechts ab. Dann sehen Sie einen Park. Den durchqueren Sie, bis sie eine weitere Strasse finden. Diese überqueren Sie ebenfalls, und dann sollten Sie dort eine Bushaltestelle sehen. Sie nehmen dort den Bus Nr. 17 und steigen an der Station „Kantonsspital" aus. Die von Ihnen gesuchte Klinik liegt dann in der Anlage, wobei Sie sich anhand der dort ausgelegten Pläne nochmals orientieren oder beim Informationsschalter nachfragen sollten. Als letztes sei der Fall erwähnt, wo jemand erst innerhalb eines Gebäudes oder sogar erst im Lift seine Destination anwählt und durch eine Drucktaste dem Lift den Befehl erteilt, auf jenes Stock hinaufzufahren, wo sich die Destination befindet.

2. Man vergleiche nun die 4 folgenden mereotopologischen Konnektionen zweier nicht-leerer Mengen aus Varzi (2007, S. 64):

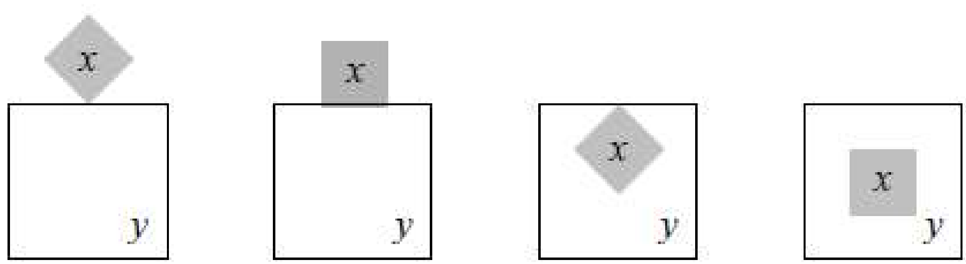
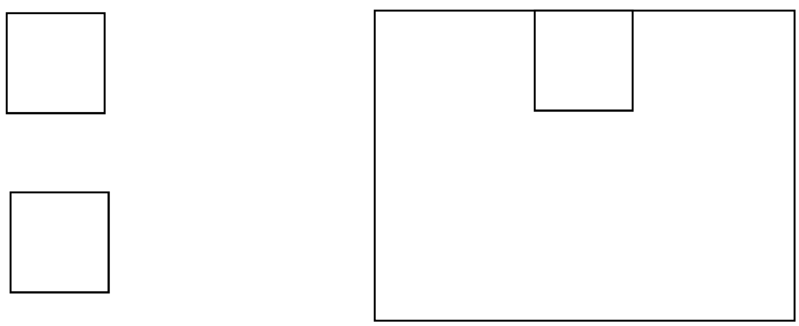


Figure 1.16. Four patterns of external connection, from weakest to strongest.

Grundsätzlich gilt: Tangentiale Konnektion (1., 3. Bild) ist schwächer als Adjazenz (2., 4. Bild), und Konnektion im Innern(3., 4. Bild) ist stärker als im Äussern (1., 2. Bild).

Im 1. Bild liegt etwa der Fall einer Zufahrtsstrasse vor, die an einem bestimmten Punkt in eine andere (grössere) Strasse mündet. Im 2. Bild ist z.B. eine Scheune an die Seitenwand eines Bauernhofes angebaut, vielleicht sogar mit Verbindungstüre (und damit partieller Aufhebung der Konnektion zwishen x und y). Im 3. Bild liegt z.B. der Fall einer Treppe vor, die ja jeweils mit der letzten Stufe, d.h. „in einem Punkt“, das jeweilige Stockwerk berührt. Schliesslich im 4. Bild ist das deiktische Element völlig innerhalb des Objektes; man kann hierfür z.B. die automatische Navigation in modernen Autos als Beispiel anführen.

Daneben muss es aus Symmetriegründen noch die beiden folgenden weiteren Fälle geben:



Fall 5 ist der „symbolische Fall“, hier findet eigentlich keine Deixis im intensionalen Sinne statt. Als Beispiel hierfür können die „kausalen“ natürlichen Zeichen wie Donner und Blitz dienen. Fall 6 ist z.B. ein Zimmer in einer Wohnung, oder noch charakteristischer die sog. „gefangenen Räume“ (in die man nur durch einen anderen Raum gelangt).

Literatur

Varzi, Achille C, Spatial Reasoning and Ontology. In: Aiello, Marco et al., Handbook of Spatial Logic. Berlin 2007, S. 945-1938

Die relative Lage zweier nichtleerer Mengen zueinander und ihr Niederschlag im Wortinhalt

1. Die folgende Illustration aus Cohn und Varzi (2003, S. 23) zeigt 12 (bzw. 10 – 2 Typen coinzidieren) mögliche Fälle zweier Mengen zwischen tangentialer Berührung und „Proper Parthood" mit je einer „Zwischenstation":

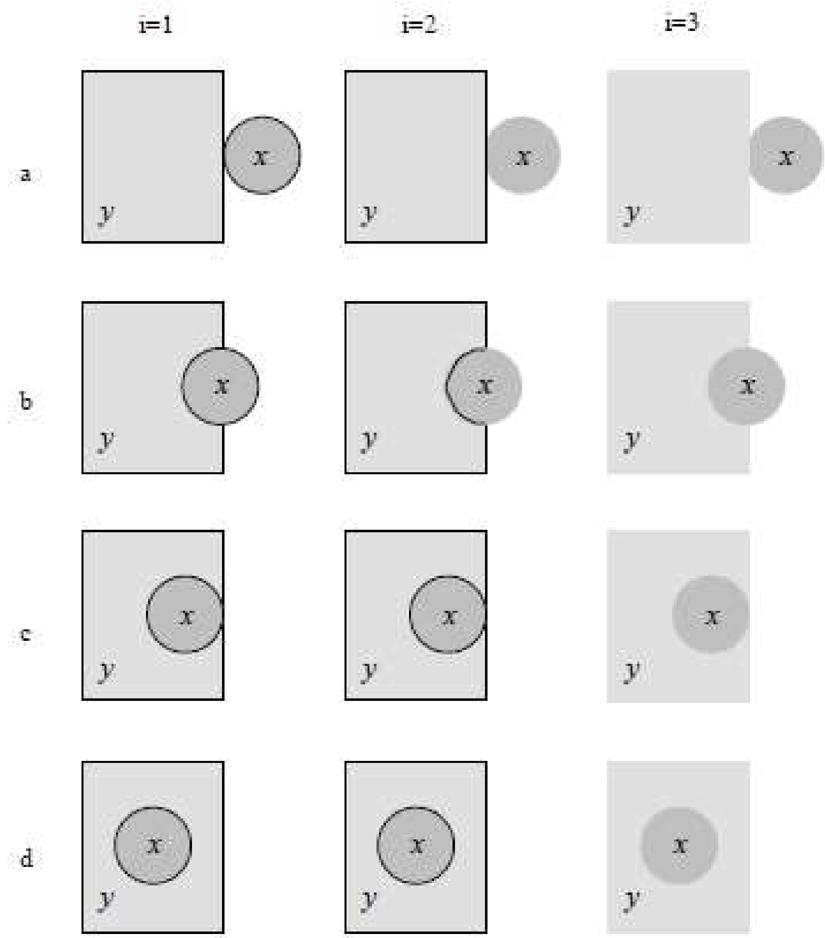


Figure 7. Connection relations of increasing strength (limit cases): four main patterns for each basic type of connection illustrated in Section 3.

2. Das von Leisi (1953) inaugurierte (und sowohl in der Linguistik als auch in der Semiotik stark vernachlässigte) linguistische Teilgebiet der Wortinhaltslehre ist, wie hier zu zeigen ist, einmal mehr ein lohnendes Anwendungsgebiet der jungen mathematischen Disziplin der Mereotopologie. Dabei wird hier wiederum unterscheiden zwischen der Offenheit vs. Abgeschlossenheit entweder/oder bzw. sowohl/als auch dessen, was berührt wird und dessen,

was berührt. So setzt z.B. „baumeln“ voraus, dass das, was baumelt, an einem Fixpunkt aufgehängt sein muss, wogegen „schweben“ einen Fixpunkt ausdrücklich nicht voraussetzt. „einstecken“ setzt voraus, dass das, worin etwas eingesteckt wird, einigermassen fest, d.h. abgeschlossen ist, wogegen sie bei „einsickern“ eher poröse, d.h. offen ist.

Beispiele:

Bild a1: berühren, anlangen, anfassen, „tangieren“.

Bild a2: anblasen

Bild a3: verwehen (besser *bewehen)

Bild b1: einstecken

Bild b2: pfropfen

Bild b3: einsickern

Bild c1/c2 (Coinzidenz): haften, kleben, baumeln

Bild c3: hängen (hangen)

Bild d1/d2 (Coinzidenz): herumirren, streunen

Bild d3: schwimmen, fliegen, schweben

Literatur

Cohn, A.G./Varzi, A.C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390

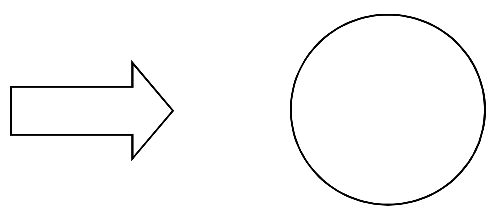
Leisi, Ernst, Der Wortinhalt. Heidelberg 1953

Zehn semiotische Bezeichnungsarten

1. Wie ich schon oft geäussert habe, passt der indexikalische Objektbezug nicht ins Schema der iconischen und symbolischen Objektbezüge, da die letzteren auf Abbildungen gründen und der erstere auf Deixis. Dementsprechend stellte es in der Vergangenheit zwar kein Problem dar, Icon (2.1) und Symbol (2.3) mit Hilfe elementarer Mengentheorie (Venn-Diagramme) zu formalisieren, aber beim Index blieb es in der Regel beim vagen Hinweis auf „nexale" Relation oder seltsamerweise auch „direkte Relation" zwischen Zeichen und Objekt (so z.B. Walther 1979, S. 64). Ich präsentiere daher im folgenden ein einheitliches Modell zur Formalisierung beider Arten von Zeichen, der deiktischen und der abbildenden, und zwar wird dafür ein erweitertes mereotpologisches Modell auf der Basis von Cohn/Varzi (2003) herangezogen.

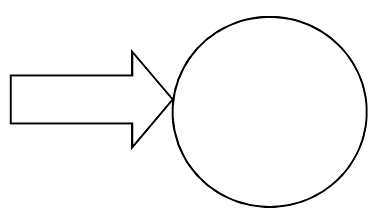
1. Deiktische („nexale") Relationen

1.1. Ferndeixis



Beispiel: Wegweiser, der auf eine entfernte Stadt verweist.

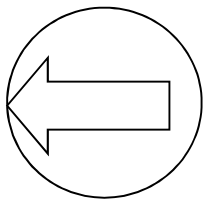
1.2. Tangentialdeixis



Beispiel: Fluss, der sich an einem bestimmten Ort in einen See ergiesst (z.B. der alpenländische Rhein bei Altenrhein SG in den Bodensee).

1.3. Boundary-Deixis

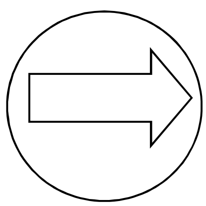
1.4. Closure-Deixis



Beispiel für Boundary-Deixis: Das Anklopfen an eine Tür.

Beispiel für Closure-Deixis: Das Aufbrechen einer Tür.

1.5. Inside-Deixis

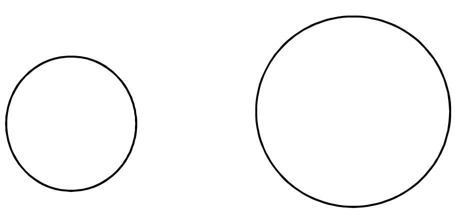


Beispiel: Namen der Wohnungmieter im Lift eines Mehrfamilienhauses.

1.1. – 1.4. sind externe Deixen, 1.5. ist interne Deixis.

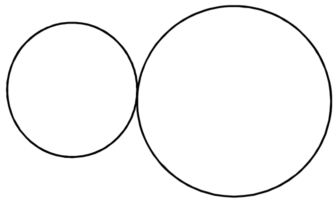
2. Inklusive Relationen

2.1. Zero-Inklusion



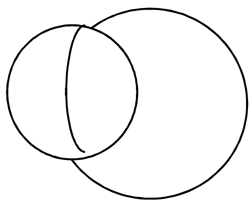
Beispiel: Willkürliche Zuordnung von Signifikantne zu Signifikaten (Saussuresches Arbitraritätsgesetz), „symbolischer Fall“

2.2. Tangialrelation



Beispiel: TR(Mann, Hahn) = männlich, TR(Frau, Henne) = weiblich

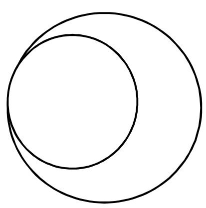
2.3. Überlappungsrelation



Beispiel: Paarweiser Schnitt mit Quark, Ricotta, Frischkäse, Túró,.

2.4. Boundaryrelation

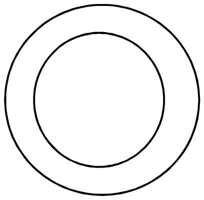
2.5. Closurerelation



Beispiel für Boundaryrelation: Oberbegriffe, z.B. „Käse“ für Emmentaler, Tilsiter, Brie, usw.

Beispiel für Closurerelation: Menge der verschiedenen „Käse“, z.B. Rahmkäse, Rotschmierkäse, Hartkäse, Roquefort, usw.

2.6. Proper Parthood-Relation



Beispiel: Die Menge der Primzahlen steht in PPR zur Menge der natürlichen Zahlen

Damit ergeben sich also 10 semiotische Bezeichnungstypen, die nicht mit der Peirceschen Einteilung des Objektbezuges übereinstimmen. Auf dieser Basis könnte man also eine Neuklassifikation der Zeichen vornehmen.

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390. Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Umgebungen des bezeichneten Objektes

1. Zeichen bezeichnen nicht nur ihre Objekte, sondern meist auch deren Umgebungen sowie eine Anzahl weiterer Bestimmungen. Z.B. bezeichnet dt. Gasse einen fahrbaren Weg wie dt. Strasse, aber eine Gasse muss sich zwischen zusammengebauten Häusern befinden, was z.B. bei einer Landstrasse (engl. road) nicht der Fall ist (die meisten Beispiele sind Leisi 1953 entnommen). Ein Stück Fleisch wird im Dt. nicht einfach gekocht, sondern je nachdem gesotten, gebraten, pfannengerührt, gebacken, gegrillt, Gemüse kann ferner gedünstet werden. Das Sieden setzt also eine Wasserpfanne, das Braten eine Bratpfanne, das Stir-frien einen Wok, das Backen einen Ofen und das Grillen einen Grill/Rost, ein hawaiianisches Luʿau sogar einen Erdofen (imu, umu) voraus.

2. Die exakte Lokalisation eines Objekts in einer Regions des Raumes kann in der Mereotopologie durch den Ausdruck (Varzi 2007, S. 73):

$Lxy \wedge Lxz \rightarrow y = z$,

beschrieben werden, woraus ein expliziter Ortsfunktor einführbar ist (Varzi 2007, S. 84):

$px =: \ iyLxy$.

Einfach gesagt, wird damit nichts anderes ausgedrückt, als dass x in y liegt. Die Frage ist, wie präzise können Wortinhalte wie die oben angegeben durch mereotopologische Beziehungen in der Semiotik ausgedrückt werden? Es dürfte vorab klar sein, dass der Unterschied von Pfannen und Woks für die Semiotik ohne Relevanz ist, da die Semiotik ja eine reduktive Wissenschaft ist. Dennoch sollen die vorhandenen Möglichkeiten hier untersucht werden.

Wie in Toth (2010) gezeigt wurde, ist die ad hoc-Einführung einer eigenen Ortskategorie in der Form etwa der onomasiologischen ternären Relation (Jaberg/Jud)

$VZ = (S, O, W)$

überflüssig, da das Zeichen durch seine Bezeichnungsfunktion immer als Funktion seines Ortes darstellbar ist. Beispiele sind dialektale Wörter als Funktion ihrer Orte, wo sie verwendet werden, Hausnummer als Funktion ihrer

Häuser, Uniformen als Funktion ihrer Träger, Grenzsteine als Funktion ihrer realen politischen Grenzen, usw. Wie in Toth (2010) gezeigt wurde, gilt somit

$M \subset L \subset O$.

3. Damit können wir die oben gestellte Frage wie folgt beantworten: Diejenige Präzision, mit der Wortinhalte durch mereotopologische Relationen semiotisch festgehalten weden können, wird durch die mereotopologischen Charakteristiken von Offenheit und Geschlossenheit der entsprechenden Mengen sowie den Typen ihrer Deixis (beim Index) bzw. Inklusion (Icon, Symbol) festgelegt. Nach Varzi (2007, S. 48) besteht eine Menge aus dem Innern, dem Äusseren, der Closure und der Boundary:

$ix := \Sigma z \forall y\ (Czy \rightarrow Oxy)$ interior

$ex := i(\neg x)$ exterior

$cx := \neg ex$ closure

$bx := \neg(ix + ex)$ boundary

Damit liegen die folgenden Definitionen auf der Hand

$OPx := x = ix$ open

$CLx := x = cx$ closed,

und die folgenden 21 Kombinationen von Zeichen und Objekt sind möglich

ii

ie ee

ic ec cc

ib eb cb bb.

Z.B. muss als eine Gasse einen "Rand" haben (b), d.h. mit dem Fahrweg bildet sie eine Closure, aber eine Road verläuft frei in der Landschaft, d.h. sie ist mit dem „Interior" ausreichend charakterisiert. Das Backen im Ofen setzt einen abgeschlossenen Raum, also eine closure voraus, der hawaiianische Erdofen dagegen nur ein „Exterior". Eine Tasse besteht streng genommen nur aus Rand, d.h. Boundary, eine Flasche dagegen wird zusammen mit dem Zapfen ohne Kronenkorken zur „Closure“, usw.

Literatur

Leisi, Ernst, Der Wortinhalt, Heideberg 1953

Toth, Alfred, Lokalisierte Mengen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Varzi, Achille G., Spational Reasoning and Ontology. In: Aiello, M. et al., Handbook of Spational Logics. Berlin 2007, S. 945-1038

Kann es eine semiotische Theorie physischer Objekte geben?

1. Seit einiger Zeit sind auf der Grundlage der Mereologie, bes. der Mereotopologie, ontologische Theorien physischer Objekte entstanden (vgl. z.B. Borgo/Guarino/Masolo 1997). Die Basis dafür bilden die folgenden 4 unären Prädikate:

R: Regionen des Raumes

M: Brocken von Materie

OB: physikalische Objekte

S: Zustände

Zwischen den Prädikaten besteht die Relation der exklusiven Disjunktion:

$Rx \veebar Mx \veebar Obx \veebar Sx$

Man kann ein Objekt selbst daher wie folgt einführen:

OB = (M, R, S).

2. Bemerkenswert ist nun, dass S als „system states, intended as global spatial configurations of the elements of M" (Borgo/Guarino/Masolo 1997, S. 2) definiert wird. Somit entspricht S dem Interpreten $\mathfrak{I}$ als dem konnexiven System über repertoiriellen Elementen $\mathcal{M}$ und wir erhalten unter der selbstverständlichen Identifizierung der materiellen Mittel $\mathcal{M}$ mit M und der Regionen des Raumes mit ($\mathcal{M} \rightarrow \Omega$) (vgl. Toth 2010):

$OB = (M, R, S) \rightarrow OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathfrak{I})$.

Was nun OR anbetrifft, so ist die „chunk of matter" natürlich ein Teil der physischen Objekte selbst, d.h. wir haben

$\mathcal{M} \subset \Omega$,

und diese Beziehung ist eine Funktion des Interpreten:

$\mathfrak{I} = f(\mathcal{M}, \Omega)$,

d.h. genauso wie in OB der „Status" bzw. „das System der status" eines physischen Objektes ein Bewusstsein voraussetzt, welches das System erzeugt oder mindestens erkennt, so gilt dies in Sonderheit für die präsemiotische Relation OR.

Allerdings sind wir damit wenigstens semiotisch noch nicht am Ende, denn Bense (1973, S. 71) hatte die bemerkswerte Feststellung gemacht, dass der Zeichenträger $\mathcal{M}$ ein „triadisches Objekt“ sei, „ein Etwas, das sich auf drei Objekte (M, O, I) bezieht. Es ist also

$\mathcal{M} = f(M, O, I)$,

und damit bekommen wir

$$\begin{tikzcd}
\mathrm{OR} = \arrow[d, Rightarrow] & (\mathcal{M}, \arrow[d] \arrow[dr] \arrow[drr] & \Omega, & \mathfrak{I}) \\
\mathrm{ZR} = & (M, & O, & I)
\end{tikzcd}$$

Qua $\mathcal{M} = f(M, O, I)$ bekommen wir also OR → ZR, und damit ist der Übergang zwischen OR und ZR angelegt, der für OB versperrt ist, wo die Differenzierung zwschen materiellen und immateriellen Objekten steckenbleibt (Borgo/ Guarino/ Masolo 1997, S. 7) und wo weder für Sinn noch für Bedeutung Platz ist.

Literatur

Borgo, Stefano/Guarino, Nicola/Masolo, Claudio, An ontological theory of physical objects. http://www.loa-cnr.it/Papers/QR97.pdf (1997)

Zu einer semiotischen Arithmetik der Reziprozität I

1. In einer 2-dimensionalen Semiotik wie derjenigen von Peirce gibt es nur 2 Typen von Primzeichen:

1.1. Die triadischen, welche nach rechts binden: a.

D.h. es ist: A. = $\{a.x \mid a \in \{1, 2, 3\}$.

1.2. Die trichotomischen, welche nach links binden: .a

D.h. es ist: .A = $\{x.a \mid a \in \{1, 2, 3\}$.

Die Elemente von A. und .A können zu folgenden 4 Verbindungen kombiniert werden:

- a.a.   - a..a

- .a.a   - .aa.,

wobei also der Fall a..a = a.a, die sog. kartesische Multiplikation, nur einen Sonderfall unter mehreren einnimmt.

2. Gehen wie jedoch von einer 3-dimensionalen Semiotik aus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), so finden wir die folgenden 6 Typen von Primzeichen:

2.1. Horizontal triadische: a.

$$\text{D.h. es ist: .A} = \{ \begin{matrix} x.x \\ x.a \\ x.x \end{matrix} \mid a \in \{1, 2, 3\}.$$

2.2. Horizontal trichotomische: .a

$$\text{D.h. es ist: .A} = \{ \begin{matrix} x.x \\ a.x \\ x.x \end{matrix} \mid a \in \{1, 2, 3\}.$$

2.3. Vertikal triadische: $a^{\cdot}$

a.x

D.h. es ist: $.A = \{ \begin{matrix} x.x \\ x.x \end{matrix} \mid a \in \{1, 2, 3\}.$

2.4. Vertikal trichotomische: ạ

$$\text{D.h. es ist: } .A = \{ \begin{matrix} x.a \\ x.x \\ x.x \end{matrix} \mid a \in \{1, 2, 3\}.$$

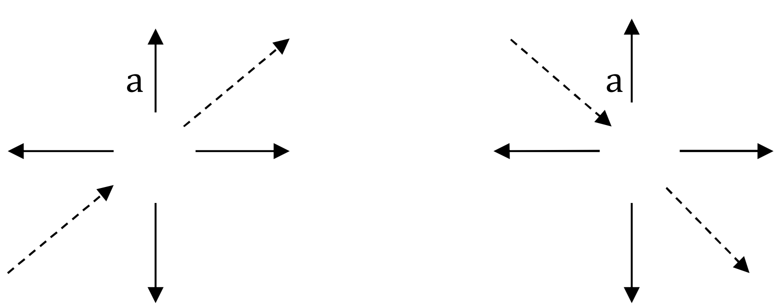
2.5. Hinten/vorne triadische: à

$$\text{D.h. es ist: } .A = \{ \begin{matrix} x.x \\ x.a \\ a.x \end{matrix} \mid a \in \{1, 2, 3\}.$$

2.6. Hinten/vorne trichotomische: á.

$$\text{D.h. es ist: } .A = \{ \begin{matrix} x.x \\ x.a \\ x.a \end{matrix} \mid a \in \{1, 2, 3\}.$$

Ein Primzeichen der allgemeinen Form (a) hat also die folgenden (dimensionalen) Richtungen:



Diese 6 Typen lassen sich zu $(6 \cdot 7)/2 = 21$ Paaren kombinieren, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind

a.a.

a..a .a.a

a.ȧ .aȧ ȧ ȧ

a.ạ .aạ ȧạ ạạ

a.à .aà ȧà ạà àà

a. á .aá ȧá ạá àá áá,

die Punkte und Striche sind also einfach Abkürzungen für Pfeile.

3. Eine Arithmetik gerichteter Peirce-Zahlen (worunter wir im Anschluss an Toth 2008 usw. die hier als triadische bzw. trichotomische oder rechts- und linksbindende bezeichneten Primzeichen verstehen) wird nun am besten mit Hilfe einer Topologie dargestellt, deren Basisbegriffe das Ganze und sein Teil sind (sog. Mereotopologie), denn sowohl bei reziproken wie bei reflexiven Handlungen sind ja immer mindestens zwei Objekte beteiligt: sie küssen sich, man isst von etwas, er erinnert sich an/auf/von etwas (z.B. deutsch/österr. Deutsch, Ungarisch/ Altgriechisch), Hunde schlecken sich ab, einer klebt ein Plakat an, der Soldat zieht seine Uniform an, usw. Wer sich für die verbale Semiotik reziproker Ausdrücke interessiert, sei auf die Pionierarbeiten von Maslova 2000 u. 2005 verwiesen. Allerdings geht es hier im folgenden nicht um die verbale Kodierung reziproker Ausdrücke (z.B. Akkad. ah̳u ana ah̳i „einer dem anderen“, dt. ein-ander vs. selbstdritt, finn. toinen toistaan (eig. „zweitens aus zweien) usw. usw.), sondern um die von der Linguistik unabhängigen, aber ihr zugrunde liegenden abstrakten Typen, d.h. um die mengentheoretisch-topologischen Strukturen, die den Typen von Reziprozität einschliesslich ihres Grenzfalls, der Reflexivität (vgl. dt. „sie küssen einander“ vs. „sie küssen sich“), zugrunde liegen.

3.1. Wir gehen also davon aus, dass man reziproke Handlungen relationstheoretisch sehr einfach wie folgt darstellen kann:

$REC(x, y) := [(x, y) \wedge (y, x)]$.

D.h., zwei Objekte sind nur dann reziprok, wenn sie auf beide Paare (x,y) und (y, x) zutreffen, sonst nicht. Ist $x = y$, liegt der Grenzfall der Reflexivität vor.

3.2. Als nächstes bestimmen wir die Lage der Objekte x und y zueinander (die Zunge x schleckt am Gesicht y, die Uniform x befindet sich am Körper y, Hans (x) schlägt Fritz (y), zwei Freunde, x und y, schreiben einander Briefe, usw. Ein einfaches Klassifkationsschema für Pars-Teil-Relationen wurde von Cohn und Varzi (2003, S. 7) vorgeschlagen:

$O_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$\exists z(P_\tau(z, x) \wedge P_\tau(z, y))$	x τ-overlaps y
$A_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$C_\tau(x, y) \wedge \neg O_\tau(x, y)$	x τ-abuts y
$E_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge P_\tau(y, x)$	x τ-equals y
$PP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(y, x)$	x is a proper τ-part of y
$TP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge \exists z(A_\tau(z, x) \wedge A_\tau(z, y))$	x is a tangential τ-part of y

Man beachte dass mereotopologische „Equality" genau der obigen Definition von „Reziprozität" entspricht und dass das Nichterfülltsein dieser Relation genau mit der mereotopologischen Definition von „Proper Part" (echter Teilmenge) zusammenfällt. Tangentialität kann man Grenzfall von „inverser" Transitivität von Reziprozität bestimmen ((z, x) ∧ (x, y) ⇒ (z, y)).

Man kann nun in die obigen 5 Formeln für x und y jeweils alle 21 Paare gerichteter Peirce—Zahlen einsetzen, wobei natürlich diejenigen mit inverser Gerichtetheit ((a→←a)) entfallen.

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390

Maslova, Elena, Reciprocal and Polyadic. Ms. 2000

Maslova, Elena, Reflexive encoding of reciprocity. Ms. 2005

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008

Zu einer semiotischen Arithmetik der Reziprozität II

1. In Teil I (Toth 2010) wurde von der folgenden relationentheoretischen Definition von Reziprozität ausgegangen:

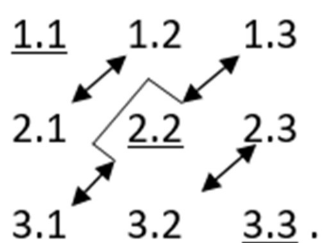
$REC(x, y) := [(x, y) \wedge (y, x)]$.

D.h., zwei Objekte sind nur dann reziprok, wenn sie auf beide Paare (x,y) und (y, x) zutreffen, sonst nicht. Ist x = y, liegt der Grenzfall der Reflexivität vor.

2. Ist (a.b) die allgemeine Form eines Subzeichens, so ist also

$REC(a.b) = (a.b)^0 = (b.a)$,

wobei Reflexivität natürlich auf die genuinen Subzeichen mit a = b (in der folgenden Matrix unterstrichen) zutrifft



3. Die Semiotik besitzt als 3-wertiges System 3 Negationen, eine „klassische“ (d.h. der 2-wertigen aristotelischen Logik korrespondieren):

$1 \leftrightarrow 2$

und zwei „nicht-klassische“

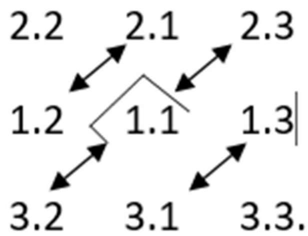
$2 \leftrightarrow 3$

$1 \leftrightarrow 3$.

Demnach sieht die klassische Negation der semiotischen Matrix wie folgt aus:

2.2	2.1	2.3
1.2	1.1	1.3
3.2	3.1	3.3.

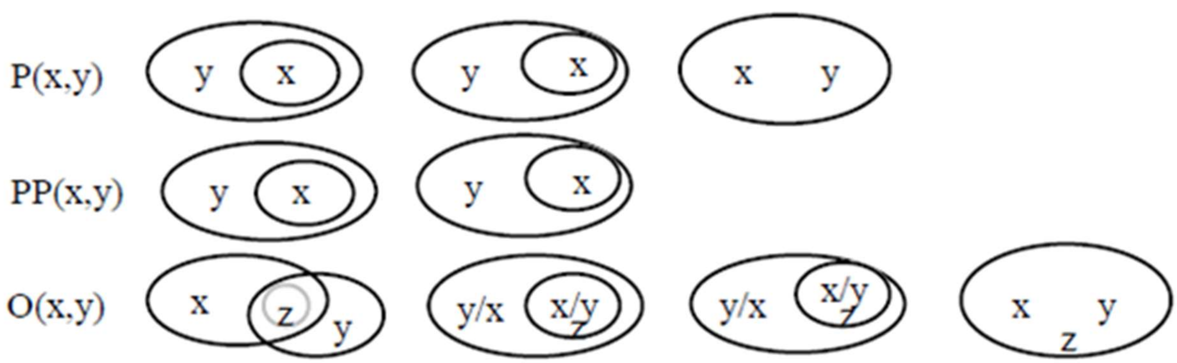
Wenn wir wieder die Reziproken miteinander verbinden, haben wir

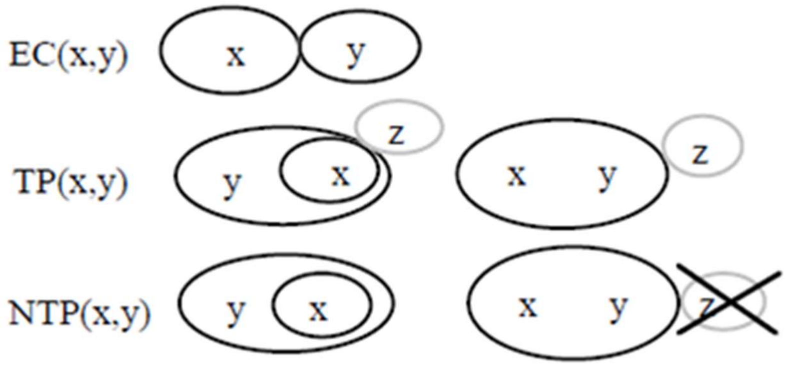


4. Damit kommen wir auf unseren Vorschlag in Teil I zurück, semiotische Reziprozität durch mereotopologische Verbindungen (connections) zu definieren. Die elementaren Definitionen sind nach dem System von Cohn/Varzi (2003):

$O_\tau(x, y)$	$=_{df}\ \exists z(P_\tau(z, x) \wedge P_\tau(z, y))$	x τ-overlaps y
$A_\tau(x, y)$	$=_{df}\ C_\tau(x, y) \wedge \neg O_\tau(x, y)$	x τ-abuts y
$E_\tau(x, y)$	$=_{df}\ P_\tau(x, y) \wedge P_\tau(y, x)$	x τ-equals y
$PP_\tau(x, y)$	$=_{df}\ P_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(y, x)$	x is a proper τ-part of y
$TP_\tau(x, y)$	$=_{df}\ P_\tau(x, y) \wedge \exists z(A_\tau(z, x) \wedge A_\tau(z, y))$	x is a tangential τ-part of y

Wie man erkennt, sind O und A sowie E und PP sozusagen „gegengerichtete" Definitionen, d.h. gewisse Mengenverhältnisse kehren sich um. Dabei deckt sich die Überlappung nicht mit dem mengentheoretischen Begriff des „Schnitts", vgl. die 4 Möglichkeiten der O-Relation im nachfolgenden elementaren System von Aurnague/Vieux/Borillo (1997):





Setzen wir nun für die 5 Definitionen von Cohn und Varzi (2003) x = 2. und y .3 ein, dann bekommen wir

$O(2.3) = \exists z(P(z, 2.) \wedge P(z, .3)\ )z \in \{1, 2, 3\})$

$A(2.3) = C(2.3) \wedge \neg\, O(2.3) = C(2.3) \wedge \neg\, [\exists z(P(z, 2.) \wedge P(z, .3)]$

$E(2.3) = P(2.3) \wedge P(3.2)$

$PP(2.3) = P(2.3) \wedge \neg\, P(3.2)$

$TP(2.3) = P(2.3) \wedge \exists z(A(z, 2.) \wedge A(z, .3))$

In Sonderheit erfüllt also E die Definition der Reziprozität (wie bereits in Teil I vermutet). Reziprozität ist dann klar ausgeschlossen, wenn PP vorliegt, d.h. wenn die beiden für REC vorausgesetzten Objekte eines im anderen enthalten sind (und nicht etwa dann, wenn sie identisch sind, da in diesem Fall per def. der reziproke Grenzfall der Reflexivität vorliegt). Vgl. dazu den Kontrast *Sein$_i$ Mund beisst den Hund$_i$ vs. Der Hund beisst sich (selbst) vs. *Der Hund beisst einander.

Literatur

Aurnague, Michel, Laure Vieu & Andrée Borillo, La représentation formelle des concepts spatiaux dans la langue. In: M. Denis (ed.) Langage et cognition spatiale. Paris 1997, S. 69-102

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Arithmetik der Reziprozität I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2010)

Sind Zeichen Komponenten?

1. Das 2. Brentanosche Gesetz lautet:

$Bd(x) \wedge Cn(x) \rightarrow \exists zt(xPz \wedge xBz \wedge Cn(z) \wedge tIP(z),$

worin Bd für Boundary, Cn für „connected“, P für Part und IP für Inner Part steht. Wie man erkennt, ist die Entität z, deren Existenz in der Implikation behauptet wird, gebunden, nicht aber das Komplement. Gemäss einem weiteren mereotopologischen Gesetz

$xBy \wedge xIPz \rightarrow xB(y\text{-}x)$

verhält sich jede Boundary symmetrisch in Bezug auf das Objekt und sein Komplement. Common Sense sagt uns allerdings, dass ein Objekt stärker in seiner Objektfamilie gebunden ist als im Rest des Universums.

2. Zur Lösung des Problems nimmt Smith (1996) als Basisentitäten “Things“ an, „which we can characterize briefly as three-dimensional material entities which are at the same time maximally connected. Dies lässt es zu, die “Komponente” als “maximally connected entity” zu definieren:

$cm(x) := \sigma y(xPy \wedge Cn(y)).$

Somit lässt sich ein weiteres Gesetz beweisen:

$z = cm(x) \rightarrow \forall y(Cn(y) \wedge zPy \rightarrow y = z,$

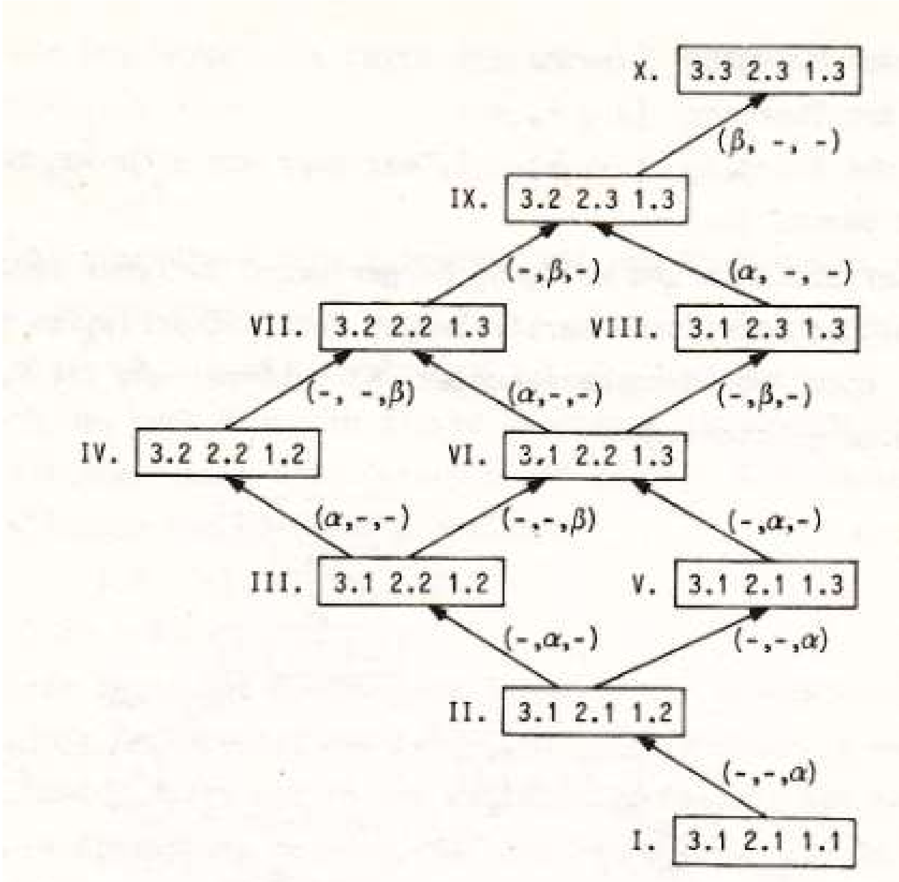
was Smith wie folgt beschreibt: „Components are, if one will, those natural units from out of which the world is built. Such natural units can be found not only in the realm of three-dimensional material things, but also e.g. in the temporal dimension (salutes, weddings, lives, are natural units in the realm of events and processes” (1996, S. 12).

3. Damit stellt sich die Frage, ob man Objekte als räumliche Dinge und Zeichen als zeitliche Dinge bestimmen könnte. Obwohl nun die Peircesche Zeichendefinition keine temporale Kategorie enthält, ist natürlich bekannt, dass Zeichen zu einem bestimmten Zeitpunkt geschaffen werden und zu einer mehr oder weniger bestimmbaren Zeit zu existieren aufhören können. Vor allem aber setzt die Einführung eines Zeichens als nicht-vorgegebenes Objekt

ja ein Bewusstsein, einen Interpretanten nach Peirce, und damit den Menschen voraus, der z.B. in der Semiotik von Georg Klaus explicite als Teil der Zeichenrelation eingeführt wird. Es bedarf also keiner weiteren Begründung, dass Zeichen im Gegensatz zu Objekten temporale Dinge sind. Anderseits sind die aber auch örtliche Dinge, denn sie entstehen ja aus Metaobjektivation aus den Objekten, sie sind jedoch häufig gerade dazu eingeführt, weil ihre Objekte ortsgebunden, d.h. nicht transportabel sind (z.B. lässt sich eine Postkarte der Zugspitze bequem verschicken, die Zugspitze selbst nicht).

Nun entstehen Zeichen durch Semiose, und diese verdoppelt quasi die Welt der Dinge, indem sie den Objekten, die ja durch die Semiose nicht verändert werden (Bense 1975, S. 39 ff.), quasi-Objekte, Meta-Objekte, und damit Zeichen als Kopien oder Substitute gegenüberstellt (Bense 1967, S. 9). Man könnte nun daraus folgern, dass, wenn die Objekte als primär räumliche Dinge Komponenten bilden, aus denen die Welt besteht, wir die Zeichen als ihre primär teitlichen Kopien ebenso definieren könnten. Da es allerdings möglich ist, z.B. nur einen Teil eines Gebirges zum Zeichen zu erklären und den Rest „Objekt zu lassen“ (etwa den Shiprock im Nordwesten New Mexicos), während als räumliches Ding derselbe Fels natürlich eine reale Komponenten, d.h. ein Teil einer geologischen Auffaltung bildet, muss diese Idee entfallen.

Allerdings korrespondiert dem Komponent-Sein der Objekte als räumlicher Dinge das Teilverbands-Sein der Zeichen als zeitlicher Dinge. Wie seit Marty, Bense und Walther bekannt ist, lassen sich ja die 10 Peirceschen Zeichenklassen (und ihre dualen Realitätsthematiken) in der Form eines algebraischen Verbandes darstellen und die „Komponenten“-Relationen mit Hilfe von natürlichen Transformationen präzise bestimmen:



Abschliessend scheint mir noch wichtig, darauf hinzuweisen, dass erstens nicht jede Anordnung der 10 Zeichenklassen ein Verband ist. Z.B. gibt es keine eindeutig bestimmte natürliche Transformation von (3.1 2.1 1.1) zu (3.2 2.2 1.3). Zweitens ist diese Darstellung von Marty/Walther (1979, S. 138) tatsächlich ein „maximally connected“ Lattice und setzt daher exakt die Zeichen als temporale Dinge den durch maximale Connection definierten Objekten als lokalen Dingen sozusagen maximal parallel. Somit dürfte es also in Zhukunft möglich sein, den mereotopologischen Basisbegriff des „Dings“ von den Objekten auf die Zeichen auszuweiten und also die Semiotik innerhalb einer entsprechend angepassten Mereotopologie bzw. eine entsprechend angepasste Mereotopologie innerhalb der Semiotik zu behandeln.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Smith, Barry, Mereotopology: A Theory of Parts and Boundaries. In: Data and Knowledge Engineering 20, 1996, S. 287-303

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Das Zeichen als Ding

1. Es ist eine bekannte Tatsache, dass die Saussuresche Semiotik und die ihr folgenden „semiologischen“ Richtungen der Linguistik folgen: Der dyadische Saussuresche Zeichenbegriff, bestehend aus Form und Inhalt, ist nichts mehr als eine leichte Abstraktion der grundlegenden junggrammatischen Idee, dass eine Grammatik eine Art eingeborener Automat sei, der bestimmten Lauten bestimmte Bedeutungen zuordnet. Daran ändert auch nichts, dass Saussure selbst bekanntlich die jungrammatische Schule ablehnte, denn nur von einem dyadischen Zeichenbegriff her lässt sich erklären, weshalb die historische indogermanische Sprachwissenschaft praktisch ausschliesslich Phonologie betreibt, denn Wörter erklären sich hier einfach als Folgen von Lauten, Sätze als Folgen von Wörtern, und dass es noch höhere Einheiten (Texte, Diskurse) gibt, scheint sogar ganz unbekannt zu sein.

2. Damit ist es aber nicht getan. Wie ebenfalls sattsam bekannt, kopiert auch die Logik die Linguistik, insofern sie Sätze in Subjekte einerseits und Prädikate anderseits spaltet. Subjekte sind partikuläres Sein (Dinge, Objekte), Prädikate aber allgemeines Sein (Konzepte, Eigenschaften). Smith (2005) spricht zutreffend von „linguistischem Kantianismus“. Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass die Linguistik auf dem Boden Europas nicht nur die Ausbildung einer allgemeinen, d.h. fach-unabhängigen Semiotik, sondern auch einer allgemeinen Logik verhindert hat. Ferner war es deshalb unmöglich, das Verhältnis von Logik und Semiotik in einer nicht einzelwissenschaftlich verpflichteten Weise zu untersuchen. Als spezielles Problem für die Prädikatenlogik kommt dazu, dass hier noch eine Vermengung zweier vollständig unabhängiger Sprachtypen vorliegt: Während das Subjekt-Prädikat-Schema typisch eurozentrisches Denken widerspiegelt, ist das dem Thema-Rhema-Schema ensprechende Denken typisch für viele ostasiatische Sprachen.

3. Eine Absage sowohl an die Linguistik wie an die Logik stellt nun Peirce´s Zeichenkonzeption dar, denn das entsprechende Zeichenmodell repetiert weder das Subjekt-Objekt-/Thema-Rhema-Schema, noch ist es eine abstrahierte Version einer Laut-Bedeutungs-Zuordnung:

$ZR = (M, O, I)$.

Auch wenn das folgende nun für jeden Semiotiker zunächst trivial klingt, es muss gesagt werden, um den mit diesem Aufsatz anvisierten Anschluss der Semiotik an die moderne (mereotopologische) Ontologie aufzuzeigen.

