

Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer Theorie der Objekt-Zeichen-Verbindungen

1. Während ein homogener Zeichenzusammenhang aus der Schnittmenge zweier Relationen besteht, z.B. $(3.1\ 2.2\ 1.2) \cap (3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2)$, soll ein heterogener Zeichenzusammenhang aus der Vereinigung der n-tupelweise verschiedenen Relationen bestehen (wobei bei den Subzeichen die 1. bzw. letzte Ziffer den gemeinsamen triadischen bzw. trichotomischen Wert angibt):

SZ1: (3.1) (1.2)

MZ1/2: (3.1.2) (1.3.2)

SZ2: (3.2) (3.2)

Ist pro Subzeichen-Paar nur ein (triadischer oder trichotomischer) Wert verschieden, ist das Mesozeichen triadisch. Allgemein gilt: Haben zwei n-stellige Relationen m gemeinsame Subzeichen, so ist das Mesozeichen (n-m)-stellig. Beispiel für m = 0:

SZ1: (2.1) (1.1)

MZ1/2: (2.3) (1.2) (1.3) (1.3)

SZ2: (3.2) (3.3).

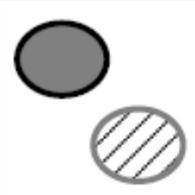
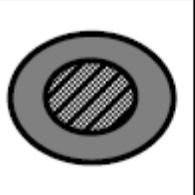
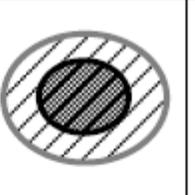
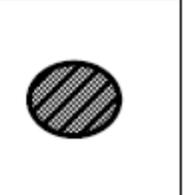
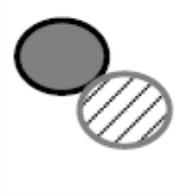
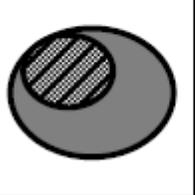
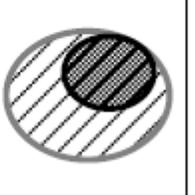
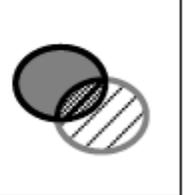
Da triadische Relationen aus Dyaden zusammensetzbar sind (vgl. Walther 1979, S. 79), lauten die allgemeinen Schemata für heterogene Mesozeichen:

1. $MZ[(a.b) \rightarrow (a.c)] = (a.b.c)$

2. $MZ[(a.b) \rightarrow (c.b)] = (a.c.b)$

3. $MZ[(a.b) \rightarrow (c.d)] = ((a.b), (c.d)).$

2. Damit können sämtliche Zeichenzusammenhänge durch Konjunktion und Disjunktion via Mesozeichen-Bildungen äusserst differenziert behandelt werden (vgl. Toth 2011). Bei den Objekten gibt es seit kürzerem ausgebaute Richtungen von Topologien, die nicht auf Punkten, sondern auf Regionen basieren. Obwohl diese Methoden nicht einheitlich sind und zumeist nicht aus der Mathematik, sondern aus ihren Nachbarsdiplinen stammen, hat man sich auf 8 fundamentale Operatoren im Rahmen des „RCC“ (Region Connection Calculus) geeignet, vgl. z.B. Egenhofer (1994):

			
$\begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & \neg\emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neg\emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ disjoint	$\begin{pmatrix} \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neg\emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ contains	$\begin{pmatrix} \neg\emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \neg\emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ inside	$\begin{pmatrix} \neg\emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \neg\emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ equal
			
$\begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & \neg\emptyset \\ \emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ meet	$\begin{pmatrix} \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \\ \emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ covers	$\begin{pmatrix} \neg\emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset & \emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ coveredBy	$\begin{pmatrix} \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \\ \neg\emptyset & \neg\emptyset & \neg\emptyset \end{pmatrix}$ overlap

Damit werden auch die fünf in Toth (2010) behandelten Grundtypen der Nähe bzw. Distanz von Zeichen und Objekt anhand der semiotischen Objektbezüge abgedeckt, insofern der disjoint-Fall symbolisch, der meet-Fall indexikalisch und der overlap-Fall iconisch sind. Die 4 restlichen Fälle (contains/inside und covers/covered-by) sind pseudo-iconisch und treten hauptsächlich nicht bei Zeichen, sondern bei semiotischen Objekten auf (Toth 2008).

3. Zur Formalisierung der Objekttheorie wird eine bi-modale spatiale Logik verwendet mit den zusätzlichen Operatoren \blacksquare und \blacklozenge (Bennett/Düntsch 2007), wobei $\blacksquare\varphi$ bedeutet, dass φ in allen möglichen Welten gilt, und $\blacklozenge\varphi \leftrightarrow \neg\blacksquare\neg\varphi$.

Die Operatoren \square und \triangle bedeuten die Kern- und Randoperatoren:

$$\begin{aligned}
 (6.23) \quad & C(x, y) \iff \blacklozenge(x \wedge y) \\
 (6.24) \quad & DC(x, y) \iff \blacksquare(\neg x \vee \neg y) \\
 (6.25) \quad & O(x, y) \iff \blacklozenge(\square(x) \wedge \square(y)) \\
 (6.26) \quad & DR(x, y) \iff \blacksquare\blacklozenge(\neg x \vee \neg y) \\
 (6.27) \quad & P(x, y) \iff \blacksquare(x \rightarrow y) \\
 (6.28) \quad & \neg P(x, y) \iff \blacklozenge(x \wedge \neg y) \\
 (6.29) \quad & TP(x, y) \iff \blacksquare(x \rightarrow y) \wedge \blacklozenge(x \wedge c(\neg y)) \\
 (6.30) \quad & NTP(x, y) \iff \blacksquare(x \rightarrow \square(y)) \\
 (6.31) \quad & \text{Non-Empty}(x) \iff \blacklozenge x \\
 (6.32) \quad & \text{Regular}(x) \iff \blacksquare(\square(\neg x) \vee \blacklozenge(\square(x)))
 \end{aligned}$$

4. Da nun die Objekttheorie sowohl das Zeichen, z.B. $x = \text{ZR}$, als auch das bezeichnete Objekt, z.B. $y = \Omega$ im topologischen Zusammenhang enthält und da das Zeichen selbst durch die Theorie der Mesozeichen bis in seine kleinsten Zusammenhänge rekonstruierbar wird, kann man die den topologischen RCC und die Theorie der Mesozeichen zu einer übergreifenden Theorie der Objekt-Zeichen-Verbindungen vereinigen.

Bibliographie

Egenhofer, Max J., Deriving the composition of binary topological relations. In: Journal of Visual Languages and Computing 5/2, 1994

Toth, Alfred, in: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008 ff

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

13.1.2011