Diagnostische und sprachliche Kommunikationskette

1. Auf der Basis der Bühlerschen Unterscheidung von Symbol, Symptom und Signal unterscheidet Meyer-Eppler zwischen sprachlicher und diagnostischer Kommunikationskette sowie Beobachtungskette. Da wir die letztere bereits in Toth (2010b) behandelt hatten, stellen wir die beiden ersten ins Zentrum.

2. Die diagnostische Signaleigenschaften nennt Meyer-Eppler „Symptome oder Anzeichen“ (1969, S. 2), während er diejenigen von Symbolen „Zeichen“ nennt. Meyer-Eppler geht also von dem folgenden semiotischen Modell aus:

$$\begin{array}{lll} & \nearrow & \text{Symptom, Anzeichen} \\ \text{Signal} & & \\ & \searrow & \text{Zeichen} \end{array}$$

Das Signal ist für ihn dabei eine Funktion über den drei Orts- sowie einer Zeitkoordinate:

$Sig = f(x_1, x_2, x_3, t)$

Da das Beobachtungsschema wie folgt aussieht:

BS = Signalquelle (Objekt) → Signale → Beibachter,

das diagnostische Schema wie folgt:

DS = Expedient → Signale → Perzipient

und das sprachliche (eigentliche) Kommunikationsschema so:

KS = Expedient → Signale → Perzipient

mit der Zusatzbedingung, dass die Zeichenvorräte des Sender-Objektes und des Empfänger-Interpretanten nicht leer sein dürfen:

$Rep_{OS} \cap Rep_{IE} \neq \emptyset$, stellt sich ernsthaft die Frage, wie denn aus einem Signal einerseits ein Anzeichen und anderseits ein Zeichen wird. Die letztere Restriktion bei KS ist nur dann nötig, wenn von einer Union zwischen Sender und Empfänger ausgegangen wird: „Bei der wechselseitigen Kommunikation des täglichen Lebens ist jeder der beiden Partner zugleich Perzipient und Expedient“ (Meyer-Eppler 1969, S. 3). Diese Bemerkung bezieht sich jedoch darauf, dass jeder Sender zugleich Empfänger sein kann und umgekehrt, aber nicht darauf, dass sie idealtypisch in einer einzigen Kategorie verschmelzen können (wie dies etwa von Chomsky angenommen wird, vgl. Toth 1993, S. 80). Im Grunde liegt nämlich allen drei kommunikativen Modellen das Schema

Sender → Signal → Empfänger

zugrunde, und es ist nicht einzusehen, wie die vom Sender eingegebenen Signale, da sie doch durch den Kanal lediglich befördert, aber sonst, von Störungen abgesehen, nicht verändert werden, einerseits in Anzeichen bzw. Symptome und anderseits in Zeichen bzw. Symbole transformiert werden sollen.

Jede alltägliche informelle Überlegung besagt natürlich, dass nur das am Empfänger-Pol herauskommen kann, was am Sender-Pol eingegeben wird. D.h. die Signale müssen bereits am Anfang der Kommunikationskette entweder als Symptome oder als Symbole eingegeben werden. Ferner sollten die Signale – wie es Bühler (1965) getan hatte, separat behandelt und nicht als Überbegriffe für Symptome und Signale genommen werden.

3. In Toth (2010b) hatten wir nachgewiesen, dass Information, wie sie in kommunikativen Schemata transportiert wird, nicht bedeutungs- und sinnlos sein kann, weil dann nämlich keine Nachricht, die ja durch Bedeutung und Sinn definiert ist, befördert werden könnte. Daraus folgt also im Einklang mit unseren Ergebnissen von Kap. 2, **dass sowohl Symptome, Signale wie Symbole als Zeichen beim Sender-Pol eingegeben werden, damit eine Nachricht beim Sender ankommt, welche dieser verstehen bzw . dekodieren kann.**

Der Expendient als Interpretant kann demnach (3.1), (3.2) oder (3.3) sein, das Zeichen selbst als kategoriale Dyade muss einer der folgenden 6 Formen annehmen:

[B°, A°]

[A°B°, A]

[B, A°B°]

[A°, BA]

[B, A°B°]

[B°, BA]

Auch der Empfänger kann natürlich (3.1), (3.2) oder (3.3) sein.

Um nun ein triadisches Kommunikationsschema zu erhalten, müssen die in Toth (2010a) behandelten Konkatenationsbedingungen erfüllt sein. Geht man z.B. von

[B, A°B°]

aus, d.h. von (3.3 2.1.), dann kommt nur ein zweiter Interpretant der Form (3.1) in Frage, denn (3.3) ○ (3.1) = (3.1), und nur (3.1) (und nicht 3.2 und 3.3) sind regulär mit (2.1) kompatibel. Anderseits ist (2.1) mit allen drei Mittelbezügen (1.1, 1.2, 1.3) konkatenierbar.

Wenn wir

1. falsche triadische Peirce-Zahlen miteinander kombinieren, z.B.

[B, BA],

dann bekommen wir ein Paar von unkonkatenierbaren Dyaden:

[B, BA] Ξ (2.x 1.y/3.w 3.z) mit 1. $\neq$ 3.

2. falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$[B^{\circ}_{\beta^{\circ}}, A^{\circ}_{\beta}] \equiv (3.3\ 2.2/2.2\ 1.1) = (3.3\ 2.2\ 1.1)$ mit $.2 > .1$,

oder 3. sowohl falsche triadische als auch falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$[B_{\beta}, B_{\beta^{\circ}}] \equiv (2.2\ 3.3/2.3\ 3.2)$ mit $3. \neq 2.$ und $.3 > .2$,

dann können wir zwar alle möglichen Kombinationen von Dyaden erzeugen, wobei durch 1. die Triadizitätsbeschränkung zugunsten von n-adizität ($n > 3$) und durch 2. die Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ für (3.a 2.b. 1.c) aufgehoben wird, aber wir erkennen gleichzeitig, dass die durch 1. und 2. (bzw. zusammengefasst in 3.) verankerten Einschränkungen genau die Konkatenationsbedingungen für triadische semiotische Relationen und dyadischen semiotischen Relationen fest-legen.

Sei also z.B.

$ZR = [B^{\circ}, A^{\circ}] = (3.2\ 2.1)$, $I_S = (3.1)$, $I_E = (3.2)$,

dann haben wir

Komm. = $(3.1) \circ (3.2\ 2.1)\ (3.2)$

Damit (3.2 2.1) und (3.2) konkatenierbar sind, muss also M = (1.3) sein:

Komm. = $(3.1) \circ (3.2\ 2.1\ 1.3) \circ (3.2) = (3.1) \circ (3.2\ 2.1\ 1.2)$,

d.h. wir bekommen

Komm. = (3.1 2.1 1.2 3.2),

d.h. $I_S = (3.1)$, $I_E = (3.2)$ und durch den Kanal transportiertes Zeichen = (2.1 1.2), dessen Relation des Mittels zu seinem bezeichneten Objekt iconisch (abbildend) ist und dessen raumzeitliche Signalfunktion durch das Sinzeichen (1.2) bestimmt ist. Hier ist also das Signal nicht nur Mittel (1.2), sondern bereits bei Sender-Pol eingegebenes Zeichen (2.1, d.h. $1. \rightarrow 2. \equiv A$), wie eingangs gefordert.

Bibliographie

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Neudruck Stuttgart 1965

Meyer-Eppler, Wolfgang, Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Die Bedingungen für Konkatenierbarkeit von Zeichenklassen aus dyadischen Kategorienfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Richtigstellungen zum Kommunikationsmodell als Beobachtungsmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Die Bedingungen für Konkatenierbarkeit von Zeichenklassen aus dyadischen Kategorienfeldern

1. Wie wir in Toth (2010) gezeigt haben, muss jedes elementare Zeichen einem der folgenden 6 Kategorienfeldern entsprechen

$[B^\circ, A^\circ]$

$[A^\circ B^\circ, A]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[A^\circ, BA]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[B^\circ, BA]$

ferner muss die Indizierung geregelt sein, denn jeder der beiden Morphismen dürfen nur mit Indizes der Mengenfamilie {idx, A, B, BA} belegt, sofern bei der Konkatenation der Dyaden zu Triaden genau die Menge der Peirceschen Zeichenklassen erzeugt werden soll. M.a.W., inverse Morphismen sind bei Indizierungen auf die Menge der 17 „komplementären" Zeichenklassen reserviert.

2. Wir haben damit folgende Definition erreicht: **Ein elementares Zeichen ist eine dyadische Relation zwischen zwei Morphismen, von denen der eine invers sein muss und beide nur dann invers sein dürfen, wenn keiner komponiert ist, sowie einer Familie von Mengen von Kategorien, aus denen die Indizes selektiert werden, um die Dyaden von Morphismen in gerichtete Mengen zu verwandeln.**

Nachdem von Foerster (1967) die Güntherschen Kenogramme, d.h. Platzhalter des Nichts und frei zur Belegung mit logischen, mathematischen oder semiotischen Werten, durch inverse Funktionen definiert hatte, kommt in unserer obigen Definition zum Ausdruck, dass die Definition eines Zeichens gleichzeitig diejenige seine Kenogramms, oder besser gesagt: das Kenogramm sowohl als (mit semiotischen Werten) belegtes und unbelegtes enthält.

Wenn wir nun einen letzten Schritt weiter in Richtung Abstraktion tun, dann bekommen wir also

$ZR = [X_w, Y^\circ_z]$ oder $ZR = [X^\circ_w, Y_z]$

mit $X, Y \in \{A, B\}$ und $w, z \in \{\alpha, \beta\}$,

wobei die Morpismen wie folgt definiert seien:

$A \equiv 1. \rightarrow 2.$ $\qquad \alpha \equiv .1 \rightarrow .2$

$B \equiv 2. \rightarrow 3.$ $\qquad \alpha \equiv .2 \rightarrow .3$

(d.h. der Unterschied zwischen Gross- und Kleinschreibung bezieht sich auf denjenigen von triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen.)

Das ist also die vollständige Definition der Elementarzeichen aus zwei 3-elementigen Repertoires von Peirce-Zahlen.

3. Was wir hiermit jedoch noch nicht haben, sind die Bedingungen für triadische Relationen. Wenn wir

1. falsche triadische Peirce-Zahlen miteinander kombinieren, z.B.

[B, BA],

dann bekommen wir ein Paar von unkonkatenierbaren Dyaden:

[B, BA] $\equiv$ (2.x 1.y/3.w 3.z) mit $1. \neq 3.$

2. falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$[B^\circ_{\beta^\circ}, A^\circ_\beta]$ $\equiv$ (3.3 2.2/2.2 1.1) = (3.3 2.2 1.1) mit .2 >.1,

oder 3. sowohl falsche triadische als auch falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$[B_\beta, B_{\beta^\circ}]$ $\equiv$ (2.2 3.3/2.3 3.2) mit $3. \neq 2.$ und .3 > .2, dann können wir zwar alle möglichen Kombinationen von Dyaden erzeugen, wobei durch 1. die Triadizitätsbeschränkung zugunsten von n-adizität ($n > 3$) und durch 2. die Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ für (3.a 2.b. 1.c) aufgehoben wird, aber wir erkennen gleichzeitig, dass die durch 1. und 2. (bzw. zusammengefasst in 3.) verankerten Einschränkungen genau die Konkatenationsbedingungen für triadische semiotische Relationen und dyadischen semiotischen Relationen festlegen.

Bibliographie

Günther, Gotthard/von Foerster, Heinz, The logic structure of evolution and emanation. In: Annals of the New York Academy of Sciences 138, 1967, S. 874-891
Toth, Alfred, Die abstrakteste Definition des Zeichens. In: EJMS 2010

Die kategoriale Struktur von Repräsentationsfeldern

1. In einer Reihe von Arbeiten (vgl. z.B. 2010 a, b) haben wir detailliert die Repräsentationsfelder von Subzeichen sowie Zeichenklassen und Realitätsthematiken untersucht. Ausgangspunkt war bei allen Untersuchungen der Begriff der Nachbarschaft der elementaren semiotischen Einheit, der Dyade

RepF(a.b) $\subseteq$ U(a.b)

Gilt also etwa für ein (c.d) $\in$ RepF(a.b), dann können wir die Abbildungen

(a.b) $\rightarrow$ (c.d) bzw-

(a.b) $\leftarrow$ (c.d)

auch als Morphismen von (a.b) als Domäne/Codomäne und (c.d) als Codomäne/Domäne auffassen.

2. Eine unreflektierte Anwendung der elementaren Kategorietheorie verbietet sich jedoch, und zwar deshalb weil etwa eine Abbildung wie

(a.b) $\rightarrow_{\alpha}$ (x.y)

zweierlei bedeuten kann:

1. (a. + 1.b) mit x = a + 1

2. (a.b + .1) = mit y = b + 1

Konkret heisst dies, dass es mit der elementaren Kategorietheorie unmöglich ist, die Abbildungen von triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen zu unterscheiden:

TdPz: (1.1) $\rightarrow_{\alpha}$ (2.1) $\rightarrow_{\beta}$ (3.1)

(1.2) $\rightarrow_{\alpha}$ (2.2) $\rightarrow_{\beta}$ (3.2)

(1.3) $\rightarrow_{\alpha}$ (2.3) $\rightarrow_{\beta}$ (3.3) (mit ttPz = const)

TtPz: $(1.1) \rightarrow_{\alpha} (1.2) \rightarrow_{\beta} (1.3)$

$(2.1) \rightarrow_{\alpha} (2.2) \rightarrow_{\beta} (2.3)$

$(3.1) \rightarrow_{\alpha} (3.2) \rightarrow_{\beta} (3.3)$ (mit tdPz = const),

denn wenn α als der Übergang von $1 \rightarrow 2$ und β als der Übergang von $2 \rightarrow 3$ definiert ist, kann hiermit allein nicht unterschieden werden, ob der entsprechende Übergang in einer Zeile oder Spalte der semiotischen Matrix stattfindet. Ich schlage deshalb vor, wie folgt zu definieren:

$\{A, B, A^{\circ}, B^{\circ}, A^{\circ}B^{\circ}, BA\} = \{\rightarrow \mid \text{tdPz} \rightarrow \text{tdPz}\}$

$\{\alpha, \beta, \alpha^{\circ}, \beta^{\circ}, A^{\circ}B^{\circ}, BA\} = \{\rightarrow \mid \text{ttPz} \rightarrow \text{ttPz}\}$

Im einzelnen sieht das so aus:

tdPz → tdPz: $(1.2) \rightarrow (2.2) \equiv [A, id_2]$

ttPz → ttPz: $(1.1) \rightarrow (1.2) \equiv [Id_1, \alpha]$

Wie man sieht, kann man das grapisch vereinfachen, indem man setzt:

$[X, id_y] \equiv [X_{idy}]$

$[Id_y, x] \equiv [x_{idy}]$,

denn dadurch kann man die diagonalen Abbildungen, d.h.

tdPz → ttPz

ttPz → tdPz

eleganter darstellen, z.B.

$(1.2) \rightarrow (2.3) \equiv [A, \beta]$

$(3.2) \rightarrow (2.1) \equiv [B^{\circ}, \alpha^{\circ}]$

Wie man sieht, gibt es ausser diesen noch zwei weitere diagonale Abbildungstypen

$(2.3) \rightarrow (1.2) \equiv [A^{\circ}, \beta^{\circ}]$

$(2.1) \rightarrow (3.2) \equiv [B, \alpha]$

Semiotisch kann man sich jedoch auf den Standpunkt stellen, die Dyade sei die nicht mehr reduzuierbare Einheit der Semiotik (Theorem von Schröder), und somit sollte es möglich sein, die Abbildungen zwischen Dyaden als EIN Morphismus darzustellen. Dann kann man die jeweilige sekundäre Abbildung (d.h. Trichotomie vs. Triade bzw. umgekehrt) mit Hilfe von kategorialen Spuren bzw. „gerichteten" Morphismen notieren:

$(1.2) \rightarrow (2.3) \equiv [A, \beta] \qquad A_{\beta}$

$(3.2) \rightarrow (2.1) \equiv [B^{\circ}, \alpha^{\circ}] \qquad B^{\circ}{}_{\alpha^{\circ}}$

$(2.3) \rightarrow (1.2) \equiv [A^{\circ}, \beta^{\circ}] \qquad A^{\circ}{}_{\beta^{\circ}}$

$(2.1) \rightarrow (3.2) \equiv [B, \alpha] \qquad B_{\alpha}$

Damit kann man z.B. das folgende Dualsystem

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$

wie folgt darstellen

$[[B^{\circ}, \alpha], [A^{\circ}, \beta]] \times [[B^{\circ}, \alpha], [A^{\circ}, \beta]] \equiv$

$[[B^{\circ}{}_{\alpha}], [A^{\circ}{}_{\beta}]] \times [[B^{\circ}{}_{\alpha}], [A^{\circ}{}_{\beta}]]$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Maria Braun und die Grenzen der Repräsentation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Die Repräsentationsfelder von Zeichenklassen und ihren Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Repräsentationsfelder und -räume im Stiebingschen Zeichenkubus

1. Wie man aus Toth (2010) sowie weiteren Arbeiten weiss, versteht man unter einem Repräsentationsfeld jede topologische Umgebung einer semiotischen Relation. Z.B. ist die Umgebung

U(a.b)

eines Subzeichens die Menge

RepF(a.b) = {(a.b), (a.b±1), (a±1.b), ... , (a.b±n), (a±n.b)}.

Ein Spezialfall davon ist die Menge aller diagonalen Umgebungen von (a.b):

diag(a.b) = {(a.b), (a.b±2), (a±2.b), ... , (a.b±2n), (a±2n.b)}.

Damit erhält man z.B. für U(1.3):

$$\begin{array}{ccc} \underline{\underline{1.1}} & \underline{1.2} \leftarrow & 1.3 \\ & & \downarrow \\ \underline{2.1} & \underline{\underline{2.2}} & \underline{2.3} \\ & & \\ \underline{3.1} & \underline{3.2} & \underline{\underline{3.3}}, \end{array}$$

d.h. wir haben

RepF1(1.3) = {(1.2), (1.3), (2.3)}

RepF2(1.3) = {(1.1), (2.2), (3.3)}

RepF3(1.3) = {(2.1), (3.1), (3.2)},

wobei $\sum_{Rep1}^{Re} 2$ = VZ,

d.h. das Vollständige Zeichen bzw. die semiotische Matrix.

2. Nimmt man nun den Stiebingschen Zeichenkubus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), der auf Subzeichen der Form

SZ = (a.b.c)

mit a $\in$ (1, 2, 3), den sog. Dimensionszahlen, sowie b $\in$ {1., 2., 3.}, den triadischen und c $\in$ {.1, .2, .3}, den trichotomischen Peirce-Zahlen beruht, dann ist offenbar

Rep1(a.b.c) = {(a±1.b.c), (a.b±1.c), (a.b.c±1)}.

Graphisch gesehen gibt es hier entsprechend der Anzahl von a 3 Möglichkeiten:

↑	↗	
2.1. ↑	2.2. ↗	2.3. →→
SZ = (1.a.b)	SZ = (a.b.1)	SZ = (a.b.1.b),

sodass man also in 3 x 2 = 6 Schritten z.B. von (1.1.1) zu (3.3.3) kommt:

(1.1.1) → (1.1.2) → (1.1.3) → (2.1.3) → (3.1.3) → (3.2.3) → (3.3.3).

Dann ist z.B.

RepR(1.1.1) = {(1.1.1), (1.1.2), (1.2.1), (2.1.1)},

RepR(1.3.1) = {(1.3.1), (1.2.1), (1.3.2), (2.3.1)}, usw.

D.h., jedes Subzeichen (a.b.c) im Stiebingschen Zeichenkubus hat somit maximal 6 Repräsentationsräume, wobei unter Repräsentationsräume natürlich nicht nur die RepF, sondern in Sonderheit die Subzeichen selbst als triviale topologische Räume eingeschlossen sind. Der bereits bei den flächigen RepF abartige Index (mit nur 2 RepF) hat im Stiebingschen Kubus ebenfalls nur 2 RepR, deren Struktur man wie folgt darstellen kann:

3.3.2 ↖ ↗ 3.1.2

3.2.2

↑

2.3.2 ← 2.2.2 → 2.1.2

↓

1.2.2

1.3.2 ↙ ↘1.1.2

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael Zuammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stutgart 1978

Toth Alfred, Maria Braun und die Grenzen der Repräsentation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Depersonalisation als Ursache von Panik

1. Das ICD-10 schreibt über Depersonalisation folgendes (cit. nach http://www.dimdi.de/static/de/klassi/diagnosen/icd10/htmlgm2010/block-f40-f48.htm):

> **F48.1 Depersonalisations- und Derealisationssyndrom**
>
> Definition
>
> Eine seltene Störung, bei der ein Patient spontan beklagt, das seine geistige Aktivität, sein Körper oder die Umgebung sich in ihrer Qualität verändert haben, und unwirklich, wie in weiter Ferne oder automatisiert erlebt werden. Neben vielen anderen Phänomenen und Symptomen klagen die Patienten am häufigsten über den Verlust von Emotionen, über Entfremdung und Loslösung vom eigenen Denken, vom Körper oder von der umgebenden realen Welt. Trotz der dramatischen Form dieser Erfahrungen ist sich der betreffende Patient der Unwirklichkeit dieser Veränderung bewusst. Das Sensorium ist normal, die Möglichkeiten des emotionalen Ausdrucks intakt. Depersonalisations- und Derealisationsphänomene können im Rahmen einer schizophrenen, depressiven, phobischen oder Zwangsstörung auftreten. In solchen Fällen sollte die Diagnose der im Vordergrund stehenden Störung gestellt werden.

2. Es sei hier im folgenden natürlich keine systematische Annäherung von Panik und Schizophrenie intendiert, sondern ein Spotlicht auf den Begriff der Depersonalisation geworfen, der, wie aus meinen letzten Arbeiten bekannt ist, für die Semiotik relevant ist. Offenbar unterscheidet sich (graduelle) Angst nämlich genau dadurch von (gradueller) Panik, dass der Betroffene im Moment der Panik „sich selbst nicht mehr spürt“, d.h. nicht mehr als sich selbst und als Teil seiner Umwelt (zu der er ja trotzdem gehört) wahrnimmt. Was im Falle der Panik also vielleicht nur für sehr kurze Zeit eintritt, wird im Rahmen der Schizophrenie möglicherweise für viel länger systematisiert.

3. In Toth (2010a) war gezeigt worden, dass jedes der 9 Subzeichen der semiotischen Matrix als „semiotisches Selbst“ definiert werden kann. Jedes semiotische Selbst kann damit mit einer „Peirce-Zahl“ charakterisiert werden.

Ensprechend ist seine Umgebung definierbar als das Feld seiner Valenz-Zahlen, die für alle 9 semiotischen Selbst eindeutig sind. Als Selbstgrenzen kann man sodann einfach die Umgebungen der Umgebungen dieser semiotischen Selbste definieren, d.h. es gilt

$G(a.b) = U(U(a.b) = U(V(a.b)) = (U(a.b))^\circ$,

wobei im einzelnen ist

$G(1.1) = \{1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3\}$
$G(1.2) = \{3.1, 3.2, 3.3\}$
$G(1.3) = \{1.1, 2.1, 3.1, 3.2, 3.3\}$
$G(2.1) = \{1.3, 2.3, 3.3\}$
$G(2.2) = \varnothing$
$G(2.3) = \{1.1, 2.1, 3.1\}$
$G(3.1) = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.3, 3.3\}$
$G(3.2) = \{1.1, 1.2, 1.3\}$
$G(3.3) = \{1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 3.1\}$

Zu den entsprechenden Matrizendarstellungen vgl. Toth (2010b). Der tiefste Grund liegt natürlich darin, dass der “semiotische Raum” (Bense 1975, S. 65 f.) abgeschlossen ist. Demzufolge verhält sich der U-Operator ähnlich wie ein modelltheoretischer Folgerungs-Operator, so dass also z.B. jeder neue durch Folgerung gewonnene Satz einer Theorie bereits zur Theorie gehört, denn diese ist unüberschreitbar wie es die Grenzen der Peirceschen Matrix sind – es handelt sich somit um eine Definition der Selbstgrenzen, die perfekt ins Konzept des aristotelischen “Individuums” passen.

4. In den folgenden Matrizen sind nun sowohl die entsprechenden semiotischen “Selbste” (unterstrichen) wie auch ihre Grenzen (fett) eingezeichnet:

4.1. Selbstgrenze des Qualizeichens (1.1):

<u>1.1</u>	1.2	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
3.1	**3.2**	3.3

4.2. Selbstgrenze des Sinzeichens (1.2):

1.1	<u>1.2</u>	1.3
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

4.3. Selbstgrenze des Legizeichens (1.3):

1.1	1.2	<u>1.3</u>
2.1	2.2	2.3
3.1	**3.2**	**3.3**

4.4. Selbstgrenze des Icons (2.1):

1.1	1.2	**1.3**
<u>2.1</u>	2.2	**2.3**
3.1	3.2	**3.3**

4.5. Selbstgrenze des Index (2.2)

1.1	1.2	1.3
2.1	<u>2.2</u>	2.3
3.1	3.2	3.3

(Hier ist also (U(a.b))° = ∅, da U(a.b) = 9, cf. Toth 2010c.)

4.6. Selbstgrenze des Symbols (2.3):

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	<u>2.3</u>
3.1	3.2	3.3

4.7. Selbstgrenze des Rhemas (3.1)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	**2.3**
<u>3.1</u>	3.2	**3.3**

4.8. Selbstgrenze des Dicents (3.2)

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	<u>3.2</u>	3.3

4.9. Selbstgrenze des Arguments (3.3):

1.1	**1.2**	**1.3**
2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	<u>3.3</u>

Wenn nun also für einen Augenblick das semiotische Selbst diesem nicht mehr zugänglich ist, so bedeutet diese Form der Depersonalisation semiotisch, dass auch die Selbstgrenzen für diesen Moment verschwinden. Da das einzige semiotische Selbst, dessen Selbstgrenzen die leere Menge, d.h. die leere Matrix oder das leere Zeichen ist, der Index (2.2) ist, könnte man auch sagen, **Depersonalisation bedeute die Indexikalisierung des semiotischen Selbst**. In diesem Moment gibt es also keine zugänglichen Intentionen noch Rejektionen, weder Pläne noch Realitätstestungen und somit „keinen Ausweg“ mehr: man gerät eben in Panik. Dass die Menschen in Panik, wenn es ihnen möglich ist, sich an irgendwelche Beobachter, die gerade da sind, wenden, mag daran liegen, dass sie intuitiv versuchen, die Selbstgrenzen des logischen Du’s zu übernehmen. Das ist zwar in einer monokontexturalen Welt prinzipiell unmöglich, aber es hilft, den Augenblick der Panik bis zum Abflachen des Apex der Angstattacke zu überwinden, es ist also eine Fontanesche „Hilfskonstruktion“.

Der Psychiater Dr. med. Oskar Panizza hatte in seiner „Psychopathia criminalis“ gegen Panikattacken folgendes empfohlen: „Trinkt wenigstens *Einbecker* Bier, wie *Luther,* als er vor dem Reichstag erschien, und seine Seele verzagen wollte” (Panizza 1985, S. 47).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baen 1975

Panizza, Oskar, Psychopathia criminalis. 2. Aufl. München 1985

Toth, Alfred, Dekomposition und Selbstgrenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Kategoriale und nicht-kategoriale Dekomposition. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010b

Toth, Alfred, Eine Eigentümlichkeit der indexikalischen Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010c

Das Zeichen als Omen

1. Das Zeichen als Omen tritt komplex aus der fundamentalen Systematik der Zeichen heraus, die zwei Basistypen kennt: künstliche und natürliche Zeichen. Künstliche Zeichen sind nicht-vorgegeben und daher von Interpreten gesetze „Metaobjekte“ (Bense 1967, S. 9), während natürliche Zeichen interpretierte, vorgegbene und daher nicht-thetisch eingeführte Objekte sind. Beide Vorgänge aber, die thetische Einführung künstlicher Zeichen wie die Interpretation natürlicher Zeichen, sind in die Vergangenheit gerichtet: Ein Objekt wird zum Zeichen erklärt, dass es „in der rein semiotischen Dimension den Verlust der Realität überlebt“ (Bense 1952, S. 80). Ein Naturobjekt ist ebenfalls als potentielles Zeichen erst dann eines, wenn es interpretiert worden ist, d.h. der Interpretationsvorgang ist wie der Thesisvorgang rückwärts gerichtet.

2. In Christian von Wolffs „Ontologie“ wird folgende Definition des Zeichens gegeben: „Ein Zeichen ist etwas, aus dem man das Dasein oder die frühere oder zukünftige Existenz von etwas anderem erschliesst“ (cit. ap. Eco 1977, S. 40). Dies dürfte die einzige unter allen bekannteren Definitionen von Zeichen (vgl. Eco 1977, S. 37-77) sein, die im Grunde nicht auf das Zeichen als mehr oder minder statische Entität, sondern auf seine dynamischen Zusammenhänge mit anderen Zeichen abhebt. Bekannt ist Peirce’s Feststellung, dass kein Zeichen ohne ein anderes auftritt. Präziser kann man heute sagen: Nachdem Walther (1982) aufgezeigt hatte, dass alle 10 Zeichenklassen in mindestens einem Subzeichen mit der eigenrealen Zeichenklasse und damit untereinander zusammenhängen, hat jedes Zeichen ein vorangehendes und ein nachfolgendes Zeichen (vgl. auch Bense 1975, S. 170 ff.) bzw. sogar mehrere, wenn wir von den Peirce-Zahlen ausgehen (vgl. Toth 2009). Damit sind also zwar nicht logisch, jedoch semiotisch die Möglichkeiten gegeben, dass jedes Zeichen auf ein Anderes vorher oder auf ein Anderes nachher Bezug nimmt, nämlich mittels der durch das Zeichen selbst gesetzten Zeichenprozesse oder Semiosen. Die wohl wissenschaftlichste und auf jeden Fall modernste Version dieser Idee findet sich in Kaehrs semiotischer Textem-Theorie (vgl. Kaehr 2009).

3. Was nun das Zeichen spezifisch als Omen, d.h. als zukünftiges, betrifft, so kann natürlich in einer Welt, in der wenigstens in der Praxis der Zeitpfeil nicht umgekehrt werden kann, kein Zeichen vorhanden sein, bevor es nicht gesetzt ist. Daraus folgt in Sonderheit, dass es nicht möglich ist, die Bedeutung eines Ereignisses (Objektes) zu kennen, bevor diese eingetreten ist (und die Chance hatte, zum Zeichen erklärt werden zu können). Es gibt also streng genommen natürlich keine „Omina", „Prodigia" u. dgl., ferner kann von einem bestimmten Zeichen, da nach dem Waltherschen Satz (1982) ja alle seine drei Subzeichen mit allen 10 Zeichenklassen zusammenhängen, auch nicht vorausgesagt werden, welches das nächstfolgende oder eines der nächstfolgenden Zeichen ist. Es ist ein unbestimmtes aus einer bestimmen Menge.

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Eco, Umberto, Zeichen. Frankfurt 1977

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Nachfolgertypen bei den Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Generation, Selektion, Involvation

1. Was ich hier biete, ist ein Paradebeispiel dafür, wie streng die immer wieder betonten relationentheoretisch-mathematischen Grundlagen der Peirceschen Semiotik in der Vergangenheit (und teilweise Gegenwart) genommen wurden (werden). Was ich hier vorführe, soll denen zur Abschreckung dienen, die glauben, es bedürfe der Mathematisierung der Semiotik nicht, wie sie im „Journal for Mathematical Semiotics" und in meinen Büchern betrieben wird.

2. Wir gehen aus von der folgenden, im Ernst gemeinten, Passage in der „Allgemeinen Zeichenlehre": „Es soll noch angemerkt werden, dass jede Trichotomie ebenso wie die Triade einen generativen Bau aufweist, d.h.: Das Sinzeichen folgt auf das Qualizeichen und das Legizeichen auf das Sinzeichen. Nach Bense ist der Üebergang vom Qualizeichen zu Sin- und Legizeichen nur aufgrund der Operation der Selektion zu leisten: Das Sinzeichen wird aus dem Qualizeichen, das Legizeichen aus Sin- und Qualizeichen selektiert (...). Da die Übergänge nicht immer exakt festzulegen sind, kann man auch sagen – worauf Peirce grossen Wert legt -, dass die beiden ersten oder unteren Bereiche immer im dritten Bereich involviert sind" (Walther 1979, S. 60 f.).

3. Wenn wir diesen Text genau lesen, haben wir:

3.1. den „generativen Bau" (Bense): $\sigma(1.1) = 1.2$, $\sigma(1.2) = 1.3$

3.2. die „Operation der Selektion" (Bense): $1.1 > 1.2 > 1.3$

3.2. die „Involvation" (Peirce): $(1.1 \subset 1.2) \subset 1.3$,

d.h., wie selbst ein Nicht-Mathematiker sieht, drei total verschiedene Dinge (Nachfolgeroperator in 3.1., mathematisch sinnlose „Selektionsoperation" in 3.2., Inklusion einer Inklusion in 3.3.).

Aus 3.1. folgt natürlich $1.1 = 1$, $1.2 = 2$, $1.3 = 3$ mit $1, 2, 3 \in \mathbb{N}$, im Widerspruch zu 3.2. und 3.3.

3.2. impliziert, dass die 1.1, 1.2, 1.3 Repertoires (und nicht Elemente eines Repertoires!!) sind, d.h. $1.1 = \{M\}_{(1..1)}$, $1.2 = \{M\}_{(1..2)}$, $1.3 = \{M\}_{(1..3)}$. Selektion bedeutet nun aber die Entnahme von Elementen einer Menge und da die leere Menge keine Elemente enthält (man folglich nichts aus ihr entnehmen kann), gilt

$\{M\}_{(1..1)} \supset \{M\}_{(1..2)} \supset \{M\}_{(1..3)}$.

Allerdings gilt jedoch nach 3.3

$(\{M\}_{(1..1)} \subset \{M\}_{(1..2)}) \subset \{M\}_{(1..3)}$,

was also nochmals auf einen Widerspruch führt.

Der Schluss liegt auf der Hand: Alle drei Konzeptionen des Verhältnisses trichotomischer Subzeichen pro Triade widersprechen einander paarweise. Man wird sich daher nicht wundern, dass die auf den ersten Blick sonderbar erscheinendnen drei Arten von Peirce-Zahlen eingeführt wurden (vgl. Toth 2009a, b und weitere Arbeiten).

Bibliographie

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zwei kardinale semiotische Masszahlen

1. Bevor die Aufsätze (Toth 2008a, b) erschienen waren, gab es nur ein kardinales semiotisches Mass: die von Bense eingeführten Repräsentationswerte (vgl. Bense/Walther 1973, S. 85). Hierzu werden die von uns so bezeichneten triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen als natürliche Zahlen aufgefasst und von allen Subzeichen die Quersummen errechnet, d.h.

tdP $\rightarrow \mathbb{N}$

ttP $\rightarrow \mathbb{N}$

Dieses Verfahren ist allein deshalb fragwürdig, weil es als dritte semiotische Zahlen noch die (vermittelnden) Relationszahlen gibt; so gilt nach Bense

Rpw(1.2) = Rpw(2.1) = 3

Rpw(1.3) = Rpw(3.1) = 4

Rpw(2.3) = Rpw(3.2) = 5,

wobei stillschweigend unterstellt wird, dass ein trichotomischer Schritt ebenso viel „wiegt" wie ein triadischer, obwohl anderseits Trichotomien als „Feindifferenzierungen der Triaden" aufgefasst werden. Nun ist aber die ordinale Gradation nach Peano das Hauptkriterium, um von der Reihe der natürlichen Zahlen zu sprechen; gerade dieses Kriterium ist jedoch bei den Peirce-Zahlen nicht erfüllt; davon abgesehen, dass sie keine lineare Progression kennen. So ist etwa bei den obigen Paaren (1.2) : (2.1), (1.3) : (3.1), (2.3) : (3.2) nicht klar, ob die Bewegung vorwärts oder rückwärts geht. Ausser flächigem Zählen kennen die Peirce-Zahlen ferner das diagonale Zählen – eben genau bei den Relationszahlen, die sowohl zwischen tdP als auch zwischen ttP vermitteln (Toth 2009a, b).

2. Eine weitere Möglichkeit eines kardinalen semiotischen Masses sind die Valenzzahlen, die sich pro Subzeichen danach berechnen, wie viele „unmittelbar benachbarte" Subzeichen es „regiert". Dieser freilich mit der gegebenen quantitativen Mathematik schwer präziser ausdrückbare Sachverhalt meint, dass eine Peirce-Zahl nicht per se (wie die natürlichen Zahlen und sämtliche übrigen

quantitativen Zahlen), sondern nur abhängig von ihrer Position in der semiotischen Matrix über einen bestimmten, einzig von ihrer Relation abhängigen Valenzwert hat. Die Valenzwertbestimmung geht also aus von der folgenden Matrix:

$$\begin{array}{ccccc}
1.1 & \leftrightarrows & 1.2 & \leftrightarrows & 1.3 \\
\downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow \\
2.1 & \leftrightarrows & 2.2 & \leftrightarrows & 2.3 \\
\downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \downarrow\uparrow \\
3.1 & \leftrightarrows & 3.2 & \leftrightarrows & 3.3
\end{array}$$

Die entsprechende Valenzzahl-Matrix sieht also wie folgt aus

3	5	3
4	8	**5**
3	**5**	3,

während die repräsentationswertige Matrix wie folgt aussieht:

2	3	4
3	4	**5**
4	**5**	6.

Die beiden Wert-Matrizen stimmen also nur für die Relationalzahl (2.3) : (3.2) überein.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers of monads, dyads, and triads. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Bond structures of sign classes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Objektive Erweiterungen von Zeichenklassen?

1. In Toth (2009) wurde festgestellt, dass die logisch-erkenntnistheoretische Struktur von Zeichenklassen

Zkl = [[±O, ±S], [±O, ±S], [±O, ±S]]

ist, d.h. die triadische Peirce-Zahlen sind Objektskonstanten und die trichotomischen Peirce-Zahlen Subjektsvariablen, so dass wir also auch

Zkl = (3.x 2.y 1.z)

schreiben können. Da bereits die 3-wertige Logik 2 Subjekte erfordert und daher allgemein eine n-wertige Logik Platz für (n-1) Subjekte haben muss, erhalten wir schliesslich

Zkl = $((3.x_1, x_2, x_3, ..., x_{n-1}) (2.y_1, y_2, y_3, ..., y_{n-1}) (1.z_1, z_2, z_3, ..., z_{n-1}))$.

2. Wenn man den letzten Ausdruck für Zkl betrachtet, sieht man, dass die Subjekte $x_1, x_2, x_3, ..., y_1, y_2, y_3, ...$ und $z_1, z_2, z_3, ...$ entweder in der gleichen Kontextur stehen wie das Objekt oder je in verschiedenen. Diese beiden Möglichkeiten sollen kurz dargestellt werden.

2.1. Falls die Subjekte in der gleichen Kontextur stehen wie die Objekte, dann stellen die Ausdrücke zur Linken Abkürzungen für die Ausdrücke zur Rechten dar:

$3\ x_1, x_2, x_3, ..., x_{n-1} \quad \rightarrow \quad (3.x_1), (3.x_2), (3.x_3), ..., (3.x_{n-1})$

$2.y_1, y_2, y_3, ..., y_{n-1} \quad \rightarrow \quad (2.y_1), (2.y_2), (2.y_3), ..., (2.y_{n-1})$

$1.z_1, z_2, z_3, ..., z_{n-1} \quad \rightarrow \quad (1.z_1), (1.z_2), (1.z_3), ..., (1.z_{n-1})$,

denn auch wenn es wahr ist, dass mehrere Kontexturen durch die Präsenz mehrerer Subjekte verursacht werden, die verschiedene ontologische Orte einnehmen, so bedarf jede Kontextur nicht nur eines Subjektes, sondern auch eines Objektes, auch wenn dieses das identisch-eine ist, da jede der „disseminierten“ Kontexturen selbst wiederum 2-wertig ist.

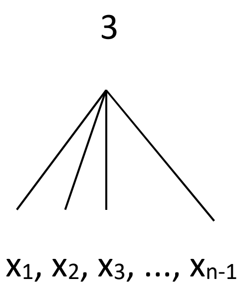
2.2. Falls die Subjekte nicht in der gleichen Kontextur stehen wie die Objekte, sondern in je verschiedenen, bedeutet das, dass wir Kopien des ursprünglichen Objektes vor uns haben:

$3\ x_1, x_2, x_3, ..., x_{n-1} \quad \rightarrow \quad (3_1.x_1), (3_2.x_2), (3_3.x_3), ..., (3_{n-1}.x_{n-1})$

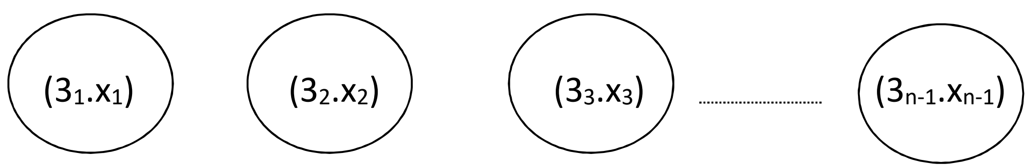
$2.y_1, y_2, y_3, ..., y_{n-1} \quad \rightarrow \quad (2_1.y_1), (2_2.y_2), (2_3.y_3), ..., (2_{n-1}.y_{n-1})$

$1.z_1, z_2, z_3, ..., z_{n-1} \quad \rightarrow \quad (1_1.z_1), (1_2.z_2), (1_3.z_3), ..., (1_{n-1}.z_{n-1})$.

Die Situation sieht also im 1. Fall etwa so aus:



und im 2. Falle etwa so:



3. Im 2. Fall muss also der letzte Zkl-Ausdruck

$Zkl = ((3.x_1, x_2, x_3, ..., x_{n-1})\ (2.y_1, y_2, y_3, ..., y_{n-1})\ (1.z_1, z_2, z_3, ..., z_{n-1}))$

durch Objekts-Kopien erweitert werden:

$Zkl = ((3_1, 3_2, 3_3, ..., 3_{n-1},.x_1, x_2, x_3, ..., x_{n-1})\ (2_1, 2_2, 2_3, ..., 2_{n-1},.y_1, y_2, y_3, ..., y_{n-1})\ (1_1, 1_2, 1_3, ..., 1_{n-1},.z_1, z_2, z_3, ..., z_{n-1}))$,

d.h. wir haben hier nun nicht mehr nur eine „polysubjektive“, sondern auch eine „polyobjektive“ Zeichenklasse vor uns, wobei allerdings die Objekte im Gegensatz zu den Subjekten blosse Kopien des ursprünglichen Objekts sind. Eine auf

Polyobjekten im Sinne von Objektskopien gegründete Semiotik ist also nicht etwa eine Semiotik mit mehreren M, O und I, sondern die Kopien

$C(M) = (M_1, M_2, M_3, ..., M_{n-1})$

$C(O) = (O_1, O_2, O_3, ..., O_{n-1})$

$C(I) = (I_1, I_2, I_3, ..., I_{n-1})$

garantieren die semiotischen Minimalanforderungen an jede 2-wertige Kontextur im „Disseminations“-Verbund.

Bibliographie

Toth, Alfred, Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Polysubjektive Zeichenklassen und ihre Kontexturen

1. In Toth (2009) wurde die logisch-erkenntnistheoretische Struktur von Zeichenklassen als

$Zkl = [[\pm O, \pm S], [\pm O, \pm S], [\pm O, \pm S]]$

bestimmt. Daraus folgt also, dass die triadischen Peirce-Zahlen (tdP) als Objektskonstanten und die trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) als Subjektsvariablen eingeführt werden können:

$Zkl = (3.x\ 2.y\ 1.z)$,

wobei die Werte von x, y, z $\in$ {1, 2, 3} durch die Abbildung der 3-kontexturalen Trito-Zahlen auf die ttP eindeutig bestimmt sind.

2. Nun hat die obige Gleichung, welche die abstrakte triadisch-trichotomische „Normalform“ einer Zeichenklasse angibt, 1 Subjektposition. Eine Semiotik, die auf Zkl aufgebaut ist, beruht somit auf einer 2-wertigen Logik. Wie man leicht sieht, hat also eine n-wertige Logik (n-1) Subjektpositionen und damit (n-1) trichotomische Peirce-Zahlen als Subjektvariablen:

$Zkl_{n-1} = ((3.x_1, x_2, x_3, ..., x_{n-1})\ (2.y_1, y_2, y_3, ..., y_{n-1})\ (1.z_1, z_2, z_3, ..., z_{n-1}))$

Nun gehört aber jede Subjektsposition in eine eigene Kontextur, denn ihr kommt ein je eigener ontologischer Ort zu. Nur im monokontexturalen Fall, der mit Zkl_{n-1} ausgedrückt ist, sind alle Subjekte und das Objekt in der einen und einzigen Kontextur. Damit haben wir also je nach mono- oder polykontexturalem Standpunkt jeweils zwei Möglichkeiten, die Präsenz von mehr als 1 Subjekt in Zeichenklassen, d.h. von mehr als einer ttP als Stellenwert eines Subzeichens darzustellen, z.B.

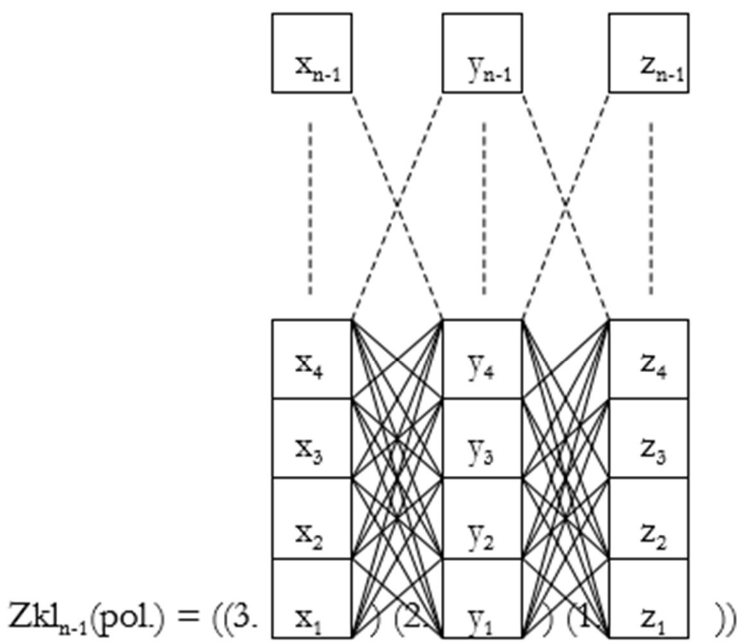
$Zkl_3(mon.) = ((3.x_1, x_2, x_3)\ (2.y_1, y_2, y_3)\ (1.z_1, z_2, z_3))$

$$\text{Zkl}_3(\text{pol.}) = ((3.\ \begin{array}{|c|}\hline x_3 \\ \hline x_2 \\ \hline x_1 \\ \hline\end{array}\ )\ (2.\ \begin{array}{|c|}\hline y_3 \\ \hline y_2 \\ \hline y_1 \\ \hline\end{array}\ )\ (1.\ \begin{array}{|c|}\hline z_3 \\ \hline z_2 \\ \hline z_1 \\ \hline\end{array}\ ))$$

Wie Kaehr (2009) richtig festgestellt hatte, können Subzeichen interkontexturell ausgetauscht werden, d.h. z.B. kann ein Index (2.2) für ein Subjekt in K = 1 ein Icon (2.1) für ein Subjekt in K = n-1 oder ein Symbol für ein Subjekt in K = 4 sein; dasselbe gilt natürlich für alle Subzeichen. Damit wird aber natürlich die lineare Ordnung des monokontexturalen Falles

$$\text{Zkl}_{n-1}\ (\text{mon}) = ((3.x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow \ldots \rightarrow x_{n-1})\ (2.y_1 \rightarrow y_2 \rightarrow y_3, \ldots \rightarrow y_{n-1})\ (1.z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow z_3 \rightarrow \ldots \rightarrow z_{n-1}))$$

polykontextural zu einem vielgestaltigen nicht-linearen Geflecht (vgl. Günther (1979, S. 289) aufgebrochen:



Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1980

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Zeichenklassen mit mehreren Subjektspositionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Konstruktionen von Zeichenklassen aus Dyaden von trichotomischen Peirce-Zahlen

1. Die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen (einschliesslich der indifferenten Peirce-Zahlen wie (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1), (2.3) und (3.3)), wurde in Toth (2009a) eingeführt. In Toth (2009b) wurde gezeigt, dass triadische (tdP) und trichotomische (ttP) Peirce-Zahlen abweichende Eigenschaften haben. Ferner wurde in Toth (2009c) nachgeweisen, dass man durch Abbildung von ttP auf 3-kontexturale Trito-Sequenzen die 10 Peirceschen Zeichenklassen sowie einige „irreguläre“ Zeichenklassen herstellen kann. In Toth (2009d) wurde schliesslich gezeigt, dass man durch die reflektierte Kontextur K 3 sämtliche 3^3 = 27 möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenklassen herstellen kann.

2. Nachdem nun in Toth (2009e) gezeigt wurde, dass man keineswegs am dogmatischen sogenannten Peirceschen Reduktionsaxiom (vgl. Toth 2008, S. 214 ff.) festhalten muss, sondern Zeichenklassen und Realitätsthematiken auch aus Dyaden (auf die nach einem bekannten Theorem sämtliche n-adischen Relationen zurückgeführt werden können) herstellen kann, wollen wir zeigen, die die Konstruktionen von Zeichenklassen und Realitätsthematiken aus Dyaden ttP funktioniert.

2.1. Die Abbildung der Zeichenklassen auf ttP ist eindeutig:

3.1 2.1 1.1 $\rightarrow$ 111

3.1 2.1 1.2 $\rightarrow$ 112

3.1 2.1 1.3 $\rightarrow$ 113

3.1 2.2 1.1 $\rightarrow$ 121

3.1 2.2 1.2 $\rightarrow$ 122

3.1 2.2 1.3 $\rightarrow$ 123

3.1 2.3 1.1 → 131

3.1 2.3 1.2 → 132

3.1 2.3 1.3 → 133

3.2 2.1 1.1 → 211

3.2 2.1 1.2 → 212

3.2 2.1 1.3 → 213

3.2 2.2 1.1 → 221

3.2 2.2 1.2 → 222

3.2 2.2 1.3 → 223

3.2 2.3 1.1 → 231

3.2 2.3 1.2 → 232

3.2 2.3 1.3 → 233

3.3 2.1 1.1 → 311

3.3 2.1 1.2 → 312

3.3 2.1 1.3 → 313

3.3 2.2 1.1 $\rightarrow$ 321

3.3 2.2 1.2 $\rightarrow$ 322

3.3 2.2 1.3 $\rightarrow$ 323

3.3 2.3 1.1 $\rightarrow$ 331

3.3 2.3 1.2 $\rightarrow$ 332

3.3 2.3 1.3 $\rightarrow$ 333

2.2. Konkatenation von Dyaden von ttP zur Konstruktion von Zkln

2.2.1. Unkontexturierter Fall

Hier muss C(Dy1) = D(Dy2) sein, d.h. es muss mindestens ein gemeinsames Subzeichen vorhanden sein, z.B.

$(311) \equiv (3 \rightarrow 1) \lozenge (1 \rightarrow 1)$

$(231) \equiv (2 \rightarrow 3) \lozenge (3 \rightarrow 1)$

$(132) \equiv (1 \rightarrow 3) \lozenge (3 \rightarrow 2)$

2.2.2. Kontexturierter Fall

2.2.2.1. C(Dy1) = D(Dy2), sog. homogene Fälle, s.o.

2.2.2.2. C(Dy1) ≠ D(Dy2), sog. heterogene Fälle, s.o.

Hier kommen die Kaehrschen „matching conditions“ (vgl. z.B. Kaehr 2009) der Kontexturenzahlen zum Einsatz, z.B.

$(2321) \rightarrow (2 \rightarrow 3)_{\alpha,\beta} \lozenge (2 \rightarrow 1)_{\gamma,\delta}$

MC: $\alpha \equiv \gamma$; $\alpha \equiv \delta$; $\beta \equiv \gamma$; $\beta \equiv \delta$; $\alpha, \beta \equiv \gamma$; $\alpha, \beta \equiv \delta$; $\alpha, \beta \equiv \gamma, \delta$.

Man beachte allerdings, dass wenn von ttP und nicht von Subzeichen (d.h. gemischten tdP/ttP) ausgegangen wird, die Kontexturierungen nicht mehr „redundant" sind, d.h. wir haben z.B. $(1.3)_3 \equiv 1_3$ vs. $(2.3)_2 \equiv 3_2$ vs. $(3.3)_{2,3} \equiv 3_{2,3}$, das spielt allerdings keine Rolle, denn nach Toth (2009e) werden ja die tdP als Objektskonstanten, die ttP aber als Subjektsvariablen eingeführt, und die Subjekte sind es ja, welche die Kontexturen determinieren.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Category of glue II. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html (2009)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Die Erzeugung "irregulärer" Zeichenklassen durch reflektionale Trito-Systeme. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Zeichenklassen und Realitätsthematiken aus Dyaden I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009e

Zeichenklassen mit mehreren Subjektspositionen

1. In früheren Arbeiten, z.B. in Toth (2008), waren wir von der folgenden logischen-erkenntnistheoretischen Struktur von Zeichenklassen ausgegangen:

Zkl = [[±S, ±O], [±S, ±O], [±S, ±O]],

d.h. die triadischen Werte wurden mit den Subjektstellen und die trichotomischen Werte mit den Objektstellen jedes Subzeichens identifiziert.

2. Inzwischen wurde aber in Toth (2009) nachgewiesen, dass die 3-kontexturalen Trito-Zeichen die trichotomischen Werte sämtlicher 10 Peircescher Zeichenklassen (und damit die triadischen Werte ihrer dualen Realitätsthematiken) generieren:

000 → (111) → (3.1 2.1 1.1), (222) → (3.2 2.2 1.2), (333) → (3.3 2.3 1.3)

001 → (112) → (3.1 2.1 1.2), (113) → (3.1 2.1 1.3), (223) → (3.2 2.2 1.3)

010 → *(3.1 2.2 1.1), *(3.1 2.3 1.1), *(3.2 2.3 1.2)

011 → (122) → (3.1 2.2 1.2), (133) → (3.1 2.3 1.3), (233) → (3.2 2.3 1.3)

012 → (123) → (3.1 2.2 1.3).

3. Das bedeutet nun, dass wir von der folgenden allgemeinen Struktur von Zeichenklassen ausgehen können

Zkl = (3.x 2.y 1.z)

und dabei die triadischen Werte, d.h. die triadischen Peirce-Zahlen (tdP), als Objektskonstanten (Seinskategorien) und die trichotomischen Werte, d.h. die trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) als Subjektsvariablen auffassen müssen:

Zkl = [[±O, ±S], [±O, ±S], [±O, ±S]],

Wie gesagt, die n-kontexturalen Trito-Systeme als Systeme qualitativer Zahlen erzeugen hier die qualitativen ttP, so dass die Zeichenklassen also nicht den Subjekt-, sondern den Objektpol des dualen semiotischen Repräsentationsschemas darstellen, und die Realitätsthematiken nicht den Objekt-, sondern den Subjektpol (vgl. Gfesser 1990), d.h. die Zeichenklassen thematisieren im Sinne Benses die „Welt“ und die Realitätsthematiken das „Bewusstsein“ und nicht etwa umgekehrt. Im Grunde folgt hieraus sogar, dass die Namen für Zkl und Rth vertauscht werden sollten.

4. Da eine polykontexturale Logik eine mindestens 3-wertige (d.h. n-wertige mit $n \geq 3$ Werten) Logik ist, d.h. mindestens zwei Subjektstellen besitzt, folgt, dass eine triadisch-trichotomische Semiotik wie die Peircesche unvollständig bzw. fragmentarisch ist. Allerdings folgt dies, wohlverstanden, nicht wegen der mangelnden Anzahl an triadischen Werten, d.h. Seinskonstanten oder Kategorien, wie selbst Kaehr oft bemängelt und wie es bereits in Peirces eigenen Schriften nachgelesen werden kann, der u.a. eine dekadisch-dekatomische Semiotik präpariert hatte, sondern der Mangel liegt an der ungenügenden Anzahl der trichotomischen Werte, d.h. der Subjektsvariablen, die ja nicht nur die Qualitäten, sondern auch die ontologischen Orte der Subjekte freihalten. Die Erweiterung der Semiotik erfolgt somit nicht nach der Richtung einer tetradisch, pentadischen usw., sondern nach der Richtung einer tetratomischen, pentatomischen usw. Semiotik, allgemein:

$$Zkl = (3.x\ 2.y\ 1.z) \rightarrow ((3.x_1, x_2, x_3, ..., x_n)\ (2.y_1, y_2, y_3, ..., y_n)\ (1.z_1, z_2, z_3, ..., z_n))$$

Nachdem allerdings die 3-kontexturale Trito-Semiotik (mit somit 2 Subjektstellen) die trichotomische Semiotik erzeugt, benötigt eine Logik mit n-Subjektstellen eine (n+1)-atomische Semiotik.

Bibliographie

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo, Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Toth, Alfred, The sign as a „disjunction between world and consciousness“. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Was ist eigentlich ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

2 verschiedene Additionen und Subtraktionen von Zeichenklassen

1. Nach Beckmann (1976) werden Zeichenklassen addiert, indem das verbandstheoretische Maximum der Subzeichen in der Summe gesetzt wird, also z.B.

(3.1 2.1 1.1) ⊕ (3.1 2.3 1.3) = (3.1 2.3 1.3)

(3.1 2.2 1.2) ⊕ (3.2 2.2 1.3) = (3.2 2.2 1.3).

Entsprechend werden Zeichenklassen subtrahiert indem das verbandstheoreische Minumum der Subzeichen in der Summe gesetzt wird:

(3.1 2.1 1.1) ⊖ (3.1 2.3 1.3) = (3.1 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.3) ⊖ (3.1 2.2 1.2) = (3.1 2.2 1.2).

Das Problem liegt hier, dass nur triadische oder trichotomische Peircezeichen, also Werte entweder aus Triaden oder aus Tricotomien addiert bzw. subtrahiert werden können. Ausdrücke wie z.B.

(3.1) ⊕ (1.3), (1.2) ⊖ (3.2) usw.

sind also nicht definiert.

2. Ein alternatives Verfahren, das leider erst kürzlich veröffentlicht wurde, stammt von Kaehr (2009, original schon von 1978). Es handelt sich um die Einführung einer semiotischen Transjunktion. Man kann damit zwar nicht addieren oder subtrahieren, aber es wird hier, ausgehend von der Tatsache, dass die binäre Logik triadisch und nicht dyadisch ist, die logische Theorie der Rejektionswerte ausgenützt, vgl. z.B.

(3.1 2.1 1.1) $\triangledown$ (3.1 2.3 1.3) = (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.2) $\triangledown$ (3.2 2.2 1.3) = (3.3 2.1 1.1), (3.3 2.3 1.1)

Davon abgesehen, dass die Transjunktion nicht zu eindeutigen Ergebnissen führt – was allerdings bei einer polykontexturalen Operation nicht weiter verwundert (vgl.