3.1. Zunächst sind M, O und I nicht wie Laut / Bedeutung dichotom. Sie sind aber auch nicht, wenigstens nicht begrifflich, trichotom, sondern es sind Relata mit auf/absteigender Stellenzahl:

$ZR^3 = ({}^1M, {}^2O, {}^3I)$.

3.2. Dann handelt es sich bei M, O und I um Kategorien, also abstrakte Entitäten und nicht um konkrete Phonemketten und Semmengen.

3.3. Ferner ist wegen der 3-stelligkeit des I das Zeichen in selbst enthalten. Auch wenn in der Semiotik keine höheren als triadische Stelligkeiten benutzt werden, führt dies zu einem unendlichen Regress, der sog. La vache qui rit-Paradoxie.

3.4. Es ist aber auch M in O und O in I (und somit M in I) enthalten.

Mit dem letzten Punkt sind wir aber bei einer Geometrisierung des Zeichenbegriffs angekommen, deren enorme Bedeutung kaum je gesehen wird und die man ehesten mit der Geometrisierung der Zeit in einer Minkowski-Welt vergleichen kann:

$ZR^3 = ({}^1M \subset {}^2O. \subset {}^3I)$

oder kurz

$ZR = (M \subset O \subset I)$,

vgl. Bense 1979, S. 53. Eine solche inklusive Ordnung ist natürlich nur bei völlig abstrakten Zeichen (2.2), d.h. Gedankenzeichen, möglich. Mereotopologisch interpretiert, bedeutet das, dass M ein Teil von O und beide ein Teil von I sind. Da ferner Benses Axiom: „Gegeben ist, was repräsentierbar ist" (1981, S. 11) zum Zuge kommt, ist das semiotische Universum abgeschlossen, und ZR stellt somit das Ganze gegenüber seinen Teilen dar. Die Teile selbst können äussere, innere oder tangentiale Teile sein. Da nach einem Axiom von Peirce kein

Zeichen allein auftreten kann (der Grund liegt in 2.3.), kommt die für „Dinge" mereotopologisch zentrale Definition der „Komponente" im Sinne einer „maximally connected entity" (Smith 1996) zu Zuge:

$cm(x) := \sigma y(xPy \wedge Cn(y))$.

Zeichen sind somit Dinge, denn sie lassen sich mit Hilfe des Begriffs der Komponente definieren, aus denen unsere Welt besteht. In anderen Worten: Man braucht also bei Zeichen nicht zwischen „lokalen" und „temporalen" Entitäten zu unterscheiden (Smith 1996), sondern die peircesche inklusive Ordnung $ZR^3 = ({}^1M \subset {}^2O. \subset {}^3I)$ lässt das Zeichen ontologisch definieren und die Semiotik sich somit auf der Mereotopologie begründen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden. 1981

Smith, Barry, Mereotopology: A Theory of Parts and Boundaries. In: Data and Knowledge Engineering 20, 1996, S. 287-303

Smith, Barry, Against Fantology. In: Reicher, M.E./Marek, J.C., Experience and Analysis. Wien 2005, S. 153-170

Das Zeichen als Ding mit variabler Stellenzahl

1. Die Peircesche Zeichenrelation ist eine Relation über drei Relationen: einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen (Bense 1979, S. 53):

$ZR^3 = (^1M \subset {}^2O. \subset {}^3I)$.

Soweit also nichts Neues. Wenn man jedoch diese Verteilung der Stellenzahlen auf die Relata belässt, ist es weder möglich, von der Ordnung (M, O, I) abweichende Zeichenrelationen, noch semiotische Diamanten (vgl. Toth 2007, S. 177-190; Kaehr 2008) anzusetzen. In Sonderheit fällt dann auch die Ordnung (I, O, M), die aus der Dualisation $\times$(M, O, I) der „Normalordnung" hervorgeht und für die Realitätsthematiken charakteristisch ist, weg. Ferner fallen etwa die Ordnungen (O, M, I) für das Kommunikationsschema und (M, I, O) sowie (I, M, O) für das Kreationsschema (Bense 1971, S. 39 ff.) weg. Kurz gesagt, sind 5 von 6 Permutationen von (M, O, I) betroffen. Bei den 4, die nicht für Zkl und Rth reserviert sind, finden wir nun aber folgende Inklusionordungen:

$(^1M \subset {}^3I \supset {}^2O)$

$(^2O \supset {}^1M \subset {}^3I)$

$(^2O \subset {}^3I \supset {}^1M)$

$(^3I \supset {}^1M \subset {}^2O)$

2. Wir haben also das Problem der ungesättigten Relationen. Im Bereich der verbalen Zeichen sind etwa Sätze wie „∅ liebt", „Fritz schlägt ∅" oder „A. liegt zwischen X" ungrammatisch. Wenn wir die obigen 4 Relationen aber zulassen, müssen wir auch die untersättigten gestatten, also

$^2O \supset {}^1M$

$^3I \supset {}^1M$

$^3I \supset {}^2O$

Der Vorteil davon ist, dass wir auf diese Weise das Zeichen als Ding temporal strukturieren können (vgl. z.B. Toth 2008) und die Zeichen als temporale Dinge dann im Sinne von Smith (1996) den Objekten als lokale Dinge gegenüberstehen. Da jedoch Temporalität hier ebenfalls über mengentheoretische Ordnungen definiert wird, kommen wir, wie schon bei Toth (2011), zum Schluss, dass vom topologischen Standpunkt aus kein Unterschied besteht zwischen Zeichen und Objekten. In Sonderheit sind die mereotopologischen Gesetze, wie sie z.B. in Smith (1996) zusammengestellt wurden, ausnahmslos sowohl für Objekte als auch für Zeichen gültig. Um den Schein des Paradoxen in den drei obigen „pathologischen“ Inklusionsordnungen zu entfernen, brauchen wir nur anstelle fixer variable Stellenzahl für die Relata einzuführen:

${}^{1}M \rightarrow {}^{[\mathbf{1},2,3]}M$

${}^{2}O \rightarrow {}^{[1,\mathbf{2},3]}O$

${}^{3}I \rightarrow {}^{[1,2,\mathbf{3}]}I$,

wobei die fett markierten die „genuinen“ Stellenzahlen sind.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Toth´s semiotic diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008)

Smith, Barry, Mereotopology: A Theory of Parts and Boundaries. In: Data and Knowledge Engineering 20, 1996, S. 287-303

Punktsemiotik vs. Regionalsemiotik

1. In der gegenwärtigen Ontologie löst die sog. Mereotopologie, die auf Regionen definiert ist, die auf Punkten definierte klassische Ontologie ab. Da sich die elementarsten „Punkte" der Semiotik, die Fundamentalkategorien, nicht für eine topologische Semiotik eignen (vgl. Toth 2006, S. 96 ff.), sollte man versuchen, das semiotische Modell auf Subzeichen, Paaren von Zeichenzeichen (sog. „Zeichenrümpfen"), Zeichen- und Realitätsrelationen oder u.U. sogar auf trichotomischen Triaden zu definieren.

2.1.Doppel-Punkte als Regionen: (1.1), (1.2), (1.3), ..., (3.3)

2.2. Paare von Subzeichen als Regionen: ((1.1) (1.2)), ((1.1) (1.3)), ((1.1) (2.1)), ..., ((3.1) (3.2)), ((3.1) (3.3)), ((3.2), (3.3)).

2.3. Tripel-Punkte als Regionen: (1.1.1.), (1.1.2), (1.1.3), ..., (3.3.1), (3.3.2), (3.3.3).

...

2.4. Triadische Relationen als Regionen: (3.1 2.1 1.1), ..., (3.3 2.3 1.3) bzw. (1.1 1.2 1.39, ..., (3.1 3.2 3.3).

2.5. Trichotomische Triaden als Regionen: (3.1 2.1 1.1/3.1 2.1 1.2/3.1 2.1 1.1), ... (vgl. Toth 2008).

3. Aus jeder dieser Regionen, die nun als „Ganzes" aufgefasst werden, können Teile (Komponenten) isoliert und ihr Verhältnis zum Ganzen in einer Theorie festgestellt werden, die stark an die Mengentheorie erinnert, obwohl ihr Ansatz ganz verschieden von ihr ist. Je nach Richtung der Mereotopology gibt es Modelle mit zahlreichen Dutzenden von Theoremen. In früheren Arbeiten hatte ich 5 elementare mereotopologische Relationen zwischen Zeichen und Objekten festgestellt. Diese kann man nun auf drei elementarste Theoreme zurückführen, je nachdem, ob das Zeichen und sein bezeichnetes Objekt voneinander getrennt sind (symbolischer Fall), ob es Übereinstimmungen nur in 1 Punkt gibt (indexikalischer Fall), oder ob Überlappung („Durchschnitt") vorhanden ist (iconischer Fall). In der Formulierung von Smith (1996) lauten diese 3 elementarsten mereotopologischen Theoreme:

DP1 x **overlaps** y: $xOy{:}= \exists z(zPx \wedge zPy)$

DP2 x is **discrete** from y: $xDy{:}= \neg xOy$

DP3 x is a **point**: $Pt(x){:}= \forall y(yPx \rightarrow y = x)$

Die Wahl für die x, y und z hängt, wie bereits angedeutet, davon ab, welche der oben genannten 5 Regionen man der Semiotik zugrunde legt.

Literatur

Smith, Barry, Mereotopology. A Theory of Parts and Boundaries. In: Data and Knowledge Engineering 20 (1996), 287–303

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Triadic trichotomies and trichotomic triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Die Semiose als Referenzrahmen

1. Nach Bittner (2004) verfügen wir über eine kognitive Fähigkeit, alles, was wir erkennen, sogleich in bestimmte „Schubladen“ zu packen: z.B. Orangen, Äpfel und Erdbeeren in Früchte, Kartoffeln, Tomaten und Lauch in Gemüse, usw. Dieser kognitive Mechanismus lässt sich als eine Abbildung von einer Domäne, Zellenstruktur genannt, auf eine Codomöne, Zieldomäne gennant, verstehen. Vorausgesetzt wird dabei, dass sowohl die Domäne wie die Codomäne Halbordnungen sind:

A frame of reference is a triple,

$$G = < (Z, \subseteq), (\Delta, \leq), \pi > .$$

$(Z, \subseteq)$ is a *cell structure* with a partial ordering defi ned by $\subseteq$ which forms a fi nite tree. $(\Delta, \leq)$ is the *target domain* which is a partial ordering which satisfi es the axioms of extensional closure mereology (CEM)^{Var96}. The projection mapping $\pi : Z \rightarrow \Delta$ is an order-homomorphism from Z into Δ.

2. Dank der Halbordnungsbedingung in der Domäne, sind Referenzrahmen bequem auf die Semiotik anwendbar. Denn nach Bense (1981, S. 33) nehmen wir Objekte via eine sog. Werkzeugrelation wahr:

WkR (Mittel, Gegenstand, Gebrauch),

und zwar bevor wir es zum Zeichen erklären. Die drei präsemiotischen Trichotomien (Götz 1982, S. 4, 28 spricht von „Sekanz“, „Semanz“ und „Selektanz“) sind abei halbgeordnet (und werden bei einer Semiose auf das Zeichen vererbt, vgl. Toth 2008, S. 166 ff.):

WkR → ZR = (Mittel, Gegenstand, Gebrauch) → (M, O, I),

d.h. nicht nur das wahrgenommene Objekt als Domäne, sondern auch das erklärte Zeichen als codomäne ZR = (M, O, I) ist dank Vererbung halbgeordnet, wobei die Semiose die Rolle der Abbildung zwischen Zeichen und Objekt einnimmt:

$< (Z, \subseteq), (\Delta, \subseteq), \pi > = < (\Omega, \subseteq), (ZR, \subseteq), \sigma >.$

Da nun die Semiose σ nicht nur ein Objekt zum Metaobjekt, d.h. zum Zeichen ZR, erklärt, sondern da sie ferner das ursprüngliche Objekt Ω unangetastet lässt, ist σ wie π ein echter Homomorphismus.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bittner, Thomas, 2004, A mereological theory of frames of reference. International Journal on Artificial Intelligence Tools 13/1, 2004, S. 171–198´

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Die Charakterisierung von Zeichen-Objekt-Relationen durch <∅, ¬∅>

1. Wie man aus früheren Arbeiten, z.B. Toth (2011), weiss, kann man mit dem Regional Connection Calculus (RCC) alle 8 möglichen Nähe-Relationen zwischen Zeichen und Objekt mengentheoretisch darstellen. Im iconischen Falle überlappen sich die Merkmalsmengen von Zeichen und bezeichnetem Objekt, denn sonst hätte das Icon keine Ähnlichkeit mit dem Objekt. Dagegen ist die Schnittmenge der Merkmalsmengen zwischen Zeichen und Objekt im symbolischen Falle = 0, der formale Ausdruck für die Arbitrarität von Zeichen und Objekt. Hingegen gibt es beim Index zwei Möglichkeiten: er kann entweder sein Objekt berühren (wie eine Strasse durch das Tor in eine Stadt führt) oder er kann lediglich in die Richtung des Objektes weisen (wie ein Wegweiser). Nun sollte man beim Verhältnis von Zeichen und Objekt die semiotischen Objekte (vgl. Walther 1979, S. 122 f.) nicht vergessen: Z.B. bedeckt eine Uniform ihren Träger (wenigstens partiell), hingegen wird die Zeichenform einer Prothese durch ihre Objekthaftigkeit „bedeckt". Das Objekt kann, wie im Falle von Liftsteuerungen, Klimaanlagen usw. sein Zeichen enthalten. Es kann aber auch, wie im Falle von Markenprodukten vom Zeichen enthalten sein, z.B. partiell durch eine umgelegte Banderole oder durch seine ganze designte Gestalt, an der ein Rolls Royce, ein VW Käfer oder ein Citroën 2CV sofort erkennbar sind. Der letzte zu unterscheidende Falle tritt dagegen in Realität nicht auf: die Identität von Zeichen und Objekt, d.h. die Gleichheit ihrer Merkmalsmengen.

2. Im folgenden weisen wir darauf hin, dass es in der Topologie der Regionen, einer relativ jungen Richtung der Mathematik, die also von „Gegenden" und nicht von „Punkten" ausgeht, im wesentlichen zwei Modelle gibt, wie man die 8 (bzw. im erweiterten Falle 9) Basis-Relationen des RCC mit Hilfe von ∅ und ¬∅ allein eindeutig charakterisieren kann. Damit ist also auch eine eindeutige Bestimmung der aufgezählten 8 Basis-Einheiten der Semiotik geleistet.

2.1. Das Verfahren von Egenhofer (1991)

Hier tritt als 9. binäre topologische Relation die „Überlappung mit leeren Rändern"

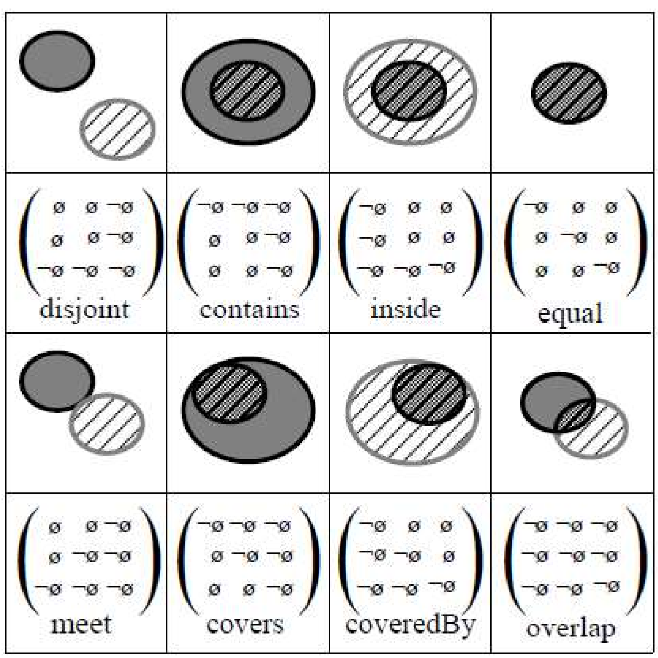
	$\partial \cap \partial$	$^\circ \cap ^\circ$	$\partial \cap ^\circ$	$^\circ \cap \partial$	
r_0	$(\emptyset,$	$\emptyset,$	$\emptyset,$	$\emptyset)$	A and B are disjoint
r_1	$(\neg\emptyset,$	$\emptyset,$	$\emptyset,$	$\emptyset)$	A and B touch
r_3	$(\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\emptyset,$	$\emptyset)$	A equals B
r_6	$(\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\emptyset)$	A is inside of B or B contains A
r_7	$(\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\emptyset)$	A is covered by B or B covers A
r_{10}	$(\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\emptyset,$	$\neg\emptyset)$	A contains B or B is inside of A
r_{11}	$(\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\emptyset,$	$\neg\emptyset)$	A covers B or B is covered by A
r_{14}	$(\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset)$	A and B overlap with disjoint boundaries
r_{15}	$(\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset,$	$\neg\emptyset)$	A and B overlap with intersecting boundaries

2.2. Das Verfahren von Egenhofer (1994)

Dieses geht von einer 3×3 Matrix aus, deren Einträge durch kartesische Produktbildung von A^0, ∂A und A gebildet werden:

$$I = \begin{pmatrix} A^\circ \cap B^\circ & A^\circ \cap \partial B & A^\circ \cap B^- \\ \partial A \cap B^\circ & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^- \\ A^- \cap B^\circ & A^- \cap \partial B & A^- \cap B^- \end{pmatrix}$$

Daraus ergeben sich die bekannten 8 binären topologischen Relationen des RCC und eine Charakterisierung der semiotischen Objektbezüge nicht in Vektor-, sondern in Matrizenform:



Man sollte bei aller zusätzlichen Präzision, welche die Anwendung mereotopologischer Methoden in die Semiotik gebracht hat, nicht vergessen, dass hiermit vor allem ein Modell vorliegt, das über die übliche 3-Teilung des semiotischen Objektbezugs hinausgeht, die, wie schon anhand des Index gezeigt wurde, unzulänglich ist, und welches die mutuellen Relationen der Erhaltung bzw. des Enthaltenseins sowie der Überdeckung bzw. des Überdecktseins von Zeichen und Objekt miteinbezieht.

Literatur

Egenhofer, Max J./Franzosa, Robert D., Point-set topological spatial relations. In: International Journal of Geographical Information Systems 5, 1991, S. 161-174

Egenhofer, Max J., Deriving the composition of binary topological relations. In: Journal of Visual Languages and Computing 5/2, 1994, S. 133-149

Toth, Alfred, Zur Anwendung des Region Connection Calculus (RCC) auf die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zu einer Formalisierung der Wegtopologie

1. Wie bereits in Toth (2011) behandelt, ergänzt die noch zu schaffende Wegtopologie die klassische Punkt-Topologie einerseits und die moderne Regional- oder Mereotopologie andererseits. Da beide auf Varianten der Mengenlehre basieren, die sich, wie man aus meinen Arbeiten weiss, als sehr fruchtvoll für die semiotische Formalisierung erwiesen haben, soll der mengentheoretische Ansatz auch für die Wegtopologie genutzt werden.

2. Da es keine räumliche Orientierung ohne Sprache gibt (man kann nur auf Nächstliegendes mit Gesten deuten), soll zunächst ein, wenigstens für europäische Sprachen gültiges, Maximalsystem erarbeitet werden. Dieses ist natürlich wie alle lokalen und direktionalen Angaben am physikalischen und nicht am mathematischen oder semiotischen Raum orientiert.

2.1. Lokale Bestimmungen:

Die Dichotomien oben, auf/unten, hinten/vorne, rechts/links (bzw. seitwärts). Ferner die Monotomien an, bei, bis zu.

2.2. Direktionale Bestimmungen:

Wir gehen von einem 2-dimensionlen System aus, dass die folgenden 3 Richtungen unterscheidet:

2.2.1. Direktion von (da/dort)– (hier-)her

2.2.2. Direktion von hier – da/dorthin

Wie man leicht erkennt, ergeben die 2 direktionalen und die 1 lokale Dimension zusammen die 3 möglichen Orientierungen im Raum. Anstatt von rechts/links muss daher in einem System, das sprachlich voll realisiert ist, die Bestimmung seitwärts genommen werden.

3. Das formale Maximalsystem kann wie folgt zusammengestellt werden:

von oben	oben, auf	hinauf/herauf, aufwärts
von unten	unten	nach unten, abwärts
von hinten	hinten	nach hinten

von vorne	vorne	nach vorne
von der Seite	auf der Seite/ seitwärts	nach der Seite
von neben(dran)	neben(dran)	nach neben(dran)
von an X her	an X	nach an X (hin)
von in X her	in X	nach in X (hin)
von bei X her	bei X	nach bei X (hin)
—	bis zu	—

*

fölü-l	fölö--tt	föl-é
aló-l	ala-tt	al-á
mögü-l	mögö-tt	mög-é
elő-l	elő-tt	el-é
felő-l	—	fel-é
mellő-l	melle-tt	mell-é
X-rV-l	X-(V)n	X-ra
X-bV-l	X-bVn	X-bV
X-tV-l	X-nV-l	X-hVz

4. Wenn man die Maximalliste genau betrachtet, erkennt man, dass man das Direktionssystem auf 3 Nähebestimmungen zwischen einer Person bzw. einem Gegenstand und dem/der direktionierten Objekt/Person reduzieren kann:

4.1. Injazenz

von in X her	in X	nach in X (hin)

4.2. Tangenz

von oben	oben, auf	hinauf/herauf, aufwärts

von unten	unten	nach unten, abwärts
von an X her	an X	nach an X (hin)
4.3. Adjazenz		
von hinten	hinten	nach hinten
von vorne	vorne	nach vorne
von der Seite	auf der Seite/ seitwärts	nach der Seite
von neben(dran)	neben(dran)	nach neben(dran)
von bei X her	bei X	nach bei X (hin)
—	bis zu	—

Anm.: „über(halb)“ sowie „unter(halb)“ wären als adjazent zu klassifizieren. Diese drei Direktionsbestimmungen mit den jeweiligen Bewegungsformen a) zum Sprecher hin, b) beim Sprecher, c) vom Sprecher weg heissen in der ungarischen Linguistik in lateinischer Bezeichnung:

1. Inessiv – Elativ – Illativ (injazent)

2. Superessiv – Delativ – Sublativ (tangential)

3. Adessiv – Ablativ – Allativ (adjazent)

5. Wir sind jetzt soweit, dass wir wenigstens eine sehr einfache Formalisierung unserer Wegtopologie herstellen können. Hierzu benutzen wir die folgenden bekannten mereotopologischen Definitionen:

DP1	x **overlaps** y:	$xOy: = \exists z(zPx \wedge zPy)$
DP2	x is **discrete** from y:	$xDy: = \neg xOy$
DP3	x is a **point**:	$Pt(x): = \forall\ y(yPx \rightarrow y\ = x)$

Wie man sofort erkennt, sind die drei eindeutigen Zuordnungen:

Injazenz: DP1

Tangenz: DP3

Adjazenz: DP2

wobei DP1, wie ich in früheren Arbeiten gezeigt hatte, der iconische, DP 2 der indexikalische und DP3 der symbolische Fall ist. Gesamthaft ergeben sich also die folgenden Direktional – Mereotopologisch-Wegtopologischen Entsprechungen:

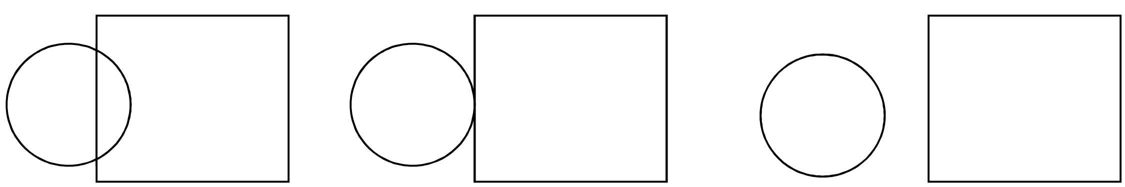
Injazenz: DP1 (2.1)

Tangenz: DP3 (2.3)

Adjazenz: DP2 (2.2)

In Venn-Diagrammen ausgdrückt, liegen also die folgenden Verhältnisse vor:

Injazenz: Tangenz: Adjazenz:



Z(O) = (2.1) Z(O) = (2.2) Z(O) = (2.3)

In Merkmalsmengen ausgdrückt, gilt also

im injazenten Fall:

$M(\Omega) \cap M(O) > 0$

im tangentialen Fall:

$M(\Omega) \overline{\cap} M(O) = 1$

und im adjazenten Fall:

$M(\Omega) \cap M(O) = \emptyset$

Zum Schluss stellen wir allerdings fest, dass ein mereotopologisches System aus nur den 3 Grundtypen, die oben angegeben sind, hochgradig defizient ist. Diese drei Grundtypen waren jedoch die einzigen Grundtypen, die wir aus dem Vergleich europäischer Sprachen gewonnen hatten. Daraus folgt also, dass Sprachen in Bezug auch auf ihre zugrundeliegende semiotische Wegtopologie bei weitem nicht alle theoretisch verfügbaren Mittel ausschöpfen.

Literatur

Toth, Alfred, Für eine Wegtopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Eine semiotische Wegtopologie aus Relativen und Morphismen

1. Bevor wir die Formalisierung der von mir eingeführten Wegtopologie weiterführen, seien die bisherigen Ergebnisse (Toth 2011a, b) zusammengefasst dargestellt:

1.1. Verbales Maximalsystem (europ. Sprachen) in 3 Dimensionen

von oben	oben, auf	hinauf/herauf, aufwärts
von unten	unten	nach unten, abwärts
von hinten	hinten	nach hinten
von vorne	vorne	nach vorne
von der Seite	auf der Seite/ seitwärts	nach der Seite
von neben(dran)	neben(dran)	nach neben(dran)
von an X her	an X	nach an X (hin)
von in X her	in X	nach in X (hin)
von bei X her	bei X	nach bei X (hin)
—	bis zu	—

1.2. Dimensionales Reduktionssystem

1.2.1. Injazenz

von in X her	in X	nach in X (hin)

1.2.2. Tangenz

von oben	oben, auf	hinauf/herauf, aufwärts
von unten	unten	nach unten, abwärts
von an X her	an X	nach an X (hin)

1.2.3. Adjazenz

von hinten	hinten	nach hinten

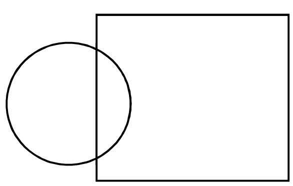
von vorne	vorne	nach vorne
von der Seite	auf der Seite/ seitwärts	nach der Seite
von neben(dran)	neben(dran)	nach neben(dran)
von bei X her	bei X	nach bei X (hin)
—	bis zu	—

1.3. Korrespondentablle

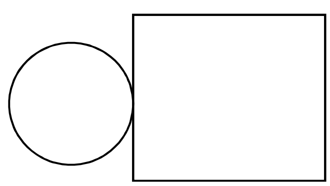
Nähetypus	Mereotopol. Definition	Sem.-morphism. Relation
Injazenz	$xOy := \exists z(zPx \wedge zPy)$	$(2.1) := (2 \rightarrow 1)$
Tangenz	$Pt(x) := \forall y(yPx \rightarrow y = x)$	$(2.2) := (2 \rightarrow 2)$
Adjazenz	$xDy := \neg xOy$	$(2.3) := (2 \rightarrow 3)$

1.4. Venn-Diagramme

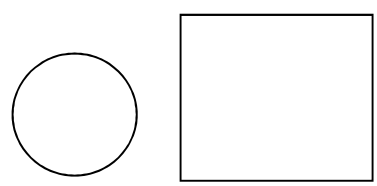
Injazenz: Tangenz: Adjazenz:



$\alpha° = (2 \rightarrow 1)$



$id_2 = (2 \rightarrow 2)$



$\beta = (2 \rightarrow 3)$

1.5. Merkmalsmengen

Injazenz:	Tangenz:	Adjazenz:
$M(\Omega) \cap M(O) > 0$	$M(\Omega) \overline{\cap} M(O) = 1$	$M(\Omega) \cap M(O) = \emptyset$

2. Von hier aus ist ein kleiner Schritt zur Vereinfachung diese recht umständlichen Entsprechungen: Da alle 10 sprachlichen Direktionen qua mereotopologische Relationen auf die 3 objektalen semiotischen Morphismen zurückgeführt werden können, können wir die drei Dimensionen wie folgt durch weitere Pfeile notieren:

2.1. Richtung zum Sprecher hin (linke Kolonne in 1.1)

$(a.b)^{\leftarrow} = \{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\}$

2.2. Richtung beim Sprecher (mittlere Kolonne in 1.1)

$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$

2.3. Richtung vom Sprecher weg (rechte Kolonne in 1.1)

$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$

Die semiotische Wegtopologie kann daher durch das folgende Paar abstrakt definiert werden:

$WT = \langle(a.b), \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}\rangle$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$.

Literatur

Toth, Alfred, Für eine Wegtopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Zu einer Formalisierung der Wegtopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Eine erste Anwendung der Wegtopologie auf komponierte Direktionsadverbien des Vazischen

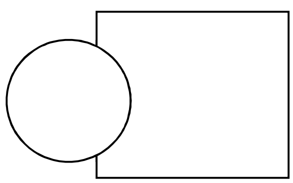
1. Wir resümieren wiederum zunächst die Ergebnisse der letzten Arbeit (Toth 2011):

1.1. Korrespondentablle

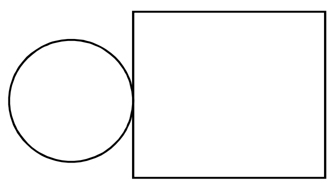
Nähetypus	Mereotopol. Definition	Sem.-morphism. Relation
Injazenz	$xOy := \exists z(zPx \wedge zPy)$	$(2.1) := (2 \rightarrow 1)$
Tangenz	$Pt(x) := \forall y(yPx \rightarrow y = x)$	$(2.2) := (2 \rightarrow 2)$
Adjazenz	$xDy := \neg xOy$	$(2.3) := (2 \rightarrow 3)$

1.2. Venn-Diagramme

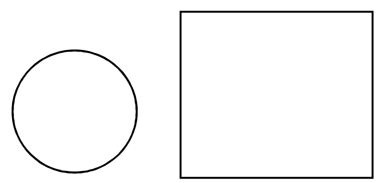
Injazenz: Tangenz: Adjazenz:



$\alpha° = (2\rightarrow1)$



$id_2 = (2\rightarrow2)$



$\beta = (2\rightarrow3)$

1.3. Merkmalsmengen

Injazenz:	Tangenz:	Adjazenz:
$M(\Omega) \cap M(O) > 0$	$M(\Omega) \overline{\cap} M(O) = 1$	$M(\Omega) \cap M(O) = \emptyset$

1.4. Deiktisch-semiotische Relationen

2.1. Richtung zum Sprecher hin (linke Kolonne in 1.1)

$(a.b)^{\leftarrow} = \{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\}$

2.2. Richtung beim Sprecher (mittlere Kolonne in 1.1)

$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$

2.3. Richtung vom Sprecher weg (rechte Kolonne in 1.1)

$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$

Die semiotische Wegtopologie kann daher durch das folgende Paar abstrakt definiert werden:

$WT = <(a.b), \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}>$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$.

2. Wir geben hier ferner die vollständige Übersicht der komponierten Direktionsadverbien des Vazischen, einer surmeirischen, zum Bündneromanischen gehörenden Ortsmundart Mittelbündens, aus Ebneter (1993, S. 191 f.):

Distanz/Standortangabe an zweiter Stelle	Distanz/Standortangabe an erster Stelle
(1) {*voi*, *na*, *aint*, *or*, *soi*, *scheu*} + {*cui*, *qua*} „hier“	(2) {*qua*} + {*voi*, *aint*, *or*, *soi*, *scheu*}
	(3) *chi* + *voi*, *na*, *aint*, *or*, *soi*, *scheu*
(4) {*voi*, *aint*, *or*, *soi*, *scheu*} + {(*tscha*), *là*}	(5) {*là*} + {*voi*, *aint*, *or*, *soi*, *scheu*}
	(6) *li* + *aint*

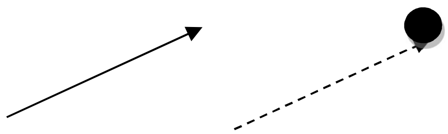
Kombinationen der Hauptdimensionen nach dem Gesamtschema sind:

1 + 2	*chivoi*, *chinà*
1 + 3 und 1 + 5	schließen sich wegen Synonymie aus.
1 + 4	*chiaint*, *chior*; *chissoi*, *chischeu*
1 + 6	inakzeptabel.
1 + 2 + 4 und 1 + 2 + 6	inakzeptabel.

1 + 4 + 4	*Chaint soi e'la la voa viglia.* „Einwärts oben ist die alte Straße".
1 + 4 + 6	inakzeptabel.
2 + 3	*voi cui/qua/tscha/là; na cui/qua*
2 + 4	*voadaint, voador; voassoi*
2 + 6	*voi seura, voassom*
2 + 3 + 4	*voi cui aint*
	voicùiadaint (mit Akzent auf *cui* und *ad* = „und")
	voadacùiaint (mit *da* = „von")
	voi cui or
	voicùiador (mit *ad* = „und")
	voadacuior (mit *da* = „von")
	voi cui soi
	voadacùissoi
	voicùiassoi
	voadacuischeu
	voicuiascheu
2 + 3 + 6	inakzeptabel
2 + 3 + 4 + 4	*voacuiadaintassoi*
	voacuiadaintascheu
2 + 3 + 4 + 6	inakzeptabel
2 + 4 + 4	*voadaintassoi*
	voadaintascheu
2 + 4 + 6	inakzeptabel
3 + 4	*da cui aint/or*
	da qua aint/or
	da là aint/or
	da qua soi/scheu
3 + 4 + 4	*da qua davainz/dafora soi/scheu*
3 + 4 + 6	*da qua soiassom*
3 + 6	inakzeptabel
4 + 4	*aintassoi, aintascheu; orassoi, orascheu*
	soiassoi, soiascheu, soiadaint, soiador, scheuassoi, scheuascheu, scheuadaint, scheuador
4 + 5	*aint/or cui/qua/tscha/là soi/scheu*
	cui/qua/tscha/là
	or da qua, or da là
4 + 6	*aintsot, siseura, schusot*
	aintassom, soiassom, sissom
4 + 5 + 6	*aint cui seura; or là sot; or là assom*
6 + 6	*sotseur*

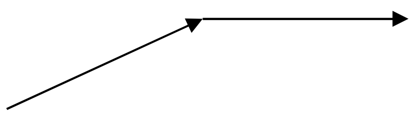
3. Anwendungen

3.1. voiseura, voassom



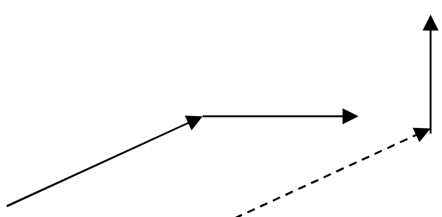
$(2.3)^{\rightarrow}$ $(2.2)^{\rightarrow}$

3.2. voicuiaint



$(2.3)^{\rightarrow}$ $(2.1)^{\rightarrow}$

3.3. voicuior, voicuisoi



$(2.3)^{\rightarrow}$ $(2.3)^{\rightarrow}$

Es ist typisch für die zentraleuropäischen Sprachen, dass Direktion in den allermeisten Fällen nur fir die Richtung vom Sprecher weg grammatikalisiert sind und dass die „ruhende Richtung“ etwa des Ungarischen rein lokal aufgefasst wird.

Für die verbleibenden Fälle

$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$

$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$

bringen wir daher ergänzend je ein Beispiel aus dem Ungarischen:

$(2.1)^{\downarrow}$: kert-ben „im Garten“

$(2.2)^{\downarrow}$: hajó-n „auf dem Schiff“, fal-on „an der Wand“

$(2.3)^{\downarrow}$: kesztyű-nél „beim Handschuh“

(2.1) $^{\rightarrow}$:	kert-ből „aus dem Garten“

(2.2) $^{\rightarrow}$:	hajó-ról „von (auf/an) dem Schiff “

(2.3) $^{\rightarrow}$:	hajó-tól „von (bei) dem Schiff “

Es wird also sichtbar, dass wir bei den komponierten Direktionsadverbien ohne die Pfeile praktisch nur gleiche Relationen bekommen. Eine Verfeinerung des hier präsentierten theoretischen Systems ist also notwendig.

Literatur

Ebneter, Theodor, Strukturen und Realitäten. Hrsg. von Alfred Toth. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Eine semiotische Wegtopologie aus Relativen und Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Wegtopologie als System gerichteter Morphismen

1. Das maximale direktional-lokale sprachliche Orientierungssystem (für die meisten europäischen Sprachen) in 3 räumlichen Dimensionen

von oben	oben, auf	hinauf/herauf, aufwärts
von unten	unten	nach unten, abwärts
von hinten	hinten	nach hinten
von vorne	vorne	nach vorne
von der Seite	auf der Seite/ seitwärts	nach der Seite
von neben(dran)	neben(dran)	nach neben(dran)
von an X her	an X	nach an X (hin)
von in X her	in X	nach in X (hin)
von bei X her	bei X	nach bei X (hin)
—	bis zu	—

kann man als dimensionales Reduktionssystem notieren, indem man als regionaltopologische Grundtypen die Injazenz (Überlappung/nichtleere Schnittmenge), die Tangenz (Schnitt in 1 Punkt) und die Adjazenz (Disjunktheit, leere Schnittmenge) nimmt:

Injazenz

von in X her	in X	nach in X (hin)

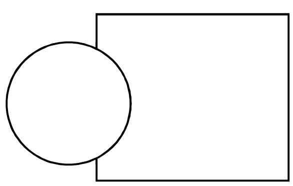
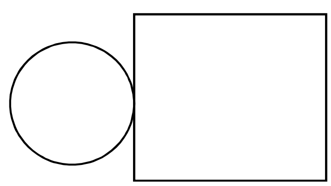
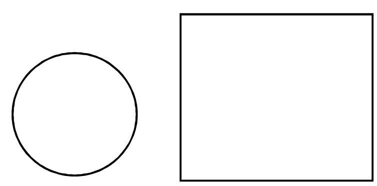
Tangenz

von oben	oben, auf	hinauf/herauf, aufwärts
von unten	unten	nach unten, abwärts
von an X her	an X	nach an X (hin)

Adjazenz

von hinten	hinten	nach hinten
von vorne	vorne	nach vorne
von der Seite	auf der Seite/ seitwärts	nach der Seite
von neben(dran)	neben(dran)	nach neben(dran)
von bei X her	bei X	nach bei X (hin)
—	bis zu	—

und in Form der folgenden elementaren Venn-Diagramme darstellen:

Injazenz:	Tangenz:	Adjazenz:
		
$\alpha° = (2 \rightarrow 1)$	$id_2 = (2 \rightarrow 2)$	$\beta = (2 \rightarrow 3)$

Die Formalisierung mittels Merkmalsmengen ergibt damit:

Injazenz:	Tangenz:	Adjazenz:
$M(\Omega) \cap M(O) > 0$	$M(\Omega) \overline{\cap} M(O) = 1$	$M(\Omega) \cap M(O) = \emptyset$

2. Da nun alle 10 sprachlichen Direktionen qua mereotopologische Relationen auf die 3 semiotischen Morphismen zurückgeführt werden können, können wir die drei Dimensionen wie folgt durch Pfeile notieren:

Richtung zum Sprecher hin

$(a.b)^{\leftarrow} = \{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\}$

Richtung beim Sprecher

$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$

Richtung vom Sprecher weg

$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$

Nun haben wir aber die drei Grundfunktionen der Lokalität: in, an, bei (Injazenz, Tangenz, Adjazenz). Da die Subzeichen selber mit diesen (2.1, 2.2, 2.3) in dieser Reihenfolge korrespondieren, brauchen wir also die Pfeile nicht wie in Toth (2011) durch „Schwänze" zu differenzieren, um die drei Grundfunktionen erkenntlich werden zu lassen. D.h. mit können direkt das obige System nach den bekannten semiotischen Gepflogenheiten (Toth 1997, S. 21 ff.) in der Form von gerichteten Morphismen notieren:

$\{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\} \rightarrow \{\alpha^{\leftarrow}, id_2^{\leftarrow}, \beta\alpha^{\leftarrow}\}$

$\{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\} \rightarrow \{\alpha^{\downarrow}, id_2^{\downarrow}, \beta\alpha^{\downarrow}\}$

$\{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\} \rightarrow \{\alpha^{\rightarrow}, id_2^{\rightarrow}, \beta\alpha^{\rightarrow}\}$

Einen kleinen Schönheitsfehler hat dieses System allerdings: alle drei Grundfunktionen der Lokalität sind unabhängig von der Unterscheidung Hoizontalität und Vertikalität. Damit fallen alsoz.B. die semiotischen Wegtopologien „hinauf"/„hinunter" mit denen von an (heran)/an(hinan) zusammen.

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Ein rein morphismisches System für die Wegtopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Wegtopologische Pfeilgrammatik

1. Wie in meinen bisherigen Arbeiten (zuletzt Toth 2011) dargestellt, kann man das dimensionale Richtungssystem mitteleuropäischer Sprachen (einschliesslich des Ungarischen) auf die drei semiotisch-wegtopologischen Relationen Inhärenz, Tangenz und Adjazenz zurückführen:

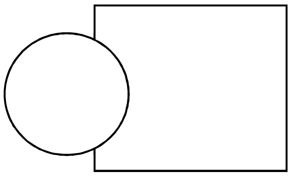
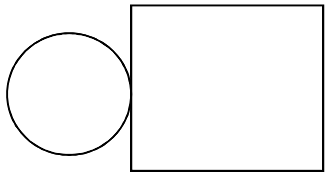
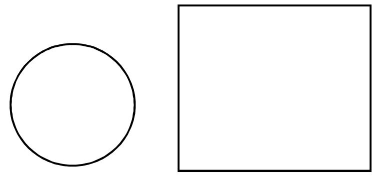
Injazenz		
von in X her	in X	nach in X (hin)
Tangenz		
von oben	oben, auf	hinauf/herauf, aufwärts
von unten	unten	nach unten, abwärts
von an X her	an X	nach an X (hin)
Adjazenz		
von hinten	hinten	nach hinten
von vorne	vorne	nach vorne
von der Seite	auf der Seite/ seitwärts	nach der Seite
von neben(dran)	neben(dran)	nach neben(dran)
von bei X her	bei X	nach bei X (hin)
—	bis zu	—

Korrespondentabelle

Nähetypus	Mereotopol. Definition	Sem.-morphism. Relation
Injazenz	$xOy := \exists z(zPx \wedge zPy)$	$(2.1) := (2 \rightarrow 1)$
Tangenz	$Pt(x) := \forall y(yPx \rightarrow y = x)$	$(2.2) := (2 \rightarrow 2)$
Adjazenz	$xDy := \neg xOy$	$(2.3) := (2 \rightarrow 3)$

Venn-Diagramme

Injazenz: Tangenz: Adjazenz:

$\alpha° = (2 \rightarrow 1)$ $id_2 = (2 \rightarrow 2)$ $\beta = (2 \rightarrow 3)$

Direktionsnotation

1. Richtung zum Sprecher hin

$(a.b)^{\leftarrow} = \{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\}$

2. Richtung beim Sprecher

$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$

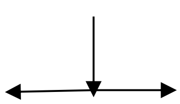
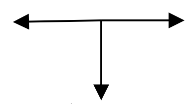
3. Richtung vom Sprecher weg

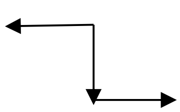
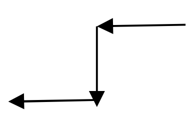
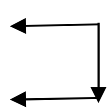
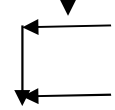
$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$

2. Wenn wir Variablen statt Konstanten verwenden, müssen wir spezielle Pfeilsymbole einführen; wir tun dies im Anschluss an frühere Arbeiten, indem wir sie möglichst mnemotechnisch schwänzen:

↞ ↡ ↠	↤↧↦	← ↓ →
(2.1)	(2.2)	(2.3)
Injazenz	Tangenz	Adjazenz

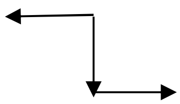
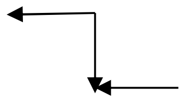
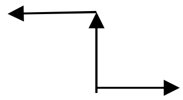
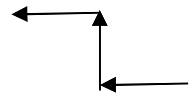
Nehmen wir als Beispiel das Pfeilfragment der Adjazenz. Dann sind folgende 8 Kombinationen aus Pfeilen ohne Änderung der Pfeilrichtungen möglich:

1.  2.  3.  4. 

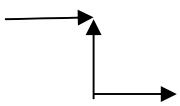
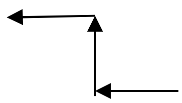
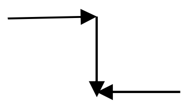
5.  6.  7.  8. 

Mit schrittweiser Änderung zuerst einzelner und dann kombinierter Pfeilrichtungen kann jeder der 8 obigen Grundtypen, ausgehend von der jeweiligen Grundform, systematisch umgestellt werden.

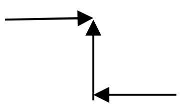
1. 4 einfache Pfeilrichtungsinversionen (1 = Grundform)

1.  2.  3.  4. 

2. 3 doppelte Pfeilrichtungsinversionen

5.  6.  7. 

3. 1 dreifache Pfeilrichtungsinversion (konverse Grundform

8. 

8 Grundtypen können somit in 8 Variationen auftreten; das ergibt ein total von 64 Typen der Pfeilgrammatik, und zwar je für die drei Nähetypen (Injazenz, Tangenz, Adjazenz).

