

Prof. Dr. Alfred Toth

Peircezahlen und Protozahlen

1. Bildet man Peanozahlen auf Protozahlen ab, so wird zuerst

$$1 \rightarrow (1:1)$$

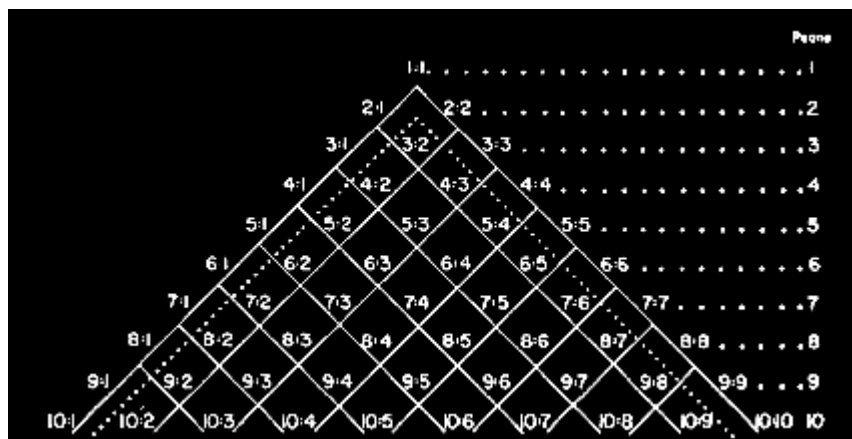
abgebildet. Für den Nachfolger von $n = 1$ gilt:

$$n \rightarrow \{((n+1):1), n:(1+1)\},$$

d.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Protozahl (1:1) hat also 2 Nachfolger. Für Nachfolger von $n > 1$ gilt allgemein:

$$S(n:n) = \{((n+1):n), ((n+2):n), \dots, (n:(n+1)), (n:(n+2)), \dots, ((n+m):(n+m))\},$$

d.h. die der Peanozahl 2 entsprechenden Protozahlen (2:1) und (2:2) haben 3 Nachfolger, die der Peanozahl 3 entsprechenden Protozahlen (3:1), (3:2) und (3:3) haben 4 Nachfolger, usw.



Quelle: www.thinkartlab.com

2. Bildet man Peanozahlen auf Peircezahlen ab (vgl. Toth 2008, S. 85 ff., 110 ff.), so wird zuerst

$$1 \rightarrow (1.1)$$

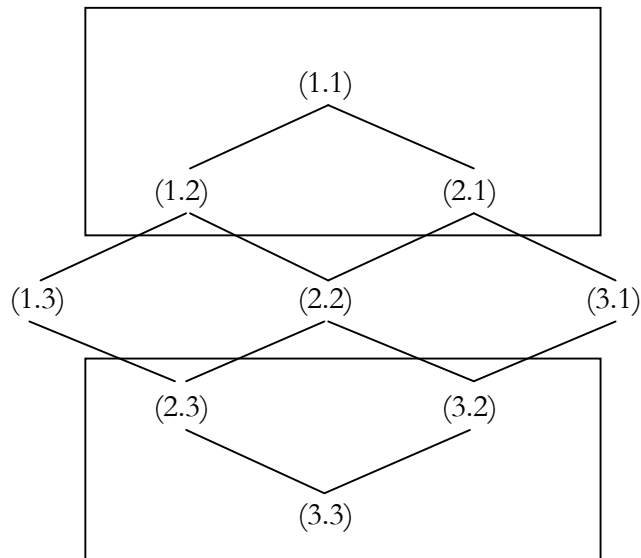
abgebildet. Allerdings bedeutet die Protozahl (1:1), dass die Kenogrammfolge 1 und der Akkretionsgrad 1 ist (vgl. Günther 1979, S. 256 f.), während die Peircezahl (1.1) bedeutet, dass der Peanozahlwert über einen Haupt- und einen Stellenwert distribuiert wird. Für die Nachfolger der Peanozahlen 1, 2, 3, 4 gilt:

$$\begin{aligned}
S(1) &= \{((1+1).1), (1.(1+1))\} \\
S(2) &= \{((1+2).1), (1.(1+2)), ((1+1).(1+1))\} \\
S(3) &= \{((1+1).(1+1+1)), ((1+1+1).(1+1))\} \\
S(4) &= \{((1+1+1).(1+1+1))\}
\end{aligned}$$