Kronthaler 1986, S. 39 ff.) -, unterliegt sie leider der gleichen Beschränkung wie Beckmanns verbandstheoretische Addition und Subtraktion, vgl.

(3.1) $\triangledown$ (1.3), (1.2) $\triangledown$ (3.2) usw.,

d.h. auch die Transjunktion ist entweder auf triadische oder auf trichotomische Peirce-Zahlen beschränkt.

3. Eine für triadische Peircezahlen (tdP) als auch trichotomische Peircezahlen (ttP) funktionierende Lösung beruht darin, dass man nicht von den Zeichenklassen ausgeht, sondern von den ihren zugehörigen Trito-Zahlen, bevor diese mit ttP belegt werden, d.h. auf Zeichenklassen abgebildet werden. Da 010 zu irregulären Zeichenklassen führt, lassen wie es beiseite (vgl. Toth 2009a, b):

000 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

011 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3)

Wenn wir nun addieren, bekommen wir folgenden Ergebnisse:

000 + 001 = 001   001 + 010 = 011

000 + 011 = 011   001 + 011 = 012

000 + 012 = 012

Bei den übrigen tritt der Normalformoperator in Kraft (vgl. Kronthaler 1986, S. 39), z.B.

010 + 011 = 021 = 012

012 + 011 = 023 = 012

010 + 011 + 012 = 033 = 011, usw.

Die Subtraktion ist eine einfache Inversion der Addition:

023 – 011 = 012

012 – 010 = 002 = 001

011 – 010 = 001, usw.

Wenn wir nun die Belegungen mit ttP vornehmen, bekommen wir die folgenden Entsprechungen, z.B. für

011 + 011 = 022 = 011

(3.1 2.2 1.2) + (3.1 2.2 1.2) = (3.1 2.2 1.2) + (3.1 2.3 1.3) = (3.1 2.3 1.3) + (3.1 2.3 1.3) + (3.1 2.2 1.2) + (3.1 2.3 1.3) = ... = (3.2 2.3 1.3) + (3.2 2.3 1.3) =

(3.1 2.3 1.3).

D.h. wir können die Trito-Zahlen selber addieren und subtrahieren, bevor wir sie mit semiotischen Werten der ttP belegen. Die Summen bzw. Differenzen addierter bzw. subtrahierter Zeichenklassen sind dann eindeutig-mehrmöglich wie die Ergebnisse aller polykontexturaler Operationen.

Bibliographie

Beckmann, Peter, Verbandtheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976, S. 31-36

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Textems/Textems.pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Was bzw. wie bezeichnet ein Zeichen eigentlich? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Reflektionale Kontexturen und komplementäre Graphen

1. In Toth (2009a) wurde gezeigt, dass durch Belegung der 3-kontexturalen Trito-Zahlen mit dem trichotomischen Peirce-Zahlen die 10 Zeichenklassen hergestellt werden können:

000 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

011 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3),

zuzüglich der folgenden irregulären Zeichenklassen:

010 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.1), (3.2 2.3 1.2), (3.2 2.1 1.2), (3.3 2.2 1.3).

2. Ein Blick auf die Struktur von 010 zeigt, dass sie dual ist, d.h. mit ihrer Reflektion zusammenfällt. Dies führte zur Entdeckung, dass in der zur Kontextur R_3 reflektionalen Kontextur $_3$Я (vgl. Kronthaler 1986, S. 47), sämtliche 17 „irregulären“ Zeichenklassen hergestellt werden können, d.h. all jene Zeichenklassen, die von der gesamten Menge der 3^3 = 27 Zeichenklassen abzüglich der 10 Peirceschen Zeichenklassen noch verbleiben und die sonst durch die Struktur (3.A 2.B 1.C) mit der Ordnungsbeschränkung $A \leq B \leq C$ ausgefiltert werden (Toth 2009b):

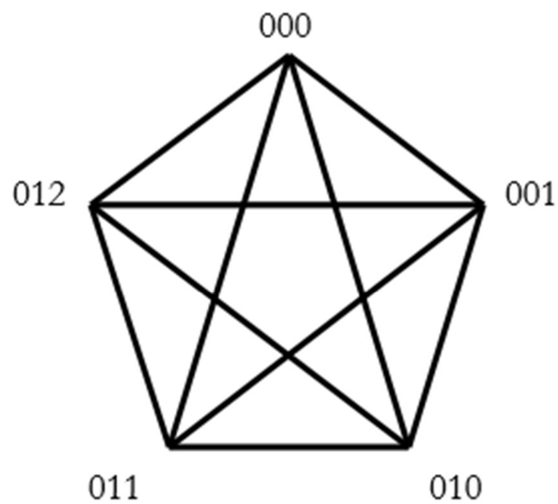
100 $\rightarrow$ (3.2 2.1 1.1), (3.2 2.1 1.2), (3.3 2.1 1.1), (3.3 2.2 1.2)

110 $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.1), (3.3 2.3 1.2), (3.2 2.2 1.1)

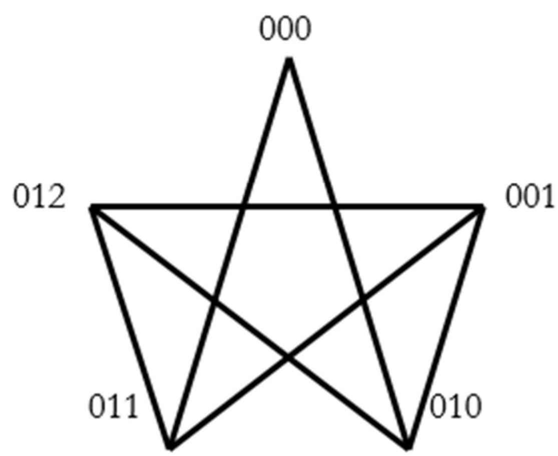
101 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.1), (3.1 2.3 1.1), (3.2 2.3 1.2), (3.3 2.1 1.3), (3.3 2.2 1.3)

210 $\rightarrow$ (3.1 2.3 1.2), (3.2 2.1 1.3), (3.2 2.3 1.1), (3.3 2.2 1.1), (3.3 2.1 1.2)

3. Mit den Trito-Zahlen aus R_3 sowie $_3$Я lassen sich somit sämtliche 27 Zeichenklassen erzeugen. Um die 5 Trito-Zahlen aus R_3 anzuordnen, kann man sich statt eines Kreises eines 5-Ecks bedienen:



Dann ergibt sich zur Anordnung der reflektierten Zeichenklassen aus $_3Я$ der zum obigen komplementäre Graph:



Die reflektierte Kontextur erzeugt also die „irregulären" Zeichenklassen des Peirceschen Systems; die Darstellung der reflektierten Trito-Zahlen erfolgt durch den komplementären Graphen.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die Erzeugung “irregulärer” Zeichenklassen durch reflektionale Trito-Systeme. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens

1. Wie bekannt, wird das Sein durch die quantitativen Zahlen, basierend auf der 2-wertigen aristotelischen Logik, beschrieben. Wie Günther (1976-80) und Kronthaler (1986) gezeigt haben, kann das Nichts einerseits ergänzend und anderseits das Sein übergreifend durch die qualitativen Zahlen, basierend auf den mehrwertigen Günther-Logiken, im Rahmen einer Mathematik der Qualitäten beschrieben werden. Dass es zwischen dem quantitativen und dem qualitativen Zahlkonzept Vermittlungszahlen, von Bense (1975, S. 65 f.) als Relationszahlen bezeichnet, bedarf, war bereits Günther (1991, S. 431-479) klar, der einen ersten Versuch, ausgehend von der mehrwertigen Logik, machte.

2. In Toth (2009a) wurde nachgewiesen, dass die qualitativen Trito-Zahlen die Trichotomien von Zeichenklassen erzeugen, während die Triaden quantitative Zahlen sind. Jede Zeichenklasse ist daher aus geordneten Paaren zusammengesetzt, dessen erstes Glied eine quantitative und dessen zweites Glied eine qualitative Zahl ist:

Zkl = (3.A 2.B 1.C)

Schreibt man nun, wie in Toth (2009b) gezeigt, sowohl die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen (tdP) als auch die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) einmal als Zeile und einmal als Spalte und bestimmt man die kartesischen Produkte, so erhält man eine Matrix, welche nicht nur die reinen semiotischen Quantitäten und die reinen semiotischen Qualitäten, sondern auch die quanti-qualitativen sowie die quali-quantitativen Vermittlungszahlen enthält:

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

3. Wenn nun Zeichenklassen der Form

(3.1 2.1 1.1)

die semiotische reine Quantität und also das Sein beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.A. B.A. A.A)

die semiotische reine Qualität und also das Nichts beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.1 B.1 A.1)

die semiotische qualitative Quantität, und Zeichenklassen der Form

(3.A 2.A 1.A)

die semiotische quantitative Qualität beschreiben, d.h. die Vermittlungsklassen dienen zur Beschreibung des Werdens, das nach Hegel sowohl dem Sein als auch dem Nicht adjazent ist. Wenn man nun A, B, C $\in$ {.1, .2, .3} setzt und diese Vermittlungsklassen so, wie Kaehr es für Peircesche Zeichenklassen getan hat, kontexturiert, wobei über die Kontexturierung die folgende Matrix orientiert

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

dann hat man offenbar alle kontexturierten Vermittlungszahlen gefunden, welche das Werden im Ramen einer triadisch-trichotomischen 3-kontexturellen Semiotik strukturieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Matrizen als Vermittlungssysteme

1. In der Mathematik und in der Semiotik, die ein Teilgebiet von ihr ist, unterscheiden wir nach Toth (2009) drei Zahlenarten:

1.1. die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen $\subset \mathbb{N}$

tdP = (1, 2, 3)

1.2. die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen $\subset$ qZ

ttP = (A, B, C)

1.3. die quanti-qualitativen/quali-quantitativen Vermittlungszahlen

VZ = (a.X)/(X.a), mit a $\in$ {1, 2, 3} und X $\in$ {A, B, C}.

2. Damit erhalten wir folgende neue semiotische Matrix

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

wobei die Nebendiagonale der Matrix

(C.A) (B.B) (A.C) (3.1) (2.2) (1.c)

die qualitative-quantitative Determinante, und die Hauptdiagonale

(1.A) (2.B) (3.C) (A.1) (B.2) (C.3)

die quantitativ-qualitative/qualitativ-quantitative Diskriminante der Matrix ist.

Die bemerkenswerte Folgerung ist, dass es somit zwar wahr ist, dass die Konzeptionen der quantitativen und der qualitativen Zahlen der Semiotik präexistent sind - wobei dies für die genuin-semiotischen Vermittlungszahlen nicht gilt -, dass sie aber alle in der semiotischen Matrix und also in der Semiotik und weder in der Mathematik noch in der Logik angelegt sind. Damit stellt sich als dringende Frage: Ist es möglich, die Mathematik, und zwar in allen ihren Teil Hauptteilen, d.h. der Theorie der quantitativen Zahlen, der Theorie der qualitativen Zahlen und der Theorie der Vermittlungszahlen, aus der semiotischen Matrix zu begründen?

Bibliographie

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die mehrkontexturale semiotische Bezeichnung

1. Wenn ich einen Gegenstand als Apfel wahrnehme, muss ich ihn zuerst hinsichtlich seiner Form und seines Wesens betrachten: „Alles, was ist, hat Form und Wesen“ (Bense 1934, S. 12). Hinzukommt dann aber der abstrake Wahrnehmungsschritt, indem ich das Ganze als Gestalt wahrnehme, d.h. z.B. hinsichtlich seiner Funktion bzw. seines Gebrauchs (Bense 1981, S. 33). Vielleicht ist seine Form einer Kugel ähnlich, seine Gestalt erinnert an einen Kopf, und seine Funktion dient wohl zum essen, denn er verströmt einen appetitanregenden Geruch. Auch wenn diese Wahrnehmung stark hypersimplifiziert ist, wir können trotzdem nicht bestreiten, dass die Wahrnehmung von Objekten von bestimmten objektiven und subjektiven Filtern ausgeht, die es uns überhaupt ermöglichen, Objekte zu erkennen (vgl. Joedicke 1985, S. 10). Im Sinne von Toth (2008) sprechen wir von einer präsemiotischen Trichotomie. Danach beginnt also die Wahrnehmung mit der Präsemiotik bereits auf der Objektebene (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.). Das ist somit nur eine andere Formulierung für die bekannte Tatsache, dass wir keine apriorischen Objekte wahrnehmen können. Der wahrgenommene Apfel kann dabei mit seiner apriorischen Gestalt identisch oder nicht-identisch, evtl. ähnlich, sein, aber wir wissen es nicht. Diese präsemiotische Wahrnehmungstheorie erinnert also an die platonischen ˝ειδωλα, nur dass sie nach moderner Auffassung nicht von den Objekten zu den Subjekten ausgesandt, sondern von den Subjekten auf die Objekte als eine Art oder Filter oder Rast übertragen werden. Semiosische Prozesse sind also niemals völlig arbiträr.

2. Nach dieser Auffassung kommt also zuerst das Objekt, dann der Mensch, der das Subjekt wahrnimmt - denn das Objekt kann ja nicht das Subjekt wahrnehmen -, d.h. es herrscht eine Objektsprimordialität. Mache ich eine Aussage über das wahrgenommene Objekt, kann diese wahr oder falsch sein, und noch vor der Kenntnis der von der Realität weitgehend abstrahierten logischen Gesetze sind Aussagen über Objekte anhand der Objekte nachprüfbar. Daraus folgt aber zweierlei: Erstens: Die Sprache ist primordial der Logik, denn sie ermöglicht sie. Zweitens: Aussagen, und damit die Sprache, ist nach der Objektwelt überprüfbar.

Dies wäre ebenfalls unmöglich, wenn die Beziehung zwischen Objekt und Zeichen (Sprache, Logik) arbiträr wäre.

3. Natürlich kann ich nun den wahrgenommenen Apfel auf irgendeine Weise zum Zeichen machen, z.B. indem ich ihn als Repräsentandten für die ganze Klasse der Äpfel – oder evtl. nur für die Sorte, der er angehört – photographiere. Ich kann ihn aber streng genommen nicht zum Zeichen machen, indem ich ihn mit dem Wort „Apfel" (pomme, apple, alma, ...) bezeichne, denn dafür kann der Apfel ja nichts. Das sprachliche Zeichen ist niemals ein Zeichen für das Objekt, weil es ja keine Beziehung zwischen dem Objekt und dem Zeichen gibt. Es gibt keine Merkmalsmengen in einem Durchschnitt wie zwischen dem Apfel und seinem Bild. Wenn das Zeichen also überhaupt etwas anderes als ein Nichts sein sollte, so kann es doch nur deshalb ein Etwas sein, weil es Übereinstimmungen zwischen Zeichen und Objekten gibt. Und wenn das so ist, dann ist ein Wort für den Apfel kein Zeichen für den Apfel. Das Gemeinte ist nämlich nicht das Bezeichnete, das Gemeinte ist eine sekundäre Relation zwischen Extension und Intension, eine Differenz zwischen dem, was ich sage und dem, was ich nicht gesagt habe (aber gesagt haben sollte), das hat aber eben nicht mit dem Objekt zu tun, sondern nur mit dem Subjekt.

4. Hiermit sind wir bei dem, was ich bereits in Toth (2009) das **semiotische Fundamentaldilemma** genannt habe: Vom Standpunkt der 2-wertigen Logik, auf dem nicht nur unsere ganzen Wissenschaften, sondern auch unser tägliches Leben beruhen (ich habe entweder einen Apfel oder ich habe keinen), muss das Zeichen für den Apfel, wenn dieser ein Objekt ist, selbst ein Nicht-Objekt, d.h. ein Nichts sein. Wenn das Zeichen aber Nichts, d.h. die leere Menge $\varnothing$ ist, dann ist notwendig auch der Durchschnitt der Merkmalsmengen zwischen dem Objekt O und dem Zeichen $\varnothing$: $O \cap \varnothing = \varnothing$. Wie sollte dann aber ein Zeichen bezeichnen, das selbst $\varnothing$ ist und dessen Morphismus der 0-Morphismus ist? Ist es also möglich, mit Nichts Nichts zu bezeichnen? – Anderseits aber ist die leere Menge gerade charakteristisch für den symbolischen Objektbezug, also für den Fall, wo ein sprachliches Zeichen ein Objekt bezeichnet, und wir können schlecht leugnen, dass, je nach unserer Muttersprache, „apple", „Apfel", „pomme" usw. einen Apfel bezeichnet. Das ist aber nur der erste Teil des Dilemmas. Der zweite Teil des Dilemmas taucht dann auf, wenn wir, statt den Apfel „Apfel", „alma", usw. zu nennen, ihn

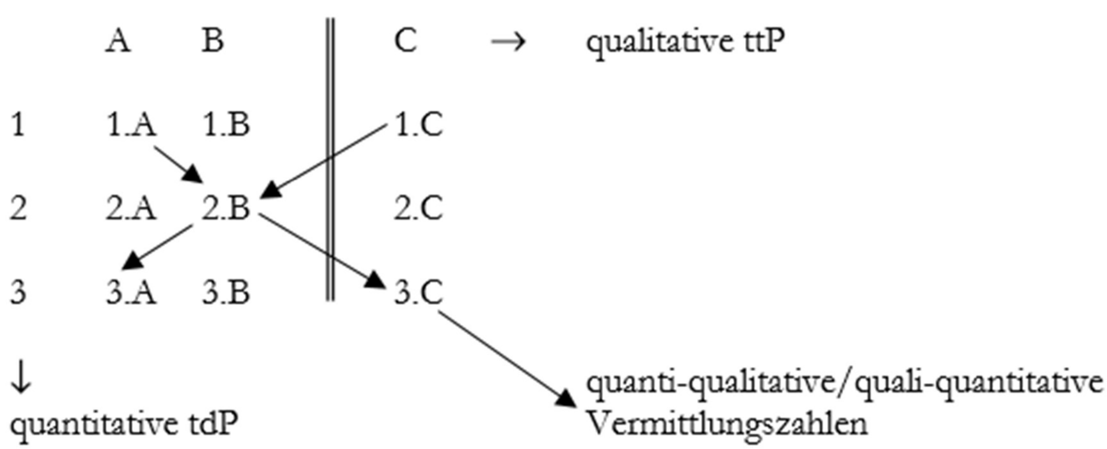
photographieren und also ein Ab-Bild des Apfels herstellen. Man erkennt dann den oder einen Apfel auf dem Bild, d.h. dem iconischen Zeichen für den Apfel. Hier ist es nun zweifelsfrei so, dass der Durchschnitt der Merkmalsmengen zwischen Zeichen und Objekt nicht nur ungleich 0, sondern maximal sind, so dass eine klare und schnelle Erkennbarkeit des Objektes Apfel durch das Bild oder Photo des Apfels gewährleistet ist. Da hier nun also gilt: $O \cap Z \neq \emptyset$, und da ferner der Apfel als Objekt immer noch „ist", folgt im Widerspruch zum logischen Gesetz des Augeschlossenen Dritten, dass das Zeichen $\neq \emptyset$ ist. Wenn wir nun nicht allen Ernstes leugnen wollen, dass Photos, Bilder, Skulputren usw. blosse Sinnestäuschungen sind, bleibt uns nicht anderes übrig, als zu einer 3-wertigen Logik überzugehen, d.h. den Satz von der Zweiwertigkeit durch den Satz von der Dreiwertigkeit zu ersetzen. Bleibt die Frage, wie es um indexkalische Objektbezüge steht. Ein Wegweiser, der die Richtung einer Stadt angibt, bildet sie weder ab, repräsentiert aber gleichzeitig mehr als eine völlig „arbiträre", d.h. mengentheoretisch leere Relation zwischen Zeichen und Objekt. Topologisch gesehen müssen Indizes „Randpunkte" zwischen Zeichen und Objekten gemeinsam haben, um von den (völlig) leeren Symbolen unterschieden werden zu können, d.h. es gilt $\Re O \cap \Re Z \neq \emptyset$.

5. Wir kommen also zum merkwürdigen Schluss, dass die Semiotik sich hinsichtlich ihrer Objektbezüge in zwei verschiedene Logiken aufteilt: in eine 2-wertige Logik, in welcher die Schnittmenge zwischen Zeichen und Objekten die leere Menge ist, d.h. wo es nichts Vermittelndes zwischen Zeichen und Objekt gibt und die beiden daher durch eine Kontexturgrenze voneinander streng geschieden sind. Dies ist, wie festgestellt, der Fall beim symbolischen Objektbezug (2.3). Dagegen gehören der iconische (2.1) und der indexikalische (2.2) Objektbezug einer 3-wertigen Logik an, denn Icone und Indizes sind ja offensichtlich nicht einfach Nichts, sondern die Merkmalsmengen zwischen den Zeichen und ihren Objekten sind nichtleer. Noch extremer gesagt: Wäre die Semiotik wirklich, so wie viele das haben wollen, strikt-monokontextural, dürfte es nur symbolische Objektbezüge geben. Das ist im Grunde das Phantom der „arbiträren" Semiologie de Saussures. Icone und Indizes widersprechen nun aber grundsätzlich wegen ihrer nichtleeren Durschnitte der Merkmalsmengen mit ihren Objekten – und nicht nur, wie Saussure glaubte, in den Extremalerscheinungen von Onomatopoetica und Verwandtem – der logischen

Zweiwertigkeit und damit der Monokontexturalität. **In der semiotischen Matrix verläuft also zwischen den trichotomischen Werten der Zweitheit und den trichotomischen Werten der Drittheit eine Kontexturgrenze, welche die Bereiche einer 2-wertigen und einer 3-wertigen Logik scheidet:**

1.1	1.2	‖	1.3
2.1	2.2	‖	2.3
3.1	3.2	‖	3.3
vermittelt		↑	nicht-vermittelt
	Kontexturgrenze		

Nachdem in Toth (2009) gezeigt wurde, dass die Trichotomien, d.h. die trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) durch die 3-kontexturalen Proto-Zeichen hergestellt werden und also qualitative Zahlen sind, während die Triaden, d.h. die triadischen Peirce-Zahlen (tdP) quantitative Zahlen sind, können wir also die obige Matrix wie folgt darstellen:



Das Wesen der Semiotik als „Vermittlung“ der „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ (Bense 1975, S. 16) kommt also dadurch zum Ausdruck, dass die semiotische Matrix sich in einen quantitativen (tdP), einen qualitativen (ttP) und einen quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Bereich (VZ) gliedert und somit die Kontexturgrenze zwischen 2- und 3-wertiger Logik und damit zwischen Zeichen und Objekt einschliesst. Wäre dies nicht der Fall, gäbe es nur symbolische

Bezeichnung, d.h. iconische und indexikalische Bezeichnungen wären a priori ausgeschlossen, und wir hätten wirklich nurmehr eine Saussuresche Semiologie, d.h. eine nicht-operationalisierbare Pseudo-Theorie der konventionellen Beziehung zwischen Zeichen und Objekt als misslungener Versuch, die arbiträre historische Rekonstruktion und die Junggrammatischen „Lautgesetze" auf eine semiotisch-kontrollierbare Basis zu stellen, vor uns.

Bibliographie

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Was bzw. wie bezeichnet ein Zeichen eigentlich? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Was bzw. wie bezeichnet ein Zeichen eigentlich?

1. Das semiotische Fundamentalaxiom lautet: „Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“ (Bense 1967, S. 9). Wenn also ein Objekt zum Zeichen erklärt wird, folgt innerhalb einer 2-wertigen Logik, dass das Zeichen Nichts sein muss. Daraus folgt ferner, dass die Schnittmenge zwischen dem Nichts des Zeichens und dem Objekt der Bezeichnung die leere Menge sein muss:

$(\exists\Omega \rightarrow \neg\exists Z) \rightarrow \Omega \cap Z = \varnothing.$

2. Nun wird aber die Bedingung $\Omega \cap Z = \varnothing$ nur durch den symbolischen Objektbezug erfüllt, da dieser keinererlei gemeinsame Merkmale mit seinem Objekt besitzt. Dagegen gilt für den iconischen Objektbezug

$\Omega \cap Z \neq \varnothing,$

und beim indexikalischen Objektbezug haben Objekt und Zeichen „benachbarte Elemente“ gemeinsam (Zellmer 1982, S. 6), was man mit einer Rand-Funktion $\mathfrak{R}$ wie folgt darstellen könnte:

$\mathfrak{R}\Omega \cap \mathfrak{R}Z \neq \varnothing,$

d.h. auf diese Weise wird die „nexale“ oder „hinweisende“ Funktion eines Index formal fassbar.

3. Die Bedingung dafür, dass ein Zeichen ein Etwas bezeichnet, scheint somit zu sein, dass die Schnittmenge der gemeinsamen Merkmale von Objekt und Zeichen leer ist, und dies ist nur dann der Fall, wenn entweder das Objekt oder das Zeichen nichts ist. Da nun nach unserer obigen Festellung aus der Tatsache, dass das zu bezeichnende Objekt „ist“, folgt, dass das bezeichnende Zeichen „nicht ist“ oder dass also dem Objekt als Etwas das Zeichen als Nichts gegenübersteht, folgt, dass ein Zeichen nur dann bezeichnet, wenn es symbolisch bezeichnet, denn nur beim symbolischen Objektbezug ist die Schnittmenge der gemeinsamen Merkmale von Objekt und Zeichen leer.

Daraus folgt nun allerdings noch etwas viel Aufregenderes: Nachdem niemand verneinen kann, das auch Icons wie Photographien, ein Gemälde, Skulpturen, usw. oder Indizes wie Verkehrszeichen, Strassenbeschriftungen, Orientierungssysteme Zeichen sind, da sie ja gerade wegen der Übereinstimmungen zwischen Objekt und Zeichen diese Objekte „verdoppeln“ anstatt durch ein Nichts zu substituieren, da aber bei diesen keine leere Schnittmenge zwischen Zeichen und Objekt vorliegt, müssen diese im Gegensatz zum Symbol vermittelt sein, d.h. es muss eine dritte Alternative neben Sein und Nichts geben. Für die semiotische Matrix bedeutet dies eine strikte Separation der trichotomisch drittheitlichen Subzeichen von den übrigen:

1.1 1.2 ‖ 1.3

2.1 2.2 ‖ 2.3

3.1 3.2 3.3

vermittelt nicht-vermittelt

Kontexturgrenze

Man könnte also hieraus schliessen, dass die Etablierung von Bedeutung im Sinn eines drittheitlichen Konnexes über der zweitheitlichen Bezeichnungsfunktion die Setzung einer Kontexturgrenze zwischen dem Interpretantenfeld einerseits und dem Objektbereich anderseits impliziert.

Was wir hier wiederum sehen – und worauf wir schon viele Dutzend Male bei allen möglichen Gelegenheiten hingewiesen hatten, ist, dass die theoretische Semiotik als System der semiotischen Vermittlungszahlen eben ein gemischtes quanti-qualitatives bzw. quali-quantitative System ist, entsprechend der in Toth in Toth (2009) präsentierten Vermittlungszahlen-Matrix

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C,

worin {1, 2, 3} die quantitativen Peirce-Zahlen (tdP) und {A, B, C} die qualitativen Peirce-Zahlen (ttP) sind.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zellmer, Siegfried, Zum mathematischen Zusammenhang von Iconizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14

Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen

1. Dass die triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

quantitative Zahlen sind, bedarf nach ihrer Einführung als „Primzeichen“ durch Bense (1980) keiner Begründung.

2. Dass hingegen die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (A, B, Z)

qualitativ sind, wird hier im Anschluss an Toth (2009) gezeigt. Dort wurde bewiesen, dass die 3-kontexturalen Trito-Zeichen sämtliche 10 Peirceschen (sowie drei „irreguläre“, im folgenden gestirnte) Trichotomien erzeugen:

000 $\rightarrow$ (111), (222), (333)

001 $\rightarrow$ (112), (113), (223)

010 $\rightarrow$ *(121), *(232).

011 $\rightarrow$ (122), (133), (233)

012 $\rightarrow$ (123),

mit denen wir dann, wenn wir sie in die folgenden Schemata einsetzen

(x.1 y.1 z.1)

(x.1 y.1 z.2)

(x.1 y.1 z.3)

(x.1 y.2 z.2)

(x.1 y.2 z.3)

(x.1 y.3 z.3)

(x.2 y.2 z.2)

(x.2 y.2 z.3)

(x.2 y.3 z.3)

(x.3 y.3 z.3)

und hernach x = 3, y = 2 und z = 1 setzen, die bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen bekommen. Die Trichotomien oder ttP sind also durch Trito-Systeme erzeugte Wertbelegungen qualitativer Zahlen.

3. Ein Hauptklassifikationsmerkmal, um quantitative und qualitative Zahlen voneinander zu unterscheiden, ist das System ihrer Nachfolger/Vorgänger-Typen. Während das System der quantiativen Zahlen durch die Peano-Axiome geregelt ist, wonach jede natürliche Zahl inkl. 0 einen eindeutig bestimmten Nachfolger und jede natürliche (exkl. 0) einen eindeutig bestimmten Vorgänger hat, sind die eindeutig-mehrmöglichen Nachfolger/Vorgängersysteme der qualitativen Zeichen durch Kronthaler (1986, S. 40 ff., 54 ff.) explizit dargestellt. Hier hängt die Anzahl der Nachfolger/Vorgänger von der Kontextur, d.h. der Länge der Zahl, von ihrer Struktur (Proto-, Deutero- und Trito) sowie vor allem davon ab, ob es nicht um einen Intra- oder Trans-Nachfolger/Vorgänger (innerhalb oder ausserhalb der betreffenden Kontextur) handelt.

Dagegen ist das System der Vorgänger/Nachfolger bei der semiotischen Relational- oder Vermittlungszahlen eine Art von Synthese zwischen dem Peano-Nachfolge-system der quantiativen tdP und dem eindeutig-mehrmöglichen Nachfolgesystem der qualitativen ttP. Wenn wir die quantitativen tdP als Kolonne und die qualitativen ttP als Zeile hinschreiben und die kartesischen Produkte bilden, erhalten wir die folgende semiotische Matrix von quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Peirce-Zahlen

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C,

und das Nachfolge/Vorgänger-System dieser Vermittlungszahlen sieht wie folgt aus:

σ(1.A) = {(1.B), (2.A), (2.B)}	α(1.A) = $\varnothing$
σ(1.B) = {(1.C), (2.A), (2.B)}	α(1.B) = {(1.A)}
σ(1.C) = {(2.B), (2.C)}	α(1.C) = {(1.B)}
σ(2.A) = {(3.A), (2.B), (3.B)}	α(2.A) = {(1.A), (1.B)}
σ(2.B) = {(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)}	α(2.B) = {(1.A), (1.B), (2.A)}
σ(2.C) = {(3.B), (3.C)}	α(2.C) = {(1.C), (2.B), (1.B)}
σ(3.A) = {(3.B)}	α(3.A) = {(2.A), (2.B)}
σ(3.B) = {(3.C)}	α(3.B) = {(2.A), (2.B), (3.A)}
σ(3.C) = $\varnothing$	α(3.C) = {(2.B), (3.B), (2.C)},

Für die Vermittlungszahlen (VZ) gelten also folgende Axiome:

1. Es keine zwei VZ mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern.
2. Die erste VZ hat keinen Vorgänger, die letzte VZ hat keinen Nachfolger.
3. Sei VZ = (a.b), dann gilt: α(a.b) ≠ α(b.a).
4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen VZ (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.
5. Aufgrund von 4. gibt es also ganz neue, weder bei den quantitativen noch bei den qualitativen Zahlen bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die **unbestimten** VZ. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der QQ-Matrix:

1.A	1.B	1.C
2.A	2.B	2.C
3.A	3.B	3.C.

Die Semiotik stellt damit gegenüber der bekannten quantitativen Mathematik (z.B. in der Einteilung der Bourbakis) und der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986/Mahler 1993) eine dritte Art von Mathematik dar: die Mathematik der Vermittlungszahlen, die selbst als geordnete Paare von quantitativen und qualitativen bzw. vo qualitativen und quantitativen Zahlen eingeführt sind. Eine Mathematik kann also nicht vollständig sein, ohne alle drei Teilgebiete, d.h. Quantität, Qualität und ihre Vermittlung, zu betreiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Nachfolgertypen bei den Peirce-Zahlen

1. Bereits in einer früheren Arbeit hatte ich hinsichtlich einer künftigen Mathematik festgestellt, dass ihre Unterteilung in eine Mathematik der Qualitäten und in eine Mathematik der Quantitäten (vgl. Kronthaler 1986) nicht genügend sei, sondern dass, wie bereits Günther (1991) vermutete, neben den quantitativen und den qualitativen Zahlen als dritte die Vermittlungs- oder Relationalzahlen treten müssen. Zum Begriff der Relationalzahlen findet sich ein bescheidener Anfang bei Bense (1975, S. 65 f.) sowie im letzten Teil des 4. Bandes von Toth (2009). Auch wenn vorderhand unklar bleibt, inwiefern die Güntherschen „Vermittlungszahlen" und die von mir „Peirce-Zahlen" genannten Relationalzahlen aufeinander abgebildet werden, möchte ich hier weiteres Licht auf die Differenziation der drei Zahltypen hinsichtlich ihres Nachfolger-/Vorgänger-Systems werfen.

2. Das Nachfolgersystem der natürlichen Zahl plus 0 ist, wie allgemein bekannt, durch die Peano-Axiome geregelt. Hinsichtlich ihrer semiotischen Relevanz vgl. Bense (1975, S. 167 ff.) sowie im Zusammenhang mit Peirces Zahlentheorie vgl. Bense (1983, S. 192 ff.). Danach hat jede Zahl, 0 eingeschlossen, genau einen wohlbestimmten Nachfolger, und jede Zahl, 0 ausgenommen, hat genau einen wohlbestimmten Vorgänge.

3. Bei den polykontexturalen Zahlen wird „flächig" (Kronthaler 1986, S. 31 ff.) bzw. „tabular" (Kaehr) gezählt. Die Anzahl der Nachfolger und der Vorgänger hängt erstens von der Kontextur und zweitens von der Struktur einer Zahl innerhalb dieser Kontextur ab (Proto-, Deutero-, Trito-Struktur). Die meisten Zahlen haben also mehr als 1 Vorgänger und Nachfolger, und diese sind also nicht eindeutig bestimmt, allerdings ergibt sich aus der qualitativen Zahlenkonzeption statt eines chaotischen Systems eines, das auf dem Prinzip der „eindeutigen Mehrmöglichkeit" (Korzybski) gegründet ist.

4. Bei der Peirce-Zahlen (Relationalzahlen, semiotischen Vermittlungszahlen) gehen wir aus 1. von den triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

und 2. von den trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (A, B, C).

Die ttP werden hier als Ausdifferenzierungen in den ontologischen Orten der Triaden also als Qualitäten aufgefasst. Natürlich kann man stattdessen die Trichotomien als ontologische Orte bestimmen und somit die Triaden als Qualitäten anstatt als Quantitäten auffassen.

Durch kartesische Multiplikation von tdP $\times$ ttP ergibt sich folgende quantitativ-qualitative Matrix

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C

Wenn wir σ für Nachfolger und α für Vorgänger verwenden, haben wir hier also

σ(1.A) = {(1.B), (2.A), (2.B)} α(1.A) = $\varnothing$

σ(1.B) = {(1.C), (2.A), (2.B)} α(1.B) = {(1.A)}

σ(1.C) = {(2.B), (2.C)} α(1.C) = {(1.B)}

σ(2.A) = {(3.A), (2.B), (3.B)} α(2.A) = {(1.A), (1.B)}

σ(2.B) = {(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)} α(2.B) = {(1.A), (1.B), (2.A)}

σ(2.C) = {(3.B), (3.C)} α(2.C) = {(1.C), (2.B), (1.B)}

$\sigma(3.A) = \{(3.B)\}$ $\alpha(3.A) = \{(2.A), (2.B)\}$

$\sigma(3.B) = \{(3.C)\}$ $\alpha(3.B) = \{(2.A), (2.B), (3.A)\}$

$\sigma(3.C) = \varnothing$ $\alpha(3.C) = \{(2.B), (3.B), (2.C)\}$,

d.h. es gilt: Bei den Peirce-Zahlen

1. gibt es keine zwei Zahlen mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern

2. Die erste Peirce-Zahl hat keinen Vorgänger, die letzte Peirce-Zahl hat keinen Nachfolger.

3. $\alpha(a.b) \neq \alpha(b.a)$.

4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen Peirce-Zahl (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.

5. Aufgrund der Definiton 4. gibt es also ganz neue, weder bei den Peano- noch bei den Güntherzahlen (Proto-, Deutero-, Trito-Zahlen) bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die unbestimmten N/V-Zahlen. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der semiotischen Matrix:

1.A 1.B 1.C
2.A 2.B 2.C
3.A 3.B 3.C.

d.h. die Peirce-Zahlen-Paare und -Tripel

((1.B), (2.A)), ((1.C), (2.B), (3.A)), ((2.C), (3.B))

sind betroffen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ontologische, disponible und semiotische Kategorien. 4 Bde. Klagenfurt 2009

Die strukturellen Realitäten der Realitätszeichen

1. In Toth (2009) hatten wir festgestellt, dass die 17 irregulären Zeichenklassen, die aus den 3 hoch 3 Möglichkeiten der triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen abzüglich der 10 regulären 10 Peirceschen Zeichenklassen sich ergeben, sich durch eine partielle realitätsthematische Struktur ihrer Zeichenklassen und daher ebenfalls durch eine partielle zeichenthematische Struktur ihrer Realitätsthematiken auszeichenen. Das Besondere an dieser neuen Erkenntnis ist, dass diese strukturellen Verhältnisse bereits auf kenogrammatischer Ebene vorgegeben sind und also ein polykontexturales Erbe in der monokontexturalen Peirceschen Semiotik darstellen. Die folgende Tabelle gibt die zum Verständnis nötige Übersicht zwischen Trito-Zahlen, Peirce-Zahlen und deren Ordnungsstrukturen.

Trito-Zahl		Peirce-Zahl (zus.ges.)	Trich. Peirce-Zahl	Ordnungsstruktur d. zus.ges. Peirce-Zahl
010	→	(3.1 2.2 1.1)	121	<>
010	→	(3.1 2.3 1.1)	131	<>
021	→	(3.1 2.3 1.2)	132	<>
100	→	(3.2 2.1 1.1)	211	>=
101	→	(3.2 2.1 1.2)	212	><
102	→	(3.2 2.1 1.3)	213	><
110	→	(3.2 2.2 1.1)	221	=>
120	→	(3.2 2.3 1.1)	231	<>
010	→	(3.2 2.3 1.2)	232	<>
100	→	(3.3 2.1 1.1)	311	>=
201	→	(3.3 2.1 1.2)	312	><

101	→	(3.3 2.1 1.3)	313	><
210	→	(3.3 2.2 1.1)	321	>>
100	→	(3.3 2.2 1.2)	322	>=
101	→	(3.3 2.2 1.3)	323	><
110	→	(3.3 2.3 1.1)	331	=>
110	→	(3.3 2.3 1.2)	332	=>

2.

×(3.1 2.2 1.1)	=	($\underline{1.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$)	M-them. O (MOM)
×(3.1 2.3 1.1)	=	($\underline{1.1}$ 3.2 $\underline{1.3}$)	M-them. I (MIM)
×(3.1 2.3 1.2)	=	($\underline{2.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{1.3}$)	Triadisch (OIM)
×(3.2 2.1 1.1)	=	($\underline{1.1\ 1.2}$ 2.3)	M-them. O (MMO)*
×(3.2 2.1 1.2)	=	($\underline{2.1}$ 1.2 $\underline{2.3}$)	O-them. M (OMO)
×(3.2 2.1 1.3)	=	($\underline{3.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{2.3}$)	Triadisch (IMO)
×(3.2 2.2 1.1)	=	(1.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	O-them. M (MOO)*
×(3.2 2.3 1.1)	=	($\underline{1.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{2.3}$)	Triadisch (MIO)
×(3.2 2.3 1.2)	=	($\underline{2.1}$ 3.2 $\underline{2.3}$)	O-them. I (OIO)
×(3.3 2.1 1.1)	=	($\underline{1.1\ 1.2}$ 3.3)	(M-them. I) (MMI)*
×(3.3 2.1 1.2)	=	($\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{3.3}$)	Triadisch (OMI)
×(3.3 2.1 1.3)	=	($\underline{3.1}$ 1.2 $\underline{3.3}$)	I-them. (IMI)
×(3.3 2.2 1.1)	=	($\underline{1.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{3.3}$)	Triadisch (MOI)
×(3.3 2.2 1.2)	=	($\underline{2.1\ 2.2}$ 3.3)	O-them. I (OOI)*

$\times(3.3\ 2.2\ 1.3) = (\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{3.3})$ I-them. O (IOI)

$\times(3.3\ 2.3\ 1.1) = (1.1\ \underline{3.2\ 3.3})$ M-them. I (MII)*

$\times(3.3\ 2.3\ 1.2) = (2.1\ \underline{3.2\ 3.3})$ I-them. O (-them)*

Wir stellen also fest, dass nur 6 von 17 Thematisationsstrukturen oberflächlich gesehen den Thematisationsstrukturen der regulären 10 Zeichenklassen entsprechen, allerdings sind bei ihnen sowohl die trichotomischen Werte der Thematisate als auch die triadischen Werte der Thematisanten verschieden, vgl. zB. $(\underline{2.1\ 2.2}\ 3.3)$ mit $(\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3)$. Ansonsten sind die Thematisate durchgehend gesperrt durch eine tdP aus einer anderen Triade (z.B. $(\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{3.3})$), es findet also eine Annäherung an die Ordnungen der Zeichenthematiken statt. Am auffälligsten ist aber, dass die strukturellen Realitäten der irregulären Zeichenklassen mit Ausnahme von einer alle 5 Permutatonen der triadischen Realität der Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) sind, welche bekanntlich zu den regulären Zeichenklassen zählt. Da die 5 Permutationen der Eigenrealität wiederum durch verschiedene Formen der Spiegelung aus der eigenrealen Zeichenklasse hervorgehen, wird also auch hier sichtbar, dass bei den irregulären Zeichenklassen Zeichenrealitäten in ihrem zugehörigen Dualsystem als Realitätszeichen aufscheinen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zeichenrealitäten und Realitätszeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zeichenrealitäten und Realitätszeichen

1. Wie wir in Toth (2009) gezeigt haben, besteht der tiefere Sinn, dass die 10 Peirceschen-Klassen nur eine Teilmenge der 27 möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenklassen sind, darin, streng zwischen den Ordnungsstrukturen von Zeichenthematiken und Realitätsthematik zu unterscheiden. Diese Unterscheidung fällt mit der unsrigen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen zusammen:

tdP = $(3 \rightarrow 2 \rightarrow 1)$

ttP = $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$.

D.h. nun: Kehrt man die Pfeile entweder in tdP oder in ttP um, so ergibt sich eine ordnungsstrukturelle Annäherung der jeweils dualen, anderen Zahlensorte. Um die paarweise Verschiedenheit der triadischen Peirce-Zahlen zu garantieren, wird definiert, dass der Grenzfall der Gleichzeit von Kategorien auf die trichotomischen Peirce-Zahlen beschränkt wird, d.h. man hat

tdP = (a. > b. > c.),

aber

ttP = $(.a \leq .b \leq .c)$, jeweils mit a, b, c $\in \{1, 2, 3\}$.

2. Die polykontexturale Semiotik spiegelt nun diese Verhältnisse der monokontexturalen insofern, als die „irregulären“, d.h. der ttP-Ordnung widersprechenden Zeichenrelationen nicht aus der 3-Kontextur, sondern aus ihrer Reflexion ensteht (vgl. Kronthaler 1986, S. 47). Das bedeutet: Die monokontexturale Trennung zwischen Zeichenthematik und Realitätsthematik hat ihre Basis bereits in der morphogrammatischen Trennung zwischen einer Kontextur und ihrer Reflexion. Der monokontexturalen Dualisation entspricht also die polykontexturale Spiegelung, der sog. Fichtesche Strich!! (Diese fallen bei monokontexturalen Systemen nie zusammen, vgl. (3.1 2.1 1.3), $\times$(3.1 2.1 1.3) = 3.1 1.2 1.3, aber Sp(3.1 2.1 1.3) = 1.3 2.1 3.1 !!).

Wir stehen hier also vor einem Aufsehen erregenden Fall einer semiotischen „Basis-Struktur“, die ihre Basis bereits in der Kenogrammatik hat! Es dürfte nicht zu viele solcher Rückführungen geben:

Trito-Zahl		Peirce-Zahl (zus.ges.)	Trich. Peirce-Zahl	Ordnungsstruktur d. zus.ges. Peirce-Zahl
010	→	(3.1 2.2 1.1)	121	<>
010	→	(3.1 2.3 1.1)	131	<>
021	→	(3.1 2.3 1.2)	132	<>
100	→	(3.2 2.1 1.1)	211	>=
101	→	(3.2 2.1 1.2)	212	><
102	→	(3.2 2.1 1.3)	213	><
110	→	(3.2 2.2 1.1)	221	=>
120	→	(3.2 2.3 1.1)	231	<>
010	→	(3.2 2.3 1.2)	232	<>
100	→	(3.3 2.1 1.1)	311	>=
201	→	(3.3 2.1 1.2)	312	><
101	→	(3.3 2.1 1.3)	313	><
210	→	(3.3 2.2 1.1)	321	>>
100	→	(3.3 2.2 1.2)	322	>=
101	→	(3.3 2.2 1.3)	323	><
110	→	(3.3 2.3 1.1)	331	=>

110 → (3.3 2.3 1.2) 332 =>

Trich. Peirce-Zahlen reg. Z.	Ordn.-struktur	Trich. Peirce-Zahlen irreg. Z.	Ordn.-struktur
111	==	121	<>
112	=<	131	<>
113	=<	132	<>
122	<=	211	>=
123	<<	212	><
133	<=	213	><
222	==	221	=>
223	=<	231	<>
233	<=	232	<>
333	==	311	>=
		312	><
		313	><
		321	>>
		322	>=
		323	><
		331	=>
		332	=>

R(121) = 121 = $\times$(121)

R(131) = 131 = $\times$(131)

R(132) = 231 = $\times$(132)

R(211) = 112, usw.

R(212) = 212

R(213) = 312

R(221) = 122

R(231) = 132

R(232) = 232

R(311) = 113

R(312) = 213

R(313) = 313

R(321) = 123

R(322) = 223

R(323) = 323

R(331) = 133

R(332) = 233

Die Zeichenklassen der irregulären Zeichenrelationen thematisieren also „Realitätszeichen", und die Realitätsthematiken der irregulären Realitätsrelationen thematisieren „Zeichenrealitäten".

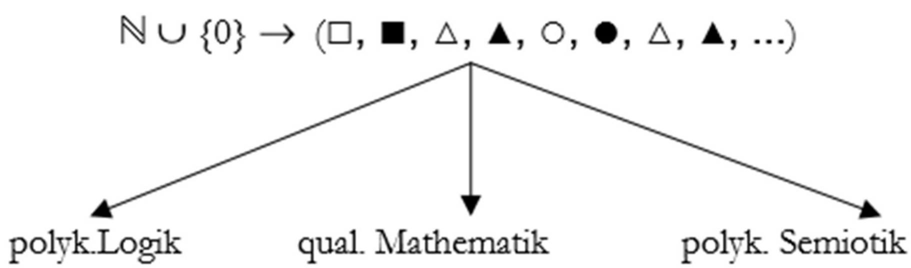
Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Qualitative semiotischen Zahlentheorie V. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Qualitative semiotische Zahlentheorie I

1. Die Idee, die Semiotik und die polykontexturale Logik zu einem einheitlichen Modell zusammenzubauen, stammt von Kronthaler (1992). Ich selber habe seit 1992, vor allem aber gegen Ende der 90er Jahre, versucht, diese „Hochzeit von Semiotik und Struktur" anzubahnen. So heisst auch mein 2003 erschienenes Buch, in der ich zu der mich selbst verblüffenden Lösung gekommen war, es genüge im Prinzip, die natürlichen Zahlen zuzüglich der Null zu nehmen und sie auf Keno-Strukturen abzubilden. Auf diese Weise würde man entsprechend der polykontexturalen aus der monokontexturalen Logik und der qualitativen aus der quantitativen Mathematik eine „polykontexturale Semiotik" aus der „monokontexturalen Semiotik" bekommen:



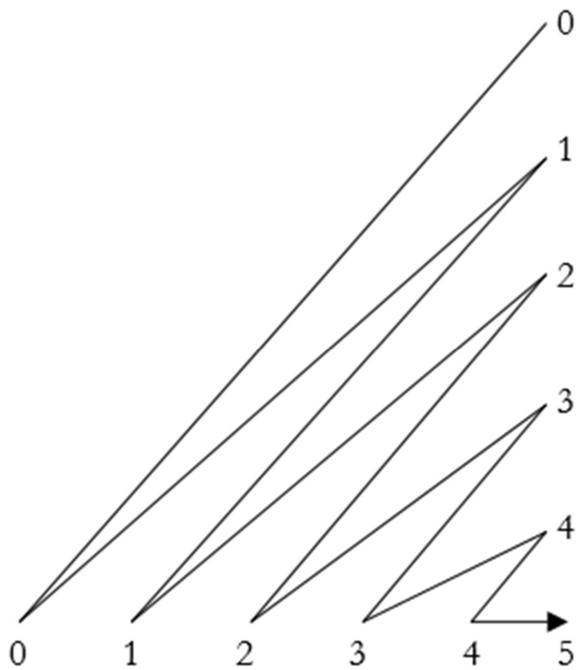
Viel weiter sind aber weder Kronthaler noch ich später gekommen. Gewaltige Durchbrüche brachten erst 2008 Rudolf Kaehrs Kontexturierung der Primzeichenrelation (und der semiotischen Matrix), die Verankerung semiotischer Systeme (Kaehr 2009a) sowie die Einführung semiotischer Morphogramme (Kaehr 2009b).

2. Wie ich in diesem Aufsatz zeigen werde, sind wir aber damit noch nicht fertig, denn es fehlt das Herzstück der qualitativen Mathematik: die Unterscheidung qualitativer Zahlen in Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen. Wie bekannt, zeichnen sich die Peano-Zahlen durch ihre Linearität aus, d.h. wir haben

$\sigma(n) = (n+1)$

$\alpha(n) = (n-1)$.

Wie bereits Günther (1979 [1971], S. 261) dargestellt hatte, sind qualitative Zahlen dagegen „tabular“:



In Toth (2009) und weiteren Arbeiten hatte ich zudem gezeigt, dass bei Peirce-Zahlen zwischen triadischen (td) und trichotomischen (tt) unterschieden werden muss

tdP = $(A \subset ((A \subset B) \subset C)$
ttP = $(a \subseteq b \subseteq c)$,

und dass die Nachfolger- und Vorgängerrelationen bei diagonalen Relationen unbestimmt ist:

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] & 1.2 \arrow[r] \arrow[d] & 1.3 \arrow[d] \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.3 \arrow[d] \\
3.1 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.2 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.3
\end{tikzcd}$$

So ist also z.B. wegen triadischem $1 < 2$ $(1.2) = \alpha(2.1)$, aber wegen trichotomischem $2 > 1$ gilt enfalls $(1.2) = \sigma(2.1)$, und umgekehrt. D.h. das Vorgänger- und Nachfolgersystem ist bei Peirce-Zahlen noch einiges komplizierter als bei qualitativen Zahlen. Wegen der Möglichkeit der Gleichheit ist es fermer umöglich, trichotomische Peircezahlen als eindeutige Nachfolger oder Vorgänger zu bestimmen.

3. Man muss sich an dieser Stelle auch ernsthaft fragen, wie man eine triadische Relation über angeblich einer monadischen, einer dyadischen sowie einer triadischen, aber tatsächlich über drei dyadischen Relationen (den Subzeichen) wirklich auflöst, wenn man sie als polykontexturales n-Tupel vermöge

$\mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow$ (□, ■, △, ▲, ○, ●, △, ▲, ...)

schreibt. Konkret gesagt: Wie bildet man etwa die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) auf eine Kenosequenz ab? Indem man quasi Paare von Kenos für die Dyaden nimmt? Das ist offensichtlicher Unsinn. Dann aber bleibt nur eine Lösung: Man verabschiedet sich von den Trichotomien. Ich weise ausdrücklich darauf hin, dass kartesische Produkte aus Primzeichen, Subzeichen genannt, innersemiotisch unmotiviert und wohl unmotivierbar sind. Warum ist etwa ein Icon (2.1) eine „Erstheit der Zweitheit"? Nach der Peirceschen Basis-Triade wäre der Icon somit eine „Qualität der Quantität". Als Modell aber ist er z.B. ein Bild (vgl. Walther 1979, S. 63). Warum also ist ein Bild oder Abbild eine „Qualität der Quantität"? Genauso gut könnte man das Icon mit „1", den Index mit „2" und das Symbol mit „3" – oder mit irgendwelchen Phantasiezahlen – kennzeichnen. Wir sollten auch nicht vergessen, dass es in polykontexturalen Systemen keine kartesischen Produkte geben kann, denn diese setzten den Gruppenbegriff voraus, und die Mathematik der Qualität stellt nicht einmal ein Gruppoid dar! Es ist somit Unsinn, die Trichotomien zu behalten. Sie dürfte das bisherige Haupthindernis gewesen sein, welches die Abbildung von Zeichen aus Kenogrammstrukturen verhinderten.

Damit werden also aus triadischen nun hexadische Relationen:

(3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (312111)

(3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (312112)

(3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (312113)

Damit haben wir gleich ein anderes bisheriges Hindernis aus dem Weg geräumt: die triadische Verschachtelung, wonach die Erstheit in der Zweitheit und beide in der Drittheit „involviert“ seien (Bense 1979, S. 53, 67). Das Zeichen ist somit nun eine gewöhnliche Menge bzw. Relation und keine metarelationale Menge oder meta-mengentheoretische Relation mehr (vgl. die sehr berechtigte Kritik Kaehrs in Kaehr 2009c).

4. Nach diesen Vorbereitungen im Anschluss an Toth (2003) sind wir nun bereit, die einzelnen Schritte von den Peano-Zahlen mit Qualitätssprung zunächst zu den Proto-Zahlen und hernach zu den Deutero- und den Trito-Zahlen, wie sie Kronthaler (1986, S. 16) aufgezeigt hatte, auch anhand der Zeichen, nunmehr aufgefasst als hexadische Relationen, zu vollziehen.

4.1. Wert-Abstraktion des Zeichens

$$\left.\begin{array}{lcl}
(3.1\ 2.1\ 1.1) & \rightarrow & (\mathrm{abcbbb}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2) & \rightarrow & (\mathrm{abcbbc}) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3) & \rightarrow & (\mathrm{abcbba}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (\mathrm{abccbc}) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (\mathrm{abccba}) \\
(3.1\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (\mathrm{abcaba}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (\mathrm{acccbc}) \\
(3.2\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (\mathrm{acccba}) \\
(3.2\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (\mathrm{accaba}) \\
(3.3\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (\mathrm{aacaba})
\end{array}\right\}\quad \text{semiotische Trito-Struktur}$$

4.2. Positions-Abstraktion des Zeichens

$$\left.\begin{array}{lcl}
(abcbbb) & \rightarrow & (abbbbc) \\
(abcbbc) & \rightarrow & (abbbcc) \\
(abcbba) & \rightarrow & (aabbbc) \\
(abccbc) & \rightarrow & (abbccc) \\
(abccba) & \rightarrow & (aabbcc) \\
(abcaba) & \rightarrow & (aaabbc) \\
(acccbc) & \rightarrow & (abcccc) \\
(acccba) & \rightarrow & (aabccc) \\
(accaba) & \rightarrow & (aaabcc) \\
(aacaba) & \rightarrow & (aaaabc)
\end{array}\right\} \quad \text{semiotische Deutero-Struktur}$$

4.3. Iterations-Abstraktion

$$\left.\left.\begin{array}{l}
(abbbbc) \\
(abbbcc) \\
(aabbbc) \\
(abbccc) \\
(aabbcc) \\
(aaabbc) \\
(abcccc) \\
(aabccc) \\
(aaabcc) \\
(aaaabc)
\end{array}\right\} \rightarrow \quad (abc) \quad \right\} \quad \text{semiotische Proto-Struktur}$$

5.1. Wert-Belegung der Proto-Zeichen

(abc) $\rightarrow$ (123) $\cong$ (132) $\cong$ (213) $\cong$ (231) $\cong$ (321) $\cong$ (312)

(Zum Normalform-Operator vgl. Kronthaler 1986, S. 39.)

5.2. Wert-Belegung der Deutero-Zeichen

(abbbbc) $\rightarrow$ (122223) $\cong$ (133332) $\cong$ (211113) $\cong$ (233331) $\cong$ ...

(abbbcc) $\rightarrow$ (122233) do.

(aabbbc) $\rightarrow$ (112223) do.

(abbccc) $\rightarrow$ (122333) do.

(aabbcc) $\rightarrow$ (112233) do.

(aaabbc) $\rightarrow$ (111223) do.

(abcccc) $\rightarrow$ (123333) do.

(aabccc) $\rightarrow$ (112333) do.

(aaabcc) $\rightarrow$ (111233) do.

(aaaabc) $\rightarrow$ (111123) do.

5.3. Wert-Belegung der Trito-Zeichen

(abcbbb) $\rightarrow$ (123222) $\cong$ (132333) $\cong$ (213222) $\cong$ (232333) $\cong$ ...

(abcbbc) $\rightarrow$ (123223) do.

(abcbba) $\rightarrow$ (123221) do.

(abccbc) $\rightarrow$ (123323) do.

(abccba) $\rightarrow$ (123321) do.

(abcaba) $\rightarrow$ (123121) do.

(acccbc) $\rightarrow$ (133323) do.

(acccba) $\rightarrow$ (133321) do.

(accaba) $\rightarrow$ (133121) do.

(aacaba) $\rightarrow$ (113121) do.

6.1. Reihenfolge der Proto-Zeichen

(123)

6.2. Reihenfolge der Deutero-Zeichen

(111123)

(111223)

(111233)

(112223)

(112233)

(112333)

(122223)

(122233)

(122333)

(123333)

6.3. Reihenfolge der Trito-Zeichen

(113121)

(123121)

(123221)

(123222)

(123223)

(123321)

(123323)

(133121)

(133321)

(133323)

7. Morphogramme

7.1. Morphogramm für Proto-Zeichen

In der hexadischen Semiotik gibt es nur ein Proto-Zeichen, und dieses erscheint in der Kontextur K = 4:

0123

Wir wollen an dieser Stelle exemplarisch, d.h. praemissis praemittendis auch für die nachfolgenden Abschnitte über Deutero- und Trito-Zeichen, zeigen, wie man die Maximalanforderungen der durch die abstrakte qualitative Zahlentheorie vorausgesagten Menge an Morphogrammen erfüllen könnte. Da das Morphogramm 0123 nur eines von 4 möglichen Morphogrammen der Proto-Zahlen ist, sehen die übrigens 3 Morphogramme wie folgt aus.

0000 $\rightarrow$ (1111), (2222), (3333), (4444)

0001 $\rightarrow$ (1112), (1113), ..., (2221), (2223), ..., (3334), ..., (4443)

0012 $\rightarrow$ (1123), ...