Literatur

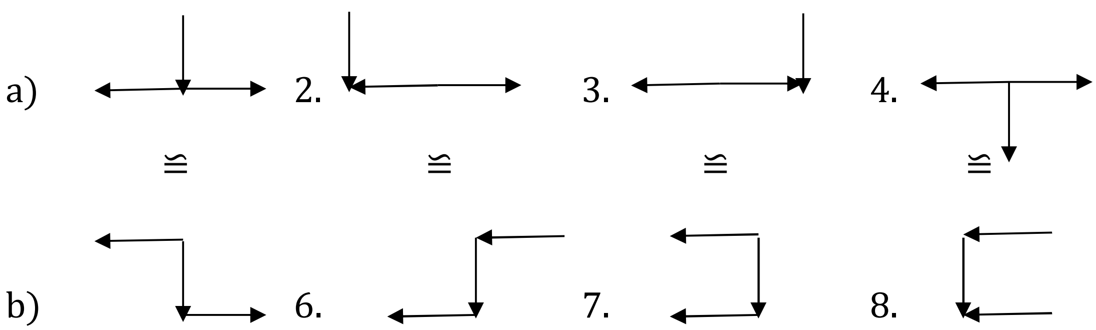
Toth, Alfred, Wegtopologie als System gerichteter Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Geometrisierung der Zeit?

1. In meiner letzten Arbeit (Toth 2011) habe ich die Ergebnisse der von mir eingeführten Wegtopologie (die sich weder mit Punktmengen noch mit mereologischen Umgebungen, sondern eben mit Strecken oder Pfaden befasst) aus der Geometrisierung der räumlichen Anschuung auf die Zeit zu übertragen versucht. Gegenüber der Topologie der Lokalität und Direktionalität ist die Topologie der Zeit durch ein System aus zwei Äquivalenzen sowie einer Reduktion ausgezeichnet:

1. Temporale Richtungsäquivalenz

Für Zeitstrukturen gibt es zwischen dem „an-Teilsystem“ und dem „auf-Teilsystem“ keinen Unterschied; dies bewirkt im folgenden Bild die semiotische Äquivalenz der a)-Reihe und der b)-Reihe:



2. Temporale Direktionsäquivalenz

Temporale Richtungen richten sich nur nach dem sog. Zeitstrahl, aber setzen kein spezielles Referenzobjekt voraus, in, an/auf das oder bei dem Nähekontakt stattfindet:

$(a.b)^{\leftarrow} = \{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\}$ {(2.1) ↞, (2.2) ↞, (2.3) ↞}

$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$ {(2.1) ↡, (2.2) ↡, (2.3) ↡}

$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$ {(2.1) ↠, (2.2) ↠, (2.3) ↠}

{(2.1) ↤, (2.2) ↤, (2.3) ↤}

{(2.1) ↧, (2.2) ↧, (2.3) ↧}

$$\underbrace{\{(2.1)\mapsto, (2.2)\mapsto, (2.3)\mapsto\}}$$

$$(a.b)^{\leftarrow} = \{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\}$$

$$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$$

$$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$$

3. Temporale Reduktion der Wegtopologie

Zeit wird nach dem wegtopologischen Modell nicht einfach als mystische „Achse“ definiert, die zwei (von wem bestimmte?) Richtungen hat, sondern das Objekt, das die Zeit erlebt, bestimmt sich eo ipso als Mittelpunkt der Emanation der Zeit. Dies kann daher genau wie die räumliche Orientierung zum Sprecher hin, beim Sprecher oder vom Sprecher weg emanieren. Dabei finden folgende traditionellen Zuordnungen statt:

Richtung zum Sprecher hin	→	Vergangenheit
Richtung beim Sprecher	→	Gegenwart
Richtung vom Sprecher weg	→	Zukunft

Formale Deutung:

$(a.b)^{\leftarrow} = \{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\}$	Vergangenheit
$(a.b)^{\downarrow} = \{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\}$	Gegenwart
$(a.b)^{\rightarrow} = \{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\}$	Zukunft,

Spätestens an diesem Punkt müssen wir uns fragen: Da die semiotische temporale Orientierung ein Reduktionssystem relativ zur semiotischen räumlichen Orientierung ist, wird hier nicht die Zeit geometrisiert, sondern vielmehr der Raum temporalisiert. Wie wäre es, wenn man eine Minkowski-Welt konstruierte, die aus 3 Zeit- und 1 Raumachse bestünde? Würde das lediglich zu dualen oder aber zu völlig neuen relativistischen Physiktheorien führen?

Literatur

Toth, Alfred, Zu einer wegtopologischen Zeitdarstellung für Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Notizen zur Quadralektik des Zeichens

1. In mehreren Arbeiten (z.B. in Toth 2009a, b) hatte ich versucht, die Dichotomie von Zeichen und Objekt unter dem Verhältnis des Eigenen zum Anderen darzustellen. Die besondere Problematik, die sich hierbei stellt und die etwa sprachlich in Wendungen wie

a) Ich bin noch hier, aber die anderen sind schon weg,

noch stärker aber in Fügungen wie

b) Was willst du noch hier? Geh doch zu den anderen Idioten!

zum Ausdruck kommt, ist die, dass hier das jeweilige Andere am Eigenen und damit logischerweise auch das jeweilige Eigene am Anderen partizipiert. Zwischen dem Eigenen und dem Anderen besteht also in anderen Worten kein Abbruch von zwei Kontexturen, sondern eine Brücke bzw. ein Gebiet, in dem sich Eigenes und Anderes treffen, d.h., wie ich andernorts extensiv dargestellt habe: eine mereotopologische Relation, die also ein riesiges Intervall zwischen blosser tangentialer Berührung von Eigenem und Anderem in einem Punkt bis zum „Überlappen“ des Anderen über das Eigene (bzw. das „Unterlappen des Eigenen unter das Andere) erstrecken kann.

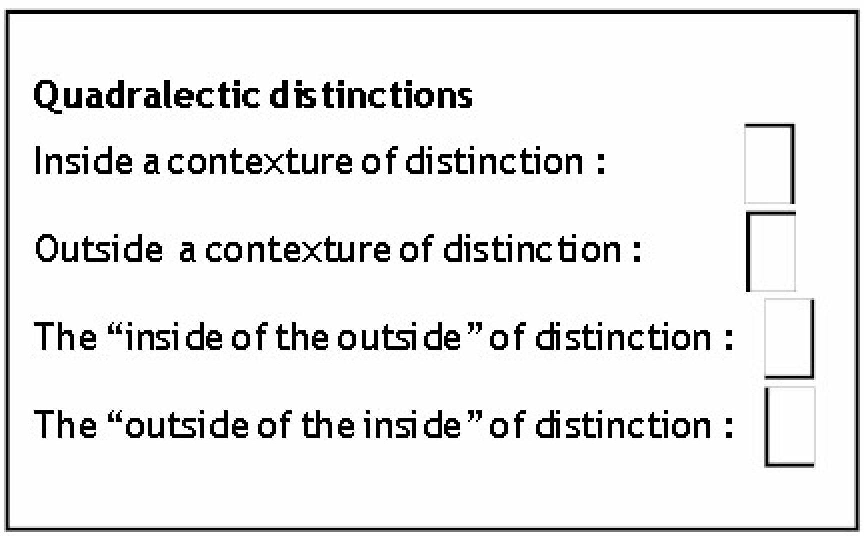
2. Darüber hinaus hat die Betrachtung des Zeichens unter dem Aspekt von Eigenem und Anderem die Frage aufgeworfen, woher denn die Transzendenz stamme, denn vom Zeichen aus ist zwar das Objekt, und vom Objekt aus ist zwar das Zeichen transzendent, aber wohin gehört die Partizipation, die mereotopologische Verbindung? Die Frage lautet dann: Woher kommt denn die Transzendenz? Ist sie dem Zeichen präexistent oder wird sie erst durch das Zeichen geschaffen? In einer Welt ohne Brücke zwischen Eigenem und Anderem führt diese Frage zu einem unendlichen Regress: Ist die Transzendenz, wie z.B. Heidegger meinte, dem Objekt eigen, dann ermöglicht die Transzendenz das Zeichen, aber die Frage bleibt, woher das Objekt seinen eigenen Überstieg hernimmt. Ist die Transzendenz hingegen, wie dies gemeinhin angenommen wird, dem Zeichen eigen, dann stellt sich hinwiederum die Frage, woher sie das nimmt und damit selbst ermöglicht.

3. Ein ganz neues und ebenso revolutionäres wie geniales Modell verdanken wir seit neuestem Rudolf Kaehr (Kaehr 2011): Die sog. Quadralektik, eine polykontexturale Erweiterungen (oder besser: Neubestimmung) der Spencer Brownschen „Laws of Form“, seinen Namen dem „Vierfachen Anfangen“ verdankend:

Quadralectics
The quadralectic (tetralemmatic, diamond) notation is enabling operations on the parts of the diamond complexions consisting of *Inside*, *Outside* and *inside*, *outside*, i.e. $[[A\,|\,a]\,||\,[a\,|\,A]]$, short: $[a\ |A\,|\,a]$.
Those operations applied to the quadralectic complexion have to preserve the rules of retrograde recursivity.

$[[A\,|\,a]\,||\,[a\,|\,A]]$:
[Inside | Outside] | [outside| inside]:
[*Inside* of inside | *Outside* of inside] | [*outside* of Outside | *inside* of Outside].

Damit unterscheidet Kaehr 4 quadralektische Unterschiede:



Wie man leicht sieht, ist damit auch ein engstens damit zusammenhängendes Problem gelöst, nämlich das folgende: Geht man von Spencer Browns „Laws of Form“ auf, dann muss der Unterschied mit dem Zeichen zusammenfallen. Das Zeichen IST dann der Unterschied, da es kein Drittes gibt. Daraus folgt aber, dass der leere Raum, in den der Unterschied „eingeschrieben“wird, der Raum des Objektes sein muss, da ja in einem zweiwertigen System nur Zeichen und

Objekte vorkommen. Der Ausgangsraum der Laws of Form ist damit klarerweise die Ontologie, und es ist das Zeichen (und sein semiotischer Raum), der ihm als Transzendenz gegenübersteht. Damit muss sich aber, sobald die „Marke“ (wie Spencer Brown sagt) gesetzt ist, der ganze Calculus im semiotischen Raum abspielen. Semiotik und Logik fallen damit zusammen, und der ontologische Raum wird im Grunde – sehr ähnlich übrigens wie bei Peirce – nur noch als Ausrede dazu gebraucht, wie Zeichen überhaupt entstehen: sie werden nämlich aus Objekten gemacht, sind als Zeichen eingeführte „Meta-Objekte“, wie Bense (1967, S. 9) ausdrücklich sagt. Hier kann man allerdings o.B.d.A. den Spiess umkehren und aller sog. Evidenz zum Trotz z.B. behaupten: Das Setzen des Unterschiedes führt das Objekt ein, und das Zeichen ist demnach ein Etwas, das erst zum Objekt erklärt werden muss. Transzendenz gehört somit in den semiotischen Raum und ermöglicht erst die Kreation von Objekten. Gott selbst schafft ja die Objekte dieser Welt durch den Logos, d.h. durch das Zeichen.

So unsinnig diese Umkehrung klingen mag, eine wissenschaftlich vertretbare Semiotik, die mehr als eine Mythologie ist, die Hilfskonstruktionen wie das „vorgegebene“ Objekt, die magische „thetische Introduktion“ und die durch sie bewirkte mystisch-mysteriöse Verwandlung des Objektes in ein Zeichen durch den plötzlich als deus/diabolus ex machina erscheinenden „Interpretanten“ bedarf, bedarf beider Richtungen: der Semiose vom Objekt zum Zeichen und der Kenose vom Zeichen zum Objekt. Eine revolutionäre Idee Günthers war es, die Objekte aufzulösen und durch Morphogramme bzw. kenomische Matrizen (Kaehr) zu ersetzen. Jeden Fall liegt hier der grosse Schwachpunkt der Spencer Brownschen Laws of Form, die sich damit klar als monokontextural erweisen und zwar etwas abstrakter als die aristotelische Logik formuliert sind, aber im Grunde sonst nichts Neues bringen: Das Eigene ist das, was vom Anderen abrupt unterschieden ist, es gibt keine Partizipation, zwischen Immanenz und Transzendenz führt, wie Felix Hausdorff in seiner an Nietzsche orientierten Studie (1976) es überdeutlich gesagt hatte: kein Brücke hinüber oder herüber. Beschäftigungen mit dem jeweils Anderen sind daher unwissenschaftlich und bilden daher, wie Günther so schön sagte, von unserem zweiwertigen Denken ausgechlossenene Denkrest-Asyle.

4. Gehen wir zuerst also vom Objekt aus, dann bekommen wir mit dem quadralektischen Schema:

4.1.

Objekt Zeichen bzw. Zeichen Objekt

und damit korrespondierend:

Zeichen Objekt bzw. Objekt Zeichen

Die quadralektische Fassung der Laws of Form ermöglicht also sowohl Semiose wie Kenose. Sowohl das Zeichen wie das Objekt können das Eigene und das jeweilig Andere sein, denn sie stehen nun in einer Austausch- und nicht mehr in einer Ausschlussrelation.

Ferner führen die sich aus zweiwertigen Systemen ergebenden Standpunkt-Paradoxienin quadralektischer Fassung zu den sog. semiotischen Objekten (vgl. Walther 1979, S. 122 f.), den von Bühler (1985) so genannten Hybriden zwischen Zeichen und Objekt, zwischen denen in diesen Fällen die viel diskutierte "symphysische“ Relation besteht:

Das Innere des Äusseren Das Äussere des Inneren

Zeichen Objekt bzw. Objekt Zeichen

Zeichenobjekt Objektzeichen

Ein Zeichenobjekt ist genauso wenig eine Addition eines Zeichens und eines Objektes wie ein Objektzeichen eine Addition eines Objektes und eines

Zeichens wäre, denn erstens würde dies der bekannten Addition von Äpfeln und Birnen entsprechen, und zweitens müsste man dann begründen können, warum hier offenbar $1 + 2 \neq 2 + 1$ gilt. Vielmehr ist ein Zeichenobjekte eine „symphysische“, d.h., einmal vollzogen, nicht mehr in ihre Bestandteile abtrennbare Verbindung von Zeichen und Objekt, z.B. bei einem Wegweiser, wo der Zeichenanteil (Orts- und Richtungsangaben) allein genauso sinnlos ist wie der Objektanteil (der Ständer bzw. Träger). Noch deutlicher wird dies beim Objektzeichen, z.B. einer Prothese: Sie ist insofern Objekt, als sie ein reales Bein physisch ersetzt, und insofern Zeichen, als sie dem ursprünglichen (d.h. zu ersetzenden) phyischen Objekt iconisch, d.h. zeichenhaft nachgebildet ist. Solche „hybriden“ semiotischen Objekte dürfte es nach klassischer Semiotik eigentlich nicht geben, und doch begegnen sie einem auf Schritt und Tritt. Wie ich kürzlich gezeigt habe, gibt es sogar eine neben den Kardinal- und den Ordinalzahlen vergessene Zahlensorte, die ein semiotisches Objekt darstellt, die Nummer: Während nämlich bei den gewöhnlichen Zahlen diese immer eindeutig einem Objekt beim Zählvorgang zugeordnet werden muss (da sonst das Zählen nicht stattfindet bzw. der ganze Vorgang sinnlos) ist, ist die Zuordnung von Nummern viel freier: Das Zuordnungs-Intervall reicht von den Hausnummern, welche wie Ordinalzahlen den Häusern zugeordnet werden, zu den Nummer von Bussen, welche nicht diese, sondern die von ihnen befahrenen Strecken numerieren, so dass es sein kann, dass eine ordinale Reihenfolge von Bussen z.B. 2-25-1-17-3 ist, ohne dass die Ordnung der Nummer hier gegen die Ordnung der Zahl verstösst.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1933, Neudruck Stuttgart 1965

Hausdorff, Felix, Das Chaos in kosmischer Auslese, neu hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Wie anders ist das durch die Zeichen bezeichnete Andere? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Das Eigene als Brücke zum Anderen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Destination und Prädestination

1. Nehmen wir an, jemand sitzt an einem Tisch und raucht eine Zigarette. Dabei fällt etwas heisse Asche aufs Tischtuch, und es bleibt ein Loch zurück. Spuren sind Hinterlassenschaften von Objekten, selbst Objekte zwar, doch als Teile eben nur in einer Teil-Ganzes-Relation zu ihren Objekten stehend. Dank dieser Ordnung ist es z.B. der Polizei möglich, herauszufinden, wer an besagem Tag und zu besagter Stunden an jenem Tisch gesessen und eine Zigarette z.B. der Marke „Salem“ geraucht hat. Wallfahrtsorte beruhen auf Spuren, auch dann, wenn sie realiter nicht mehr vorhanden sind. Man meint, den „Geist“ Goethes, Schillers oder Nietzsches in ihrem ehemaligen Wohnhäusern zu spüren.

Die Umkehrung der Spur ist der Keim (vgl. Toth 2009). Während Spuren in die Vergangenheit weisen, weisen Keime in die Zukunft. Während Spuren retrograd und regressiv sind, sind Keime proterograd und progressiv. Wäre der Zeitpfeil umkehrbar, wäre es der Polizei nicht nur möglich, anhand einer Spur das Objekt, zu dem sie gehört, zu rekonstruieren, sondern ein Objekt dahingehend zu untersuchen, welche Spuren es hinterlassen wird. Spurenbasierte Rekonstruktion ist also historisch, keimbasierte Konstruktion aber futurologisch. Man könnte auch das Gegensatzpaar „intrapolativ“ vs. extrapolativ bilden.

Genauso wie Spuren partes pro toto ihrer Objekte sind, sind es auch Keime, aber während die Spur als Material präsentiert ist, ist der Keim als Idee repräsentiert. Die Umkehrung der Vorstellung, dass der „Geist“ Nietzsches seine Spuren in dem bekannten Haus in Sils Maria zurückgelassen habe, wäre also, dass das Haus als Idee für die spätere Präsenz Nietzsches angelegt ist, d.h. der spurentheoretischen Destination steht die keimtheoretische Prädestination gegenüber. So mystisch eine solche Annahme klingt, so antimetaphysch ist sie, denn in den semiotischen Formeln für die Spuren brauchen wir nur die Zeitrichtungen zu ändern, und das kann man, wie in Toth (2009) gezeigt, einfach dadurch tun, dass man die Ordnungen der Relata von Zeichenrelationen umkehrt. Damit sind wir bereits imstande, die beiden folgenden Definitionen aufzustellen:

Spur = $(a.b)_{\rightarrow}$

Keim = $((a.b)_{\rightarrow})° = \{(a.b)_{\leftarrow}, (b.a)_{\rightarrow}, (b.a)_{\leftarrow}\}$,

d.h. jeder Spur korrespondiert eine Menge von Keimen. Mit anderen Worten: Obwohl in der Praxis die Rekonstruktion von Objekten aus ihren Spuren mühevoll ist, liegt eine ein-eindeutige Abbildung von Spuren auf Objekte vor, während die Abbildungen von Objekten auf Spuren mehr-eindeutig im Sinne Korzybskis ist.

2. Wie in Toth (2011) gezeigt, kann man aus der Menge S = (1, 2, 3) der Primzeichen 48 gerichtete semiotische Relationen konstruieren:

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$

Wir wollen nun in Kürze die elementaren mereotopologischen Gesetze (vgl. z.B. Cohn und Varzi 2003) angeben, die für gerichtete Objekte gültig sind. Man beachte, dass man mit den der klassischen Mengenlehre nachgebildeten Operationen lediglich mit gleichgerichteten Objekten rechnen kann.

3. Closure-Gesetze

3.1	$\varnothing^{\rightarrow} = c(\varnothing^{\rightarrow})$	3.5	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
3.2	$\varnothing^{\rightarrow} \neq c(\varnothing^{\leftarrow})$	3.6	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$
3.3	$\varnothing^{\leftarrow} \neq c(\varnothing^{\rightarrow})$	3.7	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
3.4	$\varnothing^{\leftarrow} = c(\varnothing^{\leftarrow})$	3.9	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$

3.10	$x^{\rightarrow} \subseteq c(x^{\rightarrow})$	3.14	$c(x^{\rightarrow}) \cup c(y^{\rightarrow}) = c(x^{\rightarrow} \cup y^{\rightarrow})$
3.11	$x^{\rightarrow} \not\subset c(x^{\leftarrow})$	3.15	$c(x^{\rightarrow}) \cup c(y^{\leftarrow}) = c(x^{\rightarrow} \cup y^{\leftarrow})$
3.12	$x^{\leftarrow} \not\subset c(x^{\rightarrow})$	3.16	$c(x^{\leftarrow}) \cup c(y^{\rightarrow}) = c(x^{\leftarrow} \cup y^{\rightarrow})$
3.13	$x^{\leftarrow} \subseteq c(x^{\leftarrow})$	3.17	$c(x^{\leftarrow}) \cup c(y^{\leftarrow}) = c(x^{\leftarrow} \cup y^{\leftarrow})$

4. Äquivalenzen des Zusammenhangs

$C_1 (x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap y^{\leftarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\rightarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

$C_2 (x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

od. $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

$C_3 (x, y) \Leftrightarrow c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

5. Mereotopologische Basis-Definitionen

5.1. $O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) := \exists z(P(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge P(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := \exists z(P(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge P(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$

Überlappung

5.2. $A(x, y) := \quad C(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow})$

$A(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := \quad C(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow})$ Angrenzung

5.3. $E(x, y) := \quad P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$E(x, y) := \quad P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ Gleichheit

5.4. $PP(x, y) := \quad P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ echter Teil

5.5. $TP(x, y) := \quad P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \exists z^{\rightarrow}(A(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge A(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \exists z^{\leftarrow}(A(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge A(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ tangentialer Teil

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390.

Toth, Alfred, Gerichtete semiotische Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Einfachste Gesetze einer Mereotopologie gerichteter Mengen, 2011

Gerichtete quadralektische Mengen

1. Wir gehen aus von den in der folgenden Tabelle aus Toth (2011) auf Grund von Kaehr (2011) und eigenen Vorarbeiten zusammengestellten Korrespondenzen:

oS	↔	Q (.0.)	↔	oI	↔	⌊
sO	↔	M (.1.)	↔	iO	↔	⌋
oO	↔	O (.2.)	↔	oO	↔	⌈
sS	↔	I (.3.)	↔	iI	↔	⌉

Dabei wird also eine tetradisch-tetravalente Zeichenklasse der allgemeinen Form

ZR = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a,...,d ∈ {0, 1, 2, 3}

vorausgesetzt. Wie in Toth (2010) aufgewiesen, kann eine konstante (d.h. nicht permutierte) Mengen mit direktiver Indizierung in 6 Kombinationen aufscheinen, wenn von den beiden Basis-Richtung → und ← ausgegangen wird und wenn auch die Domänen und Codomänen der Abbildungen (Richtungen) konstant gehalten werden:

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

2. Dieses auf den ersten Blick vollständige System ist jedoch defektiv, wenn man sich bewusst macht, dass hier nur folgende Korrespondenzen vorliegen:

$\rightarrow := \emptyset \rightarrow O$

$\leftarrow: = I \leftarrow \emptyset$

Es gibt also bei jedem Morphismus nur die Richtung hin-aus oder her-ein, es fehlt, linguistisch gesagt, das her-aus sowie das hin-ein, d.h. die beiden topologischen Funktionen I(O) und O(I):

$\rightleftarrows := \emptyset \rightleftarrows OI$

$\leftrightarrows := \emptyset \leftrightarrows IO$

Anstatt mit hochdt. hin-aus/her-ein und her-aus/hin-ein funktioniert der Vergleich der 4 Abbildungen perfekt mit den Entsprechungen des Walserdt.:

$\rightarrow := \emptyset \rightarrow O$ “us-e” $\qquad \rightleftarrows := \emptyset \rightleftarrows OI$ “us-i”

$\leftarrow: = I \leftarrow \emptyset$ “in-e” $\qquad \leftrightarrows := \emptyset \leftrightarrows IO$ „in-i”

bei –e “vom Sprecher weg“ (her-) und –i „zum Sprecher hin“ (hin-) bedeutet. Demzufolge gibt es also ohne Permutationen bei einer tetradischen Mengen nicht nur 6, sondern 2 mal 10 vollständige Richtungskombinationen:

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d}) \qquad (3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\rightarrow d}) \qquad (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d}) \qquad (3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d})$

$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d}) \qquad (3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d}) \qquad (3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$

$(3{\rightleftarrows}_a\ 2{\rightleftarrows}_b\ 1{\rightleftarrows}_c\ 0{\rightleftarrows}_d) \qquad (3{\rightleftarrows}_a\ 2{\leftrightarrows}_b\ 1{\leftrightarrows}_c\ 0{\leftrightarrows}_d)$

$(3{\rightleftarrows}_a\ 2{\rightleftarrows}_b\ 1{\leftrightarrows}_c\ 0{\rightleftarrows}_d) \qquad (3{\leftrightarrows}_a\ 2{\leftrightarrows}_b\ 1{\leftrightarrows}_c\ 0{\leftrightarrows}_d)$

$(3{\rightleftarrows}_a\ 2_{\leftarrow b}\ 1{\rightleftarrows}_c\ 0{\rightleftarrows}_d) \qquad (3{\leftrightarrows}_a\ 2{\rightleftarrows}_b\ 1{\rightleftarrows}_c\ 0{\rightleftarrows}_d)$

$(3{\leftrightarrows}_a\ 2{\rightleftarrows}_b\ 1{\rightleftarrows}_c\ 0{\rightleftarrows}_d) \qquad (3{\leftrightarrows}_a\ 2{\rightleftarrows}_b\ 1{\rightleftarrows}_c\ 0{\leftrightarrows}_d)$

$(3{\rightleftarrows}_a\ 2{\rightleftarrows}_b\ 1{\leftrightarrows}_c\ 0{\leftrightarrows}_d) \qquad (3{\leftrightarrows}_a\ 2{\rightleftarrows}_b\ 1{\leftrightarrows}_c\ 0{\leftrightarrows}_d)$

3. Quadralektische Closure-Gesetze

1.1	$\varnothing^{\rightarrow} = c(\varnothing^{\rightarrow})$	2.1	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
1.2	$\varnothing^{\rightarrow} \neq c(\varnothing^{\leftarrow})$	2.2	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$
1.3	$\varnothing^{\leftarrow} \neq c(\varnothing^{\rightarrow})$	2.3	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
1.4	$\varnothing^{\leftarrow} = c(\varnothing^{\leftarrow})$	2.4	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$

1.5	$\varnothing\rightleftarrows = c(\varnothing\rightleftarrows)$	2.5	$c(c(x\rightleftarrows)) \subseteq c(x\rightleftarrows)$
1.6	$\varnothing\rightleftarrows \neq c(\varnothing\leftrightarrows)$	2.6	$c(c(x\rightleftarrows)) \subseteq c(x\leftrightarrows)$
1.7	$\varnothing\leftrightarrows \neq c(\varnothing\rightleftarrows)$	2.7	$c(c(x\leftrightarrows)) \subseteq c(x\rightleftarrows)$
1.8	$\varnothing\leftrightarrows = c(\varnothing\leftrightarrows)$	2.8	$c(c(x\leftrightarrows)) \subseteq c(x\leftrightarrows)$

3.1	$x\rightleftarrows \subseteq c(x\rightleftarrows)$	4.1	$c(x\rightleftarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y^{v})$
3.2	$x\rightleftarrows \not\subset c(x\leftrightarrows)$	4.2	$c(x\rightleftarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\leftrightarrows)$
3.3	$x^{\leftarrow} \not\subset c(x\rightleftarrows)$	4.3	$c(x\leftrightarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\rightleftarrows)$
3.4	$x^{\leftarrow} \subseteq c(x^{\leftarrow})$	4.4	$c(x\leftrightarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\leftrightarrows)$
3.5	$x\rightleftarrows \subseteq c(x\rightleftarrows)$	4.5	$c(x\rightleftarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\rightleftarrows)$
3.6	$x\rightleftarrows \not\subset c(x\leftrightarrows)$	4.6	$c(x\rightleftarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\leftrightarrows)$
3.7	$x\leftrightarrows \not\subset c(x\rightleftarrows)$	4.7	$c(x\leftrightarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\rightleftarrows)$
3.8	$x\leftrightarrows \subseteq c(x\leftrightarrows)$	4.8	$c(x\leftrightarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\leftrightarrows)$

4. Äquivalenzen des Zusammenhangs

$C_1\,(x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap y^{\leftarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\rightarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

$C_2\,(x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

od. $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

$C_3\ (x, y) \Leftrightarrow c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$

$C_1\ (x, y) \Leftrightarrow x{\rightleftarrows} \cap y{\rightleftarrows} \neq \emptyset$ / $x{\rightleftarrows} \cap y{\leftrightarrows} = \emptyset$ / $x{\leftrightarrows} \cap y{\rightleftarrows} = \emptyset$ / $x{\leftrightarrows} \cap y{\leftrightarrows} \neq \emptyset$

$C_2\ (x, y) \Leftrightarrow x{\rightleftarrows} \cap c(y{\rightleftarrows}) \neq \emptyset$ / $x{\rightleftarrows} \cap c(y{\leftrightarrows}) \neq \emptyset$ / $x{\leftrightarrows} \cap c(y{\rightleftarrows}) \neq \emptyset$ / $x{\leftrightarrows} \cap c(y{\leftrightarrows}) \neq \emptyset$

od. $c(x{\rightleftarrows}) \cap y{\rightleftarrows} \neq \emptyset$ / $c(x{\rightleftarrows}) \cap y{\leftrightarrows} \neq \emptyset$ / $c(x{\leftrightarrows}) \cap y{\rightleftarrows} \neq \emptyset$ / $c(x{\leftrightarrows}) \cap y{\leftrightarrows} \neq \emptyset$

$C_3\ (x, y) \Leftrightarrow c(x{\rightleftarrows}) \cap c(y{\rightleftarrows}) \neq \emptyset$ / $c(x{\rightleftarrows}) \cap c(y{\leftrightarrows}) \neq \emptyset$ / $c(x{\leftrightarrows}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x{\leftrightarrows}) \cap c(y{\leftrightarrows}) \neq \emptyset$

usw.

5. Mereotopologische Basis-Definitionen

5.1. $O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) := \exists z(P(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge P(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := \exists z(P(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge P(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ Überlappung

5.2. $A(x, y) := C(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow})$

$A(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := C(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow})$ Angrenzung

5.3. $E(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$E(x, y) := P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ Gleichheit

5.4. $PP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ echter Teil

5.5. $TP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \exists z^{\rightarrow}(A(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge A(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \exists z^{\leftarrow}(A(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge A(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ tangentialer Teil

5.6. $O(x{\rightleftarrows}, y{\rightleftarrows}) := \exists z(P(z{\rightleftarrows}, x{\rightleftarrows}) \wedge P(z{\rightleftarrows}, y{\rightleftarrows}))$

$O(x{\leftrightarrows}, y{\leftrightarrows}) := \exists z(P(z{\leftrightarrows}, x{\leftrightarrows}) \wedge P(z{\leftrightarrows}, y{\leftrightarrows}))$ Überlappung

5.7. $A(x, y) := C(x{\rightleftarrows}, y{\rightleftarrows}) \wedge \neg O(x{\rightleftarrows}, y{\rightleftarrows})$

$A(x{\leftrightarrows}, y{\leftrightarrows}) := C(x{\leftrightarrows}, y{\leftrightarrows}) \wedge \neg O(x{\leftrightarrows}, y{\leftrightarrows})$ Angrenzung

5.8. $E(x, y) :=$ $P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge P(y\rightleftarrows, x\rightleftarrows)$

$E(x, y) :=$ $P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge P(y\leftrightarrows, x\leftrightarrows)$ Gleichheit

5.9. $PP(x, y) :=$ $P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \neg P(y\rightleftarrows, x\rightleftarrows)$

$P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \neg P(y\leftrightarrows, x\leftrightarrows)$ echter Teil

5.10. $TP(x, y) :=$ $P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \exists z\rightleftarrows (A(z\rightleftarrows, x\rightleftarrows) \wedge A(z\rightleftarrows, y\rightleftarrows))$

$P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \exists z\leftrightarrows (A(z\leftrightarrows, x\leftrightarrows) \wedge A(z\leftrightarrows, y\leftrightarrows))$tangentialer Teil

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

Toth, Alfred, Gerichtete semiotische Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Einfachste Gesetze einer Mereotopologie gerichteter Mengen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Quadralektische Distinktionen zur systemtheoretischen Notation von Zeichenprozessen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2011)

Elemente einer quadralektischen semiotischen Systemtheorie

1. Wir gehen wiederum aus von den in der folgenden Tabelle aus Toth (2011a) auf Grund von Kaehr (2011) und eigenen Vorarbeiten zusammengestellten Korrespondenzen:

$oS \leftrightarrow Q\ (.0.) \leftrightarrow oI \leftrightarrow \llcorner$

$sO \leftrightarrow M\ (.1.) \leftrightarrow iO \leftrightarrow \lrcorner$

$oO \leftrightarrow O\ (.2.) \leftrightarrow oO \leftrightarrow \ulcorner$

$sS \leftrightarrow I\ (.3.) \leftrightarrow iI \leftrightarrow \urcorner$

Ferner setzen wir mit Toth (2011b) voraus, dass gerichtete semiotische Mengen der Form

$\rightarrow := \emptyset \rightarrow O$

$\leftarrow: = I \leftarrow \emptyset$

defektiv sind, da sie systemtheoretisch nur System und Umgebung, aber nicht ihre dyadischen Kombinationen in Übereinstimmung mit der logisch-epistemologischen Tetras objektives und subjektives Subjekt sowie subjektives und objektives Objekt berücksichtigen (sS, oS; sO, oO). Wir haben daher definiert:

$\rightleftarrows := \emptyset \rightleftarrows OI$

$\leftrightarrows := \emptyset \leftrightarrows IO$,

vgl. hochdeutsch hinaus/herein; heraus/hinein.

2. Diese Voraussetzungen genügen zur systemtheoretischen Darstellung einer quadralektischen Semiotik, um den Kaehrschen Begriff zu verwenden.

2.1. Tetradisch-tetravalente Kategorien

$(\urcorner_{\rightarrow a}\ \ulcorner_{\rightarrow b}\ \lrcorner_{\rightarrow c}\ \llcorner_{\rightarrow d})$ $(\urcorner_{\rightarrow a}\ \ulcorner_{\leftarrow b}\ \lrcorner_{\leftarrow c}\ \llcorner_{\leftarrow d})$

$(\urcorner_{\rightarrow a}\ \ulcorner_{\rightarrow b}\ \lrcorner_{\leftarrow c}\ \llcorner_{\rightarrow d})$ $(\urcorner_{\leftarrow a}\ \ulcorner_{\leftarrow b}\ \lrcorner_{\leftarrow c}\ \llcorner_{\leftarrow d})$

$(\urcorner_{\rightarrow a}\ \ulcorner_{\leftarrow b}\ \lrcorner_{\rightarrow c}\ \llcorner_{\rightarrow d})$ $(\urcorner_{\leftarrow a}\ \ulcorner_{\rightarrow b}\ \lrcorner_{\rightarrow c}\ \llcorner_{\rightarrow d})$

$(\urcorner_{\leftarrow a}\ \ulcorner 2_{\rightarrow b}\ \lrcorner_{\rightarrow c}\ \llcorner_{\rightarrow d})$ $(\urcorner_{\leftarrow a}\ \ulcorner_{\rightarrow b}\ \lrcorner_{\rightarrow c}\ \llcorner_{\leftarrow d})$

$(\rceil \rightarrow_a\ \lceil \rightarrow_b\ \rfloor \leftarrow_c\ \lfloor \leftarrow_d)$ $(\rceil \leftarrow_a\ \lceil \rightarrow_b\ \rfloor \leftarrow_c\ \lfloor \leftarrow_d)$

$(\rceil \rightleftarrows_a\ \lceil \rightleftarrows_b\ \rfloor \rightleftarrows_c\ \lfloor \rightleftarrows_d)$ $(\rceil \rightleftarrows_a\ \lceil \leftrightarrows_b\ \rfloor \leftrightarrows_c\ \lfloor \leftrightarrows_d)$

$(\rceil \rightleftarrows_a\ \lceil \rightleftarrows_b\ \rfloor \leftrightarrows_c\ \lfloor \rightleftarrows_d)$ $(\rceil \leftrightarrows_a\ \lceil \leftrightarrows_b\ \rfloor \leftrightarrows_c\ \lfloor \leftrightarrows_d)$

$(\rceil \rightleftarrows_a\ \lceil \leftarrow_b\ \rfloor \rightleftarrows_c\ \lfloor \rightleftarrows_d)$ $(\rceil \leftrightarrows_a\ \lceil \rightleftarrows_b\ \rfloor \rightleftarrows_c\ \lfloor \rightleftarrows_d)$

$(\rceil \leftrightarrows_a\ \lceil \rightleftarrows_b\ \rfloor \rightleftarrows_c\ \lfloor \rightleftarrows_d)$ $(\rceil \leftrightarrows_a\ \lceil \rightleftarrows_b\ \rfloor \rightleftarrows_c\ \lfloor \leftrightarrows_d)$

$(\rceil \rightleftarrows_a\ \lceil \rightleftarrows_b\ \rfloor \leftrightarrows_c\ 0\leftrightarrows_d)$ $(\rceil \leftrightarrows_a\ \lceil \rightleftarrows_b\ \rfloor \leftrightarrows_c\ \lfloor \leftrightarrows_d)$

2.2. Quadralektische Closure-Gesetze

$$\left.\begin{array}{ll}
\varnothing^{\rightarrow} = c(\varnothing^{\rightarrow}) & c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow}) \\
\varnothing^{\rightarrow} \neq c(\varnothing^{\leftarrow}) & c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow}) \\
\varnothing^{\leftarrow} \neq c(\varnothing^{\rightarrow}) & c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow}) \\
\varnothing^{\leftarrow} = c(\varnothing^{\leftarrow}) & c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow}) \\
\varnothing\rightleftarrows = c(\varnothing\rightleftarrows) & c(c(x\rightleftarrows)) \subseteq c(x\rightleftarrows) \\
\varnothing\rightleftarrows \neq c(\varnothing\leftrightarrows) & c(c(x\rightleftarrows)) \subseteq c(x\leftrightarrows) \\
\varnothing\leftrightarrows \neq c(\varnothing\rightleftarrows) & c(c(x\leftrightarrows)) \subseteq c(x\rightleftarrows) \\
\varnothing\leftrightarrows = c(\varnothing\leftrightarrows) & c(c(x\leftrightarrows)) \subseteq c(x\leftrightarrows)
\end{array}\right\} \quad x \in \{ \lfloor, \rfloor, \lceil, \rceil \}$$

$$\left.\begin{array}{ll}
x\rightleftarrows \subseteq c(x\rightleftarrows) & c(x\rightleftarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\rightleftarrows) \\
x\rightleftarrows \not\subset c(x\leftrightarrows) & c(x\rightleftarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\leftrightarrows) \\
x^{\leftarrow} \not\subset c(x\rightleftarrows) & c(x\leftrightarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\rightleftarrows) \\
x^{\leftarrow} \subseteq c(x^{\leftarrow}) & c(x\leftrightarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\leftrightarrows) \\
x\rightleftarrows \subseteq c(x\rightleftarrows) & c(x\rightleftarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\rightleftarrows) \\
x\rightleftarrows \not\subset c(x\leftrightarrows) & c(x\rightleftarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\leftrightarrows) \\
x\leftrightarrows \not\subset c(x\rightleftarrows) & c(x\leftrightarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\rightleftarrows) \\
x\leftrightarrows \subseteq c(x\leftrightarrows) & c(x\leftrightarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\leftrightarrows)
\end{array}\right\} \quad x,y \in \{ \lfloor, \rfloor, \lceil, \rceil \}$$

2.3. Äquivalenzen des Zusammenhangs

(auch für die folgenden Gesetze gilt: $x,y \in \{ \llcorner, \lrcorner, \ulcorner, \urcorner \}$)

$C_1 (x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap y^{\rightarrow} \neq \emptyset$ / $x^{\rightarrow} \cap y^{\leftarrow} = \emptyset$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\rightarrow} = \emptyset$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\leftarrow} \neq \emptyset$

$C_2 (x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $x^{\rightarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$

od. $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \emptyset$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \emptyset$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \emptyset$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \emptyset$

$C_3 (x, y) \Leftrightarrow c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$

$C_1 (x, y) \Leftrightarrow x\rightleftarrows \cap y\rightleftarrows \neq \emptyset$ / $x\rightleftarrows \cap y\leftrightarrows = \emptyset$ / $x\leftrightarrows \cap y\rightleftarrows = \emptyset$ / $x\leftrightarrows \cap y\leftrightarrows \neq \emptyset$

$C_2 (x, y) \Leftrightarrow x\rightleftarrows \cap c(y\rightleftarrows) \neq \emptyset$ / $x\rightleftarrows \cap c(y\leftrightarrows) \neq \emptyset$ / $x\leftrightarrows \cap c(y\rightleftarrows) \neq \emptyset$ / $x\leftrightarrows \cap c(y\leftrightarrows) \neq \emptyset$

od. $c(x\rightleftarrows) \cap y\rightleftarrows \neq \emptyset$ / $c(x\rightleftarrows) \cap y\leftrightarrows \neq \emptyset$ / $c(x\leftrightarrows) \cap y\rightleftarrows \neq \emptyset$ / $c(x\leftrightarrows) \cap y\leftrightarrows \neq \emptyset$

$C_3 (x, y) \Leftrightarrow c(x\rightleftarrows) \cap c(y\rightleftarrows) \neq \emptyset$ / $c(x\rightleftarrows) \cap c(y\leftrightarrows) \neq \emptyset$ / $c(x\leftrightarrows) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset$ / $c(x\leftrightarrows) \cap c(y\leftrightarrows) \neq \emptyset$

usw.

2.4. Mereotopologische Basis-Definitionen

(auch für die folgenden Gesetze gilt: $x,y \in \{ \llcorner, \lrcorner, \ulcorner, \urcorner \}$)

5.1. $O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) := \exists z(P(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge P(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := \exists z(P(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge P(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ Überlappung

5.2. $A(x, y) := C(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow})$

$A(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := C(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow})$ Angrenzung

5.3. $E(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$E(x, y) := P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ Gleichheit

5.4. $PP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ echter Teil

5.5. $TP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \exists z^{\rightarrow}(A(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge A(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \exists z^{\leftarrow}(A(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge A(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ tangentialer Teil

5.6. $O(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) := \exists z(P(z\rightleftarrows, x\rightleftarrows) \wedge P(z\rightleftarrows, y\rightleftarrows))$

$O(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) := \exists z(P(z\leftrightarrows, x\leftrightarrows) \wedge P(z\leftrightarrows, y\leftrightarrows))$ Überlappung

5.7. $A(x, y) := C(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \neg O(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows)$

$A(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) := C(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \neg O(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows)$ Angrenzung

5.8. $E(x, y) := P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge P(y\rightleftarrows, x\rightleftarrows)$

$E(x, y) := P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge P(y\leftrightarrows, x\leftrightarrows)$ Gleichheit

5.9. $PP(x, y) := P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \neg P(y\rightleftarrows, x\rightleftarrows)$

$P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \neg P(y\leftrightarrows, x\leftrightarrows)$ echter Teil

5.10. $TP(x, y) := P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \exists z\rightleftarrows (A(z\rightleftarrows, x\rightleftarrows) \wedge A(z\rightleftarrows, y\rightleftarrows))$

$P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \exists z\leftrightarrows (A(z\leftrightarrows, x\leftrightarrows) \wedge A(z\leftrightarrows, y\leftrightarrows))$tangentialer Teil

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

Toth, Alfred, Quadralektische Distinktionen zur systemtheoretischen Notation von Zeichenprozessen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2011a)

Toth, Alfred, Gerichtete quadralektische Mengen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2011b)

Internität und Externität bei ungarischen attributiven Adjektiven

1. Eine Besonderheit der ungarischen Syntax besteht darin, dass sämtliche Formen der Pertinenz im Gegensatz zu den meisten anderen Sprachen durchwegs durch attributive Adjektivkonstruktionen ausgedrückt werden können.

2.1. Schema A hat B zur Umgebung

a)	Haus mit Garten	kertes ház	„gegartetes Haus“
b)	Melone mit Rohschinken	sonkás dinnye	„geschinkte Melone“
c)	Omelett mit Pilzen	gombás omlett	„gepilztes Omelett“
	(dt. auch: Pilzomelett)		
d)	Mohnkipferl	mákos kifli	„gemohntes Kipferl“
e)	Buttergipfel	vajas kifli	„gebutterter Gipfel“
	(Croissant)		
e)	Ölsardinen	olajos szardínia	„geölte Sardinen“
f)	Flaschenbier	üveges sör	„geflaschtes Bier“

Bei a) ist die Umgebung B vom System A separiert. Bei b) gehören A und B zu einem gastronomisch festgelegten Ganzen, einer in ganz Europa bekannten Vorspeise. Bei c) ist B in A enthalten ($B \subset A$), bei d) müsste man eher von „umschlossen“ anstatt von „enthalten“ sprechen, die Pilze sind in c) normalerweise im Eierteig und nicht wie in d) der Mohn als Füllung von der Teighülle umschlossen (um diesen Unterschied formal zu bewältigen, muss man auf die Mereotopologie ausweichen). Im Gegensatz zu sowohl c) als auch d) ist die Butter zwar im Teig, aber konstituiert diesen als spezielle Teigart, was man über die im Eierteig enthaltenen Pilze in c) nicht behaupten kann. (Auch für den Unterschied von c) und e) muss man also auf die Mereotopologie ausweichen.). Bei e) konserviert die Umgebung B, also das Öl, das System, also die Sardinen, aber bildet ebenfalls eine untrennbare Einheit (seit Auguste Escoffier unter Caesar Ritz während des 1. Weltkrieges diese Speise als Notkonserve erfand, vgl. die Biographie von Marie-Louise Ritz). Bei f) schliesslich ist B enthaltende Umgebung, was aber man aber z.B. von a) nicht behaupten kann, da zwar die Flasche das Bier, aber der Garten nicht das Haus enthält.

