Prof. Dr. Alfred Toth

Multivariante Semiotik und Modelltheorie

1. Trotz Benses erster Forderung einer Modelltheorie für die Semiotik (1986, S. 129) und einigen Versuchen, die ich selbst unternommen habe (z.B. Toth 2008, S. 185-199), sind wir noch meilenweit vom Ziel entfernt. Ich glaube jedoch, dass die von mir in mehreren Arbeiten eingeführte multivariante Semiotik (vgl. z.B. Toth 2009) eine viel bessere Basis für eine semiotische Modelltheorie darstellt als die Peircesche Basistheorie.

2.1.**Definition:** Eine S-Struktur ist ein Paar $\underline{A}$ = (A, α) mit den folgenden Eigenschaften

a) A $\neq \varnothing$

b) α ist eine auf S definierte Abbildung. Für sie gilt:

b1) Für jedes n-stellige R as S ist α(R) eine n-stellige Relation über A.

b2) Für jedes n-stellige Funktionssymbol f aus S ist α(f) eine n-stellige Funktion über A.

b3) Für jede Konstante c aus S ist α(c) ein Element von A.

Wie man leicht einsieht, motiviert Definition 2.1., und zwar unabhängig von der vorwiegend ontologischen Argumentation in Toth (2009), die Einführung einer multivarianten Semiotik. Als informelle Motivation kann man vorbringen, dass in der Semiotik zwar ständig die Rede von aus einem „Repetoire“ selektierten Mitteln ist, dass aber nur diese Mittel in die Peircesche Zeichenrelation eingehen. Dasselbe gilt p.p. für das, was Walther Objektbereich und Interpretantenfeld genannt hat. Z.B. kann man mittels Obektbereichen Objektfamilien definieren. Man vergleiche etwa die völlig voneinander abweichenden Bezeichnungen der Biergläser nach ihren Grössen und Formen in den Sprachen Europas (z.B.

schweizerisch Herrgöttli/Pfiff (1dl), Pfütze/Tschumpeli/Stängeli (2dl), Stange/ Tulpe (3dl), Rugeli/Chrüegli (4dl), Grosses (5dl), etc. mit starken Abweichungen v.a. in der Achse St. Gallen – Zürich – Aargau). Als Beispiel für ein Interpretanten-feld kann man die teilweise stark abweichenden Perzeptionen von Probanden beim Übergang „kognitionsrelevanter" Objekte wie etwa Tassen in Schalen nehmen.

Jedenfalls motivieren diese informellen Beispiele bereits den Ersatz der Peirceschen univarianten Zeichenrelation

PZ = (M, O, I)

durch die multivariante, auf Mengenrelationen bzw. Relationenmengen gegründete Zeichenrelation

ZR = {{M}, {O}, {I}}.

2.2. **Definition:** Eine Belegung in einer S-Struktur <u>A</u> ist eine Abbildung β: $\{\vee_n \mid n \in \mathbb{N}\} \rightarrow A$ der Menge der Variablen in den Träger A.

$\{M\} = \{M_1, M_2, M_3, ..., M_n\}$

$\{O\} = \{O_1, O_2, O_3, ..., O_n\}$

$\{I\} = \{I_1, I_2, I_3, ..., I_n\}$

Eine semiotische Abbildung β ordnet nun den M_n, O_n und I_n, die zunächst einmal blosse Veriablen sind, konkrete Mittel, Objekte und Interpretanten zu. Z.B. kann man M_n als Teilmengen die Mengen der Form-, Farb-, Intensitäts-, Lichtqualitäten usw. zuordnen. Die O_n sind dann z.B. die Mengen der Objektfamilien (etwa der Türen-, Fenster-, Grundriss-, Dachtypen usw.), und die I_n sind die kulturspezifisch determinierten Architekten, Planer, Innenarchitekten, Designer, Häusermakler, Mieter usw., woraus sich z.B. pro Gebiet unterschiedliche Baustile (etwa die Trulli in Apulien, die Holzkirchen in Siebenbürgen oder die Grubenmann-Brücken in Ausserrhoden) erklären lassen.

Mit Hilfe der Struktur und der Abbildung kann man nun die Interpretation wie folgt definieren:

2.3. **Definition:** Eine S-Interpretation $\mathfrak{I}$ ist ein Paar ($\underline{A}$, β), bestehend aus einer S-Struktur $\underline{A}$ und einer Belegung β in $\underline{A}$.

2.4. Definition: a) Für eine Variable x sei $\mathfrak{I}(x) := \beta(x)$.

b) Für $c \in S$ sei $\mathfrak{I}(c) := c^{\underline{A}}$.

c) Für n-stelliges $f \in S$ und Terme $t_1, \ldots, t_n$ sei $\mathfrak{I}(ft_1 \ldots t_n) := f^{\underline{A}}(\mathfrak{I}(t_1), \ldots, \mathfrak{I}(t_n))$.

Die Modellbeziehung präzisiert, wann ein Ausdruck bei einer Interpretation in eine wahre Aussage übergeht.

Z.B. sei $\{M_n\}$ = {Baum, planta, tree, fa, pluplubasch}. Sei nun $\{M_i\}$ das Repertoire der Wörter der deutschen Sprache. Wir bezeichnen die Elemente von $\{M_n\}$ mit t_1, t_2, ..., t_5. Dann gilt offenbar:

$\{M_i\} \models t_1$, $\neg\{M_i\} \models t_2$, $\neg\{M_i\} \models t_3$, $\neg\{M_i\} \models t_4$, $\neg\{M_i\} \models t_5$. Für das (von Hugo Ball erfundene) Wort t_5 gilt ferner $\neg\{M\} \models t_1$, d.h. es gehört dem Repertoire keiner Sprache der Welt an.