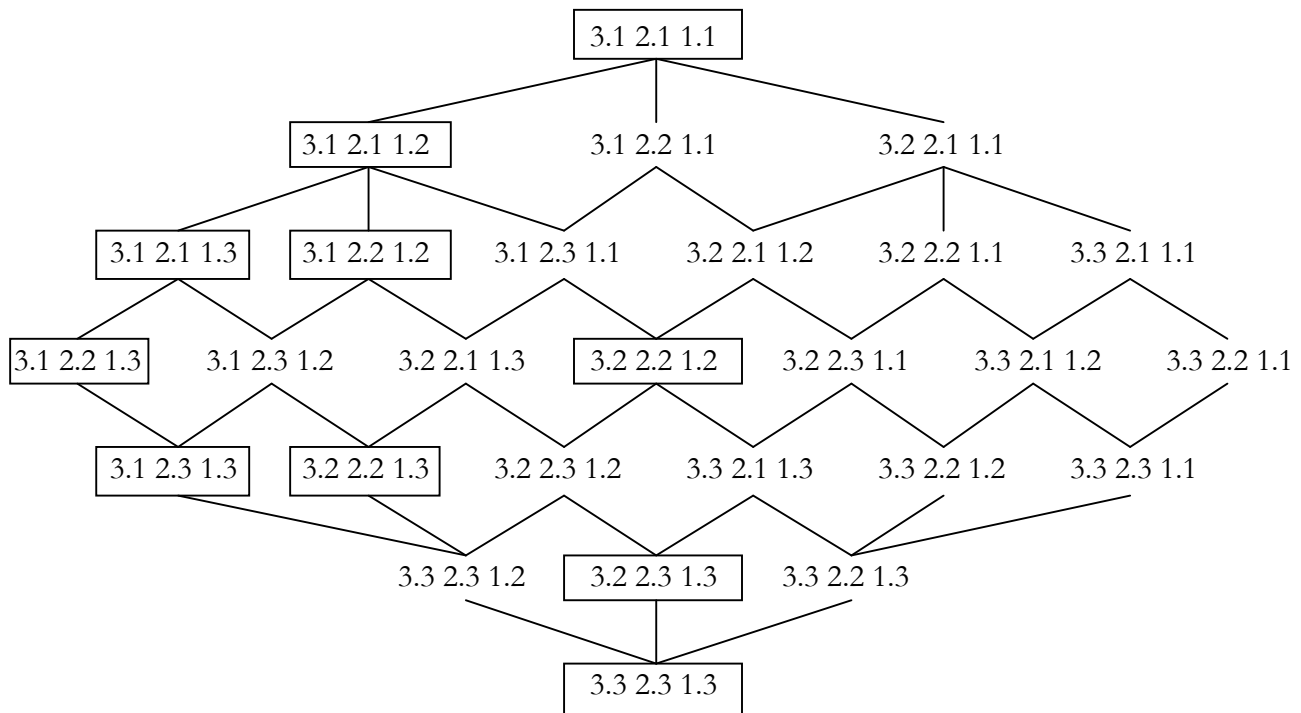
D.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Peircezahl (1.1) hat also 2 Nachfolger (1.2) und (2.1), die der Peanozahl 2 entsprechenden Peircezahlen (1.2) und (2.1) haben 3 Nachfolger (1.3), (2.2) und (3.1), die der Peanozahl 3 entsprechenden Peircezahlen (1.3), (2.2) und (3.1) haben 2 Nachfolger (2.3) und (3.2), und die der Peanozahl 4 entsprechenden Peircezahlen (2.3) und (3.2) haben einen Nachfolger (3.3).

Die Unterschiede zwischen Protozahlen und Peircezahlen sind also:

1. Peircezahlen-Paare der Gestalt (a.b) und (b.a) entsprechen 1 Protozahl, weil ihnen 1 Kenogramm zugrunde liegt. D.h. die semiotische Unterscheidung zwischen (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2) ist auf kenogrammatischer Ebene eliminiert.
2. Nach der der Peanozahl 3 entsprechenden Zahlenebene tritt Regression ein, d.h. die im folgenden Verband eingerahmten Peircezahlen sind Spiegelungen voneinander, wobei die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) als Spiegelachse fungiert:



3. Als weiterer wichtiger Unterschied zwischen Peircezahlen und Protozahlen ergibt sich, dass die Zeichenklassen die zahlentheoretischen Nachfolgeverhältnisse der Peircezahlen nicht teilen. Um dies klar zu machen, gehen wir nicht von den 10 nach dem semiotischen Inklusionsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit $(a \leq b \leq c)$ gebauten, sondern von dem vollen System der $3^3 = 27$ Zeichenklassen aus und ordnen sie so, dass auf jeder Zahlenebene Zeichenklassen mit gleichem Repräsentationswert stehen. Dies sind die 7 Zahlenebenen 9-10-11-12-13-14-15:



In dieser Hierarchie von Zeichenklassen-Zahlenebenen sind die “regulären”, d.h. nach dem Inklusionsprinzip konstruierten Zeichenklassen eingerahmt. Wie man erkennt, weist diese Zeichenklassen-Zahlenhierarchie eine interessante symmetrische Wechselstruktur von Nachfolgeranzahlen aus. So hat die dem $R_{pw} = 9$ entsprechende 1. Zeichenklassen-Zahl 3 Nachfolger, die dem $R_{pw} = 10$ entsprechenden 3 Zeichenklassen-Zahlen haben die Nachfolger-Anzahlen $3 : 2 : 3$, dann folgt die nächste Zahlenebene, wo jede Zeichenklasse genau 2 Nachfolger hat. Wie bei den Peirce-Zahlen, tritt auch hier Regression ein, nämlich auf der 4, dem $R_{pw} = 12$ entsprechenden Zahlenebene (wo sich u.a. die eigenreale Zeichenklasse befindet), so dass die Struktur der oberen Hälfte der Zahlenhierarchie im unteren Teil gespiegelt erscheint.

Trotz dieser Abweichungen zwischen Protozahlen und Peircezahlen muss allerdings festgestellt werden, dass die Peircezahlen und die Zeichenklassen-Zahlen genauso verschieden sind von den Peanozahlen wie die Protozahlen. Eine semiotische Zahlentheorie ist daher trotz gewisser Vorarbeiten (Toth 2008, S. 151 ff., S. 155 ff., S. 295 ff.) ein dringendes Desiderat.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979
 Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

© Prof. Dr. A. Toth, 4.1.2009