0123 $\rightarrow$ (1234)

Triadische Zeichenklassen als Fragmente tetradischer werden also nur über 0012 konstruiert. Und hier ist man im Grunde frei, ob man 1123 z.B. als (3.a 2.b 1.c 1.d) oder als (3.2 1.1), d.h. als Dyaden-Paar wie in der monokontexturalen Semiotik, interpretiert. Jedenfalls sieht man bereits anhand der Proto-Primzeichen-Relation, dass triadische Semiotiken stets Fragmente tetradischer Semiotiken sind (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

7.2. Morphogramme für Deutero-Zeichen

Da wir von einer hexadischen Semiotik ausgehen, benöltigen wir K = 7, um die Morphogramme der Deutero- und der Trito-Zeichen darzustellen.

0111123

0111223

0111233

0112223

0112233

0112333

0122223

0122233

0122333

0123333

7.3. Morphogramme für Trito-Zeichen

0113121

0123121

0123221

0123222

0123223

0123321

0123323

0133121

0133321

0133323

8. Vergleich der Basis-Morphogramme und der semiotischen Morphogramme

8.1. Proto-Zahlen und Proto-Zeichen

1 0

2 00

01

3 000

001

012

4 0000

0001

0012

0123 0123

5 00000

00001

00012

00123

01234

6 000000

000001

000012

000123

001234

012345

7 0000000

0000001

0000012

0000123

0001234

0012345

0123456

8.2. Deutero-Zahlen und Deutero-Zeichen

1 0

2 00

01

3 000

001

012

4 0000

0001

0011

0012

0123

5 00000

00001

00011

00012

00112

00123

01234

6 000000

000001

000011

000012

000111

000112

000123

001122

001123

001234

012345

7 0000000 0111123 $\rightarrow$ 0000000111123 (K = 13)

0000001 0111223 $\rightarrow$ 000000111223 (K = 12)

0000011	0111233 → 00000111233 (K = 11)
0000012	0112223 → 0000112223 (K = 10)
0000111	0112233 → 000112233 (K = 9)
0000112	0112333 → 00112333 (K = 8)
0000123	0122223
0001111	0122233
0001112	0122333
0001123	0123333
0001222	
0001223	
0001234	
0012345	
0123456	

Wenn man also von der unveränderten, d.h. nicht-iterierten und anderswie erweiterten Normalform (vgl. Kronthaler 1986, S. 52 ff.) der Morphogramme ausgeht, muss man die oben markierten als Fragmente aus höheren Kontexturen (bis und mit K = 13) betrachten. Die letzten 4 Monogramme können z.B. als durch Minimierungsoperation (vgl. Kronthaler 1986, S. 38) aus dem letzten regulären Morphogramm von K = 7 erklärt werden.

8.3. Trito-Zahlen und Trito-Zeichen

Die Kontextur K = 7 hat 877 Morphogramme. Ich beschränke mich deshalb hier auf die Angabe der 10 Trito-Zeichen-Morphogramme

0113121 → 00113121 [?], K = 8

0123121

0123221

0123222

0123223

0123321

0123323

0133121

0133321

0133323

Das erste Morphogramm verweist auf die nächst-höhere Kontextur. Die anderen können hierher gehören, wenn man sich als durch Intra-Operatoren verändert (vgl. Kronthaler 1986, S. 37 ff.) anschaut

9. Die Anzahl der Morphogramme der Proto-, Deutero- und Trito-Systeme der ersten 7 Kontexturen

K	Proto		Deutero		Trito (Bell-Zahlen)	
	Za.	Zei.	Za.	Zei.	Za.	Zei.
1	1		1		1	
2	2		2		2	
3	3		3		5	
4	4	1	5		15	
5	5		7		52	
6	6		11		203	
7	7		15	10	877	10

Anhand dieser Vergleichtabelle zwischen der Anzahl der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen sowie der entsprechenden Zeichen kann man sich orientieren, was für ein ungeheuer fragmentarisches System die triadische Peircesche Semiotik ist. Wenn man ferner zustimmt, dass manche Deutero- und Trito-Morphogramme selber

Fragmente von bis zu 13-kontexturalen qualitativen Zahlensystemen sind, kommt man zu ähnlich erschreckenden Schlussfolgerungen wie denjenigen zur Logik von Gotthard Günther (1980, S. 179 ff.). Und dies alles, nachdem wir für diese Arbeit ja die Trichotomien und die Ordnung der Fundamentalkategorien abgeschafft haben! Es sind damit die folgenden zwei Hauptgründe, die für den Fragmentstatus der Semiotik und ihrer daraus folgenden Unfähigkeit, Wirklichkeit qualitativ-quantitativ bzw. quantitativ-qualitativ zu beschreiben, verantwortlich zu machen sind:

1. Das Gesetz der paarweisen Verschiedenheit der Fundamentalkategorien, d.h. ZR = (1, 2, 3) mit $1 \neq 2$, $2 \neq 3$ und $1 \neq 3$.

2. Die Beschränkung auf die Triadizität nach oben und die Beschränkungen auf die Triadizität nach unten, d.h. die Nichtakzeptanz 1- und 2-stelliger Relationen, als zeichenhaft sowie die falsche Behauptung, alle n-adische Relationen könnten auf 3-adische reduziert werden (vgl. Toth 2008, S. 713 ff.).

Möglicherweise ist die Beschränkung 1 sogar dafür verantwortlich, dass man den Grossteil der Deutero-Morphogramme erst in 13 Kontexturen beschreiben kann. Wenn man vor allem die Beschränkung 1 aufhebt, erhält man zwar keine Zeichenklassen der bisher bekannten Formen mehr, aber einen Strukturreichtum bis 877 semiotischen Trito-Zahlen (Morphogrammen), also bedeutend mehr als die maximale Anzahl von $3^3 = 27$ triadischen Zeichenklassen. Zusammenfassend müssen wir also für eine polykontexturale Semiotik die folgenden Limitationen aufheben:

1. Die Verschachtelung, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation

2. Die Trichotomien als angebliche Untergliederungen oder „Feinbezüge“ der Triaden (und damit die differenten Ordnungen der triadischen und der trichotomischen Peirce-Zahlen).

3. Die paarweise Verschiedenheit der Kategorien

4. Die beiderseitige Begrenzung auf triadische Relationen. Die n-adizität semiotischer Relationen muss umgekehrt sogar aus der Anzahl der jeweils benötigten Kontexturen folgen, d.h. prinzipiell als variabel eingeführt werden.

Eine solche m-kontexturale n-adische Semiotik wird die Peircesche Semiotik natürlich als Spezialfall enthalten, als unbedeutenden.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Category of glue II. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html (2009a)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of Signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009b)

Kaehr Rudolf, Luhmann's secret diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Luhmanns%20Diamonds/Luhmanns%20Diamonds.pdf (2009c)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Qualitative semiotische Zahlentheorie II

1. In Toth (2009b) sind wir von den Peirceschen triadischen Zeichenklassen ausgegangen und haben sie mittels Wert-, Positions- und Iterationsabstraktion auf ihre Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen zurückgeführt. Erwartungsgemäss war das Ergebnis nicht die Menge der qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen, wie sie z.B. bei Kronthaler (1986, S. 33 f.) aufscheinen, sondern die Menge der dergestalt dreifach reduzierten Zeichenklassen ist einerseits nur ein kleines Fragment der qualitativen Zahlen, geht anderseits aber bereits stark über die qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen hinaus. Bei unserem Vorgehen der dreifachen Reduktion von Zeichenklassen hatten wir ja auch nur die Trichotomischen Triaden aufgehoben und also die aus Dyaden zusammengesetzten triadischen Relationen als Hexaden behandelt, aber die übrigen Peirceschen Limitationstheoreme waren bestehen geblieben. Es sind die folgenden:

1. Die paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien:

   $ZR = (1, 2, 3)$ mit $1 \neq 2$, $2 \neq 3$ und $1 \neq 3$.

2. Die Verschachtelung der triadischen Relation, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation:

   $ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$.

3. Die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten:

   $ZR = (0, 1, 2, \leftarrow \quad \boxed{3} \quad \rightarrow, 4, 5, 6, ...)$

Im Zusammenhang mit 3. stellt auch sich die Frage nach dem Verhältnis von der Stelligkeit (n-adizität) semiotischer Relationen und der Anzahl benötigter Kontexturen. Obwohl es keine absolute Regel gibt – man kann z.B. eine dyadische Relation wie (12) in einem 10-kontexturalen Morphogramm darstellen: (0000000012), man kann umgekehrt sogar eine enneadische Relation wie (123456789) in einem 2-kontexturalen Morphogramm darstellen: (79), ist es einleuchtend, dass im Idealfall die Anzahl Konturen für eine n-adische Relation minimal n und optimal (n+1) beträgt. Das geht also zusammen mit Kaehrs

Kontexturierung der triadischen Peirceschen Zeichenrelation in K = 3 bzw. K = 4 (Kaehr 2008). Wir formulieren deshalb als 4. aufzuhebendes semiotisches Limitationstheorem:

4. Die Abhängigkeit der Kontexturen von der Stelligkeit der Relation.

2.1. Wenn wir also (1.) die paarweise Verschiedenheit der Relationen aufheben, werden wir Zeichen bekommen, die z.B. kein Mittel, kein Objekt oder keinen Interpretanten haben. Dass es solche Zeichen gibt, darauf wurde schon früher hingewiesen (Toth 2008a, b, c). Es ist sogar so, dass ja die Unterscheidung von Mittel, Objekt und Interpretant eigentlich nur aus der Idee der Triadizität folgt, die seinerseits, wie Günther bei Peirce nachgewiesen hat, in der Trinität gründet (Günther 1978, S. 12). D.h. wäre Peirce also von der vor der christlichen 3-Zahl (Trinität) weltweit verbreiteten 4-Zahl (Quaternität) ausgegangen, die ja bekanntlich auch in der Bibel weit verbreitet ist (die 4 Weltrichtungen, Himmelsgegenden, Paradiesströme, apokalyptischen Reiter, Planeten (Jupiter, Merkur, Mars, Saturn), Sonnenrosse, Gesichter (Ezechiel 1), dann die 4 Haupttugenden, Gliedmassen, Welalter, Jahreszeiten, Tageszeiten, Nachtwachen, Farben des Kartenspiels, usw., vgl. Bischof 1997, S. 200 ff.), dann hätte er notwendig wohl nicht nur eine vierte, sondern vier völlig neue Fundmentalkategorien gebraucht. Tatsächlich gibt es eine solche Semiotik, die nicht einfach eine tetradische Relation aus M, O, I, ? darstellt, sondern durch B(a, l, g, x) definiert ist, worin B die Bedeutungsrelation ist (d.h. die Zeichenrelation wird als Bedeutungsrelation eingeführt), a der Name ist, der in der Sprache l den Gehalt g eines Dinges x formalisiert (Menne 1992, S. 55). Versuchen wir also, die Mennesche tetradische Bedeutungsrelation im Rahmen der Peirce-Semiotik darzustellen! Der Name a ist M, der Mittelbezug, die Sprache l, d.h. ein Repertoire, fehlt bei Peirce. Da M daraus selektiert wird, muss l = {M} sein, wobei wir allerdings $\{M\}_1$ setzen sollten, da es ja mehr als eine Sprache/ein Repertoire gibt und ein M, selektiert aus einem falschen Repertoire, nach Menne die Bedeutungsrelation nicht erfüllt. Damit kommen wir zu g, dem Gehalt eines Dinges x. Dies ist offenbar die Relation zwischen einem realen Objekt und der Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$). Da das reale Objekt bei Peirce nicht vorkommt, wollen wir es mit Ω abkürzen. Damit können wir die Peircesche triadische Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

der Menneschen tetradischen Bedetungsrelation

BR = (a, l, g, x) = (M, $\{M\}_1$, $((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega)$)

gegenüberstellen. Wie man sogleich erkennt, haben die beiden Zeichenrelationen nicht das geringste miteinander gemeinsam, obwohl wir sie versuchsweise ineinander übersetzt haben. Es wäre eine interessante Aufgabe, einmal zu überlegen, wie viele verschiedene einnander nicht-isomorphe Definitionen von Zeichenrelationen es gibt.

2.2. Wäre also Peirce z.B. von der Menneschen tetradischen Relation ausgegangen, hätte er wegen a $\in$ l nicht mit paarweiser Verschiedenheit von Kategorien operieren können, davon abgesehen, dass weder a noch l sensu stricto Kategorien sind, genauso wenig wie ein Lemma in einem Wörterbuch einer bestimmten Sprache und das Wörterbuch selbst als Kategorien bezeichnet werden können. Schwieriger ist es bei g und x. Wenn man diese komplexe Relation in diejenige von Peirce übersetzt, d.h. $((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega)$, dann ergibt sich ein Bezug zwischen O und Ω, die zwar als Kategorien – O ist eine semiotische und Ω ist ihre korrespondierende ontologische Kategorie -, aber sonst keineswegs paarweise verschieden sind, insofern hier ja gerade eine semiotische Relation zwischen dem äusseren (Ω) und dem inneren (O) bezeichneten Objekt, oder Peirceianisch gesprochen: zwischen Objekt und Objektbezug hergestellt wird.

2.3. Ein weiteres Beispiel einer triadischen Relation, die sogar stets mit der Peirceschen Zeichenrelation identifiziert wurde, ist die Kommunikationsrelation KR = (O, M, I), vgl. z.B. Bense (1971, S. 39 ff., 1976, S. 26 f.). Davon abgesehen, dass hier die Reihenfolge der Primzeichen nicht mit der von ZR = (M, O, I) übereinstimmt, ist die Identifikation von O mit dem Expedienten, von I mit dem Rezipienten und von M mit dem Kanal des Kommunikationsschemas gewalttätig. Wie kann ein totes Objektes Information aussenden? Warum ist nicht der Sender ein I1 und der Empfänger ein I2, so wie es jedes Kind erwarten würde, das schon einmal Telephönli gespielt hat? Wie kann ein Mittel als 1-stellige Relation 3-stellige Zeichenfunktion ausüben (so behauptet bei Bense 1976, S. 26 unten)?

2.4. Bei einer weiteren triadischen Zeichenrelation, dem bereits auf Peirce zurückgehenden Kreationsschema (vgl. z.B. Bense 1979, S. 87 ff.), ist nicht nur wiederum die Ordnung der Fundamentalkategorien verändert CR = (I, M, O) bzw. (M, I, O), sondern es wird behauptet, dass I und M einer anderen Partialrelation angehören als das „Produkt“ O, und dass I zwei statt eine Funktion ausübt: einerseits selektiert I aus M (genauer müsste hier {M} stehen!), anderseits kreiert es O (aus M). Auch hier sieht die Identifikation der Kreations- und mit der Zeichenrelation höchst artifiziell aus. Hier wird jedenfalls auch behauptet, dass eine Drittheit eine Erstheit auf reichlich mysteriöse Weise in eine Zweitheit verwandeln kann. Man stelle sich vor, so etwas würde in einer mathematischen Abhandlung stehen! Man grabe Erde (M) im Garten aus, sage „Simsalabim!“ (I) dazu – und man bekommt Gold (O) wie weiland Rabbi Loew in Prag.

2.5. Verwandte triadische Relationen, die zwar nie mit der Peirceschen Zeichenrelation in Beziehung gebracht wurden, aber immerhin Anwärterschaft darauf haben, sind z.B. Thema/Topik , Comment und Fokus, also die drei Grundbegriffe der Funktionalen Satzperspektive in der neueren Textlinguistik. Ohne grössere Vergewaltigung von Kategorien als es beim Kommunikations- und beim Kreationsschema der Fall war, könnte man hier argumentieren, das Topik sei das Mittel, es fungiere als „Unterlage“ der alten und/oder bekannten Information, als dasjenige, worüber etwas ausgesagt werden. Das, was darüber ausgesagt werde, d.h. die neue und/oder unbekannte Information, ist dann der Objektbezug, denn Information ist Mitteilung von Neuem, und Neues kann nur aus der Welt der Objekte kommen, niemals aus der Welt der Zeichen, die ja Objekte nur bezeichnen, aber niemals erzeugen oder auch nur verändern können (Benses Invarianzprinzip; Bense 1979, S. 39 ff., im Grunde eine hervorragende Begründung der Monokontexturalität der Peirceschen Semiotik). Der Fokus fällt dann auf den Interpretanten, denn dieser lenkt sozusagen das Bewusstsein auf jene Teilmenge der neuen/unbekannten Information, auf die besonders hingewiesen werden soll. Die Frage ist also in unserem Zusammenhang: Kann man die funktionale Triade FR = (T, C, F) nicht auch allgemein als Zeichenmodell verwenden? Sind diese drei „Kategorien“ nicht universell, d.h. über die Linguistik hinaus anwendbar? Sie sie wirklich weniger allgemein als die von Peirce stets aufrecht erhaltene

„Universalität“ der „fundamentalen“ Kateogorien? Da wie gesehen haben, dass es Zeichen ohne Mittel gibt, kann man z.B. zeigen, dass es Sätze ohne Topiks gibt, z.B. Märchenanfänge, bei denen ein bestimmtes Konzept ja erst als Topik im Diskurs etabliert werden soll. Da es Zeichen ohne Objekte gibt – kann man auch zeigen, dass es Comment-lose Sätze gibt, das sind Sätze, die nur aus alter/bekannter Information bestehen. Und da es schliesslich Zeichen ohne Interpretanten gibt, kann man auch zeigen, dass es Fokus-lose Sätze gibt – die meisten nämlich. Genauso gibt es Kommunikationsschemata ohne Sender (z.B. Signale), ohne Empfänger (Symptome), ohne Kanal (natürliche Zeichen, Anzeichen), dasselbe gilt für Kreationsschemata und wohl sämtliche triadischen Relationen, die sich als um nicht allgemeiner entpuppen als die angeblich universalen und fundamentalen Peirceschen Kategorien.

2.6. Übrigens ist es eine eigene Überlegung wert, ob wahrhaft universale und fundamentale Kategorien wirklich semiotische und nicht eher universal-metaphysische Kategorien sein müssen, z.B. die ebenfalls bei Peirce auffindbare frühe Triade (Quantität – Qualität – Relation), die nun wirklich ein erstklassiger Kandidat einer universalen und fundamentalen kategorialen triadischen Relation ist. Danach könnte man Zeichen anhand von diesen drei Bestimmungsstücken sicher viel ungezwängter klassifizieren als dort einen Interpreten zu suchen, wo gewiss keiner ist (z.B. bei Eisblumen) oder dort nach einem Mittel zu suchen, wo keines vorhanden ist (bei einer Handbewegung), oder dort nach Objekten zu suchen, wo solche bewusst nicht vorhanden sein sollen (z.B. dadaistische , stochastische Musik, bestimmte Formen der Malerei). Die Triade Quantität – Qualität – Relation ist allein deshalb unversaler, weil sie gar nicht bereits semiotisch ist, sondern viel näher an den Objekten ist, aus denen die Zeichen in der Semiose ja entstehen: Jedes Objekt hat eine gewisse Quantität, Qualität, Relation. Ferner hat man hier bereits eine in der Semiotik erst am Schluss ihrer Entwicklung (Bense 1992) erreichte vollständige Klassifikation der Zahl als Zeichen, nämlich die rein quantitative Zahl (z.B. Peano-Zahl), die qualitative Zahl (Proto-, Deutero-, Trito-Zahl) und die relationale Zahl (Peirce-Zahl; vgl. Toth 2009a), und man sieht bereits hier, dass mit der Aufhebung-Ergänzung der Mathematik der Quantitäten durch die Kronthalersche Mathematik der Qualitäten die Welt der Mathematik noch nicht ausgeschöpft ist – es braucht nämlich noch eine Theorie der Peirce-Zahlen oder semiotischen Relationalzahlen.

3. Wenn wir schliesslich von der Verschachtelung der Zeichenrelation, die diese in eine (gerichtete) Relation von Relationen bzw. Menge von Mengen bzw. Menge von Relationen bzw. Relation von Mengen verwandelt, d..h. von

$ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

absehen, dann befreien wir uns von der paradox anmutenden Forderung Peirce, dass gemäss seiner (von der Semiotik primär unabhängigen) „Pragmatischen Maxime" das Zeichen stets von einem Interpretanten eingeführt und über ein Objekt zu einem Mittel führt, d.h. von der Ordnung ZR = (I, O, M) und der mit ihr in nie auch nur diskutiertem Widerspruch stehenden Normalform-Ordnung von Zeichenklassen ZR = (M, O, I). Damit fallen auch die Fragen nach den Interpretationen der übrigen Permutationen (IMO, MIO, OMI, OIM) wegen. Das Zeichen kann dann überall anfangen, d.h. bei M, O oder I. Mit solchen Tricks operiert ja bereits die Umgangssprache: Die Aussagen:

a) Ein Mittel bezeichnet ein Objekt durch einen Interpretanten.

b) Mit einem Mittel bezeichnet ein Interpretant ein Objekt.

c) Ein Objekt wird mit einem Mittel von einem Interpretanten bezeichnet.

d) Ein Objekt wird von einem Interpretanten durch ein Mittel bezeichnet.

e) Ein Interpretant bezeichnet mit einem Mittel ein Objekt.

f) Ein Interpretant bezeichnet ein Objekt durch ein Mittel.

sind ja gleichbedeutend, d.h. die Ordnung der Kategorien ist egal; das Zeichen kann eben überall beginnen.

Umgekehrt folgt die Aufhebung der Verschachtelung aber bereits aus der Relativierung der Kategorien, v.a. der Aufhebung der paarweisen Differenziertheit der Kategorien und der dadurch eröffneten Möglichkeit, dass eine Zeichenrelation z.B. zwei Mittel, aber keinen Interpretanten, 2 Objekte, aber kein Mittel usw.

enthält. Würde man hier an der Verschachtelung festhalten, müsste im Extremfall eine Zeichenklasse aus einer dreifachen Selbstverschachtelung einer einzigen Kategorie bestehen.

4. Obwohl wir bereits am Anfang unserer qualitativen semiotischen Zahltheorie die Trichotomie aufgehoben haben, seien hier in Zusammenhang mit dem letzten Abschnitt noch eine paar Bemerkungen nachgeschoben: Trichotomie entstehen durch kartesische Produktbildung, und kartesische Produktbildung setzt abelsche Gruppen voraus, also ein höchst spezialisiertes mathematisches System, das für qualitative Systeme unerbringlich ist. Z.B. stellt die Mathematik der Qualitäten vom Standpunkt der quantitativen Mathematik aus betrachtet nicht einmal ein Gruppoid dar. Daher verbieten sich Trichotomien für den Aufbau einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie von selbst. Anderseits werden Trichotomien aber auch durch die relationale Verschachtelung der Triaden vorbereitet, denn aus ihr folgt, dass eine Erstheit durch 1 weitere, eine Zweitheit durch 2 weitere und eine Drittheit durch 3 weitere Relationen gesättigt werden kann, also

		3
	2	2
1	1	1

- - - - - - - - - - - -

1	1	1
	1	1
		1

5. Auch das letzte im Rahmen einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie aufzuhebende Limitationstheorem, die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten, folgt natürlich aus der Aufhebung der Forderung nach paarweiser Verschiedenheit der Kategorien, denn wenn Gebilde wie

(111), (222), (333)

(112), (131), (322), usw.

erlaubt sind, gibt es keinen Grund, sie nach „unten", d.h. in den Bereich der Dyaden und Monaden, oder nach „oben", d.h. in die Bereiche der Tetraden, Pentaden, Hexaden, usw. zu verlängern (vgl. Toth 2006/08, S. 214 ff.).

6. Nun hatten wir aber in Abschnitt 2 bereits darauf hingewiesen, dass es eine viel universalere und fundamentalere Semiose gibt als ZR = (M, O, I), nämlich die „Grundrelation"

GR = (Qn, Ql, R).

Zusammen mit den Aufhebungen der 4 Limitationstheoreme hindert uns nun nichts daran, sowohl die Anzahl der Qn, Ql als auch der R zu erweitern:

$GR_{max} = (Qn_1, Qn_2, Qn_3, ..., Ql_1, Ql_2, Ql_3, ..., R_1, R_1, R_1, ...)$

Wenn wir verabreden, dass alle Quantitäten in eine einzige Kontextur, K 1, gehören, also so, wie sie von der traditionellen quantitativen Mathematik gehandhabt werden (Hegel-Paraphrase: „alle Qualitäten ... bis auf die eine Qualität der Quantität ... reduziert"), so brauchen wir die Kontexturen K 2, K 3, ..., K n für die Qualitäten, aber auch für die Relationen, da die Subjekte, welche Relationen über Quantitäten und Qualitäten herstellen, natürlich nicht mit den Subjekten identisch sein müssen, welche in die Qualitäten involviert sind. Wegen der Konsequenz 5. aus dem 4. Limitationstheorem folgt dann die Stelligkeit unserer qualitativen semiotischen Relation direkt aus der Anzahl der gewählten Kontexturen. Da eine minimale polykontexturale Logik 3 Kontexturen hat (vgl. z.B. Günther 1980 [1957], S. 1 ff.), wobei hier die Relation natürlich nicht als Kontextur zählt, ergibt sich als minimale semiotische Grundrelation

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$,

d.h. wir wählen die gleiche Anzahl von relationalen Kontexturen wie qualitativen, so dass beide minimalen Subjekte (ich, du) relational miteinander ausgetauscht werden. Ich möchte übrigens betonen, dass hier die wohl fundamentalste Differenz zwischen einer logischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$LR = {}^3R(S, S, O)$

und einer semiotischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$SR = {}^5R(S, S, O)$

besteht, insofern in letzterer die zwei zum Austausch von $S \rightarrow O$ und $O \rightarrow S$ benötigten Relationen selber mitgezählt werden und darum ihren eigene Platz in separaten Kontexturen bekommen. Natürlich können wir nun, wie in der Logik und der klassischen Semiotik, für die Variablen in

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$

numerische Werte einsetzen:

$Qn = \{0\}$

$Ql = \{1, 2\}$

$R(Ql_1) = \{3\}$

$R(Ql_2) = \{4\}$,

GR_{min} ist also eine 5-kontexturale pentadische Zeichenrelation über 1 Quantität, 2 Qualitäten und 2 Relationen.

7. Damit bekommen wir für GR_{min} 5 + 7 + 52 = 64 „Zeichenklassen" in Form von Morphogrammen, d.h. 5 semiotischen Proto-Zahlen und 7 semiotischen Deutero-Zahlen (rechts):

Nr. 1	00000	Nr. 1	00000
Nr. 2	00001	Nr. 2	00001
Nr. 3	00012	Nr. 3	00011
Nr. 4	00123	Nr. 4	00012

Nr. 5	01234	Nr. 5	00112
		Nr. 6	00123
		Nr. 7	01234

sowie 52 semiotischen Trito-Zahlen (Ausschnitt):

Nr. 1 00000

Nr. 2 00001

Nr. 3 00010

Nr. 4 00011

Nr. 5 00012

Nr. 6 00100

Nr. 7 00101

Nr. 8 00102

Nr. 9 00110

⋮

Nr. 48 01220

Nr. 49 01221

Nr. 50 01222

Nr. 51 01223

Nr. 52 01234,

wobei hier also wie folgt interpretieren können:

Nr. 1: 00000 ist das Zeichen der reinen Quantität, Nr. 2-5 sind die Zeichen der der vermittelten Quantitäten, d.h. der relationalen quantitativen Zahlen. Nr. 6 ist die durch eine Qualität vermittelte Quantität, Nr. 7 die durch eine Qualität vermittelte Quantität als Relation, ..., Nr. 48-51 sind teilvermittelte vollständige Quanti-Qualitäten, Nr. 52 ist ist vollständig vermittelte vollständige Quanti-Qualität, usw. usw.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Verittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bischoff, Erich, Mystik und Magie der Zahlen (1920). Neudruck Wiesbaden 1997

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Damrstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichenträger. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Metaobjektivierung ohne Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichensetzer. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Qualitative semiotische Zahlentheorie IV

1. In den vorangegangenen drei Studien (Toth 2009a, b, c) hatten wir uns um den Aufbau einer polykontexturalen Semiotik aus der folgenden Perspektive bemüht: Wir nahmen als Ausgangspunkt die 10 Peirceschen Zeichenklassen und gelangten durch Wert-, Iterations- und Positionsabstraktion zu „Keno-Zeichen". Obwohl dieser Begriff eine contradictio in adiecto darstellt – denn Zeichen und Keno sind aus prinzipiellen Gründen unvereinbar -, ist der Begriff auch wieder nicht falsch, denn die Morphogramme, die durch die drei Abstraktionsschritte aus den Peirceschen monokontexturalen Zeichenklassen hervorgingen, waren nicht mit den Basismorphogrammen identisch, die man erhält, wenn man die Kenogrammatik rekursiv aus einem Keno-Symbol (Platzhalter) aufbaut.

2. Diesen zweiten Weg – den Aufbau der Peirceschen Zeichenklassen aus der Keno- und Morphogrammatik, möchten wir in der vorliegenden Arbeit begehen. Dabei steht natürlich die mögliche Abbildbarkeit von Morphogrammen (Kenogramm-sequenzen) auf die Zeichenklassen und umgekehrt im Zentrum, denn nachdem es sich gezeigt hat, dass man tatsächlich mit der Semiotik bis hinuter zur Keno-Ebene gelangen kann, ohne dass man wenigstens die Substitutionsfunktion des Zeichens opfern muss, interessiert eine kontrollierbare Überführung der monkontexturalen in die polykontexturale Semiotik allein schon im Sinne der Öffnung der monokontexturalen Semiotik für polykontexturale Berechenbarkeit, d.h. für Anwendbarkeit der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986, Mahler 1993) neben der quantitativen Mathematik (Toth 2008).

3. Triadische Proto-Semiotik

TPS = {000, 001, 012}

Abbildungen der 3-kontexturalen Protozahlen auf die Zeichenklassen:

$000 \rightarrow (111, 222, 333)$

$001 \rightarrow (112, 113, 221, 223)$

$012 \rightarrow (123)$

Nachdem wir hier die Trichotomien-Schreibweise für Zeichenklasse benutzt haben:

(111) für (3.1 2.1 1.1)

(112) für (3.1 2.1 1.2)

(113) für (3.1 2.1 1.3), usw.,

haben wir also folgende Abbildungen der 3-kontexturalen Proto-Ebene auf die Zeichenklassen:

000 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3),

d.h. diese Mehrdeutigkeit der Abbildung beruht auf der polykontexturalen Ununterscheidbarkeit der Urbilder, denn diese sind nach der 1. Schadach-Transformation identisch (vgl. Toth 2003, S. 22) bzw. werden umgekehrt durch den Normalformoperator (vgl. Kronthaler 1986, S. 39) ineinander überführt

001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

Diese Abbildung erzeugt also auch die unzulässigen Peircesche Zeichenklasse *(3.2 2.2 1.1), *(3.3 2.3 1.2) und *(3.3 2.3 1.1).

012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3).

Nicht erzeugt werden auf der Proto-Ebene also die Zeichenklassen (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3) und (3.2 2.3 1.3), da die ihnen zugrunde liegende Struktur (011) erst auf der Trito-Struktur erscheint, da sie die Iterationsfreiheit voraussetzt.

4. Triadische Deutero-Semiotik

Da diese durch

TDS = {000, 001, 012} = TPS

definiert ist, gilt alles unter 3. Gesagtes auch für die Deutero-Struktur.

5. Triadische Trito-Semotik

TTS = {000, 001, 010, 011, 012)

Da wir unter TPS bzw. TDS bereits die Morphogramme 000, 001 und 012 behandelt haben, müssen wir hier nur noch die Morphogramme 010 und 011 auf die Zeichenklassen abbilden. Da wir bereits gesehen haben, dass

011 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

und damit sämtliche 10 Zeichenklassen und hiermit die monokontexturale Semiotik auf die Trito-Semiotik abgebildet ist, müssen wir uns noch um 010 kümmern. Dieses Morphogramm wird auf die folgenden irregulären Zeichenklassen abgebildet:

010 $\rightarrow$ *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.1 1.2), *(3.3 2.1 1.3), *(3.3 2.2 1.3).

Wir müssen uns deshalb abschliessend fragen: Nachdem die 10 Peirceschen Zeichenklassen ein Fragment der theoretisch möglichen $3^3 = 27$ Zeichenrelationen der Form (3.a 2.b 1.c) mit Ordnungsbeschränkung $a \leq b \leq c$ ist: Kann man also mit Hilfe der 3-kontexturalen Trito-Semiotik gerade die 27 zeichenklassen erzeugen? Die Antwort ist leider nein.

<u>Beweis:</u> Die möglichen trichotomischen Strukturen triadischer Relationen sind: $a < b < c$, $a = b = c$, $a > b > c$, ferner „Mischstrukturen". Da nun die 1. Position jeder qualitativen Zahl = 0 = Peirce-Zahl 1 ist (trichotomische Schreibung, s.o.), können alle von der Basisstruktur $a > b > c$ abgeleiteten Basisstrukturen nicht auf Zeichenrelationen abgebildet werden. In Sonderheit kann also durch die 3-kontexturale Trito-Semiotik die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix, (3.3 2.2 1.1), nicht hergestellt werden. ■

Wir gelangen deshalb zu den folgenden, einigermassen merkwürdigen Schlüssen zum Verhältnis von polykontexturaler und monokontexturaler (triadisch-trichotomischer) Semiotik:

1. Die 10 Peirceschen Zeichenklassen werden durch die 3-kontexturale Trito-Semiotik vollständig im Sinne von eindeutig-mehrmöglichen Abbildungen hergestellt.

2. Die 3-kontexturale Trito-Semiotik stellt darüber hinaus weitere triadische-trichotomische Zeichenrelationen her, die jedoch von der Ordnungsstruktur der

Peirceschen Zeichenklassen her gesehen irregulär sind. Sie stellt allerdings nicht die ganze Menge der 27 möglichen triadische-trichotomischen Zeichenrelationen her.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie III. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Das räumliche Vorgänger- und Nachfolgesrsystem kontexturierter Peirce-Zahlen

1. Bereits dann, wenn man die Peirce-Zahlen in triadische (tdP) einerseits und in trichotomische (ttP) andererseits aufspaltet, bemerkt man, dass die linearen Vorgänger- und Nachfolgerrelationen nicht übereinstimmen:

tdP = $(1. \rightarrow (1. \rightarrow 2.) \rightarrow (1. \rightarrow 2. \ \rightarrow 3.)$

ttP = $(.a \leq .b \leq .c)$, mit a, b, c $\in \{.1, .2, .3\}$

2. Anhand der semiotischen Matrix

$$\begin{array}{ccccc} 1.1 & \rightarrow & 1.2 & \rightarrow & 1.3 \\ \downarrow & \searrow & \downarrow & \searrow & \downarrow \\ 2.1 & \rightarrow & 2.2 & \rightarrow & 2.3 \\ \downarrow & \searrow & \downarrow & \searrow & \downarrow \\ 3.1 & \rightarrow & 3.2 & \rightarrow & 3.3 \end{array}$$

kann man zeigen, dass jedes Subzeichen genau 3 Nachfolger und 3 Vorgänger, von (1.1) und (3.3) natürlich abgesehen, hat, nämlich zwei orthogonale und einen diagonalen Nachfolger/Vorgänger. Ferner hat jedes Subzeichen, vom ersten und letzten wiederum abgesehen, einen unbestimmten Vorgänger und Nachfolger, vgl. (1.2) : (2.1), (1.3) : (2.2), (2.2) : (3.1), usw. Mit anderen Worten: Bereits als monokontexturale Zahlen gehen die Peirce-Zahlen an Komplexität weit über die Peano-Zahlen hinaus:

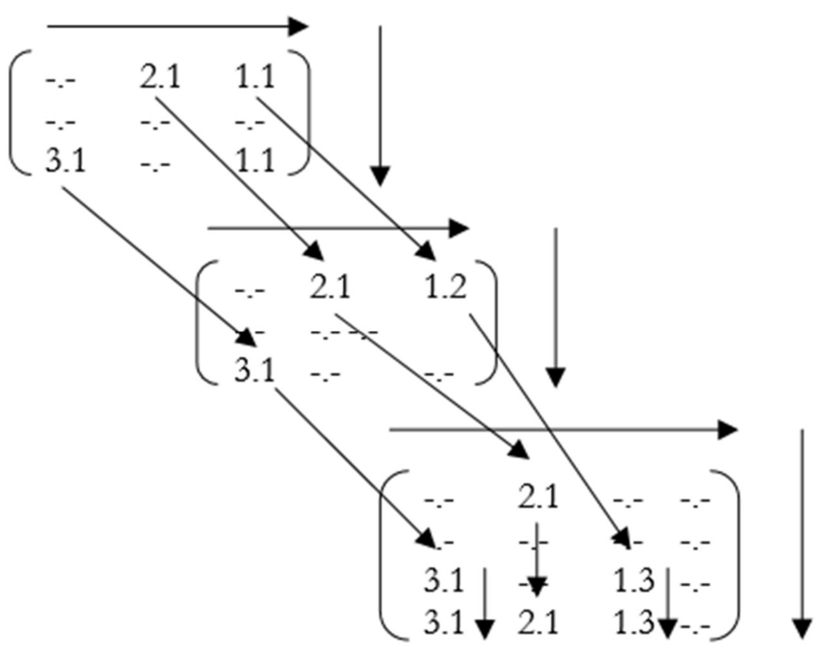
$$\left.\begin{array}{l} 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ \swarrow \\ 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \\ \swarrow \\ 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \end{array}\right\} \equiv 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 9$$

2. Sobald man nun die Peirce-Zahlen kontexturiert, wie dies Kaehr (2008) getan hat

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

benötigt man statt der linearen und der ebenen eine räumliche Darstellung, um die Vorgänger- und Nachfolgerrelationen darzustellen (vgl. Toth 2009). Im folgenden seien die ersten drei Zeichenklassen der ersten trichotomischen Triade dargestellt, von denen die ersten zwei in 3 und die dritte in 4 Kontexturen liegen. Man kann somit anhand dieses einfachen Beispiels nicht nur die Nachfolge der Subzeichen und der Zeichenklassen, sondern auch noch diejenige der durch sie besetzten Kontexturen aufzeigen:

1. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3})$
2. $(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1})$
3. $(3.1_{3,4}\ 2.1_{1,4}\ 1.3_{3,4})$



Es gilt also:

$\sigma(3.1_3) = (3.1_{3,4}), (3.2_2), (3.2_{2,4}), (3.3_{2,3}), (3.3_{2,3,4})$

$\sigma(2.1_1) = (2.1_{1,4}), (2.2_{1,2}), (2.2_{1,2,4}), (2.3_{2,3}), (2.3_{2,3,4})$

$\sigma(1.1_{1,3}) = (1.1_{1,3,4}), (1.2_1), (1.2_{1,4}), (1.3_3), (1.3_{3,4})$

Was die unbestimmten Peirce-Zahlen-Vorgänger und –Nachfolger anbetrifft, so bleiben sie interessanterweise auch in den kontexturierten Matrizen unbestimmt:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

es gilt sogar für die Kontexturalzahl-Summen der Nebendiagonalen: 3 = 1 + 2 (!).

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Mehrdeutige Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Super-Operatoren

1. Die „SOPS“ wurden von Rudolf Kaehr (2009a, S. 8 ff.) sowie (2009b, S. 17 ff.) in die Semiotik eingeführt. An „traditionellen“ semiotischen Operationen sind ja lediglich die z.B. bei Walther (1979, S. 121 ff.) sowie Toth (2008, S. 12 ff.) zusammengestellten streng monokontexturalen Operationen bekannt. Die 5 von Kaehr eingeführten semiotischen Super-Operatoren, Identität, Permutation (bereits von Toth 2008, S. 177 ff. eingeführt), Reduktion, Bifurkation, Replikation – und später als 6. noch Iteration – werden hier vor allem anhand von semiotischen Dualsystemen aufgezeigt, da Kaehr bereits kenomische Matrizen verwendet hatte und also die Grundlagen der Konstruktion von Zeichenklassen und Realitäts-thematiken als bekannt vorausgesetzt werden können.

2. Zur Definition der 5 ersten SOPS reproduziere ich hier direkt die von Kaehr zusammengestellte Tabelle (2009a, S. 8):

Super – operators for semiotics

$$\mathrm{Sem}^{(m,n)}: \left[\mathrm{Sem}^{(m,n)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}} \xrightarrow[\mathrm{sops}]{} \left[\mathrm{Sem}^{(m,n)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}}$$

$$\mathrm{id}(i,j): \quad \forall\, i,j \in s(m): \quad \left(\mathrm{Sem}^{i,j}\right) \xrightarrow[\mathrm{id}]{} \left(\mathrm{Sem}^{i,j}\right)$$

$$\mathrm{perm}(i,j): \forall\, i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{perm}]{} \left(\mathrm{Sem}^{j}, \mathrm{Sem}^{i}\right)$$

$$\mathrm{red}(i,j): \forall\, i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{red}]{} \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{i}\right)$$

$$\mathrm{bif}(i,j): \forall\, i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{bif}]{} \left(\left(\mathrm{Sem}^{i} \,\|\, \mathrm{Sem}^{j}\right), \mathrm{Sem}^{j}\right)$$

$$\mathrm{repl}(i,j): \forall\, i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{repl}]{} \left(\left(\mathrm{Sem}^{i} \,|\, \mathrm{Sem}^{i}\right), \mathrm{Sem}^{j}\right)$$

$$\mathrm{sops} = \{\mathrm{id}, \mathrm{perm}, \mathrm{red}, \mathrm{bif}, \mathrm{repl}\}$$

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/ConTeXtures.pdf

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/From Ruby to Rudy.pdf **§ 11.3**

Zur 6. Operation: Während Replikation die Komplexitätstiefe erhöht:

$S_{i.j} \rightarrow S_{i.j+1}$

erhöht Iteration die Komplexitätsbreite:

$S_{i.j} \rightarrow S_{i+1.j}$.

Wir können hier also gleich als Beispiele die Peirce-Zeichen (vgl. Toth 2009a) bringen: Replikation ist also diejenige semiotische Superoperation, welche die Nachfolgerelation der trichotomischen Peirce-Zahlen bewirkt, während Iteration diejenige semiotische Superoperation ist, welche die Nachfolgerelation der triadischen Peirce-Zahlen bewirkt. Bei den diagonalen Peirce-Zahlen (vgl. Toth 2009b) wirken somit sowohl Iteration als auch Replikation, d.h. wir haben

$S_{i.j} \rightarrow S_{i+1.j+1.}$

3. Bei den Identitätsabbildungen hat eine neuere Untersuchung (Toth 2009c) gezeigt, dass neben den semiotischen 1-Morphismen

id1 $\equiv (1 \rightarrow 1)$, id2 $\equiv (2 \rightarrow 2)$, id3 $\equiv (3 \rightarrow 3)$

bei „Pfeilen zwischen Pfeilen" mit noch ganz anderen, bislang in der Semiotik völlig unbekannten Identitäten gerechnet werden muss; vgl.

$\mathrm{id}\alpha \equiv (\alpha \rightarrow \alpha)$, $\mathrm{id}\alpha° \equiv (\alpha°, \alpha°)$, $\mathrm{id}\beta\alpha \equiv (\beta\alpha \rightarrow b\alpha)$, $\mathrm{id}\alpha°\beta° \equiv (\alpha°\beta°, \alpha°\beta°)$, usw.,

Es gibt also in der kategorialen (und diamantentheoretischen?) Semiotik eine enorme und von der Logik her nicht gekannte Vielfalt von Identitätsoperationen.

4. Zu den Permutationsoperationen ist in Ergänzung von Toth (2008, S. 177 ff.) nur hinzuzufügen, dass bei kontexturierten Subzeichen natürlich nicht nur die Subzeichen, sondern auch die Kontexturenzahlen permutiert werden können, was vor allem bei 4- und höher kontexturalen Semiotik schnell zu enorm wachsender Komplexität führt.

5. Wenn ich Kaehr recht verstehe, ist unter Reduktion die Umkehrfunktionen jeder Funktion zu verstehen, durch welche irgendwelche Erweiterungen semiotischer Systeme erwirkt werden, also v.a. Iteration und Replikation. Falls sie so ist, dann gehört möglicherweise auch die Peircesche „replica function“ (vgl. z.B. Walther 1979, S. 88 f.) – die allerdings nicht mit derjenigen Kaehrs zu verwechseln ist -, zu den reduktiven semiotischen Superoperationen. Ihr allgemeines Maximal-Schema ist

(3.a 2.b 1.c) $\rightarrow$ (3.a 2.b 1.(c-1)) $\rightarrow$ (3.a 2.b 1.(c-2)) $\rightarrow$

(3.a 2.(b-1) 1.(c-2)) $\rightarrow$ (3.a 2.(b-2) 1.(c-2)) $\rightarrow$

(3.(a-1) 2.(b-2) 1.(c-2)) $\rightarrow$ (3.(a-2) 2.(b-2) 1.(c-2)).

Das bedeutet nichts anderes, als dass eine Replica irgendeiner Drittheit eine Zweitheit ist. Es handelt sich hier also in Peirces und Benses Terminologie um eine Reihe einfacher retrosemiosischer Degenerationen. Karl Herrmann (1990) hat ein Verfahren angegeben, wie die 10 Peirceschen Zeichenklassen durch Replizierung in eineindeutiger Weise (d.h. ohne dass eine Zeichenklasse zweimal vorkommt) dargestellt werden kann (vgl. auch Toth 2008, S. 164 f.).

6. Die Rolle der Bifurkation in der Semiotik ist bisher völlig im Dunkeln. In einem gewissen, allerdings „klassischen“ Sinne könnte man jedes der neun Subzeichen der semiotischen Matrix bi- und sogar n-furkativ deuten, insofern als keines einen eindeutigen Nachfolger (wie die Peanozahlen) hat:

$$\begin{array}{ccccc}
1.1 & \leftrightarrow & 1.2 & \leftrightarrow & 1.3 \\
\updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow \\
2.1 & \leftrightarrow & 2.2 & \leftrightarrow & 2.3 \\
\updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow \\
3.1 & \leftrightarrow & 3.2 & \leftrightarrow & 3.3
\end{array}$$

Nimmt man also neben den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen noch die diagonalen hinzu, dass ist die minimale Nachfolgerelation eines Subzeichen bereits eine „Trifurkation“. (2.2) hat nicht weniger als 8-Furkation, und wenn man die Richtungen der Pfeile mitzählt, 16, usw. Rechnet man diese Fälle tatsächlich unter Bifurkation (und nicht nur vergleichbare Fälle bei Kontexturenzahlen), dann müsste man zudem zwischen Links- und Rechts-, Auf- und Ab sowie den 2 diagonalen Richtungen unterscheiden.

Bibliographie

Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Nachfolgerrelationen bei Peano-Zahlen, polykontexturalen Zahlen und Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Der kategorialsemiotische Leim und Leim des Leims. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Nachfolgerrelationen bei Peano-Zahlen, polykontexturalen Zahlen und Peirce-Zahlen

1. „In classical arithmetics, the step from n to n+1 is unambiguously defined by the arithmetical rules or axioms. In contrast, polycontextural arithmetics is involved always, in at least two actions, election and addition, producing a kind of a 2-dimensional tabular continuation“ (Kaehr 2009, S. 3).

2. Wie bekannt, hat Bense wiederholt versucht, das Nachfolgeprinzip der Semiotik anhand der Primzeichen

ZR = (.1., .2., .3.)

mit Hilfe der Peano-Axiome durch den Nachfolgeoperator

$\sigma(n) = n+1$

zu erklären (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff., letztere Arbeit im Anschluss an Peirces „Axioms of number“, mit denen er bekanntlich zum gleichen Resultat kam wie Peano). Dass dies falsch ist, sieht man eigentlich bereits daran, dass ZR keine lineare Progression ist wie

ZR = $(1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$,

sondern, wie Bense übrigens selber wusste (1979, S. 53, 67) eine verschachtelte „Relation über Relationen“, d.h.

ZR = $(1 \rightarrow (1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$.

Ferner gilt ja bekanntlich für die allgemeine Form von Zeichenklassen

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die inklusive Ordnung $a \leq b \leq c$,

was somit ebenfalls Benses früheren Ansichten widerspricht, denn keine Peano-Zahl hat das folgende Nachfolgeschema:

1, 1, 2, 1, 2, 3, ...

Wie Kaehr (2009, S. 3) nun gezeigt hat, liegt der einfachsten Form der polykontexturalen Arithmetik die folgende tabulare Nachfogler-Struktur vor:

n(1.1) $\rightarrow$ n(1.1 + 1.1)

$\rightarrow$ n(1.1 + 1.2)

$\rightarrow$ n(1.1 + 2.1)

$\rightarrow$ n(1.1 + 2.2)

Wie man am besten anhand der semiotischen Matrix zeigt, sind nun die Nachfolgertypen der „monokontexturalen" (d.h. der nicht-kontexturierten) Semiotik:

(a.b) $\rightarrow$ (a.+1.b)

(a.b) $\rightarrow$ (a.b + 1)

(a.b) $\rightarrow$ (a.+1.b+1),

wobei sich die Nachfolgerelation (a.b) $\rightarrow$ (a.+1.b) auf die **triadischen Peirce-Zahlen**, die Nachfolgerelation (a.b) $\rightarrow$ (a.b + 1) auf die **trichotomischen Peirce-Zahlen** (vgl. Toth 2009) und die Nachfolgerelation (a.b) $\rightarrow$ (a.+1.b+1) auf die bisher nicht behandelten **diagonalen Peirce-Zahlen** bezieht. Wie man also erkennt, weist die Semiotik von den Peirce-Zahlen her eine klar polykontexurale Struktur auf.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Polycontextural and diamond dynamics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Polychange/Polychange.pdf (2009)

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Kontexturale Vermittlungszahlen bei Peirce-Zahlen

1. Sowohl die Primzeichen-Relation

PZR* = $(.1.)_{1,3}$, $(.2.)_{1,2}$, $(.3.)_{2,3}$,

als auch die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

Gen. Kat. = $(1.1)_{1,3}$, $(2.2)_{1,2}$, $(3.3)_{2,3}$

werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2000) mit den gleichen Kontexturalzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form (x.x), $x \in \{1, 2, 3\}$ als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form (x.y) bzw. $(x.y)^\circ = (y.x)$ als semiotische Vermittlungszahlen.

2. Wir haben somit

Peirce-Zahl (tdP) = 1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_1$, $(2.1)_1$

Peirce-Zahl (tdP) = 2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (tdP) = 3 = 1/3, 3/1 = $(1.3)_3$, $(3.1)_3$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_2$, $(3.2)_2$

Peirce-Zahl (tdP) = 3 = $(3.3)_{2,3}$

bzw. rot markiert in der „Kontexturenmatrix“:

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3

Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen (tdP) keine Rolle.

tdP (1) → 1 → tdP (2):

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] & 3 \\
1 \arrow[r] & 1,2 & 2 \\
3 & 2 & 2,3
\end{tikzcd}$$

tdP (1) → 1 → tdP (3):

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[d] \\
1 \arrow[d] & 1,2 & 2 \arrow[d] \\
3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

tdP (2) → 2 → tdP (3):

$$\begin{tikzcd}
1,3 & 1 & 3 \\
1 & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\
3 & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Zahl – Zeichen – Begriff

1. Ein polykontexturales Zeichen würde nach Kronthaler (1992) sowohl einen Zahlwert haben als auch für einen Begriff stehen. In der monokontexturalen, quantitativen Mathematik sind Zahl und Begriff getrennt, d.h. es gibt ebenso wenig eine „begriffliche“ bzw. „hermeneutische“ oder „mehrdeutige“ Mathematik, wie es anderseits keine „Arithmetik des Begriffs“ gibt (1991). Hierher gehört also auch die berühmte Aussage Gotthard Günthers, dass die Geisteswissenschaften gegenüber den Naturwissenschaft soweit zurücklägen, liege daran, dass sie mit ihrer ureigensten Schöpfung, dem Begriff der Zahl, nichts anfangen könnte (vgl. Günther 1975).

2. Nun hatten wir aber in Toth (2009) gezeigt, dass die kontexturierte Semiotik eine Möglichkeit bereitstellt, die Zahl wieder mehrdeutig zu machen, d.h. auf ihr vor-aristotelisches Stadium zurückzuführen, in dem Quantität und Qualität noch nicht getrennt waren. Eine solche mehrdeutige oder genauer „plurivalent-eindeutige“ (Korzybskische) Zahl eröffnet also den Spielraum für ihre hermeneutische Deutung. In der Semiotik tut sie dies bei den triadischen Peirce-Zahlen durch Vermehrfachung der Vorgänger- und Nachfolgerrelation, und bei den trichotomischen Peirce-Zahlen unter ihrer Durchbrechung:

2.1. Hermeneutik der tdP

$\sigma(.1.) = (.1.), (.2.), (.3.)$

$\sigma(.2.) = \quad (.2.), (.3.)$

$\sigma(.3.) = \quad\quad (.3.)$

$\alpha(.1.) = (.1.)$

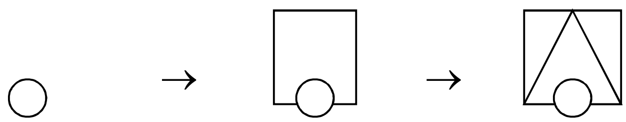
$\alpha(.2.) = (.1.), (.2.)$

$\alpha(.3.) = (.1.), (.2.), (.3.),$

d.h. es gilt $\sigma = \alpha^{-1}$ und $\alpha = \sigma^{-1}$.

Sei ○ = 1, △ = 2, □ = 3. Als Modell dargestellt (vgl. Toth 2009):

1 → 2 → 3



2.2. Hermeneutik der ttP

Aufgrund der folgenden „Kontexturenmatrix“

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3
↓	↓	↓
„1“	„2“	„3“,

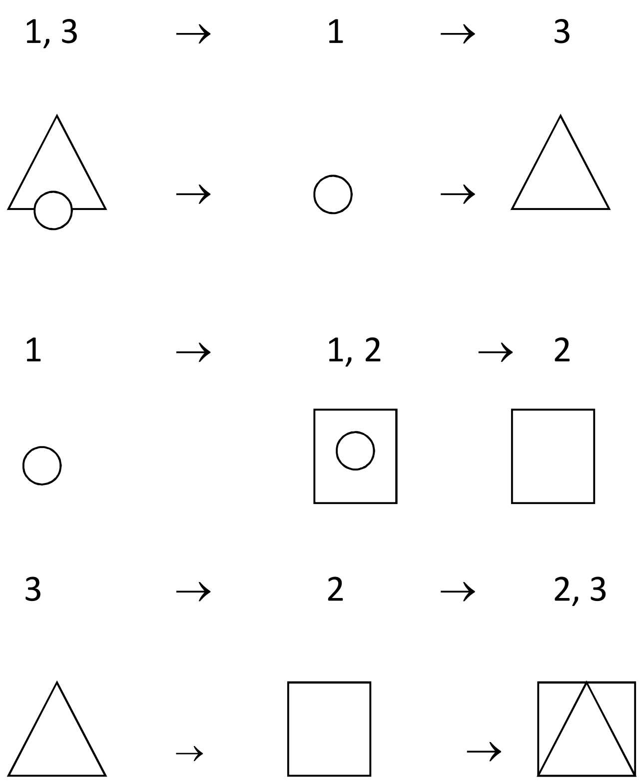
gilt für die Verteilung der ttP und ihrer entsprechenden Kontexturen:

ttP = 1, K = 1, 3 / 1 / 3

ttP = 2, K = 1 / 1, 2 / 2

ttP = 3, K = 3 / 2 / 2, 3,

sei wieder ○ = 1, △ = 2, □ = 3, dann bekommen wir



Nicht nur die beiden Peirce-Zahlen, tdP und ttP, sondern auch ihre Hermeneutiken sind also vollständig verschieden

3. Eine Zeichenklasse ist wie folgt aus Peirce-Zahlen, d.h. tdP und ttP, zusammengesetzt:

tdP	3.	2.	1.
ttP	{.1, .2, .3}	{.1, .2, .3}	{.1, 2., .3}

tdP-ttP

$$\begin{tikzcd}
3.1 \arrow[r] \arrow[d] & 2.1 \arrow[r] \arrow[d] & 1.1 \arrow[d] \\
3.2 \arrow[r] \arrow[d] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] & 1.2 \arrow[d] \\
3.3 \arrow[r] & 2.3 \arrow[r] & 1.3
\end{tikzcd}$$

Kontexturiert man zusätzlich die tdP und ttP, so bekommt man also Peirce-Zahlen, die einerseits aufgrund ihrer nicht-eindeutigen Vorgänger- und Nachfolgerrelationen, anderseits aber durch die ihnen zugewiesenen kontexturellen Indizes polykontextural sind.

$\sigma(.1.) = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$

$\sigma(.2.) = \quad (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$

$\sigma(.3.) = \quad (.3.)_{2,3}$

$\alpha(.1.) = (.1.)_{1,3}$

$\alpha(.2.) = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}$

$\alpha(.3.) = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$,

d.h. hier ist also nicht nur die Zahl, sondern auch der Begriff mehrdeutig!

Während die Mehrdeutigkeit der Zahl sich auf die „eindeutige Mehrmöglichkeit" der Korzybski-Zahlen bezieht, bezieht sich die Mehrdeutigkeit des Begriffs auf die Bensesche „Polyaffinität" bzw. „Polyrepräsentativität" der Zeichenklassen (Bense 1983, S. 45), wodurch ausgedrückt wird, dass Zeichen in der Semiotik eben in Klassen affiner repräsentierter Objekte zusammengefasst werden, wobei die gegenseitigen Affinitäten strukturell durch die Subzeichen pro Triade festgelegt werden, z.B. im Objektbezug also als Icon, Index und Symbol mit je verschiedener übereinstimmender Merkmalsmenge zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt, wobei diese trichotomische Ausdifferenzierung der Triaden ja durch nichts anderes als die Nachfolge- und Vorgängerrelationen strukturell bestimmt sind.

Bibliographie

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J., Philosophie in Selbstdarstellungen, Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-75

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Eine kontexturelle Betrachtung der trichotomischen Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Eine kontexturale Betrachtung der trichotomischen Peirce-Zahlen

1. Wie bekannt (vgl. z.B. Toth 2009), gibt es zwei Sorten von Peirce-Zahlen, die sich durch ihre Ordnung unterscheiden: die triadischen Peirce-Zahlen

TdP = (A < B < C) $\equiv$ (A $\subset$ B $\subset$ C), mit A, B, C $\in$ {1., 2., 3.}

und die trichotomischen Peirce-Zahlen

TtP = (a $\leq$ b $\leq$ c) $\equiv$ (a $\subseteq$ b $\subseteq$ c), mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}.

Da gilt

TdP $\subset$ TtP,

ist es möglich, die 10 Peirceschen Zeichenklassen sowie die 17 irregulären „Zeichenklassen" – und damit sämtliche 3^3 = 27 Zeichenrelationen einfach in Form der TtP darzustellen. Nimmt man sämtliche 27 Zeichenrelationen, gibt es einfach 3 x 3 strukturell gebaute Blöcke Trichotomischer Triaden (deren Zusammenfall allein bei der Beschränkung auf die 10 Peirceschen Zeichenklassen die strukturelle Fragmentarizität der letzteren erweist).