2.2. A = U(B) vs. A = B

Hier wollen wir einige scheinbare Doppelfälle ansehen, die jedoch im Ungarischen wie in keiner anderen Sprache rigoros geschieden sind. So heisst das „Grillhuhn", schweizerisch „grilierts Pule" ung. grill csirke und nicht *grilles csirke, da die Umgebung, d.h. der Grill, hier eine über die topologischen Relationen hinaus gehende instrumentale Funktion hat. Nach der lateinischen Grammatik ist das gegrillte Huhn daher effiziertes und nicht bloss affiziertes Objekt, d.h. es wird durch den Grill erst als Grill-Huhn hergestellt. Ähnlich liegt der Fall bei gőzhajó „Dampfschiff", wo das Gas das Schiff zwar nicht herstellt, aber antreibt, d.h. ebenfalls eine über die Feststellung der topologischen Relation zwischen A und B hinausreichende instrumentale Funktion hat. Ein *gőzes hajó wäre ein Schiff, das aus Gas besteht. Dagegen kommt das nicht-pertinente Adjektivsuffix –i vor: hegyi vasút „Bergbahn"" „Hegyvasút" ist zwar denkbar, auch wenn es nicht dem ung. Sprachgefühl konform klingt, aber eine *hegyes vasút wäre eine nicht aus Metall, sondern aus Stein (Gebirge) bestehende Bahn. Man vergleiche auch den Unterschied zwischen túrógombóc „Topfenknödel" im Gegensatz zu túrós lepény „Quarkkuchen" und túróstáska „Topfentascherl": der Topfenknödel besteht eben zur Gänze (von der optionalen Füllung abgesehen) aus Quark, aber beim Quarkkuchen und der Quarktasche ist der Quark nur Füllung. Man kann sich übrigens fragen, ob in solchen Fällen nicht System und Umgebung vertauscht sind! Ein besonders schönes Beispiel gibt das folgende Quadruvium ab:

szemetes kuka „Mülleimer", wörtl. „gemüllter Kübel", szemetes kocsi „Müllwagen", wörtl. „gemüllter Wagen" vs. szmétfuvározás „Müllabfuhr" und szemétgödör „Müllgrube". Im ersten Fall wird der Eimer, im zweiten Fall der Wagen mit Müll gefüllt. Im dritten Fall betrifft aber das Abstraktum „Abfuhr" den Müll als Ganzen, und im vierten Fall enthält die Grube ausschliesslich Müll.

3. Schauen wir uns nun die sprachliche Wiedergabe von System und Umgebung (und deren evtl. Vertauschung) im Dt. und Ung. an:

Haus mit Garten, *Gartenhaus

Hier ist das Gartenhaus gestirnt, weil es nicht die selbe Bedeutung hat wie Haus mit Garten. Letzteres ist ein Haus mit Garten als Umgebung, diese aber gehört nicht zum Haus, und dies ist der Grund für die Nicht-Dualität der beiden Bezeichnungen, denn beim Gartenhaus gehört der Garten zum Haus.

Melone mit Rohschinken, *Rohschinkenmelone

Omelett mit Pilzen, Pilzomelett

Die Dualität ist nur scheinbar, da Pilzomelett ein Omelett mit Pilzen als Füllung ist, wären ein Omelett mit Pilzen eines ist, bei dem Pilze im Eierteig mitgebacken werden.

Mohnkipferl, *Kipferl mit Mohn

Die gestirnte Variante würde z.B. bedeuten, dass der Mohn, wie bei gewissen Brötchen (österr.: Gebäck) draufgestreut ist (vgl. jedoch schweiz. Zuggerweggli „mit Fein- oder Hagelzucker bestreuter Teigwecken").

Buttergipfel, *Gipfel mit Butter

Letzteres würde bedeuten, dass (z.B. beim Frühstück) der Croissant mit Butter serviert wird.

Ölsardinen, Sardinen in Öl, *Sardinen mit Öl, ?Sardinen an Öl

Sardinen in Öl ist eine bei Speisenangaben häufige und als korrekt empfundene Paraphrase (vgl. die heutige Unsitte, anstatt Menunamen Angaben zu liefern, welche die Herstellung der Speisen betreffen). Während bei „Spaghetti an/mit Tomatensauce" beide Präpositionalanschlüsse korrekt sind, ist dies bei den Sardinen mindestens zweifelhaft. Der Grund liegt darin, dass die Tomatensauce mit den Spaghetti zusammen gegessen wird, das Öl aber nicht mit den Sardinen zusammen getrunken wird.

Flaschenbier vs. Bierflasche

Hier herrscht komplette Dualität zwischen System und Umgebung, je nachdem, was System und was Umgebung ist. Vgl. auch *Bier mit Flasche vs. *Flasche mit Bier, usw.

Grillhuhn

Gebildet wie Rostbraten vs. Bratenrost, es gibt jedoch keinen *Hühnergrill, obwohl dieser de facto existiert, wie jeder Oktoberfestbesucher weiss.

Dampfschiff

Ein *Schiffdampf ist unsinnig, da sich der Dampf von Schiffen nicht von demjenigen anderer Dampf absondernder Maschinen unterscheidet.

Quarkknödel, Quarktorte

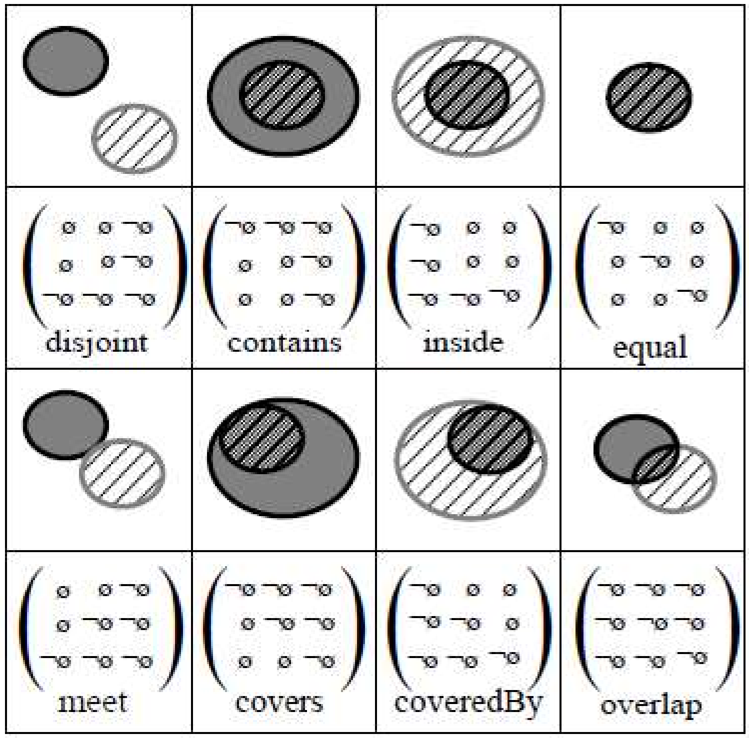
Im Dt. kein Unterschied, unabhängig davon, was System und was Umgebung ist. Quarkknödel: Quark = System, Knödel = Umgebung; Quarktorte: Torte = System, Knödel = Umgebung.

Man versuche, die hier geübte systemtheoretische Methode auf Bahuvrihis anzuwenden! Es dürfte keiner Begründung bedürfen dafür, dass die Anwendung systemtheoretischer Methoden gerade bei Wortkompositionen von grossem Nutzen wäre.

Zeichen, Referenz und Kausalität

1. Ein Zeichen ersetzt sein Objekt, indem es das Objekt stellvertritt, aber nicht auslöscht. Dies bedingt eine Verweisfunktion zwischen Zeichen und Objekt und damit mindestens ein Bewußtsein, daß diese Verweisfunktion setzt. Das interpretierende Bewußstein vollzieht also drei völlig differente Prozesse: Es bestimmt erstens das Objekt als Substituendum; zweitens wählt es ein Substituens; drittens etabliert es die Verweisfunktion zwischen Substituens und Substitutum, d.h. zwischen Zeichen und Objekt. Der Metaobjektivations-prozess (vgl. Bense 1967, S. 9) hat damit doppelten Objektcharakter, erstens, weil er ein Objekt substiuiert; zweitens, weil der materiale Zeichenträger natürlich selbst der Objektwelt angehört.

2. Nun ist aber die Relation zwischen dem inneren Objekt des Zeichens als Substituens und dem äußeren Objekt als Substituendum selbst ein dreifacher, denn nach Peirce muß zwischen iconischer, indexikalischer und symbolischer Bezeichnungsfunktion des Zeichens unterschieden werden. Wie ich (Toth 2009) ferner gezeigt habe, muß beim Index wiederum zwischen Kontiguität und Tangenz unterschieden werden, je nachdem, ob der Index mit seinem Objekt in einem oder mehreren Punkten zusammenhängt. Wie die folgende Tabelle der möglichen mereotopologischen Relationen zweier Objekte aus Egenhofer (1994) nahelegt, muß ergänzend unterschieden werden, ob ein Inklusionsverhältnis zwischen Zeichen und Objekt vorliegt oder nicht:



Dem iconischen Objektbezug (2.1) korrespondieren also die mereotopologischen Relationen COVERS, COVERED BY, OVERLAP, CONTAINS und INSIDE. Dem indexikalischen Objektbezug (2.2) korrespondiert die mereotopologische Relation MEET, und dem symbolischen Objektbezug (2.3) korrespondiert die mereotopologische Relation DISJOINT. Die Verbleibende mereotopologische Relation EQUAL würde dem Fall entsprechen, wo Zeichen und Objekt zusammenfallen, d.h. nicht mehr unterscheidbar sind. Dieser Fall ist wenigstens in praxi ausgeschlossen. Wie man erkennt, ist also das obige mereotopologische Schema zu eng, um die beiden möglichen Typen von Indizes zu unterscheiden.

3. Die Substituierung eines Objekt durch ein Zeichen hat u.a. zum Zweck, die Essenz des Objektes orts- und zeitunabhängig zu machen. Es ist viel praktischer, das Matterhorn zu photographieren anstatt zu versuchen, es in die USA zu transportieren. Wer zudem wissen will, wie Einstein ausgesehen hat, ist ebenfalls auf Photos angewiesen, da in diesem Fall keine andere Möglichkeit bleibt. Referenz im Sinne von Verweisfunktion setzt also primär die lokale und zeitliche Nähe von Zeichen und Objekt voraus, genauso wie Kausalität die örtliche und zeitliche Nähe von Ursache und Wirkung voraussetzt, denn die Relation zwischen einem Donner, der zwei Tage nach einem Blitz eintritt oder

einem Donner in Bolivien, der einem Blitz in Grönland folgt, wird man keine kausale Beziehung unterstellen. Damit tritt also, was ihre lokale und temporale Differenz betrifft, die Dichotomie von Zeichen und Objekt selbst in Relation zur Dichotomie von Ursache und Wirkung. Wenn somit Kausalität lokale und temporale Adjazenz voraussetzt, wird sie selbst zur notwendigen Bedingung von Referenz und damit der Relation zwischen Zeichen und Objekt.

Allerdings besteht eine solche primäre Referenz, wie wir oben gezeigt haben, lediglich in den Fällen, wo semiotisch iconischer oder indexikalischer Objektbezug vorliegt, nicht jedoch beim symbolischen Objektbezug, der ja gerade durch die leere Schnittmenge der Übereinstimmungsmerkmale von Zeichen und Objekt definiert ist. Aus dieser im Grunde erstaunlichen Feststellung rührt das Saussuresche Arbitraritätsgesetz, woraus nun resultiert, daß von den drei Hauptzeichentypen Saussure nur die iconischen und indexikalischen Fälle betrachtet. In anderen Worten: Saussures linguistische Semiotik ist nur deshalb dyadisch, weil es gerade die iconischen und indexikalischen Objektbezüge sind, bei denen das Bewußtsein, das zwischen Zeichen und Objekt vermittelt, sozusagen optional ist, denn symbolische Zeichen, die weder in lokaler noch in temporaler Adjazenz zu ihren Objekten stehen, könnte ohne ein Bewußtsein ja gar nicht als Zeichen eines bestimmten Objektes aufgefaßt werden; sie wären also bestenfalls Zeichen irgendwelcher, indeterminierter Objekte und daher entweder gar keine Zeichen oder völlig unbrauchbar und damit überflüssig. Anders ausgedrückt: Während man ohne theoretische Probleme eine dyadische Semiotik auf der Basis von iconischen und indexikalischen Relationen konstruieren kann, ist eine weitere Kategorie zur Vermittlung der einmal etablierten Relation zwischen Zeichen und Objekt im symbolischen Falle, d.h. dort, wo mereotopolgische DISJOINTNESS herrscht, absolut notwendig. Weil diese sozusagen von außen an die Relation zwischen Zeichen und Objekt herangetragen wird, bewirkt sie allerdings keinen kausalen Zusammenhang zwischen Zeichen und Objekt, wie er im iconischen und in den beiden indexikalischen Fällen herrscht. Wir kommen damit zum Schluß, daß bei Zeichen zwischen zwei grundverschiedenen Typen von Referenz unterschieden werden muß: erstens zwischer dem bei Icons und Indizes präsenten Typ der kausalen Referenz und dem bei Symbolen präsenten Typ der arbiträren Referenz.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Egenhofer, Max J., Deriving the composition of binary topological relations. In: Journal of Visual Languages and Computing 5/2, 1994, S. 133-149

Toth, Alfred, Vom Index über das Symbol zum Icon. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Bewegung

1. In dieser Arbeit werden die Ergebnisse von Toth (2011c) vorausgesetzt und weitergeführt. Danach kann man sowohl Zeichen als auch Zeichenobjekte, allgemein also die Relationen zwischen einem Zeichen und seinem bezeichneten Objekt durch ein selbst triadisch-trichotomisches Modell, dem sog. Situativ-Topologischen Modell (ST-Modell) wie folgt klassifizieren:

	Rhematizität	Dicentizität	Argumentizität
Inessivität	IR	ID	IA
Adessivität	AR	AD	AA
Exessivität	ER	ED	EA

folgende Teilmatrix der großen Matrix Benses (Bense 1975, S. 105) repräsentiert:

(2.1, 3.1) (2.1, 3.2) (2.1, 3.3)

(2.2, 3.1) (2.2, 3.2) (2.2, 3.3)

(2.3, 3.1) (2.3, 3.2) (2.3, 3.3)

Vertauscht man in der Tabelle Triaden und Trichotomischen, dann erhält man folgende zur obigen Teilmatrix inverse Teilmatrix:

(3.1 2.1) (3.2 2.1) (3.3 2.1)

(3.1 2.2) (3.2 2.2) (3.3 2.2)

(3.1 2.3) (3.2 2.3) (3.3 2.3),

d.h. es gibt nicht nur 9, sondern 2 mal 9 = 18 mögliche semiotische Differenzierungen von Bezeichnungsfunktionen auf der Basis der großen Matrix.

2. In der vorliegenden Arbeit sollen nun die Bewegungen zwischen den Dyaden-Paaren dargestellt werden. Innerhalb der Mereotopologie hatte es ja zahlreiche Versuche gegeben, Bewegungen zwischen den verschiedenen men-

gentheoretischen Möglichkeiten von Teil-Ganzes-Relationen zu formalisieren (vgl. z.B. Galton 1999), hingegen fehlen in der Semiotik nur schon die Ansätze. Ein wichtiger Grund dafür ist wohl darin zu sehen, daß die Zeitgebundenheit von Zeichen gerade in der Peirceschen Semiotik oft geleugnet wird, obwohl in anderen Semiotiken z.B. das eigenständige semiotische Teilgebiet der Chronemik untersucht wird (vgl. Toth 2011b). Auf unser ST-Modell angewandt, bedeutet dies etwa, daß man versuchen muß, die semiotische Repräsentation jenes Prozesses darzustellen, der dem Sich-Nähern eines Gegenstandes zu einem anderen zugrunde liegt. Wie ich in früheren Arbeiten gezeigt hatte, kann man z.B. Eingänge entweder voll als „Türräume“, im andeutenden Sinne z.B. mit Vordach und Säulen, oder ganz einfach als verschließbare Öffnung in der Hausfassade realisieren. Es gibt sogar den Fall, daß der Türraum ein eigenes Haus in Miniaturformat darstellt (Toth 2011a). Mit anderen Worten: Es liegt mindestens in diachroner oder in variationstheoretischer Sicht ein Prozeß vor, der von iconischer bis zu symbolischer Bezeichnungsfunktion verläuft. Sehr vereinfacht gesagt: Die Tür ist ein minimal zusammengeschrumpftes Haus mit dem mittleren Stadium des Portals oder der Pforte. Semiotisch kann man nun die sehr große Anzahl der kombinatorisch möglichen Bewegungen zwischen den 18 ST-Typen von Relationen zwischen Zeichen und Objekt auf die Transitionen zwischen den kategorietheoretischen Repräsentationen der entsprechenden Paare von Dyaden zurückführen, also z.B.

$$\begin{pmatrix} (2.1, 3.1) \\ (2.2, 3.1) \\ (2.3, 3.1) \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} [[\beta, \alpha°], [\beta\alpha, id_1] \\ [[\beta, \alpha°], [\beta, \alpha°]] \\ [[\beta, \alpha°], [id_3, \alpha°\beta°]] \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (3.1\ 2.1) \\ (3.1\ 2.2) \\ (3.1\ 2.3) \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} [[\beta°, \alpha°\beta°], [\alpha, id_1]] \\ [[\beta°, \beta°], [\alpha, \alpha]] \\ [[\beta°, id_3], [\alpha, \beta\alpha]] \end{pmatrix}$$

d.h. wir haben ein chiastisches Verhältnis zwischen den Inversen:

(2.1, 3.1) (2.2, 3.1) (2.3, 3.1)

(3.1 2.1) (3.1 2.2) (3.1 2.3)

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Galton, Antony, The mereotopology of discrete space. Springer 1999

Toth, Alfred, Der Türraum. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Zu einer wegtopologischen Zeitdarstellung für Zeichen.In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Situativ-topologische semiotische Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011c

Derricks Theorie. Elemente einer objektalen Spurentheorie

1. Nur Zeichen und Spuren benötigen materiale Träger, sog. Medien. Im Gegensatz zu Zeichen sind jedoch Spuren nicht im Sinne Benses (1967, S. 9) metaobjektiviert, d.h. eben thetisch als Zeichen eingeführt; sie werden oft sogar nicht-intendierter Weise auf ihren nachträglichen Trägersubstanzen hinterlassen. Wenn aber Spuren keine Zeichen sind, so folgt wegen der absoluten Dichotomie von Zeichen und Objekt, daß sie eben Objekte sein müssen. Objekte können deshalb zu Spuren werden bzw. als Spuren interpretiert werden, ohne daß diese Identifizierung eine Zeichensetzung bedeutet. Unter Objekt wird hier im semiotischen Sinne also alles verstanden, was kein Zeichen ist, d.h. auch Vorgänge, Abläufe, Zustände und selbst nur gedachte oder sogar illusionäre Gegen-Stände, d.h. alles, worauf sich das Denken richtet oder von diesem erzeugt wird, und zwar ohne damit zu implizieren, daß diese Gegenstände des Denkens dadurch, daß an sie gedacht wird oder daß sie denkend erzeugt werden, bereits Zeichen sind. Allein die Existenz von Spuren verbietet somit, abstrakte oder apriorische Objekte anzunehmen.

2. Ein Objekt allein kann niemals Spur sein, daraus folgt, daß Spuren als n-tupel von Objekten definiert werden müssen. Als einfachsten Fall haben wir ein Paar von Objekten

$\Omega_i, \Omega_j \to [\Omega_i, \Omega_j]$,

woraus aber noch nicht folgt, daß entweder Ω_i eine Spur von Ω_j oder Ω_j eine Spur von Ω_i ist. Genauso wie Zeichen verlangen Spuren eine referentielle Beziehung

$[\Omega_i, \Omega_j] \to [\Omega_{i,a}, \Omega_{j,b}]$,

wobei a, b $\in\{\to, \leftarrow\}$, d.h. 2 Objekte können, falls sie einem Spuren-Tupel angehören, auf 2! = 4 Möglichkeiten referieren: $[\Omega_{i\to}, \Omega_{j\to}]$, $[\Omega_{i\to}, \Omega_{j\leftarrow}]$, $[\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\to}]$, $[\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}]$. Inhaltlich bedeutet das, daß entweder eines der beiden Objekte auf das andere oder eines oder beide auf ein Objekt außerhalb des Spuren-Paars referieren können. Für ein n-Spuren-Tupel gibt es also n! Möglichkeiten.

3. Ferner muß die Referenz qualitativ determinierbar sein. Spuren können material oder immaterial sein, d.h. sie können qualitativ (z.B. Blut), quantitativ

(Temperatur) oder referentiell (Täter und Tatort) sein. Ferner kann die Referenz von Spuren iconisch (Haare), indexikalisch (Fingerabdruck) oder symbolisch (aufgezeichnetes Gespräch) sein. Schließlich können Spuren – wie bereits aus ihrer Definition hervorgeht – alle drei Grundformen von Konnexen innerhalb der sich definierenden n-Tupel einnehmen, d.h. sie können rhematisch, dicentisch oder argumentisch ist. Daraus folgt, daß sich Spuren von Zeichen hinsichtlich der neun Partialrelationen des triadisch-trichotomischen Zeichenmodells gar nicht unterscheiden. Damit bekommen wir

$[\Omega_{i,a}, \Omega_{j,b}] \rightarrow [\Omega_{i,A,a}, \Omega_{j,Bb}]$

mit A, B $\in$ {(1.1), ..., (3.3)}, zusammengefaßt also

$[\Omega_i, \Omega_j] \rightarrow [\Omega_{i,a}, \Omega_{j,b}] \rightarrow [\Omega_{i,A,a}, \Omega_{j,Bb}]$,

wobei wir die anfangs zur Unterscheidung zweier Objekte eingeführte Numerierung weglassen können. Damit haben wir

$Sp = [\Omega_{A,a}, \Omega_{Bb}]$

mit A, B $\in$ {(1.1), ..., (3.3)} und a, b $\in$ {→, ←}. Spuren sind damit nichts anderes als indizierte Objekte, und zwar in doppeltem Sinne: Mathematisch als indizierte Objekte Ω_1, ..., Ω_n, und inhaltlich oder praktisch im Sinne von interpretierbaren, referentiellen Objekten. Die theoretische Gesamtheit referentieller Objekte kann man als

$\underline{\Omega} = \{ \Omega_i, \ldots, \Omega_n\}$,

im Sinne einer Familie von referentiellen Objekten definieren.

4. Eine wesentliche Komplikation ergibt sich nun dadurch, daß die Indexmengen {a, b} und {A, B} miteinander in einer Funktionsbeziehung stehen, so zwar, daß erstens die Entscheidung, ob eine Spur σ auf einer Objekt Ω_i oder ein anderes Objekt Ω_j oder gar nicht referiert (und in diesem letzteren Falle gar keine Spur ist), von der Menge {A, B} abhängt

$\sigma = f(\{A, B\})$,

zweitens aber auch die Entscheidung über die Qualität der Spuren von {a, b}, d.h. von der Referenz abhängt:

$\sigma = f(\{a, b\})$.

Somit ergibt sich die „paradoxe" (heterarchive und damit die zweiwertige Logik hinter sich lassende) Gleichung

$\sigma = f(\{A, B\}, \{a, b\})$,

die praktisch jedoch dadurch aufgelöst sind, daß entweder weitere Spuren aufgedeckt werden oder sich weitere Referenzen einstellen. Semiotisch bedeutet das, daß es mit der doppelten Indizierung referentieller Objekte nicht getan ist: Diese genügt zwar zur Definition einer Spur, aber nicht für die Darstellung einer Spurentheorie, da die Spuren selbst untereinander ebenfalls referieren, und zwar „in beiden Richtungen", d.h. zwischen n Spuren $\sigma_1 \ldots \sigma_n$ gibt es wieder n! kombinatorische Möglichkeiten, z.B. bei drei Spuren σ_i, σ_j und σk die Fälle $[\sigma_i \rightarrow \sigma_j \rightarrow \sigma_k]$, $[\sigma_i \rightarrow \sigma_j \leftarrow \sigma_k]$, $[\sigma_i \leftarrow \sigma_j \rightarrow \sigma_k]$ und $[\sigma_i \leftarrow \sigma_j \leftarrow \sigma_k]$.

5. Abschließend kann man die Qualität der Referenz einer Spur – die wiederum in heterarchischer Weise einerseits von der Interpretation der referentiellen Objekte abhängt, sie aber gleichzeitig determiniert – mit Hilfe der mereotopologischen Semiotik (vgl. z.B. Toth 2010, 2011a, b) darstellen:

5.1. $O(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) := \exists\Omega k(P(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow}) \wedge P(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}))$

$O(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) := \exists\Omega k(P(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow}) \wedge P(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}))$ Überlappung

5.2. $A(\Omega_i, \Omega_j) := C(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge \neg O(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow})$

$A(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) := C(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge \neg O(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow})$ Angrenzung

5.3. $E(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge P(\Omega_{j\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow})$

$E(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge P(\Omega_{j\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow})$ Gleichheit

5.4. $PP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge \neg P(\Omega_{j\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow})$

$P(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge \neg P(\Omega_{j\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow})$ echter Teil

5.5. $TP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}) \wedge \exists\Omega_{k\rightarrow}(A(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{i\rightarrow}) \wedge A(\Omega_{k\rightarrow}, \Omega_{j\rightarrow}))$

$P(\Omega_{i\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}) \wedge \exists\Omega_{k\leftarrow}(A(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{i\leftarrow}) \wedge A(\Omega_{k\leftarrow}, \Omega_{j\leftarrow}))$

tangentialer Teil

5.6. $O(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) := \exists\Omega_k(P(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows}) \wedge P(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}))$

$O(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) := \exists\Omega_k(P(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows}) \wedge P(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}))$ Überlappung

5.7. $A(\Omega_i, \Omega_j) := C(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge \neg O(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows})$

$A(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) := C(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge \neg O(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows})$ Angrenzung

5.8. $E(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge P(\Omega_{j\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows})$

$E(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge P(\Omega_{j\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows})$ Gleichheit

5.9. $PP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge \neg P(\Omega_{j\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows})$

$P(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge \neg P(\Omega_{j\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows})$ echter Teil

5.10. $TP(\Omega_i, \Omega_j) := P(\Omega_{i\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}) \wedge \exists\Omega_{k\rightleftarrows}(A(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{i\rightleftarrows}) \wedge A(\Omega_{k\rightleftarrows}, \Omega_{j\rightleftarrows}))$

$P(\Omega_{i\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}) \wedge \exists\Omega_{k\leftrightarrows} (A(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{i\leftrightarrows}) \wedge A(\Omega_{k\leftrightarrows}, \Omega_{j\leftrightarrows}))$

tangentialer Teil

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Mereotopologische Relationen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Mereotopologische Zeichenzusammenhänge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Elemente einer quadralektischen semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Semiotische Kompositionstafel sphärischer topologischer Relationen

1. Die in Toth (2011a, b) semiotisch dargestellten sphärischen topologischen Relationen kann man, genauso wie die originalen mereotopologischen Relationen, zu Paaren von Relationen kombinieren, sofern man es mit zwei Objekten, Regionen usw. zu tun hat. Die folgende Kombinationstafel ist Egenhofer (2005, S. 19) entnommen:

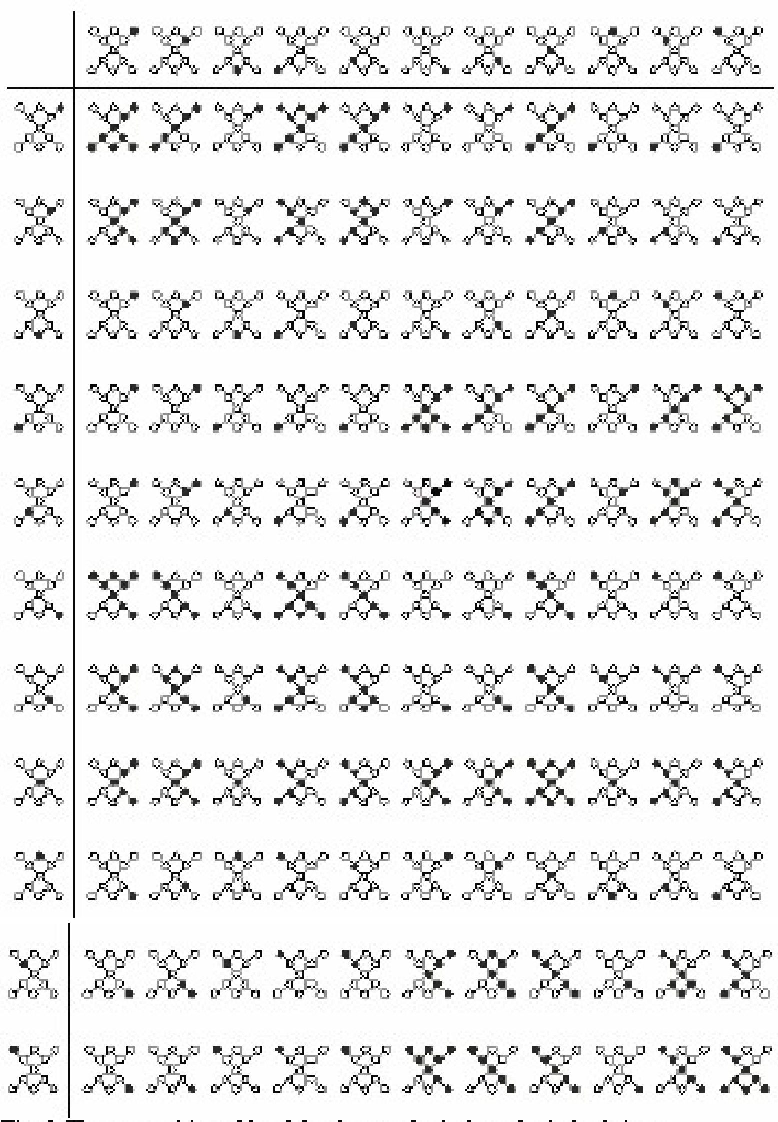


Fig. 6. The composition table of the eleven spherical topological relations.

2. Wie man ersieht, ist topologische Kombination etwas ganz anderes als logische Konkatenation, polykontexturales Matching oder gar als die bekannten elementarmathematischen Operationen Addition bzw. Multiplikation oder Schnitt und Vereinigung. Während man jedoch in der Topologie somit eine

nicht sogleich zu erwartende kombinatorische Vielfalt erhält, liegt es in der Natur, daß deren semiotische Repräsentation viel abstrakter ausfällt. Sie birgt allerdings noch nicht-triviale Eigenschaft. Zunächst hatten wir in Toth (2011b) gezeigt, daß die semiotische Repräsentation der topologischen 3×3-Matrix

$$I_9 = \begin{pmatrix} A^\circ \cap B^\circ & A^\circ \cap \partial B & A^\circ \cap B^- \\ \partial A \cap B^\circ & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^- \\ A^- \cap B^\circ & A^- \cap \partial B & A^- \cap B^- \end{pmatrix},$$

bzw. ihrer mengentheoretischen Interpretation

a) A und B sind disjunkt

b) A und B berühren einander

c) A = B

d) A is in B / B enthält A

e) A ist bedeckt von B / B deckt A

f) A enthält B / B ist innerhalb von A

g) A bedeckt B / B ist bedeckt von A

h) A und B überlappen sich mit disjunkten Rändern

i) A und B überlappen sich mit nicht-disjunkten Rändern

durch folgende dyadische Partialrelationen der vollständigen Zeichenrelation erfolgt:

2.1, 2.2, 2.3, (2.1 2.2), (2.2 2.3), (2.1 2.2 2.2 2.3), (2.3 2.2 2.2 2.1), (2.1 2.3), (2.2 2.2), (2.3 2.1).

Dann aber sieht man, daß offenbar nicht 11 semiotische Relationen nötig sind, um die 11 sphärischen topologischen Relationen zu repräsentieren, sondern nur 10, d.h. es gibt keine bijektive Abbildung von der Mereotopologie auf die Semiotik. Ferner ergibt sich ein „Interpretationsspielraum“ dadurch, daß, wie in Toth (2011b) gezeigt worden war, die Operation der Überlappung nicht nur durch

(2.1 2.2 2.2 2.3),

sondern auch durch die pro Teildyade konverse Relation

(2.2 2.1 2.3 2.2)

im semiotisch-topologischen System integriert ist. Daraus wiederum folgt, daß die beiden Bedeckungsoperationen covers und coverdby nicht nur durch

(2.1 2.2 2.2 2.3)

(2.3 2.2 2.2 2.1)

repräsentiert sind, sondern daß sich total 4! = 24 Kombinationsmöglichkeiten ergeben. Das bedeutet, daß die semiotische Repräsentation der sphärischen Topologie, obwohl sie grundsätzlich ein abstrakteres, an Kompositionstypen reduziertes System darstellt, in dessen Elementen und Strukturen dennoch gleichzeitig wieder viel differenzierter ist als dieses, ja in diesem Spezialfall sogar in einem Element differenzierter als das gesamte sphärisch-topologische System insgesamt. Hinzu tritt allerdings, daß die drei topologischen Relationen overlap, coverdby und covers auf semiotischer Ebene koinzidieren (allerdings wegen des zuvor Gesagten jedoch ebenfalls selbst durch 4! = 24 Kombinationen repräsentierbar sind).

Zusammenfassend folgt aus unserer kurzen Erörterung, daß semiotische Repräsentation niemals nur eine „Reduktion“ darstellt, sondern daß diese immer einhergeht mit einer gleichzeitigen „Eduktion“ im Sinne der Emergenz von in Oberflächenwissenschaften nicht erkenntlicher zusätzlicher Strukturen. Die Semiotik erinnert somit an die bekannten „Paradoxien“ von abwärts führenden Treppen, die trotzdem aufwärts führen.

Literatur

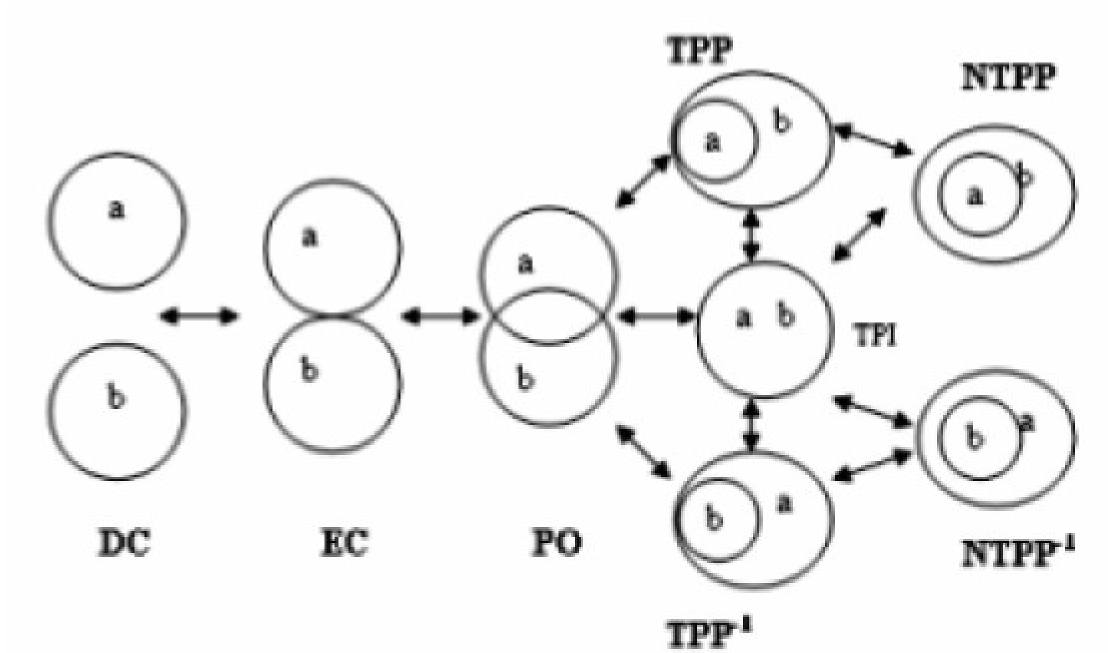
Egenhofer, Max, Spherical topological relations. In: Journal on Data Semantics 3 (2005), S. 25-49

Toth, Alfred, Sphärische topologische Relationen bei semiotischen Objektbezügen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Semiotische Repräsentation sphärischer topologischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Konzeptuelle Nachbarschaften als Bedingungen semiotischer Objektbezüge

1. Wir gehen aus von dem „Conceptual Neighbourhood Diagram“ von Bhatt/ Sterlin (2006, S. 4):



2. Im Anschluß an meine früheren Arbeiten zu einer mereotopologischen Semiotik (vgl. z.B. Toth 2010) können wir entweder a oder b mit dem Zeichen oder mit seinem bezeichneten Objekt identifizieren. Sei also z.B. a = ZR und b = Ω, dann haben wir

DC(ZR, Ω) = (2.3)

EC(ZR, Ω) = (2.2)

PO(ZR, Ω) = (2.1)

TPI(ZR, Ω) = (ZR = Ω)

TPP(ZR, Ω) = (ZR $\subset$ Ω $\wedge$ R(ZR, Ω) = (2.2))

TPP^{-1}(ZR, Ω) = (Ω $\subset$ ZR $\wedge$ R(ZR, Ω) = (2.2))

NTPP(ZR, Ω) = (ZR $\subset$ Ω)

NTPP^{-1} (ZR, Ω) = (ZR $\subset$ Ω).

3. Man kann diese durch konzeptuelle Nachbarschaften verfeinerten Objekt-bezüge z.B. anhand sprachlicher Zeichen illustrieren. Als Beispiele nehmen wir die Relationen einiger Nominalphrasen zu einander.

DC(NP_1, NP_2): blau war an diesem Morgen der Himmel

EC(NP_1, NP_2): ein blauer Himmel

PO(NP_1, NP_2): ein weißer Schimmel

TPI(NP_1, NP_2): Eltern = Vater und Mutter

TPP(NP_1, NP_2): Lippe und Mund

TPP^{-1}(NP_1, NP_2): Lippe und Oberlippenbart

NTPP(NP_1, NP_2): Auge = Gesicht (pars pro toto)

$NTPP^{-1}$ (NP_1, NP_2): Gesicht = Auge (totum pro parte)

Literatur

Bhatt, Mehul; Rahayu, Wenny; Sterling, Gerald, Qualittive spatial reasoning with topological relations in the situation calculus, www.dcc.uchile.cl/~cgutierr/papers/graphs.pdf (2005)

Toth, Alfred, Mereotopologische Relationen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Zu einer multiregionalen Semiotik

1. Die von mir kürzlich skizzierte regionale und in Sonderheit die erweiterte regionale Semiotik (vgl. z.B. Toth 2011a, b) gehen davon aus, daß die von Bense (1967) beschriebene Objekt-Semiose und damit die Definition der Semiotik als einer Theorie der Meta-Objekte nicht die einzige Möglichkeit sind, Zeichentheorie zu betreiben. Wir können diese „objektale" Semiotik wie folgt schematisieren:

$\Omega \rightarrow ZR$

Dagegen setzt die sog. „regionale" Semiotik eine Region (im topologischen, speziell mereotopologischen) Sinne voraus, und damit natürlich die Präsenz von mindestens zwei verschiedenen Objekten:

$[\Omega_1, \Omega_2, R] \rightarrow ZR$,

worin R für die Menge der sphärischen topologischen Relationen stehe, welche die Lage der Objekte innerhalb ihrer Region beschreiben (vgl. Egenhofer 2005).

2. Theoretisch kann man noch einen bedeutenden Schritt weiter gehen und statt Objekte innerhalb einer einzigen Regionen solche Fälle betrachten, wo die Semiose an einer Mehrzahl von Regionen ansetzt:

$[[\Omega_a \dots \Omega_i, R_r], [\Omega_j \dots \Omega_n, R_s], R_t] \rightarrow ZR$,

d.h. wir müssen im Falle einer „multiregionalen" Semiotik nicht nur die topologischen Relationen zwischen den Objekten jeder beteiligten Region, sondern zusätzlich diejenigen zwischen den Regionen bestimmen, die selbstverständlich ebenfalls sphärisch sind.

Während also für die objektale Semiotik Subzeichen der Form

(a.b) (mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$

ausreichend sind,

benötigt man für eine regionale Semiotik (wie zuletzt in Toth 2011b) dargestellt, Subzeichen der Form

(a.b), (-a.b), (a.-b), (-a.-b).

Im Falle einer multiregionalen Semiotik hingegen benötigen wir somit offenbar Kombinbationen von Paaren (Dyaden) von Subzeichen der Form

((a.b), (a.b)), ((a.b), (-a.b)), ((a.b), (a.-b)), ((a.b), (-a.-b));

((-a.b), (a.b)), ((-a.b), (-a.b)), ((-a.b), (a.-b)), ((-a.b), (-a.-b));

((a.-b), (a.b)), ((a.-b), (-a.b)), ((a.-b), (a.-b)), ((a.-b), (-a.-b));

((-a.-b), (a.b)), ((-a.-b), (-a.b)), ((-a.-b), (a.-b)), ((-a.-b), (-a.-b)),

wobei die Abbildungen zwischen den Dyaden der Dyadenpaare selbst semiotisch sind, d.h. wir haben als allgemeine Form

$((\pm a.\pm b)) \rightarrow_\sigma ((\pm a.\pm b))$

mit $\sigma \in \{\alpha, \beta, id_x\}$,

wobei gilt (vgl. Toth 1993, S. 21 ff.)

$\alpha := (1 \rightarrow 2)$

$\beta := (2 \rightarrow 3)$,

zuzüglich der konversen und komponierten Abbildungen. Da allerdings auch in diesem Fall sphärische Relationen angenommen werden müssen, bleibt die bis heute in der Mathematik ungelöste Frage, wie man planare und sphärische topologische Relationen mit Hilfe der Kategorietheorie unterscheidet. Da die Morphismen sowohl als Domänen wie als Codomänen nicht Subzeichen, sondern Primzeichen haben, beschränkt sich das Problem immerhin auf die folgenden Fälle:

$(a \rightarrow b)$, $(a \rightarrow -b)$, $(-a \rightarrow b)$, $(-a \rightarrow -b)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Egenhofer, Max, Spherical topological relations. In: Journal on Data Semantics 3, 2005, S. 25-49

Toth, Alfred, Negative topologische Relationen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Zu einer regionalen semiotischen Zahlentheorie I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Indizierte systemische Partialrelationen

1. In Toth (2012) waren die Begriffe der Arbitrarität bzw. Motivation innerhalb der systemischen Semiotik untersucht worden. Dabei wurde die Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [[A_2 \rightarrow I], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1] \rightarrow I]]]$,

zur semiotischen Thematisation beider Typen von Objekt-Zeichen-Relationen vorgeschlagen. Falls dasselbe Zeichen (I = const.) dasselbe Objekt (A_2) bezeichnet., liegt somit Arbitrarität vor, d.h. die leere Schnittmenge der Merkmalsmengen von bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen entspricht semiotisch dem konventionellen Objektbezug (2.3) sowie systemisch der Abbildung $[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1]$ mit $A_1 \neq A_2$. Gilt hingegen $A_1 = A_2$, so liegt ein motiviertes Zeichen vor, d.h. eine iconische Objektrelation.

2. Man kann nun einen Schritt voran gehen und weitere Fälle indizierter systemischer Partialrelationen untersuchen.

2.1. Natürliche Zeichen

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_1], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_1] \rightarrow I]]]$

2.2. Künstliche Zeichen

2.2.1. Iconische Zeichen

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_2], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_1] \rightarrow I]]]$,

falls die zugehörigen Mengen einen nichtleeren Durchschnitt haben.

2.2.2. Indexikalische Zeichen

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_2], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_2] \rightarrow I]]]$,

falls die zugehörigen mereotopologischen Regionen tangential sind, d.h. sich in genau einem Punkt berühren.

2.2.3. Symbolische Zeichen

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_2], [[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_2] \rightarrow I]]]$,

falls die zugehörigen Mengen einen leeren Durchschnitt haben.

3. Doch auch die I´s sind indizierbar und ferner mit den indizierten A´s kombinierbar. Aus der großen Fülle der sich hieraus ergebenden Möglichkeiten seien einige hervorgehoben.

3.1. Polysemie

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I_1], [[[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_2], [[[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_2] \rightarrow I_2]]],$

d.h. $I_1 \neq I_2$ und $A_1 \neq A_2$.

3.2. Polymorphie (z.B. Hom(ö)phonie)

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I_1], [[[A_2 \rightarrow I_1] \rightarrow A_2], [[[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_2] \rightarrow I_2]]],$

Wegen $A_1 \neq A_2$ erweist sich 3.2 systemisch als Spezialfall von 3.1.