2.5. **Definition** (Modellbeziehung): Für alle $\mathfrak{I} = (\underline{A}, \beta)$ setzen wir:

$\mathfrak{I} \models t_1 \equiv t_2$ gdw $\mathfrak{I}(t_1) = \mathfrak{I}(t_2)$

In verbalen Zeichensystemen, wo die Synonymie ja nicht dem logischen Identitätssatz folgt, ist streng genommen die Modellbeziehung nie erfüllt, d.h. es gilt $\neg\mathfrak{I} \models t_1 \equiv t_2$ gdw $\mathfrak{I}(t_1) = \mathfrak{I}(t_2)$.,

vgl. schlagen $\approx$ hauen, prügeln, aber: Es hat 12 Uhr geschlagen/*gehauen/ *geprügelt.

2.6. **Definition** (Folgerungsbeziehung): φ folgt aus Φ (kurz: Φ |= φ) gdw jede Interpretation, die Modell von Φ ist, ist auch Modell von φ.

Statt {ψ} |= φ schreibt man auch ψ |= φ.

Damit kann man (sowohl in flexivischen wie in agglutinierenden) Sprachen die Ableitung von Wortstämmen als Elemente des Repertoires der betreffenden Sprache bestimmen. Φ enthält in diesem Fall also nicht nur die Stämme, sondern auch die Affixe, und wenn immer zwei Wörter A und B sowie ein Affix A´ Elemente des Repertoires sind, und es eine Interpretation für (A-A´) gibt, dann gibt es auch eine Interpretation von (B-A´). Sei z.B. A = ung. nézni „schauen“, B = látni „sehen“, A´ = ás (Zustandsaffix der Verbalhandlung). Nun gibt es eine Interpretation, die ein Modell für nézés ist, also gibt es auch eine Interpretation, die Modell für látás ist.

2.7. **Definition:** Ein Ausdruck φ heisst allgemeingültig (kurz: |= φ) gdw Ø : |= φ)

Semiotisch würde Ø : |= φ bedeuten, dass es Objekte gibt, denen Zeichen (aufgrund von „intrinsischen“ Eigenschaften) eindeutig zugeordnet sind. Solche Fälle treten zwar desöftern in Lewis Carroll´s „Alice in Wonderland“ auf, es gibt sich allerdings aus prinzipiellen Gründen realiter nicht, denn die eindeutige Zuordnung 1 Zeichens zu 1 Objekt würde die Austauschbarkeit von Zeichen und Objekt implizieren und damit natürlich die Unerkenntlichkeit bzw. Nicht-Differenzierbarkeit von Zeichen und Objekt. Wie man weiss, sind nicht einmal Onomatopoetika semiotisch allgemeingültig (Kikerikii, Cocorico, Cockadoodledoo, Cocococo, usw.)

2.8. **Definition:** Ein Ausdruck φ heisst erfüllbar (kurz: Erf φ) gdw es eine Interpretation gibt, die Modell von φ ist. Eine Menge Φ von Ausdrücken heisst erfüllbar (kurz: Erf Φ) gdw es eine Interpretation gibt, die Modell aller Ausdrücke aus Φ ist.

Hierzu Beispiele aus allen drei Bezügen des Zeichens. Sei M_1 = Rep. der dt. Sprache, M_2 = Rep. der franz. Sprache, M_3 = Rep. der ital. Sprache, M_4 = Rep. der ung. Sprache, M_5 = Rep. der engl. Sprache.

$\{M_1, M_2, M_3, M_4\}$ Erf ¬ fa

M_1 Erf Baum

$\{M_1, M_2, M_4, M_5\}$ Erf ¬ planta

$\{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5\}$ Erf ¬ pluplusch

Sei $(M_1 \rightarrow O_1)$ die Bezeichnungssemantik der deutschen Sprache (vgl. M_1), dann gilt z.B.

$(M_1 \rightarrow O_1)$ Erf ¬ {Lichtstaude, Amentreppe, Atemklirren [P.Celan]}

Sei $(O_1 \rightarrow I_1)$ die Bedeutungssemantik der deutschen Sprache, dann gilt z.B. für Komposita

$(O_1 \rightarrow I_1)$ Erf {Schleswig-Holstein, Tisszen-Bornemissa, Reichenau-Tamins, Ludwigshafen-Mannheim}

$(O_1 \rightarrow I_1)$ Erf ¬ {Württemberg-Baden, Reichenau-Meinau, Kreuzlingen-Konstanz}.

Theoretisch kann man noch Erfüllungsrelation von semiotischen Gebrauchs-funktionen definieren, d.h. von $(I_1 \rightarrow M_1)$. Beispiele könnten sein:

$(I_1 \rightarrow M_1)$ Erf (Bretter), aber Erf ¬ (Better)

$(I_1 \rightarrow M_1)$ Erf (gesagt), aber Erf ¬ (getragt)

$(I_1 \rightarrow M_1)$ Erf (Helligkeit), aber Erf ¬ (Dunkeligkeit)

2.9. **Definition:** Zwei Ausdrücke φ und ψ heissen logisch äquivalent (kurz: φ =||= ψ) gdw φ |= ψ und ψ |= φ. Zwei Ausdrücke sind also genau dann logisch äquivalent, wenn sie bei denselben Interpretationen gelten.

Vgl. 2.5.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Einführung in die mathematische Logik. 4. Aufl. Heidelberg

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Elemente einer multivarianten Semiotik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

5.7.2010