2. Die 27 triadische Zeichenklassen, notiert mit trichotomischen Peirce-Zahlen

1 1 1	2 1 1	3 1 1
1 1 2	2 1 2	3 1 2
1 1 3	2 1 3	3 1 3

1 2 1	2 2 1	3 2 1
1 2 2	2 2 2	3 2 2
1 2 3	2 2 3	3 2 3

1 3 1	2 3 1	3 3 1
1 3 2	2 3 2	3 3 2
1 3 3	2 3 3	3 3 3

Betrachtet man nun die Kontexturen, in welche die 9 ttP aufscheinen können, und zwar anhand der „Kontexturenmatrix“

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3
↓	↓	↓
„1“	„2“	„3“,

dann sieht man, die Verteilung von ttP und Kontexturen wie folgt ist:

ttP = 1, K = 1, 3 / 1 / 3

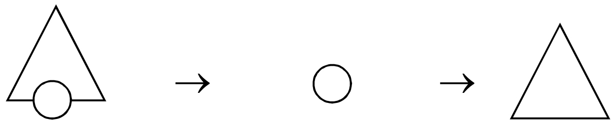
ttP = 2, K = 1 / 1, 2 / 2

ttP = 3, K = 3 / 2 / 2, 3,

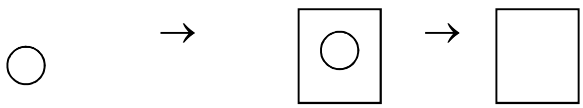
d.h. jede ttP kann in 3 Positionen (nämlich den Triaden) aufscheinen, wobei sich eine interessante „Entfaltung“ der Zahlen zeigt, die völlig untypisch ist für das rein „emanative“ Schema der Peano-Nachfolge.

Sei ○ = 1, △ = 2, □ = 3, dann bekommen wir

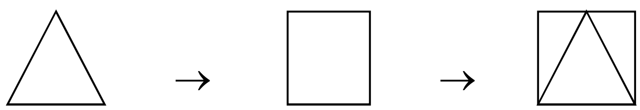
1, 3 $\rightarrow$ 1 $\rightarrow$ 3



1 → 1, 2 → 2

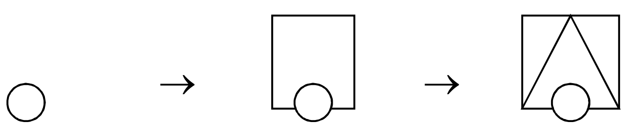


3 → 2 → 2, 3



denn das Peano-Zahlen-Schema, nach dem die tdP aufgebaut sind, ist ja

1 → 2 → 3



Bibliographie

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Kontexturenklassen

1. Die Abbildung der Kontexturenzahlen auf die Subzeichen von Zeichenklassen (bzw. ursprünglich auf die Primzeichen der Peirceschen Zeichenrelation) ist eineindeutig (vgl. Kaehr 2008). Deshalb könnte man an sich Klassen bilden, die nur auf Kontexturenzahlen bestehen, sog. „Kontexturenklassen“. Wir tun dies hier unter der folgenden Überlegung: Kaehr (2008) hat zu recht darauf hingewiesen, dass die von Peirce in seine Zeichenrelation eingebaut „stop-in function“, die beim Wert R = 3 halt macht, sich weder mathematisch noch logisch rechtfertigen lässt. Anderseits möchte ich hier aber ergänzen, dass nicht nur die Triaden bei R = 3 stoppen, sondern auch die Trichotomien, d.h. stop-in functions gibt es bei Peirce sowohl in den Haupt- wie in den Stellenwerten. Bei den Stellenwerten allerdings sind diese Funktionen direkt an den Ordnungstypus gebunden, insofern für Peircesche Zeichenklassen die Beschränkung

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

gilt, d.h. also, jegliche Kombination mit > ist verboten. Damit wird die potentielle Menge von 27 Zeichenklassen auf nur 10 reduziert.

2. Eine solche trichotomische stop-in function setzt jedoch voraus, dass das Nachfolgerpinzip der trichotomischen Peirce-Zahlen aus den Zeichenklassen ersichtlich ist, denn sonst könnte der Algorithmus nicht halten. Nehmen wir dagegen statt Subzeichen Kontexturenzahlen, können wir dieses Problem umgehen.

1. <3-1-1/3>

2. <3-1-1>

3. <3-1-3>

*4. <3-1/2-1/3>

5. <3-1/2-1>

6. <3-1/2-3>

*7. <3-2-1/3>

*8. <3-2-1>

9. <3-2-3>

---

10. <2-1-1/3>

11. <2-1-1>

12. <2-1-3>

*13. <2-1/2-1/3>

14. <2-1/2-1>

15. <2-1/2-3>

*16. <2-2-1/3>

*17. <2-2-1>

18. <2-2-3>

---

19. <2/3-1-1/3>

20. <2/3-1-1>

21. <2/3-1-3>

*22. <2/3-1/2-1/3>

23. <2/3-1/2-1>

24. <2/3-1/2-3>

*25. <2/3-2-1/3>

*26. <2/3-2-1>

27. <2/3-2-3>

Es ist also nicht nur so, dass an den Kategorienzahlen keine aus der Inklusionsordnung der Trichotomien abgezogene Haltefunktion ausgemacht werden kann, sondern dass im Gegeneteil – wie die von uns gewählte Anordnung der Zeichenklassen in Dreierblöcken zeigt, das ganze 27-teilige System ohne die 17 mit Asterisk gekennezeichneten „irregulären" Zeichensysteme, die aus dem Peirceschen 10er-System ausgeschlossen sind, strukturell unvollständig sind, d.h. nur ein Repräsentationsfragment darstellen.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Zur Position der Semiotik innerhalb der Wissenschaft

1. Die Position der Semiotik innerhalb des Gebäudes der Wissenschaft war bereits für Peirce unklar, denn einerseits stellte er die Logik als speziellere Wissenschaft hierarchisch über die Semiotik, anderseits aber die Semiotik als speziellere Wissenschaft hierarchisch über die Logik (vgl. Toth 2007, S. 48 ff., 190 ff.). Als direkte Konsequenz aus diesem Problem rühren auch Peirces vergebliche Versuche, eine der triadischen Semiotik „entsprechende" ternäre Logik zu schaffen (vgl. Toth 2007, S. 170 ff.).

2. Kronthaler (1992) versuchte, das Zeichen und die Zahl durch den „Begriff" zu vermitteln. Da dies jedoch, wie bereits Günther (1991) gezeigt hatte, nur für die qualitative Zahl möglich ist, musste das Zeichen selbst letztendlich auf der Keno-Ebene repräsentierbar bzw. präsentierbar sein (1992, S. 295). Auf die sich bei einem solchen Plan stellenden Probleme hatte ich in einer Reihe von Arbeiten hingewiesen, beginnend mit Toth (1998): Das Zeichen ist definiert als triadische Relation über Inklusionsrelationen und stellt daher gerichtete Abbildungen im Sinne der vollständigen Induktion dar. Damit ist sie wegen ihrer Isomorphie zu den Peano-Zahlen aber monokontextural. Es gibt nun allerdings nur durch diese Definition die Möglichkeiten der trichotomischen Untergliederung der Triade, d.h. der kartesischen Multiplikation der Primzeichen, der Subzeichenbildung, und von hier aus der Konstruktion der Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Ohne Nachfolgerelation kein Zeichenbegriff, daher keine Bezeichnung, keine Repräsentation und Interpretation und vor allem keine Unterscheidung zwischen Bezeichnetem und Bezeichnenden. Und gerade die letztere Dichotomie wollte Kronthaler ja mit einer Rückführung der Semiotik auf die Keno-Ebene aufheben. Daraus folgt jedoch, dass auf der Keno-Ebene Zeichen und Objekt nicht mehr voneinander geschieden sind. Das sieht nun zwar auch Kronthaler (1992, S. 291 f.), aber er hält an einer „Hochzeit von Semiotik und Struktur" fest. Die Frage ist aber: Wenn auf der Keno-Ebene Zeichen und Bezeichnetes derselben Kontextur angehören, wozu braucht man dann den Zeichenbegriff überhaupt noch? Dieser macht doch nur in einer Monokontextur Sinn, wo ein Objekt durch ein Anderes, eben ein Zeichen, ersetzt werden kann.

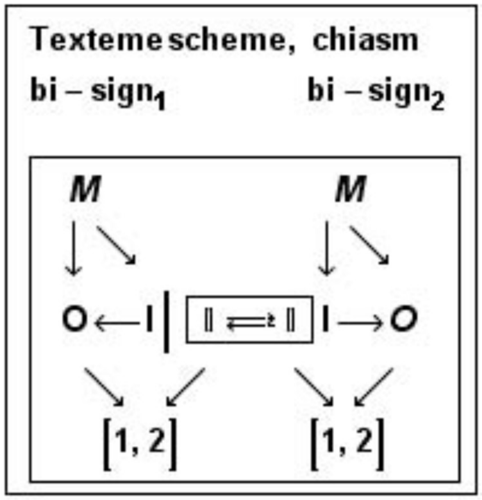
3. Wenn es somit keine Zeichen auf der Keno-Ebene, d.h. der Ebne der Keno- und Morphogramme, gibt, dann kann die Semiotik auf jeden Fall auch nicht dort angesiedelt sein. Nun hat aber Kaehr (2008) gezeigt, wie es, ohne auf die Keno-Ebene hinunterzusteigen, dennoch möglich ist, eine polykontexturale Semiotik zu konstruieren, und zwar durch Kontextuierung der Peirceschen Fundamentalkategorien:

PZR = $(.1._{\alpha\beta}, .2._{\gamma,\delta}, .3._{\varepsilon,\zeta})$.

Wenn $\alpha \neq \beta$ oder $\gamma \neq \delta$ oder $\varepsilon \neq \zeta$, dann stimmen selbst bei Dualinvarianz der Subzeichen im Falle der Struktur (x.y id_i y.x) mit $i \in \{1, 2, 3\}$ die Realitätsthematiken und die Zeichentheamtiken nicht mehr miteinander überein, da dann z.B. $\alpha, \beta \neq \beta, \alpha$ gilt, d.h. es gibt keine Eigenrealität mehr. Man kann somit eine polykontexturale Semiotik konstruieren, ohne auf die Keno-Ebene hinuterzusteigen, aber indem man den logischen Identitätssatz ausschaltet. Bei einem solchen polykontexturalen Zeichen sind nun zwar Zeichen und Bezeichnetes ebenfalls nicht mehr voneinander kontextural getrennt, aber gerade wegen des aufgehobenen logischen Identitätssatzes qua Differenz von Zeichen- und Realitätsthematik unterscheidbar! Genau hierin liegt die Genialität der Kaehrschen Lösung. Freilich, auch diese Lösung hat einen Haken, denn von den zwei von Kronthaler (1992) zur Aufhebung geforderten „Limitationstheoremen“ – dem Theorem der Objekttranszendenz des Zeichen und dem Theorem der „Zeichenkonstanz“ anstatt Strukturkonstanz bleibt hier das letztere bestehen, und zwar deshalb, weil Zeichenkonstanz an die Materialität der Zeichen gebunden ist und diese ohne die Zurückführung des Zeichenbegriffs auf die Keno-Ebene ja nicht eliminiert werden kann.

4. Kaehr hat aber mit seiner genialen Lösung etwas weiteres geschaffen: Er hat bewiesen, dass es polykontexturalen Systeme gibt, die nicht auf der Keno-Ebene liegen. Ferner hat er in einer weiteren Arbeit (Kahr 2009) die Theorie der „Anker“ (anchors) eingeführt und hierfür das Zeichen als Fragment des Diamanten, den Diamanten als Fragment des Bi-Zeichens und dieses als Fragment eines „Textems“

(das nicht mit den strukturalistischen Textemen zu verwechseln ist) eingeführt. Das folgende Modell stammt aus Kaehr (2009):



Wie man erkennt, müssen also polykontexturale Zeichen, die nicht auf der Ebene der Keno-Grammatik eingeführt werden, d.h. Zeichen, bei denen nur das Limitationstheorem der Objekttranszendenz und nicht auch dasjenige der Materialkonstanz aufgehoben ist, verankert werden: dies ist im obigen Kaehrschen Modell durch die beiden Symbole [1, 2] angedeutet. In einer früheren Arbeit schreibt Kaehr dazu: „Anchors are realized in a kenomic grid. This happens at first as a proto-numbering of anchors. Anchors of diamonds, and as a consequence of semiotics, too, are not part of diamonds or semiotics. That is, anchors are not represented by diamond’s firstness, secondness, thirdness and fourthness. Because anchors are realized in a kenomic grid, their numeric representation level shall be 0, hence Zeroness, also understood as Emptiness or Voidness. It represents the fifth category of anchored diamonds“ (Kaehr 2008, S. 21).

5. Eine semiotische Ebene der Zeroness oder Nullheit wurde schon von Bense (1975, S. 66) postuliert und später, vor allem im Rahmen der semiotischen Objekttheorie, von Stiebing (1981, 1984) wieder aufgenommen. Bense siedelt auf der Ebene der Nullheit die „disponiblen Kategorien“ an, d.h. kategoriale Objekte. Nullzeichen resultieren aus der Einführung der Peirceschen Zeichenrelation als Menge der Primzeichen (Bense 1971, S. 33 ff.) in natürlicher Weise, insofern die leere Menge Teilmenge aller Mengen ist, d.h. wir haben sofort

$ZR = (M, O, I) \rightarrow ZR+ = (M, O, I, \varnothing)$.

Dass $\varnothing$.d, ebenso wie 3.a, 2.b und 1.c eine trichotomische Untergliederung zulässt, obgleich in einer rein quantitativen Mathematik kartesische Produkte mit $\varnothing$ ebenfalls $\varnothing$ sind, wurde bereits von Bense (1975, S. 45 f.) und Götz (1982, S. 4, 28) gesehen. Götz nennt diese Trichotomie der Nullheit „Sekanz, Semanz und Selektanz", und zwar im Rahmen seiner semiotischen Theorie der Form, die vom Standpunkt der viel bekannteren Formtheorie Spencer Browns nie berücksichtigt worden ist. Damit haben wir also drei trichotomische Nullheiten $\varnothing$.1, $\varnothing$.2 und $\varnothing$.3 und drei ihnen duale Konversen 1.$\varnothing$, 2.$\varnothing$ und 3.$\varnothing$, welche 0-stellige Relationen und damit Objekte darstellen. Dies ist also in semiotischer Terminologie der Kaehrsche Bereich der „Emptiness" bzw. „Voidness", in deren kenomic grids die von ihm geschaffenen polykontextural-semiotischen Systeme verankert sind.

Es wird hier aber Zeit, die bisher erarbeiteten Hinweise zu einer Positionierung der Semiotik, um die es uns doch hautpsächlich geht, zusammenzufassen: In einem ersten Schritt haben wir eine monokontexturale Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c),

welche selbstverständlich sowohl durch das Theorem der Objekttranszendenz als auch durch dasjenige der Materialkonstanz limitiert ist. Wir hatten herausgefunden, dass wir das Theorem der Materialkonstanz nicht eliminieren können, ohne dass die ganze Semiotik zusammenbricht bzw. ohne dass es völlig sinnlos wird, über noch den Begriff „Zeichen" zu gebrauchen. Kaehr (2008) folgend, können wir jedoch das Theorem der Objekttranszedenz durch Elimination des logischen Identitätssatzes aufheben, und dies tun wir, in dem wir unsere Zeichenklasse kontexturieren:

$Zkl_{cont} = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta})$.

Die für Zeichen, Bizeichen und Diamanten nötige Verankerung erreichen wir durch Einführung der semiotischen Nullheit, d.h. durch die vierte Kategorie (0.d) vermittels der einfachen Üeberlegung, dass die leere Menge Teilmenge jeder Menge ist. Damit bekommen wir also zunächst

$\text{Zkl+} = (3.a\ 2.b\ 1.c\ \varnothing.d)$

und hernach

$\text{Zkl+}_{\text{cont}} = ((3.a)_{\alpha,\beta}\ (2.b)_{\gamma,\delta}\ (1.c)_{\varepsilon,\zeta}\ (\varnothing.d))$.

Wir bekommen damit ein Positionsmodell, das ungefähr wie folgt aussieht:

monok. Semiotik	(Lim.axiome gültig)	arist.Logik; quant.Math.
polykont. Semiotik	Th.d.Obj.transz. elim.	?; Peirce-Zahlen?
Kenogrammatik	Th.d.Obj.transz. elim.	
Morphogrammatik	Th.d.Mat.konst. elim.	polyk.Logik; qual.Math.

Zu Peirce-Zahlen vgl. z.B. Toth (2009). Wie man also erkennt, ist die wirklich bedeutende Frage nicht so sehr die von Peirce immer wieder zu beantworten versuchte von der gegenseitigen Dominanz von Logik und Semiotik, sondern die bedeutende Frage, die sich freilich erst seit dem bahnbrechenden Aufsatz von Kaehr (2008) stellt, ist die nach der logischen und der mathematischen Korrespondenz der polykontexturalen Semiotik als Semiotik mit eliminierter Theorie der Objekttranszendenz, aber nicht Materialkonstanz. Kurz gesagt: Zwischen reiner Quantität im Sinne von Monokontexturalität und reiner Qualität im Sinne von Polykontexturalität sind die bisherigen Untersuchungen zum Transitionsbereich von quantiativer Qualität und qualitativer Quantität defektiv (vgl. jedoch Kronthaler 1986, S. 77 ff., 92 ff.).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden.Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes.

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.

pdf (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualtitäten. Frankfurt am Mai 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte" zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus (Hrsg.), Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, S. 105-112

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

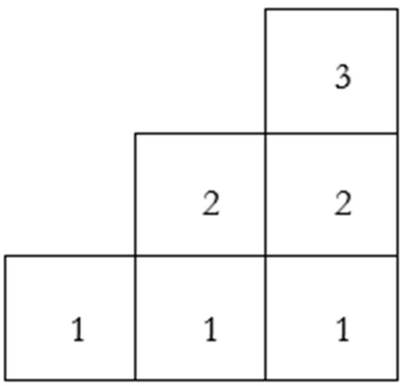
Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die zwei semiotischen Inklusionsrelationen

1. Wie Bense in bewundernswerter Klarheit feststellte, ist die triadische Peircesche Zeichenrelation eine triadisch gestufte Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation (Bense 1979, S. 53, 67):

$ZR = {}^3R({}^1R{}^2R{}^3R) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))$.

Nach Toth (2009a) kann sie anschaulich gut mit dem folgenden Treppenmodell dargestellt werden:

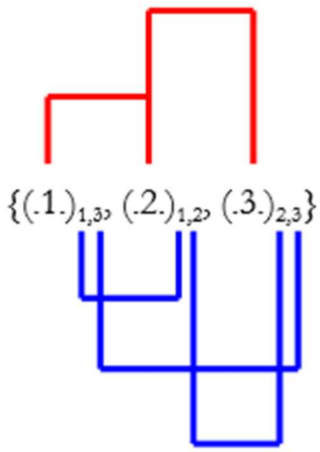


Wie man hier nämlich sieht, ist eine Peirce-Zahl n nicht nur der Nachfolger der Peirce-Zahl (n-1), sondern auch aller ihr vorangehenden Peirce-Zahlen einschliesslich des Anfangselementes. Damit verbietet sich also die von Bense zweimal (1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) veersuchte Parallelisierung der Peano-Zahlen und der Peirce-Zahlen.

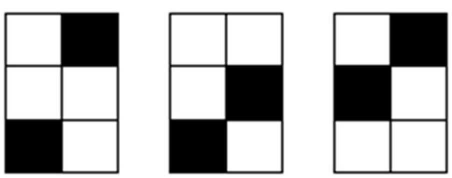
2. Eine zweite semiotische Inklusionsrelation ergibt sich durch die von Rudolf Kaehr eingeführte Kontexturierung der Subzeichen bzw. bereits der Primzeichen (Kaehr 2008):

$PZR^* = \{(.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}\}$

Um zu verdeutlichen, worum es hier geht, sind im folgenden Bild die mengen-theoretischen Inklusionen der Peirce-Zahlen rot, die kontexturalen Inklusionen aber blau eingezeichnet:



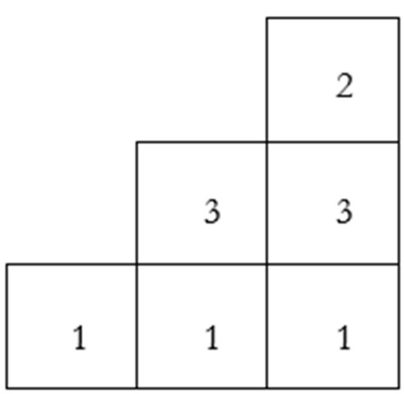
Die kontexturalen Inklusionen (blau) kann man auch mittels des in Toth (2009b) präsentierten Modells darstellen, bei dem jeder quadratische Block für die Kontexturenpositionen eines Subzeichens steht und die Numerierung der Kontexturen von unten aufwärts erfolgt:



3. Bemerkenswert ist nun aber, dass die kontexturalen Inklusionen der irregulären Zeichenrelation

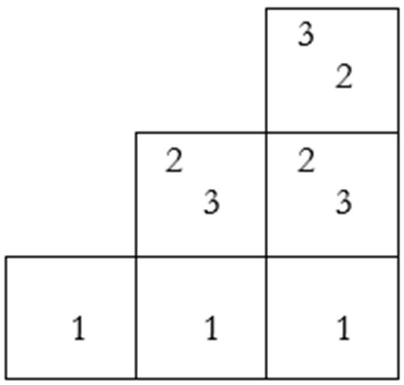
ZR* = $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 3) \rightarrow (3 \rightarrow 2)))$,

graphisch:



korrespondieren, d.h. die Drittheit ist in die Zweitheit eingeschlossen anstatt umgekehrt bzw. (in der Graphik sichtbar), die Positionen von Zweit- und Drittheit sind vertauscht.

Da sind am grundsätzlichen Treppenmodell aber natürlich nichts ändert – denn sowohl die Primzeichen als auch die Kontexturalzahlen bilden ja eine Inklusionsrelation -, kann man nun im Prinzip die beiden Typen von Inklusionsrelationen in ein einziges Schema zusammenlegen, das wir wie folgt notieren wollen:



wobei dort, wo sich zwei Zahlen in einem Feld befinden, die jeweils obere die Inklusionsstufe des Primzeichens und die jeweils untere diejenige der Kategorialzahl angibt. Fraglich ist allerdings der Wert dieser Darstellung, da man einerseits das Treppenschema für sämtliche Subzeichen eineindeutig darstellen kann und da anderseits die Abbildung der Primzeicheninklusionen auf die Kontexturalzahlen-Inklusionen eineindeutig ist.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Toth, Alfred, Treppen und Gruppen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Neue Darstellung der Zeichenklassen aufgrund der Subzeichen-Kontexturen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Ein semiotischer Raum mit Nullzeichen-Positionen

1. Die bekannte Peircesche Zeichenklasse ist bekanntlich 2-dimensional

2-Zkl = (3.a 2.b 1.c)

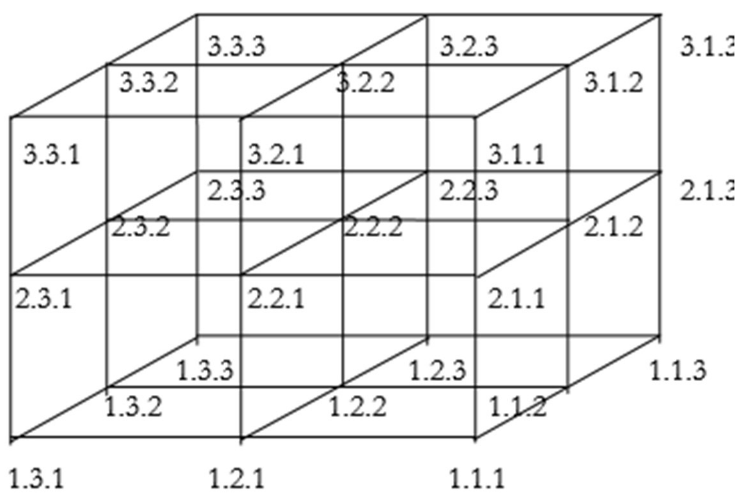
Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, ist es aber möglich, das Nullzeichen in jede Zeichenklasse einzubetten, da die leere Menge ja Teilmenge jeder Menge ist:

2-Zkl+ = (3.a 2.b 1.c 0.d)

Nun wurde auf der Basis von 2-Zkl bereits in den 70er Jahren ein 3-dimensionaler semiotischer Raum konstruiert, der auf 3-dimensionalen Subzeichen beruht:

3-Zkl = (a.3.b c.2.d e.1.f),

wobei a, c, e die Dimensionszahlen sind (vgl. Stiebing 1978, S. 77):



2. Entsprechend ist es nun möglich, auch 2-Zkl zu einer 3-dimensionalen Zeichenklasse zu erweitern:

2-Zkl* = (a.3.b c.2.d e.1.f g.0.h)

Bevor wir aber daran gehen, das dem Stiebingschen Zeichenkubus entsprechende erweiterte 3-dimensionalen Zeichenmodell zu konstruieren, sei daran erinnert, dass die Matrix von 2-Zkl+ eine “Polstelle”, besser: eine nicht-definierte Stelle besitzt:

	∅	1	2	3
∅	*∅.∅	∅.1	∅.2	∅.3
1	1.∅	1.1	1.2	1.3
2	2.∅	2.1	2.2	2.3
3	3.∅	3.1	3.2	3.3,

d.h. *(0.0) ist nicht definiert, da Kategorialzahl nicht iterierbar sind (Bense 1975, S. 66), und zwar deshalb nicht, weil 0-relationale Gebilde ja Objekte sind und Objekte nicht iteriert werden können, d.h. man kann wohl ein "Zeichen eines Zeichens" bilden, aber nicht einen "Stein eines Steines".

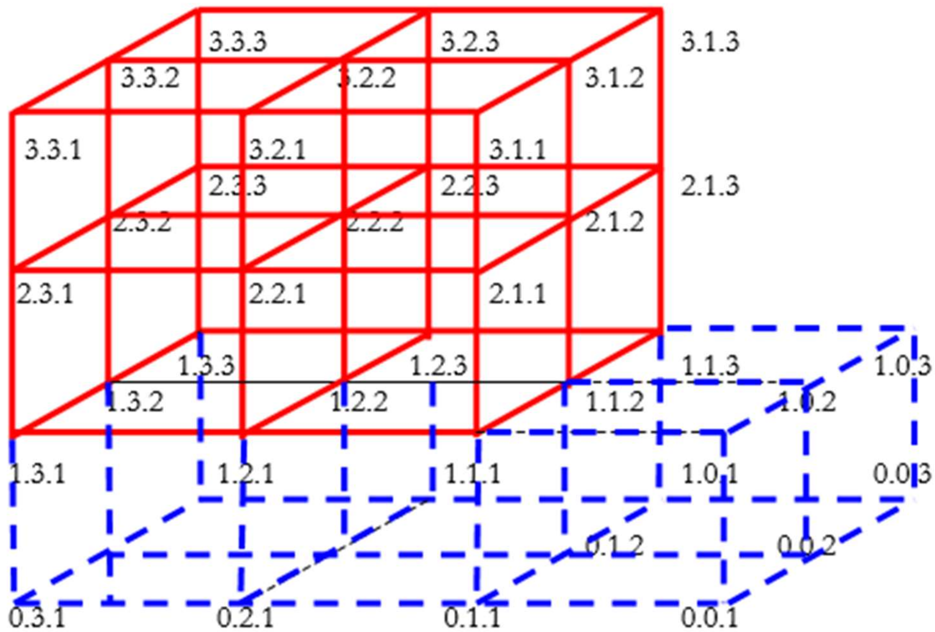
Daraus folgt also für 3-ZR+ sowie in Sonderheit wie dessen kubisches Modell, dass 3-dimensionale Subzeichen der Form

*(a.0.0)

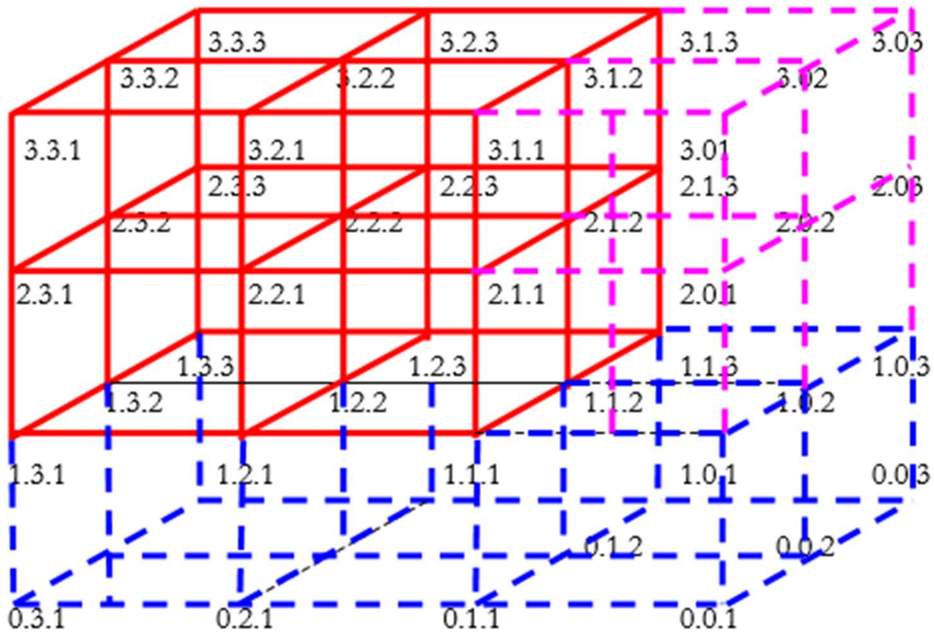
verboten sind. Erlaubt sind somit nur nullzeichenhaltige 3-dimensionale Subzeichen der Formen

(0.0.a) und (0.a.0),

also mit adjazenten Nullwerten nur dort, wo ein Nullwert Dimensionszahl ist. Diese Einschränkungen haben nun beträchtlichen Einfluss auf die Konstruktion eines erweiterten Zeichen-Kubus über 3-Zkl+:



Weil 3-SZ der Gestalten (0.0.a) und (0.a.0), erlaubt sind, ergibt sich rechts eine Art von Podest als Erweiterung des ursprünglichen Zeichenkubus. Ferner ergibt sich eine Art von „Keller“ unterhalb des „Hauses“ des ursprünglichen Kubus, dessen Subzeichen die Form (0.a.b) haben. Allerdings erhebt sich nun die Frage, ob dieses Podest auf der rechten Seiten im „Regen“ stehen soll oder nicht besser zur Höhe des übrigen „Gebäude“-Teils hochgezogen werden soll. Tun wird das, so kommen weitere Subzeichen der Form (a.0.b) hinzu:



und wir erhalten einen vollständigen tetradischen Zeichenkubus, deren nullzeichenhaltige Subzeichen die Formen (0.a.b), (a.0.b), (a.b.0), (0.0.a) oder (o.a.0) haben, wobei ihre Mengen für alle a, b $\in$ {0, 1, 2, 3} vollständig sind, ohne dass gegen die Einschränkung *(a.0.0) verstossen wurde. Wo würde *(a.0.0.) liegen?

Bibliographie

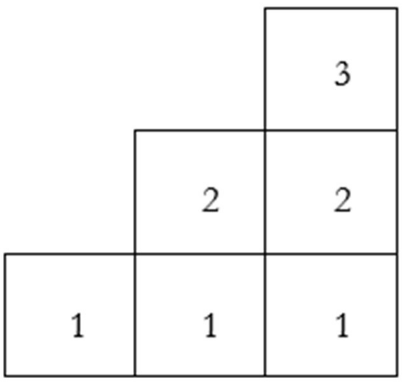
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

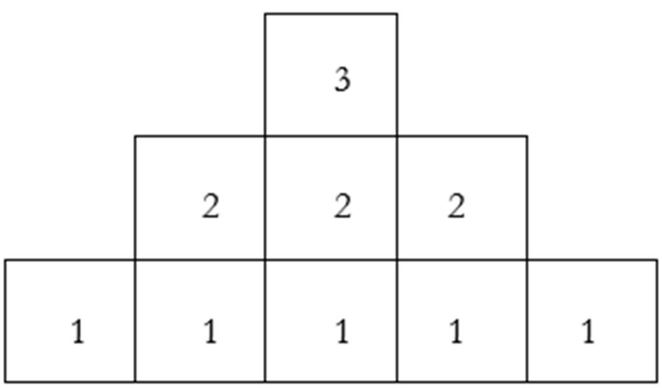
Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics , 2009

Treppen und Gruppen

1. Das in Toth (2009) eingeführte Modell zur Darstellung der Primzeichen bzw. Peirce-Zahlen eignet sich, wie im folgenden gezeigt wird, hervorragend dazu, die 3 möglichen semiotischen abelschen Gruppen zu bestimmen (vgl. Toth 2008, S. 40). Wenn man ausgeht vom semiotischen „Treppenmodell"



das nur die triadischen Peirce-Zahlen erhält, und es rechtsseitig spiegelt, um auch die trichotomischen Peirce-Zahlen (die zusammen eine Zeichenklasse bzw. ihre duale Realitätsthematiken ergeben) zu erhalten



dann kann man dieses relationale Peirce-Zahlen-Modell um seine konverse Relation ergänzen, die im im folgenden rot eingezeichnet ist:

3	3	3	3	3
2	2	2	2	2
1	1	1	1	1

Wie man erkennt, lassen sich so auch die „fehlenden“ Peirce-Zahlen mühelos ergänzen. Wie man erkennt, stehen links der blau eingerahmte und der rot gestrichelte relationale Teil in einem Spiegelverhältnis zueinander, so zwar, dass der blaue aufgeklappt und um 180° gedreht werden muss, um mit dem roten deckungsgleich zu werden, wobei die rote und die blaue 2 ausgetauscht werden, d.h. konstant sind. Es werden also 1 und 3 miteinander vertauscht, d.h. wir haben mit

$1 \leftrightarrow 3$
$2 = \text{const.}$

eine bekannte semiotische Gruppe vor uns (vgl. Toth 2008, S. 40). Macht man das „Experiment“ auch für die beiden übrigen möglichen Fälle, d.h. wir

$1 \leftrightarrow 2$
$3 = \text{const.}$

2	2	2	2	2
3	3	3	3	2
1	1	1	1	1

und für

$2 \leftrightarrow 3$
$1 = \text{const.}$

3	3	3	3	3
1	1	1	1	1
2	2	2	2	1

dann erhält man also die beiden einzigen anderen semiotischen abelschen Gruppen, wobei es keine Rolle spielt, ob man mit der Einsetzung der Peirce-Zahlen im gespiegelten oberen (roten) oder im unteren schwarzen Teil anfängt.

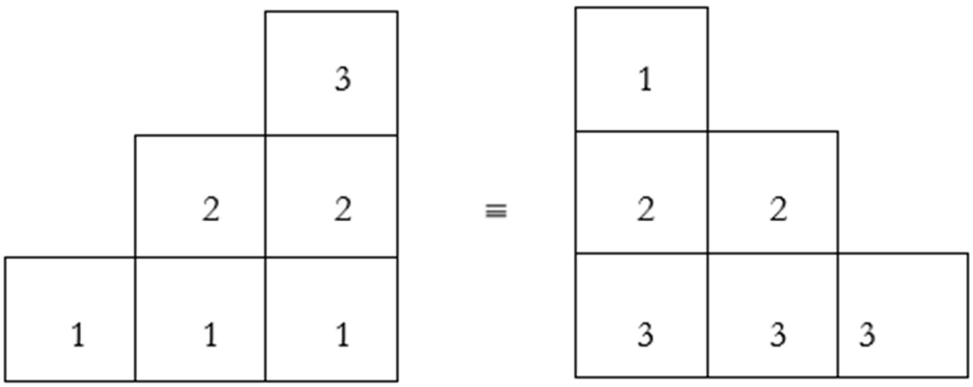
Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

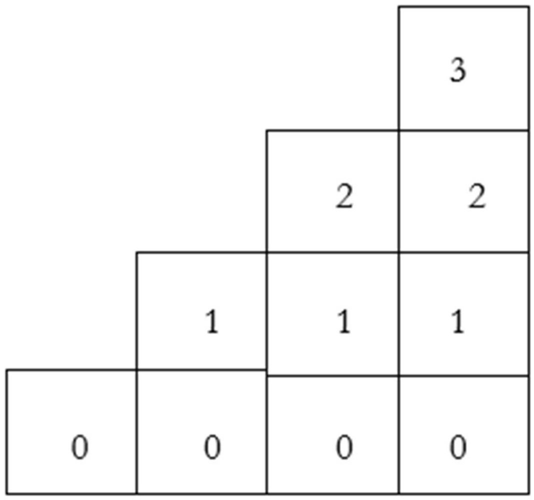
Treppen und Gruppen II

1. In „Treppen und Gruppen I“ (Toth 2009a) hatten wir gezeigt, wie man semiotische Gruppen aus dem semiotischen Treppenmodell ablesen kann. Z.B. kann die semiotischen Gruppe ($\{1, 2, 3\}, \circ_2$) welche die folgenden Substitutionen aufweist: ($3 \leftrightarrow 1$), 2 = const., durch das “reguläre” Treppenmodell



dargestellt werden, wo also die Substituenda und Substituta entweder auf der untersten oder der obersten und die konstante Kategorie auf der mittleren Stufe steht. So kann man also alle triadischen semiotischen Gruppen ($\{1, 2, 3\}, \circ_1$), ($\{1, 2, 3\}, \circ_2$) und ($\{1, 2, 3\}, \circ_3$) durch Treppenmodelle darstellen.

2. Dasselbe Verfahren funktioniert nun auch für tetradische Gruppen (Toth 2009b), wobei hier 2 Kategorien als konstant angenommen werden müssen und diese Werte in den tetradischen Treppenmodellen die beiden mittleren Stufen bevölkern. Z.B. ist das “reguläre” tetradische Treppenmodell



die Darstellung der tetradischen semiotischen Gruppe ({0, 1, 2, 3}, $\circ_1$) mit den Substitutionen (0 ↔ 3) und 1 = const. und 2 = const.

Hiermit kann man nun neben der genannten 5 weitere tetradische semiotische Gruppen konstruieren:

2. (1 ↔ 3), 0 = const., 2 = const.

Nehmen wir als Beispiel die Zkl+ = (3.1 2.1 1.3 0.3), dann erzeugt ({0, 1, 2, 3}$\circ_2$) die Zkl (1.3 2.3 3.1 0.1) → *(3.1 2.3 1.3 0.1), die allerdings irregulär ist und somit nicht zu den in Toth (2009c) dargestellten 34 Zeichenklassen über ZR+ gehört.

3. (2 ↔ 3), 0 = const., 1 = const.

$\circ_3$(3.1 2.1 1.3 0.3) = (2.1 3.1 1.2 0.2) → (3.1 2.1 1.2 0.2), d.h. hier wird zum ersten Mal durch ({0, 1, 2, 3}, }$\circ_3$) eine reguläre Zkl+ erzeugt.

4. (1 ↔ 2), 0 = const., 3 = const.

$\circ_4$(3.1 2.1 1.3 0.3) = (3.2 1.2 2.3 0.3) → *(3.2 2.3 1.2 0.3).

5. (0 ↔ 1), 2 = const., 3 = const.

$\circ_5$(3.1 2.1 1.3 0.3) = (3.0 2.0 0.3 1.3) → (3.0 2.0 1.3 0.3).

6. $(0 \leftrightarrow 2)$, 1 = const., 3 = const.

$\circ_6$(3.1 2.1 1.3 0.3) = (3.1 0.1 1.3 2.3) $\rightarrow$ *(3.1 2.3 1.3 0.1).

Von den 6 untersuchten tetradischen Gruppenoperationen führen also nur $\circ_3$ und $\circ_5$ zu regulären Zeichenklassen.

Bibliographie

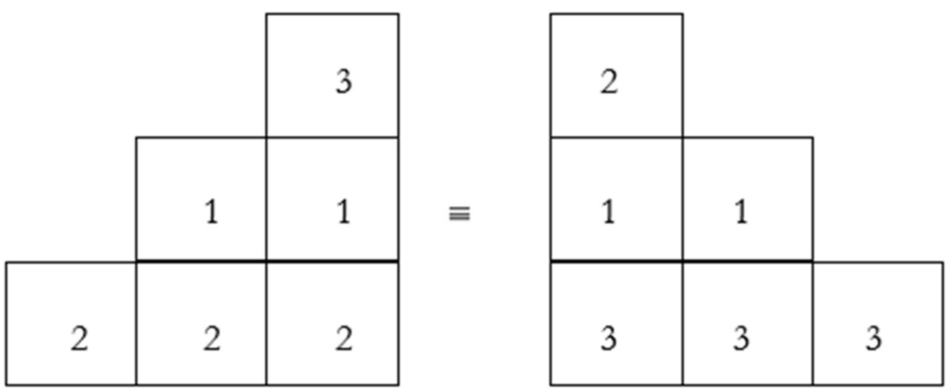
Toth, Alfred, Treppen und Gruppen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)
Toth, Alfred, Die Matrizen der tetradischen semiotischen Gruppen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)
Toth, Alfred, Eine symmetrische, nicht-quadratische semiotische Matrix und ihre Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009c)

Treppen und Gruppen III

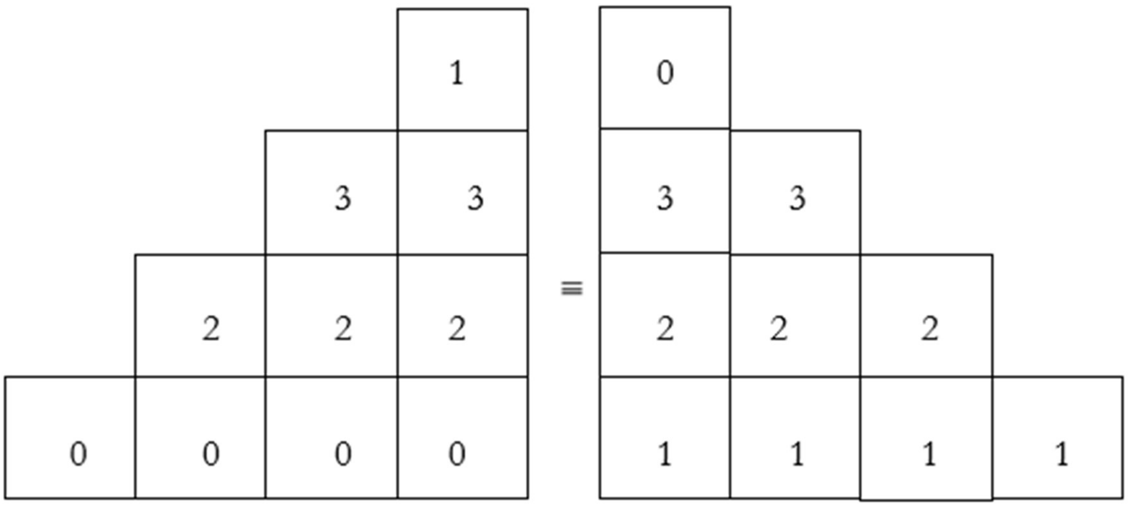
1. Die 3 Werte 1, 2, 3 einer triadischen Semiotik können auf 3! = 6 Weisen permutiert werden, wobei drei Paare entstehen, in denen immer ein Wert konstant gehalten wird:

(1, 2, 3), (1, 3, 2)
(2, 1, 3), (2, 3, 1)
(3, 1, 2), (3, 2, 1).

Die konstant gehaltenen Werte pro Transpositionspaar kann man nun mit konstanten Werten einer der drei semiotischen Gruppen identifizieren (vgl. Toth 2008, S. 40 ff.). Stellt man die drei Gruppen also mit Hilfe des semiotischen Treppenmodelles (vgl. Toth 2009a, b) dar, nehmen die „freien" Werte zwei mögliche Stufen der Treppe ein – nämlich die unteren oder die obere. Am einfachsten könnte man diesen interessanten Zusammenhang zwischen semiotischer Inklusionsrelation der Peirce-Zahlen, semiotischen Gruppen und dem Zerfall von 6 Permutation in 3 Transpositionspaare also dadurch ausdrücken, dass man sagt, es spiele keine Rolle, ob man semiotische Gruppen in einem Treppenmodell von unten oder von oben anfangend darstelle. Vgl. z.B. die semiotische Gruppe ($\{1, 2, 3\}, \circ_1$) mit ($2 \leftrightarrow 3$) und 1 = const.:



2. Dasselbe Prinzip funktioniert, wie in Toth (2009b) gezeigt, auch für tetradische semiotische Gruppen. . Vgl. z.B. die semiotische Gruppe ({0, 1, 2, 3}, $\circ_1$) mit ($0 \leftrightarrow 1$) und 2 = const. und 3 = const.:



nur, dass man hier zusätzlich die Werte 2 und 3 der beiden mittleren Treppenstufen vertauschen kann.

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Treppen und Gruppen I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)

Toth, Alfred, Treppen und Gruppen I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

Treppen und Gruppen IV

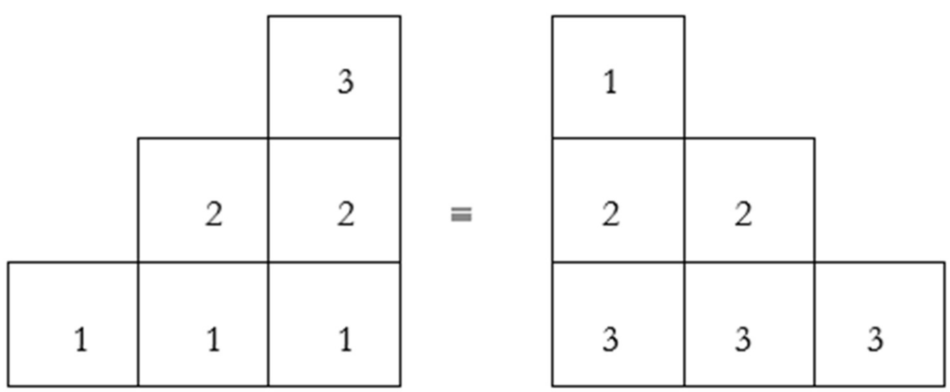
1. In Toth (2009a, b, c) wurde der Zusammenhang zwischen semiotischen Treppen und triadischen sowie tetradischen semiotischen Gruppen dargestellt. Die drei möglichen abelschen semiotischen Gruppen

G1 = ({1, 2, 3}, $\circ_1$}
G2 = ({1, 2, 3}, $\circ_2$}
G3 = ({1, 2, 3}, $\circ_2$}

mit

$\circ_1$: (2 $\leftrightarrow$ 3), 1 = const.
$\circ_2$: (1 $\leftrightarrow$ 3), 2 = const.
$\circ_3$: (1 $\leftrightarrow$ 2), 3 = const.

können, da ja die Menge der Permutationen der Grundmenge {1, 2, 3} = {{1, 2, 3}, {1, 3, 2}; {2, 1, 3}, {2, 3, 1}, {3, 1, 2}, {3, 2, 1}} ist, wobei also jeweils zwei Teilmengen der Konstanz des Einselementes entsprechen, durch jeweils ein horizontales Spiegelpaar des semiotischen Treppenmodells dargestellt werden, z.B.:

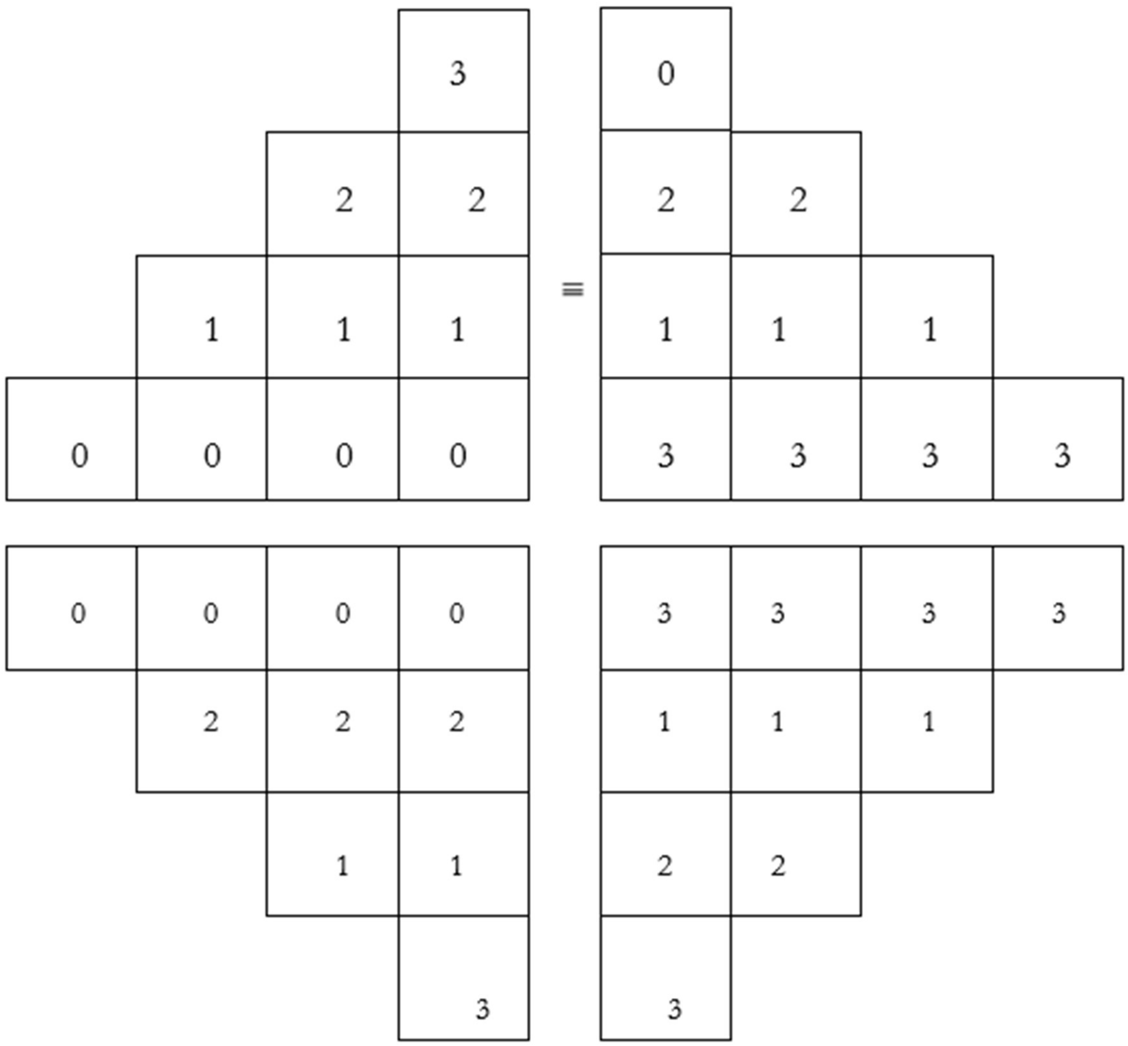


2. Bei den 6 abelschen tetradischen semiotischen Gruppen

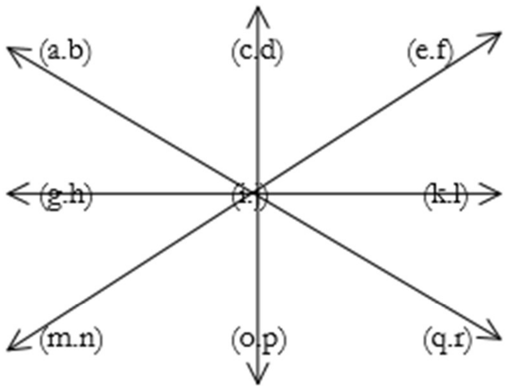
$\circ_1$: (0 $\leftrightarrow$ 3), 1 = const., 2 = const.
$\circ_2$: (2 $\leftrightarrow$ 3), 1 = const., 0 = const.

$\circ_3$: $(0 \leftrightarrow 1)$, 2 = const., 3 = const.
$\circ_4$: $(1 \leftrightarrow 3)$, 2 = const., 0 = const.
$\circ_5$: $(0 \leftrightarrow 2)$, 3 = const., 1 = const.
$\circ_6$: $(1 \leftrightarrow 2)$, 3 = const., 0 = const.

gibt es wegen der 24 Permutationen der Menge (0, 1, 2, 3) nicht jeweils 2, sondern jeweils 4 (6 mal 4 = 24) Anordnungen des semiotischen Treppenmodells, d.h. neben der horizontalen Spiegelung auch noch die vertikale, zusammen also nicht nur 2, sondern 4 Treppen, z.B.:



Wenn man sich also an die in (Toth 2008) eingeführte semiotischen Windrose erinnert, welche die folgende abstrakte Form hat



hat, dann hat man hier ferner wiederum einen gut versteckten strukturellen Hinweis auf die Einbettung triadischer in tetradischer Semiotiken vor sich, denn die semiotische Windrose wurde auf strikt triadischen Systemen eingeführt, sie kommt aber in dem ursprünglich ebenfalls für strikt triadische Systeme konstruierten semiotischen Treppenmodell erst in ihrer vollen, doppel-symmetrischen Auslage bei tetradischen semiotischen Gruppen zur Anwendung.

Bibliographie

Toth, Alfred, The semiotic wind rose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Windrose.pdf (2008)

Toth, Alfred, Treppen und Gruppen I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)

Toth, Alfred, Treppen und Gruppen II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

Toth, Alfred, Treppen und Gruppen III. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009c)

Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen

1. Es gilt (vgl. z.B. Bense 1967, S. 9

ZR = {M, O, I}.

Da man über jeder Menge ihre Potenzmenge bilden kann, bekommen wir

$\wp$ZR = {{M}, {O}, {I}, {M, O}, {O, I}, {M, I}, {M, O, I}, $\varnothing$},

weshalb wir definieren können

ZR+ = {M, O, I, $\varnothing$}.

2. Da nach Bense (1979, S. 67)

ZR(td) = (1. $\rightarrow$ 2. $\rightarrow$ 3.) $\equiv$ (1 $\subset$ 2 $\subset$ 3) bzw.

ZR(td, $\varnothing$) = (0. $\rightarrow$ 1. $\rightarrow$ 2. $\rightarrow$ 3.) $\equiv$ (O $\subset$ 1 $\subset$ 2 $\subset$ 3)

und z.B. nach Walther (1979, S. 79) gilt

ZR(tt) = (.1 $\leq$ .2 $\leq$ .3) $\equiv$ (.1 $\subseteq$ .2 $\subseteq$ .3) bzw.

ZR(tt, $\varnothing$) = (.0 $\leq$ .1 $\leq$ .2 $\leq$ .3) $\equiv$ (.0 $\subseteq$ .1 $\subseteq$ .2 $\subseteq$ .3),

haben wir zwei semiotische Zahlensysteme, die wir Peirce-Zahlen nennen, bzw. ein semiotisches Zahlensystem mit zwei Ordnungstypen

td$\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ = ({1, 2, 3}; $\subset$) bzw. td$\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0$ = ({0, 1, 2, 3}; $\subset$) bzw.

tt$\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ = ({1, 2, 3}; $\subseteq$) bzw. tt$\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0$ = ({0, 1, 2, 3}; $\subseteq$).

3. Nach Beckmann ap. Walther (1979, S. 135 ff.) gelten sowohl für td$\mathbb{P}$ als auch für tt$\mathbb{P}$ die verbandstheoretischen (Booleschen) Operationen: $\sqcap$, $\sqcup$, $\sqsubset$, $\sqsupset$, $=$:

0 $\sqcap$ 0 = 0, 1 $\sqcap$ 1 = 1, 2 $\sqcap$ 2 = 2, 3 $\sqcap$ 3 = 3

0 $\sqcap$ 2 = 0 = 2 $\sqcap$ 0

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$0 \sqcup 0 = 0,\ 1 \sqcup 1 = 1,\ 2 \sqcup 2 = 2,\ 3 \sqcup 3 = 3$

$0 \sqcup 2 = 0 = 2 \sqcup 0$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$\mathrm{Td}\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Td}\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1 \sqsupset 0)$

$\mathrm{Tt}\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Tt}\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1 \sqsupseteq 0)$

Ferner gelten nach Bense (ap. Walther 1979, S. 57) die beiden qualitativen Operatoren

$\Rsh,\ |\Rsh,$

nämlich

$\mathrm{td}\mathbb{P} = (0 \Rsh 1 \Rsh 2 \Rsh 3)$

$$\mathrm{tt}\mathbb{P} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \parallel 0 \,/\, 0 \Rsh 1 \,/\, 0 \Rsh 2 \,/\, 0 \Rsh 3 \\ 1 \parallel 1 \,/\, 1 \Rsh 2 \,/\, 1 \Rsh\Rsh 3 \\ 2 \parallel 2 \,/\, 2 \Rsh 3 \\ 3 \parallel 3, \end{array} \right.$$

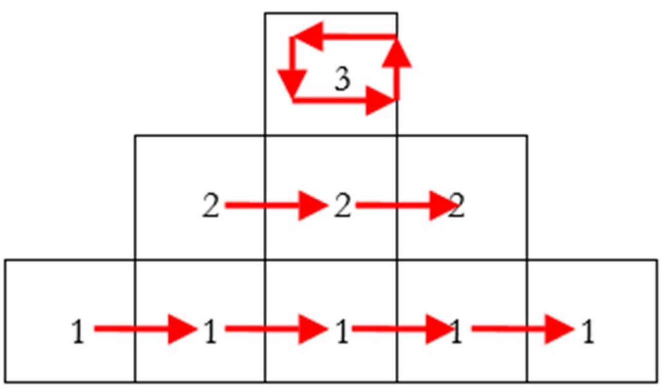
so dass wir also die Ordnungsstruktur in 2. wie folgt ergänzen können:

$$\mathrm{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subset, \Rsh)$$

$$\mathrm{tt}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subseteq, |\Rsh)$$

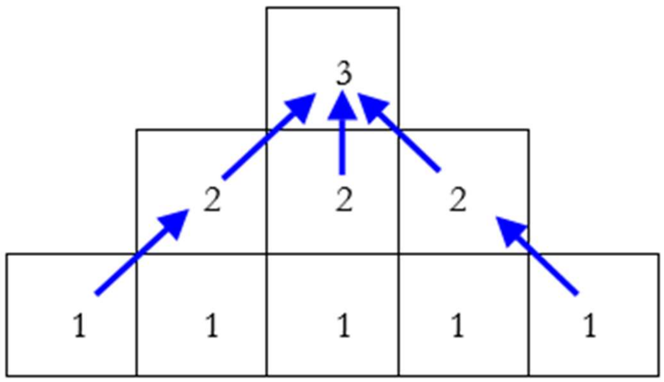
4. Die hier kurz skizzierte quantitativ-qualitative Peirce-Zahlen-Arithmetik kann man gut mit Hilfe des in Toth (2009) eingeführten Treppenmodells, eines flächigen Zahlenschemas, darstellen. Für beschränken uns hier auf ZR, da ZR+ leicht selbst gezeichent werden kann. Z.B entspricht die rot ausgezogene Zählrichtung den folgenden Additionen:

M + M = ?	1 + 1 = ?
O + O = ?	2 + 2 = ?
I + I = ?	3 + 3 = ?
M + M + M = ?	1 + 1 + 1 = ?



Blau ausgezogen sind im folgenden die Operationen mit Kontexturüberschreitungen, d.h. sobald die 2. Dimension des Treppenschemas benutzt werden muss:

M + O = ?	1 + 2 = ?
O + I = ?	2 + 3 = ?



Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik

1. Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihre dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

ZR(td.) = $((M) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$, d.h.

ZR(td.) = $(1 \rightarrow (2 \rightarrow 3))$,

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklassen

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die Ordnung $(a \leq b \leq c)$ aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen der reflexive und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen gegenüber:

$td\mathbb{P} = (<, \mathbb{N})$

$tt\mathbb{P} = (\leq, \mathbb{N})$.

2. Dennoch fallen aber beiden „Ordnungstypen" (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über $\mathbb{N}$

1 + 1 = 2

1 + 2 = 3 = 2 + 1, usw.

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen.

Dennoch wissen wir im Anschluss an Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$1 \sqcap 1 = 1$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$1 \sqcup 1 = 1$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$\mathrm{Td}\mathbb{P} = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Td}\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1)$

$\mathrm{Tt}\mathbb{P} = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Tt}\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1)$

3. Trotzdem ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen" und „selektiven" generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n, beginnend mit $n = 1$ liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt" werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen $\mapsto$ verwendet wird, haben wir also

ZR = 1. ↦ 2. ↦ 3., bzw.

td$\mathbb{P}$ = (↦, $\mathbb{N}$)

Für die Selektionsoperation verwendet Bense das leider irreleitende Zeichen >, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie ≤ bedeutet:

ZR = .1 > .2 > .3

td$\mathbb{P}$ = (>, $\mathbb{N}$).

Die Unterscheidung zwischen „Koordination" und „Selektion" (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der der Triaden ist ja wie folgt

td$\mathbb{P}$ = 1 ↦ 2 ↦ 3 ↦ ...

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$\text{tt}\mathbb{P} = \begin{array}{l} 1 > 1 \,/\, 1 > 2 \,/\, 1 > 3 \\ 2 > 2 \,/\, 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{array}$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen ↱ und |↱ wählen, um mit ersterer die Progression der td$\mathbb{P}$ und mit letzterer diejenige der tt$\mathbb{P}$ zu bezeichnen:

ZR = 1. ↱ 2. ↱ 3., bzw.

td$\mathbb{P}$ = (↱, $\mathbb{N}$)

ZR = 1. |↱ 2. |↱ 3., bzw.

tt$\mathbb{P}$ = (|↱, $\mathbb{N}$)

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

1, 2, 3, ...

1, 11, 111, ...

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und Selektion im Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind. D.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

M + M = ?	1 + 1 = ?
O + O = ?	2 + 2 = ?
I + I = ?	3 + 3 = ?
M + M + M = ?	1 + 1 + 1 = ?
M + O = ?	1 + 2 = ?
O + I = ?	2 + 3 = ?

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ und $td\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$, aus den quantitativen booleschen Operatoren

$\sqcap$, $\sqcup$, $\sqsubset$, $\sqsupset$, $=$,

sowie aus den qualitativen Operatoren

↱, |↱

und ist damit einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Doppelspuren, Treppen und dreidimensionale Peirce-Zahlen

1. Eine semiotische Spur hat die allgemeine Form

$Sp = A_{\to B}$

wobei Sp eine „unvollständige“ bzw. in ihrem Urbildbereich unvollständige Funktion ist, ein „gerichtetes Objekt“ mit einem probabilistisch, evtl. „unscharf“ (fuzzy) bestimmbaren Codomänenbereich, die man vielleicht auch mit Prioritäten darstellen könnte. Z.B. ist eine Spur von (2.1)

$Sp(2.1)\ 2_{\to\{(.1),(.2),(.3)\}}$

so dass man, mit einer gewissen Vorsicht, also sagen könnte, die Spur eines Icons sei ein gerichtetes Objekt, d.h. ein Subzeichen, dessen Abbildungsfunktion war zur Codomäne eines Icons, aber auch eines Indexes oder Symbols führen könne.

Da wir nun aber auch Spuren der allgemeinen Formen

$\varnothing_{\to B}$ sowie $B_{\to\varnothing}$

haben, worin das $\varnothing_i \in \{\varnothing.1, \varnothing.2, \varnothing.3\}$ spezifiziert werden muss, empfiehlt sich eine verallgemeinerte Einführung von Spuren mit und ohne Nullzeichen als Bi-Spuren (vgl. Toth 2009a, b), d.h. in der Form

$Bi\text{-}Sp = A_{\to B\to C}$

wobei gilt

$(1 \to 1) \circ (1 \to 1) = (1 \to 1)$

$(1 \to 2) \circ (2 \to 2) = (1 \to 2)$

$(1 \to 3) \circ (3 \to 3) = (1 \to 3)$

$(2 \to 1) \circ (1 \to 1) = (2 \to 1)$

$(2 \to 2) \circ (2 \to 2) = (2 \to 2)$

$(2 \to 3) \circ (3 \to 3) = (2 \to 3)$

$(3 \to 1) \circ (1 \to 1) = (3 \to 1)$

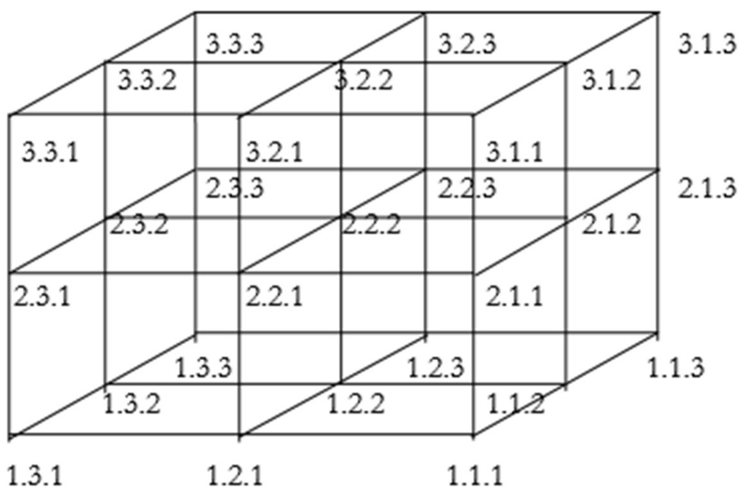
$(3 \to 2) \circ (2 \to 2) = (3 \to 2)$

$(3 \to 3) \circ (3 \to 3) = (3 \to 3)$.

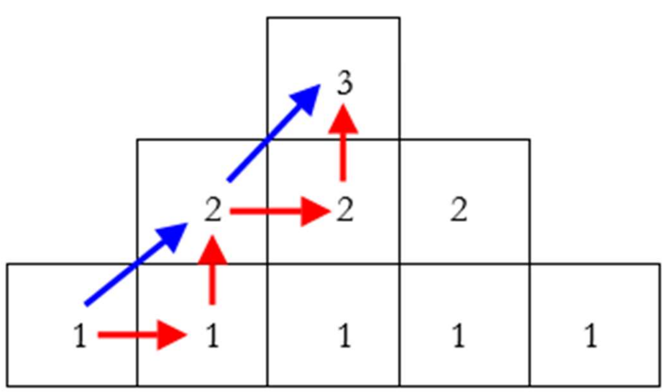
2. Nun ist es aber so, dass die Bi-Spur allgemein genug ist zur Definition 3-dimensionaler Subzeichen, wie sie für den sog. Stiebingschen Zeichenkubus verwendet werden (vgl. z.B. Toth 2008a). Ein 3-dimensionales Subzeichen hat die allgemeine Form

3-SZ = (a.b.c),

wobei a die Dimensionszahlen $\in$ {1, 2, 3} sind, b die triadischen Haupt- und c die trichotomischen Stellenwerte (vgl. Stiebing 1978, S. 77):



3. Nimmt man nun das in Toth (2009b) eingeführte Treppenmodell



dann entspricht der rot eingezeichnete Pfad dem Aufbau der triadischen Hauptrelation, d.h. der triadischen Peirce-Zahlen-Reihe

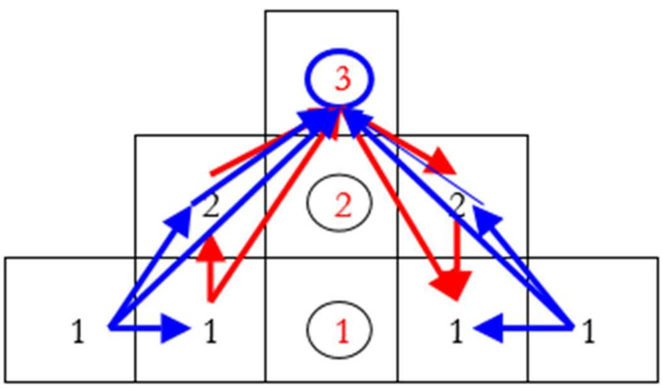
TdP = ((1) $\rightarrow$ ((1 $\rightarrow$ 2) $\rightarrow$ (2 $\rightarrow$ 3)))

während der blaue, direkte Pfad das 3-dimensionale Subzeichen (a.b.c) mit dim(a) = 1, TdP(b) = 2 und TtP(c) = 3 darstellt. Somit korresponideren also 3-dimensionales Subzeichen-Modell, Treppenmodell und Spurenmodell.

Will man nun die ersten Subzeichen des Stiebingschen Zeichenkubus mit Hilfe des Treppenmodell darstellen, kann man dies z.B. folgendermassen tun: rot eingezeichnet sind die Subzeichen, denn man kann ja 3-dimensionale Primzeichen als

3-SZ = (a.(b.c)),

d.h. als Einbettung einer Dimensionszahl a in eine dyadische Subzeichenrelation, bestimmen:



Rot ist also der Aufbau der der Subzeichen im Treppenmodell, und zwar nach nicht-dualen (links) und dualen (rechts) getrennt. Selbstduale Subzeichen sind eingekreist.. In blau sind die Verbindungen zwischen den Dimensionszahlen und den 9 möglichen Subzeichen.

4. Nun kann man natürlich in 3-dimensionalen Zeichenklassen der allgemeinen Form

3-Zkl = (a.3.b) (c.2.d) (e.1.f), mit a, c, e $\in$ dim(Z) und b, d, f $\in$ {.1, .2, .3} = TtP

die Dimensionen im Prinzip frei bestimmen. Nichts spricht ja a priori dagegen, dass eine Zeichenklasse z.B. gleichzeitig in 3 verschiedenen Dimensionen liegt. Allerdings kann man das Treppenmodell auch dazu benutzen, zwischen den in Toth (2008b) eingeführten adhärenten und inhärenten Dimensionszahlen zu unterscheiden. Eine semiotische Dimensionszahl heisst adhärent, wenn gilt

dim(Z) = TdP,

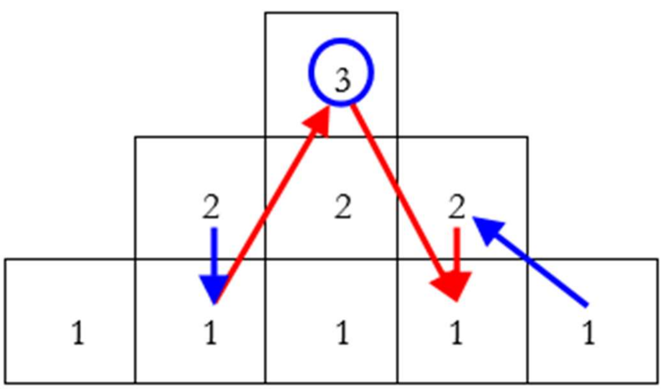
und sie heisst inhärent, wenn gilt

dim(Z) = TtP.

In einer 3-dim-Zeichenklasse wie z.B.

(3.3.1) (1.2.1) (2.1.3)

ist dann dim(3) = TdP, dim(1) = Ttp, dim(2) $\neq$ TdP $\wedge$ dim(2) $\neq$ TtP. Diese Zeichenklasse sieht also mit dem Treppenmodell dargestellt wie folgt aus:



Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Entwurf einer dreidimensionalen Präsemiotik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Inhärente und adhärente Dimensionszahlen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics,

Toth, Alfred, Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

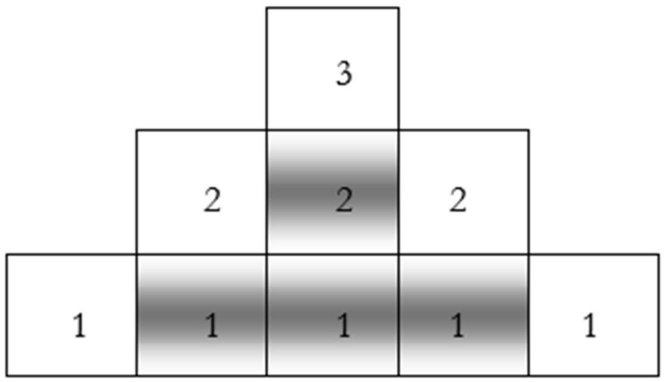
Toth, Spur, Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Das System der semiotischen Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009a) wurden die triadischen und die trichotomischen Peirce-Zahlen sowie die semiotischen Vermittlungszahlen eingeführt. Unter letzteren wird die Menge von geordneten Paaren verstanden, deren erstes Glied der Codomäne einer trichotomischen semiosischen Abbildung und deren zweites Glied der Domäne einer triadischen semiosischen Abbildung angehört. Vermittlungszahlen treten somit stets zwischen dyadischen Subzeichen, ausserhalb oder innerhalb von Zeichenklassen und Realitätsthematiken, auf. Eine weitere, wenn auch im Grunde selbstverständliche Eigenschaft von semiotischen Vermittlungszahlen ist, dass sie nur zusammen mit ihrem Ordnungstypus sinnvoll sind, d.h. sind im Grunde Ordnungsstrukturen oder, wie Hausdorff sich ausgedrückt hatte, Ordnungstypen, und zwar gehört ihr Ordnungstyp immer zum Ordnungstyp der semiotischen Strukturen, innerhalb derer sie vermittelnd wirken. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden der 10 Peirceschen Zeichenklassen sind

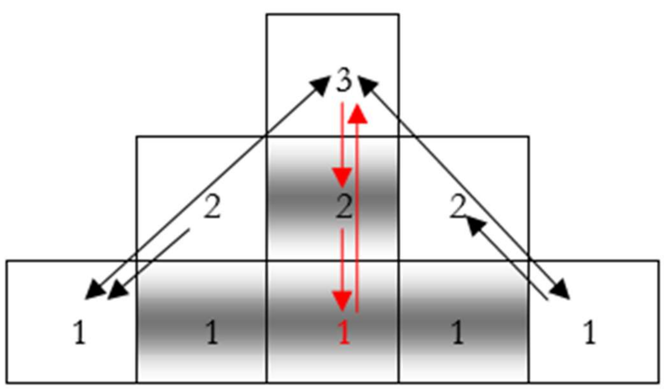
1.	(1 = 1)	([1, 2], <)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
2.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
3.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
4.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 1)
5.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 1)
6.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 > 1)
7.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 2)
8.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 2)
9.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 > 2)
10.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 = 3)

Innerhalb des in Toth (2009b) eingeführten Treppenmodells für Peirce-Zahlen sind die Vermittlungszahlen also im schraffierten Bereich angesiedelt:



Im folgenden zeichnen wir beispielhaft die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), ihre Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3), ihre beiden Peirce-Zahlen sowie die zugehörigen Vermittlungszahlen ein:

3. $(1 < 3)$ $([3, 2], >)$ $(2 > 1)$ $([1, 3], <)$ $(3 > 1)$



Bibliographie

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Limeszahlen

1. Eine Menge m aller (kleineren) Ordinalzahlen hat entweder ein grösstes Element k, dann gilt zwangsläufig $n = k+$, und n heisst Nachfolgerzahl. Oder m hat kein grösstes Element, in diesem Fall gilt $n = \cup m$ (Erné 1982, S. 274). Die letztere Zahl wird Limeszahl genannt.

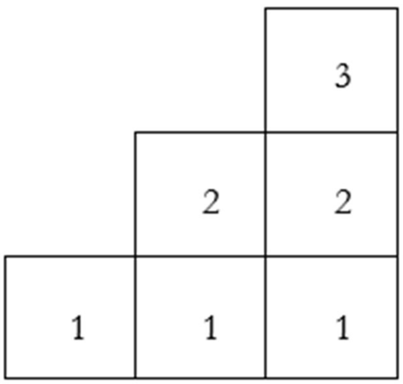
Bei Peirce ist es nun so, dass er, ohne allerdings eine entsprechende Grenzzahl einzuführen, ganz offenbar die Drittheit seiner Zeichenrelation als „Grenzrelation" im Sinne hatte: „Und die Analyse wird zeigen, dass jede Relation, die tetradisch, pentadisch oder von irgendeiner höheren Anzahl von Korrelaten ist, nichts anderes als eine Zusammensetzung von triadischen Relationen ist. Es ist daher nicht überraschend, wenn man findet, dass ausser den drei Elementen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit nichts anderes im Phänomen zu finden ist' (1.347)" (Walther 1989, S. 298). Wie bereits in Toth (2007, S. 178 ff.) angedeutet, werde ich diesem Aufsatz zeigen, dass die Behauptung von Peirce – und auch diejenige in seinem Anschluss von Marty (1980) falsch ist.

In diesem Zusammenhang möchte ich, nicht nur der Vollständigkeit halber, auch noch auf eine in der Semiotik konsequent übersehene Feststellung Gotthard Günthers in Bezug auf Peirce Triadismus aufmerksam machen: „Höchst wesentlich aber war für Peirce seine Weigerung, über die Triadenlogik hinauszugehen. Zwar hatte er mit dem Vf. [G.G.] das gemeinsam, dass beide von der Voraussetzung ausgehen, dass die zweiwertige Logik der Dualitäten nicht ausreichend sei, unsere rationalen Bedürfnisse zu befrieden, aber Peirce schneidet sich weitere Erwägungen dann selbst mit der bündigen Feststellung ab: ‚Triadic logic is universally true' (...). Die klassische Logik lässt nach Peirce noch ein Unsicherheitsmoment zu, welches dann im Triadischen beseitigt wird. Die Analogie zur göttlichen Trinität und der Allweisheit eines absoluten Bewusstseins ist unverkennbar" (Günther 1978, S. vii f.).

2. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Peircesche Zeichen definiert als eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

$Z = {}^{3}R({}^{1}R, {}^{2}R, {}^{3}R) = R(M, O, I) = ((M), ((M \rightarrow O), O \rightarrow I))$.

Man kann diesen Sachverhalt sehr gut in einem Treppenmodell darstellen:



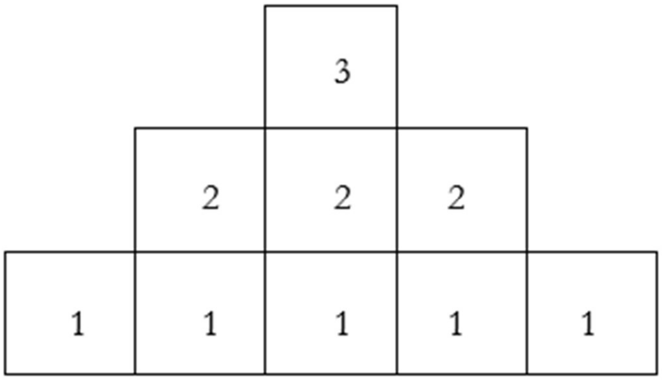
Jede Kategorie funktioniert zwar insofern unabhängig, als keine höhere direkt über ihr liegt, andererseits ist sie aber auch mengeninklusiv in alle kleineren Kategorien eingebettet, d.h. es gilt $1 \subset 2 \subset 3$, wobei $(2 \subset 3)$ näher bei 3 liegt als (1) bzw. $(1 \subset 2)$. Schaut man nun den Bau einer Zeichenklasse an, wozu man die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen in Toth (2009a) vergleiche,

$$\text{Zkl} = \quad (3. \left\{\begin{matrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{matrix}\right\} 2. \left\{\begin{matrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{matrix}\right\} 1. \left\{\begin{matrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{matrix}\right\})$$

und vergleicht sie mit dem Bau ihrer zugehörigen dualen Realitätsthematik

$$\text{Rth} = \quad (1. \left\{\begin{matrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{matrix}\right\} 2. \left\{\begin{matrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{matrix}\right\} 3. \left\{\begin{matrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{matrix}\right\})$$

dann erkennt man, dass die Trichotomien oder Stellenwerte der Zeichenklassen nichts anderes sind als die Triaden oder Hauptwerte der Realitätsthematiken, weshalb man zur vollständigen Behandlung nicht nur der triadischen, sondern auch der trichotomischen Peirce-Zahlen das obige Treppenmodell zur folgenden Doppeltreppe spiegeln muss:



3. Für die von Bense ausdrücklich als „ordinale“ Primzeichen – in Analogie zu Primzahlen gebildet – eingeführten Fundamentalkategorien (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) gelten nun die meisten der für gewöhnliche Ordinalzahlen gültigen Operationen nicht – und zwar im Widerspruch zum „Nachweis“ Benses, dass die Nachfolgerelation der Primzeichen isomorph ist zur Nachfolgerelation der natürlichen Zahlen (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff.), vgl. Toth (2009b). So haben wir z.B. bei den triadischen (links) und bei den trichotomischen (rechts) Peirce-Zeichen

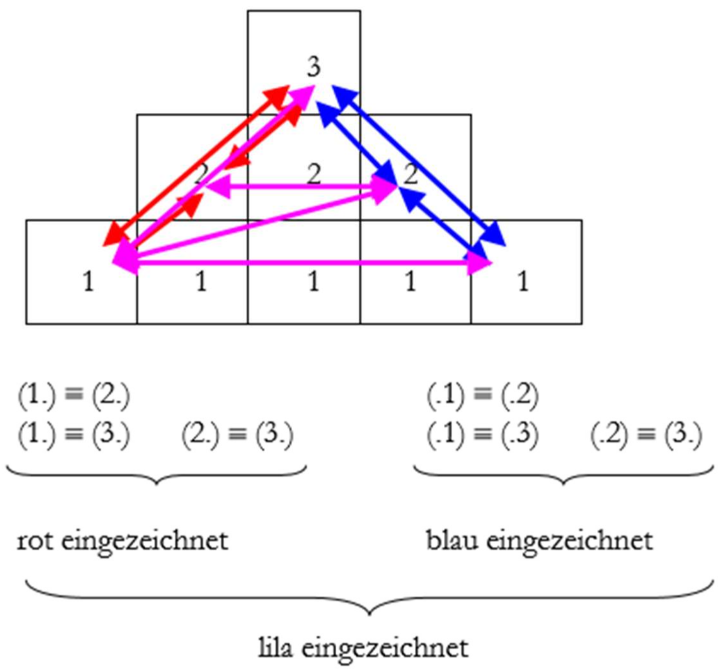
(1.) + (1.) $\neq$ (2.)	(1.) + (1.) $\neq$ (2.)
(1.) + (1.) + (1.) $\neq$ (3.)	(1.) + (1.) + (1.) $\neq$ (3.)
(1.) + (2.) $\neq$ (3.)	(1.) + (2.) $\neq$ (3.)
(2.) + (1.) $\neq$ (3.)	(2.) + (1.) $\neq$ (3.)

Umgekehrt kann man aber mit Hilfe der ordinalen Peirce-Zahlen Operationen durchführen, für die es in der üblichen Ordinalzahlarithmetik keine Parallelen gibt, vgl. etwa die bereits bei Walther (1979, S. 76 u. 120) gezeigten verschiedenen Typen von Superisationen, vgl. dazu ausführlich meine „Allgemeine Zeichengrammatik“ (Toth 2008). So gibt es z.B. die folgenden Basis-Superisationstypen

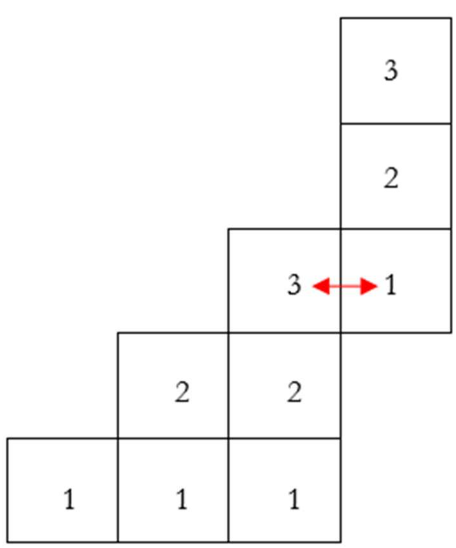
(1.) ≡ (2.)   (.1) ≡ (.2)

(1.) ≡ (3.)   (2.) ≡ (3.)   (.1) ≡ (.3)   (.2) ≡ (3.),

sowie Kombinationen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen. Man kann die angeführten Superisationsoperationen wie folgt mit dem Treppenmodell darstellen:

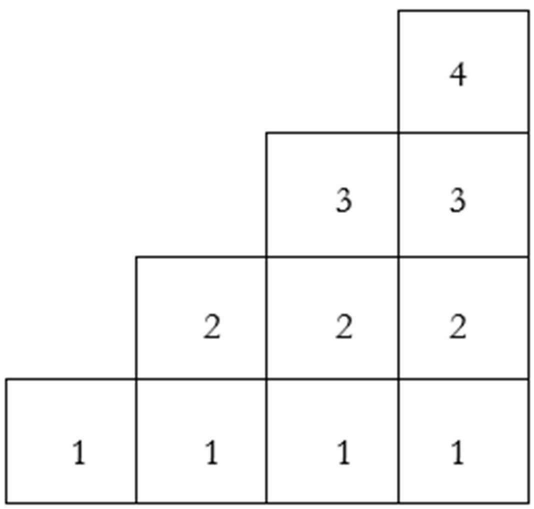


Gilt also etwa in einer Zeichenverbindung I1 ≡ M2, kann man dies wie folgt darstellen:



(Wie viele Darstellungsmöglichkeiten gibt es total? Welche Rolle spielt die Zeichen-Dimension bei der Ökonomie der Darstellung?)

4.1. Nun kann man sich natürlich, rein theoretisch wenigstens, ohne Probleme ein Gebilde wie das folgende, analog zu den „gewöhnlichen“ Ordinalzahlen gebildete, vorstellen:



also das Inklusionsschema einer tetradischen Zeichenrelation. Ein solches Schema wurde bisher deshalb nicht konstruiert, weil man dem Peirceschen „Beweis“ glaubte, jede n-adische Relation mit n > 3 können aus triadischen, dyadischen und monadischen Relationen zusammengesetzt werden. Das funktioniert zwar, wenn man von den semiotischen Funktionen dieser n≤3-stelligen Relationen absieht, d..h. aber die Relationen als reine Mittelbezüge behandelt, allerdings wurden diese aber ja gerade wegen dieser Funktionen eingeführt, die in der Semiotik mit Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion bezeichnet werden (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.). Nur schon die in Toth (2009c) eingeführte tetradische erweiterte Peircesche Zeichenrelation

ZR+ = (M, O, I, ∅),

deren eingebettetes Nullzeichen zwangslos aus der Bildung der Potenzmenge über der Peirceschen Menge der Fundamentalkategorien {M, O, I} folgt, sollte eigentlich zu denken geben, denn $\varnothing$ ist eine 0-stellige Relation und keine 4-stellige. Wie also sollte man ZR+ als Konkatenation von Triaden, Dyaden und Monaden darstellen können?

4.2. Es gibt aber noch wesentlich wichtigere Gründe, warum eine Dekomposition n-adischer Relation mit n > 3 nicht möglich ist, denn wie in Toth (2007, S. 178 ff.) gezeigt worden war, weisen höhere als triadische Relationen in ihren thematisierten Realitäten Strukturen auf, welche in niedrigeren Relation entweder gar nicht oder erst marginal auftreten. Um einen detaillierten Einblick zu ermöglichen, bringe ich hier die zusammenfassenden Klassifikation der strukturellen thematisierten Realitäten für 3-adische, 4-adische, 5-adische und 6-adische Semiotiken:

4.3. Für die **triadische Semiotik** können wir damit folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Thematisationsrichtung:

   X^mY^n mit $X \in \{1, 2, 3\}$, wobei X = Y erlaubt und $m, n \in \{1, 2\}$ mit $X^m \rightarrow Y^n$, falls $m > n$ bzw. $X^m \leftarrow Y^n$, falls $m < n$. (Der Fall m = n tritt nicht auf.)

2. Mehrdeutige Thematisationen und Thematisationsrichtungen gibt es bei den HZkln×HRthn 1, 7 und 10. Bei 1 und 10 könnte man aus strukturellen Gründen Links- bzw. Rechtsthematisation stipulieren; dies ist jedoch bei 7 nicht möglich. Also gibt es keine einheitlichen Thematisationsrichtungen bei den homogenen Thematisationen, d.h. bei den HZkln×HRthn.

3. Triadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten:

   5. $3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad \underline{3.1 \quad 2.2} \quad 1.3 \qquad 3^1 2^1 \rightarrow 1^1$

   $\underline{3.1} \quad 2.2 \quad \underline{1.3} \qquad 3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

   $3.1 \quad \underline{2.2 \quad 1.3} \qquad 3^1 \leftarrow 2^1 1^1$

4. Einzig bei der triadischen Realität tritt ein von allen übrigen strukturellen Realitäten abweichender Thematisationstyp auf, den ich "Sandwich-Thematisation" nennen möchte:

$\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

4.4. Für die **tetradische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^mY^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^mY^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäss der grössten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich:

15 3.0 2.1 1.2 0.3 ×	$\underline{3.0\ 2.1\ 1.2}0.3$	$3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
	$\underline{3.0\ 2.1}\ 1.20.3$	$3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
	$\underline{3.0}\ 2.1\ 1.20.3$	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$
	$3.0\ \underline{2.1\ 1.20.3}$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$
	$3.0\ 2.1\ \underline{1.20.3}$	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$
	$3.0\ 2.1\ 1.2\underline{0.3}$	$3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
	$\underline{3.0}\ 2.1\ 1.2\underline{0.3}$	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
	$3.0\ \underline{2.1\ 1.2}0.3$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
	$3.0\ \underline{2.1}\ 1.20.3$	$3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$

3.0 2.1 <u>1.2</u>0.3 $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$

Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen 3m > m. Dann würden die Typen $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. linksmehrfach.

4.5. Für die **pentadische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäss nun tetradische Thematisationstypen auf.

2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.

3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.

4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, dass die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

4.6. Für die **hexadische Semiotik** können wir schliessich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäss treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.

2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.

3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.

6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur dass hier noch mehr Verwirrung herrscht.

5. Man kann nun natürlich fortfahren und mühsam die Strukturen 7-, 8-, 9-; 10-, 11-, 12-; 13-, 14-, 15; ... –adischer Semiotiken ausrechnen und wird finden, dass immer neue Strukturen auftreten, die in unteren Strukturen fehlen, so dass also von einer Dekomposition von n>3-adischen Relationen in Triaden, Dyaden und Monaden keine Rede sein kann. Dabei tritt ein solcher Strukturverlust ein, dass z.B. Eigenrealität isoliert unverständlich ist, speziell als Sonderfall triadischer, tetradischer, ... Realität. Niedrigere Strukturen benötigen also Erhellung durch

höhere, dessen Fragmente sie sind, ebenso wie höhere Sturkturen niedrigere brauchen, aus denen sie sich, deren übergeordnete Mengen sie sind, gewissermassen verselbständigen. Trotzdem scheint, wie man gesehen hat, der semiotische Dreischritt mit einer semiotischen Limeszahl abzuschliessen, denn die Triade, Trichotomie und trichotomische Triade sind die Grundbegriffe der Semiotik. Hiervon rührt auch die Idee, höhere Relationen könnten auf Triaden abgebildet werden. In Wahrheit ist die Semiotik ein hierarchisches System von Dreischritten mit den Limszahlen 3, 6, 9, ..., die jedesmal qualitative "Sprünge" (vgl. Kronthaler 1986, S. 93 ff.; Erné 1982, S. 263 denkt offenbar an "Würfe") INNERHALB eines semiotischen Zahlensystems haben und nicht ZWISCHEN Zahlensystemen wie das in der transfiniten Arithmetik der Fall ist. Auch in diesem Punkt zeigt also bereits die klassische Peircesche Semiotik klar polykontexturale Züge (vgl. Kronthaler 1986, S. 93).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics,

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Nullzeichen.pdf (2009c)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1978

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009) waren wir zum Schluss gekommen, dass die Definition der triadischen Peirce-Zahlen durch

TdP = 1 < 2 < 3

und die Definition der trichotomischen Peirce-Zahlen durch

TtP = $1 \leq 2 \leq 3$

nicht miteinander kompatibel sind und dass ferner TdP der weiteren Definition des Peirceschen Zeichens als Mengeninklusionsschemas widerspricht. Wir schlossen, dass es nur eine Sorte von Peirce-Zahlen gibt, für dessen Glieder die totale lineare Ordnung von TtP für sämtliche Peirce-Zahlen verallgemeinert werden muss, so dass $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt.

2. Trotzdem ist es in der Praxis so, dass die triadischen und die trichotomischen Werte einer Zeichenklasse unabhängig voneinander bestimmt werden. Während sich nun für die TdP eine konstante Ordnung 1 > 2 > 3 ergibt, ist dies 1. für TtP nicht der Fall, und 2. kommen hier sog. Vermittlungszahlen hinzu, welche zwischen der TtP(n) und der TdP(n+1) eine zusätzliche Relation etablieren.

2.1. Die trichotomischen Peirce-Zahlen innerhalb von Zeichenklassen

1. (3.1 2.1 1.1)	6. (3.1 2.3 1.3)
TtP: 1 = 1 = 3	TtP: 1 < 3 = 3
2. (3.1 2.1 1.2)	7. (3.2 2.2 1.2)
TtP: 1 = 1 < 2	TtP: 2 = 2 = 2
3. (3.1 2.1 1.3)	8. (3.2 2.2 1.3)
TtP: 1 = 1 < 3	TtP: 2 = 2 < 3
4. (3.1 2.2 1.2)	9. (3.2 2.3 1.3)
TtP: 1 < 2 = 2	TtP: 2 < 3 =

5. (3.1 2.2 1.3)   10. (3.3 2.3 1.3)

TtP: 1 < 2 < 3   TtP: 3 = 3 = 3

2.2. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden von Zeichenklassen bzw. deren Ordnung

1. (1 = 1) < (2 > 1) < (3 > 1)
2. (1 < 2) = (2 > 1) < (3 > 1)
3. (1 < 3) > (2 > 1) < (3 > 1)
4. (1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 1)
5. (1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 1)
6. (1 < 3) = (2 < 3) = (3 > 1)
7. (1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 2)
8. (1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 2)
9. (1 < 3) > (2 < 3) = (3 > 2)
10. (1 < 3) > (2 < 3) = (3 = 3)

Wir kommen also zum Schluss, dass zwar $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt, dass aber Peirce-Zahlen im Gegensatz zu natürlichen Zahlen in dreifacher Form auftreten, nämlich als triadische (Td$\mathbb{P}$), trichotomische (Tt$\mathbb{P}$) und als vermittelnde (V$\mathbb{P}$) Peirce-Zahlen. Diese Dreiergliederung ist für die natürlichen Zahlen ebenso sinnlos, wie es sinnlos ist, sie etwa zu einer Relation wie (3.1 2.1 1.3) zu gliedern, es sei denn, diese werde durch Angaben zur Qualität (Erstheit, Zweitheit, Drittheit) spezifiziert. Bei den Peirce-Zahlen wird also ihre dreifache Erscheinungsform, d.h. ihre Gruppierung zu geodneten Paaren und Tripeln sowie der Zusammenhang zwischen ihnen durch Qualitäten bestimmt, obwohl die Peirce-Zahlen an sich rein quantitativ sind und damit denselben elementaren Rechenregeln unterliegen wie die positiven ganzen Zahlen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Semiotik und die natürlichen Zahlen

1. Nach Bense (1975, S. 171) kann „die Explikation des Axiomensystems der natürlichen Zahlen als verallgemeinerte Nachfolgerelation im Sinne des semiotischen Repräsentationsschemas der universalkategorisch fundierten und geordneten triadischen Zeichenrelation gewonnen" werden. Ferner hatte Bense (1983, S. 192 ff.) den Zusammenhang zwischen den Peano-Axiomen, den Peirceschen „Axioms of Numbers" und der generativ-semiotischen Relation der „Primzeichen" hergestellt (vgl. ausserdem Bense 1980).

Wenn man sich nur an die obigen Angaben hält, müsste man denken, die Semiotik sei jener Teil der Mathematik, der ausschliesslich auf natürlichen Zahlen beruhe, d.h. die Arithmetik und die Zahlentheorie sowie einzelne Teile weiterer Gebiete, und der grosse Unterschied zwischen Mathematik und Semiotik beruhe einzig darauf, dass der Zeichenbegriff zusätzlich zum Zahlenwert (M) noch Bedeutung ($M \rightarrow O$) sowie Sinn ($O \rightarrow I$) enthalte. Semiotik, so besehen, wäre jenes Teilgebiet der Mathematik, in dem mit Sinn und Bedeutung gerechnet wird. Gemäss der Einführung der Primzeichen durch Bense (1980) wäre dies demnach nur bei den positiven ganzen Zahlen möglich.

2. Nach Bense (1979, S. 67) gilt ferner: „Das vollständige Zeichen ist eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das Mittel, monadisch (einstellig), deren zweites, der Objektbezug, dyadisch (zweistellig), und deren drittes, der Interpretant, triadisch (dreistellig) gebaut ist". Die Peircesche Zeichenrelation kann demnach wie folgt dargestellt werden:

$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$,

d.h. M ist als 1-stellige Relation monadisch. O ist hingegen als 2-stellige Relation dyadisch, d.h. wegen ($M \rightarrow O$), und I ist ferner als 3-stellige Relation triadisch, d.h. wegen ($M \rightarrow O \rightarrow I$). Allerdings ergibt sich hier ein erstes Problem, denn die Triade, d.h. genauer: die triadische Partialrelation ($M \rightarrow O \rightarrow I$) ist ein verstecktes Konkatenat aus einer monadischen und einer dyadischen Relation:

$(M \to O \to I) = (M) \circ (M \to O)$.

Das bedeutet aber, dass einen nichts daran hindert, in dem Ausdruck

$ZR = (M, (M \to O), (M \to O \to I))$

das O wiederum als Abkürzung für die dyadische Relation $(M \to O)$ aufzufassen und in der 3. Partialrelation einzusetzen:

$ZR = (M, (M \to O), (M \to (M \to O) \to I))$,

wiederholtes Einsetzen ergibt z.B.

$ZR = (M, (M \to O), (M \to (M \to (M \to (M \to (M \to O)))) \to I))$ ...,

d.h. Benses Zeichendefinition führt automatisch zu einem unendlichen Regress wegen der dyadischen Partialrelation der triadischen Partialrelation, d.h. wir bekommen hier Partialrelationen von Partialrelationen von Partialrelationen ... .

Wenn wir aber anderseits anhand von Kap. 1 die Korrespondenz der Primzeichen und der Peanozahlen nehmen und schreiben

$ZR = (M, (M \to O), (M \to O \to I)) = (n, \sigma(n), \sigma\sigma(n))$,

dann bekommen wir eine falsche Gleichung, denn es ist zwar bei den Peanozahlen

$1 + 1 = 2$

$1 + 2 = 3$,

aber ist aber nicht bei den Primzeichen

$M + M = O$

$M + O = I$,

und zwar nicht deshalb nicht, weil die Primzeichen quantitativ-qualitative Zahlen sind und somit nicht mit den Gesetzen der natürlichen Zahlen berechnet werden können, sondern weil die „Peirce-Zahlen", wie ich sie einmal genannt habe, relationale Zahlen sind, die Peano-Zahlen aber nicht.

3. Wir kommen also zum vorläufigen Schluss, dass entweder die Äquivalenz der Peirce-Zahlen (Benses Primzeichen) mit den Peano-Zahlen (Kap. 1) oder die verschachtelte Relation der Definition der Zeichenrelation durch Peirce (Kap. 2) falsch ist, denn beide Konzeptionen sind miteinander nicht vereinbar. Es gibt aber noch ein weiteres Problem, nämlich die unterschiedliche arithmetische Behandlung der Triaden und Trichotomien, denn es gilt zwar für die Triaden (TdPZ bedeute triadischen Peirce-Zahlen) die transitive Inklusionsrelation aus Kap. 2:

TdPZ = $(1 < 2 < 3) = (1 \subset 2 \subset 3)$,

für die Trichotomien bzw. die trichotomischen Peirce-Zahlen (TtPZ) gilt jedoch

TtPZ) $(1 \leq 2 \leq 3) = (1 \subseteq 2 \subseteq 3)$

(vgl. z.B. Walther 1979, S. 79).

Würde nämlich die irreflexive und symmetrische Relation < anstatt der Halbordnung nicht nur für Triaden, sondern auch für Trichotomien angewandt, so käme man auf ein semiotisches System von nur zwei Zeichenrelationen:

(3.1 2.2 1.3)

(3.3 2.2 1.1),

wobei sogar streng genommen nur die letztere in der folgenden Ordnung

(1.1 2.2 3.3)

statthaft wäre. Aber selbst in diesem Fall müsste noch festgelegt wären, wie die vermittelnde Ordnung (VO) zwischen den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen zu sein hat. Theoretisch gibt es folgende Kombinationen

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	=		=		=
TtPZ:	1	<	2	<	3

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		<
TtPZ:	2	<	3	<	?

Wie man sieht, entfällt die letzte VO, da die Peanozahl 4 in der Menge der Peirce-Zahlen nicht definiert ist. Wir bräuchten also entweder

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		=
TtPZ:	2	<	3	<	3

oder

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		>
TtPZ:	2	<	3	<	2

bzw.

TdPZ:	1	<	2	<	3
VO	<		<		>
TtPZ:	2	<	3	<	1

Kurz gesagt, wenn sowohl TdPZ als auch TtPZ die Ordnung < aufweisen, dann muss VO entweder (===), (==<), (=<<), (<<<), (=<=) (<==), (<<=), (<=<), sein. Es ist also so, dass dann, wenn die Ordnung < zwar für TdPZ, nicht jedoch auch für TtPZ gilt, wir eines dritten semiotischen Zahlensystems, der Vemittlungszahlen zwischen TdPZ und TtPZ, bedürfen.

4. Gelten jedoch nebeneinander die beiden arithmetischen Ordnungen

TdPZ: $(<, \mathbb{N})$

TtPZ: $(\leq, \mathbb{N})$,

dann stellen die beiden Peirce-Zahlen folgende Ausschnitte aus $\mathbb{N}$ dar:

TdPZ = 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

TtPZ = 1, 1/2, 2/3, ¾, 4/5, 5/6, ...,

so dass die Peano-Axiome also für TdPZ, nicht aber für TtPZ geltn.

Gilt jedoch stattdessen die transitive Mengeninklusion $\subseteq$, danne ist diese, wie man nun erkennt, mit TtPZ, nicht aber, wie bereits oben bemerkt, wie TdPZ, vereinbar. In diesem Fall aber muss das Zeichen neu definiert werden, und zwar wie folgt:

ZR = (a.b c.d e.f)

mit $a \leq c \leq e$ (TdPZ) und $b \leq d \leq f$ (TtPZ). Das ist aber dasselbe wie

$ZR_{\leq} = ((a \leq b) \leq (c \leq d) \leq (e \leq g))$,

d.h. das Zeichen ist nun eine total geordnete lineare Ordnung, d.h. eine Kette (vgl. z.B. Erné 1982, S. 46) von Peirce-Zahlen, die nun natürlich nicht mehr in triadische einerseits und trichotomische anderseits aufgeteilt werden müssen, sondern wirklich eine Teilmenge der Natürlichen Zahlen sind. Durch $ZR_{\leq}$ werden ferner genau die 10 Zeichenrelationen erzeugt, welche als die Peirceschen Zeichenklassen bekannt sind, und nicht alle $3^3 = 27$ theoretisch möglichen.

Wenn wir $\mathbb{P}$ für Peirce-Zahlen schreiben, dann gilt also

$\mathbb{P} \in \mathbb{N}$.

Im Rahmen von $ZR_{\leq}$ gelten dann natürlich alle für $(\mathbb{N}, \leq)$ geltenden Rechenoperationen (vgl. Landau 1930, Kap. 1, § 3).

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen: In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

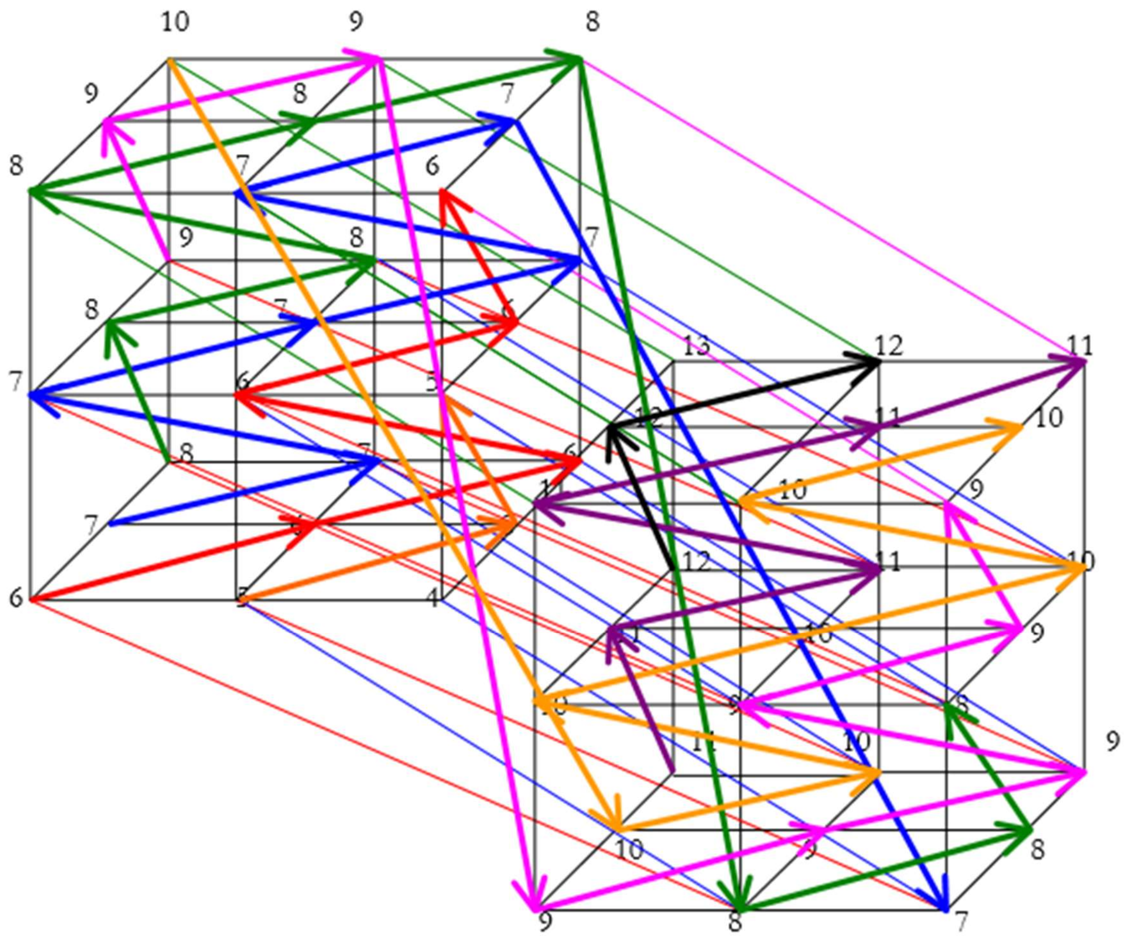
Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Landau, Edmund, Grundlagen der Analysis. Göttingen 1930

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Auf. Stuttgart 1979

Zeichenzahl-Bewegungen im semiotischen Hyperkubus

1. In Toth (2009) wurden die nicht-linearen Bewegungen der Peirce-Zahlen im 3-dimensionalen Zeichenkubus untersucht. In der vorliegenden Arbeit bestimmen wir ihre Strukturen anhand der tetradischen Subzeichen mit gleichem Repräsentationswert im 4-dimensionalen semiotischen Hyperkubus.



2. Ich hatte bereits in früheren Arbeiten, v.a. in Toth (2008a und 2008b), die sog. Peircesche Zahl als flächige Zahl im Sinne einer polykontexturalen Zahl bestimmt. Wie man sieht, weisen die Bewegungen 4-dimensionaler semiotischer Zahlen also in noch ungeahnt stärkerem Masse als die 3-dmensionalen semiotischen Zahlen Eigenschaften auf, die sie nicht nur von der Linearität der Peanoreihe, die verschiedentlich als für die Peirce-Zahlen konstitutiv behauptet worden war (vgl. z.B. Bense 1975, S. 168 ff.), sondern sogar von der Diagonalität der Tritozahlen (vgl. dazu Kronthaler 1986, S. 30 ff.) trennen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Semiotische Srukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer polykontexturalen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Gleichzahlige triadische Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

Peircezahlen und Protozahlen

1. Bildet man Peanozahlen auf Protozahlen ab, so wird zuerst

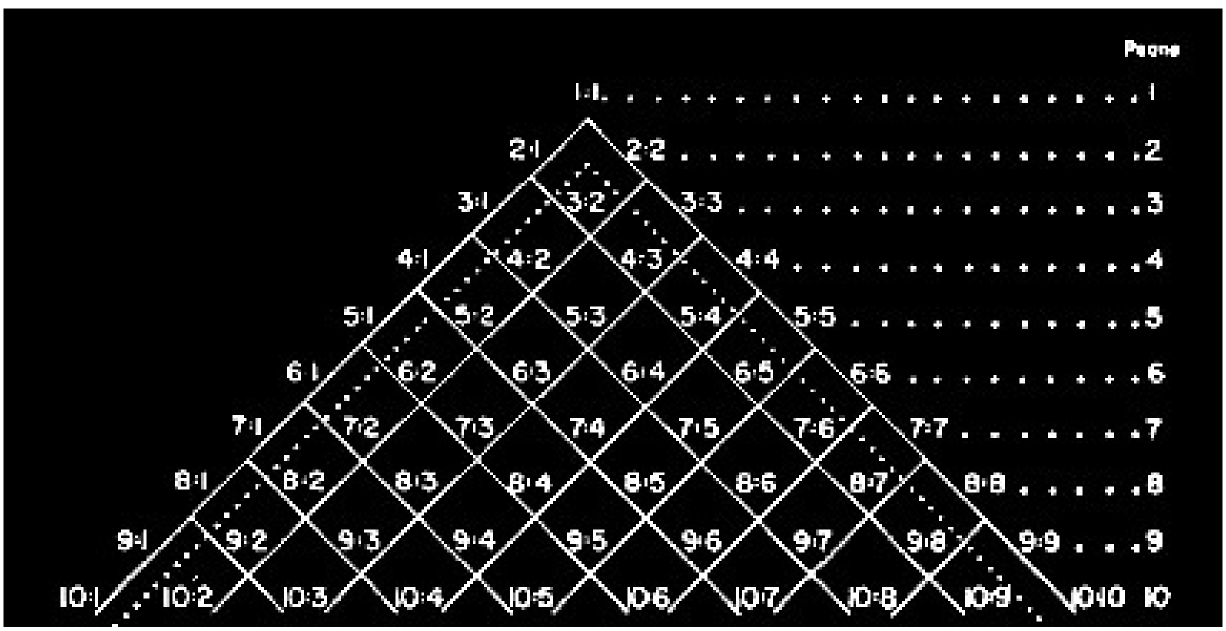
$1 \rightarrow (1:1)$

abgebildet. Für den Nachfolger von n = 1 gilt:

$n \rightarrow \{((n+1):1), n:(1+1)\}$,

d.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Protozahl (1:1) hat also 2 Nachfolger. Für Nachfolger von n > 1 gilt allgemein:

$S(n:n) = \{((n+1):n), ((n+2):n), ..., (n:(n+1)), (n:(n+2)), ..., ((n+m):(n+m))\}$,



d.h. die der Peanozahl 2 entsprechenden Protozahlen (2:1) und (2:2) haben 3 Nachfolger, die der Peanozahl 3 entsprechenden Protozahlen (3:1), (3:2) und (3:3) haben 4 Nachfolger.

2. Bildet man Peanozahlen auf Peircezahlen ab (vgl. Toth 2008, S. 85 ff., 110 ff.), so wird zuerst

$1 \rightarrow (1.1)$

abgebildet. Allerdings bedeutet die Protozahl (1:1), dass die Kenogrammfolge 1 und der Akkretionsgrad 1 ist (vgl. Günther 1979, S. 256 f.), während die Peircezahl (1.1) bedeutet, dass der Peanozahlwert über einen Haupt- und einen Stellenwert distribuiert wird. Für die Nachfolger der Peanozahlen 1, 2, 3, 4 gilt:

S(1) = {((1+1).1), (1.(1+1))}

S(2) = {((1+2).1), (1.(1+2)), ((1+1).(1+1))}

S(3) = {((1+1).(1+1+1)). ((1+1+1).(1+1))}

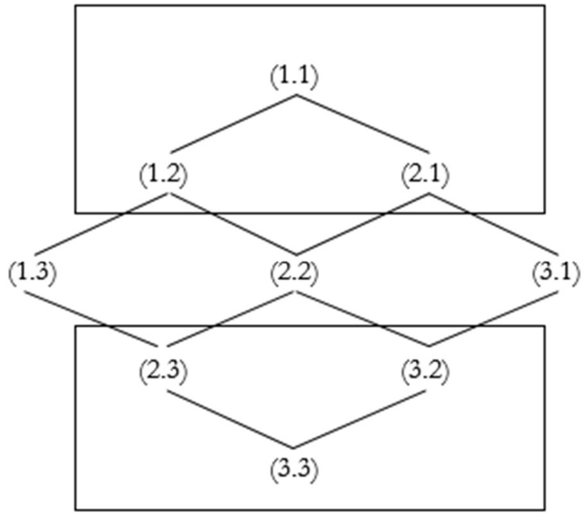
S(4) = {((1+1+1).(1+1+1))}

D.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Peircezahl (1.1) hat also 2 Nachfolger (1.2) und (2.1), die der Peanozahl 2 entsprechenden Peircezahlen (1.2) und (2.1) haben 3 Nachfolger (1.3), (2.2) und (3.1), die der Peanozahl 3 entsprechenden Peircezahlen (1.3), (2.2) und (3.1) haben 2 Nachfolger (2.3) und (3.2), und die der Peanozahl 4 entsprechenden Peircezahlen (2.3) und (3.2) haben einen Nachfolger (3.3).

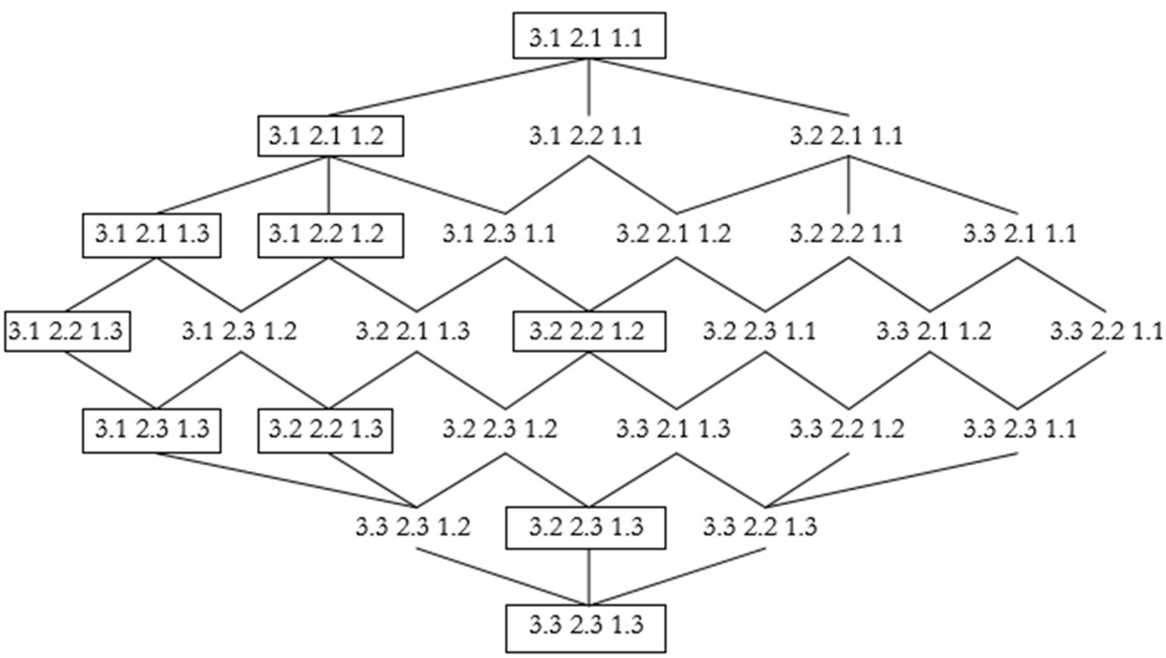
Die Unterschiede zwischen Protozahlen und Peircezahlen sind also:

1. Peircezahlen-Paare der Gestalt (a.b) und (b.a) entsprechen 1 Protozahl, weil ihnen 1 Kenogramm zugrunde liegt. D.h. die semiotische Unterscheidung zwischen (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2) ist auf kenogrammatischer Ebene eliminiert.

2. Nach der der Peanozahl 3 entsprechenden Zahlenebene tritt Regression ein, d.h. die im folgenden Verband eingerahmten Peircezahlen sind Spiegelungen voneinander, wobei die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) als Spiegelachse fungiert:



3. Als weiterer wichtiger Unterschied zwischen Peircezahlen und Protozahlen ergibt sich, dass die Zeichenklassen die zahlentheoretischen Nachfolgeverhältnisse der Peircezahlen nicht teilen. Um dies klar zu machen, gehen wir nicht von den 10 nach dem semiotischen Inklusionsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit ($a \leq b \leq c$) gebauten, sondern von dem vollen System der $3^3 = 27$ Zeichenklassen aus und ordnen sie so, dass auf jeder Zahlenebene Zeichenklassen mit gleichem Repräsentationswert stehen. Dies sind die 7 Zahlenebenen 9-10-11-12-13-14-15:



In dieser Hierarchie von Zeichenklassen-Zahlenebenen sind die “regulären”, d.h. nach dem Inklusionsprinzip konstruierten Zeichenklassen eingerahmt. Wie man erkennt, weist diese Zeichenklassen-Zahlenhierarchie eine interessante symmetrische Wechselstruktur von Nachfolgeranzahlen aus. So hat die dem Rpw = 9 entsprechende 1. Zeichenklassen-Zahl 3 Nachfolger, die dem Rpw = 10 entsprechenden 3 Zeichenklassen-Zahlen haben die Nachfolger-Anzahlen 3 : 2 : 3, dann folgt die nächste Zahlenebene, wo jede Zeichenklasse genau 2 Nachfolger hat. Wie bei den Peirce-Zahlen, tritt auch hier Regression ein, nämlich auf der 4, dem Rpw = 12 entsprechenden Zahlenebene (wo sich u.a. die eigenreale Zeichenklasse befindet), so dass die Struktur der oberen Hälfte der Zahlenhierarchie im unteren Teil gespiegelt erscheint.