3.3. Synonymie

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I_1], [[[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_2], [[[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_2] \rightarrow I_1]]],$

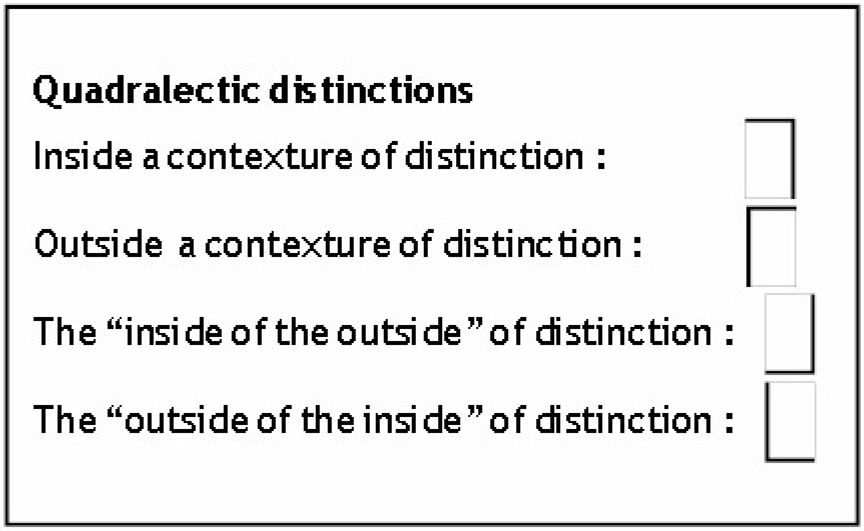
d.h. hier gilt im Unterschied zu 3.1., daß es nur einen Interpretanten und damit eins und nicht zwei Zeichen gibt.

Literatur

Toth, Alfred, Arbitrarität in der systemischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Systemische Austauschrelation zwischen Objekt- und Interpretantenbezug

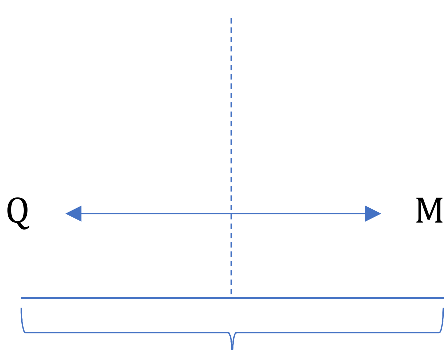
1. Gehen wir wiederum von Kaehrs "quadralektischem" (besser: tetralektischem) systemischem Modell der vier möglichen logisch-epistemischen Basisfunktionen (über Subjekt und Objekt) aus:



und nehmen wir die in Toth (2011) gegebenen Zuordnungen semiotischer Funktionen vor:

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Qualität (Q)	$[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

so kann man, wie bereits in Toth (2012a), in einem Zeichen-Objekt-System zwischen den äußeren und inneren Punkten sowie dem Rand unterscheiden:



Rand des Systems (Z, Ω).

2. Nach Toth (2012b) ist die partizipative Austauschfunktion lediglich im absoluten Nullpunkt nicht definiert, d.h. es handelt sich entweder um finite partielle oder um infinitesial-asymptotische Funktionen. Somit erhält man Q und M aus der wechselweisen Dualisierung der ebenfalls in Toth (2012b) behandelten (r, k)-Gebilde, worin r die Relationszahl und k die Kategorialzahl angibt, durch die jede Subzeichenrelation hinreichend charakterisiert ist:

$\times(0.a) = (a.0)$ mit $a \in \{1, 2, 3\}$.

Was also von außen ein Q / M ist, ist von innen ein M / Q, d.h. der Rand des Zeichen-Objekt-Systems ist keine Liniengranze diskreter Punkte, sondern ein Niemandsland, das sowohl Teilmenge des Außen, d.h. des "ontischen Raumes", als auch dessen Innen, d.h. des "semiotischen Raumes", ist (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.). Q sind in Benses (1975, S. 45 f.) Terminologie also disponible, d.h. kategoriale Objekte, während M disponible Mittel sind: Ein kategoriales Objekt ist sozusagen der qualitative Pool, aus dem solche Mittel selektiert werden, die allenfalls zu Mittelbezügen werden, d.h. innerhalb einer triadischen Zeichenrelation fungieren.

3. Nun koinzidieren aber nicht nur Q und M, d.h.

$\urcorner, \llcorner \Rightarrow \perp$,

sondern auch O und I, d.h.

$\urcorner, \ulcorner \Rightarrow \top$,

d.h. es stehen auch O und J in einer "partizipativen" Austauschrelation. Das bedeutet also, daß wir nicht nur in der Menge der Randpunkte des (Z, Ω)-Systems, sondern auch in der Menge seiner inneren Punkte mit mereotopologisch überlappende Menge vor uns haben. Systemisch gesprochen, gilt also im Randgebiet

$Q \leftrightarrow M \Leftrightarrow (0.a) \leftrightarrow (1.b) \Leftrightarrow [A \rightarrow I] \Leftrightarrow [I \rightarrow A]$

und im Gebiet der inneren Punkte

$$O \leftrightarrow J \Leftrightarrow (2.c) \leftrightarrow (3.d) \Leftrightarrow [[[A \to I] \to A] \to I] \Leftrightarrow [I \to [A \to [I \to A]]].$$

Wenn wir diese konverse Abbildung von Semiosen und Retrosemiosen betrachten:

$$[[[A \to I] \to A] \to \boxed{I] \Leftrightarrow [I} \to [A \to [I \to A]]]$$

$$[[A \to I] \to A],$$

so sehen wir, daß diese zweite Form partizipativer Austauschrelationen im Gegensatz zur ersten selber vermittelt ist, und zwar fungiert als Vermittlung die Menge der inneren Punkte selber. Semiotisch entspricht diese Vermittlung genau derjenigen des Interpretantenbezuges innerhalb der Peirce-Benseschen Zeichenrelation, der ja einerseits semiosisch auf den Objektbezug innerhalb der verschachtelten Hierarchie der drei Zeichenbezüge folgt, andererseits aber als drittheitliche Relation das vermittelnde Zeichen im Zeichen selber darstellt (weshalb das Peirce-Bensesche Zeichen ja autoreproduktiv ist).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Elemente einer quadralektischen systemtheoretischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen von Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kategoriale Objekte in der systemischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Arithmetische Strukturen physischer und thetischer Zeichen

1. In unseren Überlegungen zu einer arithmetischen Semiotik (Toth 2012a) hatten wir die beiden folgenden, in einer triadischen Zeichenrelation möglichen Ordnungstypen bestimmt

a) $(\{\Omega_1, ..., \Omega_n\} \rightarrow I \rightarrow M)$

b) $(I \rightarrow \{\Omega_1, ..., \Omega_n\} \rightarrow M)$.

Inhaltlich bedeutet der Typ a), daß ein Objekt (bzw. eine Objektfamilie) eine Interpretation bestimmt, währen der Typ b) bedeutet, daß ein Objekt (bzw. eine Objektfamilie) interpretiert wird. Man darf somit den Typ a) als Transformationsschema physischer (φύσει) und den Typ b) als Transformationsschema thetischer (ϑέσει) Zeichen auffassen.

2. Wenn wir den bereits in Toth (2012b) angedeuteten Modelldarstellungen

$$\begin{tikzcd}
I \arrow[d] & \Omega \arrow[l] \arrow[dl] \\
M &
\end{tikzcd}
\qquad\qquad
\begin{tikzcd}
\Omega \arrow[d] & I \arrow[l] \arrow[dl] \\
M &
\end{tikzcd}$$

folgen, so sind also neben den beiden Objektabbildungen $(I \leftarrow \Omega)$ und $(\Omega \leftarrow I)$, bei denen also das Objekt einmal als Domäne und einmal als Codomäne fungiert, die beiden Paare von Abbildungen $(I \rightarrow M)$ und $(\Omega \rightarrow M)$ sowie $(\Omega \rightarrow M)$ und $(I \rightarrow M)$ zu berücksichtigen. Wie man leicht erkennt, haben wir hier somit zwei "gespiegelte" kommutierende Kategorien vor uns.

2.1. Die Abbildung $(I \rightarrow M)$ ist natürlich Benses "pragmatische Retrosemiose" (vgl. Bense 1975, S. 109 ff.), d.h. es gibt folgende Kombinationen

$$\begin{tikzcd}
(3.1) \arrow[r] \arrow[dr] \arrow[ddr] & (1.1) \\
(3.2) \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & (1.2) \\
(3.3) \arrow[uur] \arrow[ur] \arrow[r] & (1.3)
\end{tikzcd}$$

und somit die 9 Dyadenpaare ((3.1), (1.1)), ((3.1), (1.2)), ((3.1), (1.3)), ..., ((3.3), (1.3)).

2.2. Was die Abbildung ($\Omega \rightarrow M$) betrifft, so können wir für Ω jene 8 mereotopologisch unterscheibdaren Fälle für das Substitutionsverhältnis von Objekt und Zeichen einsetzen (vgl. Toth 2012c), d.h. die Typen

2.2.1. Symbolisch-koexistentielle Substitution

$\cap (\Omega, Z) = 0$

2.2.2. Indexikalisch-kontingente Substitution

$\cap (\Omega, Z) \in (0, 1)$ mit $\mathcal{R}(Z) \subset \mathcal{R}(\Omega)$ oder $\mathcal{R}(\Omega) \subset \mathcal{R}(Z)$ ($\mathcal{R}$ für Rand)

2.2.3. Iconisch-tangente Substitution

$\cap (\Omega, Z) \in (0, 1)$ mit $Z \subset \Omega$ oder $\Omega \subset Z$ und $Z \neq \Omega$

2.2.4. Identische Substitution

$Z = \Omega$

2.2.5. Iconische negative Kontingenz des Zeichens

$Z \subset \Omega$ und $\mathcal{R}(Z) \subset \mathcal{R}(\Omega)$

2.2.6. Iconische negative Kontingenz des Objekts

$Z \supset \Omega$ und $\mathcal{R}(Z) \supset \mathcal{R}(\Omega)$

2.2.7. Zeichen als Teil des Objektes

$Z \subset \Omega$

2.2.8. Objekt als Teil des Zeichens

$\Omega \subset Z$.

3. Konkateniert man die beiden "gespiegelten" kommutierenden Kategorien nach geeigneter Umformung dergestalt, daß für zwei verschiedene Objekte Ω_i und Ω_j (die jedoch derselben Objektfamilie angehören können!) $\Omega_i \coprod \Omega_j$ das Coprodukt-Objekt ist und α und β Injektionen sind,

$$\begin{tikzcd}
I \arrow[r, "\alpha"] \arrow[dr, "\gamma"'] & \Omega_i \coprod \Omega_j \arrow[d, "\varepsilon"] & I \arrow[l, "\beta"'] \arrow[dl, "\delta"] \\
& M &
\end{tikzcd}$$

so definiert die Zuordnung $<\gamma, \delta> \mapsto \varepsilon$ eine Bijektion

$C(I, M) \times C(I, M) \cong C(\Omega_i \coprod \Omega_j, M)$,

d.h. semiotisch interpretiert die Koinzidenz der fundamentalen Differenz zwischen physischen und thetischen Zeichen in einem repräsentationellen Mittelbezug, die demnach nun beide innerhalb der in Toth (2012a, b) skizzierten arithmetischen Semiotik behandelt werden können.

Literatur

Toth, Alfred, Arithmetik-Autonomie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur arithmetischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Die Haupttypen koexistentieller Objektsubstitutionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

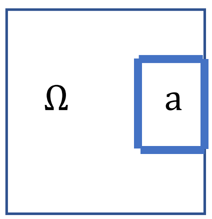
Systemisch-topologische Tangentialität

1. Wir sprechen von positiver Tangentialität, wenn ein wie folgt definiertes System (vgl. Toth 2012)

$S = [\Omega, \emptyset] \neq [\emptyset, \Omega]$

$S^{-1} = [\Omega, \emptyset]^{-1} = [\emptyset, \Omega]$

ein Teilsystem $R \subset S$ so enthält, daß zwischen R und S eine tangentiale mereotopologische Relation besteht, vgl. das folgende Modell



Es gilt somit

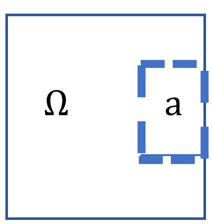
$a \subset \Omega$ und $\mathcal{R}(a) \subset \mathcal{R}([\Omega, \emptyset])$

Ein Beispiel aus der Architektur sind sog. gefangene Räume.

2. Dagegen sprechen wir von negativer Tangentialität, falls

$a \supset \Omega$ und $\mathcal{R}(a) \supset \mathcal{R}([\emptyset, \Omega])$

gilt, oder als Modell



Beispiele aus der Architektur sind etwa Atrien, aber auch Oberlichter.

Literatur

Toth, Alfred, Eine systemische Definition von Halboffenheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

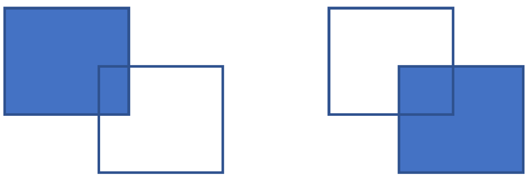
Nicht-diskrete Raumstrukturen

1. Von nicht-diskreten Raumstrukturen sprechen wir in denjenigen Fällen, bei denen von den in Toth (2012a) behandelten mereotpologischen Substitutionsrelationen für die Definition

$S = [\Omega, \emptyset] \neq [\emptyset, \Omega]$

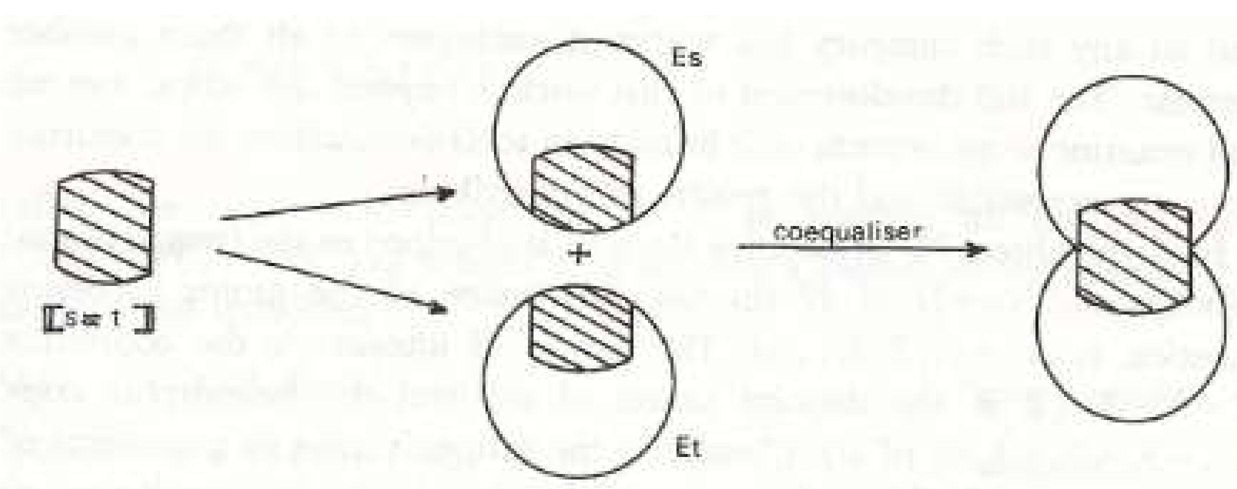
die Fälle

$\cap\ [\Omega, \emptyset]$ mit $\emptyset \subset \Omega$ oder $\Omega \subset \emptyset$



vorliegen. Wenn wir uns auch architektonische Objekte beschränken, so finden wir Beispiele natürlich v.a. im zweidimensionalen und quasi-zweidimensionalen Bereich (Schwellen, vgl. Toth 2011).

2. Als kategoriales Modell zur formalen Beschreibung dieser Überschneidungen, oder besser dieses Ineinandergreifens von Raumstrukturen könnte man das folgende garbentheoretische Abbildungssystem vorschlagen, das Goldblatt (2006, S. 413) für Zahlensysteme benutzt hatte:



(Zu semiotischen Coequalizern vgl. Toth 2012b.) Unter Ersparung der technischen Details sei lediglich bemerkt, daß das Garbenmodell allerdings nur im idealtypischen Sinne taugt, denn z.B. kann man zwar z.B. $[\![s \approx t]\!]$ als Schwelle und den Differenzcokern als die über die Naht zweier Räume gelegte Schwelle interpretieren, aber die "Zwischenstufe" der Abbildung entspricht insofern nicht den architektonischen Tatsachen, insofern zwei (durch eine Schwelle zu verbindende) Räume ja nicht ursprünglich diskret sind und also nicht erst durch eine Vereinigungsoperation zusammengefügt werden müssen, wie es die obige Abbildung für Es und Et suggeriert.

Literatur

Goldblatt, Robert, Topoi. New York 2006

Toth, Alfred, Adaptationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Die Haupttypen koexistentieller Objektsubstitutionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Nummern als Differenzcokerne. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Grundlegung einer logischen Semiotik

1. Im folgenden seien die wichtigsten Probleme der Peirce-Bense-Semiotik zusammengefaßt.

1.1. Sie ist eine Pansemiotik, d.h. "ein nicht-transzendentales, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon" (Gfesser 1990, S. 133). Dennoch wird ein sowohl der Semiose als auch dem Zeichen vorgegebenes und damit ontisches Objekt vorausgesetzt (Bense 1967, S. 9).

1.2. In der Bestimmung der thetischen Introduktion als Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9) wird ein Objekt durch die Semiose auf ein Zeichen abgebildetes, das jedoch erst durch diese Abbildung entsteht. Ferner wird das für diesen Prozeß notwendige Subjekt zwar vorausgesetzt, aber nicht prozessual operationalisiert.

1.3. Entgegen einer verbreiteten Ansicht ist wegen 1.1. und 1.2. weder ein ontisches noch ein kategoriales Objekt (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) in die Zeichenrelation eingebunden, sondern diese enthält lediglich die *Relation* des Zeichens zum externen Objekt, nämlich das sog. interne Objekt (vgl. Bense 1986, S. 15). Entsprechend ist zwischen dem Mittelbezug als Relation des Zeichens auf seinen Zeichenträger und diesem selbst, d.h. dem Mittel, sowie dem Interpretantenbezug und einem zu supponierenden Interpretanten zu unterscheiden: Das Peircesche Zeichen kann als "Relation über Relationen" (Bense 1979, S. 53, 67) weder ontisches Mittel, Objekt noch Subjekt enthalten, vielmehr müßte zum Zwecke ihrer Einbettung in die Zeichenrelation eine zusätzliche Kategorie der "Nullheit" eingeführt werden (Bense 1975, S. 39 ff., 64 ff.).

1.4. Die trichotomische Unterteilung der drei Triaden ist inhaltlich gesehen uneinheitlich. Z.B. ist nicht einleuchtend, weshalb im Mittelbezug die Essenz in der Subkategorisierung (Qualität – Quantität – Essenz) (Bense 1979, S. 61) an Stelle der Relation erscheint. Die Relation erscheint allerdings als zweitheitliche Zweitheit im Objektbezug in der Subkategorisierung (Abstraktion – Relation – Komprehension), die jedoch überhaupt keine ist, da die drei Unterteilungen inhaltlich keine Trichotomie bilden (wie dies etwa bei [Qualität – Quantität – Relation] der Fall wäre). Das bedeutet also, daß die von Bense die

Trichotomisierung von Triaden erzeugende generative Operation inhaltlich nicht nachvollziehbar ist.

1.5. Während der iconische und der symbolische Objektbezug des Zeichens sich mengentheoretisch im Sinne nicht-leerer sowie leerer Durchschnitte der Merkmalsmengen von Objekt und Zeichen formalisieren lassen, ist dies beim indexikalischen Objektbezug nicht möglich. Ferner decken dessen inhaltliche Bestimmung als "kausale", "nexale", "kontiguitäre" oder Teilmengenrelation zwischen Objekt und Zeichen seine Verwendungen nicht ab. Andererseits kann mereotopologisch zwischen mindestens drei indexikalischen Hauptrelationen unterschieden werden (vgl. Toth 2010), die semiotisch innerhalb der einfachen triadischen Relation mit dyadischen Partialrelationen nicht thematisierbar sind. Deshalb wurde in Toth (2012a) argumentiert, Indices als gerichtete Objektrelationen zu definieren.

1.6. Der Interpretantenbezug amalgamiert mehrere semiotisch differente Funktionen, v.a. die Konnexbildung von Zeichen einerseits (für die Bense [1971, S. 33 ff.] jedoch die Operationen der Adjunktion, Superisation und Iteration, die Interpretantenfeldern erzeugen, eingeführt hatte und von denen aus somit die Funktion der Konnexbildung von Interpretanten redundant ist) und die Superposition einer "zweiten Bedeutung" über dem Objektbezug (vgl. Ditterich 1990, S. 37), d.h. dessen Kontextuierung. Ferner hatte bereits Peirce zwischen zahlreichen logisch geschiedenen Interpretanten unterschieden (vgl. Walther 1979, S. 73 ff. u. 90 ff.), deren Unterscheidung durch die semiotische Repräsentation jedoch wiederum aufgehoben wird.

2.1. Vonnöten ist also, kurz gesagt, eine erstens sowohl formal als auch inhaltlich einheitliche und damit nachvollziehbare und erst dann operationalisierbare Semiotik, und zweitens eine Semiotik, die mit der zweiwertigen aristotelischen Logik, auf der ja bekanntlich alle (übrigen) Wissenschaften gegründet sind, kompatibel ist. Da die Konnexbildungen von Zeichen sich bereits durch die drei Operationen der Adjunktion, Superisation und Iteration erzeugen lassen (vgl. 1.6) und da die durch sie konstruierten Interpretantenfelder (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) sich problemlos als Kontextuierungen der Objektbezüge der Zeichen interpretieren lassen, gehen wir also statt von einer triadischen von einer dyadischen Zeichenrelation der Form

$ZR^{2,3} = \langle a, b \rangle$

aus (vgl. meine Darstellung der logischen Menne-Semiotik [Toth 2012b]), wobei a Symbol für das Bezeichnende im Sinne des Saussureschen Signifikanten bzw. des Peirceschen Mittelbezugs und b Symbol für das Bezeichnete im Sinne eines realen, d.h. ontischen Objektes ist. (Innerhalb von $ZR^{2,3}$ muß dieses freilich als kategoriales Objekt, d.h. als 0-stellige Relation repräsentiert werden.)

2.2. Wir definieren nun folgende semiotischen Werte mit $x, y, z \in \mathbb{N}$

Bezeichnendes	Bezeichnetes
$\langle 1, x \rangle :=$ Ereignis	$\langle x, 1 \rangle :=$ Art
$\langle 2, y \rangle :=$ Gestalt	$\langle y, 2 \rangle :=$ Gattung
$\langle 3, z \rangle :=$ Funktion	$\langle z, 3 \rangle :=$ Familie

Bezeichnenden-Seite: Unter Ereignis verstehen wir das konkrete, realisierte, manifeste Zeichen und unter Gestalt die Isomorphieklasse aller konkreten, realisierten, manifesten Zeichen. Die Funktion ist der operationale Status isomorpher Zeichen, also z.B. die grammatische Differenzierung von ansonsten gleichen Wörtern (vgl. Menne 1992, S. 43 f.).

Bezeichneten-Seite: Wie man leicht bemerkt, korrespondiert die zunehmende Abstraktion von der Trichotomie (Art – Gattung- Familie) genau derjenigen von (Ereignis – Gestalt – Funktion), d.h. ordo essendi und ordo cognoscendi sind korrespondent konzipiert. Menne unterteilt die Bezeichnetenseite seines logischen Zeichenbegriffs durch die Trichotomie (Dinge – Begriffe – Sachverhalte), die wiederum derjenigen von (Art – Gattung – Familie) korrespondiert. D.h. die Art bzw. das Ding ist semiotisch gesprochen das individuelle und isolierte Objekt, während dessen Gattung bzw. Begriff die ihm zugehörige Objektfamilie und die Familie bzw. der Sachverhalt im Sinne eines Gefüges von Begriffen (Menne 1992, S. 45) eine Familie von Objektfamilien ist. Somit stellt die Bezeichnetenseite des Zeichens eine mengentheoretische Abstraktionsfolge der Form (x, {x}, {{x}}) dar, die nach Voraussetzung somit ebenfalls die Abstraktionsfolge der Bezeichnendenseite des Zeichens darstellt. Das dyadische Zeichen ist also eine binäre logische Relation, deren Wertrelationen isomorph sind und das ein (minimales) System mit Umgebung darstellt.

2.3. Zur Transformation zwischen den einzelnen trichotomischen Stufen in den Triaden wie in den Trichotomien genügt somit ein einziger Abstraktionsoperator α, der wegen der beiden Seiten des dyadischen Zeichens gemeinsamen mengentheoretischen Struktur bzw. Ordnung (x, {x}, {{x}}) als Einbettungsoperator definiert werden kann. Operiert α über Triadenwerten, so lassen wir ihn unbezeichnet; operiert er über Trichotomienwerten, so kennzeichnen wir ihn durch α'. Damit haben wir

$\alpha(\langle 1, x\rangle) = (\langle 1, y\rangle)$ $\alpha^{-1}(\langle 1, y\rangle) = (\langle 1, x\rangle)$

$\alpha(\langle 1, y\rangle) = (\langle 1, z\rangle)$ $\alpha^{-1}(\langle 1, z\rangle) = (\langle 1, y\rangle)$

$\alpha^{2}(\langle 1, x\rangle) = (\langle 1, z\rangle)$ $(\alpha^{-1})^{2}(\langle 1, z\rangle) = (\langle 1, x\rangle)$

$\alpha'(\langle 1, x\rangle^{-1}) = (\langle 1, y\rangle^{-1})$ $\alpha'^{-1}(\langle 1, y\rangle^{-1}) = (\langle 1, x\rangle^{-1})$

$\alpha'(\langle 1, y\rangle^{-1}) = (\langle 1, z\rangle^{-1})$ $\alpha'^{-1}(\langle 1, z\rangle^{-1}) = (\langle 1, y\rangle^{-1})$

$\alpha'^{2}(\langle 1, x\rangle^{-1}) = (\langle 1, z\rangle^{-1})$ $(\alpha'^{-1})^{2}(\langle 1, z\rangle^{-1}) = (\langle 1, x\rangle^{-1})$

α und α' sind also nur dann zyklisch, wenn die x, y, z Elemente einer endlichen oder begrenzten Menge sind, also z.B. hier im gewählten triadisch-trichotomischen Fall. Da man jedoch theoretisch die Folge (x, {x}, {{x}}, {{{x}}}, ...) beliebig vermehren, d.h. die Einbettungen von x iterieren kann, gibt es weder formal noch inhaltlich einen zwingenden Grund, die Folge bei den Triaden abzubrechen (zur "trinitären" Triadizität von Peirce vgl. Günther [1978, S. xi ff.]).

2.4. Wie bereits gesagt, kann man somit innerhalb der Ordnungsstruktur

$ZR^{2,3} = \langle a, b\rangle$ mit $a, b \in \mathbb{N}$

die a's z.B. im Sinne des Peirceschen Mittelbezugs auffassen. Wegen der Definition der a's gilt dies jedoch nur oberflächlich, denn <1, 1>, <1, 2>, <1, 3> entsprechen gemäß unseren Definitionen keineswegs der Peirceschen Mitteltrichotomie von Quali-, Sin- und Legizeichen. Vielmehr ist <1, 1> im Sinne von <1, a> mit a = 1 ein realisiertes Objekt (Ding), <1, a> mit a = 2 die

Abstraktion aller durch <1, 1> realisierten Dinge, und <1, a> mit a = 3 deren Funktion. Z.B. ist ein phonetisch realisierter Laut <1, 1>, sein zugehöriges Phonem <1, 2> und sein Fungieren innerhalb von Silben (Morphemen) oder Wörtern (Lexemen) <1, 3>. Da in <1, a> jedoch a $\in \mathbb{N}$ ist, hindert uns natürlich nichts daran (entgegen den entsprechenden Verhältnissen in der Peirceschen Semiotik; vgl. Walther 1979, S. 100), den Laut auch in Überworteinheiten, also z.B. in Satzteilen, Sätzen, Diskursen, Texten (z.B. mit "phonostilistischen" Funktionen) zu betrachten.[1] Wegen der Isomorphie von ordo cognoscendi und essendi bzw. Bezeichnendem und Bezeichnetem sind also die konvertierten geordneten Paare der allgemeinen Form <a, 1> mit $\in \mathbb{N}$ natürlich keine Zeichen (wie es die konversen Dyaden der Peirce-Bense-Semiotik sind), sondern die ontischen Gegenstücke der semiotischen Zeichen, d.h. es ist z.B. <1, 1> die Identität zwischen einem Phonem und seinem "Lautsubstrat", aber <2, 1> ist die Nicht-Identität eines Phonems mit dem letzteren, denn das Phonem bezieht sich gemäß Definition nicht auf ein Objekt, d.h. einen konkreten, realisierten Laut (wie das Phon), sondern auf eine Isomorphieklasse von Lauten, d.h. auf einen Begriff, nämlich auf eine lautliche Abstraktion (und genauso ist das Phonem ja in der theoretischen Linguistik definiert). Entsprechend ist <3, 1> die Nicht-Identität der Phonotaktik mit dem Lautsubstrat, da die Kombination von Phonemen, aufgefaßt als Funktion, einen Sachverhalt und also weder den Laut, d.h. das Objekt selber, noch ein einzelnes Phonem, d.h. den Begriff des Lautes, darstellt. Der Sachverhalt als ontisches Gegenstück der Phonotaktik ist somit wortwörtlich als der "Verhalt" der als "Sachen" aufgefaßten und von den Lauten als Dingen unterschiedenen Phoneme aufzufassen.

Es dürfte nach dieser illustrativen Explikation somit keinerlei Zweifel mehr unterliegen, daß die Bezeichnetenseite von $ZR^{2,3}$ keinesfalls mit dem Peirceschen Objektbezug zusammenfällt, da dieser das interne oder semiotische Objekt (vgl. Bense/Walther 1973, S. 70 f.), jene aber das externe oder ontische Objekt betrifft. Zwischen dem Peirceschen Zeichen und $ZR^{2,3}$ gibt es somit einzig und allein eine oberflächliche (und darüber hinaus triviale) Verwandt-

[1] Im Gegensatz zur Stratifikationsgrammatik ist also auch die Anzahl der "Strata", d.h. der grammatischen Ebenen wegen $\in \mathbb{N}$ theoretisch unbegrenzt.

schaft zwischen der Bezeichnendenseite und den Signfikantenseiten der Legion von Zeichenmodellen von der Antike bis zu de Saussure (und nach ihm), aber es gibt keine Verwandtschaft zwischen der Bezeichnetenseite und der Signfikatenseite, denn in $ZR^{2,3}$ wird logisch streng zwischen Ding, Begriff und Sachverhalt bzw. mengentheoretisch zwischen Elementen und ihren Mengenabbildungen unterschieden.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Wie viele Indizes gibt es nun? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Indizierung als Gerichtetheit von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Skizze der Semiotik von Albert Menne I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Fundamentalkategorien und logisch-semiotischer Stufenbau

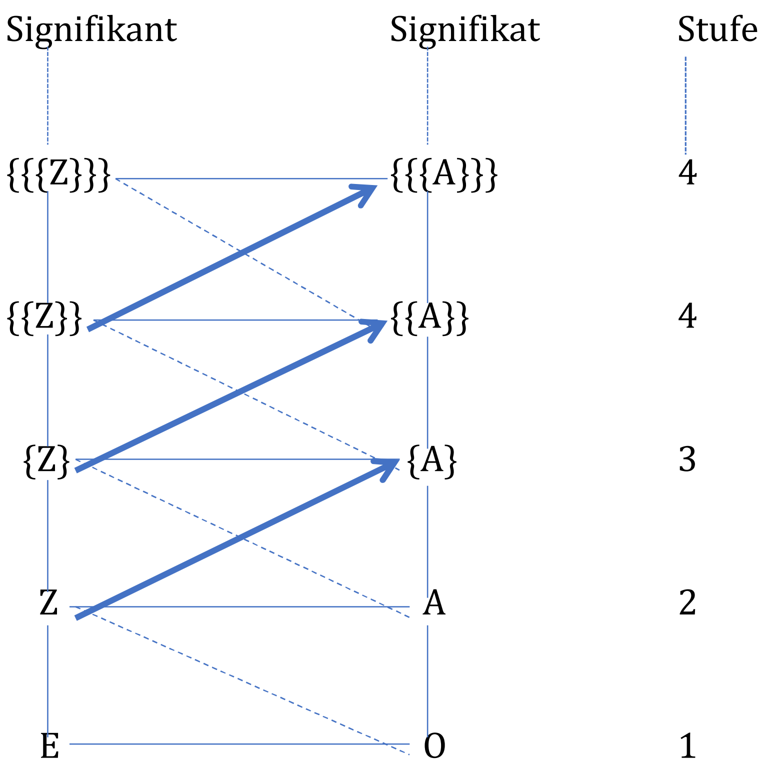
1. Bekanntlich operiert die Peircesche Semiotik mit sog. "gebrochenen Kategorien" (vgl. Walther 1979, S. 46 ff.). Diese entstehen durch kartesische Multiplikation aus den drei als fundamental betrachteten Kategorien Erst-, Zweit- und Drittheit (.1., .2., .3.). Man erhält hierdurch die folgenden 9 sog. Subzeichen, die von Peirce wie folgt charakterisiert werden:

$.1. \times .1. = (1.1)$	Qualizeichen	$.2. \times .1. = (2.1)$	Icon
$.1. \times .2. = (1.2)$	Sinzeichen	$.2. \times .2. = (2.2)$	Index
$.1. \times .3. = (1.3)$	Legizeichen	$.2. \times .3. = (2.3)$	Symbol
$.3. \times .1. = (3.1)$	Rhema		
$.3. \times .2. = (3.2)$	Dicent		
$.3. \times .3. = (3.3)$	Argument		

2. Wir stellen uns nun im Anschluß an Toth (2012a) die Frage, ob und wie diese Subzeichen den Entitäten und Abbildungen in der erweiterten Klausschen Semiotik (vgl. Toth 2012b) entsprechen. Offenbar gelten folgende Korrespondenzen:

(1.1)	$\cong$	E	(2.1)	$\cong$	R(Z, O)	(3.1)	$\cong$	A
(1.2)	$\cong$	Z	(2.2)	$\cong$	?	(3.2)	$\cong$	{A}
(1.3)	$\cong$	{Z}	(2.3)	$\cong$	M(Z, A)	(3.3)	$\cong$	{{A}}

Vgl. dazu das entsprechende Modell



Die genuine Erstheit (Selbstabbildung der Kategorie der Erstheit) oder das Qualizeichen korrespondiert also dem Klausschen "Zeichenexemplar" (vgl. Klaus 1973, S. 56 ff.) sowie dem Menneschen "Lalem" (vgl. Menne 1992, S. 41). Dagegen korrespondieren die "verschmierten" (Bense) Kategorien Sinzeichen und Legizeichen der Klausschen "Zeichengestalt". Mit Menne können wir hier noch zwischen "Logem" (Sinzeichen) und "Lexem" (Legizeichen) unterscheiden, vgl. die zugehörige Tabelle:

${}_4Z^2$	Signifikant	Signifikat
Ereignis	Lalem	Dinge
Gestalt	Logem	Begriffe (Universalien)
Funktion	Lexem	Sachverhalte (Begriffsgefüge)
	Radicem	?

Für den Peirceschen Mittelbezug gibt es also eindeutige Korrespondenzen zwischen den drei Zeichenmodellen.

3. Allerdings deutet beim Peirceschen Objektbezug das von uns gesetzte Fragezeichen bereits an, daß die Entsprechung des Indexes sowohl bei Klaus als auch bei Menne fehlt. Und das ist kein Zufall, denn in Toth (2011) hatten wir mehrere Gründe dafür angegeben, warum die Objekttrichotomie gar keine ist, d.h. warum der Index, besonders was seine Position zwischen Icon und Symbol betrifft, aus der Reihe tanzt. Wir hatten damals vorgeschlagen, die beiden Hauptfunktionen des Index – Spur und Verweis – statt in der Semiotik in einer semiotischen Objekttheorie zu behandeln, und zwar die Funktion Spur mereotopologisch und die Funktion Verweis mit Hilfe sog. gerichteter Objekte. Man könnte somit den Index allenfalls durch die Relation

$R(Z, \Omega)$

in einer um das reale Objekt Ω erweiterten Klaus-Menne-Semiotik ausdrücken (vgl. Toth 2012b).

4. Wie man bemerkt haben wir, korrespondiert also der Peircesche Mittelbezug 1-stelligen Klaus-Menneschen Relationen, und der Peircesche Objektbezug korrespondiert 2-stelligen Relationen. Soweit besteht also auch in Bezug auf die relationale Stelligkeit Übereinstimmung zwischen den Zeichenmodellen. Wenn wir nun allerdings den Peirceschen Interpretantenbezug anschauen, so stellen wir fest, daß er wiederum 1-stelligen Relationen und nicht 3-stelligen korrespondiert. Wie wir bereits in Toth (2012a) festgestellt hatten, stellt nämlich der Interpretantenbezug ein Amalgamat dreier als Trichotomien verpackter triadischer Relationen dar, denn die Abfolge Rhema (3.1) – Dicent (3.2) – Argument (3.3) sollte im Grunde durch drei (nicht-gebrochene) Kategorien repräsentiert sein. Und genau dies ist bei der Klausschen Semiotik der Fall, denn wir haben

$A = \{O\}$

mit

$A \rightarrow \{A\} \rightarrow \{\{A\}\} = \{O\} \rightarrow \{\{O\}\} \rightarrow \{\{\{O\}\}\}$, und dies deckt sich mit der Feststellung Ditterichs, wonach der Interpretantenbezug eine (die zweitheitliche Bezeichung und damit den ihr zugrunde liegenden logischen Identitätssatz relativierende) "Superposition" darstellt. Sehr vereinfacht gesagt, entspricht also der Übergang vom Objekt- zum Interpretantenbezug demjenigen von einer Menge zu einer Menge von Mengen, d.h. der Interpretantenbezug stellt selbst eine Hierarchie von Mengen wie die Abfolge der Fundamentalkategorien (.1.) → (.2.) → (.3.).

5. Man erkennt aus dem oben gegebenen Modell der Klaus-Menne-Semiotik allerdings auch, daß dem Peirceschen System der Subzeichen zahlreiche Fälle fehlen, deren Abbildungen in der Klaus-Menne-Semiotik gegeben sind (vgl. dazu bereits Toth 2012c). Es handelt sich grob gesagt, um alle 2-stelligen Relationen der Form $R(x, (x+n))$ mit $n \geqq 1$, d.h. um alle Typen aufsteigender diagonaler Abbildungen. Ferner sollte man nicht vergessen, daß das Modell der Klaus-Menne-Semiotik im Gegensatz zu demjenigen von Peirce nicht auf 3-stellige Relationen beschränkt ist, sondern, wie im Modell angedeutet, prinzipiell "nach oben hin" offen ist, so daß also weder auf der Signifikanten- noch auf der Signifikatenseite die Mengenhierarchien abgebrochen werden müssen.

Literatur

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Revision der Peirce-Bense-Semiotik III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Semiotische und logische Abbildungen IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Ein 11-dimensionaler semiotischer Raum? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Semiotische und metasemiotische Ableitungsstufen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte

1. Wir hatten in bisher 22 Teilen Material für eine Typologie gerichteter Objekte gesammelt (vgl. Toth 2012a). Stark vereinfacht könnte man sagen, daß die gerichteten Objekte zwischen Objekten und Zeichen vermitteln. Es handelt sich bei ihnen jedoch nicht wie bei den semiotischen Objekten (vgl. Bense 1973, S. 70 f.) notwendig um künstliche Objekte, sondern die Gerichtetheit ist eine Eigenschaft, die auch natürlichen Objekten zukommen kann (z.B. ein überhängender Felsen). Da Gerichtetheit somit eine Eigenschaft ist, die allen Objekten zukommten kann(vgl. Toth 2009a, b), benötigen wir neben einer Theorie der Zeichen auch eine Theorie der Objekte. Zuletzt in Toth (2012b) wurde vorgeschlagen, daß man die Zeichentheorie auf die Systemtheorie zurückführt und von dieser aus eine Objekttheorie konstruiert, d.h. die Systemtheorie muß so abstrakt entworfen werden, daß sie imstande ist, nicht nur eine Theorie von bereits durch Zeichen bezeichneten Objekten zu liefern, sondern auch von solchen Objekten, die nur wahrgenommen, also nicht zu Zeichen erklärt werden.

2. Gegeben sei ein System $S = [A, I]$. Sei ω ein beliebiges Objekt und z ein beliebiges Zeichen. Dann gibt es zwei grundlegende Möglichkeiten

$$S = [A, I] \begin{array}{l} \nearrow \quad S = [\omega, z] \\ \\ \searrow \quad S = [\omega_1, \omega_2]. \end{array}$$

Innen vs. Außen bzw. System und Umgebung sind jedoch von der Beobachter-Perspektive abhängig und darum austauschbar, ferner ist ein System notwendig in seiner Umgebung enthalten bzw. diese enthält das System. Somit werden also durch die Reduktion der Semiotik auf die Systemtheorie die Kontexturgrenzen zwischen System und Umgebung, Innen und Außen, Subjekt und Objekt, Zeichen und Objekt usw. durch Mengeninklusionen ersetzt. Wenn wir die Präsenz einer Kontexturgrenze durch $\perp\!\!\!\perp$ markieren, dann haben wir also die folgenden Möglichkeiten zwischen Zeichen und Objekt, zwischen gerichteten Objekten sowie zwischen den Teilrelationen der Peirceschen Zeichenrelation:

$$[\omega \perp\!\!\!\perp z] \rightarrow \{[\omega \subset z], [\omega \supset z], [\omega = z]\}$$

$[\omega_1 \perp\!\!\!\perp \omega_2] \rightarrow \{[\omega_1 \subset \omega_2], [\omega_1 \supset \omega_2], [\omega_1 = \omega_2]\}$

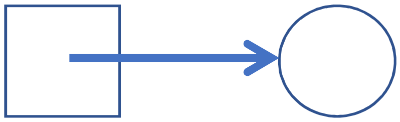
m, o, i ∈ z: $[m \perp\!\!\!\perp o \perp\!\!\!\perp i] \rightarrow \{[m \subset o \subset i], [m \subset i \subset o], [o \subset m \subset i], [o \subset i \subset m], [i \subset m \subset o], [i \subset o \subset m]\}$

3. Gerichtete Objekte treten immer in n-tupeln mit $n \geq 2$, d.h. also mindestens paarweise auf. Man kann jedoch jedes Objekt als gerichtetes Objekt definieren, indem man von Paaren mit einer leeren Position ausgeht. Auf diese Weise kann man ferner bequem zwischen links- und rechtsgerichteten Objekten unterscheiden (vgl. weiter unten). Wie bereits in Toth (2012a, Teil XVIII) sowie zuerst in Toth (2011) unterscheiden wir zwischen exessiven, adessiven und inessiven Abbildungen, d.h. Typen von objektaler Gerichtetheit. Auf architektonische Objekte bezogen, hatten wir in Toth (2012a, Teil VII) zwischen Ein-Bauten, An-Bauten und Aus-Bauten unterschieden, z.B. kann eine Garage vollständig im Parterre oder Untergeschoss eines Hauses eingebaut, ans Hans angebaut oder in einem ans Haus angrenzenden, aber von ihm separierten Gebäude untergebracht sein. Nun können die drei Abbildungstypen der Exessivität, Adessivität und Inessivität sowohl im System der Domäne als auch in demjenigen der Codomäne des oder der abgebildeten Objekte auftreten, d.h. es kann z.B. ein Objekt, das sich innerhalb eines Hauses befindet, auf ein Objekt abgebildet werden, das sich in, am oder außerhalb des Hauses befindet, et vice versa. Damit treten also die drei Abbildungstypen in insgesamt neun Kombinationen auf, und wir erhalten auf der Objektebene ein Klassifikationssystem, das strukturell demjenigen der trichotomischen Unterteilung der Triaden auf der Zeichenebene entspricht.

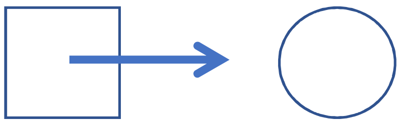
3.1. Exessive Objektfunktionen

3.1.1. $\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \omega_2 \in \{\omega_1\}$

3.1.2. $\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \omega_2$



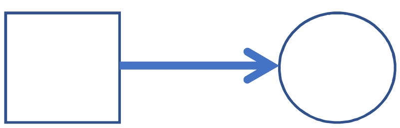
3.1.3. $\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \{\omega_2\}$



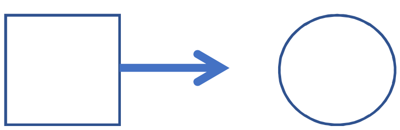
3.2. Adessive Objektfunktionen

3.2.1. $\omega_1 \rightarrow \omega_2 \in \{\omega_1\}$

3.2.2. $\omega_1 \rightarrow \omega_2$



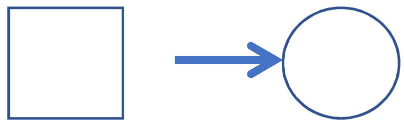
3.2.3. $\omega_1 \rightarrow \{\omega_2\}$



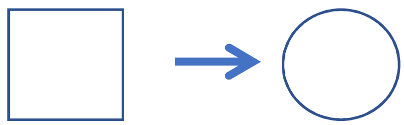
3.3. Inessive Objektfunktionen

3.3.1. $\{\omega_1\} \rightarrow \omega_2 \in \{\omega_1\}$

3.3.2. $\{\omega_1\} \rightarrow \omega_2$



3.3.3. $\{\omega_1\} \rightarrow \{\omega_2\}$



4. Damit kommen wir zur bereits angesprochenen Möglichkeit, zwischen links- und rechtsgerichteten Objekten zu unterscheiden. Beispiele für die Relevanz der Ausrichtung der Glieder von n-tupeln von Objekten sind etwa das Tischbesteck (Ordnung von Löffeln, Messern, Gabeln usw.), die Ordnung der Parkplätze (und zwar nicht nur absolut, d.h. z.B. durch ihre Numerierung, sondern als gerichtete Objekte z.B. insofern, als ihre Nähe zu ihrem Referenzobjekt, d.h. dem Gebäude, zu dem die Besitzer der auf den Parkplätzen abgestellten Wagen in einer Beziehung stehen, nach dem Rang dieser Personen näher oder ferner von dem Gebäude bzw. links oder rechts vor dessen Eingang, usw., plaziert sind, wodurch eine Korrespondenzrelation zwischen der relativen Entfernung gerichteter Objekte und dem sozialen Status von Personen hergestellt wird). Um die weitere Isomorphie zwischen Objekt- und Zeichentheorie herauszustellen, gehen wir im folgenden – entsprechend der triadischen Struktur der Peirceschen Zeichen – statt von Paaren von Tripeln von Objekten aus (also im vorherigen Beispiel etwa die Relation zwischen Parklätzen, dem Gebäude, an/in/außerhalb dessen sie sich befinden, sowie den Autos, die auf den Parkplätzen abgestellt werden). Da Paare natürlich Teilmengen von n-tupeln allein deswegen sind, weil sich jedes n-tupel als Paar darstellen läßt, gelten die im folgenden für Objekttripel präsentierten Resultate selbstverständlich auf die Objektpaare. aus kombinatorischen Gründen gibt es genau 48 Objekttripel. Sei a, b, c $\in \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, d.h. wir schließen die Selbstgerichtetheit von Objekten nicht aus.

$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{2\rightarrow b}\ \omega_{1\rightarrow c})$	$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{1\rightarrow b}\ \omega_{2\rightarrow c})$	$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{3\rightarrow b}\ \omega_{1\rightarrow c})$
$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{2\rightarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$	$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{1\rightarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{3\rightarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$
$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$	$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$
$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$	$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$
$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$	$(\omega_{3\rightarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$
$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{1\rightarrow c})$	$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{2\rightarrow c})$	$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{1\rightarrow c})$
$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{2\rightarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$	$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{1\rightarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{3\rightarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$
$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$	$(\omega_{3\leftarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{1\leftarrow c})$

$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{1\rightarrow b}\ \omega_{3\rightarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{3\rightarrow b}\ \omega_{2\rightarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{2\rightarrow b}\ \omega_{3\rightarrow c})$
$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{1\rightarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{3\rightarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{2\rightarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$
$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$
$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$
$(\omega_{2\rightarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{1\rightarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$
$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{3\rightarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{2\rightarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{3\rightarrow c})$
$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{1\rightarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{3\rightarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{2\rightarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$
$(\omega_{2\leftarrow a}\ \omega_{1\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{3\leftarrow b}\ \omega_{2\leftarrow c})$	$(\omega_{1\leftarrow a}\ \omega_{2\leftarrow b}\ \omega_{3\leftarrow c})$

5. Für gerichtete Objekte gelten ferner die folgenden mereotopologischen Theoreme (vgl. Cohn und Varzi 2003). Sei wiederum a, b, c ∈ $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$

5.1. Mereotopologische Basis-Definitionen

5.1.1. $O(a^{\rightarrow}, b^{\rightarrow}) := \exists c(P(c^{\rightarrow}, a^{\rightarrow}) \wedge P(c^{\rightarrow}, b^{\rightarrow}))$
$O(a^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}) := \exists c(P(c^{\leftarrow}, a^{\leftarrow}) \wedge P(c^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}))$ Überlappung

5.1.2. $A(a, b) := C(a^{\rightarrow}, b^{\rightarrow}) \wedge \neg O(a^{\rightarrow}, b^{\rightarrow})$
$A(a^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}) := C(a^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}) \wedge \neg O(a^{\leftarrow}, b^{\leftarrow})$ Angrenzung

5.1.3. $E(a, b) := P(a^{\rightarrow}, b^{\rightarrow}) \wedge P(b^{\rightarrow}, a^{\rightarrow})$
$E(a, b) := P(a^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}) \wedge P(b^{\leftarrow}, a^{\leftarrow})$ Gleichheit

5.1.4. $PP(a, b) := P(a^{\rightarrow}, b^{\rightarrow}) \wedge \neg P(b^{\rightarrow}, a^{\rightarrow})$
$P(a^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}) \wedge \neg P(b^{\leftarrow}, a^{\leftarrow})$ echter Teil

5.1.5. $TP(a, b) := P(a^{\rightarrow}, b^{\rightarrow}) \wedge \exists c^{\rightarrow}(A(c^{\rightarrow}, a^{\rightarrow}) \wedge A(c^{\rightarrow}, b^{\rightarrow}))$
$P(a^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}) \wedge \exists c^{\leftarrow}(A(c^{\leftarrow}, a^{\leftarrow}) \wedge A(c^{\leftarrow}, b^{\leftarrow}))$ tangentialer Teil

5.2. Abgeschlossenheit

5.2.1. $\varnothing^{\rightarrow} = c(\varnothing^{\rightarrow})$

5.2.2 $\varnothing^{\rightarrow} \neq c(\varnothing^{\leftarrow})$

5.2.3. $\varnothing^{\leftarrow} \neq c(\varnothing^{\rightarrow})$

5.2.4. $\varnothing^{\leftarrow} = c(\varnothing^{\leftarrow})$

5.2.5. $c(c(a^{\rightarrow})) \subseteq c(a^{\leftarrow})$

5.2.6. $c(c(a^{\rightarrow})) \subseteq c(a^{\rightarrow})$

5.2.7. $c(c(a^{\leftarrow})) \subseteq c(a^{\rightarrow})$

5.2.8. $c(c(a^{\leftarrow})) \subseteq c(a^{\leftarrow})$

5.2.9. $a^{\rightarrow} \subseteq c(a^{\rightarrow})$

5.2.10. $a^{\rightarrow} \not\subset c(a^{\leftarrow})$

5.2.11. $a^{\leftarrow} \not\subset c(a^{\rightarrow})$

5.2.12. $a^{\leftarrow} \subseteq c(a^{\leftarrow})$

5.2.13. $c(a^{\rightarrow}) \cup c(b^{\rightarrow}) = c(a^{\rightarrow} \cup b^{\rightarrow})$

5.2.14. $c(a^{\rightarrow}) \cup c(b^{\leftarrow}) = c(a^{\rightarrow} \cup b^{\leftarrow})$

5.2.15. $c(a^{\leftarrow}) \cup c(b^{\rightarrow}) = c(a^{\leftarrow} \cup b^{\rightarrow})$

5.2.16. $c(a^{\leftarrow}) \cup c(b^{\leftarrow}) = c(a^{\leftarrow} \cup b^{\leftarrow})$

5.3. Äquivalenzen des Zusammenhangs

5.3.1. C_1 (a, b) $\Leftrightarrow a^{\rightarrow} \cap b^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $a^{\rightarrow} \cap b^{\leftarrow} = \varnothing$ / $a^{\leftarrow} \cap b^{\rightarrow} = \varnothing$ / $a^{\leftarrow} \cap b^{\leftarrow} \neq \varnothing$

5.3.2. C_2 (a, b) $\Leftrightarrow a^{\rightarrow} \cap c(b^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $a^{\rightarrow} \cap c(b^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $a^{\leftarrow} \cap c(b^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $a^{\leftarrow} \cap c(b^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

$c(a^{\rightarrow}) \cap b^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(a^{\rightarrow}) \cap b^{\leftarrow} \neq \varnothing$ / $c(a^{\leftarrow}) \cap b^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(a^{\leftarrow}) \cap b^{\leftarrow} \neq \varnothing$

5.3.3. C_3 (a, b) $\Leftrightarrow c(a^{\rightarrow}) \cap c(b^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(a^{\rightarrow}) \cap c(b^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $c(a^{\leftarrow}) \cap c(b^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(a^{\leftarrow}) \cap c(b^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

In Toth (2012a, Teil VIII) wurde ferner zwischen offenen, halboffenen und abgeschlossen Objektsystemen, zwischen der Stufigkeit sowie zwischen der Sortigkeit von Objekten unterscheiden, wobei in der letzteren zusätzlich materielle und strukturelle Sortigkeit (z.B. Parkett vs. Teppich / verschiedene Parkettstruktur) unterschieden wurden. Zusätzlich könnte man zwischen mobilen und immobile Objekten unterunterscheiden. Z.B. kann man ein Bett jederezeit innerhalb eines Raumes umstellen bzw. sogar in einen anderen Raum stellen, aber mit einer Toilette ist das nicht möglich, d.h. die Differenzierung zwischen Architektur und Innenarchitektur ist ebenfalls bereits auf der Ebene der gerichteten Objekte vorgegeben.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Gerichtete semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Exessivität, Adessivit, Inessivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Typen gerichteter Objekte, I-XXII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zeichen, Objekt und System. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Semiotische Paarobjekte

1. Bense hatte spezielle Klassen paarweise auftretender semiotischer Objekte (vgl. Toth 2008) untersucht, deren Glieder keine (sinnvolle) selbständige Existenz haben und die nicht nur objektal, d.h. physisch-real, sondern auch semiotisch miteinander verbunden sind. Als Beispiele dieses Iconismus bei semiotischen Objekte gibt Bense (ap. Walther 1979, S. 122):

1.1. Anpassungsiconismus: Achse und Rad, Mund und Mundstück.

1.2. Ähnlichkeitsiconismus: Porträt und Person.

1.3. Funktionsiconismus: Zündung und Explosion, Schalter und Stromkreis.

Daneben gibt es Fälle, wie z.B. Schlüssel und Schloß, die allen drei Untergliederungen angehören sowie Fälle wie Türe und Haus, Dach und Haus, die nahelegen, daß diese Formen von Iconismus wohl bereits der der semiotischen vorangehenden, d.h. tiefer liegenden systemischen Ebene angehören. Daß ferner nicht nur Paarobjekte, sondern auch weitere n-tupel semiotische Objekte bestimmen können, zeigt z.B. 4 Wände und Haus (vgl. auch Toth 2009).

2. Wir gehen aus von der in Toth (2012a) präsentierten typologisch-genetischen, systemischen (ontischen und semiotischen) Hierarchie:

$$O = [\mathfrak{o}_1, \mathfrak{o}_2]$$

$$\downarrow$$

$$\mathfrak{o}_1 \rightarrow z \;/\; \mathfrak{o}_2 \rightarrow z$$

$$\downarrow$$

$$Z = [z, \mathfrak{o}]$$

$$\downarrow$$

$$KZR = [\mathfrak{m}, m, o, i]$$

$$\swarrow \qquad \searrow$$

$$ZR = [[m \subset o] \subset i] \qquad OR = [[\mathfrak{m} \subset \mathfrak{o}] \subset \mathfrak{i}]$$

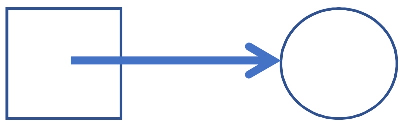
$$\searrow \qquad \swarrow$$

$$ZO = [[m_i, \mathfrak{o}_j] \subset [\{m_k\}, \{\mathfrak{o}_l\}] \subset [\{\{m_m\}\}, \{\{\mathfrak{o}_n\}\}] \qquad OZ = [[\mathfrak{o}_i, m_j] \subset [\{\mathfrak{o}_k\}, \{m_l\}] \subset [\{\{\mathfrak{o}_m\}\}, \{\{m_n\}\}]$$

Zerfallen semiotische Objekte in n-tupel von Teilobjekten, so sind diese per definitionem gerichtete Objekte. Nach Toth (2012b) kommen im Falle von Iconismus also die folgenden drei mereotopologischen Typen in Frage

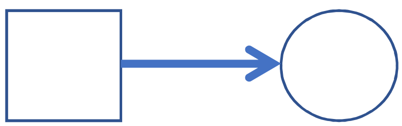
2.1.1. Exessiv-adessiver Iconismus

$\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \omega_2$



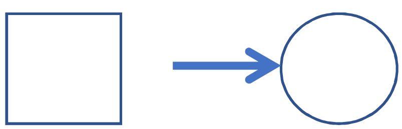
2.1.2. Adessiv-adessiver (homogen adessiver) Iconismus

$\omega_1 \rightarrow \omega_2$



2.1.3. Inessiv-adessiver Iconismus

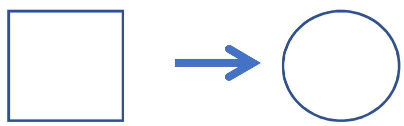
$\{\omega_1\} \rightarrow \omega_2$



Von diesem Modell aus ergibt sich also eine Möglichkeit einer rein objektalen Klassifikation der Glieder von in n-tupeln auftretenden semiotischen Objekten, und damit kann man auch die eingangs geschilderten Probleme ihrer semiotischen Einordnung unter die drei benseschen Typen umgehen. Dem exessiv-adessiven Typ gehört offenbar der bei Bense allen drei Subkategorien angehörige Fall Schlüssel und Schloss, aber auch der Anpassungs-iconische Fall Achse und Rad an. Hingegen gehört der Fall Mund und Mundstück dem homogen-adessiven Typ an, da das Objekt Mundstück das Objekt Mund ja nicht penetriert. Da diese Klassifikation eine objektale und keine semiotische ist, müssen bei Benses Funktions-iconischen Beispielen die realen Sachverhalte vor einer Klassifikation abgeklärt werden, aber sie dürften prinzipiell dem inessiv-adessiven Typ angehören, der allgemein Kausalrelationen enthält. Hingegen tritt nun Benses Beispiel für Ähnlichkeitsiconismus: Porträt und Person, aus den obigen drei Schemata heraus, denn der zu seiner objektalen Klassifikation zuständige Typ ist:

2.1.4. Inessiv-inessiver (homogen inessiver) Iconismus

$\{\omega_1\} \rightarrow \{\omega_2\}$



da ja weder das physische Bild materiale Teile des abgebildeten Objektes noch das physische Objekt materiale Teile des es abbildenden Bildes enthält.

Literatur

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Paarzeichen und Paarobjekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Gerichtete und semiotische Objekte sowie konkrete Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Definition des gerichteten Objektes

1. Nach Toth (2012a) können gerichtete Objekte entweder als Objekte oder als Zeichen fungieren

$$\text{gerichtetes Objekt} \begin{array}{l} \nearrow \quad \text{Objekt} \\ \\ \searrow \quad \text{Zeichen,} \end{array}$$

d.h. sie besitzen keine intrinsische Eigenschaft, sie zu Zeichen zu erklären, d.h. den Übergang von deren Perzeption zu deren Apperzeption zu vollziehen. Solange also ein gerichtetes Objekt ein bloß wahrgenommenes Objekt bleibt, fungiert es als Basiselement einer ontischen Objekttheorie (vgl. Toth 2012b) genauso wie das Zeichen als Basiselement einer semiotischen Zeichentheorie fungiert, wobei die Objekttheorie als Theorie des ontischen und die Zeichentheorie als Theorie des semiotischen Raumes (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) zueinander isomorph konstruierbar sind, wenn man die Semiotik auf die allgemeine Systemtheorie zurückführt (vgl. Toth 2011).

2. Nun werden Mittel nach Walther (1979, S. 140) durch deren Materie, Situation, Umgebung und Kanal definiert. Mittel sind aber natürlich stets Teile des ontischen und nicht des semiotischen Raumes, sie können allerdings nach Bense (1973, S. 71) als "triadische Objekte" fungieren, insofern sie sich auf Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug eines Zeichens beziehen. Selbstverständlich setzt dies allerdings voraus, daß gerichtete Objekte als Zeichen und nicht als Objekte, d.h. im Sinne Benses (1967, S. 9) als "Metaobjekte" verstanden werden. Ferner können Mittel zwar aus derselben Materie bestehen, aber unterschiedliche Struktur aufweisen; vgl. etwa Parkettierungen.

Definiert man Materie wie folgt

$M = \{m_1, m_2, m_3, ..., m_n),$

so kann man deren Struktur im Sinne von Ordnungsrelation über den m_i einführen, und da man jede n-stellige Relation als geordnetes Paar darstellen kann, kann also die Struktur von Materie als Menge geordneter Paare über den m_i definiert werden.

3. Wie bereits von Bense (ap. Walther 1979, S. 131 f.) gezeigt, werden die drei systemischen Eigenschaften der Umgebung, der Situation und es Kanals durch rahmenbestimmte iconische, richtungsbestimmte indexikalische sowie repertoriell (vollständig) selektierte symbolische Systeme bzw. Teilsysteme definiert. Ebenfalls bereits von Bense wurde der Zusammenhang von Situation und Umgebung durch die Beziehung

$\mathrm{Sit}(Z) = \Delta(U_1, U_2)$

gegeben, d.h. Situation wird als Differenz zweier Umgebungen definiert. Wie ich in Toth (2012a) gezeigt hatte, kann man die Mittel-Trias (Situation, Umgebung, Kanal) somit auf die echte triadische Relation

Umgebung (1) – Kanal – Umgebung (2)

zurückführen, welche kraft der fundamentalkategorialen Korrespondenzen

Umgebung (1) ↔ Objektbezug

Kanal ↔ Mittelbezug

Umgebung (2) ↔ Interpretantenbezug

die Struktur eines semiotischen Kommunikationsschemas besitzt (vgl. Bense 1971, S. 33 ff.), wiederum natürlich vorausgesesetzt, ein gerichtetes Objekt fungiert als Zeichen und nicht als Objekt.

4. Nun ist zwar Materie notwendig objektal, aber sie ist betrifft nicht die Gesamterscheinung eines Objektes, sondern definiert dessen Eigenschaften. Dennoch ist sie aber natürlich keine von einem Subjekt in sie hinein interpretierte Eigenschaft, sondern eine rein objektive, d.h. es gilt

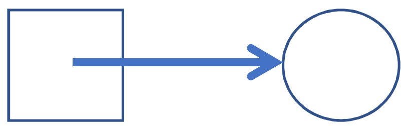
$M \subset \mathfrak{o}$.

Was das Objekt ($\mathfrak{o}$) selbst als gerichtetes Objekt betrifft, so wurden in Toth (2012b) die folgenden 9, auf den objektalen Basisabbildungen der Exessivität, der Adessivität und der Inessivität als einer speziellen Form von Mereotopologie für gerichtete Objekte beruhende Abbildungen eingeführt, welche nicht nur die Beziehungen zweier, sondern jeder realen gegebenen Anzahl gerichteter Objekte beschreiben (da man ja n-tupel durch Paare darstellen kann):

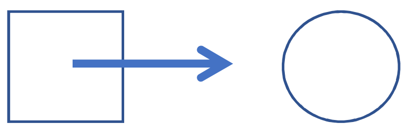
4.1 Exessive Objektfunktionen

4.1.1. $\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \omega_2 \in \{\omega_1\}$

4.1.2. $\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \omega_2$



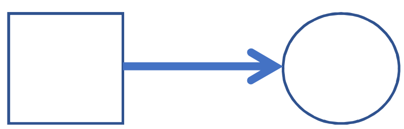
4.1.3. $\omega_1 \in \{\omega_1\} \rightarrow \{\omega_2\}$



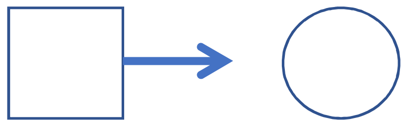
4.2. Adessive Objektfunktionen

4.2.1. $\omega_1 \rightarrow \omega_2 \in \{\omega_1\}$

4.2.2. $\omega_1 \rightarrow \omega_2$



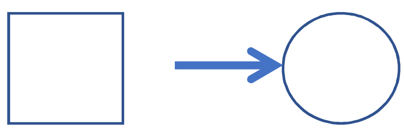
4.2.3. $\omega_1 \rightarrow \{\omega_2\}$



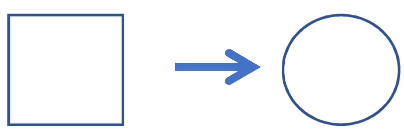
4.3. Inessive Objektfunktionen

4.3.1. $\{\omega_1\} \rightarrow \omega_2 \in \{\omega_1\}$

4.3.2. $\{\omega_1\} \rightarrow \omega_2$



4.3.3. $\{\omega_1\} \rightarrow \{\omega_2\}$



Führen wir eine Familie von Abbildungen $[\alpha]_i$ mit i ∊ 4.1.1., ..., 4.3.3. ein, so haben wir nun endlich eine Definition des gerichteten Objektes:

$O^{\rightarrow} := f(\text{Mittel}, [\alpha]_i)$,

und da man das Mittel nach dem oben Gesagten durch Umgebung und Kanal allein definieren kann, wobei der Kanal die Differenz zwischen je zwei Umgebungen ist

ɒ $= f(\ _i)$,

bekommen wir also

$O^{\rightarrow} := f(\{<$ɒ$_i >, (U_i), [\alpha]_i)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Transformationsschema von Zeichen und von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Vorläufige Bemerkungen zur Vermittlung von Logik und Semiotik

1. Wie ich schon öfter festgestellt habe, stellt die Wahrnehmung eines Objektes noch kein Zeichen dar, und zwar aus dem einfachen Grunde, weil die Zeichengenese oder Metaobjektivation einen willentlichen Akt voraussetzt, der bei der Wahrnehmung natürlich nicht gegeben ist. Da es allerdings unmöglich ist, absolute Objekte wahrzunehmen, und zwar deshalb, weil sie ja durch die Sinne der sie wahrnehmenden Subjekte abgebildet oder "gefiltert" werden, steht am Anfang der der Zeichentheorie zur Seite gestellten Objekttheorie (vgl. Toth 2012) nicht das absolute, d.h. objektive Objekt

Ω,

sondern das wahgenommene, d.h. subjektive Objekt

$\Sigma(\Omega)$.

2. Man sollte deshalb nicht von "vorgegebenen Objekten" (vgl. Bense 1967, S. 9) sprechen, sondern die Metaobjektivation hat als Domänenelemente wahrgenommene, subjektive Objekte, die zu Zeichen erklärt, d.h. als Zeichen thetisch (und damit willentlich) eingeführt werden

$\mu: \Sigma(\Omega) \rightarrow Z$.

Da nach Bense (1979, S. 53, 67) gilt

$Z = R(M, O, I) = (M \rightarrow (O \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$,

haben wir also ausgeschrieben

$\mu: \Sigma(\Omega) \rightarrow (M \rightarrow (O \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$,

d.h. das wahrgenommene ontische Objekt $\Sigma(\Omega)$ wird unter Zuhilfenahme eines ebenfalls der Objekt-Welt entstammenden Mittels (das natürlich kein Teil des durch das Zeichen bezeichneten Objektes sein muß) vom zeichensetzenden Subjekt in einen semiotischen Objekt-Bezug O transformiert, so daß die die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt überschreitende Verbindung zwischen $\Sigma(\Omega)$ und O durch die drei von Peirce definierten Bezeichnungsarten iconisch, indexikalisch und symbolisch gewährleistet bleibt.

3. Es ist also offensichtlich so, daß die klassische, zweiwertige Logik zwar für die Ontik gültig ist, d.h. für die Welt der subjektiven Objekte, die allein in einer Welt, die auch mit Subjekten belebt ist (und die imstande sind, eine Logik und eine Semiotik zu entwerfen), relevant ist, jedoch nicht für die Semiotik, denn der logischen Zweiteilung der Abbildung von Aussage und Objekt in einen iconischen Fall ("wahr") und in einen symbolischen Fall ("falsch") entspricht auf semiotischer Seite eine Dreiteilung, welche den indexikalischen Fall als Vermittlung enthält und damit – wenigstens auf dem Boden des triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichenmodells – eine dreiwertige Logik erfordert. Logisch betrachtet, darf man daher sagen, daß der indexikalische Objektbezug einerseits die Vermittlung zwischen den logischen Wahrheitswerten und andererseits zwischen den semiotischen Repräsentationswerten (vgl. dazu Bense 1983, S. 158) darstellt. Damit muß neben der Semiotik sowie der ihr zur Seite gestellten Ontik im Sinne einer Theorie subjektiver Objekte zusätzlich eine Vermittlungstheorie geschaffen werden, welche die Abbildungen zwischen der zweiwertigen Ontik und der drei- oder mehr-wertigen Semiotik formal beschreibt. Nun gibt es zwar bereits eine Theorie, welche dem Anschein nach für eine solche logisch-semiotische Vermittlungstheorie in Frage kommt: die von Gotthard Günther und Rudolf Kaehr geschaffene Polykontexturalitätstheorie. Diese stellt ihrer Grundkonzeption nach allerdings ein Vermittlungssystem zweiwertiger Logiken dar. Das bedeutet also, daß die zweiwertige Logik für jedes Subjekt ein Teil der jeweiligen n-wertigen Logik ist, d.h. daß die zweiwertigen Logiken innerhalb des ganzen Verbundsystems durch sog. Trans-Operatoren extern vermittelt werden, daß hingegen weiterhin, d.h. genau wie in der klassischen aristotelischen Logik, keine interne Vermittlung zwischen den Wahrheitswerten jeder zweiwertigen Logik stattfindet. Genau dies aber benötigen wir, denn der Übergang von der die Ontik determinierenden zweiwertigen Logik zu der die Semotik determinierenden drei- oder mehr-wertigen Logik ist an die oben festgestellte Vermittlungsfunktion des indexikalischen Objektbezugs geknüpft. Zusammenfassend besteht also die von uns gesuchte ONTISCH-SEMIOTISCHE VERMITTLUNGSTHEORIE aus zwei Teilen:

1. einer 3- oder mehr-wertigen Logik für die Semiotik

und

2. einer (möglicherweise polykontexturalen) Vermittlungstheorie zwischen der 2- wertigen, für die Ontik reservierten Logik sowie der 3- oder mehrwertigen, für die Semiotik reservierten Logik.

Kein Problem stellt der 1. Teil dar. Man beachte, daß die 27 monadischen sog. Geltungswertfunktoren (vgl. z.B. Menne 1991, S. 74)

2	1	0	2	0	1
1	0	2	0	1	2
0	2	1	1	2	0

0	1	2
0	1	2
0	1	2

2	2	1	2	2	0	2	1	1
2	1	2	2	0	2	1	2	1
1	2	2	0	2	2	1	1	2

2	0	0	1	1	0	1	0	0
0	2	0	1	0	1	0	1	0
0	0	2	0	1	1	0	0	1

den 27 kombinatorisch möglichen triadisch-trichotomischen peirceschen Repräsentationsrelationen formal entsprechen.

Was den 2. Teil betrifft, so müßte man neben der bisherigen PKL im Sinne eines Vermittlungssystem 2-wertiger Logik zusätzlich ein Vermittlungssystem 3-wertiger Logiken konstruieren. Man erinnere sich daran, daß nach unserer Konzeption die 3-wertige Logik, die neben Position und Negation einen dritten Wert, der zwischen beiden vermittelt ("Mediation") enthält, nicht auf die 2-wertige aristotelischen Logik reduziert werden kann (vgl. Blau 1978).

4. Was die bereits mehrfach angedeutete Wahl zwischen einer drei- und einer n-wertigen Logik mit $n > 3$ für die Semiotik betrifft, so hängt, wie deutlich geworden sein dürfte, diese Entscheidung allein vom Objektbezug des Zeichens und damit vom Zeichenmodell ab, über dem die Semiotik konstruiert wird. Z.B. hatte ich in Toth (2010) den Vorschlag gemacht, die peircesche 3-teilung des Objektbezugs durch die folgende 5-Teilung (mit Aufspaltung des indexikalischen Objektbezugs), basierend auf einem mereotopologischen Modell, vorzunehmen:

1. Ferndeixis

Beispiele: Wegweiser, Strassenschild, Werbeplakat.

2. Tangentialdeixis

Beispiele: Wirtshausschild, Hausnummer, Klingelknopf.

3. Boundary-Deixis

Beispiele: Tür, Fenster, Balkon, Veranda, Terrasse, Sitzplatz.

4. Closure-Deixis

Beispiele: Fassade, Dach, Wände, Raumtrenner.

5. Inside-Deixis

Beispiele: alle Teilsysteme eines Systems außer dem System selbst (vgl. Toth 2013).

In diesem Fall würde der 2. Teil der ontisch-semiotischen Vermittlungstheorie zu einer Theorie, welche die 2-wertige Basis der Ontik mit einer 5-wertigen Basis der Semiotik vermittelt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Blau, Ulrich, Die dreiwertige Logik der Sprache. Berlin 1977

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, 10 semiotische Bezeichnungsarten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Das hierarchisch-heterarchische Verbundsystem des Wohnhauses. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Überlappende Ränder und ihre Zahlenfelder

1. Überlappung ist eine formale Operation innerhalb der sog. Mereotopologie, welche die Menge der Relationen zwischen Teilen und ihren zugehörigen "Ganzen" untersuchen. Bedeutend interessanter erscheinen Überlappungsoperationen zwischen Rändern von Zahlfeldern, und zwar vor allem deswegen, weil diese im Gegensatz zu Mengen und ihren Teilmengen gerichtet sind (vgl. Toth 2015).

2.1. Adjazenz

0	1		Ø	Ø	┃	1	0		Ø	Ø
Ø	Ø		0	1	┃	Ø	Ø		1	0

Hier sind folgende Randüberlappungen möglich.

0	1	1	0		0	1	0
Ø	Ø	Ø	Ø	→	Ø	Ø	Ø

Ø	Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
0	1	1	0	→	0	1	0

1	0	0	1		1	0	1
Ø	Ø	Ø	Ø	→	Ø	Ø	Ø

Ø	Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
1	0	0	1	→	1	0	1

2.2. Subjazenz

0	Ø		Ø	0	|	1	Ø		Ø	1
1	Ø		Ø	1	|	0	Ø		Ø	0

Hier sind folgende Randüberlappungen möglich.

Ø	0	0	Ø		Ø	0	Ø
Ø	1	1	Ø	→	Ø	1	Ø

Ø	1	1	Ø		Ø	1	Ø
Ø	0	0	Ø	→	Ø	0	Ø

2.3. Transjazenz

0	Ø		Ø	0	|	1	Ø		Ø	1
Ø	1		1	Ø	|	Ø	0		0	Ø

Hier sind folgende Randüberlappungen möglich.

0	Ø	Ø	0		0	Ø	0
Ø	1	1	Ø	→	Ø	1	Ø

Ø	0	0	Ø		Ø	0	Ø
1	Ø	Ø	1	→	1	Ø	1

1	Ø	Ø	1		1	Ø	1
Ø	0	0	Ø	→	Ø	0	Ø

Ø	1	1	Ø		Ø	1	Ø
0	Ø	Ø	0	→	0	Ø	0

3. Während bei einer Zahlenfeld-Reduktion wie z.B.

0	1	1	0		0	1	0
Ø	Ø	Ø	Ø	→	Ø	Ø	Ø

in der ersten Zeile eine belegte Stelle, d.h. eine Zahl, überlappt, überlappt bei einer Zahlenfeld-Reduktion wie z.B.

0	Ø	Ø	0		0	Ø	0
Ø	1	1	Ø	→	Ø	1	Ø

in der ersten Zeile eine nicht-belegte Stelle (Nullstelle), d.h. ein ontischer Ort einer Zahl. Im ersten Fall liegt also Reduktion von kategorialer ontischer Freiheit vor, im zweiten Fall dagegen Produktion von kategorialer ontischer Freiheit. Obwohl beide Codomänen-Zahlenfelder in den entsprechenden Abbildungen redukt sind, sind sie relativ zu ihrer topologischen Abgeschlossenheit konträr. Als Bild für den ersten Fall kann man die Einsperrung, als Bild für den zweiten Fall die Freilassung nehmen.

Literatur

Toth, Alfred, Gerichtete Ränder bei Adjazenz, Subjazenz und Transjazenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Multiple Indizierung

1. Dass sich der Index unter den übrigen 8 Peirceschen Subzeichen absonderlich verhält, wurde bereits in mehreren Studien festgestellt. Seine zwei wichtigsten Besonderheiten sind: 1. Er passt nicht in die Objektstrichotomie, denn mengentheoretisch führt kein Weg vom Icon über den Index zum Symbol, wohl aber vom Icon zum Symbol und zurück (Toth 2010a). 2. Der Index tritt in zwei (mereo-)topologisch verschiedenen Formen auf, nämlich tangential und nicht-tangential (Toth 2010b). In der vorliegenden Arbeit, die letztlich auf meine jahrzehntelange Zusammenarbeit mit meinem verewigten Vorgesetzten Prof. Dr. Th. Ebneter (1923-2003) zurückgeht, geht es ergänzend um eine Eigenheit, die Indizes offenbar nur in sprachlichen Zeichensystemen haben können, nämlich ihre multiple Determination. Im folgenden steht rätor. für Rätoromanisch, walserdt. für Walserdeutsch, schwzdt. für Scheizerdeutsch, wobei alle Beispiele hier aus meiner St. Gallischen Heimatmundart stammen. Die vorliegende Arbeit ist selbstverständlich ein sehr kurzer Abriss (einer nie veröffentlichten linguistischen Studie).

2. Simpliziale Indizierung

Das Schwzdt. unterscheidet sich von der dt. Schriftsprache im Hinblick auf Ortsadverbien v.a. dadurch, dass es nur 2fache statt einer 3fachen lokalen Deixis aufweist (Berndt. und einige weitere Dialekte ausgenommen):

Dt.	Ich bin hier.	Schwzdt.	I bi doo.
Dt.	Du bist da.	Schwzdt.	Du bisch döt.
Dt.	Er ist dort.	Schwzdt.	Er isch döt(e).

Ferner sind für Inessiv und Illativ die altertümlichen Formen „z“ (= mhd. ze) „in“ und uf (wörtl. auf) „nach“ bewahrt. Ein besonderer Elativ fehlt:

Dt.	Ich bin in Zürich.	Schwzdt.	I bin z Züri [ts-tsüri].
Dt.	Ich gehe nach Zürich.	Schwzdt.	I gang uf Züri.
Dt.	Ich komme von Zürich.	Schwzdt.	I chome fo Züri.

3. Dupliziale Indizierung

Das Walserdeutsche nimmt insofern eine Sonderstellung unter sämtlichen dt. Mundarten auf, als seine Ortspräpositionen eine Art von „direktionaler Flexion“ besitzen, die anzeigt, ob die Bewegung vom Sprecher weg oder zu ihm hin erfolgt; vgl.

Dt.	Ich gehe auf den Berg hinauf.
Schwzdt.	I gang uf den Berg ufe.
Walserdt.	I gang (uf) de Berg ufi.
Dt.	Ich komme vom Berg herunter.
Schwzdt.	I chome vom Berg abe.
Walserdt.	I chum vom Berg ahe.

Während wir also im Schzdt. den Typus

hin-PRÄP.

her-PRÄP.

mit Prädetermination der Präposition haben, haben wir im Walserdt. den Typus

PRÄP.-i

PRÄP.-e

mit Postdetermination der Präposition. Die schzdt. Endung –e (ab-e, uf-e, för-e, hinder-e, usw.) ist also ein Zusammenfallsprodukt einer Opposition –i : -e und stellt damit einen Determinationsverlust, da ihm ja die hochdt. hin- : her-Opposition fehlt.

Während die bisher betrachteten Beispiele duplizialer Indizierung „linear“ sind, insofern sie keine Abweichungen der Richtungen ausdrücken:

uf – ufe / auf – hinauf / uf –i

vom – abe/vom – herunter / vom –e,

gibt es jedoch gerade im Schwzdt. zahlreiche interessante Fälle, wo das vorliegt, was ich „nicht-lineare“ Indizierung nenne, vgl.

(1a) I gang uf Post ufe.

(1b) Ich gehe zur (*auf die) Post hinauf.

(2a) I gang uf Post abe.

(2b) Ich gehe zur (*auf die) Post hinunter.

In Sonderheit ist (2b) im Hochdt. ungrammatisch, da hier

uf – hinunter,

also eine antidirektionale Bewegung vorliegt.

Vgl. nun den Kontrast in den folgenden Sätzen

(3a) Stell die Vase döt übere / ane / here.

(3b) Stell diese Vase dort hinüber / (dort) hin / (dort hin).

Mit (3a) Stell die Vase döt here kann man also im Schwzdt. im Gegensatz zum Hochdt. ausdrücken, dass sich Sprecher und zu verschiebender Gegenstand nicht am selben Platz befinden (wie in Stell die Vaase döt ane). Man könnte also sagen, in diesen Fällen lägen zwei verschiedene Schauplätze vor.

Weitere interessante, wenn auch nicht nur dialektale dupliziale Kombinationen liegen in den folgenden Fällen vor:

(4a) Legg mer t Wösch nebezue/nebethere uf de Tisch/uf de Tisch nebezue/nebetane.

(4b) Lege mir die Wäsche *nebendran auf den Tisch/auf den Tisch nebendran.

Im Hochdt. Satz (4b) bedeutet die gestirnte Variante einfach, dass der Tisch neben der Wäsche steht, d.h. es liegt keine gekoppelte Indizierung vor. Dagegen betrachte man die Komplexität in (4a): Legg mer t Wösch nebezue auf de Tisch bedeutet, dass die Wäsche bereits neben etwas (z.B. der Waschmaschine) steht, während nebethere uf de Tisch eine gekoppelte Indizierung darstellt. Dagegen bedeutet Legg mer t Wösch uf de Tisch nebezue dasselbe wie die gestirnte Variante in (4b), während Legg mer t Wösch uf de Tisch nebetane wieder eine gekoppelte Indizierung ist. Besonders achte man dabei auf den Kontrast nebethere : nebetane, denn in vielen Fällen ist dieser neutralisiert:

Chomm do here / ane.

Bring mer das Buch do here / ane.

Stell mer das Buch döt here/ane.

Dupliziale, tripliziale und sogar höherwertige Kombinationen von Orts- und Richtungsadverien, wodurch sich praktisch „Wanderrouten" mit fast beliebig nicht-linearen Kombinationen von Indizierungen ergeben, finden wir im Rätor. (vgl. Ebneter 1994). Aus dem Vazischen Wörterbuch von Ebneter (1981) vgl. z.B.

sotaint = hinunter + hinein

sot or = hinunter + hinaus (ir sur oin or = jn. überfahren)

sotansoi = hinter + hinauf (antidir.)

sotvoi = unten + durch / unterhalb + hindurch

suraint = oberhalb taleinwärts

suranscheu = von oben hinunter, wa sowohl „herab" als auch „darüber" heissen kann (Ebneter 1981, S. 389)

suravoi = oben durch

„hinaufgehen" kann im Vazischen u.a. heissen (Ebneter 1981, S. 542):

oir soi „hinauf"

oir voassoi „hin + hinauf"

oir siseura „auf – hinauf"

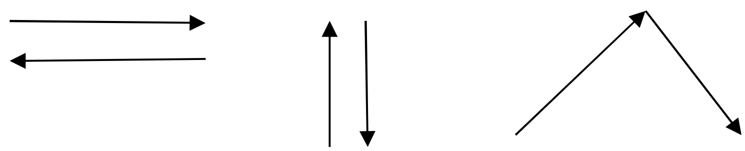
oir soiassoi „auf und auf/hinauf und hinauf"

oir aintassoi „hinauf- und einwärts gehen"

oir soiadaintqua „hinauf + hinein + hinaus"

4. Was lernen wir aus diesen linguistischen Daten für die allgemeine Semiotik? Wenn wir die hier behandelten Haupttypen versuchen graphisch darzustellen, bekommen wir:

4.1. Antidirektionale Indizierung



„hin und her"   „auf und ab"   „aufwärts und abwärts"

4.2. Multireferentiale Indizierung

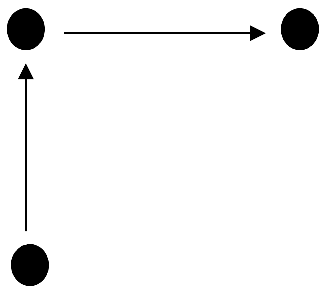
„döt here"   "doo ane"

„doo here"   "döt ane"

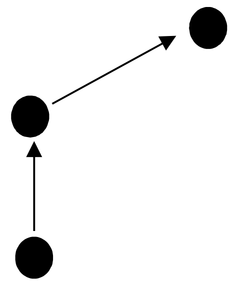
4.3. Gekoppelte Indizierung

uf – ufe   uf – abe (*auf – hinunter)

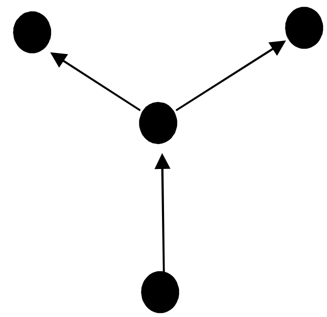
4.4. Nicht-lineare Indizierung



„hinauf + hinaus“
hinaus“
soiadaintqua)



„hinauf + taleinwärts“/
„hinauf + talauswärts “



„hinauf + hinein +
hinaus“ (=

Abschliessend dürfen wir feststellen, dass von den drei semiotischen Obejktbezügen nur der Index (2.2) dieser geometrischen Variationen fähig ist, denn das Icon (2.1) ist eine mehr oder minder genaue Abbildung und das Symbol (2.3) einfach eine Kernabbildung.

Literatur

Ebneter, Thedor, Wörterbuch des Romanischen von Obervaz, Lenzerheide, Valbella. Tübingen 1981

Ebneter, Theodor, Syntax des gesprochenen Rätoromanischen. Tübingen 1994

Toth, Alfred, 4 Indizes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

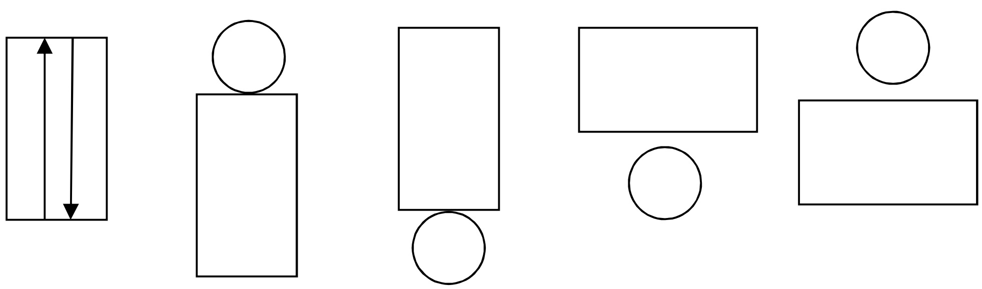
Toth, Alfred, Tangentiale und nicht-tangentiale Indizes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Für eine Wegtopologie

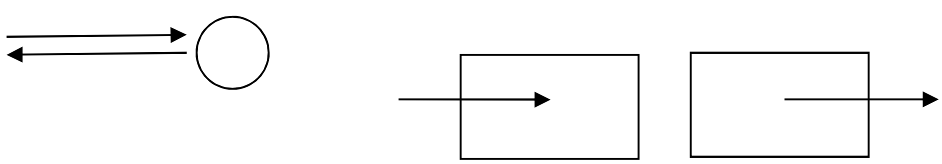
1. Bekanntlich ist die „gewöhnkliche“ mathematische Topologie eine Punkt-Topologie, da die Elemente der Mengen als Punkte aufgefasst werden. Daneben gibt es seit wenigen Jahrzehnten die Mereo-Topologie, die ihren Namen den Regionen verdankt, welche die Basis dieser v.a. für die Ontologie genutzten Topologie ausmachen. Zwischen Punkt und Fläche liegt aber die Strecke oder der Weg, und auch wenn die Graphentheorie im Grunde als eine „Wegtopologie“ aufgefasst werden könnte, so ist bisher im Gegensatz zu den beiden erwähnten und heute etablierten Topologien hierzu noch keinerlei Vorarbeit geleitstet worden. Ich muss mich in dieser Arbeit daher ebenfalls auf eine kurze Präsentation beschränken.