Trotz dieser Abweichungen zwischen Protozahlen und Peircezahlen muss allerdings festgestellt werden, dass die Peircezahlen und die Zeichenklassen-Zahlen genauso verschieden sind von den Peanozahlen wie die Protozahlen. Eine semiotische Zahlentheorie ist daher trotz gewisser Vorarbeiten (Toth 2008, S. 151 ff., S. 155 ff., S. 295 ff.) ein dringendes Desiderat.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Zu einer semiotischen Zahlentheorie I

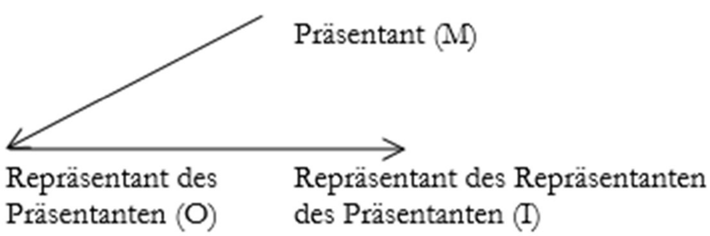
1. Wie die Mathematik, so kann auch die Semiotik auf der Basis von Zahlen, Mengen oder Kategorien eingeführt werden. Wir geben im folgenden die Peano-Axiome, wobei **N** für die Menge der natürlichen Zahlen, N für die Nachfolgefunktion stehe und 0 ein Element (die Null) ist (Oberschelp 1976, S. 14):

P1: $0 \in \mathbf{N}$.
P2: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \in \mathbf{N}$.
P3: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \neq 0$.
P4: $x, y \in \mathbf{N} \wedge x \neq y \Rightarrow N(x) \neq N(y)$.
P5: $0 \in A \wedge \forall x\, (x \in \mathbf{N} \wedge x \in A \Rightarrow N(x) \in A) \Rightarrow \forall x\, (x \in \mathbf{N} \Rightarrow x \in A)$.

In umgangssprachlicher Formulierung:

P1: Null ist eine natürliche Zahl.
P2: Der Nachfolger jeder natürlichen Zahl ist eine natürliche Zahl.
P3: Null ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl.
P4: Zwei voneinander verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.
P5: Wenn eine Menge die Zahl Null enthält und mit jeder natürlichen Zahl auch deren Nachfolger, so enthält sie jede natürliche Zahl.

Bense hatte nun festgestellt, dass mit der Nachfolgefunktion N die semiotische Generierung korrespondiert: "Wir gehen dabei davon aus, dass die triadische Zeichenrelation Z = R (M, O, I), wie wir entwickelten, als generatives Repräsentationsschema steigender Semiotizität betrachtet werden kann. In der universalkategorischen Konzeption stellt es sich mit Peirce bekanntlich als generierende Relation des Überganges von der 'Erstheit' zur 'Zweitheit' zur 'Drittheit' dar und damit im Sinne eines durch drei Ordinalzahlen festgelegten Repräsentationsschemas als eine generalisierte Nachfolgerelation (bzw. Nachfolgefunktion) [...]. Als Graphenschema kann man für diesen Zeichenprozess folgendes angeben" (Bense 1975, S. 170 f.):



Damit formuliert Bense 4 semiotische Peano-Axiome (SP) unter Auslassung von P5 (denn die Peircesche Zeichenrelation hat ja nur drei Glieder) wie folgt (1975, S. 171):

SP1: Der Präsentant ist ein Repräsentant.

SP2: Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.
SP3: Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten.
SP4: Es gibt keine zwei [Re-]Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.

In seinem Kapitel "Über die Axioms of Number von Ch. S. Peirce" ist Bense später (1983, S. 192 ff.) noch einmal auf die Peano-Axiome zurückgekommen, welche Peirce bereits 1881, also fast zwanzig Jahre vor Peano, formuliert hatte, und zwar in der folgenden umgangssprachlichen Gestalt:

AN1: 1 ist eine natürliche Zahl.
AN2: Jede natürliche Zahl besitzt eine eindeutig bestimmte natürliche Zahl als "Nachfolger".
AN3: 1 ist nicht der Nachfolger einer natürlichen Zahl.
AN4: Verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.
AN5: Eine Eigenschaft, die der 1 zukommt und mit jeder natürlichen Zahl auch ihrem Nachfolger, kommt allen natürlichen Zahlen zu.

Bense vermutet, dass "es Peirce in seinem System der 'Axioms of Number' um den indirekten (d.h. im System nicht zugestandenen) Versuch einer Anwendung der triadischen Zeichenkonzeption" ging, d.h. also, dass bereits Peirce die Einführung der natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion mit der erst später von Bense explizit eingeführten Operation der Generierung ("⇒") von Zeichen parallelisierte und daher selbst schon die Grundlagen für eine zahlentheoretische Semiotik gelegt hatte.

2. Die Verhältnisse zwischen Zahl und Zeichen sind jedoch viel verwickelter, denn die Primzeichen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (.1., .2., .3.) müssen ja kartesisch zu Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) multipliziert werden, damit Zeichenklassen und Realitätsthematiken gebildet werden können, die erst semiotische Analoga zu Zahlen darstellen: Bense selbst hatte zur semiotische Repräsentation der "Zahl an sich" die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) bestimmt (Bense 1992, S. 16).

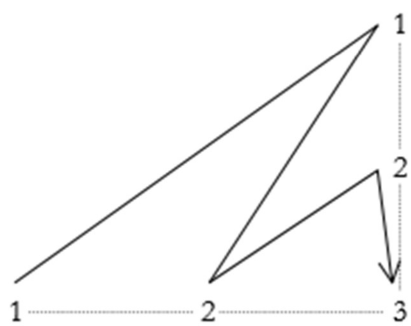
Damit erhalten wir folgende nicht-lineare Zeichen-Zahlen-Folge:

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dl] & 1.3 \arrow[d] \arrow[dl] \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dl] \arrow[dr] & 2.3 \arrow[d] \arrow[dl] \\
3.1 \arrow[r] & 3.2 \arrow[r] & 3.3
\end{tikzcd}$$

In den Spalten, welche den triadischen Semiosen entsprechen, stehen also die rein iterativen und in den Zeilen, welche den trichotomischen Semiosen entsprechen, die rein akkretiven Zeichen-Zahlen.

Jeder rein iterativen Zeichen-Zahl entsprechen also 3 iterativ-akkretive Zeichen-Zahlen, wobei die Hauptdiagonale, d.h. die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), solche Zeichen-Zahlen enthält, deren akkretive und iterative Werte identisch sind, und die Nebendiagonale, d.h. die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), solche Zeichen-Zahlen, deren Glieder zueinander gruppentheoretisch invers sind, wobei als semiotisches Einselement die Zweitheit (.2.) fungiert (vgl. Toth 2007, S. 36 ff.).

Nun stellt die Semiotik ein "Tripel-Universum" dar, bestehend aus den drei Universen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (Bense 1986, S. 17 ff.), weshalb man die drei Universen auch als semiotische Kontexturen einführen und im obigen Diagramm die horizontalen Pfeile als Repräsentanten der intra-kontexturalen und die vertikalen sowie diagonalen Pfeile als Repräsentanten der inter-kontexturalen semiotischen Übergänge (Transitionen und Transgressionen) auffassen kann. Die 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix lassen sich demnach als Ausschnitt der von Günther stammenden und von Kronthaler (1986, S. 31) reproduzierten zweidimensionalen Darstellung polykontexturaler Zahlen darstellen:

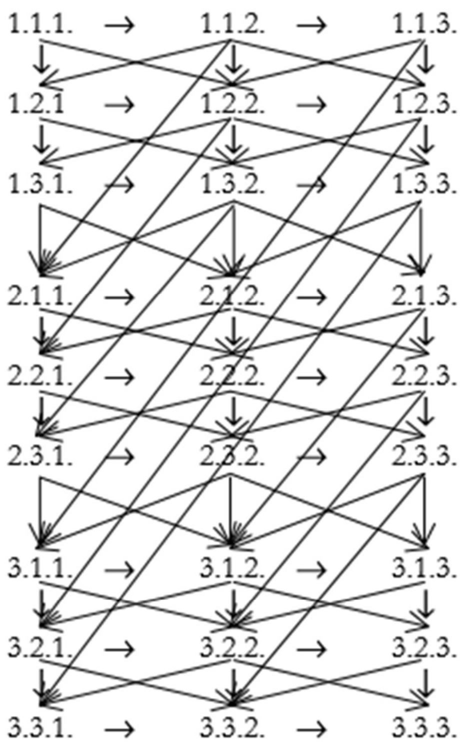


Die Zeichen-Zahlen sind demnach wie die polykontexturalen Zahlen zweidimensionale (flächige) Zahlen und erlauben wie jene Rossers "sideward move", durch welchen der den Peano-Zahlen entsprechenden Primzahlen eine Feinstruktur verliehen wird, die mit Hilfe topologischer Faserung entsprechend den polykontxturalen Zahlen beschrieben werden kann (vgl. Kronthaler 1986, S. 77 ff.).

3. Geht man statt von der kleinen von der grossen semiotischen Matrix aus und setzt man Zeichenklassen durch jeweils 3 Subzeichen pro triadischen Bezug zusammen (vgl. Steffen 1982), so erhält man dreidimensionale (räumliche) Zeichen-Zahlen wie etwa in dem folgenden Beispiel, in dem die triadisch-trichotomischen Hauptwerte unterstrichen sind:

$$((\underline{3.2}\ 3.3\ 3.1)\ (\underline{2.2}\ 2.3\ 2.1)\ (\underline{1.2}\ 1.3\ 1.1)) \times ((\underline{2.1}\ 3.1\ 1.1)\ (\underline{2.2}\ 3.2\ 1.2)\ (\underline{2.3}\ 3.3\ 1.3))$$

Eine weitere interessante und weiter zu verfolgende Möglichkeit, statt mit Kombinationen von dyadischen Subzeichen mit Kombinationen von monadischen Primzeichen dreidimensionale Zeichenzahlen zu konstruieren, findet man in Stiebing (1978, S. 77). Notiert man Stiebings System gemäss den Prinzipien unseres obigen Diagramms, erhält man:



Damit stellt sich weiter auch das Problem des Verhältnisses von Zeichen-Zahlen zu Peano-Zahlen einerseits und zu Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen andererseits sowie die daraus hervorgehende Frage, in welchem Verhältnis die Subzeichen als akkretiv-iterative Zahlen, die ja nicht ohne qualitativen Verlust auf die Peano-Folge abbildbar sind, zu den Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen stehen (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Oberschelp, Arnold, Aufbau des Zahlensystems. 3. Aufl. Göttingen 1976

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der Grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982, S. 55-70

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorie auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Zu einer semiotischen Zahlentheorie II

Nach Bense (1975, S. 170 f.) entspricht die semiotische Operation der Generation der mathematischen Nachfolgeroperation, und die Einführung des Zeichens als triadischer Relation über Erstheit (.1.), Zweitheit (.2.) und Drittheit (.3.) entspricht der Einführung der Peano-Zahl mittels vollständiger Induktion (vgl. Toth 2007, S. 12 f., Toth 2008).

Da eine triadische Zeichenrelation aus den 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix zusamemngesetzt ist, die durch kartesische Multiplikation der drei Primzeichen gewonnen werden (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), kann, ausgehend von der iterierten Erstheit der Autosemiose (1.1), jedes andere Subzeichen durch Addition des Repräsentationswertes 1 in maximal 4 Schritten erreicht werden, wobei die Addition entweder im triadischen Haupt- oder im trichotomischen Stellenwert erfolgen kann. Erfolgt die Addition im triadischen Hauptwert, bekommen wir einen Zuwachs am Iterationsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um interkontexturelle Übergänge (im folgenden durch den “Slash” markiert). Erfolgt die Addition im trichotomischen Stellenwert, erhalten wir einen Zuwachs am Akkretionsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um einen intrakontexturelle Übergänge:

(1.1)	+ 1 = (1.2) / (2.1) + 2 = (1.3) / (3.1) / (2.2) + 3 = (2.3) / (3.2) + 4 = (3.3) / —	(2.1)	+ 1 = (2.2) / (3.1) + 2 = (2.3) / (3.2) + 3 = (3.3) / —
(1.2)	+ 1 = (1.3) / (2.2) + 2 = (2.3) / — + 3 = (3.3) / —	(2.2)	+ 1 = (2.3) / (3.2) + 2 = (3.3) / —
(1.3)	+ 1 = (2.3) / (3.3)	(2.3)	+ 1 = (3.3) / —
(3.1)	+ 1 = (3.2) / — + 2 = (3.3) / —	(3.3)	keine Addition möglich
(3.2)	+ 1 = (3.3) / —		

Im folgenden Diagramm bezeichnet jeder Pfeil die Addition +1, d.h. semiotisch innerhalb der Trichotomien (von links nach rechts) die semiotische Generation und innerhalb der Triaden (von oben nach unten) die analoge Zuordnung (vgl. Toth 1993, S. 135 ff.):

$$\begin{tikzcd}
(1.1) \arrow[r] \arrow[d] & (1.2) \arrow[r] \arrow[d] & (1.3) \arrow[d] \\
(2.1) \arrow[r] \arrow[d] & (2.2) \arrow[r] \arrow[d] & (2.3) \arrow[d] \\
(3.1) \arrow[r] & (3.2) \arrow[r] & (3.3)
\end{tikzcd}$$

Im folgenden werden die Subzeichen nach den 4 möglichen Additionen geordnet, wobei in jedem Subzeichenpaar das zweite Subzeichen das Resultat der Addition darstellt. Semiotische Kontextur-Überschreitung wird fett markiert:

+1 (1.1, 1.2), (**1.1, 2.1**), (1.2, 1.3), (**1.2, 2.2**), (**1.3, 2.3**), (2.1, 2.2), (**2.1, 3.1**), (2.2, 2.3), (**2.2, 3.2**), (**2.3, 3.3**), (3.1, 3.2), (3.2, 3.3)

+2 (1.1, 1.3), (**1.1, 3.1**), (**1.1, 2.2**), (**1.2, 2.3**), (**1.2, 3.2**), (**1.3, 3.3**), (2.1, 2.3), (**2.1, 3.2**), (**2.2, 3.3**), (3.1, 3.3)

+3 (**1.1, 2.3**), (**1.1, 3.2**), (**1.2, 3.3**), (**2.1, 3.3**)

+4 (**1.1, 3.3**)

Das Voranschreiten auf beiden Diagonalen geschieht also durch Addition des Repräsentationswertes 2 (1.1 2.2 3.3; 3.1 2.2 1.3), wobei die Addition bei der Hauptdiagonalen [+2], bei der Nebendiagonalen aber [+1, -1] beträgt, d.h. es handelt sich um ein "Fortschreiten ohne Bewegung", das typisch zu sein scheint für "polykontexturale" Trans-Klassen wie (3.-1 -2.1 1.3, -3.1 2.-1 1.3, 3.1 –2.-1 –1.-1, etc.), d.h. die Addition +2 bei der die eigenreale Zeichenklasse repräsentierenden semiotischen Nebendiagonalen (vgl. Bense 1992) bedeutet, dass jeder interkontexturellen Überschreitung eine intrakontexturelle entspricht, und umgekehrt.

Für die 10 semiotischen Zeichenklassen einschliesslich der die semiotische Hauptdiagonale repräsentierenden Genuinen Kategorienklasse gilt also der folgende Algorithmus:

$$
\begin{array}{ll}
(a.b) + 1 = & \left\{ \begin{array}{l}
(a+1.b), \text{ falls } a < 3 \\
(a.b+1), \text{ falls } b < 3 \\
\\
(a+2.b), \text{ falls } a = 1 \\
(a.b+2), \text{ falls } b = 1 \\
\\
(a+1.b+2), \text{ falls } a < 3 \text{ und } b = 1 \\
(a+2.b+1), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b < 3 \\
\\
(a+2.b+2), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b = 1
\end{array} \right. \\
(a.b) + 2 = & \\
(a.b) + 3 = & \\
(a.b) + 4 = &
\end{array}
$$

Schauen wir uns nun die Subzeichen mit gleichem Repräsentationswert an:

2	(1.1)
3	(1.2), (2.1)
4	(1.3), (2.2), (3.1)
5	(2.3), (3.2)
6	(3.3)

Würde man hier mit Kenogrammen operieren, würde das Schema folgendermassen zu 3 unterscheidbaren Keno-Zeichen und ihren Kombinationen zusammenschrumpfen:

(□□)
(□■), (■□) = (□■)
(□◊), (■■), (◊□) = (□◊), (■■)
(■◊), (◊■) = (■◊)
(◊◊)

welche genau den 5 ersten Proto-Zahlen (der 3 ersten Kontexturen) entspricht, vgl. Kronthaler (1986, S. 29):

1 (1:1)
2 (2:1), (2:2)
3 (3:1), (3:2), (3:3),

welche sich via Normalform-Operation auf die folgenden 3 Strukturschemata reduzieren lassen (Kronthaler 1986, S. 34):

000
001
3 012,

die sich ebenfalls mit den 3 Strukturschemata der Kontextur T_3 der Deutero-Zahlen decken (Kronthaler 1986, S. 34), jedoch ein Fragment (eine Teilmenge) der Trito-Zahlen der Kontextur T_3 darstellen:

000
001
010
011
3 012

Wir wollen die Zeichen-Zahlen nun als "Peirce-Zahlen" bezeichnen und sie in folgender "Potenz"-Schreibweise notieren, in der die Basis den trichotomischen Stellenwert eines Subzeichens und der Exponent dessen Frequenz angibt. Dazu ein Beispiel: Wir gehen aus von der Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.3)

und erhalten durch Dualisierung dessen Realitätsthematik:

(3.1 1.2 1.3),

deren strukturelle (entitätische) Realität die eines Mittel-thematisierten Interpretanten ist, denn in:

(3.1) (<u>1.2 1.3</u>)

thematisieren die beiden unterstrichenen Mittelbezüge den Interpretantenbezug. Da nun der Interpretantenbezug 1 mal aufscheint und die Mittelbezüge 2 mal, erhalten wir folgende eineindeutige Abbildung der kategorialen auf die "Potenz"-Schreibweise:

$(3.1\ \underline{1.2\ 1.3}) \Leftrightarrow (3112)$

Die Basen geben somit den Akkretionsgrad und die Exponenten den Iterationsgrad der Subzeichen einer Realitätsthematik an, d.h. Peirce-Zahlen sind keine monokontexturalen Peano-Zahlen, denn diese sind durch reine Iterativität definiert. Da nun Peirce-Zahlen auch nicht der Linearität der Peano-Zahlen folgen, sondern flächige Zahlen mit Intra- und Inter-Kontexturwechsel darstellen (vgl. Toth 2008), müssen die Proto- und Deutero-Zahlen der Kontextur T_3 als morphogrammatische Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3 aufgefasst werden. Obwohl es nun innerhalb der Kontextur T_3 mehr unterscheidbare Peirce-Zahlen als Trito-Zahlen gibt, nämlich 9 und nicht nur 5, sind jedoch die Trito-Zahlen der Kontextur T_3 keine morphogrammatischen Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3, denn die Trito-Werte (000, 001, 010, 011, 012) können nur teilweise auf die Peirce-Werte (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) abgebildet werden. Für die Peirce-Zahlen ergibt sich somit die eigentümliche Folgerung, dass sie einerseits starke polykontexturale Eigenschaften haben, dass sie dabei aber nicht als Trito-Zahlen aufgefasst werden können, sondern in einem noch näher zu bestimmenden qualitativ-mathematischen Raum zwischen Deutero- und Trito-Zahlen im Feld zwischen "Zahl und Begriff" (Günther 1991, S. 431) und das heisst im Raum zwischen Sein und Nichts angesiedelt sind, welche demzufolge nicht durch eine scharfe Grenze voneinander getrennt sind, sondern durch einen Streifen von qualitativ-quantitativem mathematischem "Niemandsland".

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Formalsemiotische Notationen. In: ders., Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993, S. 135-175

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008 (= Kap. 19)

Zu einer semiotischen Zahlentheorie III

1. Zeichnet man das klassische semiotische System der 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken in ein Kartesisches Koordinatensystem ein, so erhält man 40 Zeichenklassen und Realitätsthematiken, nämlich solche der allgemeinen Form

(±3.±a ±2.±b ±1.±c) × (±c.±1 ±b.±2 ±a.±3)

Permutiert man die Subzeichen pro Zeichenklasse gemäss den innerhalb der theoretischen Semiotik definierten Ordnungstypen

(3. → 2. → 1.), (3. → 1. → 2.); (2. → 3. → 1.), (2. → 1. → 3.); (1. → 3. → 2.), (1. → 2. → 3.),

so erhält man diesen Ordnungstypen entsprechen pro Zeichenklasse und Realitätsthematik je 6 Transpositionen der folgenden allgemeinen Form:

(±3.±a ±2.±b ±1.±c) × (±c.±1 ±b.±2 ±a.±3)

(±3.±a ±1.±c ±2.±b) × (±b.±2 ±c.±1 ±a.±3)

(±2.±b ±3.±a ±1.±c) × (±c.±1 ±a.±3 ±b.±2)

(±2.±b ±1.±c ±3.±a) × (±a.±3 ±c.±1 ±b.±2)

(±1.±c ±3.±a ±2.±b) × (±b.±2 ±a.±3 ±c.±1)

(±1.±c ±2.±b ±3.±a) × (±a ±3 ±b.±2 ±c.±1)

Durch Abbildung auf die Gausssche Zahlenebene und kombinatorische Permutation erhält man also pro semiotisches Repräsentationssystem 24 und statt der 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken 240 semiotische Repräsentations-systeme, welche erst den ganzen semiotischen Strukturreichtum ausschöpfen, der im Modell des triadisch-trichotomischen Zeichens steckt. Nimmt man noch die Genuine Kategorienklasse dazu (vgl. Bense 1992, S. 36 f.), die zwar trichotomisch irregulär (weil nicht nach dem semiotischen Inklusionsprinzip) gebaut ist, aber "natürlich" als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix aufscheint, dann erhält man also ein operatives semiotisches System aus 264 Repräsentationssystemen, d.h. 264 Zeichenklassen und 264 ihnen dual koordinierte Realitätsthematiken, insgesamt also 528 Repräsentationsschemata.

2. Rechnet man also die Genuine Kategorienklasse zu den grundlegenden semiotischen Repräsentationsschemata, so erhält man 11 Zeichenklassen, von denen sich die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3) und die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3) auch im Hinblick auf ihre Abbildung auf die Gauss-Ebene und Permutation ihrer dyadischen Bestandteile unterscheiden. Ich zeige hier zunächst das diesbezügliche Verhalten der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):

(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)

(-3.1 -2.1 -1.3) × (3.-1 1.-2 1.-3)

(3.-1 2.-1 1.-3) × (-3.1 -1.2 -1.3)

(-3.-1 -2.-1 -1.-3) × (-3.-1 -1.-2 -1.-3)

(3.1 1.3 2.1) × (1.2 3.1 1.3)

(-3.1 -1.3 -2.1) × (1.-2 3.-1 1.-3)

(3.-1 1.-3 2.-1) × (-1.2 -3.1 -1.3)

(-3.-1 -1.-3 -2.-1) × (-1.-2 -3.-1 -1.-3)

(2.1 3.1 1.3) × (3.1 1.3 1.2)

(-2.1 -3.1 -1.3) × (3.-1 1.-3 1.-2)

(2.-1 3.-1 1.-3) × (-3.1 -1.3 -1.2)

(-2.-1 -3.-1 -1.-3) × (-3.-1 -1.-3 -1.-2)

(2.1 1.3 3.1) × (1.3 3.1 1.2)

(-2.1 -1.3 -3.1) × (1.-3 3.-1 1.-2)

(2.-1 1.-3 3.-1) × (-1.3 -3.1 -1.2)

(-2.-1 -1.-3 -3.-1) × (-1.-3 -3.-1 -1.-2)

(1.3 3.1 2.1) × (1.2 1.3 3.1)

(-1.3 -3.1 -2.1) × (1.-2 1.-3 3.-1)

(1.-3 3.-1 2.-1) × (-1.2 -1.3 -3.1)

(-1.-3 -3.-1 -2.-1) × (-1.-2 -1.-3 -3.-1)

(1.3 2.1 3.1) × (1.3 1.2 3.1)

(-1.3 -2.1 -3.1) × (1.-3 1.-2 3.-1)

(1.-3 2.-1 3.-1) × (-1.3 -1.2 -3.1)

(-1.-3 -2.-1 -3.-1) × (-1.-3 -1.-2 -3.-1)

Wie man leicht erkennt, weisen also die Abbildungen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) auf die Gauss-Ebene und die Permutationen im ganzen 24er-System, das dergestalt dieser Zeichenklasse als semiotischer Strukturraum zugeordnet wird, keine zwei gleichen Strukturen auf. Diese Erkenntnis gilt, wie man leicht nachprüft, für alle Zeichenklassen ausser der eigenrealen und der Genuinen Kategorienklasse. Diese zwei letzteren sollen hier deshalb gesondert untersucht werden.

3. Interne semiotische Repräsentationsstruktur der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3):

a(3.1 2.2 1.3) × a(3.1 2.2 1.3)

b(-3.1 -2.2 -1.3) × c(3.-1 2.-2 1.-3)

c(3.-1 2.-2 1.-3) × b(-3.1 -2.2 -1.3)

d(-3.-1 -2.-2 -1.-3) × d(-3.-1 -2.-2 -1.--)

a(3.1 1.3 2.2) × b(2.2 3.1 1.3)

c(-3.1 -1.3 -2.2) × d(2.-2 3.-1 1.-3)

e(3.-1 1.-3 2.-2) × f(-2.2 -3.1 -1.3)

g(-3.-1 -1.-3 -2.-2) × h(-2.-2 -3.-1 -1.-3)

b(2.2 3.1 1.3) × a(3.1 1.3 2.2)

f(-2.2 -3.1 -1.3) × e(3.-1 1.-3 2.-2)

d(2.-2 3.-1 1.-3) × c(-3.1 -1.3 -2.2)

h(-2.-2 -3.-1 -1.-3) × g(-3.-1 -1.-3 -2.-2)

a(2.2 1.3 3.1) × b(1.3 3.1 2.2)

c(-2.2 -1.3 -3.1) × d(1.-3 3.-1 2.-2)

e(2.-2 1.-3 3.-1) × f(-1.3 -3.1 -2.2)

g(-2.-2 -1.-3 -3.-1) × h(-1.-3 -3.-1 -2.-2) b(1.3 3.1 2.2) × a(2.2 1.3 3.1)

f(-1.3 -3.1 -2.2) × e(2.-2 1.-3 3.-1)

d(1.-3 3.-1 2.-2) × c(-2.2 -1.3 -3.1)

h(-1.-3 -3.-1 -2.-2) × g(-2.-2 -1.-3 -3.-1)

a(1.3 2.2 3.1) × a(1.3 2.2 3.1)

b(-1.3 -2.2 -3.1) × c(1.-3 2.-2 3.-1)

c(1.-3 2.-2 3.-1) × b(-1.3 -2.2 -3.1)

d(-1.-3 -2.-2 -3.-1) × d(-1.-3 -2.-2 -3.-1)

Bei der eigenrealen Zeichenklasse muss also die interne semiotische Struktur der 6 Blöcke gesondert untersucht werden, denn der 1. und der 6. Block verhalten sich grundlegend anders als der 2.-5. Block. Da wir oben gleiche semiotische Strukturen durch gleiche kleine Buchstaben markiert haben, finden wir folgende interne semiotische Struktur des eigenrealen Repräsentationssystems:

Schema für 1. und 6. Block: **Schema für 2.-5. Block:**

4. Man bemerkt, dass die Verteilungen (c-d / d-c) und (e-f / f-e) sich überkreuzen. Wir haben hier also einen repräsentationsinternen semiotischen Chiasmus vor uns. Da chiastische Strukturen mit einer monokontexturalen Logik unverträglich sind, möchte ich hier provisorisch und auf weitere Arbeiten vorausschauend einige rudimentäre logische Gesetze formulieren, die im eigenrealen semiotischen Repräsentationssystem zu gelten scheinen. Ich erinnere dabei daran, dass die

eigenreale Zeichenklasse von Jorge Bogarin (1986) ausdrücklich als rekursive, d.h. selbstbezügliche bestimmt wurde und dass Georg Galland in seiner Dissertation (1978) ausdrücklich den Widerspruch als “negative Selbstbezüglichkeit” bestimmt hatte. Nun können wir natürlich die rein mathematisch durch Abbildung auf die Gaussebene gewonnenen Zeichenklassen mit negativen Subzeichen als logische Negationen deuten, zumal in Toth (2007, S. 143-213) gezeigt worden war, dass sich die gesamte Logik mit Hilfe der mathematischen Semiotik formulieren lässt.

Zuerst definieren wir innerhalb der allgemeinen Struktur einer Zeichenklasse (±3.±a ±2.±b±1.c) die Form (3.a 2.b 1.c) als Position, die Folge (-3.a –2.b –1.c) als 1. Negation, die Folge (3.-a 2.-b 1.-c) als 2. Negation und die Folge (-3.-a –2.-b –1.-c) als 3. Negation:

N1(a.b c.d e.f) = (-a.b –c.d –ef.)

N2(a.b c.d e.f) = (a.-b c.-d e.-f)

N3(a.b c.d e.f) = (-a.-b –c.-d –e.-f)

Dabei kann jede Negation als Kombination der beiden jeweils anderen Negationen ausgedrückt werden:

N1 = N2N3 = N3N2

N2 = N1N3 = N3N1

N3 = N1N2 = N2N1,

d.h. aber gleiche Negationen löschen einander aus:

N1N1 = N2N2 = N3N3 = 1

Deshalb gilt weiter:

N2N1N2 = N1

N1N2N1 = N2

N1N1N3 = N3

N2N2N3 = N3, usw.

Nun entdecken wir jedoch eine in der klassischen Logik nicht vorhandene Besonderheit, nämlich die chiastische Überkreuzung von semiotischer Negation und semiotischer Dualisation, insofern, wie anhand des oben gegebenen Strukturschema klar geworden ist, beispielsweise die Realitätsthematik von (-3.1 –2.2 –1.3) der Zeichenklasse von (3.-1 2.-2 1.-3) und umgekehrt entspricht. Somit erhalten wir:

N1 = DN2

DDN1 = N1

DDN2 = N2

N2 = DN1

Neben der internen chiastischen semiotischen Repräsentatiossstruktur der Eigenrealität finden wir also einen semiotischen Chiasmus komplexer Zeichenklassen und Realitätsthematiken, der nicht nur auf die eigenreale Zeichenklasse beschränkt ist. Man könnte diesen Sachverhalt auch wie folgt ausdrücken: Permutierte komplexe Zeichenklassen haben Realitätsthematiken, die nicht von ihnen selbst, sondern von einer anderen Permutation derselben Zeichenklasse gebildet werden. Ferner ist rein qualitativ betrachtet die 3. Negation nicht überflüssig, auch wenn sie quantitativ durch die beiden anderen Negationen ausgedrückt werden kann. Hier liegt also wieder ein Hinweis auf die schon oft festgestellte Zwischenstellung der Semiotik zwischen Mono- und Polykontexturalität vor, denn 3 Negationen erfordern normalerweise eine 4-wertige, also eine tetradische und nicht nur eine triadische Semiotik (vgl. Toth 2007, S. 214 ff.).

Es ist klar, dass die hier skizzierten Anfänge einer semiotischen Negationstheorie auf eine "nicht-klassische Logik für logische Falschheit" abzielen, wie der Titel von Wolfgang Bergers Dissertation lautet (Berger 1977), denn eine Widerlegung ist für Berger (der hierin Kant folgt) ein "negativer Beweis", und er entwickelt auf dieser Basis ein paralleles syntaktisches und semantisches logisches Strukturschema von

“Ableitung – Beweis” und “Widerlegung – Verwerfung” unter Benützung der entsprechenden Kalküle von Lukasiewicz (1951), Gentzen (1934) und Charles Morgan (1973).

5. Interne semiotische Repräsentationsstruktur der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1):

a(3.3 2.2 1.1)	×	b(1.1 2.2 3.3)
c(-3.3 -2.2 -1.1)	×	d(1.-1 2.-2 3.-3)
e(3.-3 2.-2 1.-1)	×	f(-1.1 -2.2 -3.3)
g(-3.-3 -2.-2 -1.-1)	×	h(-1.-1 -2.-2 -3.-3)

i(3.3 1.1 2.2)	×	j(2.2 1.1 3.3)
k(-3.3 -1.1 -2.2)	×	l(2.-2 1.-1 3.-3)
m(3.-3 1.-1 2.-2)	×	n(-2.2 -1.1 -3.3)
o(-3.-3 -1.-1 -2.-2)	×	p(-2.-2 -1.-1 -3.-3)

q(2.2 3.3 1.1)	×	r(1.1 3.3 2.2)
s(-2.2 -3.3 -1.1)	×	t(1.-1 3.-3 2.-2)
u(2.-2 3.-3 1.-1)	×	v(-1.1 -3.3 -2.2)
w(-2.-2 -3.-3 -1.-1)	×	x(-1.-1 -3.-3 -2.-2)

j(2.2 1.1 3.3)	×	i(3.3 1.1 2.2)
n(-2.2 -1.1 -3.3)	×	m(3.-3 1.-1 2.-2)

l(2.-2 1.-1 3.-3) × k(-3.3 -1.1 -2.2)

p(-2.-2 -1.-1 -3.-3) × o(-3.-3 -1.-1 -2.-2)

r(1.1 3.3 2.2) × q(2.2 3.3 1.1)

v(-1.1 -3.3 -2.2) × u(2.-2 3.-3 1.-1)

t(1.-1 3.-3 2.-2) × s(-2.2 -3.3 -1.1)

x(-1.-1 -3.-3 -2.-2) × w(-2.-2 -3.-3 -1.-1)

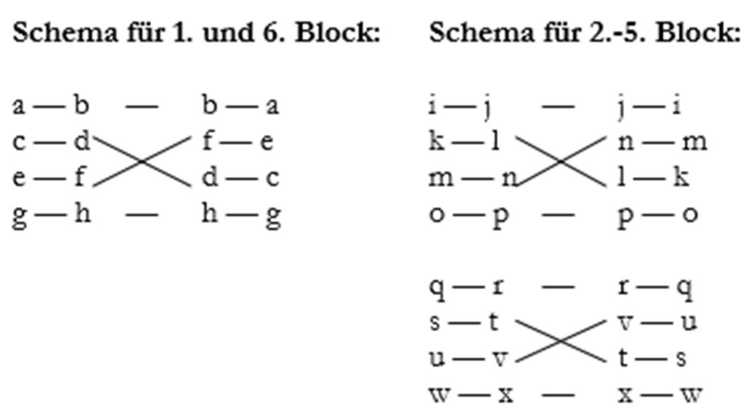
b(1.1 2.2 3.3) × a(3.3 2.2 1.1)

f(-1.1 -2.2 -3.3) × e(3.-3 2.-2 1.-1)

d(1.-1 2.-2 3.-3) × c(-3.3 -2.2 -1.1)

h(-1.-1 -2.-2 -3.-3) × g(-3.-3 -2.-2 -1.-1)

Auch der interne semiotische Repräsentationsraum der Genuinen Kategorienklasse weist Chiasmen auf, und zwar müssen hier wiederum die Blöcke 1. und 6. gesondert von den Blöcken 2.-5. dargestellt werden:



Die interne Struktur der Blöcke 2.-5. hat also wiederum selbst eine interne Struktur, und diese ist isomorph derjenigen des 1. und 6. Blockes, so dass also alle 3 unterscheidbaren Blöcke je einen semiotischen Chiasmus aufweisen. Die interne semiotische Repräsentationsstruktur der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) ist damit also fundamental verschieden von derjenigen der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), vgl. Bense (1992, S. 14 ff.).

6. Abschliessend wollen wir uns den Matrizen der 4 Darstellungmöglichkeiten komplexer Subzeichen zuwenden. Wir erhalten ja für die allgemeine Primzeichen-Relation PZ = (±.1., ±.2., ±.3.) nun statt einer vier semiotische Matrixen, von denen nur die erste mit der "klassischen" kleinen semiotischen Matrix übereinstimmt:

1.1	1.2	1.3		-1.1	-1.2	-1.3	1.-1	1.-2	1.-3	-1.-1	-1.-2	-1.-3
2.1	2.2	2.3		-2.1	-2.2	-2.3	2.-1	2.-2	2.-3	-2.-1	-2.-2	-2.-3
3.1	3.2	3.3		-3.1	-3.2	-3.3	3.-1	3.-2	3.-3	-3.-1	-3.-2	-3.-3

Wenn wir statt der dyadischen Subzeichen deren Repräsentationswerte, d.h. die Summen der numerischen kategorialen Haupt- und Stellenwerte nehmen, können wir die obigen 4 Matrizen auch wie folgt darstellen:

2	3	**4**	**0**	1	2	**0**	-1	-2	-2	-3	**-4**
3	**4**	5	-1	**0**	1	1	**0**	-1	-3	**-4**	-5
4	5	6	-2	-1	**0**	2	1	**0**	**-4**	-5	-6

Wir sehen hier die Hauptdiagonalen mit identischem positivem (4 –4 -4) und identischem negativem (-4 - -4 - -4) Repräsentationswert bei den Matrizen der “positiven” und der “doppelt verneinten” semiotischen Matrizen. Ferner weisen die beiden “einfach verneinten” semiotischen Matrizen die identischen Nebendiagonalen (0 – 0 – 0) auf. Die Addition der entsprechenden hauptdiagonalen und der entsprechenden nebendiagonalen Werte ergibt nun zweimal die Summe 12 und zweimal die Summe 0 und zwar ganz genau wie bei den schon von Bense (1992, S. 14 ff.) als zu einander semiotisch affin nachgewiesenen Zeichenklassen

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

(3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3)

der Eigenrealität, des Vollständigen Objektes und der Genuinen Kategorien:

(3.1 2.1 1.1)	Rpw = 9	(-3.1 -2.1 -1.1)	Rpw = -3
(3.1 2.1 1.2)	Rpw = 10	(-3.1 -2.1 -1.2)	Rpw = -2
(3.1 2.1 1.3)	Rpw = 11	(-3.1 -2.1 -1.3)	Rpw = -1
(3.1 2.2 1.2)	Rpw = 11	(-3.1 -2.2 -1.2)	Rpw = -1
(3.1 2.2 1.3)	**Rpw = 12**	(-3.1 -2.2 -1.3)	**Rpw = 0**
(3.1 2.3 1.3)	Rpw = 13	(-3.1 -2.3 -1.3)	Rpw = 1
(3.2 2.2 1.2)	**Rpw = 12**	(-3.2 -2.2 -1.2)	**Rpw = 0**
(3.2 2.2 1.3)	Rpw = 13	(-3.2 -2.2 -1.3)	Rpw = 1
(3.2 2.3 1.3)	Rpw = 14	(-3.2 -2.3 -1.3)	Rpw = 2
(3.3 2.3 1.3)	Rpw = 15	(-3.3 -2.3 -1.3)	Rpw = 3
(3.3 2.2 1.1)	**Rpw = 12**	(-3.3 –2.2 –1.1)	**Rpw = 0**
(3.-1 2.-1 1.-1)	Rpw = 3	(-3.-1 -2.-1 -1.-1)	Rpw = -9
(3.-1 2.-1 1.-2)	Rpw = 2	(-3.-1 -2.-1 -1.-2)	Rpw = -10

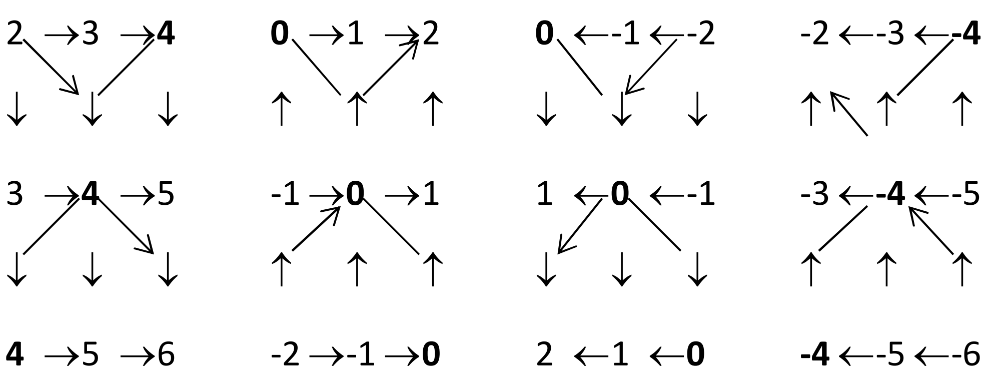
(3.-1 2.-1 1.-3)	Rpw = 1	(-3.-1 -2.-1 -1.-3)	Rpw = -11
(3.-1 2.-2 1.-2)	Rpw = 1	(-3.-1 -2.-2 -1.-2)	Rpw = -11
(3.-1 2.-2 1.-3)	**Rpw = 0**	**(-3.-1 -2.-2 -1.-3)**	**Rpw = -12**
(3.-1 2.-3 1.-3)	Rpw = -1	(-3.-1 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -13
(3.-2 2.-2 1.-2)	**Rpw = 0**	**(-3.-2 -2.-2 -1.-2)**	**Rpw = -12**
(3.-2 2.-2 1.-3)	Rpw = -1	(-3.-2 -2.-2 -1.-3)	Rpw = -13
(3.-2 2.-3 1.-3)	Rpw = -2	(-3.-2 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -14
(3.-3 2.-3 1.-3)	Rpw = -3	(-3.-3 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -15
(3.-3 2.-2 1.-1)	**Rpw = 0**	**(-3.-3 –2.-2 –1.-1)**	**Rpw = -12**

Die Repräsentationswerte der einfach negierten Zeichenklassen sind jedoch trotz der semiotischen Chiasmen mit ihren Realitätsthematiken identisch, z.B.:

Rpw(-3.1 –2.2 –1.3) = -2 + 0 + 2 = 0

Rpw(3.-1 2.-2 1.-3) = 2 + 0 + -2

Das auffälligste Charakteristikum der semiotischen Kardinalzahlen, als welche die Repräsentationswerte erscheinen, ist jedoch deren enorme Multilateralität.



So hat also z.B. 2 nicht nur einen, sondern 2 Nachfolger (3, 4); ferner ist die 3 auf 2 verschiedenen Wegen erreichbar, nämlich als intra-kontexturelle Transition innerhalb der Trichotomien (2 →) und als trans-kontexturelle Transition innerhalb der Triaden (2 ↓). Wie schon die Pfeile in den obigen Diagrammen andeuten, wechseln hier sogar Vorwärts- (→) und Rückwärtsbewegungen (←). Die dadurch implizierte antidromische semiotische Zahlenstruktur lässt sich am besten anhand des folgenden Schemas darstellen, indem die erste Matrize (ganz links) um 180 Grad im Gegenuhrzeigersinn gedreht wurde, damit die komplexe semiotische Struktur der Repräsentationswerte im Sinne von nicht nur flächigen, sondern sogar antidromischen Zahlenreihen sichtbar wird:

$$
\begin{array}{ccccccccccccccccc}
6 & \leftarrow & 5 & \leftarrow & \mathbf{4} & & & & & & & & & & & & \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & & & & & & & & & & & \\
5 & \leftarrow & \mathbf{4} & \leftarrow & 3 & & & & & & & & & & & & \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & & & & & & & & & & & \\
\mathbf{4} & \leftarrow & 3 & \leftarrow & 2 & & & & & & & & & & & & \\
 & & & & \equiv & & & & & & & & & & & & \\
\mathbf{0} & \rightarrow & 1 & \rightarrow & 2 & \equiv & 2 & \leftarrow & 1 & \leftarrow & \mathbf{0} & & & & & & \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & & & \\
-1 & \rightarrow & \mathbf{0} & \rightarrow & 1 & \equiv & 1 & \leftarrow & \mathbf{0} & \leftarrow & -1 & & & & & & \\
\uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & & & \\
-2 & \rightarrow & -1 & \rightarrow & \mathbf{0} & \equiv & \mathbf{0} & \leftarrow & -1 & \leftarrow & -2 & \equiv & -2 & \leftarrow & -3 & \leftarrow & \mathbf{-4} \\
 & & & & & & & & & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 & & & & & & & & & & & & -3 & \leftarrow & \mathbf{-4} & \leftarrow & -5 \\
 & & & & & & & & & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 & & & & & & & & & & & & \mathbf{-4} & \leftarrow & -5 & \leftarrow & -6
\end{array}
$$

Das aus der klassischen Analysis bekannte Gesetz der Unmöglichkeit einer Anordnung des Körpers der komplexen Zahlen **C** gilt somit beim System dieser "Peirce-Zahlen" nicht, da die komplexen Subzeichen zwar alle 4 Quadranten eines Kartesischen Koordinatensystems bzw. einer Gaussschen Zahlenebene belegen, da sich aber nach Toth (2008a, b) zwischen den triadischen Hauptwerten Kontexturgrenzen befinden. Die antidromische Anordnung dieser Peirce-Zahlen sprengt damit sogar das flächige Schema polykontexturaler Zahlen, das Kronthaler (1986, S. 31) gegeben hat, steht jedoch in Einklang mit der antidromischen Kompositionsstruktur von Morphismen bzw. Heteromorphismen in kategorie-theoretischen Diamanten, wie sie von Kaehr (2007) in die Polykontextu-ralitätstheorie eingeführt wurden.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Berger, Wolfgang, Entwurf und Untersuchung einer nicht-klassischen Logik für logische Falschheit. Diss. Stuttgart 1977

Bogarin, Jorge, Semiotische Ansätze zur Analyse der rekursiven Funktionen. In: Semiosis 42, 1986, S. 14-22

Galland, Georg, Zur semiotischen Funktion der kantischen Erkenntnistheorie. Diss. Stuttgart 1978

Gentzen, Gerald, Untersuchungen über das logische Schliessen. In: Math. Zeitschrift 39, 1934, S. 176-210 u. 405-431

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf

Lukasiewicz, Jan, Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic. Oxford 1951

Morgan, Charles S., Sentential Calculus for Logical Falsehoods. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 14/3, 1973, S. 347-353

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008a (= Kap. 19)

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie II. 2008b (= Kap. 20)

Kenogrammatik, Präsemiotik und Semiotik

Aber in der Ferne dort hinten
erkenne ich mich ganz als mich
am scharfen Schnitt eines Messers

Max Bense (1985, S. 24)

1. "Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur was zum Zeichen erklärt wird. Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9).

2. Nun ist aber klar, dass die Keno-Ebene tiefer liegt als die semiotische Ebene (Kronthaler 1986, Kaehr 2004). Daraus folgt also, dass ein Objekt zuerst zum Kenogramm und erst dann zum Zeichen erklärt werden sollte, denn die die Keno-Ebene kennzeichnende Proömial-Relation geht ja den logisch-mathematischen Relationen, auf denen auch das Peircesche Zeichen definiert ist, voraus. Nun gilt aber: "Die semiotische Denkweise ist keine strukturelle" (Bense 1975, S. 22), d.h. Kenogrammatik und Semiotik können nicht direkt miteinander vereinigt werden (Toth 2003), da die generative Primzeichenfolge der Semiotik ja der durch vollständige Induktion eingeführten Folge der Peano-Zahlen entspricht (Toth 2008d, 2008e). Daraus folgt also wiederum, dass zwischen Keno- und Zeichen-Ebene eine Zwischenebene angenommen werden muss, auf der Kenogramme in Zeichen transformiert werden.

3. "Die Einführung des Zeichens als ein allgemeines **Invariantenschema** greift sehr viel weiter über die Basistheorie hinaus. Voraussetzung ist die Überlegung, dass ein Objekt, das in eine Semiose eingeführt und bezeichnet oder bedeutet wird, durch einen solchen präsentierenden, repräsentierenden und interpretierenden Prozess nicht verändert wird; d.h. ein Zeichen fixiert Unveränderlichkeiten, Invarianzen dessen, worauf es sich bezieht" (Bense 1975, S. 40).

3.1. “Kennzeichnen wir die Semiose der selektiven Setzung eines beliebigen Etwas (O0) als Mittel einer dreistelligen Zeichenrelation, dann ist dabei zu beachten, dass dieser thetische Zeichenprozess drei Modifikationen von M, das Qualizeichen, das Sinzeichen oder das Legizeichen, hervorbringen kann” (Bense 1975, S. 41)

3.1.1. “Die thetische Semiose (O0) $\Rightarrow$ Qualizeichen hält die materiale Konsistenz bzw. den materialen **Zusammenhang** des eingeführten beliebigen Etwas im Qualizeichen fest;

3.1.2. Die thetische Semiose (O0) $\Rightarrow$ Sinzeichen, die also das Mittel als differenzierendes bzw. identifizierendes intentiert, muss von (O0) in M die Merkmale unveränderlich festhalten, die es selbst differenzieren bzw. **identifizieren**;

3.1.3. Was schliesslich die thetische Semiose (O0) $\Rightarrow$ Legizeichen anbetrifft, die das Mittel als gesetzmässig, konventionell verwendbares einführt, so muss dieses die abgrenzbare, eindeutige Bestimmtheit der materialen **Existenz** des beliebig selektierten Etwas O0 und nur dieses als invariantes Merkmal übernehmen, um Legizeichen zu sein. Wir können also die trichotomischen Korrelate des Mittels M eines Zeichens jeweils durch eine determinierende Invariante (relativ und material fundierenden Etwas O0) kennzeichnen:

(O0) $\Rightarrow$ Qual: Invarianz des materialen **Zusammenhangs**;
(O0) $\Rightarrow$ Sin: Invarianz der materialen **Identifizierbarkeit**;
(O0) $\Rightarrow$ Leg: Invarianz der materialen **Existenz**” (Bense 1975, S. 41).

3.2. “Entsprechend kann nun auch die nächste Semiose, in die ein als Mittel eingeführtes Zeichen eintritt, die Semiose des Bezugs des Mittels auf ein bestimmtes Objekt im Sinne des Schemas M $\Rightarrow$ O, auf trichotomisch ausdifferenzierbare Invarianzen des Mittels im bezeichneten Objekt zurückgeführt werden. Dabei stösst man wieder auf eine Invarianz des **Zusammenhangs** der Übereinstimmungsmerkmale zwischen Mittel und Objekt, wenn das Objekt iconisch; auf eine Invarinaz der Möglichkeit der **Identifizierbarkeit** des Objektes durch das Mittel im Sinne nexaler Festlegung, wenn es indexikalisch und auf eine Invarianz der blossen thetischen **Existenz** des Mittels im Objekt, wenn dieses symbolisch bezeichnet wird.

3.3. In der letzten hier im Rahmen der triadischen Zeichenrelation in Betracht zu ziehenden Semiose des Bezugs eines bezeichneten Objektes auf seinen Interpretanten im Sinne des Schemas (O $\Rightarrow$ I) handelt es sich um Invarianzen des bezeichneten Objektes in semiotischen Konnexen bzw. Kontexten, die offen, abgeschlossen oder vollständig sein können, kurz, um die Invarianz der 'Bezeichnung' in der 'Bedeutung', da sich gemäss der Basistheorie eine 'Bedeutung' stets auf eine 'Bezeichnung' bezieht. Halten wir also die trichotomische Variation des Interpretanten fest, ist leicht einzusehen, dass der rhematische Interpretant des bezeichneten Objektes als offener Konnex (ohne Wahrheitswert) nur auf die Invarianz der phänomenalen Konsistenz bzw. auf die Invarianz des intentionalen **Zusammenhangs** dieses Objektes bezogen werden kann. Der dicentische Interpretant des bezeichneten Objektes hingegen, der als abgeschlossener Konnex oder Kontext der Behauptung und damit eines Wahrheitswertes fähig ist, gehört zum semiotischen Schema einer **Identifikation**, deren Invarianz darin besteht, dass sie das Objekt durch einen Sachverhalt festlegt, der das bezeichnete Objekt in einem abgeschlossenen Kontext beurteilbar macht. Der argumentische Interpretant des bezeichneten Objektes hingegen, der sich auf eine vollständige Menge dicentischer Konnexe des bezeichneten Objekts stützt, reduziert letztere auf reine **Existenz**-Behauptungen und hält diese als durchgängige Invarianzen fest" (Bense 1975, S. 42 f.).

3.4. Die Semiotik ist also durch die drei Invarianzen des Mittelbezugs (M), der Bezeichnungs- (M$\Rightarrow$O) und der Bedeutungsfunktion (O$\Rightarrow$I) gekennzeichnet, womit natürlich auch das semiotische Objekt und der semiotische Interpretant invariant sind. Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug zeigen in ihren Trichotomien **Invarianz der Konsistenz** (Erstheit), **Invarianz der Identifikation** (Zweitheit) und **Invarianz der Existenz** (Drittheit).

4. Mittels dieses semiotischen Invarianzschemas werden präsentierte Objekte auf “disponible” Mittel abgebildet. Bense (1975, S. 45 f.) gibt folgende Beispiele für diesen Übergang. Die hochgestellte “0” zeigt an, dass die Objekte und Mittel die Relationszahl 0 haben, da sie in diesem Übergangszustand noch nicht in eine triadische Relation eingebunden sind (Bense 1975, S. 65):

$O0 \Rightarrow M0$:	**drei disponible Mittel**
$O0 \Rightarrow M_10$:	qualitatives Substrat: Hitze
$O0 \Rightarrow M_20$:	singuläres Substrat: Rauchfahne
$O0 \Rightarrow M_30$:	nominelles Substrat: Name

5. In einer zweiten Übergangsstufe werden die disponiblen Mittel auf relationale Mittel abgebildet. Hierzu wird also das semiotische Invarianzschema “vererbt”:

$M0 \Rightarrow M$:	**drei relationale Mittel**
$M_10 \Rightarrow (1.1)$:	Hitze
$M_20 \Rightarrow (1.2)$:	Rauchfahne
$M_30 \Rightarrow (1.3)$:	“Feuer”

5.1. Mit den drei trichotomischen Subzeichen der Erstheit sind wir natürlich bereits innerhalb der Semiotik. Wie lassen sich aber die drei disponiblen Mittel M_i0 selbst charakterisieren? Matthias Götz hatte hierfür die Annahme einer präsemiotischen Ebene der “Nullheit” und ihre Unterteilung in

0.1 = Sekanz
0.2 = Semanz
0.3 = Selektanz

vorgeschlagen (1982, S. 28): “Sekanz als einer diaphragmatischen Bedingung, die allererst als solche bezeichnet werden muss, um semiotische Vermittlung zu ermöglichen – Ungeschiedenes ist nicht repräsentabel -, der Semanz als der Bedingung, Form als Form beschreibbar sein zu lassen, und endlich der Selektanz als Bedingung nachträglicher Nutzung, wenn diese als selektiver Vorgang aufgefasst ist, oder allgemeiner: als Umgang mit dem Objekt” (1982, S. 4).

5.2. Wenn wir die bisherigen Erkenntnisse zusammenfassen, erhalten wir also das folgende Schema:

$$\underbrace{\text{präsentierte Objekte}}_{\text{Objektwelt}} \rightarrow \underbrace{\text{disponible Mittel}}_{\text{Präsemiotik}} \rightarrow \underbrace{\text{relationale Mittel}}_{\text{Semiotik}}$$

Invarianzschema:		Vererbung des Invarianzschemas
1. Konsistenz/Sekanz	→	0.1
2. Identifikation/Semanz	→	0.2
3. Existenz/Selektanz	→	0.3

5.3. Durch Kombination der semiotischen Invarianten Konsistenz, Identifikation und Existenz bzw. der präsemiotischen Eigenschaften der Sekanz, Semanz und Selektanz erhalten wir eine präsemiotische Matrix

	0.1	0.2	0.3
0.1	(0.1 0.1)	(0.1 0.2)	(0.1 0.3)
0.2	(0.2 0.1)	(0.2 0.2)	(0.2 0.3)
0.3	(0.3 0.1)	(0.3 0.2)	(0.3 0.3)

als Basis für die semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

so dass also (0.1 0.1) → (1.1), (0.1 0.2) → (1.2), (0.1 0.3) → (1.3) durch kategoriale Reduktion und (0.2. 0.1) → (2.1), (0.2 0.2) → (2.2), (0.2 0.3) → (2.3); (0.3 0.1) → (3.1), (0.3 0.2) → (3.2) und (0.3 0.3) → (3.3) durch kategoriale Reduktion und Vererbung gebildet werden. Mit anderen Worten: Die Dreiheit oder präsemiotische Triade des Invarianzschemas "Konsistenz-Identifikation-Existenz" wird für jede der drei Invarianzen iteriert, wobei deren Merkmale gleich weitervererbt werden, so dass also aus drei präsemiotischen Triaden drei präsemiotische Trichotomien entstehen, deren kategoriale Struktur das gleiche Invarianzschema haben:

Sekanz-Konsistenz:	0.1 → 1.1 → 2.1 → 3.1
Semanz-Identifikation:	0.2 → 1.2 → 2.2 → 3.2
Selektanz-Existenz:	0.3 → 1.3 → 2.3 → 3.3

6. Damit bekommen wir ein tetradisch-tetratomisches präsemiotisches Zeichenmodell

PZR = (.0., .1., .2., .3.),

das den 0-relationalen Bereich als Verortung einer triadischen Zeichenrelation ZR = (.1., .2., .3.) und damit als Qualität enthält (vgl. Toth 2003, S. 22). Im präsemiotischen Zeichenmodell PZR gibt es also noch keine kontexturale Trennung von Zeichen und Objekt, denn die Tetratomie:

(0.0, 0.1, 0.2, 0.3)

enthält ja das Objekt in Form des präsemiotischen Subzeichens (0.0), zusammen mit den bereits erwähnten (prä-)semiotischen Invarianten.

6.1. PZR = (.0., .1., .2., .3.) ist somit eine durch präsemiotische Kategorien belegte Kenogrammstruktur. Allgemein gilt: Werden Kenogrammstrukturen strukturlogisch durch $n_{log} \in \{\circ, \square, \blacksquare, \blacklozenge, \ldots\}$ (Günther 1976-80, Bd. 3, S. 112),

mathematisch durch $n_{math} \in \mathbf{N} \cup \{0\}$ (Kronthaler 1986, S. 14 ff.) und

semiotisch durch $n_{sem} \in \{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbf{N} \cup \{0\}$ (Toth 2003, S. 21 ff.)

belegt, und das heißt einfach durch ein beliebiges $n \in \mathbf{N} \cup \{0\}$, wobei zwei Einschränkungen zu machen sind:

1. |nlog| = |nmath| = |nsem|

2. Es gelten die Schadach-Abbildungen (Schadach 1967, S. 2 ff.):

    2.1. Für Proto-Strukturen: $\mu1 \sim P\ \mu2 \Leftrightarrow \mathrm{card}(A/\mathrm{Kern}\ \mu1) = \mathrm{card}(A/\mathrm{Kern}\ \mu2)$, wobei card(A/Kern μ) die Kardinalität der Quotientenmenge A/Kern μ von A relativ zum Kern von μ ist;

    2.2. Für Deutero-Strukturen: $\mu1 \sim D\ \mu2 \Leftrightarrow A/\mathrm{Kern}\ \mu1 \cong A/\mathrm{Kern}\ \mu2$, wobei der Isomorphismus zwischen A/Kern μ1 und A/Kern μ2 definiert ist durch: $A/\mathrm{Kern}\ \mu1 \cong A/\mathrm{Kern}\ \mu2 \Leftrightarrow$ Es gibt eine Bijektion $\varphi: A/\mathrm{Kern}\ \mu1 \rightarrow A/\mathrm{Kern}\ \mu2$, so daß card φ([ai] Kern μ1) = card [ai] Kern μ1 für alle ai ∈ A. [ai] Kern μ ist die Äquivalenzklasse von ai relativ zum Kern von μ; $[ai]\ \mathrm{Kern}\ \mu = \{a \in A \mid (ai, a) \in \mathrm{Kern}\ \mu\}$;

    2.3. Für Trito-Strukturen: $\mathrm{KZRT} := \mu1 \sim T\ \mu2 \Leftrightarrow A/\mathrm{Kern}\ \mu1 = A/\mathrm{Kern}\ \mu2$. Das bedeutet: [ai] Kern μ1 = [ai] Kern μ2 für alle ai ∈ A;

dann erkennt man, dass auf der kenogrammatischen Ebene Logik, Mathematik und Semiotik im Sinne von polykontexturaler Logik, qualitativer Mathematik und Präsemiotik noch nicht geschieden sind. Mit anderen Worten: Wenn man annimmt, dass die Kenogramm-Ebene fundamentaler ist als die Ebene der monokontexturalen Logik, der quantitativen Mathematik und der Semiotik, dann werden letztere aus der Kenogramm-Ebene durch Monokontexturalisierung bzw. durch **Inversion der Schadach-Abbildungen** gewonnen.

6.1.1. Zunächst wird also die inverse Schadach-Abbildung **Trito-Struktur → Deutero-Struktur** vorgenommen, d.h. die Positionsrelevanz bei maximaler Wiederholbarkeit eines Kenozeichens geht verloren.

6.1.2. Bei der inversen Schadach-Abbildung **Deutero-Struktur → Proto-Struktur** geht zusätzlich die maximale Wiederholbarkeit des Symbols verloren.

6.1.3. Bei der inversen Schadach-Abbildung **Proto-Struktur → Peano-Struktur** entstehen aus Kenozeichen logische und mathematische Wertzahlen und Wertzeichen (vgl. Buczyńska-Garewicz 1970). Die zur Etablierung von Wert nötige Eineindeutigkeit von Zahlen und Zeichen wird also erst durch völlige Aufhebung der Wiederholbarkeit von Kenogrammen garantiert. Damit verlieren Zahlen und Zeichen allerdings auch den ontologischen „Spielraum", der es erlaubt, sowohl Subjekt als auch Objekt in einem einheitlichen logischen, mathematischen und semiotischen Modell zu behandeln, d.h. mit dem Übergang von der Proto- zur Peano-Struktur werden Zahlen und Zeichen monokontextural.

6.1.4. Nun ist es aber so, dass die Peircesche Zeichenrelation ZR = (.1., .2., .3.) zu flächigen Zahlen und zu mehreren Nachfolgern und Vorgängern führt, also zu qualitativ-quantitativen Eigenschaften, die sie mit den Proto- und Deutero-Zahlen teilen (vgl. Toth 2008d, 2008e):

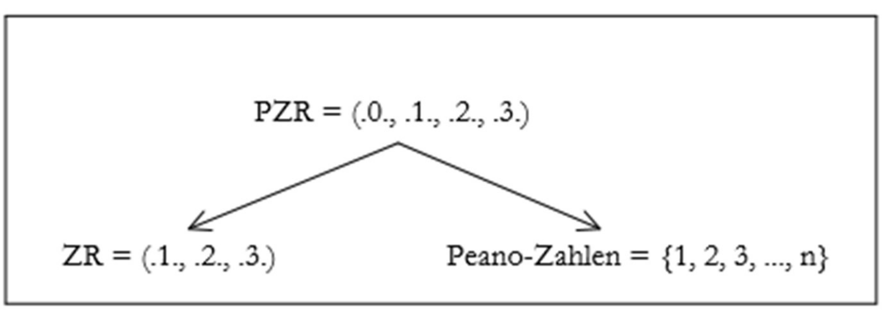
$$\begin{tikzcd}
(1.1) \arrow[r] \arrow[d] & (1.2) \arrow[r] \arrow[d] & (1.3) \arrow[d] \\
(2.1) \arrow[r] \arrow[d] & (2.2) \arrow[r] \arrow[d] & (2.3) \arrow[d] \\
(3.1) \arrow[r] & (3.2) \arrow[r] & (3.3)
\end{tikzcd}$$

Die „Peirce-Zahlen" (1.1), (1.2), (2.1) und (2.2) haben also je 3 Nachfolger, (3.1) und (3.2) haben je 1 Nachfolger, (1.1) hat keinen Vorgänger und (3.3) keinen Nachfolger. Weitere Gemeinsamkeiten der Semiotik mit transklassischen kybernetischen Systemen wurden bereits von Maser (1973, S. 29 ff.) festgestellt. Wenn also die Zeichenrelation ZR gewisse polykontexturale Eigenschaften bewahrt, so muss dies auch für Kontexturgrenzen wie diejenige zwischen Zeichen und Objekt gelten: "Die semiotische Matrix (der Zeichenkreis) fixiert die Phasen des Abstraktionsflusses zwischen Wirklichkeit und Bewusstsein als Phasen von Semiosen mit den stabilen Momenten der

Abstraktion als Zeichen, d.h. als modifizierte Zustände der Wirklichkeit im Sinne modifizierter Zustände des Bewusstseins. (Peirce, das möchte ich hier einschieben, sprach vom 'zweiseitigen Bewusstsein' zwischen 'Ego' und 'Non-Ego' (CP. 8.330 ff.))" (Bense 1975, S. 92), vgl. auch Bense (1976, S. 39). Mit anderen Worten: Das Peircesche Zeichen ist im Zwischenbereich zwischen Bewusstsein und Welt, Zeichen und Objekt angesiedelt und umfasst damit in sich die zwei ontologischen und erkenntnistheoretischen Hauptkontexturen: "Selbst jenen Schnitt zwischen dem 'Präsentamen' und dem ‚Repräsentamen' nimmt das Zeichen als relativen in die **Zeichensetzung** hinein" (Bense 1979, S. 19). Das Peircesche Zeichen ist damit im Hegelschen Raum des Werdens zwischen Sein und Nichts angesiedelt, wo wir also ein Geflecht von monokontexturalen und polykontexturalen Strukturen finden.

6.1.5. Aus dieser Einsicht folgt, dass bei einer Abbildung der polykontexturalen präsemiotischen Relation PZR = (.0., .1., .2., .3.) auf die Peano-Zahlen nicht die Peircesche Zeichenrelation ZR = (.1., .2., .3.) mit ihren flächigen Zahlen und der Mehrdeutigkeit der Vorgänger-Nachfolger-Relation der Peirce-Zahlen herauskommen würde, sondern schlicht und einfach ein kurzer Abschnitt der Peano-Zahlen, die also wie jene ganz ohne Bedeutung und Sinn, d.h. semiotisch gesprochen ohne Bezeichnungs- (M⇒O) und Bedeutungs- (O⇒I) und damit auch ohne Gebrauchsrelation (I⇒M) wäre, mit anderen Worten: eine simple kurze Folge natürlicher Zahlen, die niemals eine „dreifach gestufe Relation über Relationen" (Bense), d.h. eine triadische Relation bestehend aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation darstellte.

6.1.6. Daraus wiederum folgt, dass Keno-Zahlen einerseits auf Peirce-Zahlen abgebildet werden müssen und andererseits auf Peano-Zahlen abgebildet werden. Natürlich könnte man Peirce-Zahlen (ebenso wie Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen) auf Peano-Zahlen durch Monokontexturalisierung bzw. einer den inversen Schadach-Abbildungen ähnliche Transformation (Aufhebung der Faserung) abbilden:



Bei der Abbildung von PZR → ZR muss daher die polykontexturale Eigenschaft der Wiederholbarkeit von Kenogrammen im Gegensatz zur Abbildung PZR → Peano-Zahlen erhalten bleiben. Damit entsteht aber in ZR zugleich ein neues Stellenwertsystem, insofern die Position eines Primzeichens in einer Peirce-Zahl nun relevant wird, denn (1.2) ≠ (2.1), (1.3) ≠ (3.1), (2.3) ≠ (3.2). Die Unterscheidung von triadischen und trichotomischen Stellenwerten bewirkt nun in ZR, dass (1.2), (2.1), (1.3), (3.1), (2.3), (3.2) im Gegensatz zu den Peano-Zahlen 12, 21, 13, 31, 23, 32 in einer Vorgänger-Nachfolger-Relation innerhalb eines zweidimensionalen Zeichen-Zahlen-Schemas stehen.

7. Damit sind wir aber noch nicht beim Peirce-Benseschen System der 10 Zeichenklassen angelangt, denn aus den 9 Peirce-Zahlen oder Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) lassen sich nun nach der durch die Abbildung PZR → ZR weggefallenen präsemiotischen Kategorie der Nullheit (.0.) zunächst 9 x 9 = 81 triadische Zeichenklassen bilden:

1.1 1.1 1.1	1.2 1.1 1.1	1.3 1.1 1.1
1.1 1.1 1.2	1.2 1.1 1.2	1.3 1.1 1.2
1.1 1.1 1.3	1.2 1.1 1.3	1.3 1.1 1.3
1.1 1.2 1.1	1.2 1.2 1.1	1.3 1.2 1.1
1.1 1.2 1.2	1.2 1.2 1.2	1.3 1.2 1.2
1.1 1.2 1.3	1.2 1.2 1.3	1.3 1.2 1.3
1.1 1.3 1.1	1.2 1.3 1.1	1.3 1.3 1.1
1.1 1.3 1.2	1.2 1.3 1.2	1.3 1.3 1.2
1.1 1.3 1.3	1.2 1.3 1.3	1.3 1.3 1.3

2.1 1.1 1.1	2.2 1.1 1.1	2.3 1.1 1.1
2.1 1.1 1.2	2.2 1.1 1.2	2.3 1.1 1.2
2.1 1.1 1.3	2.2 1.1 1.3	2.3 1.1 1.3
2.1 1.2 1.1	2.2 1.2 1.1	2.3 1.2 1.1
2.1 1.2 1.2	2.2 1.2 1.2	2.3 1.2 1.2
3.1 1.2 1.3	2.2 1.2 1.3	2.3 1.2 1.3
2.1 1.3 1.1	2.2 1.3 1.1	2.3 1.3 1.1
2.1 1.3 1.2	2.2 1.3 1.2	2.3 1.3 1.2
2.1 1.3 1.3	2.2 1.3 1.3	2.3 1.3 1.3
3.1 1.1 1.1	3.2 1.1 1.1	3.3 1.1 1.1
3.1 1.1 1.2	3.2 1.1 1.2	3.3 1.1 1.2
3.1 1.1 1.3	3.2 1.1 1.3	3.3 1.1 1.3
3.1 1.2 1.1	3.2 1.2 1.1	3.3 1.2 1.1
3.1 1.2 1.2	3.2 1.2 1.2	3.3 1.2 1.2
3.1 1.2 1.3	3.2 1.2 1.3	3.3 1.2 1.3

3.1 1.3 1.1	3.2 1.3 1.1	3.3 1.3 1.1
3.1 1.3 1.2	3.2 1.3 1.2	3.3 1.3 1.2
3.1 1.3 1.3	3.2 1.3 1.3	3.3 1.3 1.3

7.1. Diese Zeichenklassen weisen im Gegensatz zu den Peirce-Benseschen Zeichenklassen keine Triadizitätsbeschränkung auf, die sich aus Peirce's "pragmatischer Maxime" ergibt (vgl. Buczynska-Garewicz 1976), d.h. sie werden nicht durch eine Restriktion eingeschränkt, die besagt, ein Zeichen habe aus je einer Erstheit, einer Zweitheit und einer Drittheit zu bestehen. Diese 81 Zeichenklassen lassen demnach freie Wiederholbarkeit jedes triadischen Zeichenbezugs zu und ähneln demnach den Deutero-Zahlen.

7.2. Wendet man Triadizitätsbeschränkung an, so reduzieren sich die 81 Zeichenklassen auf 27. Die in ihnen enthaltenen Peirce-Zahlen können also nur noch minimal wiederholt werden, weshalb diese 27 Zeichenklassen den Proto-Zahlen ähneln:

3.1 2.1 1.1	3.2 2.1 1.1	3.3 2.1 1.1
3.1 2.1 1.2	3.2 2.1 1.2	3.3 2.1 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.1 1.3	3.3 2.1 1.3

3.1 2.2 1.1	3.2 2.2 1.1	3.3 2.2 1.1
3.1 2.2 1.2	3.2 2.2 1.2	3.3 2.2 1.2
3.1 2.2 1.3	3.2 2.2 1.3	3.3 2.2 1.3

3.1 2.3 1.1	3.2 2.3 1.1	3.3 2.3 1.1
3.1 2.3 1.2	3.2 2.3 1.2	3.3 2.3 1.2
3.1 2.3 1.3	3.2 2.3 1.3	3.3 2.3 1.3

7.3. Nun muss ein Zeichen, ebenfalls nach Peirce's pragmatischer Maxime, vom einem Interpretanten (.3.) her eingeführt werden, der ein Objekt (.2.) durch ein Mittel (.1.) bezeichnet. Dementsprechend werden die Benseschen Zeichenklassen nach dem Schema (3.a 2.b 1.c) geordnet. Dieses "degenerative" Zeichenmodell (Bense 1971, S. 37) ist jedoch nur ein Spezialfall unter vielen möglichen Anordnungen der Primzeichen. So weist der generative Graph die Richtung (M $\rightarrow$ O $\rightarrow$ I), der thetische Graph (I $\rightarrow$ M $\rightarrow$ O), der kommunikative Graph (O $\rightarrow$ M $\rightarrow$ I) und der kreative Graph die Vereinigung der Richtungen (I $\rightarrow$ M $\rightarrow$ O) und (M $\rightarrow$ I $\rightarrow$ O) auf (Bense 1971, S. 40, 102; Bense 1976, S. 107). Undefiniert bleibt also nur die Richtung *O $\rightarrow$ I $\rightarrow$ M.

Behält man aber die "degenerative" (oder retrosemiosische) Anordnung (I $\rightarrow$ O $\rightarrow$ M) bei, folgt hieraus die semiotische Inklusionsbeschränkung, wonach in einem Zeichen der Struktur (3.a 2.b 1.c) der Wert der Stelle c höchstens gleich gross wie der Wert der Stelle b, und der Wert der Stelle b höchstens gleich gross wie der Wert der Stelle a sein darf. Unter Anwendung dieser Inklusionsbeschränkung – die ebenso wie die Triadizitätsbeschränkung weiter unten formal exakt gegeben wird – erhält man statt der 27 nur noch 10 Zeichenklassen:

3.1 2.1 1.1	3.1 2.3 1.3
3.1 2.1 1.2	3.2 2.2 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.2 1.3
3.1 2.2 1.2	3.2 2.3 1.3
3.1 2.2 1.3	3.3 2.3 1.3

7.4. Während also die ohne Triadizitäts- und Inklusionsbeschränkung gebildeten 81 Zeichenklassen strukturelle Ähnlichkeiten mit den Deutero-Zahlen und die mit Triadizitäts-, aber ohne Inklusionsbeschränkung gebildeten 27 Zeichenklassen strukturelle Ähnlichkeiten mit den Proto-Zahlen aufweisen, sind die unter Wirkung beider Restriktionen gebildeten 10 Zeichenklassen strukturell zwischen Proto- und Peano-Zahlen angesiedelt, also wiederum im Niemandsland des Hegelschen Werdens zwischen Sein und Nichts. Es genügt daher nicht, Proto-Zahlen durch Monokontexturalisierung auf Peano-Zahlen abzubilden, sondern dazwischen fungieren Abbildugnsregeln, die sich aus den Prinzipien der Triadizitäts- und der Inklusionsbeschränkung ergeben:

7.4.1. **Prinzip der Triadizitätsbeschränkung**: Bei Zeichenklassen sind die triadischen Glieder der Folge mit den konstanten triadischen Primzeichen 3 > 2 > 1 in dieser Reihenfolge zu besetzen (für die trichotomischen Glieder gilt das Prinzip der Inklusionsbeschränkung), dieses Prinzip transformiert also eine präsemiotische Struktur der Form (a.b c.d e.f) mit a, b, c, d, e, f $\in$ {1, 2, 3} in eine (prä-)semiotische Struktur der Form (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}.

7.4.2. **Prinzip der Inklusionsbeschränkung**: Zeichenklassen der Form (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} müssen nach dem semiotischen $a \leq b \leq c$ gebildet sein. Damit werden also etwa Zeichenklassen der Form *3.2 2.1 1.3, *3.3 2.2 1.1 oder *3.3 2.1 1.1 ausgeschlossen, weil der trichotomische Stellenwert eines Subzeichen der Position (n+1) nicht kleiner als derjenige des Subzeichens der Position n sein darf.

7.4.3. Nach Kronthaler (1992) sind die beiden grundlegenden semiotischen Limitationsaxiome das Prinzip der Objekttranszendenz und das Prinzip der Zeichenkonstanz (vgl. auch Toth 2003, S. 23 ff.). Wie wir gesehen haben, entsteht das Prinzip der Objekttranszendenz erst beim Übergang von PZR = (.0., .1., .2., .3.) $\rightarrow$ ZR = (.1., .2., .3.), also bereits im Stadium der Präsemiotik. Wie es nun scheint, garantieren die Prinzipien der Triadizitäts- und der Inklusionsbeschränkung gerade das Prinzip der Zeichenkonstanz, weil erst nach Anwendung beider Restriktionen Peirce-Zahlen nicht mehr wiederholbar sind. Das Prinzip der Zeichenkonstanz entsteht somit erst beim Übergang von den 27 Zeichenklassen zu den 10 Zeichenklassen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Über "tiefste" semiotische Fundierungen. In: Semiosis 33, 1984, S. 5-9

Bense, Max, Kosmos atheos. Baden-Baden 1985

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Buczyńska-Garewicz, Hanna, Wartość i fakt. Warszawa 1970

Buczyńska-Garewicz, Hanna, Der Interpretant, die Autoreproduktion des Symbols und die pragmatische Maxime. In: Semiosis 2, 1976, S. 10-17

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bde. Hamburg 1980

Kaehr, Rudolf/Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. 2004. www.vordenker.de

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung der Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Schadach, Dieter J., A classification of mappings between finite sets and some applications. BCL Report No. 2.2, February 1, 1967, Biological Computer Laboratory, Department of Electrical Engineering, University of Illinois

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Protozahlen und Primzeichen. 2008a (= Kap. 9)
Toth, Alfred, Semiotische Thetik, Hypotypose und Modelltheorie. 2008b (= Kap. 11)
Toth, Alfred, Proto-, Deutero- und Trito-Zeichen. 2008c (= Kap. 13)
Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008d (= Kap. 19)
Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie II. 2008e (= Kap. 20)

Eine Möglichkeit der Formalisierung der Brücke zwischen Objekt und Zeichen

1. Wie bereits in Toth (2012a) gezeigt, können Objekte nicht direkt auf Zeichen abgebildet werden, denn die in Toth (2012b) definierte Objektrelation als geordnetes Paar über zwei geordneten Paaren, den gerichteten Objekten und den gerichteten Subjekten

$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihre zugehörige Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$O = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$

stellen ganz verschiedene Ordnungsrelationen dar als es die Peirce-Bensesche Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

tut, die bekanntlich eine gestufte "Relation über Relationen" darstellt (vgl. auch Bense 1979, S. 67).

2. Allerdings ist es möglich, die in Toth (2012c) eingeführte Definition eines Systems als System von Teilsystemen

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, ..., _{n-2}]_{n-1}]_n]$

mithilfe der in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen zu definieren. Um zu zeigen, worum es hier geht, sei von der bereits früher von dem von uns bereits früher benutzten gestuften System über Teilsystemen

U	‖ S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	...
Garten o.ä.	Haus		Treppenh.	Wohnung	Zimmer	Kasten o.ä.

ausgegangen. Dieses architektonische Beispiel weist also die systemische Ordnungsrelation

$S = [U, [S_1, [S_2, [S_3, [S_4, [S_5]]]]]]$

auf. Will man z.B. den Zugang zwischen dem Garten eines Hauses und der Haustür definieren, kann man dies wie folgt tun

Zugang := $[U, S_1]$.

Die Definition der Haustüre erfolgt durch Filterung, d.h. durch eine nächste Stufe der Verschachtelung (Einbettung)

Haustür := $[[U, S_1], S_1]]$.

Dagegen wäre die Definition einer Wohnungstür (der im Haus befindlichen Wohnungen)

Wohnungstür := $[[S_2, S_3], S_3]]$,

und der Zugang zur Wohnungstür, also der Treppenabsatz davor, wäre

Treppenabsatz := $[S_2, S_3]$.

Entsprechend gilt z.B. für eine Kastentür

Kastentür := $[[S_4, S_5], S_5]]$,

z.B. dann, wenn der Kasten exessiv in eine Nische eingebettet ist; ansonsten (bei Adessivität) haben wir einfach $[S_4, S_5]$, usw.

Wir können also von das obige System von Teilsystemen S auf die arithmetische Folge

$S = [x^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]{}_n]$

abbilden durch somit einfach durch

$S = x^i{}_j$

definieren, wobei für i und j keineswegs unmittelbare Peano-Vorgänger bzw. –Nachfolger sein müssen, denn z.B. finden wir für das Treppenhaus als Verbindung von Haustür und Wohnungstüren

Treppenhaus = $[[[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[x^3{}_2, x^4{}_3], x^4{}_3]]]] = [[x^2{}_1, [x^3{}_2]]$.

Perspektivische Relationen, wie z.B. der Blick vom Garten aus durch die Haustüre ins Vestibül sowie der Blick vom Vestibül durch die Haustüre in den Garten, können somit als zu S duale Relationen eingeführt werden, d.h. wir haben

$\times S = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n]$,

und als vollständiges perspektivisches System über Teilsystemen ergibt sich also

$$
\begin{aligned}
S &= [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n] \\
\times S &= [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n].
\end{aligned}
$$

3. Nun kann man das Zeichen nach Toth (2010) mit Hilfe der surrealen Conway-Zahlen definieren:

1 := (0 | 2) = (0 | 3) = (0 | 4) ...

2 := (1 | 3) = (1 | 4) = (1 | 5) ...

3 := (2 | 4) = (2 | 5) = (2 | 6) ... ,

daraus erhalten wir aber sofort

1 := (0 | 2)

2 := ((0 | 2) | 3)

3 := (((0 | 2) | 3) | 4),

d.h. die Progression der surrealen Zahlen zeigt genau die Ordnungsstruktur der oben definierten dualen Systemstruktur. Umgekehrt kann man also Systeme von Teilsysteme mit Hilfe von dualen surrealen Zahlen definieren. Z.B. kann man $S = [x^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$ in der arithmetischen Form

S = [0, [1, [2, [3, [4, [5]]]]]] = [[0 | 1] | 2] | 3 | 4 | 5]]]

notieren.

5. Wenn wir zusammenfassen, dann können die Objektrelation und ihre zugehörige Aspektrelation in der Form von verschachtelten Systemen notiert

werden, diese aber weisen die Ordnung dualer surrealer Zahlen auf. Umgekehrt weist die Zeichenrelation die Ordnung surrealer Zahlen auf. Nun können aber die in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen

$REZ = [x, [_{-n}]$ mit $x \in \mathbb{N}$, $n \in \{0\} \cup \mathbb{N}$

auch dual in der Form

$\times REZ = [[_{-n}, x]$

notiert werden, da mit ihrer Hilfe ja sowohl Zeichenklassen als auch Realitätsthematiken formalisiert werden können. Somit vermitteln also die Relationalzahlen zwischen den surrealen Zahlen der Semiotik und den dualen surrealen Zahlen der Ontik, d.h. sie bilden die Brücke zwischen Zeichen und Objekt.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Kann man die Peircezahlen mit Hilfe der surrealen Zahlen begründen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Objekt-Aspekt-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Ein revidiertes Zeichenmodell mit verschachtelten Trichotomien

1. Das Peircesche Zeichen ist nach Bense (1979, S. 53, 67) als eine triadische Relationen mit verschachtelter monadischen, dyadischer und triadischer Relation intendiert:

$ZR = {}^3R({}^1M, {}^3O, {}^3I) = ({}^1M, (({}^1M \rightarrow {}^2O), ({}^1M \rightarrow {}^2O \rightarrow {}^3I)))$.

Ein Vergleich der triadischen Peircezahlen

$tdP = (1 < 2 < 3)$

mit den trichotomischen Pericezahlen

$ttP = (\{1, 2, 3\} \leq \{1, 2, 3\}, \leq \{1, 2,3\})$

zeigt jedoch, dass die Parallelisierung der Haupt- und Nebenwerte gar nicht stattfindet, d.h., dass wegen der trichotomischen Möglichkeit der Gleichheit subsequenter trichotomischer Werte keine Inklusionsrelation stattfindet.

Nach Bense (1981, S. 108) und (1983, S. 57) wird die qualitative Entsprechung der quantitativen Peano-Folge 1, 2, 3, ... in der Semiotik im Falle der Triaden (tdP) mit Koordination und im Falle der Trichotomien mit Selektion bezeichnet:

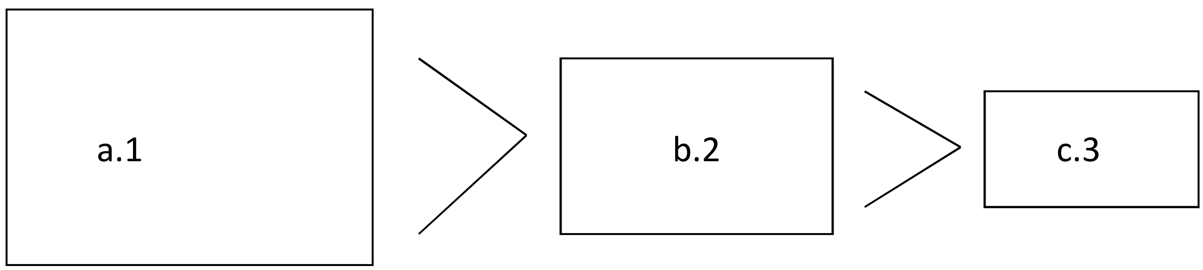
tdP (Koordination): $1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.$

ttP (Selektion): $.1 > .2 > .3$

(woraus dann durch „additive Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) die dyadischen Subzeichen entstehen, so dass die letztere Operation als die qualitative Entsprechung der quantitativen kartesischen Produktbildung ist).

2. Wenn wir nun die Struktur des Mittel- und des Objektbezuges anschauen, so haben wir Qua > Sin > Leg, bzw. Ic > Ind > Sym, dargestellt mit einem in Toth (2010) eingeführten Merkmalsoperator $\mathcal{M}$: $\mathcal{M}(\Omega, 1.1) > \mathcal{M}(\Omega, 1.2) > \mathcal{M}(\Omega, 1.3)$, bzw. $\mathcal{M}(\Omega, 2.1) > \mathcal{M}(\Omega, 2.2) > \mathcal{M}(\Omega, 2.3)$, und einem hier vorerst nur anzudeutenden Metaobjektivationsoperator (Bense 1967, S. 9) φ: $\varphi(\Omega, 1.3) = \Omega \rightarrow 0$ bzw. $\varphi(\Omega,$

2.3) = $\Omega \rightarrow 0$ (Kernabbildungen). D.h. die Strukturen des Mittel- und Objektbezuges stimmen m.o.w. (vgl. Toth 2010 zum Index) mit dem Selektionsmodell (qual. Modell der Subsequenz für ttP) überein, das man wie folgt skizzieren kann:



3. Dieses Modell stimmt nun aber offensichtlich nicht für den Interpretantenbezug, denn dort entspricht der Abfolge Rhe $\succcurlyeq$ Dic $\succcurlyeq$ Arg der offene, geschlossene und vollständige Konnex, bzw. die Menge der logisch unbestimmbaren, der Menge der bestimmbaren und der Menge der immer wahren Sätze. Beide Modelle lassen sich natürlich nicht mit dem obigen Modell verschachtelter Trichotomien in Übereinstimmung bringen. Weder sind offene Mengen Teilmengen abgeschlossener, noch gibt es vollständige Mengen, die Obermengen offener und abgeschlossener sind, usw.

Um aber den Interpretantenbezug, der wegen der Konversionsrelation für die quadratische semiotische Matrix auf Grund von $(1.3)^\circ = (3.1)$ und $(2.3)^\circ = (3.2)$ erforderlich ist, zu halten, muss er demnach umstrukturiert bzw. uminterpretiert werden. Es wurde ja z.B. bereits von Ditterich (1990, S. 28) darauf hingewiesen, dass der als „sekundäre Bedeutung" bzw. „triadische Bedeutung über der dyadischen Bezeichung" in eigentümlicher Weise redundant ist. Ich schlage deshalb als Neuinterpretation vor:

Rhe := Information

Dic := Kommunikation

Arg := Repräsentation

Information ist eine Abbildung eines Sachverhaltes auf über-Objektsebene, und damit rhematisch, dagegen setzt Kommunikation mindestens ein Subjekt und ein

Objekt voraus, sie ist also dicentisch, und Repräsentation, die Hauptfunktion von Zeichen, ist nun endlich die höchste Drittheit (und nicht irgendwelche „poetische Schlussfiguren“), denn auch sie ist, wie das Legizeichen und das Symbol, eine Kern- und damit 0-Abbildung.

Als neues semiotisches Modell der 3×3-Matrix ergibt sich somit:

.1	.2	.3
1. Qualifizierung	Quantifizierung	Relationalisierung
2. Abbildung	Abstraktion	Substitution
3. Information	Kommunikation	Repräsentation

4. Was bedeutet das nun für Einzelzeichen? Zunächst dies, dass sie überhaupt als solche wahrgenommen werden können, denn die Präsenz des konnexiven Interpretantenbezugs von Peirce machte ja immer Notlösungen und Realitätsverdrehungen nötig, etwa wenn entschieden werden musste, ob der „Konnex“ eines Phonems, Morphems oder Lexems „rhematisch“, „dicentisch“ oder „argumentisch“ ist (vgl. Walther 1979, S. 100 ff.). Man konnte offenbar keine Zeichen ausserhalb der Mengen ihrer Repräsentationssysteme betrachten, paradoxerweise wurde aber in der Definition des Zeichens von M, O und I, nicht etwa von {M}, {O} und {I} ausgegangen, obwohl doch explizit von M-Repertoires, O-Bereichen und I-Feldern die Rede war (Walther 1979, S. 56, 1. Abschnitt). Anderseits verfügt die Semiotik seit Beginn (Bense 1971) über die grundlegenden Oeprationen der Adjunktion, Iteration und Superisation, die ausdrücklich mit den Kategorien strukturell verbunden sind. Ein Satz braucht also kein „Rhema“ zu sein, sondern eine Aneinanderreihung von Einzelzeichen wie dies ja bereits in der dyadischen Semiotik der Fall ist (die übrigens im obigen Modell enthalten ist). Überhaupt ist der Interpretantenbezug der Logik entnommen und hat also in der Semiotik nichts zu suchen, bzw. einer Pseudo-Logik, die mit „Konnexen“ anstatt mit Mengen

operiert, eine Konzeption, die zur Zeit Peirce´s bereits sattsam bekannt gewesen war, und zwar spätestens über die Booleschen Operationen. Hierher gehört übrigens auch die Peirceschen Triadomanie, denn der Peirce ohne Zweifel bekannte Satz von Schröder besagt ja, dass n-aden auf Dyaden, nicht auf Triaden reduzierbar sind. Günther (1979, S. vi f) vermutete also wohl nicht zu Unrecht hinter Peirce logischer Drittheit letztlich die Trinität.

Anderseits erlaubt uns der neu interpretierte Interpretantenbezug, nun erstmals für jedes Zeichen festzustellen, ob es informativ, d.h. unabhängig von einem Subjekt, kommunikativ, d.h. sowohl von einem Subjekt wie Objekt abhängig ist, oder ob es repräsentativ ist, d.h. ein Subjekt, ein Objekt und sich selbst als Zeichen voraussetzt. Das kann man z.B. anhand von verbalen Zeichen sehr schön zeigen: Die Differenz der beiden Sätze

(1) Es war einmal ein alter König.

(2) Es lebte einmal ein König.

ist die Differenz zwischen Information (1) und Kommunikation (2). Satz 1, der kein Topik enthält, indem aber der König erst als Topik etabliert werden soll, erlaubt keine Transformation auf unmarkierte Satzstellung (*Ein alter König war einmmal), anderseits verlangt (1) im Gegensatz zu (2) die Verteilung der Subjekt-Objekt-Information auf zwei Sätze:

(3) Es war einmal ein alter König, der lebte auf seinem Schloss.

Erst (3) ist repräsentativ. Bei „normalen Sätzen“, d.h. solchen, in denen Topik, Subjekt und Agens (pragmatische, syntaktische und semantische Rolle) zusammenfallen, findet diese Unterscheidung natürlich nicht statt, aber z.B. Einzelphoneme als Qualitäten können wegen der in unserem revidierten Zeichenmodell auch für die Trichotomien durchgezogenen strikten Inklusionsordnung ($<$ anstatt $\leq$) natürlich nur informativ sein , z.B. als Quantitäten auftretende Signale (Sig = f (x1, x2, x3, t) nur kommunikativ, und erst Lexeme als repräsentativ.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Müssen wir das Peircesche Zeichenmodell aufgeben? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Müssen wir uns von der Peirceschen Semiotik verabschieden?

1. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Zeichen von Peirce als eine verschachtelte Relation aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation definiert

$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$,

dass also gilt

$M \subset (M \rightarrow O)$

$M \subset (M \rightarrow O \rightarrow I)$

$(M \rightarrow O) \subset (M \rightarrow O \rightarrow I)$,

d.h. wir haben genauer

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)))$.

2. Die Einführung von Trichotomien neben Triaden hat nun primär zum Zweck, die inklusorischen Relationen der Hauptwerte auch für Stellenwerten zwecks der Verfeinerung der Relationen zu widerholen. Dabei wird von einer allgemeinen Form des Zeichens

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

ausgegangen und die Ordnungsrelation

$a \leq b \leq c$

gesetzt. Damuit stellt sich allerdings als erstes Problem, auf das ich bereits in früheren Arbeiten hingewiesen habe, nach dem Status der „gebrochenen“ oder „inhomogenen“ Kategorien. Davon abgesehen dass Gebilde wie

${}^{1}M^{2}O$

${}^{2}O^{3}I$

${}^{3}I^{2}O$, usw.

entweder übersättigte ($^{1}M^{2}O$; $^{2}O^{3}I$) oder untersättigte ($^{3}I^{2}O$) Relationen sind, ist die gebrochene Kategorie eine Konsequenz aus der kartesischen Multiplikation der Kategorien, die ohne jegliches Beispiel in der Geschichte der Philosophie dasteht. Danach setzt sich z.B. ein Abbild aus 2/3 Quantität und 2/3 Quantität (entsprechend OM =2.1).

3. Ein Vergleich der triadischen Peircezahlen

tdP = (1 < 2 < 3)

mit den trichotomischen Pericezahlen

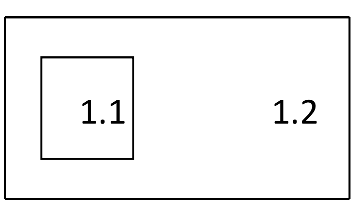
ttP = ({1, 2, 3} ≤ {1, 2, 3}, ≤ {1, 2,3})

zeigt jedoch, dass die Parallelisierung der Haupt- und Nebenwerte gar nicht stattfindet, d.h., dass wegen der trichotomischen Möglichkeit der Gleichheit subsequenter trichotomischer Werte keine Inklusionsrelation stattfindet.

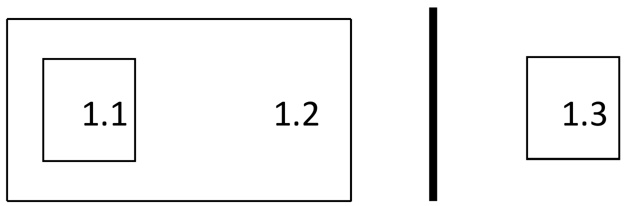
4. Noch viel weniger bekannt ist aber erstaunlicherweise, dass das System der 9 Subzeichen vor allem in modelltheoretischer Hinsicht hochgrad asymmetrisch und widersprüchlich ist. Wie man weiss, sind die drei Subzeichen jeder Triade durch eine inhaltliche Operation gekennzeichnet, die Bense „Selektion“ („>“) nennt. Es handelt sich hier um nichts anderes als um eine qualitative Entsprechung der quantitatischen Peano-Nachfolge.

4.1. Im Mittelbezug

4.1.1. (1.1) > (1.2) bedeutet, dass aus einer reinen Qualität ein singulärer Zustand selektiert wird. Nach Bense (1979, S. 61) bedeutet dies explizit die Selektion von Quantität aus Qualität. Nachdem aber nach Hegel die Quantität eine Form der Qualität ist, hat die Selektion (1.1) > (1.2) also die folgende mengentheoretische Struktur

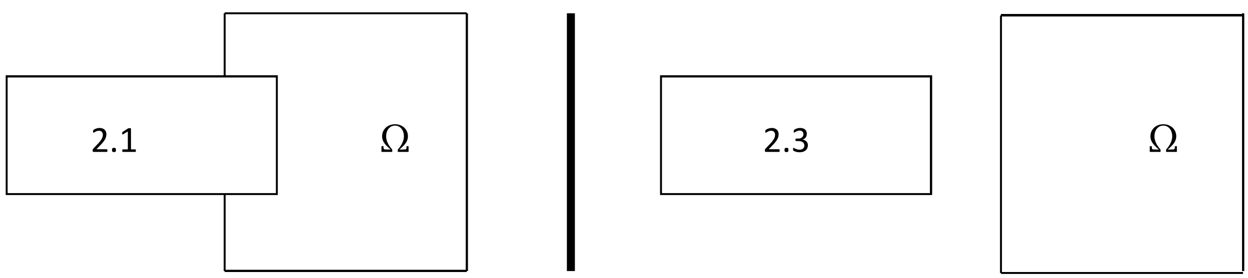


4.2.2. (1.2) > (1.3) bedeutet den Übergang von der Quantität zur“Relation“ bzw. zur „Essenz“ (Bense 1979, S 61). Demnach stellt aber (1.2) > (1.3) keine „Verfeinerung“ der subkategoriablen Bezüge dar, sondern steht ausserhalb der Relation (1.1) > (1.2):

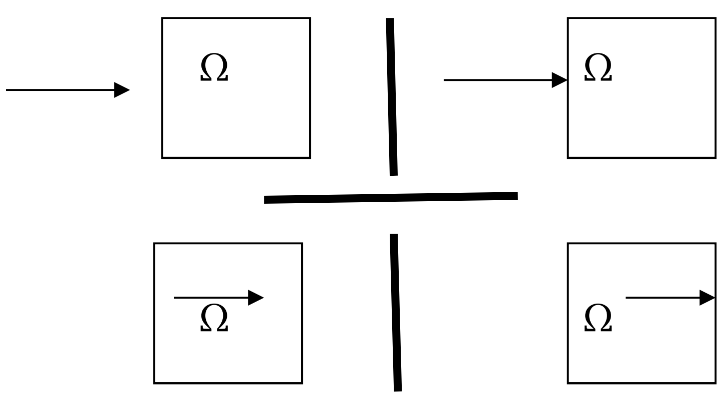


4.2. Im Objektbezug

Hier sind die Verhältnisse etwas anders. Bedient man sich zur Veranschaulichung der gemeinsamen Merkmalsmengen der Venn-Diagramme, dann kann man Icon (2.1) und Symbol (2.3) wie folgt darstellen



Hier findet also die Trennung nicht zwischen (2.1) und (2.2), sondern zwischen (2.1) und (2.3) statt, denn der Index (2.2) nimmt insofern eine Sonderstellung ein, als er in mindestens 4facher Ausprägung auftreten kann (vgl. Toth 2010):



Der Index kann sich also 1. ausserhalb (oben) und 2. innerhalb (unten) eines Objektes befinden. Beispiele sind der Wegweiser, der auf eine entfernte Stadt verweist und der Pfeil, der in einem Gebäude in die Richtung der Lifte weist. Der Index kann ferner mit seinem Objekt keinen (links) oder einen (rechts)m gemeinsamen Tangentialpunkt haben. Beispiele sind wiederum der Wegweiser, der die Stadt ja nicht berührt, sowie die Hausnummer, die am Hause, auf das sie verweist, angebracht ist.

Wie man erkennt, stehen der Index und das Symbol insofern in einer Spezifizierungs- und d.h. Selektionsrelation, als wir die Beziehung haben

$[\cap(2.1, \Omega) \neq \emptyset] \rightarrow [\cap(2.3, \Omega) = \emptyset]$,

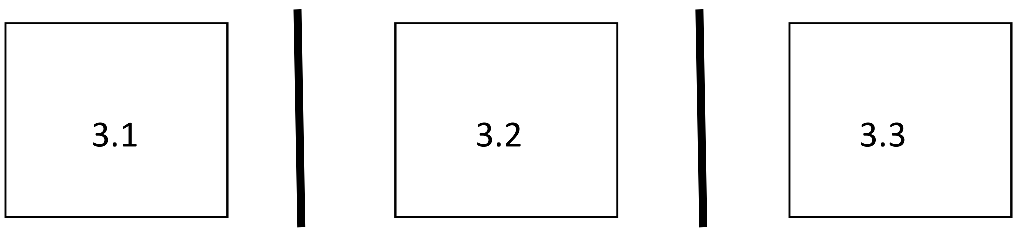
nur fehlt in diesem „Grenzwertprozess" leider das Mittelglied, oder anders gesagt: der Index ist es nicht, weil seine Struktur so völlig anders ist als diejenige von Icon und Symbol, dass ich in einer früheren Arbeit vorgeschlagen hatte, indexikalische Zeichen völlig von den iconischen und symbolischen zu trennen.

Die 4 Indizes selbst sind allerdings in ihrer inneren Strkuktur insofern selektiv, als es „Grenzwertprozesse" in Ansätzen gibt zwischen aussen → innen einerseits und Tangentialpunktschnitt → leere Menge andererseits, wobei merkwürdigerweise beim Index als zusätzliche Charakteristik dazukommt, dass der semiotische Abstand zwischen Zeichen und Objekt theoretisch unbegrenzt ist. Auch wenn man zwar einen Wegweiser (Paris →) in Rovaniemi, Novosibirsk oder Tucson eher als Scherz auffassen würde, zeigt das Beispiel, das sich fromme Muslims, wo auch immer sie sich aufhalten, zum Beten in die Richtung von Mekka drehen, dass unser Satz prinzipiell richtig ist.

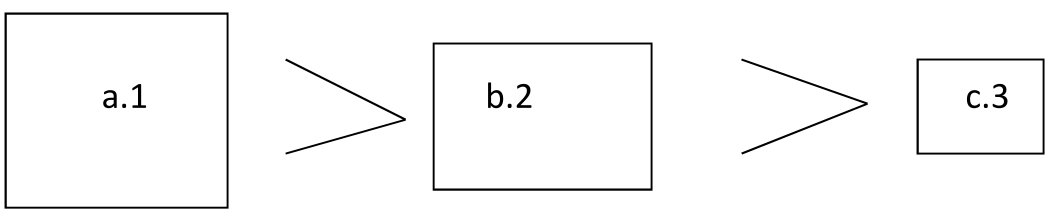
4.3. Im Interpretantenbezug

Völlig ohne erkennbare Selektionsrelationsrelation ist der Peircesche Interpretantenbezug: (3.1) oder das Rhema stellt den Zeichenzusammenhang als offen dar und logisch nicht beurteilbar. (3.2) oder das Dicent stellt einen Zeichenzusammenhang als abgeschlossen und beurteilbar dar. (3.3) schliesslich stellt einen „vollständigen Konnex immer wahrer Aussagen" dar. Zunächst: Weder sind offene Mengen

Teilmengen von geschlossenen Mengen, noch ist eine von beiden oder beide Teilmengen von „vollständigen Mengen“ (die es überdies gar nicht gibt). Noch sind weder wahre noch falsche Aussagen Teilmengen von wahren einerseits und/oder falschen andererseits noch sind eine von beiden oder beide Teilmengen von Tautologien. Hier ist es also sehr einfach, die völlig Absenz der trotzdem behaupteten Selektionsrelation zu skizzieren:



5. Wir fassen kurz zusammen: Nach Bense sind Trichotomien von Zeichenrelationen durch Selektion, d.h. Spezifizierung i.S.v. qualitativer Peano-Nachfolge charakterisiert. Wir würden demzufolge erwarten:



Wie wir allerdings gefunden haben, ist diese Relation in keinem der drei Bezüge des Zeichens erfüllt. Im Mittelbezug ist das Legizeichen keine Selektion von Quali- und Sinzeichen, im Objektbezug ist der Index weder eine Selektion des Icons, noch kann das Symbol aus dem Index seligiert werden, davon abgesehen, dass das Symbol eine Selektion des Icons ist und der Index 4fach, aber in total differenter Struktur, auftritt. Im Interpretantenbezug schliesslich ist keines der drei Subzeichen eine Selektion des anderen.

6. Wir könnten damit zu einer provisorischen Neuordnung der Zeichenbezüge übergehen. Zunächst halten wir fest: Wir lassen all jene Bezüge weg, die nicht in einer Selektionsrelation zu den anderen derselben Trichotomie stehen. Wegen der Selektionsrelation zwischen Icon und Symbol muss ferner die Ordnung im Objektbezug neu geordnet werden. Damit bekommen wir:

$$\begin{array}{ccccc} 1.1 & & 1.2 & | & 1.3 \\ 2.1 & & 2.3 & | & 2.2 \\ \hline 3.1 & | & 3.2 & | & 3.3 \end{array}$$

Was also im Kern erhalten bleibt, ist eine Art von Saussureschem dyadischem Zeichenmodell mit Symbol (2.3) anstelle von Index (2.2) und dem Index als separatem Zeichen. Es zeigt sich, dass die Menge all derjenigen Bezüge, welche die geforderte Selektionsrelation verletzten, genau mit der Menge der Interprantenbezüge, vermehrt um die „konversen Interpretanten“ (1.3) und (2.3), entsprechen. Rein formal und brutal gesagt: Der Interpretantenbezug ist völlig überflüssig, wenigstens solange man das Zeichen auf der qualitativen Nachfolgerelation der Selektion definiert so wie man die Zahl auf der quantitativen Nachfolgerelation der Peanonachfolge definiert. Beim Interpretantenbezug ergibt sich die Sinnlosigkeit ferner schon aus inhaltlicher Motivation, denn er nimmt Bezug auf Zeichenzusammenhänge, ist also nicht auf Einzelzeichen anwendbar, denn einzelne Wörter, Verkehrszeichen, der Knoten im Taschentuch, das Markenicon „Bärenmarke“, eine Beinprothese, das Piktogramm „Lift“ usw. bilden weder Konnexe noch sind sie logisch beurteilbar, sondern sie sind Einzelzeichen. Als solche verfügen aber Einzelzeichen nicht über Konnexe. Denn woher sollte ein solcher auf kommen? Nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ein Metaobjekt. Auch wenn Objekte Objektfamilien bilden können, mache ich aber bei der Verknotung meines Taschentuches nicht die Familie der Stofftücher, sondern mein gerade vorhandenes singuläres Taschentuch zum Zeichen.

7. Schauen wir uns nun abschliessend das funktionale Verhältnis zwischen dem rekonstruierten „Restzeichen“

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.3 \end{pmatrix}$$

und dem Objekt im Sinne der Metaobjektivation an.

7.1. Im Mittelbezug

$\Omega \to 1.1$ ist eine Abbildung, welche nur die Qualitäten des Objektes festhält. Wir definieren daher den qualiativen Morphismus

$\Omega \to 1.1 := \alpha^*$

$\Omega \to 1.2$ ist eine Abbildung, die gemäss der Selektionsrelation nicht nur die Quantität, sondern mit ihr auch die Qualität des Objektes festhält. Wir definieren daher den quantitativen Morphismus

$\Omega \to 1.2 := \beta\alpha^*$

7.2. Im Objektbezug

$\Omega \to 2.1$ ist eine Abbildung, welche Ähnlichkeiten zwischen dem Objekt und dem Zeichen festhält. Wir definieren daher den abbildenden Morphismus über einen Merkmalsoperator $\mathcal{M}$:

$(\mathcal{M}(\Omega) \cap \mathcal{M}(2.1) \neq \emptyset) := (\alpha^{o}\beta^{o})^*$

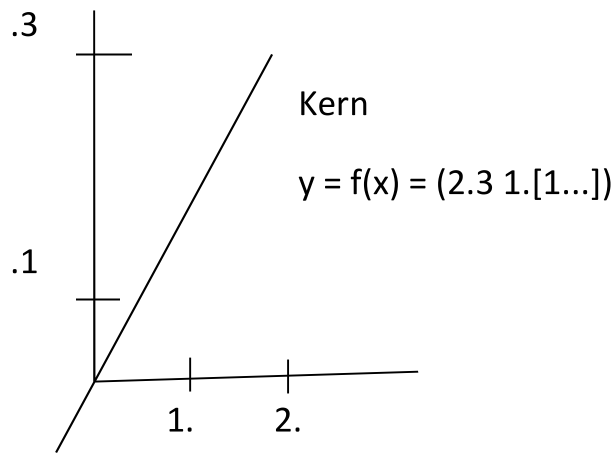
$\Omega \to 2.3$ ist eine Abbildung, welche die Merkmale des Objektes auf den Kern des Zeichens, aufgefasst als Vektorraum abbildet:

$(\mathcal{M}(\Omega) \cap \mathcal{M}(2.3) = \emptyset) := \ker$

Damit ergeben sich also innerhalb der Zeichen folgende Abbildungen:

$1.1 \to 1.2$	$(\beta\alpha^*)\alpha^*$		
$1.1 \to 2.1$	$((\alpha^{o}\beta^{o})^*)\alpha^*$	$1.2 \to 2.1$	$((\alpha^{o}\beta^{o})^*)\ (\beta\alpha)^*$
$1.1 \to 2.3$	$\ker(\alpha^*)$	$1.2 \to 2.3$	$\ker(\beta\alpha^*)$

Nun gibt es genau eine Zeichenrelation, deren Verlängerung durch den Nullpunkt des Kerns führt:



Möchte man also dieses dyadische Zeichenmodell erweitern, so könnte man die Zeichenbezüge als Intervalle definieren:

M := $[0, 1)_M$

O := $[0, 1)_O$

Man kann dann Funktionen einsetzen, die z.B. für arbiträr gewählte Intervall-Punkte Zeichenwerte ergeben, wobei die 1, d.h. der Fall $\mathcal{M}$(ZR) = $\mathcal{M}(\Omega)$, wegen der dann erreichten Nichtunterscheidbarkeit von Zeichen und Objekt ausgeschlossen ist. Konkret könnte dies wie folgt aussehen:

(1.1) → (1.1.1, 1.1.1.1, 1.1.1.1.1, ...)

(1.2) → (1.2.1, 1.2.2, 1.2.1.1, 1.2.2.1, ...), usw.,

d.h. man erhält dann anstatt der Paare Tripel, Quadrupel, ..., allgemein n-Tupel. Innrhalb eines beliebig gewählten n-Tupels, z.B. 1.2.1.1., ist dann die Verteilung von Erstheit 3/5 und die Verteilung von Zweitheit 2/5, innerhalb von z.B. 2.1.1.2.2.1.1 ist Erstheit = 4/10 = 2/5 und Zweitheit 6/10 = 3/5, usw., so dass man also die Intervalle auch umgekehrt von den angesetzten n-adischen Zeichenrelationen aus definieren kann. In diesem Falle bräuchte man allerdings Kriterien dafür, welche Zeichen für welches n n-adisch sind.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, 4 Indizes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

X-heit und X-heiten

1. Ein Subzeichen der allgemeinen Form

PZ = (a.b)

setzt sich aus einem triadischen Wert bzw. einer triadischen Peircezahl a und einem trichotomischen Wert bzw. einer trichotomischen Peircezahl b zusammen. Setzt man a, b $\in$ {1, 2, 3} nach a geordnet ein, erhält man alle tdP, setzt man sie nach b geordnet ein, erhält man alle ttP:

tdP: {1.1, 1.2, 1.3; 2.1, 2.2, 2.3; 3.1, 3.2, 3.3}

ttP: {1.1, 2.1, 3.1; 1.2, 2.2, 3.2; 1.3, 2.3, 3.3}

Man erhält so also sowohl für tdP als auch für ttP jeweils die vollständige Menge aller 9 Subzeichen der semiotischen 3$\times$3-Matrix.

2. Die Elemente der drei Teilmengen von tdP werden bekanntlich als **X-heit** bezeichnet: Erstheit, Zweitheit, Drittheit, wobei es sich hier um die Aufsplitterung der drei Peirceschen Kategorien in „gebrochene“ oder „inhomogene“ Kategorien handelt:

td_1P = {1.1, 1.2, 1.3}

td_2P = {2.1, 2.2, 2.3}

td_3P = {3.1, 3.2, 3.3}.

Wirft man jedoch einen Blick auf die tt_xP, so erkennt man, dass es für jedes td_xP jeweils 2 weitere Subzeichen gilt, welche die drei Teilmengen von td_xP komplettieren, nämlich die zu den inhomogenen Subzeichen konversen Relationen:

td_1P = {1.1, 1.2, 1.3} $\cup$ ({2.1, 3.1} $\in$ tt_1P)

td_2P = {2.1, 2.2, 2.3} $\cup$ ({2.2, 3.2} $\in$ tt_2P)

td_3P = {3.1, 3.2, 3.3} $\cup$ ({2.3, 3.3} $\in$ tt_3P).

Wir können somit den 3 Formen von X-heit die 3 Formen von **X-heiten** unterscheiden:

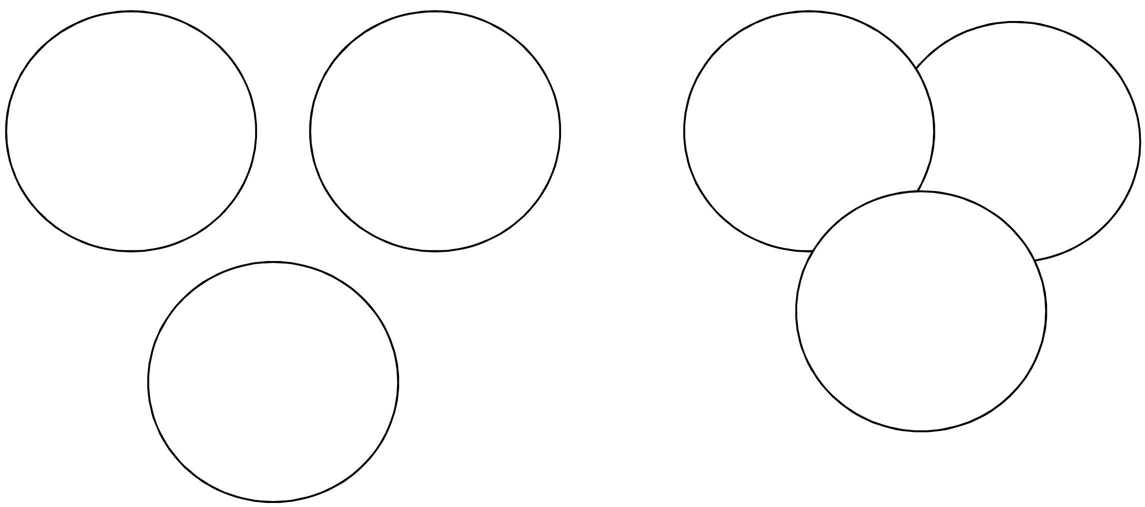
Erstheiten: E = {1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 3.1}

Zweitheiten: Z = {2.1, 2.2, 2.3, 1.2, 3.2}

Drittheiten: D = {3.1, 3.2, 3.3, 1.3, 2.3},

d.h. es gibt je 5 x-heiten mit $x \in \{1, 2, 3\}$ (unter Absehung der Differenz von tdP und ttP).

Der Unterschied zwischen X-heit (links) und X-heiten (rechts) lässt sich mit Hilfe der folgenden Mengendiagramme darstellen:



In den Schnittmengen der Teilmengen rechts finden sich paarweise alle zu einem Subzeichen (a.b) mit a ‡ b zueinander konversen Relationen, ausser beim Schnitt aller drei Mengen, der leer ist, während sich in den Kreisen ausschliesslich die genuinen Subzeichen finden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Besetzungslücken in der semiotischen Ereignismatrix. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2010)

Zeichendefinitionen mit surrealen Zahlen

1. Man überlege sich folgendes: Die übliche Definition des Peirceschen Zeichens (vgl. Bense 1979, S. 53, 67)

$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)$

kann man erstens in der Form

$Z = {}^{3}R({}^{1}M, {}^{2}O, {}^{3}I)$

ausdrücken. Dabei herrscht Isomorphie zwischen (M, O, I) und (1, 2, 3), d.h. es wird davon ausgegangen, dass die drei Peanozahlen in einer Nachfolgerrelation stehen, so dass M, O und I also zugleich für Kardinalzahlen, Relationen und Mengen stehen. Nun sind aber im Grunde die Qualitäten von 1, 2, 3 belanglos, was zählt, ist die Wertigkeit oder Valenz, d.h. die Qualitäten der Relationen. Anders gesagt, wir könnten genauso gut z.B.

$Z = {}^{3}R({}^{1}3, {}^{2}6, {}^{3}9) \sim {}^{3}R({}^{1}3, {}^{2}6, {}^{3}9) \sim {}^{3}R({}^{1}25, {}^{2}39, {}^{3}7) \sim ...$

schreiben.

2. Die sog. surrealen oder Conway-Zahlen wurden 1974 von John Horton Conway entdeckt bzw. erfunden. Sie bieten, grob gesagt, eine Möglichkeit, die Umgebung reeller Zahlen in einem viel dichteren Kontinuum zu untersuchen als dies mit Hilfe der Peano-Nachfolger-Beziehung möglich ist. (Dies erinnert also in gewisser Hinsicht an die transzendenten Zahlen.). Dabei werden surreal Zahlen zirkulär definiert:

<u>Definition:</u> Eine surreal Zahl ist ein Paar von Mengen vorgängig konstruierter surrealer Zahlen. Die Mengen heissen „linke” und “rechte” Menge. Keine Zahl der rechten Mengen soll kleiner oder gleich einem Element der linke Menge sein.

2.1. Die erste surreal Zahl ist $\{\emptyset \mid \emptyset\}$. Dies wird kurz als $\{|\}$ geschrieben. Es gilt also $0 \equiv \{|\}$. Möchte man die ersten drei ganzen surrealen Zahlen ungleich 0 entsprechend den reellen Zahlen einführen, so kann man das wie folgt tun:

$1 \equiv \{0|\}$

$2 \equiv \{1|\}$

$3 \equiv \{2|\}$

Neben diesen von den reellen Zahlen her kopierten Definitionen bieten aber die surrealen Zahlen noch eine sehr grosse Menge weiterer, z.B.

$1 \equiv \{0|2\}, \{0|3\}, ..., \{0|\omega\}$

$2 \equiv \{0|3\}, \{1|4\}, ..., \{1|\omega\}$,

$3 \equiv \{0|4\}, \{1|5\}, ..., \{2|\omega\}$,

wobei diese Mengen, wie oben im Falle der Peano-Zahlen, natürlich für die entsprechenden Relationen stehen. Die Überlegung dabei ist, dass z.B. bei

$a \subset b \subset c \subset d \subset e$

natürlich wegen Transitivität auch $a \subset c$, $c \subset e$, $b \subset e$ usw. gilt, so dass die topologischen Umgebung der Zahlen bestehen bleibt, auch wenn einige Glieder der „Kette" herausgenommen werden. Im Falle der surrealen Zahl 3 gilt also z.B.