2. Zur linguistischen Topologie gehören alle Teildsiziplinen, die im weitesten Sinne mit räumlicher Ausrichtung („spatial orientation“, vgl. Pick/Acredolo 1983) zusammenhängen. Als vorläufige Veranschaulichung dienen die folgenden Bilder:

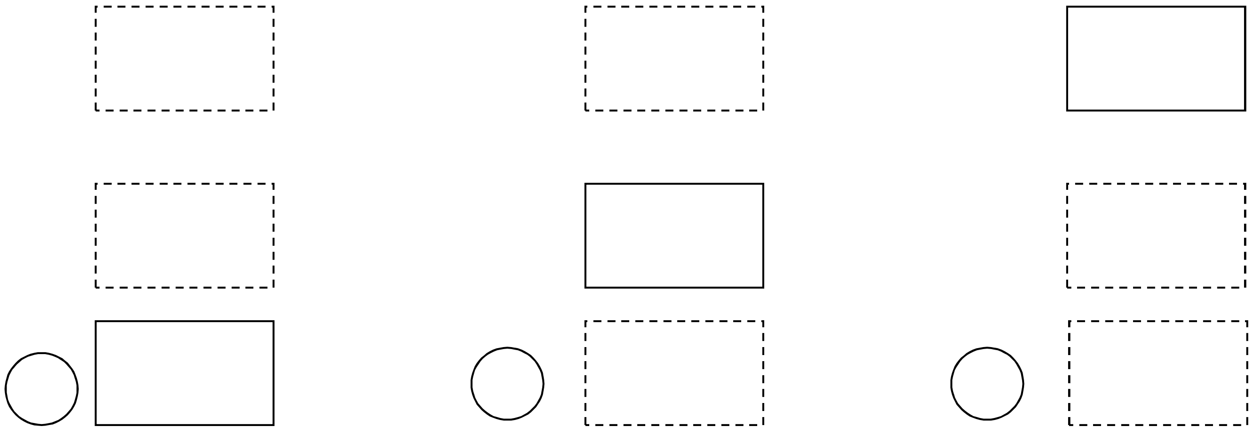
1. auf/ab   2. oben/unten   3. vorne/hinten



3. hinüber/herüber   4. hinein/hinaus



5. hier/da/dort



3. Von den Exotensprachen abgesehen, wo teilweise ganz andere als die uns bekannten räumlichen Orientierungen herrschen, weist, wie v.a. Ebneter (1982, 1984) systematisch nachgewiesen hat, das Bündnerromanische ein enorm komplexes und im Dt. kaum mehr nachvollziehbares System von Orts- und Richtungsadverbien (sowie Präpositionen) auf. Ich gebe hier die originale Übersicht aus den in der Festschrift Ebneter neu abgedruckten Aufsätzen (Ebneter 1993, S. 157 ff., 179 ff.):

Distanz/Standortangabe an zweiter Stelle	**Distanz/Standortangabe an erster Stelle**
(1) { *voi* / *na* / *aint* / *or* / *soi* / *scheu* } + { *cui* / *qua* } „hier“	(2) { *qua* } + { *voi* / *aint* / *or* / *soi* / *scheu* }
	(3) *chi* + *voi, na, aint, or, soi, scheu*

(4) $\left\{\begin{array}{l} \textit{voi} \\ \textit{aint} \\ \textit{or} \\ \textit{soi} \\ \textit{scheu} \end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{l} \textit{(tscha)} \\ \textit{là} \end{array}\right\}$

(5) $\{\textit{là}\} + \left\{\begin{array}{l} \textit{voi} \\ \textit{aint} \\ \textit{or} \\ \textit{soi} \\ \textit{scheu} \end{array}\right\}$

(6) *li* + *aint*

Kombinationen der Hauptdimensionen nach dem Gesamtschema sind:

1 + 2	***chivoi, chind***
1 + 3 und 1 + 5	**schließen sich wegen Synonymie aus.**
1 + 4	***chiaint, chior; chissoi, chischeu***
1 + 6	**inakzeptabel.**
1 + 2 + 4 und 1 + 2 + 6	**inakzeptabel.**

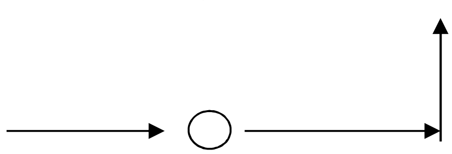
Unter diesem iconischen Abbildungen für Wegtopologien möchte ich besonders hervorheben:

voicuiadaint, wörtl. „hinüber-hier-und-hinein“ = „von hier aus hinüber und taleinwärts“

voadacuiaint, wörtl. „hinüber-von hier-hinein“

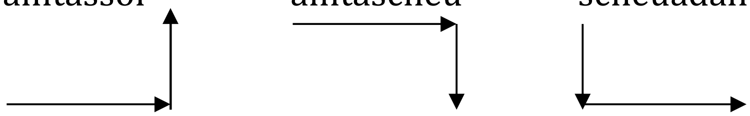
Im ersten Fall erfolgt die Positionierung des „hier“ nach dem „hinüber“, mim zweiten Fall ist es umgekehrt. Dies lässt sich im Dt. nicht nachahmen.

voacuiadaintassoi, wörtl. „hinüber-hier-und-hinein-hinauf“. Das könnte man etwa wie folgt mit Hilfe von Pfeilen darstellen:



Bemerkenswert ist also, dass das „hinein-hinauf“ eine im Dt. ebenfalls unmögliche doppelte Direktionsangabe ist, d.h. es liegt ein zusammengesetzter Vektor vor, der die Richtung ändert. Zu dieser Subgruppe gehören von von Ebneter als „4 + 4“ bezeichneten Kombinationen:

aintassoi aintascheu scheuadaint

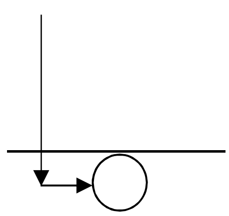


Besonders bemerkenswert ist, dass zweimalige Richtungsangabe auch solche Wegtopologien bezeichnet, wo sich die Richtung des Weges nicht ändert und wo vielmehr der lange Weg des „Hinunter“ durch Verdoppelung bezeichnet wird (im Dt. etwa „hinunter, und dann nochmals/immer weiter hinunter“):

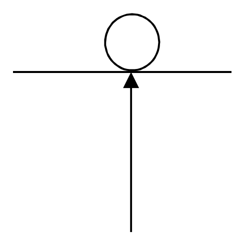
scheuascheu

Wegtopologisch ist also  ≠  .

Vgl. ferner schusot „hinunter-unten“, etwa „nach unten-drunter“:



vgl. siseura „oben hinauf“:



Im ersten Fall liegt also im Gegensatz zu den oben besprochenen Fällen keine explizite, sondern eine implizite Vektoränderung der Wegtopologie vor.

Eine im Anschluss an die Punkt- und Regionaltopologie zu erstellende Formalisierung der Wegtopologie ist ein Desiderat.

Literatur

Ebneter, Theodor, Strukturen und Realitäten. Hrsg. von Alfred Toth. Tübingen 1993

Pick, Herbert L./Linda P. Acredolo, Spatial Orientation. New York 1983

Zur Mereotopologie des semiotischen Objektbezugs

1. Bereits auf Peirce geht die basale mengentheoretische Charakteristik des semiotischen Objektbezugs mittels dessen zurück, was wir heute Venn-Diagramme nennen. Danach ist ein Icon (2.1) ein Zeichen, dessen Schnitt mit der Merkmalsmenge seines Objektes nicht leer ist, d.h.

$M(2.1) \cap M(\Omega) \neq \emptyset$,

wogegen das Symbol ein Zeichen ist, das mit seinem Objekt keinerlei Gemeinsamkeiten aufweist, d.h.

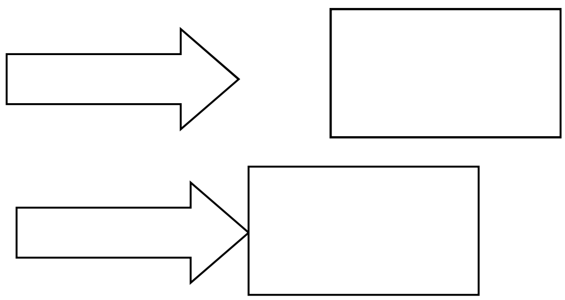
$M(2.3) \cap M(\Omega) = \emptyset$.

Bereits die Definition des Index (2.2) mithilfe der klassischen Mengentheorie stellt jedoch ein Problem dar, denn im Gegensatz zu Icon und Symbol verweist der Index auf sein Objekt, er zeigt es an, aber dadurch werden die Merkmalsmengen des indexikalischen Zeichens und seines Objektes nicht berührt. Bei Zellmer (1982) findet man deshalb einen Versuch mit zusammengebastelten Merkmalsmatritzen, wobei die relative Lage der Einträge der Matrize eine metrische Topologie etablieren soll (!).

2. Eine hier vorzuschlagende Präzisierung erreichen wir durch die neure mathematische Disziplin der Teil-Ganzes-Lehre (Mereotopologie). Die 5 Basisrelationen zwischen 2 Mengen sind (Cohn/Varzi 2003):

$IP_\tau(x, y) =_{df} P_\tau(x, y) \wedge \neg TP_\tau(x, y)$		x is an interior τ-part of y
$BP_\tau(x, y) =_{df} \forall z(P_\tau(z, x) \rightarrow TP_\tau(z, y))$		x is a boundary τ-part of y
$PO_\tau(x, y) =_{df} O_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(y, x)$		x properly τ-overlaps y
$TO_\tau(x, y) =_{df} \exists z(TP_\tau(z, x) \wedge TP_\tau(z, y))$		x tangentially τ-overlaps y
$IO_\tau(x, y) =_{df} \exists z(IP_\tau(z, x) \wedge IP_\tau(z, y))$		x internally τ-overlaps y
$BO_\tau(x, y) =_{df} O_\tau(x, y) \wedge \neg IO_\tau(x, y)$		x boundary τ-overlaps y

Hier wird also das innere einer Menge und ihr Rand unterschieden, ferner gibt es die Möglichkeit, dass zwei Mengen durch einen Tangentialpunkt zusammenhängen. Wie man leicht erkennt, ist bei Zeichen und ihren Objekten lediglich der eine Fall des „proper overlapping", d.h. der vollständigen Kongruenz, ausgeschlossen, da in diesem Fall Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar wären. Interne Überlappung liegt bei natürlichen Zeichen vor; so kann man z.B. eine Eisblume als „Teil“ (genauer: Funktion) des Klimas, das sie entstehen lässt, auffassen. Von besonderem Interesse zur ja noch anstehenden semiotischen Präzisierung des Index ist die „boundary τ-part-Relation“, welche es uns ermöglicht, sozusagen die von der klassischen Mengenlehre ausgelassene „Zwischenstufe“ zwischen Icon und Symbol, d.h. zwischen $M(2.1) \cap M(\Omega) \neq \emptyset$ und $M(2.3) \cap M(\Omega) = \emptyset$, überhaupt zu erfassen, denn wie bereits in früheren Arbeiten von mir aufgezeigt, gibt es zwei fundamental differente Arten von Indizes (2.2):



Im ersten Fall ist nämlich z = 0 im Ausdruck $BP_\tau(x, y) := \forall z(P_\tau(x, y) \wedge \neg TP_\tau(x, y)$, d.h. hier gibt es kein tangentiale Berührung des Index mit seinem Objekt (Beispiel: Wegweiser und andere Verkehrszeichen). Im zweiten Fall dagegen teilen sich Index und Objekt in 1 Punkt (Beispiel: Zufahrtstrassen, Kanalisation, Rohrpost, usw.). Diesen Unterschied können wir mit Hilfe des Merkmalsoperators also wie folgt festhalten:

1. $M(2.2) \cap M(\Omega) = \emptyset$

2. $M(2.2) \cap (\Omega) \neq \emptyset$

Wie man aber sogleich erkennt, ist der Term „$\neq \emptyset$“ bei Indizes wiederum mehrdeutig, denn neben dem „symbolischen“ Fall des Index (1. $M(2.2) \cap M(\Omega) = \emptyset$) kann auch der „iconische“ Fall auftreten (2. $M(2.2) \cap (\Omega) \neq \emptyset$), z.B. bei Autokennzeichen, Hausnummernschildern, Uniformen usw. (Im Gegensatz zu einem von seinem Objekt, d.h. dem Auto, abgelösten Kennzeichen, das ja wegen seiner alphanumerischen Kodierung eindeutig identifizierbar ist, ist eine Hausnummer, die nicht an der Wand ihres zugehörigen Hauses angebracht ist, sinnlos, hat als semiotisches Objekt also keine Funktion). D.h. also, der Fall 2 kann wie folgt merkmalstheoretisch erfasst werden:

2.a $M(2.2) \cap (\Omega) \geq 0$,

wobei der Grenzfall

2.b 2. $M(2.2) \cap (\Omega) = 1$

die tangentiale Überlappung darstellt.

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390. Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Zellmer, Siegfried, Zum mathematischen Zusammenhang zwischen Ikonizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14

Wortinhalt und Mereotopologie

1. Wie ich in einer langen Reihe von Arbeiten gezeigt habe (vgl. im „Electronic Journal for Mathematical Semiotics“), ist das Studium des Wortinhaltes (vgl. Leisi 1953) von erstaunlicher Ergiebigkeit für die verbale Semiotik. Im vorliegenden Aufsatz soll es darum gehen, die Teil-Ganzes-Relationen, wie sie zwischen zwei nicht-leeren Mengen bestehen können (vgl. z.B. Cohn/Varzi 2003), anhand des Inhaltes v.a. deutscher Wörter aufzuweisen. Es dürfte klar sein, dass aus der riesigen Fülle des Materials hier nicht viel mehr als einige Hinweise gegeben werden können.

2. Die folgenden Bilder zeigen die drei Basisrelationen zweier Mengen in Bezug auf Offenheit (linienlos) und Abgeschlossenheit (ausgezogen):

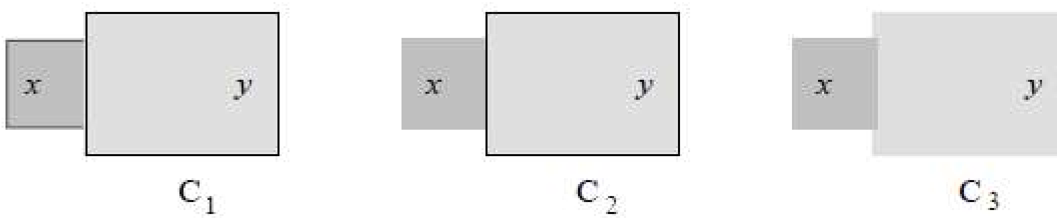


Figure 1: The three C relations (limit cases); a solid line indicates closure.

Hierfür gelten folgende Gesetze:

$$
\begin{array}{ll}
\text{(A0)} & \varnothing = c(\varnothing) \\
\text{(A1)} & x \subseteq c(x) \\
\text{(A2)} & c(c(x)) \subseteq c(x) \\
\text{(A3)} & c(x) \cup c(y) = c(x \cup y)
\end{array}
$$

Beispiele für Bild 1: Anbau, Balkon, Veranda. D.h. das, was angebaut ist sowohl als das, woran es angebaut ist, sind abgeschlossen. Beispiel für Bild 2: Vorplatz. D.h. das, was vor-liegt, ist nicht abgeschlossen, aber das, wo-vor es liegt, ist abgeschlossen. Beispiel für Bild 3: Lichtung. D.h., sowohl diese als der angrenzende Wald sind nicht abgeschlossen.

3. Die nachstehenden Bilder aus Varzi (2007) zeigen die vier Basisrelationen zweier Mengen imn Bezug auf die Lage und Art ihrer Berührung, wobei das

Berührende hier immer offen ist. Wir wollen jedoch, wie schon oben, versuchen, Beispiele für Kombinationen von Offenheit und Abgeschlossenheit beizubringen.

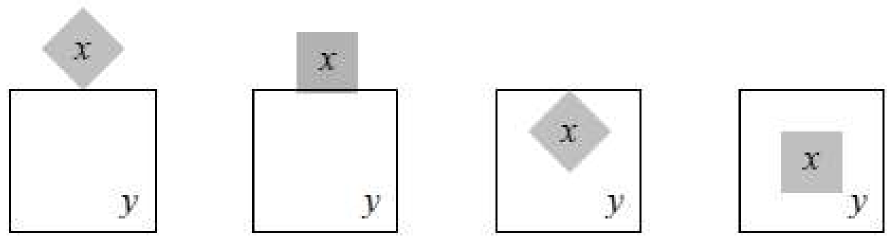
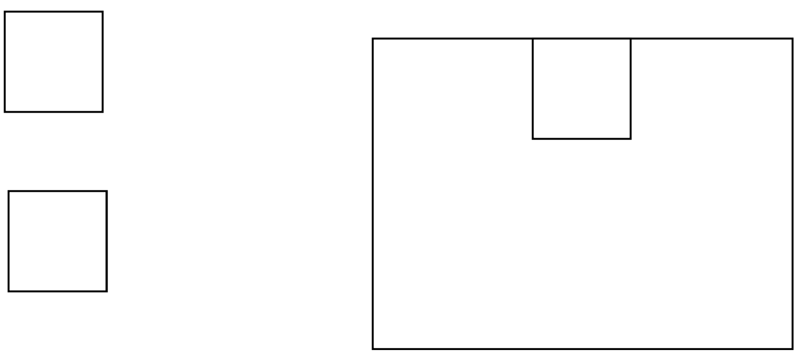


Figure 1.16. Four patterns of external connection, from weakest to strongest.

Beispiele für Bild 1: Haarfön (im Gegensatz z.B. zu Trockenhaube). Bild 2: Vorplatz i.G. zu Terrasse (s.o.). Bild 3: Dampfkochtopf. Bild 4: Flaschenpost, Rohrpost.

Weitere Relationen:



Beispiele für Bild 5 (oben links): pfeifen, rufen (d.h. berührungslose Deixis). Beispiele für Bild 6: Entrée, Vestibül, Eingangshalle, Atrium, usw.

Literatur

Cohn, A.G./Varzi, A.C., Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390

Leisi, Ernst, Der Wortinhalt. Heidelberg 1953

Varzi, Achille C, Spatial Reasoning and Ontology. In: Aiello, Marco et al., Handbook of Spatial Logic. Berlin 2007, S. 945-1938

Mereotopologische Relationen in der Semiotik

1. Nach dem System von Cohn und Varzi (2003, S. 7 f.) werden 29 mereotopologische Relationen unterschieden. Wir beschränken uns bei dieser ersten Anwendung für die Semiotik darauf, möglichst sinnfällige Beispiele aus verschiedenen semiotischen Teilgebieten beizubringen.

2. Die 29 mereotopologischen Relationen

2.1. Die 5 basalen Relationen

$O_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$\exists z(P_\tau(z, x) \wedge P_\tau(z, y))$	x τ-overlaps y
$A_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$C_\tau(x, y) \wedge \neg O_\tau(x, y)$	x τ-abuts y
$E_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge P_\tau(y, x)$	x τ-equals y
$PP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(y, x)$	x is a proper τ-part of y
$TP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge \exists z(A_\tau(z, x) \wedge A_\tau(z, y))$	x is a tangential τ-part of y

2.1.1. Überlappung: Dt. „Wald“ überlappt sowohl frz. „forêt“ wie „bois“.

2.1.2. Angrenzung: Frz. „forêt“ und „bois“ grenzen einander an.

2.1.3. Gleichheit: Synonymie.

2.1.4. Echter Teil: „Nadelbaum“ ist echter Teil von „Wald“.

2.1.5. Wortinhalt von dt. „stechen“, wonach eine Nadel an genau einem Punkt die Haut penetriert.

2.2. Die 24 komplexen Relationen

$IP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$P_\tau(x, y) \wedge \neg TP_\tau(x, y)$	x is an interior τ-part of y
$BP_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$\forall z(P_\tau(z, x) \rightarrow TP_\tau(z, y))$	x is a boundary τ-part of y
$PO_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$O_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(x, y) \wedge \neg P_\tau(y, x)$	x properly τ-overlaps y
$TO_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$\exists z(TP_\tau(z, x) \wedge TP_\tau(z, y))$	x tangentially τ-overlaps y
$IO_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$\exists z(IP_\tau(z, x) \wedge IP_\tau(z, y))$	x internally τ-overlaps y
$BO_\tau(x, y)$	$=_{df}$	$O_\tau(x, y) \wedge \neg IO_\tau(x, y)$	x boundary τ-overlaps y

$\pi_\tau x\,\phi$	$=_{df}\ \sigma_\tau z\ \forall x\,(\phi \to \mathrm{P}_\tau(z, x))$	τ-product of ϕers
$x +_\tau y$	$=_{df}\ \sigma_\tau z\ (\mathrm{P}_\tau(z, x) \vee \mathrm{P}_\tau(z, y))$	τ-sum of x and y
$x \times_\tau y$	$=_{df}\ \sigma_\tau z\ (\mathrm{P}_\tau(z, x) \wedge \mathrm{P}_\tau(z, y))$	τ-product of x and y
$x -_\tau y$	$=_{df}\ \sigma_\tau z\ (\mathrm{P}_\tau(z, x) \wedge \neg\mathrm{O}_\tau(z, y))$	τ-difference of x and y
$\mathrm{k}_\tau(x)$	$=_{df}\ \sigma_\tau z\ \neg\mathrm{O}_\tau(z, x)$	τ-complement of x
$\mathrm{i}_\tau(x)$	$=_{df}\ \sigma_\tau z\ \mathrm{IP}_\tau(z, x)$	τ-interior of x
$\mathrm{e}_\tau(x)$	$=_{df}\ \mathrm{i}_\tau(\mathrm{k}_\tau(x))$	τ-exterior of x
$\mathrm{c}_\tau(x)$	$=_{df}\ \mathrm{k}_\tau(\mathrm{e}_\tau(x))$	τ-closure of x
$\mathrm{b}_\tau(x)$	$=_{df}\ \mathrm{c}_\tau(x) -_\tau \mathrm{i}_\tau(x)$	τ-boundary of x
U_τ	$=_{df}\ \sigma_\tau z\ \mathrm{O}_\tau(z, z)$	τ-universe
$\mathrm{Bd}_\tau(x)$	$=_{df}\ \exists y \mathrm{BP}_\tau(x, y)$	x is a τ-boundary
$\mathrm{Rg}_\tau(x)$	$=_{df}\ \exists y \mathrm{IP}_\tau(y, x)$	x is a τ-region
$\mathrm{Op}_\tau(x)$	$=_{df}\ \mathrm{E}_\tau(x, \mathrm{i}_\tau(x))$	x is τ-open
$\mathrm{Cl}_\tau(x)$	$=_{df}\ \mathrm{E}_\tau(x, \mathrm{c}_\tau(x))$	x is τ-closed
$\mathrm{Re}_\tau(x)$	$=_{df}\ \mathrm{E}_\tau(\mathrm{i}_\tau(x), \mathrm{i}_\tau(\mathrm{c}_\tau(x)))$	x is τ-regular
$\mathrm{Cn}_\tau(x)$	$=_{df}\ \forall y \forall z(\mathrm{E}_\tau(x, y +_\tau z) \to \mathrm{C}_\tau(y, z))$	x is τ-connected
$\mathrm{CP}_\tau(x, y)$	$=_{df}\ \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \mathrm{Cn}_\tau(x)$	x is a τ-connected part of y

2.2.1. Innerer Teil: „Emmentaler“ ist innerer Teil von „Käse“

2.2.2. Grenze: „Käse“ ist Grenze von „Emmentaler“, „Tilsiter“, „Brie“, usw.

2.2.3. Echte Überlappung: „Behältnis“ ist echte Überlappung von „Glas“, „Krug“, „Humpen“, ..., „Flasche“, „Kanister“, „Fass“, ...

2.2.4. Tangentiale Überlappung: „Hahn“ und „Mann“ überlappen sich tangential im einen Sem [+ männlich].

2.2.5. Interne Überlappung: „Bruder“ und „Schwester“ in Bezug auf „die gleichen Eltern habend“.

2.2.6. Grenz-Überlappung: Der Wortinhalt von „angrenzen“.

2.2.7. ???

2.2.8. Summe von x und y: Bruder + Schwester = Kinder

2.2.9. Produkt von x und y: x = Vater/Mutter, y = Mutter/Vater, Produkt = Kind

2.2.10. Differenz von x und y: Eltern diff Mutter = Vater, Eltern diff Vater = Mutter

2.2.11. Komplement von x: complVater = Mutter, complMutter = Vater

2.2.12.Inneres von x: x ohne Rand

2.2.13. Äusseres von x: Das Nicht-Innere (z.B. Rand, Komplement) von x

2.2.14. Closure von x: x vereinigt mit ihrem Rand

2.2.15. Grenze von x: Der Rand von x

2.2.16. Universum: Die Menge aller Selbstüberlappungen

Die übrigen Fälle sind blosse Existenznachweise und als solche trivial.

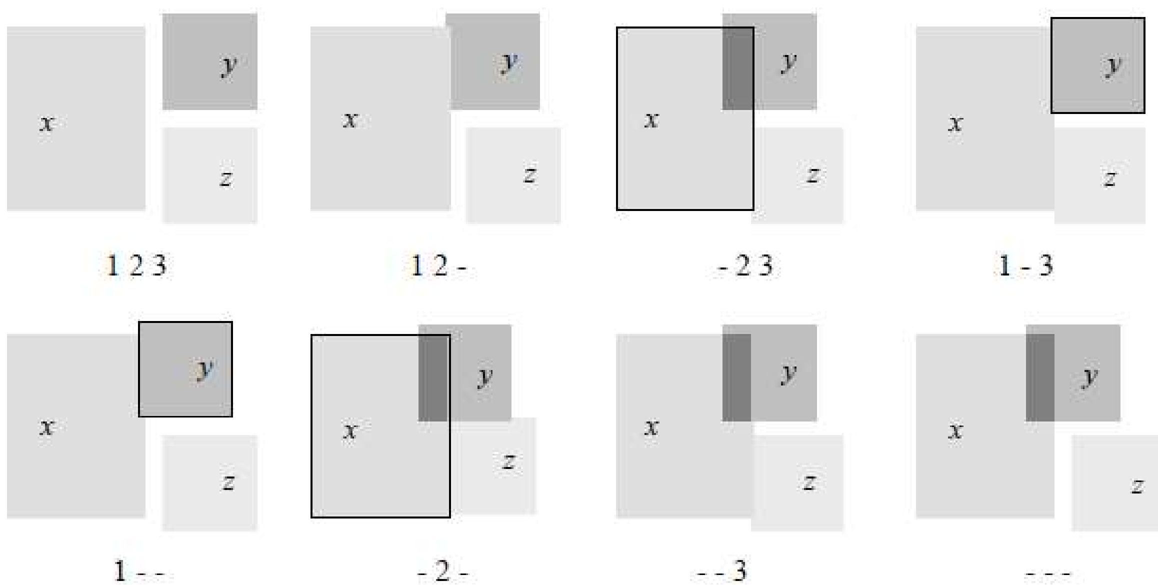
Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390. Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Zur Mereotopologie von Tripel-Mengen

1. Bislang hatten wir lediglich die Relationen zweier Mengen mereotopologisch untersucht; dies empfiehlt sich vor allem beim Verhältnis des Zeichens zu seinem Objekt oder bei semiotischen Objekten im Verhältnis des Zeichens- zum Objektanteil bzw. umgekehrt. Nun gibt es aber unter den Objekten sowie semiotischen Objekten auch Fälle, wo drei Gegenstände notwendig oder optional zusammenkommen. Während z.B. die Paarobjekte „Achse" und „Rad" keines Dritten bedürfen, treten Messer, Gabel und Löffel immer tripelweise auf. Es ist allerdings in diesen Tripel-Fällen nicht immer einfach, geeignete Beispiele randloser und berandeter Objekte zu finden. Obwohl in den folgenden 8 Bildern aus Cohn/Varzi (2003, S. 14) darin unterschieden wird, müssen wir uns hier vorerst auf berandete Objekte beschränken.

2. Es gibt folgende 8 Basistypen von Tripel-Objekten, die berandet oder unberandet auftreten können:



Ad 1: Jede beliebige Juxtaposition dreier Objekte, z.B. x = Teller, y = Trinkglas, z = Eierbecher.

Ad 2: Z.B. x = Messer, y = Gabel, z= Dessertlöffel

Ad 3: x = Ei, y = Eierbecher, z = Löffel (das Ei befindet sich im Eierbecher)

Ad 4: siehe Ad 2.

Ad 5: Siehe Ad 3.

Ad 6: x, y = Bestimmte Arten von Frucht-Eis, die in der eigenen Schale serviet werden, die teilweise essbar ist („Banana-Boat“), z = Glas Kirsch (optional zum Aromatisieren)

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390. Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Zur mereotopologischen Struktur von Partitiva und Privativa

1. Innerhalb der Wortinhaltsforschung nehmen Partitiva und Privativa eine besondere Stellung ein, denn sie sind Hypostasierungen: Henkel, Schubladen und Deckel treten normalerweise nicht selbständig auf, und das Wesentliche bei den Partitiva ist die *Abwesenheit* von Substanz. Eine Untersuchung dieser beiden Typen von Wortinhalten mit Hilfe der Mereotopolgie drängt sich also quasi auf. Dazu gehen wir wieder von den folgenden 12 Basistypen aus, die Varzi (2003, S. 23) unterschieden hat:

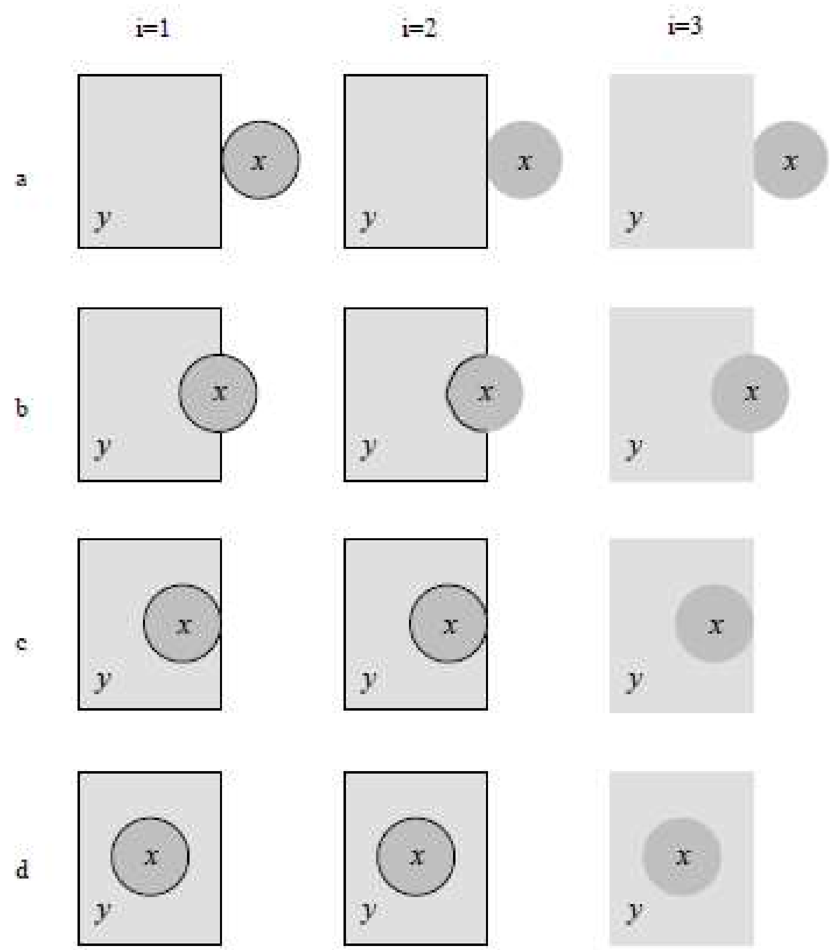


Figure 7. Connection relations of increasing strength (limit cases): four main patterns for each basic type of connection illustrated in Section 3.

2.1. Partitiva (Leisi 1953, S. 35 f.)

a1: Lippe, Auge

a2/a3: Haar, Flaum

b1: Berg, Nase, Arm, Bein, Fuss, Finger, Zehe, Horn, Ast, Zweig, Blatt

b2: Schlitz, Spalte

b3: Wunde

c1: Wange, Schläfe, Hüfte, Lende, Stirne , Sohle, Schulter

c2/c3: Geschwür, Tumor, Zyste, Myom

d1: Herz, Leber, Niere, Galle, Milz

d2/d3: Vazillen, Viren

2.2. Privativa (Leisi 1953, S. 37f.)

Per definitionem kommen nur b, c und d vor. Ferner ist die Abwesenheit von Substanz im Gegensatz zum Ort, worin/woran sie sich befindet, natürlich stets randlos. Daraus folgt, dass wir von den obigen mereotopologischen Typen nur b/c/d2 unterscheiden können.

b2: Schlitz, Spalte, Wunde, Ritze, Sprung

c2: Tunnel, Schacht, Stollen

d2: Nichts, Raum, Loch, Öffnung

Bei „Nichts" kommt es darauf an, ob man es als „das, was keine Grenzen hat" definiert oder ob man dem Nichts „Platzhalter" attestiert. Im ersteren Fall ist es mit Hilfe der Mereotopologie nicht darstellbar.

Literatur

Leisi, Ernst Der Wortinhalt. Heidelberg 1953

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390. Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Gibt es eine temporale Mereotopologie für die Semiotik?

1. Seit Minkowski auf die Idee gekommen war, die Zeit zu geometrisieren, hat es nicht an Ideen gefehlt, Temporalität durch die Mittel der Topologie zu behandeln. Einer der ersten Versuche einer topologischen Zeitlogik war die unveröffentlichte Dissertation von Schnell (1938), die zur Zeit, da Bense in Münster studierte, von seinem Lehrer Heinrich Scholz betreut wurde. Nun hatten wir in den letzten Arbeiten gezeigt, dass es weitgehend ohne Probleme möglich ist, die lokalen topologischen Ergebnisse der Mereotopologie auf die Semiotik zu übertragen. Allerdings hat man in der Semiotik keine Möglichkeit, die Zeit zu geometrisieren, da die lokale semiotische Mereotopologie offfensichtlich nicht auf Zeitabläufe in relationalen Triaden anwendbarist.

2. Wörter wie Kind, Knabe, Mädchen, Greis; Braut, Bräutigam; Sauser/ Federweisser, Primeur, Zwickel(bier); Märzenbräu, Maibock, Oktoberfestbier; Martini-Markt, Christkindlesmarkt; Fasenacht; Feiertage wie Ostern, Pfingsten, Erntedankfest, Heilig Abend, Weihnacht, Silvester, Neujahr, usw.; Tierbezeichnungen wie Kitz, Welpe, Lamm, Ferkel, Kalb (in bäuerlichen Sprachen z.B. gesondert nach 1-, 2- und 3-jährigen Schweinen), usw. zeigen, dass die Mittelbezüge dieser Zeichen eine Funktion nicht des Objektes (wie bei spatialen Zeichen), sondern eine Funktion des Interpretanten sind:

$M = f(I)$.

Wir setzen daher

$ZR = \langle M, O, I \rangle_t$

und erhalten so

$\wp_t(ZR) = \{\langle M, O, I\rangle, \langle M, I, O\rangle, \langle O, M, I\rangle, \langle O, I, M\rangle, \langle I, M, O\rangle, \langle I, O, M\rangle\}$.

Da nach Bense (1979, S. 53) das Zeichen als triadisch gestaffelte Relation eingeführt wird, haben wir schliesslich

$\langle M \subset O \subset I \rangle \quad = ZR_{[t1, t2, t3]}$

$\langle M \Subset I \supset O \rangle \quad = ZR_{[t1, t3, t2]}$

$\langle O \supset M \Subset I \rangle \quad = ZR_{[t2, t1, t3]}$

$<O \subset I \Supset M> \quad = ZR_{[t2, t3, t3]}$

$<I \Supset M \subset O> \quad = ZR_{[t3, t1, t2]}$

$<I \supset O \supset M>\} \quad = ZR_{[t3, t2, t1]}$.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten,Baden-Baden

Schnell, Karl, Eine Topologie der Zeit in logistischer Darstellung. Diss. phil. Münster 1938

Einfachste Gesetze einer Mereotopologie gerichteter Mengen

1. Wie in Toth (2009) gezeigt, kann man aus der Menge S = (1, 2, 3) der Primzeichen 48 gerichtete semiotische Relationen konstruieren:

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$

Wir wollen nun in Kürze die elementaren mereotopologischen Gesetze (vgl. z.B. Cohn und Varzi 2003) angeben, die für gerichtete Objekte gültig sind. Man beachte, dass man mit den der klassischen Mengenlehre nachgebildeten Operationen lediglich mit gleichgerichteten Objekten rechnen kann.

2. Closure-Gesetze

2.1	$\varnothing^{\rightarrow} = c(\varnothing^{\rightarrow})$	3.1	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
2.2	$\varnothing^{\rightarrow} \neq c(\varnothing^{\leftarrow})$	3.2	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$
2.3	$\varnothing^{\leftarrow} \neq c(\varnothing^{\rightarrow})$	3.3	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
2.4	$\varnothing^{\leftarrow} = c(\varnothing^{\leftarrow})$	3.4	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$

4.1	$x^{\rightarrow} \subseteq c(x^{\rightarrow})$	5.1	$c(x^{\rightarrow}) \cup c(y^{\rightarrow}) = c(x^{\rightarrow} \cup y^{\rightarrow})$
4.2	$x^{\rightarrow} \not\subset c(x^{\leftarrow})$	5.2	$c(x^{\rightarrow}) \cup c(y^{\leftarrow}) = c(x^{\rightarrow} \cup y^{\leftarrow})$
4.3	$x^{\leftarrow} \not\subset c(x^{\rightarrow})$	5.3	$c(x^{\leftarrow}) \cup c(y^{\rightarrow}) = c(x^{\leftarrow} \cup y^{\rightarrow})$
4.4	$x^{\leftarrow} \subseteq c(x^{\leftarrow})$	5.4	$c(x^{\leftarrow}) \cup c(y^{\leftarrow}) = c(x^{\leftarrow} \cup y^{\leftarrow})$

3. Äquivalenzen des Zusammenhangs

$C_1 (x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap y^{\leftarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\rightarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

$C_2 (x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

od. $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

$C_3 (x, y) \Leftrightarrow c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

4. Mereotopologische Basis-Definitionen

4.1. $O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) := \exists z(P(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge P(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := \exists z(P(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge P(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ Überlappung

4.2. $A(x, y) := C(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow})$

$A(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := C(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow})$ Angrenzung

4.3. $E(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$E(x, y) := P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ Gleichheit

4.4. $PP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ echter Teil

4.5. $TP(x, y) := P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \exists z^{\rightarrow}(A(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge A(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \exists z^{\leftarrow}(A(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge A(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ tangentialer Teil

Literatur

Cohn, Anthony G./Varzi, Achille C. Mereotopological connection. In: Journal of Philosophical Logic 32/4, 2003, S. 357-390.

Digitalisat: http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf

Toth, Alfred, Gerichtete semiotische Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Mengentheoretische Diagramme für semiotische mereo-topologische Relationen

1. Da die mereotopologischen Relationen Teil, echter Teil, Überlappung, externe Verbundenheit, tangentiale Verbundenheit und dessen Negation in der Mengentheorie entweder doppeldeutig sind oder gar nicht vorkommen, empiehlt es sich, unsere bisherigen Arbeiten zur semiotischen Mereotopologie sozusagen mit Hilfe von den mengentheoretischen Venn-Diagrammen nachempfundenen Schemata zusammenzufassen. Hierzu bedienen wir uns der Übersicht in Aurnague/Vieu/Borillo (1997, S. 7):

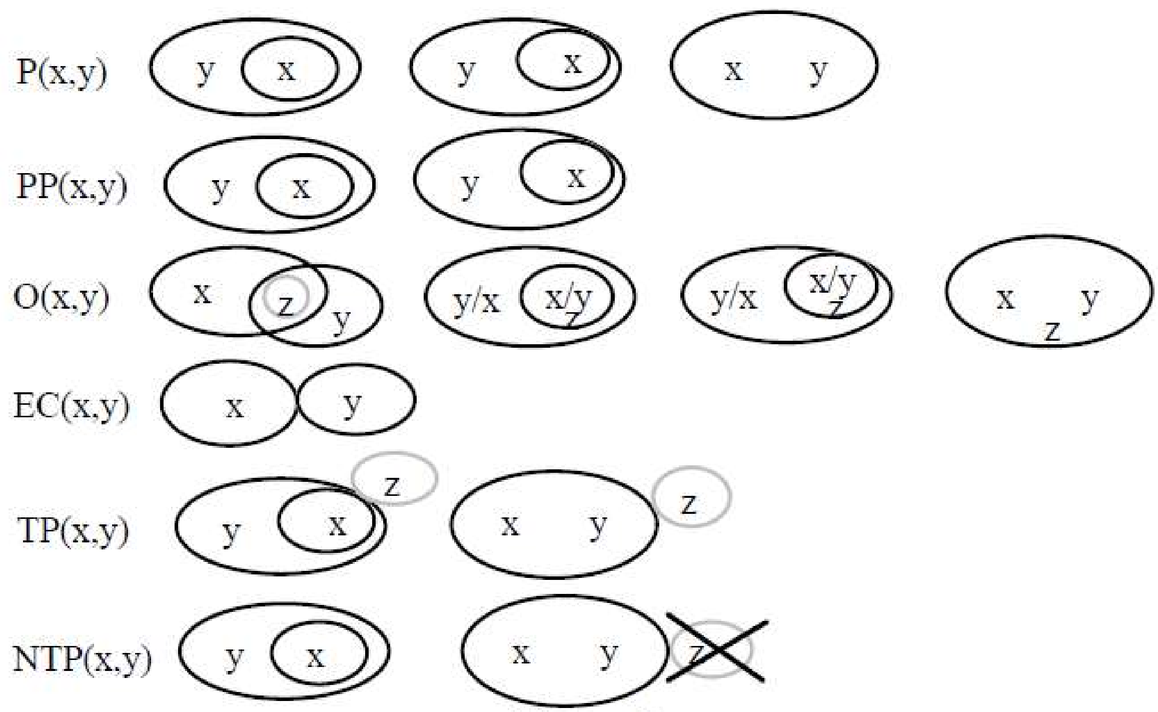


Figure 2

2. Ein Teil (P(x, y)) kann sich somit in einer Menge einer Menge oder einfach als Element in dieser befinden. Hier wird also der Unterschied zwischen Inklusion und Elementschaft aufgehoben. Ferner kann eine Teilmenge ihre Obermenge tangential berühren. Bei echter Teil-Relation ((PP(x, y)) scheidet die Elementschaft aus.

Bei der Überlappung ((PO(x, y)) gibt es im Gegensatz zum Schnitt sogar vier Möglichkeiten, und zwar neben der sich in der Schnittmenge zweier Mengen befindlichen dritten Menge kann diese einfach in der Teilmenge einer Menge enthalten sein. Für diese Variante kommen alle drei Parthood-Relation (PP(x, y)) in Frage.

Bei der von vielen Mereotopologen nicht unterschiedenen Relation „x est extérieurement connecté à y“ ((EC(x, y), Aurnague/Vieu/Borillo 1997, S. 7) liegt einfach tangentiale Berührung vor, allerdings darf sich keine der Mengen innerhalb der anderen befinden. Vgl. die nächste Relation TP(x, y).

Die an sich entbehrbare Relation NTP(x, y) dient einfach dem Ausschluss einer tangentialen Relation.

Literatur

Aurnague, Michel/Vieu, Laure/Borillo, Andrée, Eprésentation formelle des concepts spatiaux dans la langue. In: http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1003/1003.4894.pdf (1997)

Eine mereotopologische Darstellung der Peirceschen Zeichenklassen

1. Bekanntlich ist eine Zeichenklasse der Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

aus den Triaden (3. 2. 1.) und den Trichotomien (.a .b .c) zusammengesetzt. Auch wenn, wie Bense (1979, S. 53) gezeigt hat, das Inklusionsschema

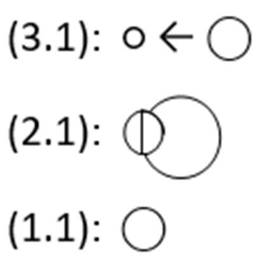
Zkl = ((3.a 2.b) 1.c)

lautet, so sind es doch ordnungstheoretisch unrestringierte Paare von Dyaden, die kategorietheoretisch zu Triaden komponiert werden (vgl. Walther 1979, S. 79):

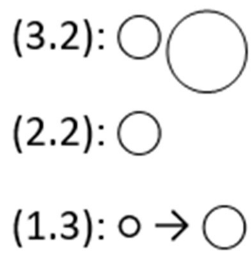
((3.a), (2.b)) ○ ((2.b), (1.c)).

2. Demzufolge kann man Zeichenklassen mereotopologisch als Schemata von Mengendiagrammen von drei Subzeichen charakterisieren. Eine Menge ohne Teile, d.h. eine selbstkonsistente Menge, sind dabei die identitiven Subzeichen (1.1), (2.2), (3.3). (1.2). $(1.2)^0$ = (2.1) sind überlappende Relationen, (1.3) = $(1.3)^0$ = (3.1) sind ∅-Relationen, und (2.3) = $(2.3)^0$ = (3.2) sind tangentiale Relationen.

Z.B. ist also die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.1) durch [∅, O, I] (zero, overlapping und tangential relation) charakterisiert. Visualisiert:



und die Zeichenklasse 3.2 2.2 1.3 durch [T, I, ∅]:



Zeichenklassen und ihre dualen Realitätsthematiken lasse sich also durch die drei mereotopologischen Relatinen ∅, I, T und O vollständig charakterisieren.

Literatur

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. 1979

Eine verkürzte mereotopologische Darstellung der Zeichenklassen

1. Anstatt von den triadischen Relationen auszugehen, kann man die Zeichenklassen in der Form dynamischer Kategorien notieren (vgl. Toth 2007, S . 159 ff.). Das Schema ist wie folgt:

1. Schritt:

(3.1 2.1 1.2)) = (3.2 1.1)

2. Schritt:

(3.1 2.1 1.2)) = (3.2 1.1)

2. Danach erhalten wir folgendes System der Peirceschen Zeichenklassen:

1. 3.1 2.1 1.1 →[[(3.2), (1.1)], [2.1], (1.1)]
2. 3.1 2.1 1.2 →[[(3.2), (1.1)], [2.1], (1.2)]
3. 3.1 2.1 1.3 →[[(3.2), (1.1)], [2.1], (1.3)]
4. 3.1 2.2 1.2 →[[(3.2), (1.2)], [2.1], (2.2)]
5. 3.1 2.2 1.3 →[[(3.2), (1.2)], [2.1], (2.3)]
6. 3.1 2.3 1.3 →[[(3.2), (1.3)], [2.1], (3.3)]
7. 3.2 2.2 1.2 → [(3.2), (2.2)], [2.1], (2.2)]
8. 3.2 2.2 1.3 → [(3.2), (2.2)], [2.1], (2.3)]
9. 3.2 2.3 1.3 → [(3.2), (2.3)], [2.1], (3.3)]
10. 3.3 2.3 1.3 →[[(3.2), (3.3)], [2.1], (3.3)]

Allgemein gilt also:

3.a 2.b 1.c → [[($\underline{3.2}$) (a.b)], [($\underline{2.1}$), (b.c)]]

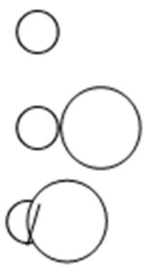
mit den unterstrichenen Subzeichen als Konstanten.

Wie man erkennt, fehlen bei

(a.b): (2.1)

(c.d): (3.1), (3.2)

Zeichenklassen und ihre dualen Realitätsthematiken lassen sich somit in der Notation dynamischer Morphismen durch nur 2 anstatt 3 drei mereotopologische Relationen aus ∅, I, T und O bzw.



vollständig charakterisieren.

Literatur

Toth, Alfred, Eine mereotopologische Darstellung der Peirceschen Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Mereotopologische Formalisierung des Interpretantenbezugs

1. Wie aus bisherigen, über die ganze semiotische Literatur verteilten Versuchen einer mengentheoretisch-topologischen Formalisierung des Interpretantenbezuges bekannt ist, entzieht sich das Argument als „vollständiger" Konnex natürlich insofern dem mathematischen Zugang, als Punktmengen entweder offen oder geschlossen (oder beides zugleich), aber nicht „vollständig" sein können, wenigstens dann, wenn nicht von metrischen Räumen die Rede ist, in denen jede Cauchy-Folge konvergiert. Das ist aber gerade nicht gemeint, wenn Peirce als Beispiele für „vollständige Konnexe" etwa die Schlussfiguren der Logik oder poetische Figuren (wie z.B. das Sonett) angibt.

2. Um das Problem des Arguments zu lösen, schlage ich hier eine neue Formalisierung des Interpretantenbezugs auf der Basis der Mereotopologie von Smith (1996) vor. Dazu müssen lediglich eine aus der Mengentopologie bekannte Begriffe etwas umdefiniert werden (B = boundary/Rand, P = part/Teil, IP = innerer Teil).

2.1. Hülle (closure) für $x \neq 1$:

$cl(x) := x \cup \sigma y(yBx)$

Diese Definition erfüllt die drei Kuratowski-Axiome:

2.1.1. $xPcl(x)$

2.1.2. $cl(cl(x)) = cl(x)$

2.1.3. $cl(x \cup y) = cl(x) \cup cl(y)$.

Eine Entität ist somit abgeschlossen (closed) gdw sie mit ihrer Hülle identisch ist. Eine Entität ist dicht (dens) gdw gilt $cl(x) = 1$.

2.2. Der maximale Rand von x:

$bdy(x) := \sigma y(yBx)$

garantiert den mereotopologischen Anschluss an die gewöhnlcihe topologische Definition des Randes als Durchschnitt von Hülle einer Entität mit der Hülle ihres Komplements. Entsprechend geht die Definition des Kerns (interior):

$int(x) := \sigma y(yIPx)$,

d.h. eine Entität ist offen gdw sie mit ihrem Kern identisch ist. (Eine Entität ist offen gdw ihr Komplement abgeschlossen ist.)

3. Damit haben wir die mereotopologischen (einschliesslich ihrer korrespondierenden topologischen) Definitionen für Rhema (3.1) und Dicnet (3.2) im Sinne von offenen und abgeschlossenen semiotischen Interpretantenbezügen. Nun können wir noch das Argument (3.3) im Sinne eines vollständigen Interpretantenbezugs definieren. Trivialerweise könnte man auf die Idee kommen, x als Entität zu setzen und somit σx, d.h. die Summe aller Entitäten dieser Welt als „vollständigen" Konnex zu nehmen. Wie Smith (1996) aber sehr schön sagt, ist mein Bein unzweifelhaft ein Teil von mir, aber nur deshalb, weil ich Ungar bin, ist mein Bein noch nicht ungarisch. Die Definition der topologischen Vollständigkeit steht und fällt somit mit der Reichweise des Prädikates von σ (σx(φx)). Die Summe der „φers" wird deshalb so definiert, dass die Entität y, wenn eine Entität w gegeben ist, mit y überlappt (overlaps) gdw w mit einer Entität überlappt, auf die φ zutrifft:

$\sigma x(\varphi x) := \iota y(\forall w(wOy \equiv \exists v\ (\varphi v \wedge wOv)))$,

so dass man beweisen kann:

$y = \sigma x(\varphi x) \rightarrow \forall x(\varphi x \rightarrow xPy)$,

womit wir die gesuchte Definition für Argumente (3.3) gefunden haben.

Literatur

Smith, Barry, Mereotopology: A Theory of Parts and Boundaries. In: Data and Knowledge Engineering 20, 1996, S. 287-303

Zur Mereotopologie struktureller Realitäten

1. Trotz zahlreicher Vorarbeiten ist die Theorie der strukturellen (entitätischen) Realitäten immer noch ein Buch mit sieben Siegeln. Obwohl das Peircesche Zeichen triadisch ist, sind sie dyadisch, und zwar weisen sie Thematisationsstrukturen auf, die aus keinem mathematischen Nachbargebiet der Semiotik bekannt sind, vor allem dann, wenn man alle 27 möglichen Zeichenklassen aus dem Schema (3.a 2.b 1.c) mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ bildet, d.h. die Ordnungslimitation $a \leq b \leq c$ aufhebt. Vor allem aber bilden sie ein eigentliches erkenntnistheoretisches Rätsel, denn obwohl die Realitätsthematiken im verdoppelten semiotischen Repräsentationsschema den Objektpol der Erkenntnis bilden, gilt: „Das Repräsentamen geht kategorial und realiter dem Präsentamen voran. So auch die Zeichenthematik der Realitätsthematik; aber wir können den repräsentamentischen Charakter der Zeichenthematik erst aus dem präsentamentischen Charakter ihrer Realitätsrelation eindeutig ermitteln" (Bense 1981, S. 11). Semiotische Realität wird also aus Zeichenklassen rekonstruiert. Das Objekt wird zwar zum Zeichen erklärt, aber es erhält dadurch eine eigene, zeichenvermittelte Realität, die Realitätsthematik, aber diese Realitätsthematik enthält eine dyadische strukturelle Realität, welche weder von den Objekten noch von den Zeichenklassen aus direkt zugänglich ist, sondern erst aus der präsentamentischen Strukturen der Realitätsthematiken ermittelbar ist.

2. Geht man vom Total der 27 triadisch-trichotomischen Zeichenklassen aus, so gibt es 2mal 3 verschiedene Typen struktureller Realitäten:

1.a	X.Y	A.B A.C		z.B. ×(3.1 2.1 1.3) = (3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)
1.b	X.Y	A.C A.B		z.B. ×(2.1 3.1 1.3) = (3.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)
2.a	A.B A.C.	X.Y		z.B. ×(3.2 2.3 1.3) = ($\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3)
2.b	A.C A.B	X.Y		z.B. ×(3.2 1.3 2.3) = ($\underline{3.2\ 3.1}$ 2.3)
3.a	A.B	X.Y	A.C	z.B. ×(3.2 2.1 1.2) = ($\underline{2.1}$ 1.2 $\underline{2.3}$)
3.b	A.C	X.Y	A.B	z.B. ×(1.2 2.1 3.2) = ($\underline{2.3}$ 1.2 $\underline{2.1}$)

Nach Toth (2006, S. 214) sprechen wir bei 1. von Rechtsthematisierenden, bei 2. von Linksthematisierenden und bei 3. von Sandwichthematisationen (z.B. 2.3 $\rightarrow$ 1.2 $\leftarrow$ 2.1). Es gilt also: Jeweils zwei Subzeichen aus dem selben triadischen Bezug thematisieren ein Subzeichen aus einem anderen triadischen Bezug. Die b.-Varianten treten nur bei semiotischen Diamanten auf (Toth 2007, S. 177 ff.). Sandwiches sind auf „irreguläre" Zeichenklassen beschränkt. Gehören alle drei Subzeichen einem anderen Bezug an, d.h. sind in einer strukturellen Realität alle drei Zeichenbezüge vertreten, so sprechen wir von triadischer struktureller Realität; sie weist im Gegensatz zu den dyadischen immer drei Thematisationen auf. Bei den 10 Peirceschen Zeichenklassen ist triadische Realität auf die eigenreale Zeichenklasse/Realitätsthematik beschränkt: $\times$(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3).

3. Triadische strukturelle Realität hat die allgemeine Struktur
$\wp$(3.a 2.b 1.c) mit a $\neq$ b $\neq$ c und a, b, c $\in$ {1, 2, 3).
Beispiele:

$\times$(3.2 2.3 1.1) = 1.1 3.2 2.3 = {(3.2-2.3)-them. 1.1; (1.1-3.2)-them. 2.3; (1.1-2.3)-them. 3.2}

$$\left.\begin{array}{l}\times(3.3\ 2.2\ 1.1) = 1.1\ 2.2\ 3.3\\ \times(3.3\ 2.1\ 1.2) = 2.1\ 1.2\ 3.3\\ \times(3.1\ 2.3\ 1.2) = 2.1\ 3.2\ 1.3\\ \times(3.2\ 2.1\ 1.3) = 3.1\ 1.2\ 2.3\\ \times(3.1\ 2.2\ 1.3) = 3.1\ 2.2\ 1.3\end{array}\right\}\quad \text{analog}$$

4. Mereotopologisch sind es nun vor allem die b.-Typen dyadischer struktureller Realitäten

1.b X.Y A.C A.B z.B. $\times(2.1\ 3.1\ 1.3) = (3.1\ \underline{1.3\ 1.2})$
2.b A.C A.B X.Y z.B. $\times(3.2\ 1.3\ 2.3) = (\underline{3.2\ 3.1}\ 2.3)$
3.b A.C X.Y A.B z.B. $\times(1.2\ 2.1\ 3.2) = (\underline{2.3}\ 1.2\ \underline{2.1})$

sowie die triadischen Realitäten, die einige Überraschungen bereithalten:

So ist bei den b.-Typen stets C < A (z.B. 3.2 3.1), d.h. (3.1) $\subset$ (3.2), was normalerweise als pathologisch angeschaut wird. Ferner gelten wegen der nicht-bestimmaren ThemsatisationsrIchtung bei den strukturellen Realitäten sämtliche möglichen Inklusionen: $3 \subset 2 \subset 1$; $3 \subset 1, \subset 2$; $2 \subset 3 \subset 1$; $2 \subset 1 \subset 3$, $1 \subset 3 \subset 2$; $1 \subset 2 \subset 3$. Ferner bietet die Mereotopologie eine Möglichkeit, den bisher nicht formalisierten Begriff der semiotischen Determination als tangentiale Relation zu erfassen. Da wir jedoch zwischen Links/Rechtsthematisationen unterscheiden, empfiehlt sich von der Semiotik aus die Einführung gerichteter tangentialer Relationen. Da schliesslich die „pathologischen Inklusionen" gelten, muss ferner unterschieden werden zwischen inneren und äusseren tangentialen Relationen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Se miotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

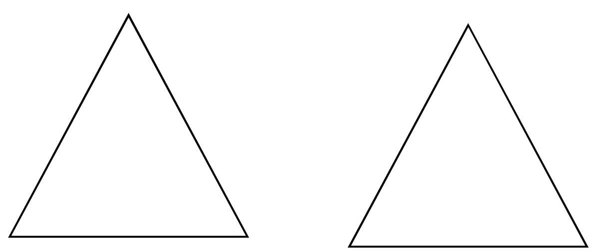
Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007.

Mereotopologische Zeichenzusammenhänge

1. Die folgenden Hinweise sind als Ergänzung zu meiner „Allgemeinen Zeichengrammatik“ (Toth 2007) und ihren in meinem „Electronic Journal for Mathematical Semiotics“ publizierten Ergänzungen (2007 ff.) gedacht.

2. Im Rahmen einer mereotopologischen Semiotik können wir folgende 5 Grundtypen von Zeichenzusammenhängen unterscheiden (Zeichen sind im folgenden immer so gedacht, dass, beginnend mit „I“ an der Spitze, im Gegenuhrzeigersinn M → O → I angeschrieben sind):

2.1. Zero (∅-) Zusammenhang

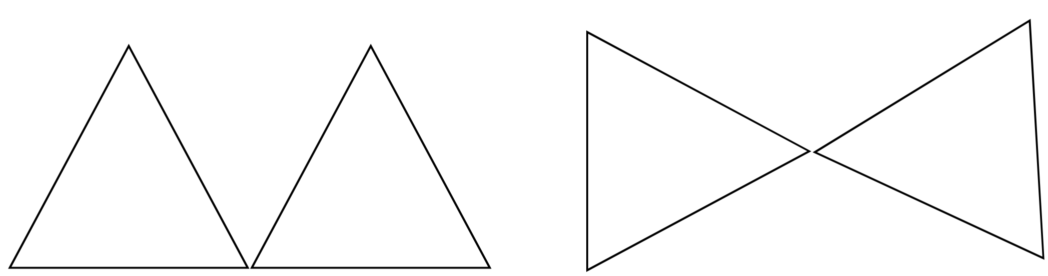


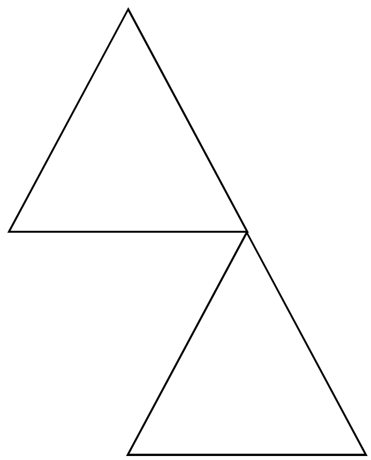
Beispiel: alle Kombinationen der Hauptzeichenklassen.

2.2. Tangentialität

Hier kann unterschieden werden zwischen externer und interner Tangentialität.

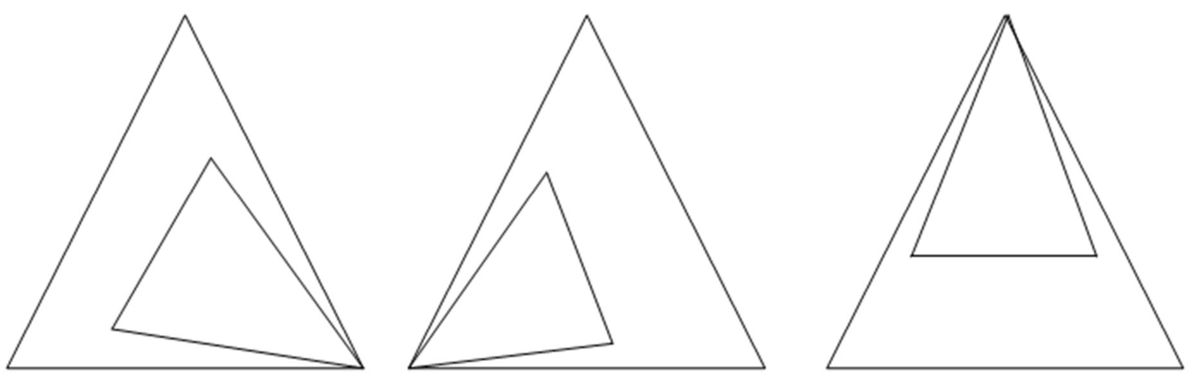
2.2.1. Externe Tangentialität



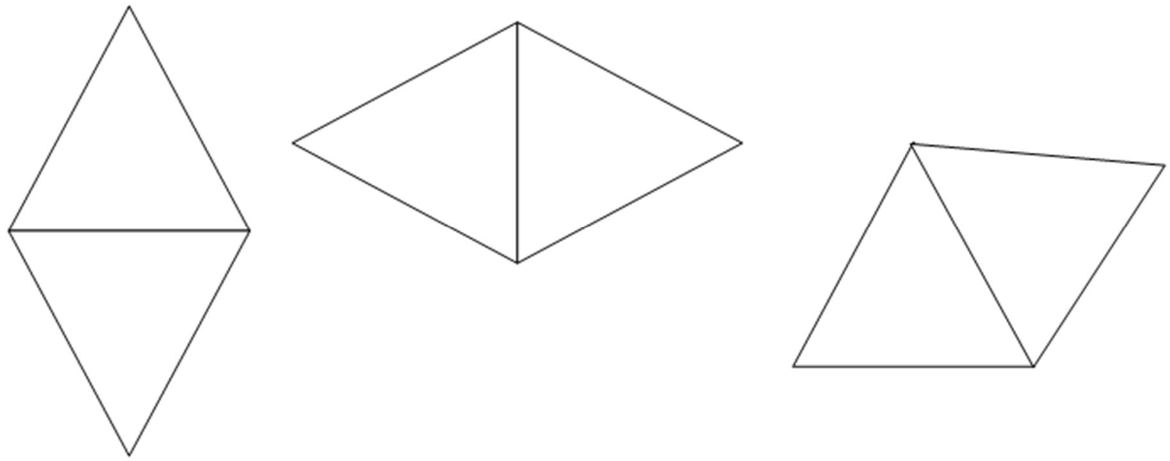


Beispiele: Adjunktion (1. Figur), Superisation (3. Figur). Vgl. auch die Kaehrschen „Bi-Signs“ (Kaehr 2009).

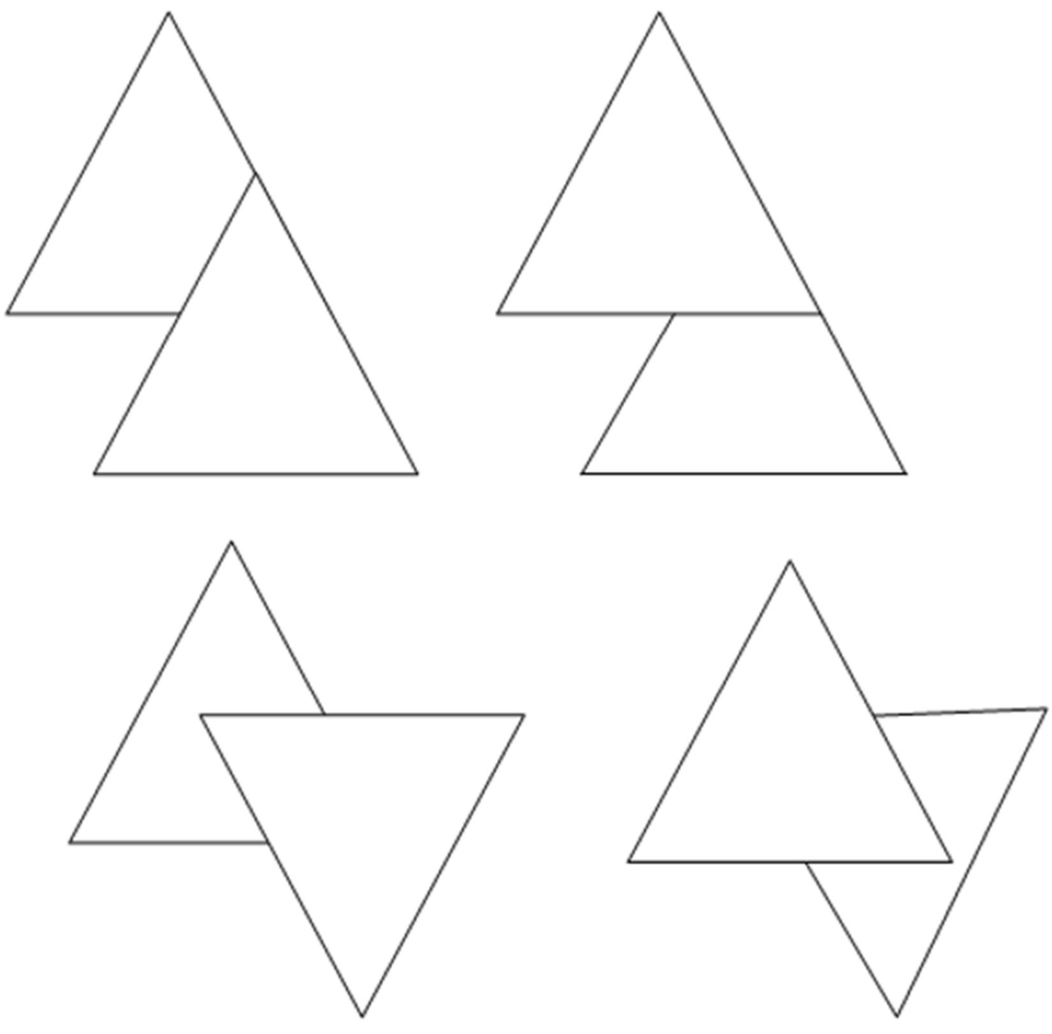
2.2.2. Interne Tangentialität



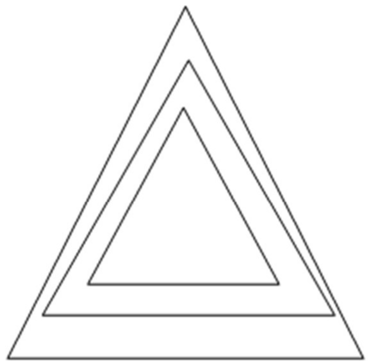
3. Gemeinsame Berandung

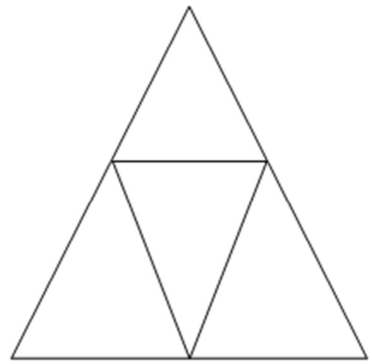


4. Überlappung



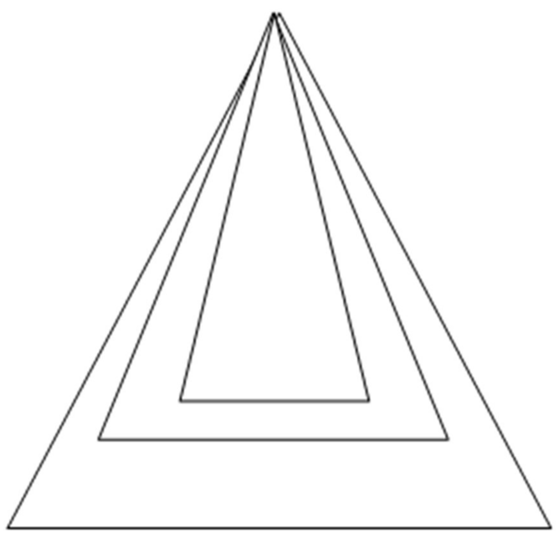
5. Innerteil-Relationen





Reine Inklusionen Inklusion mit 3facher Tangentialität

6. Zeichenmodell für Bense (1979, S. 53)



$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

Zusammenfassend kann man den Zusammenhang zweier (und mehr) Zeichen in Bezug auf zunehmende „Nähe“ wie folgt beschreiben:

$\varnothing \rightarrow t \rightarrow B \rightarrow \ddot{U} \rightarrow$ (Koinzendenz).

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf, 2009

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2007

Der indexikalische Objektbezug

1. Die bisher präzisesten mathematischen Definitionen (die über die primitiven und für die Semiotik ungeeigneten Venn-Diagramme hinausgehen) für die Semiotik stammen von Zellmer (1983). Ich selbst hatte ferner vorgeschlagen, zwei und nicht nur einen indexikalischen Objektbezug anzunehmen (Toth 2009). Die Grundüberlegung besteht darin, dass z.B. ein Wegweiser sich ausserhalb des referierten Objektes befindet und also nur in dessen Richtung weist, während z.B. eine Zufahrtstrasse oder ein Kanal in das referierte Objekt bzw. Gebiet hinein verläuft und trotzdem indexikalisch und nicht partiell-iconisch ist, wie dies selbst aus Zellmers Angaben folgen würde. Mit Hilfe geeigneterer mathematischer Methoden kann man also im Falle des Indexes den schwammigen Begriff Benses des „nexalen“ Zusammenhanges zwischen Zeichen und Objekt klären.

2. Das Verhältnis von Teilen zum Ganzen, um das es hier also geht, kann ausser mit mengentheoretischen mit mereotopologischen Methoden untersucht werden. Da diese selbst Mathematikern i.d.R. vollständig unbekannt sind, halte ich mich in diesem Aufsatz an intuitive Angaben und gebe präzise Formeln nur dort, wo es auf die genauen Definitionen ankommt. Grundsätzlich gibt es, wie Cohn und Varzi (2003) gezeigt haben, zwischen zwei Objekten 12 Arten von mereotopologischen Konnektionen:

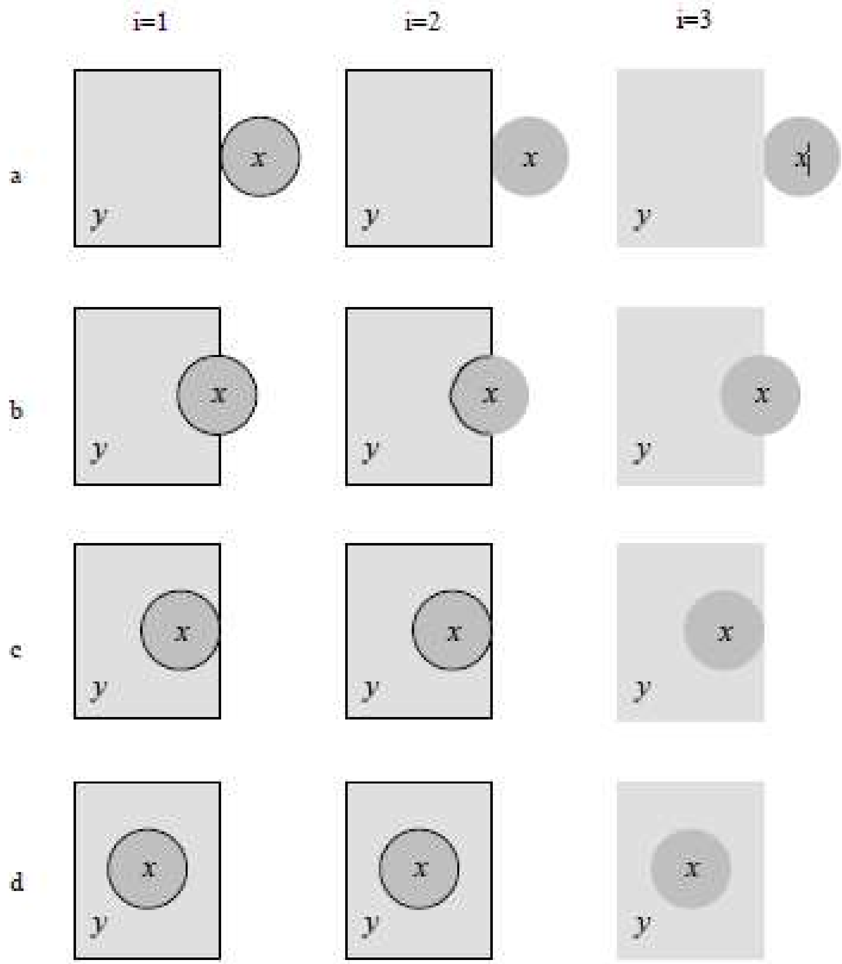


Figure 7. Connection relations of increasing strength (limit cases): four main patterns for each basic type of connection illustrated in Section 3.

Wenn wir uns die ersten drei Möglichkeiten ansehen, so kann man also sowohl x als auch y entweder mit einem closure-operator c oder mit einem internen Operator i definieren. Im letzteren Falle gehören also die Hülle einer Menge y nicht zu nicht. Im 4. und 5. Fall gehören jeweils die halbe Hülle von y zu x.

Von speziellem Interesse für Indizes sind die Fälle 7-9-, wo x und y nur Tangentialpunkte gemeinsam haben, etwa den Punkt in der Stadtmauer, wo die Kanalisation in die Stadt kommt, die Stelle wo die Berg- oder Talstation einer Seilbahn ist, wo also die Schienen oder die Seilspule aufhören, die Punkte, wo die elektronischen Leitungen in der Wohnung und um sie herum plaziert sind, usw. Dabei handelt es sich bei den Fällen 7 und 8 um nichtleere

Berührungsmengen zwischen nicht-abgeschlossenen und bei 9 zwischen abgeschlossenen Mengen.

Tangentialpunkte werden über Typen definiert, im allgemeinen Falle so (Cohn und Varzi 2003, S. 7):

$$\mathrm{TP}_\tau(x, y) =_{\mathrm{df}} \mathrm{P}_\tau(x, y) \wedge \exists z(\mathrm{A}_\tau(z, x) \wedge \mathrm{A}_\tau(z, y)) \quad x \text{ is a tangential } \tau\text{-part of } y$$

Literatur

Cohn, Antony G./Varzi, Achille C., Mereotopological Connection. In: Journal of Philosophical Logic 32,2003, S. 357-390 (cit. nach elektr. Version http://www.columbia.edu/~av72/papers/Jpl_2003.pdf)

Toth, Alfred, Tangentiale und nicht-tangentiale Indizes und Skopus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zellmer, Siegfried, Zellmer, Siegfried, Zum mathematischen Zusammenhang zwischen Ikonizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14

Zur Mereotopologie der systemischen Semiotik

1. Im Rahmen seiner Grundlegung einer Modelltheorie von Vordergrund-Hintergrundrelationen hat Bittner (1997) u.a. auch die 8 möglichen Fälle planarer topologischer Beziehungen zwischen zwei Regionen a und b behandelt:

$DC(x,y) \equiv_{def} \neg C(x,y)$,
$P(x,y) \equiv_{def} \forall z[C(z,x) \rightarrow C(z,y)]$,
$PP(x,y) \equiv_{def} P(x,y) \wedge \neg P(y,x)$,
$EQ(x,y) \equiv_{def} P(x,y) \wedge P(y,x)$,
$O(x,y) \equiv_{def} \exists z[P(z,x) \wedge P(z,y)]$,
$PO(x,y) \equiv_{def} O(x,y) \wedge \neg P(x,y) \wedge \neg P(y,x)$,
$DR(x,y) \equiv_{def} \neg O(x,y)$,

$EC(x,y) \equiv_{def} C(x,y) \wedge \neg O(x,y)$,
$TPP(x,y) \equiv_{def} PP(x,y) \wedge \exists z[EC(z,x) \wedge EC(z,y)]$,
$NTPP(x,y) \equiv_{def} PP(x,y) \wedge \neg\exists z[EC(z,x) \wedge EC(z,y)]$,
$PI(x,y) \equiv_{def} P(y,x)$,
$PPI(x,y) \equiv_{def} PP(y,x)$,
$TPPI(x,y) \equiv_{def} TPP(y,x)$,
$NTPPI(x,y) \equiv_{def} TPPI(y,x)$.

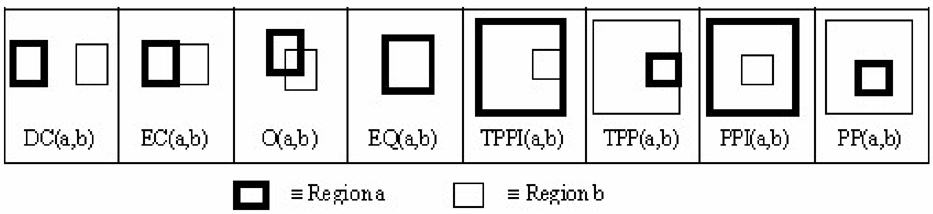


Figure 2: Possible geometric realizations of topological relations between regions in the plane

2. Vom Standpunkt der Peirce-Bense-Semiotik liegen bei DC symbolische, bei EC, TPP und TPPI indexikalische und bei O eine iconische Relation vor; die übrigen geometrischen Typen lassen sich in der Peirce-Bense-Semiotik nicht oder zumindest nicht eindeutig einem Objektbezug zuordnen. Wir wollen uns daher fragen, wie die 8 topologischen Relationen innerhalb der systemischen Semiotik (vgl. zuletzt Toth 2012a) ausschauen. Wir gehen aus von den 10 systemischen Dualsystemen, wie sie in Toth (2012b) eingeführt worden waren:

$V_1 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, \omega)) \times$
$H_1 = ((\omega, \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_2 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))) \times$
$H_2 = (((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_3 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_3 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_4 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, (\omega, 1))) \times$
$H_4 = (((\omega, 1), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_5 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_5 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_6 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_6 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))$

$V_7 = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, (\omega, 1))) \times$
$H_7 = (((\omega, 1), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))$

$V_8 = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_8 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))$

$V_9 = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_9 = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))$

$V_{10} = ((((\omega, 1), 2), (((\omega, 1), 2))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) \times$
$H_{10} = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ (((\omega, 1), 2), (((\omega, 1), 2)))$.

2.1. DC

Es gibt somit kein Paar $[V_n, H_n]$, für welche DC erfüllt ist, da es kein Dualsystem gibt, dessen Chreode die leere Menge ist; vgl. aber z.B.

$\chi[[V_1, H_1], [V_8, H_8]] = \chi\ [[((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, \omega)), ((\omega, \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))], [((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))), ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))]] = \emptyset$.

2.2. EC

Wir definieren: $EC := [\omega, 1] \subset [[V_m, H_m], [V_n, H_n]]$,
d.h. die indexikalische Relation wird über den Objektbezug gewährleistet. Z.B.

$[((\omega, 1), (\omega, 1))] \subset [[((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, ((\omega, 1), 2))), ((((\omega, 1), 2), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2)))], [((((\omega, 1), 2), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, (\omega, 1))), (((\omega, 1), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2)))]$.

2.3. O

O(verlap) oder Überlappung wird einfach durch O:= $\chi[[V_1, H_1], [V_8, H_8]] \neq \emptyset$ definiert, woraus natürlich folgt, daß EC zum Spezialfall von O wird – das ist zwar in der allgemeinen Mereotopologie nicht intendiert, erweist sich aber semiotisch als sehr praktisch. Z.B.

$\chi[[((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), \omega) (\omega, \omega)), ((\omega, \omega) (\omega, (\omega, 1)) (\omega, ((\omega, 1), 2)))], [((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), \omega) (\omega, (\omega, 1))), (((\omega, 1), \omega) (\omega, (\omega, 1)) (\omega, ((\omega, 1), 2)))]] = [(((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), \omega)]]$.

2.4. EQ bedeutet den Zusammenfall zweier Regionen, semiotisch also die Identität von Außen und Innen. Dieser Fall ist gegeben allein durch (vgl. Toth 2012c)

$\chi [V_5, H_5] = [((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), (\omega, 1)) (\omega, ((\omega, 1), 2))), ((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), (\omega, 1)) (\omega, ((\omega, 1), 2)))] = [((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), (\omega, 1)) (\omega, ((\omega, 1), 2)))]$

Was die restlichen 4 topologischen Relationen TPP, TPPI, PP und PPI anbelangt, so können sie semiotisch einfach als Mengeninklusionen definiert werden, weshalb sich weitere Definitionen und Beispiele hier erübrigen.

Literatur

Bittner, Thomas, Towards a model theory of Figure Ground locations. Vorabdruck, *citeseerx.ist.psu.edu (1997)*

Toth, Alfred, Zeichenzusammenhänge im 4-partiten systemtheoretischen Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Semiotische Chreoden von Vorder- und Hintergrund. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zur mereotopologischen Bestimmung von Objektbezügen in Geisterbahnen

1. Definiert man Objektbezüge mengentheoretisch nach den Schnittmengen der Merkmalsmengen (M) der Zeichen und ihrer bezeichneten Objekte (vgl. Toth 2010):

$\bigcap M((2.1), O) = [1, 0[$

$\bigcap M((2.2), O) = \text{kard}([1, 0[) = 1$

$\bigcap M((2.3), O) = \emptyset$,

so enthält intuitiv das Icon mit seinem Objekt am meisten und das Symbol mit seinem Objekt keine gemeinsamen Elemente, während sich Index und Objekt in genau einem Punkt „tangential“ treffen. Der Fall $\bigcap M((a.b), O) = 1$ (mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$) ist natürlich ausgeschlossen, da sonst Zeichen und Objekt zusammenfallen könnten, d.h. daß eine Unterscheidung von Zeichen und Objekt unmöglich und daher der Zeichenbegriff sinnlos wäre. Mereologisch steht somit das Icon am nächsten und das Symbol am weitesten von seinem Objekt entfernt, während der Index eine Mittelstellung einnimmt. Wir wollen dieses Prinzip im folgenden anhand der Abstände von Erscheinungen in Geisterbahnen (vgl. Toth 2000, 2006) darstellen, die gezielt mit diesem Effekt arbeiten, denn je näher ein „Geist“ beim vorbeifahrenden Wagen steht bzw. sich auf ihn zubewegt, desto größer ist der Schreckeffekt. Allerdings sind Geisterbahnen nach dem Prinzip gebaut, eine möglichst lange Fahrstrecke auf begrenzter Fläche zu erreichen, so daß also von den von Hall (1966) unterschiedenen proxemischen Distanzen im Grunde nur zwei oder drei überhaupt in Frage kommen.

2.1. Iconisch-kontaktuelle Abstände: $\bigcap M((2.1), O) = [1, 0[$

Den Fahrgast berührende „Spinnenfäden“, Wiener Prater Geisterbahn zu Basel

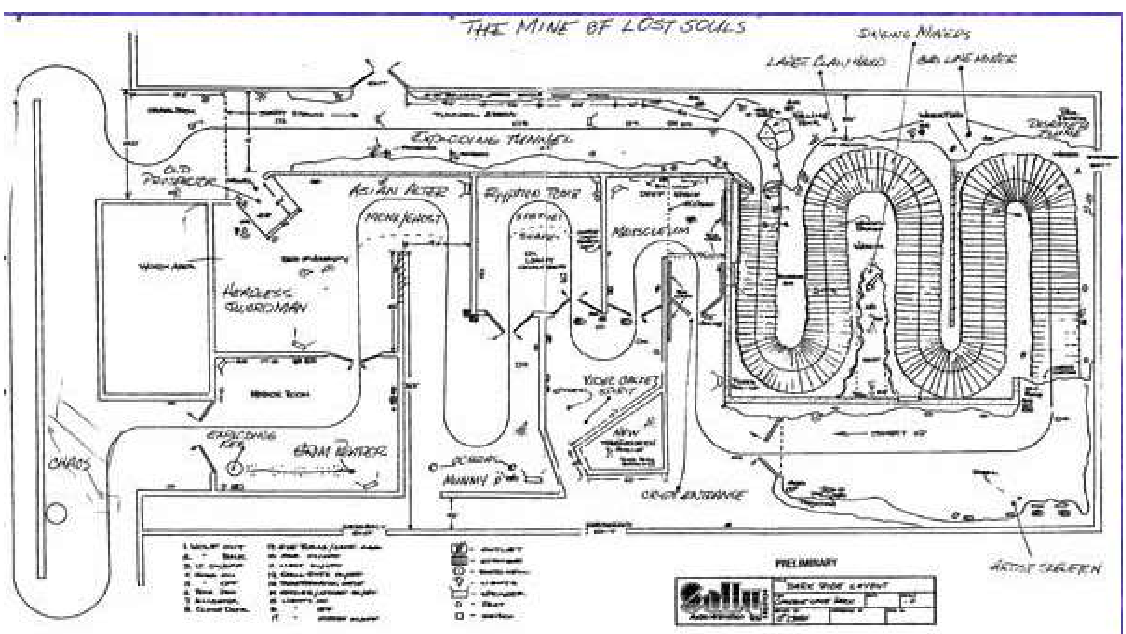
Kontaktdistanz ist außerhalb des Kontextes der Spinnenfäden im Prinzip ausgeschlossen, denn die Berührung von Geistern würde die Illusion der der „realen“ subsidiären illusorischen Unterwelt der Geisterbahn zerstören: die beiden Welten dulden keine Osmose. (Genauso wenig kommunizieren die Geister untereinander, denn die Toten haben, wie Hermann Broch im „Tod des Vergil“ sagt, einander vergessen: sie haben ja vom Wasser des Lethe-Stroms getrunken: Verborgenheit = Vergessenheit [ἀλήθεια]).

2.2. Indexikalisch-intime Abstände: $\bigcap M((2.2), O) = \text{kard}([1, 0[) = 1$

Erwartungsgemäß finden sich hier die meisten Fälle, denn die Geister verhalten sich zu den Fahrgästen wie die Objekte zu den Zeichen, von denen Bense (1975, S. 16) gesagt hat, sie würden „die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein überbrücken“, d.h. aber daß Zeichen aus prinzipiellen Gründen ihre Objekte nie erreichen, da sie ja sonst (gemäß Ausgangsbasis oben) sinnlos würden. Genau auf diesem Prinzip beruht auch der „Reiz“ der Geister, welche also stets innerhalb der intimen Distanz gefangen bleiben müssen. „Lebende Geister“ zerstören somit die Ästhetik der Geisterbahn, da sie die Asymptosis der Zeichenfunktion zerstören (genauso wie Bense in seiner „Aesthetica“ sagte, daß die Striptease-Tänzerin dann aufhört, ein ästhetisches Objekt zu sein, wenn ihr letztes Kleidungsstück ausgezogen ist).

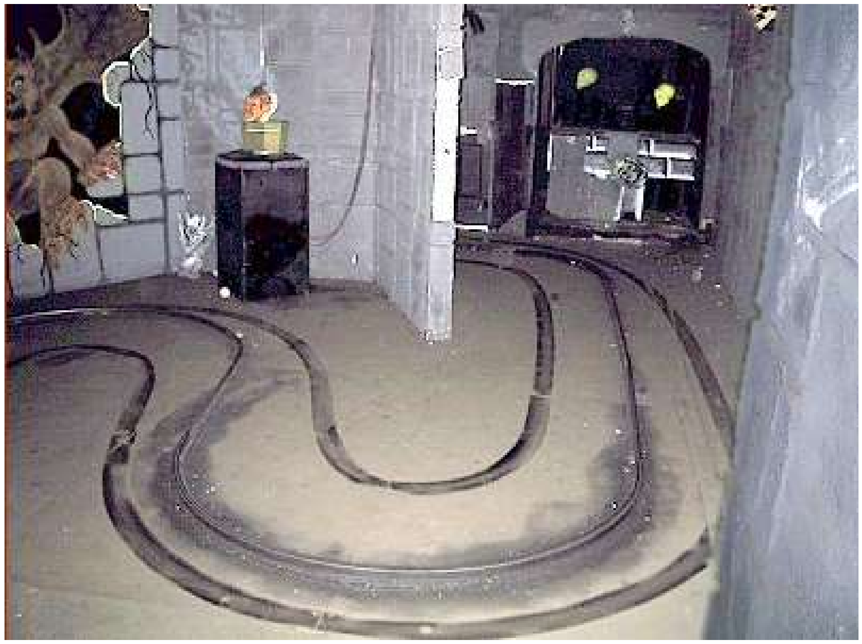
„Spook House“ in Keansburg, N.J.

Das folgende Bild gibt den Fahrplan einer amerikanischen Geisterbahn, die fast ausschließlich auf indexikalisch-intimer Distanz aufgebaut ist:



“The Mine of Lost Souls”, Canobie Laker Park, New Hampshire

2.3. Symbolisch-soziale Abstände: $\bigcap M((2.3), O) = \emptyset$



„Kastle Frankenstein", Salisbury Beach, Mass.

Symbolisch-soziale Distanzen widersprechen eigentlich dem Prinzip der Geisterbahnen und dienen daher vor allem als Schutzmaßnahme gegen Fahrgäste, welche die Erscheinungen zerstören. Allerdings kann mit sozialer Distanz mehr Variation in die Fahrspur gebracht werden, wie auf dem obigen Bild, wo die weite und zugleich enge Kurve eine große radiale Beschleunigung (ein beliebter Effekt in Geisterbahnen) erzeugt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Hall, Edward T., The Hidden Dimension. Garden City, N.Y. 1966

Toth, Alfred, Geisterbahnsemiotik. In: Semiotische Berichte 24, 2000, S. 381-402

Toth, Alfred, Die Wiener Prater-Geisterbahn zu Basel. Zürich 1999

Die Haupttypen koexistentieller Objektsubstitutionen

1. In Toth (2012) hatten wir die folgenden, den drei semiotischen Objektbezügen entsprechenden Haupttypen koexistentieller Substitutionen von Objekten durch Zeichen unterschieden:_

Iconisch-koexistentielle Substitution

$\Omega \rightarrow [\Omega, Z]$ mit $\Omega \supset Z$,

Indexikalisch-koexistentielle Substitution

$\Omega \rightarrow [\Omega, Z]$ mit $\Omega \subset Z$,

Symbolisch-koexistentielle Substitution

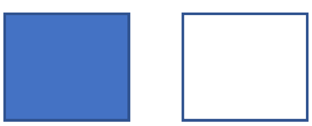
$\Omega \rightarrow [\Omega, Z]$ mit $\Omega \cap Z = \emptyset$.

2. Nimmt man jedoch die mereotopologischen Unterscheidungen von Vorder- und Hintergrund-Relationen, wie sie z.B. von Bittner (1998) dargestellt worden waren, zum Ausgangspunkt, so kann man koexistentielle Objektsubstitution in 8 Haupttypen unterteilen, die im folgenden kurz dargestellt werden.

2.1. Symbolisch-koexistentielle Substitution

$\cap\ (\Omega, Z) = 0$

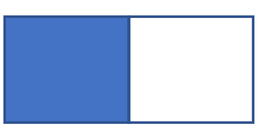
Modell:



2.2. Indexikalisch-kontingente Substitution

$\cap\ (\Omega, Z) \in (0, 1)$ mit $\mathcal{R}(Z) \subset \mathcal{R}(\Omega)$ oder $\mathcal{R}(\Omega) \subset \mathcal{R}(Z)$ ($\mathcal{R}$ für Rand)

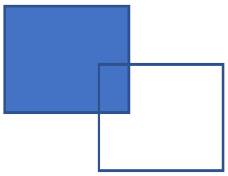
Modell:



2.3. Iconisch-tangente Substitution

$\cap (\Omega, Z) \in (0, 1)$ mit $Z \subset \Omega$ oder $\Omega \subset Z$ und $Z \neq \Omega$

Modell:



2.4. Identische Substitution

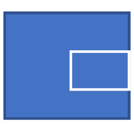
$Z = \Omega$ (bei Ostensiva; vgl. Toth 2012)

Modell:

2.5. Iconische negative Kontingenz des Zeichens

$Z \subset \Omega$ und $\mathcal{R}(Z) \subset \mathcal{R}(\Omega)$

Modell:



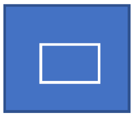
2.6. Iconische negative Kontingenz des Objekts

$Z \supset \Omega$ und $\mathcal{R}(Z) \supset \mathcal{R}(\Omega)$

Modell:

2.7. Zeichen als Teil des Objektes

$Z \subset \Omega$



2.8. Objekt als Teil des Zeichens

$Z \subset \Omega$

Literatur

Bittner, Thomas, Towards a Model Theory for Figure Ground Location. In: Proceedings of the 6th Symposium on Mathematics and AI. Forth Lauderdale, FL 1998

Toth, Alfred, Zeichenklassifikation nach Substitutionstypen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012