$3 \equiv {}^{3}\{0|4\}, {}^{3}\{1|5\}, ..., {}^{3}\{2|\omega\}, ...$,

auch wenn es schwer vorstellbar ist, dass eine Relation zwischen 2 und der ersten transfiniten Ordinalzahl triadisch ist.

Gerade hierin liegt aber das gewaltige semiotische Potential der surrealen Zahlen, denn geht man von 3-adischen Relationen weiter hinauf zu 4-adischen, 5.-adischen, 6-adischen usw..

Wie schnell sich die relationalen Strukturen verändern und erweitern, erkennt man schon für n = 4, 5, 6, die ich in meinem Buch „Zwischen den Kontexturen" (Klagenfurt 2007) untersucht hatte:

Für die tetradische Semiotik können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^mY^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^mY^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäß der größten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich:

15 3.0 2.1 1.2 0.3	×	$\underline{3.0}$	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
		$\underline{3.0}$	$\underline{2.1}$	1.2	0.3	$3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
		$\underline{3.0}$	2.1	1.2	0.3	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$
		3.0	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	$\underline{0.3}$	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$
		3.0	2.1	$\underline{1.2}$	$\underline{0.3}$	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$
		3.0	2.1	1.2	$\underline{0.3}$	$3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
		$\underline{3.0}$	2.1	1.2	$\underline{0.3}$	$3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$
		3.0	$\underline{2.1}$	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$
		3.0	$\underline{2.1}$	1.2	0.3	$3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$
		3.0	2.1	$\underline{1.2}$	0.3	$3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$

Für die pentadische Semiotik können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäß nun tetradische Thematisationstypen auf.

2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^mY^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^mY^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.

3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^mY^mZ^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^mY^mZ^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^mY^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^mZ^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.

4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, daß die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

Für die hexadische Semiotik können wir schließlich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäß treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.

2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.

3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt

X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.

6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.

7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur daß hier noch mehr Verwirrung herrscht.

Grundsätzlich ist zu kritisieren, dass höhere als n=3-adische Strukturen in der Semiotik nie systematisch untersucht wurden wegen der faslifizierbaren Behauptung Peirces, dass alle n > 3-adischen Strukturen auf n = 3-adische zurückführbar seien. Die relationalen Strukturen der höherwertigen Semiotiken beweisen das Gegenteil. Bechränkt man sich ferner auf rein syntaktische Zusammenhänge, kann man ferner das Theorem von Schröder anwenden, und alle 3-adischen Relationen lassen sich dann auf 2-adische zurückführen (hierauf hat auch R. Kaehr kürzlich hingewiesen). Die letzte Konsequenz aus der Einführung der surrealen Zahlen in die Semiotik besteht demnach gerade darin, diese bisher ganz ungeahnten relationalen Strukturen freizulegen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Conway, John H., Numbers and Games. 2. Aufl. 1981

Toth, Alfred, Kann man die Peircezahlen mit Hilfe der surrealen Zahlen begründen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2010)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Die Verteilung der drei Fundamentalwissenschaften Mathematik, Logik und Semiotik in den thematisierten Realitäten des triadischen semiotischen Maximalsystems

1. Aus der triadischen Relation über der monadischen, der dyadischen und der triadischen Partialrelation der Peirceschen Zeichendefinition

ZR = (M, O, I)

kann man ein Maximalsystem von $3^3 = 27$ triadischen Zeichenrelationen und ihren dualen Realitätsrelationen konstruieren, von dem die bekannten 10 Zeichenklassen und ihre 10 dualen Realitästhematiken eine Teilmenge darstellen, und zwar gefiltert durch die Ordnungsrelation a ≤ b≤ c über (3.a 2.b 1.c).

Nun hatte Bense (1980, S. 293) die „zeichenanaloge triadische Relation der ´Zahl´ wie folgt definiert

ZaR = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel)),

d.h. die Semiotik, die über ZaR definiert ist, ist die einzige Fundamentalwissenschaft, welche sowohl über einen kardinalen, einen ordinalen und einen relationalen Zahlbegriff verfügt, am besten einsehbar anhand der selbstdualen Zeichenklasse

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3),

die mit ihrer Realitätsklasse identisch ist und als Thematsationsstruktur der Zahl und des Zeichens fungiert.

Nun ist nicht nur die primär kardinale Mathematik (Peano-Zahlen) auf dem Zahl-Begriff aufgebaut, sondern auch die Logik bedient sich des Zahlausschnittes (bzw. im quantenlogischen Falles: Intervalles) [0, 1], um ihre Wahrheitswerte zu klassifizieren bzw. als Funktionswertverteilungen darzustellen. In der binären Logik, die im aristotelischen Falle nur über zwei Werten operiert, steht daher nicht die kardinale Abzählbarkeit, sondern die ordinale Beziehung von Funktionswertverteilungen als geordnete Pattern von 0 und 1 im Vordergrund. Mathematik behandelt im wesentlichen die Kardinalität der Nachfolge, Logik die Ordinalität der

Kombination. Ordinalität setzt aber Kardinalität voraus, wenigstens insofern, als der noch nicht in eine Ordnungsrelation eingespannte Zahlbegriff der unmarkierte darstellt. Kardinalzahlen sind als blosse Abzählzahlen also unmarkierter als Ordinalzahlen, wo der vorausgesetzte Abzählbarkeitsbegriff bereits zur Etablierung von Ordnungen dient (z.B. 1000 im Falle der logischen Konjunktion, während z.B. 0001 als Ordnungsschema der logischen Disjunktion dient, usw.).

Die Semiotik aber setzt, worauf Bense immer wieder hingewiesen hatte, nicht nur den Begriff der kardinalen und der ordinalen, sondern auch denjenigen der relationalen Zahl voraus, wie er v.a. in den Dyaden zum Ausdruck kommt, wo der Untrschied der Zahlenpaare (1.2) : (2.1) einerseits und (1.3) : (3.1) weder rein kardinal noch rein ordinal, sondern nur relational erklärbar ist. Grundsätzlich kann jede Peircezahl, d.h. jedes „Primzeichen“ (wie Bense sich etwas ungenau ausdrückte) sowohl als Kardinal-, Ordinal- als auch Relationszahl dienen.

2. Im folgenden zeige ich anhand des triadischen semiotischen Maximalsystems aller kombinatorischen möglichen 27 Zeichenrelationen, wie das Verhältnis kardinalen, ordinaler und relationaler, und das heisst also: mathematischer, logischer und semiotischer Bestimmungen in den von ihren Realitätsrelationen präsentierten strukturellen Realitäten zum Ausdruck kommt.

Zuerst gebe ich die zahlentheoretische Analyse:

3.1 2.1 1.1	×	1.1 1.2 1.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.1 1.2	×	2.1 1.2 1.3	ZA(ORD)←ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.1 1.3	×	3.1 1.2 1.3	ZA(REL)←ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.2 1.1	×	1.1 2.2 1.3	ZA(KARD)→ZA(ORD)←ZA(KARD)
3.1 2.2 1.2	×	2.1 2.2 1.3	ZA(ORD)<ZA(ORD)→ZA(KARD)
3.1 2.2 1.3	×	3.1 2.2 1.3	ZA(REL)←ZA(ORD)→ZA(KARD)

3.1 2.3 1.1	×	1.1 3.2 1.3	ZA(KARD)→ZA(REL)←ZA(KARD)
3.1 2.3 1.2	×	2.1 3.2 1.3	ZA(ORD)←ZA(REL)→ZA(KARD)
3.1 2.3 1.3	×	3.1 3.2 1.3	ZA(REL)<ZA(REL)→ZA(KARD)

3.2 2.1 1.1	×	1.1 1.2 2.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)→ZA(ORD)
3.2 2.1 1.2	×	2.1 1.2 2.3	ZA(ORD)→ZA(KARD)←ZA(ORD)
3.2 2.1 1.3	×	3.1 1.2 2.3	ZA(REL)←ZA(KARD)→ZA(ORD)

3.2 2.2 1.1	×	1.1 2.2 2.3	ZA(KARD)←ZA(ORD)<ZA(ORD)
3.2 2.2 1.2	×	2.1 2.2 2.3	ZA(ORD)←ZA(ORD)<ZA(ORD)
3.2 2.2 1.3	×	3.1 2.2 2.3	ZA(REL)←ZA(ORD)<ZA(ORD)

3.2 2.3 1.1	×	1.1 3.2 2.3	ZA(KARD)←ZA(REL)→ZA(ORD)
3.2 2.3 1.2	×	2.1 3.2 2.3	ZA(ORD)→ZA(REL)←ZA(ORD)
3.2 2.3 1.3	×	3.1 3.2 2.3	ZA(REL)<ZA(REL)→ZA(ORD)

3.3 2.1 1.1	×	1.1 1.2 3.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)→ZA(REL)
3.3 2.1 1.2	×	2.1 1.2 3.3	ZA(ORD)←ZA(KARD)→ZA(REL)
3.3 2.1 1.3	×	3.1 1.2 3.3	ZA(REL)→ZA(KARD)←ZA(REL)

3.3 2.2 1.1	×	1.1 2.2 3.3	ZA(KARD)←ZA(ORD)→ZA(REL)
3.3 2.2 1.2	×	2.1 2.2 3.3	ZA(ORD)<ZA(ORD)←ZA(REL)
3.3 2.2 1.3	×	3.1 2.2 3.3	ZA(REL)→ZA(ORD)←ZA(REL)

3.3 2.3 1.1	×	1.1 3.2 3.3	ZA(KARD)←ZA(REL)<ZA(REL)
3.3 2.3 1.2	×	2.1 3.2 3.3	ZA(ORD)←ZA(REL)<ZA(REL)
3.3 2.3 1.3	×	3.1 3.2 3.3	ZA(REL)←ZA(REL)<ZA(REL)

In Übereinstimmung mit dem oben Gesagten können wir nun ersetzen:

Za(ord) → Log(ik)

Za(kard) → Math(ematik)

Za(rel) → Sem(iotik)

und erhalten dann

3.1 2.1 1.1	×	1.1 1.2 1.3	MATH < MATH < MATH
3.1 2.1 1.2	×	2.1 1.2 1.3	LOG ← MATH < MATH
3.1 2.1 1.3	×	3.1 1.2 1.3	SEM ← MATH < MATH

3.1 2.2 1.1	×	1.1 2.2 1.3	MATH → LOG ← MATH
3.1 2.2 1.2	×	2.1 2.2 1.3	LOG < LOG → MATH
3.1 2.2 1.3	×	3.1 2.2 1.3	SEM ← LOG → MATH

3.1 2.3 1.1 × 1.1 3.2 1.3 MATH → SEM ← MATH

3.1 2.3 1.2 × 2.1 3.2 1.3 LOG ← SEM → MATH

3.1 2.3 1.3 × 3.1 3.2 1.3 SEM < SEM → MATH

3.2 2.1 1.1 × 1.1 1.2 2.3 MATH < MATH → LOG

3.2 2.1 1.2 × 2.1 1.2 2.3 LOG → MATH ← LOG

3.2 2.1 1.3 × 3.1 1.2 2.3 SEM ← MATH → LOG

3.2 2.2 1.1 × 1.1 2.2 2.3 MATH ← LOG < LOG

3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3 LOG ← LOG < LOG

3.2 2.2 1.3 × 3.1 2.2 2.3 SEM ← LOG < LOG

3.2 2.3 1.1 × 1.1 3.2 2.3 MATH ← SEM → LOG

3.2 2.3 1.2 × 2.1 3.2 2.3 LOG → SEM ← LOG

3.2 2.3 1.3 × 3.1 3.2 2.3 SEM < SEM → LOG

3.3 2.1 1.1 × 1.1 1.2 3.3 MATH < MATH → SEM

3.3 2.1 1.2 × 2.1 1.2 3.3 LOG ← MATH → SEM

3.3 2.1 1.3 × 3.1 1.2 3.3 SEM → MATH ← SEM

3.3 2.2 1.1	×	1.1 2.2 3.3	MATH ← LOG → SEM
3.3 2.2 1.2	×	2.1 2.2 3.3	LOG < LOG ← SEM
3.3 2.2 1.3	×	3.1 2.2 3.3	SEM → LOG ← SEM

3.3 2.3 1.1	×	1.1 3.2 3.3	MATH ← SEM < SEM
3.3 2.3 1.2	×	2.1 3.2 3.3	LOG ← SEM < SEM
3.3 2.3 1.3	×	3.1 3.2 3.3	SEM ← SEM < SEM

Wir erhalten somit in Ergänzung zu Stiebing (1978) ein vollständiges wissenschaftstheoretisches Modell der maximalen möglichen Thematisationsstrukter der drei fundamentalen Wissenschaften Mathematik, Logik und Semiotik.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Die zeichenanaloge triadische Relation der Zahl

1. Die „zeichenanaloge triadische Relation der ´Zahl´“ wird nach Bense (1980, S. 293) wie folgt definiert

ZaR = R(Za(M), Za(O), Za(I))

und geht damit über in

ZaR = R(Za (kard), Za(ord), Za(rel)).

2. Wir können damit also definieren:

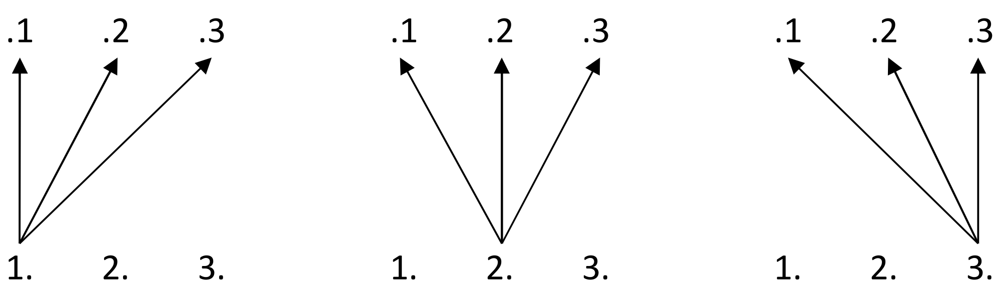
Za(kard) = {(1.1), (1.2), (1.3)}

Za(ord) = {(2.1), (2.2), (2.3)}

Za(rel) = {(3.1), (3.2), (3.3)}.

Trägt man diese 3 von Bense unterscheidenen Arten von „Primzeichen“ bzw. (wie ich mich ausdrücke) „Peircezahlen“ in das unten stehende Schema ein, bekommt man eine bisher übersehene zahlentheoretische Eigenschaften der Peircezahlen:

2.1. Za(kard) 2.2. Za(ord) 2.3. Za(rel)



Man kann dann nämlich die Abbildung der nicht-genuinen Subzeichen, d.h.

$\{(a.b)\} \rightarrow (a.a)$ mit $b \neq a$

im Falle von Za(kard) als Rechtsadjunktionen, im Falle von Za(ord) als Links- und Rechtsadjunktionen und im Falle von Za(rel) als Linksadunktionen darstellen:

Za(kard) = [(a.a.) ρ]

Za(ord) = $[\lambda\ (a.a)\ \rho]$

Za(rel) = $[\lambda\ (a.a)]$

Nichtgenuine Subzeichen sind daher nichts anderes als durch Links- und/oder Rechtadjunktionen erweiterte genuine Subzeichen bzw. identitive Morphismen. Das Zeichen kann damit als **Prägruppe** im Sinn eines partiell geordneten Monoids mit Einselement aufgefasst weden.

Bibliograpie

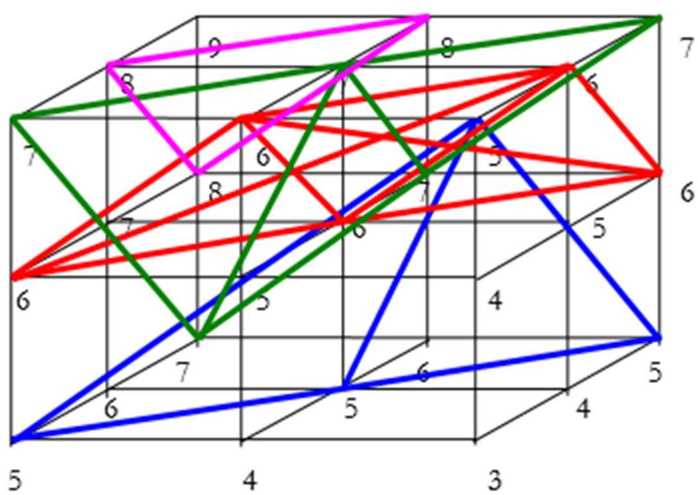
Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, S. 287-294

Gleichzahlige triadische Subzeichen

1. In einer Reihe von Aufsätzen (z.B. Toth 2008a, S. 151 ff, 155 ff, 295 ff. sowie passim in Toth 2008b) wurde bereits nachgewiesen, dass die sog. Peircesche Zahl eine flächige Zahl im Sinne einer polykontexturalen Zahl ist (vgl. Kronthaler 1986, S. 30 ff.). Damit weisen also bereits die kardinalen Äquivalente der ordinalen Primzeichen-Zahlen Eigenschaften auf, die sie von der Linearität der Peanoreihe trennen, die verschiedentlich als für die Peirce-Zahlen konstitutiv behauptet worden war (vgl. z.B. Bense 1975, S. 168 ff.). Im Stiebingschen Zeichenkubus haben wir nun allerdings keine dyadischen, sondern triadische Subzeichen der allgemeinen Form

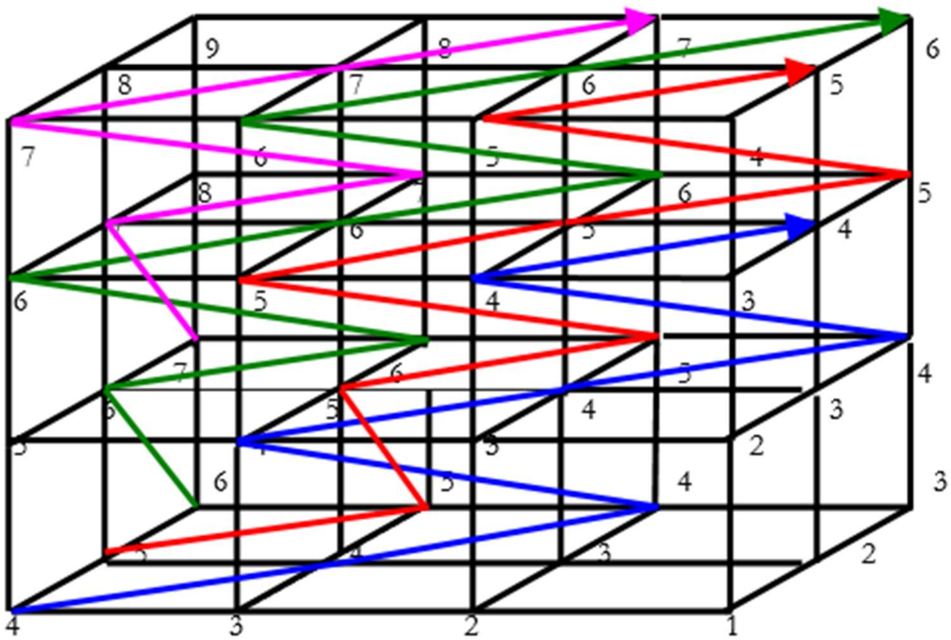
3-SZ = (a.b.c)

vor uns. Wir wollen zuerst die gleichzahligen triadischen Subzeichen im ursprünglichen Zeichenkubus bestimmen und ersetzen sie hiermit durch ihre Repräsentationswerte, wobei isotope Subzeichen durch gleichfarbige Linien miteinander verbunden werden.



Man sieht an dieser Graphik sehr schön, dass der Begriff der Peirceschen Zahl, auf den Zeichenkubus übertragen, rein gar nichts mit dem syntaktischen, linearen und eindeutigen Zahlbegriff der quantitativen Mathematik zu tun hat.

2. Wie in Toth (2009a, b) gezeigt wurde, ist der Stiebingsche Zeichenkubus ein Teilraum eines grösseren semiotischen Raumes, der mindestens bis zur der Präsemiotik entsprechenden semiotischen Dimension 0 hinuntergezogen werden kann (vgl. Bense 1975, S. 45 f., 65 f.; Stiebing 1981, 1984). Wir wollen nun die räumlichen semiotischen Bewegungen von Peirce-Zahlen auch in den folgenden erweiterten Kubus einzeichnen.



In diesem erweiterten Zeichenkubus haben wir nun keine Polygone wie oben, sondern nur die Zickzack-Linien der dreidimensionalen Peirce-Zahlen eingezeichnet. Dadurch zieht man ausserordentlich gut, wie sich die einzelnen Zahlenflächen im Raum neben- und übereinander lagern. Wenn wir als Beispiel die Peirce-Zahl 6 nehmen, dann erkennen wir, dass sie als Vorgänger die Menge der Peirce-Zahlen {1, 2, 3, 4, 5} hat, dass aber 6 gleichzeitig ihr eigener Nachfolger, nämlich auf der nächst höheren semiotischen Dimension, ist. Würden wir ferner die Polygonzüge einzeichnen, würden wir erkennen, dass die 6 nicht nur 1-facher, sondern 8-facher Nachfolger von sich selbst ist, gleichzeitig aber auch 8-facher Vorgänger von sich selbst. Da der obige Kubus aber nur ein Teilraum eines theoretisch unendlich grossen semiotischen Raumes ist, erhellt ferner, dass Peirce-Zahlen weder einen Anfang von ein Ende haben. Man kann leicht ermessen, dass eine semiotische

Zahlentheorie im Sinne einer Theorie semiotischer Zahlen ein dringendes Desideratum darstellt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, "Objekte" zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus (Hrsg.), Zeichen und Realität. Bd. II. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

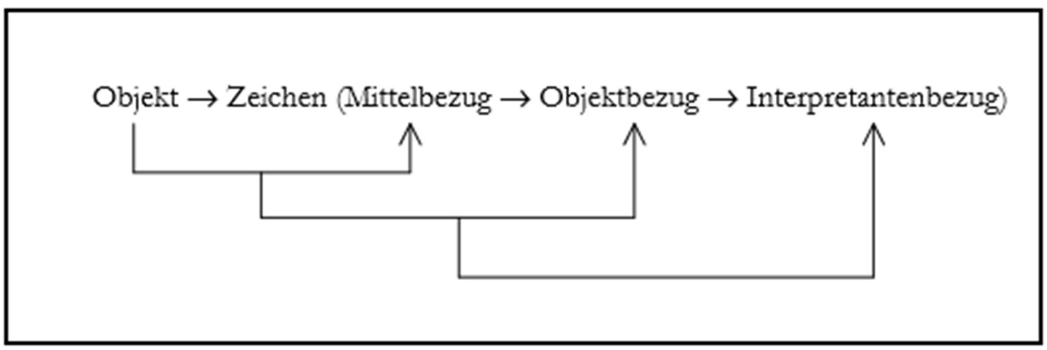
Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer polykontexturalen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Die Zeichendefinitionen der 3-dimensionalen semiotischen Teilräume. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Der vollständige 4×3×4 Zeichenkubus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die Entstehung von Zeichen aus Sinn

1. Die übliche und bisher einzige Theorie zur Entstehung von Zeichen, der sog. Semiose, geht mit Bense (1967, S. 9) davon aus, dass Objekte qua Meta-Objekte zum Zeichen erklärt werden. Dabei wird also ein Objekt durch einen Zeichenträger oder Mittelbezug substituiert, das seinerzeit die Referenz oder Bezeichnungsfunktion zu diesem Objekt qua Objektbezug etabliert, über welchem der zeichensetzende (thetische) Interpretant einen Bedeutungskonnex stiftet. Wie man erkennt, sieht hier die Abfolge der Semiose wie folgt aus:



Vgl. dazu Toth (2008a, S. 166 ff., 2008b, Bd. 2, S. 196 ff.). Der inverse Vorgang ist die sog. semiotische Katastrophe oder der Zerfall der Zeichen in ihre Objekte (vgl. Toth 2008c, S. 9 ff.). Allerdings ist es, wie in dieser Arbeit gezeigt werden soll, auch möglich, Zeichen vom Sinn oder der Bedeutungsfunktion via Bezeichnungsfunktion her "herauszufiltern". Ausgangsbasis ist die Idee, dass die 10 Peirceschen Zeichenklassen eine Teilmenge der 3^3 = 27 möglichen triadischen Relationen sind, die aus den drei Fundamentalkategorien als Relata durch via cartesische Produkte hergestellte Partialrelationen erzeugt werden können (vgl. Toth 2009a, b, c). Wie in Toth (2009d) gezeigt wurde, sind auch die 27 Zeichenrelationen, die nach Walther (1979, S. 80) als Bedeutungsfunktionen aufgefasst werden, eine Teilmenge der 243 möglichen Sinnklassen. Beim konversen Übergang von den Zeichenklassen zu den Bedeutungsklassen wird das Prinzip der semiotischen Inklusion aufgehoben, so dass es also nicht nur Zeichenklassen der Form

(3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

sondern auch solche mit den Ordnungen a = b = c, a < b < c, a > b > c sowie Mischformen gibt. Beim konversen Üebrgang von den Bedeutungsklassen zu den Sinnklassen wird zusätzlich die Forderung der Triadizität, d.h. der paarweisen Verschiedenheit der Relata bzw. Fundamentalkategorien aufgehoben, so dass wir also Zeichenrelationen der Form

(a.b c.d e.f) mit a, b, c, d, e, f $\in$ {1, 2, 3}

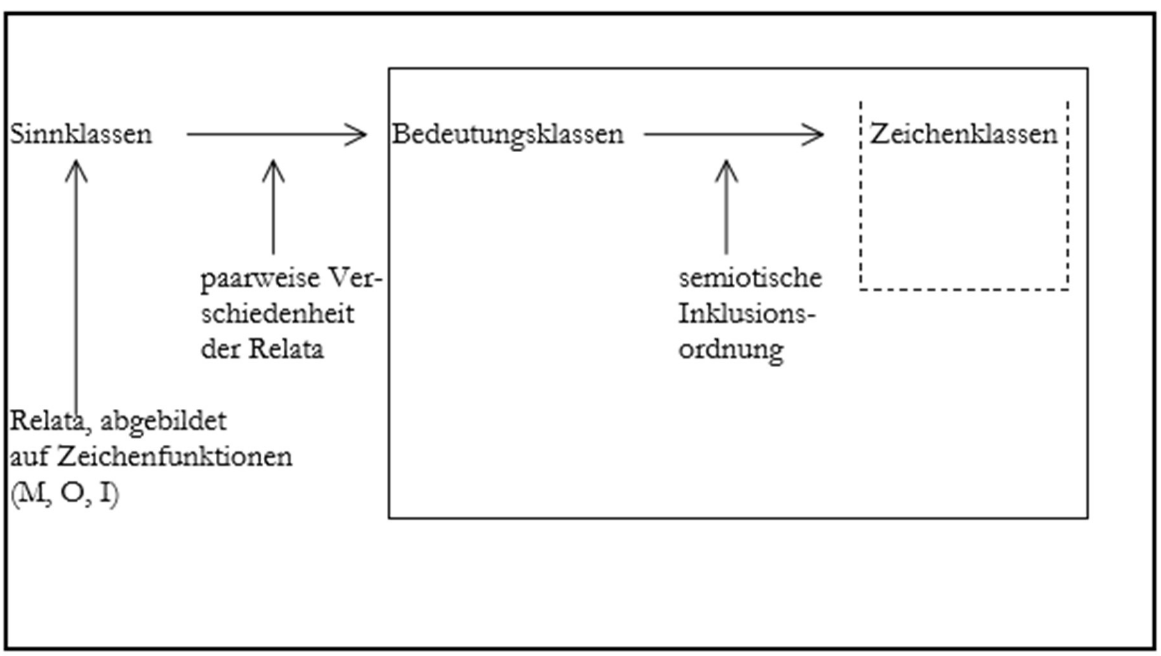
bekommen. Am Ausgangspunkt dieser neben der Meta-Objekt-Bildung zweiten Art von Semiose, die man "Filterungs-Semiose" nennen könnte, steht also eine abstrakte semiotische triadische Relation der Form

R(a, b, c),

die sich von der entsprechenden logischen triadischen Relation einzig dadurch entscheidet, dass hier die drei Relata auf die drei Peirceschen Fundamentalkategorien abgebildet werden:

(a, b, c) $\rightarrow$ (M, O, I) bzw. (a, b, c) $\rightarrow$ (.1., .2., .3.).

Man kann diese zweite Möglichkeit der Entstehung von Zeichen in dem folgenden Schema aus Toth (2009d) darstellen:



In dieser Arbeit sollen also die Filterungsprozesse zwischen

Sinnklassen $\rightarrow$ Bedeutungsklassen

sowie zwischen

Bedeutungsklassen $\rightarrow$ Zeichenklassen

skizziert werden.

2. Eine triadische Relation

R(a, b, c),

als deren logisches Modell etwa die Valenz des Verbums “schenken” gelten kann, wobei a der Schenkende, b das Geschenk und c der Beschenkte sei, stellt als solche noch keine semiotische Relation dar, aber sie kann als solche interpretiert werden. **Daher kann prinzipiell jede triadische Relation zur Zeichenrelation erklärt werden** wie prinzipiell jedes beliebige Etwas zum Zeichenerklärt werden kann (Bense 1967, S. 9).

Durch die Abbildung der drei logischen Relata auf die drei semiotischen Fundamentalkategorien

(a, b, c) $\rightarrow$ (M, O, I) bzw. (.1., .2., .3.)

können 3^9 = 19’683 triadische semiotische Relationen gebildet werden, wobei der Exponent die Anzahl der aus den Fundamentalkategorien durch cartesische Produktbildung entstandenen dyadischen Partialrelationen bezeichnet.

Wenn wir von der homogenen triadischen Relation

((a.a), (a.a), (a.a))

ausgehen und anstelle der drei Partialrelationen systematisch die neun dyadischen Partialrelationen

(a.a), (a.b), (a.c)

(b.a), (b.b), (b.c)

(c.a), (c.b), (c.c)

einsetzen, bekommen wir 9 Blöcke zu 81 triadischen Relationen, welche jedoch zahlreiche Redundanzen enthalten:

(a.a a.a a.a)	(a.a a.a b.a)	(a.a a.a c.a)
(a.a a.a a.b)	(a.a a.a b.b)	(a.a a.a c.b)
(a.a a.a a.c)	(a.a a.a b.c)	(a.a a.a c.c)
(a.a a.b a.a)	(a.a a.b b.a)	(a.a a.b c.a)
(a.a a.b a.b)	(a.a a.b b.b)	(a.a a.b c.b)
(a.a a.b a.c)	(a.a a.b b.c)	(a.a a.b c.c)
(a.a a.c a.a)	(a.a a.c b.a)	(a.a a.c c.a)
(a.a a.c a.b)	(a.a a.c b.b)	(a.a a.c c.b)
(a.a a.c a.c)	(a.a a.c b.c)	(a.a a.c c.c)

(a.a b.a a.a)	(a.a b.a b.a)	(a.a b.a c.a)
(a.a b.a a.b)	(a.a b.a b.b)	(a.a b.a c.b)
(a.a b.a a.c)	(a.a b.a b.c)	(a.a b.a c.c)
(a.a b.b a.a)	(a.a b.b b.a)	(a.a b.b c.a)
(a.a b.b a.b)	(a.a b.b b.b)	(a.a b.b c.b)
(a.a b.b a.c)	(a.a b.b b.c)	(a.a b.b c.c)
(a.a b.c a.a)	(a.a b.c b.a)	(a.a b.c c.a)
(a.a b.c a.b)	(a.a b.c b.b)	(a.a b.c c.b)
(a.a b.c a.c)	(a.a b.c b.c)	(a.a b.c c.c)
(a.a c.a a.a)	(a.a c.a b.a)	(a.a c.a c.a)
(a.a c.a a.b)	(a.a c.a b.b)	(a.a c.a c.b)
(a.a c.a a.c)	(a.a c.a b.c)	(a.a c.a c.c)
(a.a c.b a.a)	(a.a c.b b.a)	(a.a c.b c.a)
(a.a c.b a.b)	(a.a c.b b.b)	(a.a c.b c.b)
(a.a c.b a.c)	(a.a c.b b.c)	(a.a c.b c.c)
(a.a c.c a.a)	(a.a c.c b.a)	(a.a c.c c.a)
(a.a c.c a.b)	(a.a c.c b.b)	(a.a c.c c.b)
(a.a c.c a.c)	(a.a c.c b.c)	(a.a c.c c.c)

so dass sich also 9 reduzierte Blöcke zu 54 triadischen Relationen ergeben

(a.a a.a a.a)	(a.a a.a b.a)	(a.a a.a c.a)
(a.a a.a a.b)	(a.a a.a b.b)	(a.a a.a c.b)
(a.a a.a a.c)	(a.a a.a b.c)	(a.a a.a c.c)
(a.a a.b a.a)	(a.a a.b b.a)	(a.a a.b c.a)
(a.a a.b a.b)	(a.a a.b b.b)	(a.a a.b c.b)
(a.a a.b a.c)	(a.a a.b b.c)	(a.a a.b c.c)
(a.a a.c a.a)	(a.a a.c b.a)	(a.a a.c c.a)
(a.a a.c a.b)	(a.a a.c b.b)	(a.a a.c c.b)
(a.a a.c a.c)	(a.a a.c b.c)	(a.a a.c c.c)
	(a.a. b.c b.c)	(a.a b.a c.a)
	(a.a b.a b.b)	(a.a b.a c.b)
	(a.a b.a b.c)	(a.a b.a c.c)
	(a.a b.b b.a)	(a.a b.b c.a)
	(a.a b.b b.b)	(a.a b.b c.b)
	(a.a b.b b.c)	(a.a b.b c.c)
	(a.a b.c b.a)	(a.a b.c c.a)
	(a.a b.c b.b)	(a.a b.c c.b)
	(a.a b.c b.c)	(a.a b.c c.c)
		(a.a c.a c.a)
		(a.a c.a c.b)
		(a.a c.a c.c)
		(a.a c.b c.a)
		(a.a c.b c.b)
		(a.a c.b c.c)
		(a.a c.c c.a)
		(a.a c.c c.b)
		(a.a c.c c.c)

Wie in Toth (2009d) gezeigt wurde, tritt jedoch jede triadische Relationen in den 9 Blöcken nicht nur doppelt, sondern dreifach (entsprechend ihrer triadischen Struktur) auf, so dass sich die ursprünglich 81 semiotischen Relationen pro Block auf 27 verringern. Am Ende erhalten wir also statt 9 mal 81 = 729 nur 9 mal 27 = 243 semiotische Relationen, die in Toth (2009d) als **Sinnklassen** bezeichnet wurden. Die obige Darstellung gibt also genau die möglichen Typen von Sinnklassen an, die man erhält, wenn man zwischen ((a.a), (a.a), (a.a)) und ((c.c), (c.c), (c.c)) alle 9 dyadischen Partialrelationen einsetzt und miteinander kombiniert.

3. Sinnklassen enthalten semiotische Relationen der folgenden möglichen Belegungsstrukturen:

(a, a, a)

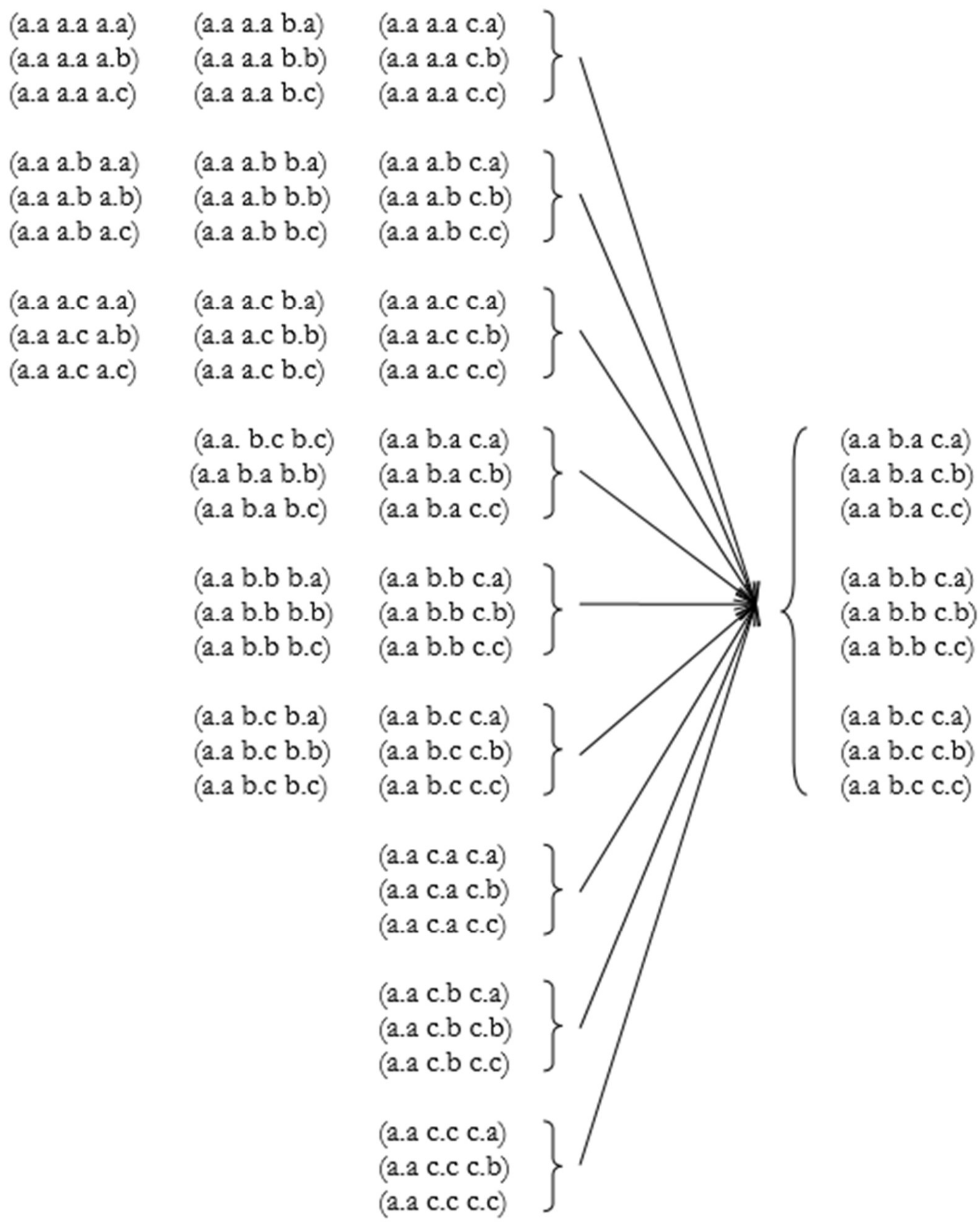
(a, a, b)

(a, b, c),

wobei a, b $\in$ {M, O, I} bzw. {.1., .2., .3.}, d.h. solche, bei denen nur eine, nur zwei oder alle drei Fundamentalkategorien auftreten. Bei der Abbildung von Sinnklassen auf **Bedeutungsklassen** wird nun die paarweise Verschiedenheit von a, b, c gefordert:

$a \neq b \neq c$,

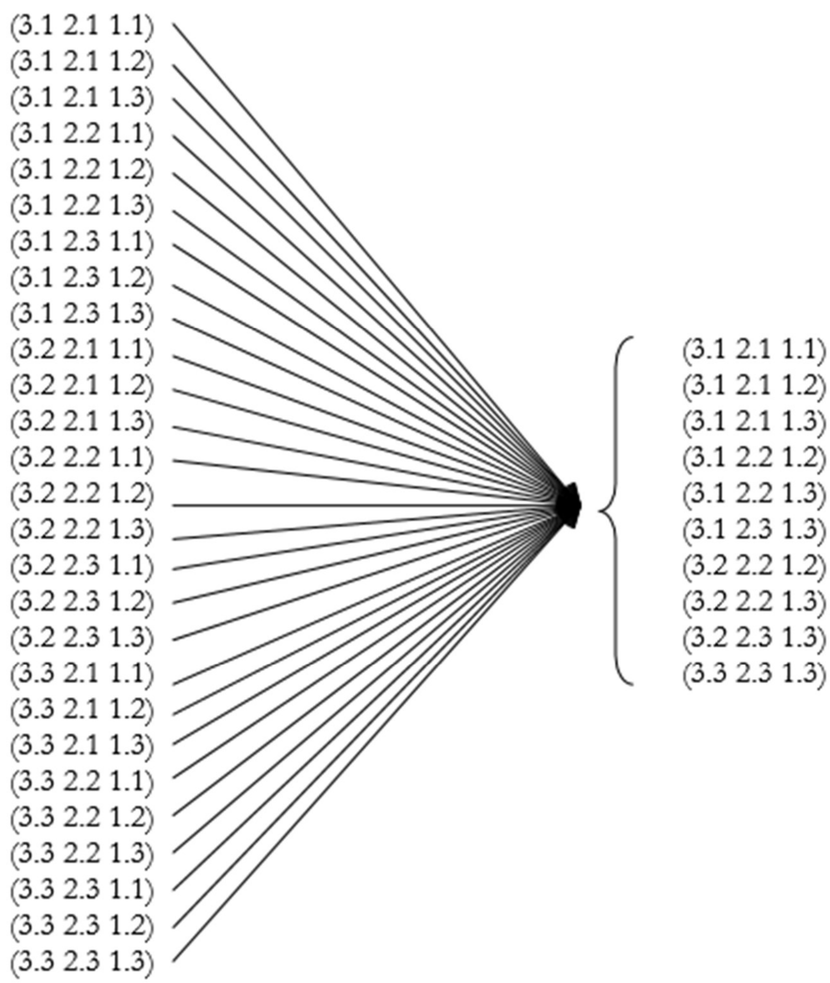
d.h. die zwei Belegungsstrukturen (a, a, a) und (a, a, b) fallen weg. Wir können diese Filterung können wir folgt veranschaulichen:



4. Die total 27 Bedeutungsklassen erfüllen nun alle das Prinzip der Triadizität, d.h. der paarweisen Verschiedenheit der auf die triadischen Relata abgebildeten Fundamentalkategorien. Bei der Abbildung der 27 Bedeutungsklasse auf die 10 **Zeichenklassen** werden erstere durch das Prinzip der semiotischen Inklusion

(3.a 2.b 1.c) mit a $\leq$ b $\leq$ c

zusätzlich gefiltert, so dass an den Plätzen von a, b, c nicht mehr alle 9 dyadischen Partialrelationen eingesetzt werden können, sondern nur noch 3, 2 oder 1 und zwar an der Stelle c in Abhängigkeit von der Stelle b und an der Stelle b in Abhängigkeit von der Stelle a:



Das hier entworfene Modell einer **Filterungs-Semiose** geht also davon aus, dass logische ternäre bzw. triadische Relationen, sofern sie interpretiert werden, d.h. sofern ein Modell für sie gewählt wird, immer eine triadische Relation über Fundamentalkategorien ist, die nicht a priori voneinander verschieden sein müssen. Falls sie nicht voneinander verschieden sind, erhält man ein semiotisches Universum von 243 Sinnklassen, die sich dadurch zu 27 Bedeutungsklassen filtern lassen, dass man paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien verlangt. Fordert man zusätzlich, dass eine n-stellige dyadische Partialrelation in ihrem

Stellenwert höchstens gleich gross oder grösser als der Stellenwert ihrer voraufgehenden n+1-stelligen dyadischen Partialrelation ist, erhält man die 10 Peirceschen Zeichenklassen, die unter Anwendung dieser Ordnungsrelation aus den 27 Bedeutungsklassen gefiltert werden können.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Peircezahlen und Protozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiotische Mediation bei Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotic, 2009c

Toth, Alfred, Sinn-, Bedeutungs- und Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Sinn-, Bedeutungs- und Zeichenklassen

Eine triadische Relation

R(a, b, c)

ist noch keine Zeichenrelation. Dazu bedarf es nach Peirce 1. der paarweisen Verschiedenheit der Relata

$a \neq b \neq c$

sowie 2. der Identifikation dieser Relata mit einer Mittelrelation, die als Zeichenträger fungiert, einer Objektrelation, die als Bezeichnungsfunktion fungiert, und einer Interpretantenrelation, die als Bedeutungsfunktion fungiert. Daraus folgt, also, dass jede triadische Relation eine Zeichenrelation sein kann, sofern deren Relata über ihren syntaktischen Status hinaus mit einer Bedeutungs- und einer Sinnfunktion identifiziert werden können. Beachte, dass bei dieser Einführung einer Zeichenrelation diese eine ungeordnete Menge darstellt, bei der die paarweise Verschiedenheit der Relata lediglich garantiert, dass die Abbildung der Zeichenfunktionen auf die Relata bijektiv ist.

Die Menge der möglichen dyadischen Partialrelationen über R(a, b, c) ist

PR(a, b, c) = {(a.a), (a.b), (a.c), (b.a), (b.b), (b.c), (c.a), (c.b), (c.c)}.

Ist also eine Relation R(a, b, c) eine Zeichenrelation, kann man für die 3 Relata jeweils 3 partielle Relata einsetzen, und man erhält auf diese Weise $3^3 = 27$ Zeichenrelationen:

(c.a b.a a.a) (c.a b.b a.a) (c.a b.c a.a)

(c.a b.a a.b) (c.a b.b a.b) (c.a b.c a.b)

(c.a b.a a.c) (c.a b.b a.c) (c.a b.c a.c)

(c.b b.a a.a) (c.b b.b a.a) (c.b b.c a.a)

(c.b b.a a.b) (c.b b.b a.b) (c.b b.c a.b) (c.b b.a a.c) (c.b b.b a.c) (c.b b.c a.c)

(c.c b.a a.a) (c.c b.b a.a) (c.c b.c a.a)

(c.c b.a a.b) (c.c b.b a.b) (c.c b.c a.b)

(c.c b.a a.c) (c.c b.b a.c) (c.c b.c a.c)

Aus diesen 27 Zeichenrelationen werden nun Zeichenklassen dadurch definiert, dass Zeichenrelationen der semiotischen Inklusionsordnung

(a.x b.y c.z) mit ($x \leq y \leq z$) mit x, y, z $\in$ {a, b, c}

genügen müssen. Dies sind dann die folgenden Zeichenrelationen:

(c.a b.a a.a)

(c.a b.a a.b)

(c.a b.a a.c)

(c.a b.b a.b)

(c.a b.b a.c)

(c.a b.c a.c)

(c.b b.b a.b)

(c.b b.b a.c)

(c.b b.c a.c)

(c.c b.c a.c)

Die 10 Zeichenklassen sind damit natürlich eine Teilmenge der 27 Zeichenrelationen. Letztere werden nach Walther (1979, S. 80) als "Bedeutungsklassen" bezeichnet (vgl. Toth 2009a-f). Nun sagt uns aber eine einfache Überlegung, dass rein kombinatorisch auch die Bedeutungsklassen eine Teilmenge einer noch grösseren Menge von Relationen sind. Nur muss dazu die obige Einschränkung 1., also die paarweise Verschiedenheit der Relata aufgehoben werden. Wenn wir also eine triadische Relation mit 3 Plätzen haben, an denen somit je alle 9 partiellen Relationen auftreten können, so bekommen wir eine Menge von 3^9 = 19'683 Relationen. Hier sind allerdings sehr viele Dubletten vertreten, da die Zeichenrelationen ja als ungeordnete Mengen eingeführt wurden. Statt rein kombinatorisch vorzugehen, versetzen wir uns daher auf den semiotischen Standpunkt. Als erste Relation bekommen wir eine triadische Relation mit rein homogenen Partialrelationen

((a.a), (a.a), (a.a))

Wenn wir zunächst rechts die 9 möglichen Partialrelationen durchlaufen

(a.a a.a a.a) (a.a a.a b.a) (a.a a.a c.a)

(a.a a.a a.b) (a.a a.a b.b) (a.a a.a c.b)

(a.a a.a a.c) (a.a a.a b.c) (a.a a.a c.c),

dann wird schnell klar, dass wir auf diese Weise für jede der 9 Partialrelationen 81 Relationen bekommen, insgesamt also 729 Relationen:

(a.a a.a a.a) (a.a a.a b.a) (a.a a.a c.a)

(a.a a.a a.b) (a.a a.a b.b) (a.a a.a c.b)

(a.a a.a a.c) (a.a a.a b.c) (a.a a.a c.c)

(a.a a.b a.a) (a.a a.b b.a) (a.a a.b c.a)

(a.a a.b a.b) (a.a a.b b.b) (a.a a.b c.b)

(a.a a.b a.c) (a.a a.b b.c) (a.a a.b c.c) (a.a a.c a.a) (a.a a.c b.a) (a.a a.c c.a)

(a.a a.c a.b) (a.a a.c b.b) (a.a a.c c.b)

(a.a a.c a.c) (a.a a.c b.c) (a.a a.c c.c)

(a.a b.a a.a) (a.a b.a b.a) (a.a b.a c.a)

(a.a b.a a.b) (a.a b.a b.b) (a.a b.a c.b)

(a.a b.a a.c) (a.a b.a b.c) (a.a b.a c.c)

(a.a b.b a.a) (a.a b.b b.a) (a.a b.b c.a)

(a.a b.b a.b) (a.a b.b b.b) (a.a b.b c.b)

(a.a b.b a.c) (a.a b.b b.c) (a.a b.b c.c)

(a.a b.c a.a) (a.a b.c b.a) (a.a b.c c.a)

(a.a b.c a.b) (a.a b.c b.b) (a.a b.c c.b)

(a.a b.c a.c) (a.a b.c b.c) (a.a b.c c.c)

(a.a c.a a.a) (a.a c.a b.a) (a.a c.a c.a)

(a.a c.a a.b) (a.a c.a b.b) (a.a c.a c.b)

(a.a c.a a.c) (a.a c.a b.c) (a.a c.a c.c) (a.a c.b a.a) (a.a c.b b.a) (a.a c.b c.a)

(a.a c.b a.b) (a.a c.b b.b) (a.a c.b c.b)

(a.a c.b a.c) (a.a c.b b.c) (a.a c.b c.c)

(a.a c.c a.a) (a.a c.c b.a) (a.a c.c c.a)

(a.a c.c a.b) (a.a c.c b.b) (a.a c.c c.b)

(a.a c.c a.c) (a.a c.c b.c) (a.a c.c c.c)

(a.b a.a a.a) (a.b a.a b.a) (a.b a.a c.a)

(a.b a.a a.b) (a.b a.a b.b) (a.b a.a c.b)

(a.b a.a a.c) (a.b a.a b.c) (a.b a.a c.c)

(a.b a.b a.a) (a.b a.b b.a) (a.b a.b c.a)

(a.b a.b a.b) (a.b a.b b.b) (a.b a.b c.b)

(a.b a.b a.c) (a.b a.b b.c) (a.b a.b c.c)

(a.b a.c a.a) (a.b a.c b.a) (a.b a.c c.a)

(a.b a.c a.b) (a.b a.c b.b) (a.b a.c c.b)

(a.b a.c a.c) (a.b a.c b.c) (a.b a.c c.c) (a.b b.a a.a) (a.b b.a b.a) (a.b b.a c.a)

(a.b b.a a.b) (a.b b.a b.b) (a.b b.a c.b)

(a.b b.a a.c) (a.b b.a b.c) (a.b b.a c.c)

(a.b b.b a.a) (a.b b.b b.a) (a.b b.b c.a)

(a.b b.b a.b) (a.b b.b b.b) (a.b b.b c.b)

(a.b b.b a.c) (a.b b.b b.c) (a.b b.b c.c)

(a.b b.c a.a) (a.b b.c b.a) (a.b b.c c.a)

(a.b b.c a.b) (a.b b.c b.b) (a.b b.c c.b)

(a.b b.c a.c) (a.b b.c b.c) (a.b b.c c.c)

(a.b c.a a.a) (a.b c.a b.a) (a.b c.a c.a)

(a.b c.a a.b) (a.b c.a b.b) (a.b c.a c.b)

(a.b c.a a.c) (a.b c.a b.c) (a.b c.a c.c)

(a.b c.b a.a) (a.b c.b b.a) (a.b c.b c.a)

(a.b c.b a.b) (a.b c.b b.b) (a.b c.b c.b)

(a.b c.b a.c) (a.b c.b b.c) (a.b c.b c.c) (a.b c.c a.a) (a.b c.c b.a) (a.b c.c c.a)

(a.b c.c a.b) (a.b c.c b.b) (a.b c.c c.b)

(a.b c.c a.c) (a.b c.c b.c) (a.b c.c c.c)

(a.c a.a a.a) (a.c a.a b.a) (a.c a.a c.a)

(a.c a.a a.b) (a.c a.a b.b) (a.c a.a c.b)

(a.c a.a a.c) (a.c a.a b.c) (a.c a.a c.c)

(a.c a.b a.a) (a.c a.b b.a) (a.c a.b c.a)

(a.c a.b a.b) (a.c a.b b.b) (a.c a.b c.b)

(a.c a.b a.c) (a.c a.b b.c) (a.c a.b c.c)

(a.c a.c a.a) (a.c a.c b.a) (a.c a.c c.a)

(a.c a.c a.b) (a.c a.c b.b) (a.c a.c c.b)

(a.c a.c a.c) (a.c a.c b.c) (a.c a.c c.c)

(a.c b.a a.a) (a.c b.a b.a) (a.c b.a c.a)

(a.c b.a a.b) (a.c b.a b.b) (a.c b.a c.b)

(a.c b.a a.c) (a.c b.a b.c) (a.c b.a c.c) (a.c b.b a.a) (a.c b.b b.a) (a.c b.b c.a)

(a.c b.b a.b) (a.c b.b b.b) (a.c b.b c.b)

(a.c b.b a.c) (a.c b.b b.c) (a.c b.b c.c)

(a.c b.c a.a) (a.c b.c b.a) (a.c b.c c.a)

(a.c b.c a.b) (a.c b.c b.b) (a.c b.c c.b)

(a.c b.c a.c) (a.c b.c b.c) (a.c b.c c.c)

(a.c c.a a.a) (a.c c.a b.a) (a.c c.a c.a)

(a.c c.a a.b) (a.c c.a b.b) (a.c c.a c.b)

(a.c c.a a.c) (a.c c.a b.c) (a.c c.a c.c)

(a.c c.b a.a) (a.c c.b b.a) (a.c c.b c.a)

(a.c c.b a.b) (a.c c.b b.b) (a.c c.b c.b)

(a.c c.b a.c) (a.c c.b b.c) (a.c c.b c.c)

(a.c c.c a.a) (a.c c.c b.a) (a.c c.c c.a)

(a.c c.c a.b) (a.c c.c b.b) (a.c c.c c.b)

(a.c c.c a.c) (a.c c.c b.c) (a.c c.c c.c)

(b.a a.a a.a) (b.a a.a b.a) (b.a a.a c.a)

(b.a a.a a.b) (b.a a.a b.b) (b.a a.a c.b)

(b.a a.a a.c) (b.a a.a b.c) (b.a a.a c.c)

(b.a a.b a.a) (b.a a.b b.a) (b.a a.b c.a)

(b.a a.b a.b) (b.a a.b b.b) (b.a a.b c.b)

(b.a a.b a.c) (b.a a.b b.c) (b.a a.b c.c)

(b.a a.c a.a) (b.a a.c b.a) (b.a a.c c.a)

(b.a a.c a.b) (b.a a.c b.b) (b.a a.c c.b)

(b.a a.c a.c) (b.a a.c b.c) (b.a a.c c.c)

(b.a b.a a.a) (b.a b.a b.a) (b.a b.a c.a)

(b.a b.a a.b) (b.a b.a b.b) (b.a b.a c.b)

(b.a b.a a.c) (b.a b.a b.c) (b.a b.a c.c)

(b.a b.b a.a) (b.a b.b b.a) (b.a b.b c.a)

(b.a b.b a.b) (b.a b.b b.b) (b.a b.b c.b)

(b.a b.b a.c) (b.a b.b b.c) (b.a b.b c.c) (b.a b.c a.a) (b.a b.c b.a) (b.a b.c c.a)

(b.a b.c a.b) (b.a b.c b.b) (b.a b.c c.b)

(b.a b.c a.c) (b.a b.c b.c) (b.a b.c c.c)

(b.a c.a a.a) (b.a c.a b.a) (b.a c.a c.a)

(b.a c.a a.b) (b.a c.a b.b) (b.a c.a c.b)

(b.a c.a a.c) (b.a c.a b.c) (b.a c.a c.c)

(b.a c.b a.a) (b.a c.b b.a) (b.a c.b c.a)

(b.a c.b a.b) (b.a c.b b.b) (b.a c.b c.b)

(b.a c.b a.c) (b.a c.b b.c) (b.a c.b c.c)

(b.a c.c a.a) (b.a c.c b.a) (b.a c.c c.a)

(b.a c.c a.b) (b.a c.c b.b) (b.a c.c c.b)

(b.a c.c a.c) (b.a c.c b.c) (b.a c.c c.c)

(b.b a.a a.a) (b.b a.a b.a) (b.b a.a c.a)

(b.b a.a a.b) (b.b a.a b.b) (b.b a.a c.b)

(b.b a.a a.c) (b.b a.a b.c) (b.b a.a c.c) (b.b a.b a.a) (b.b a.b b.a) (b.b a.b c.a)

(b.b a.b a.b) (b.b a.b b.b) (b.b a.b c.b)

(b.b a.b a.c) (b.b a.b b.c) (b.b a.b c.c)

(b.b a.c a.a) (b.b a.c b.a) (b.b a.c c.a)

(b.b a.c a.b) (b.b a.c b.b) (b.b a.c c.b)

(b.b a.c a.c) (b.b a.c b.c) (b.b a.c c.c)

(b.b b.a a.a) (b.b b.a b.a) (b.b b.a c.a)

(b.b b.a a.b) (b.b b.a b.b) (b.b b.a c.b)

(b.b b.a a.c) (a.a b.a b.c) (b.b b.a c.c)

(b.b b.b a.a) (b.b b.b b.a) (b.b b.b c.a)

(b.b b.b a.b) (b.b b.b b.b) (b.b b.b c.b)

(b.b b.b a.c) (b.b b.b b.c) (b.b b.b c.c)

(b.b b.c a.a) (b.b b.c b.a) (b.b b.c c.a)

(b.b b.c a.b) (b.b b.c b.b) (b.b b.c c.b)

(b.b b.c a.c) (b.b b.c b.c) (b.b b.c c.c) (b.b c.a a.a) (b.b c.a b.a) (b.b c.a c.a)

(b.b c.a a.b) (b.b c.a b.b) (b.b c.a c.b)

(b.b c.a a.c) (b.b c.a b.c) (b.b c.a c.c)

(b.b c.b a.a) (b.b c.b b.a) (b.b c.b c.a)

(b.b c.b a.b) (b.b c.b b.b) (b.b c.b c.b)

(b.b c.b a.c) (b.b c.b b.c) (b.b c.b c.c)

(b.b c.c a.a) (b.b c.c b.a) (b.b c.c c.a)

(b.b c.c a.b) (b.b c.c b.b) (b.b c.c c.b)

(b.b c.c a.c) (b.b c.c b.c) (b.b c.c c.c)

(b.c a.a a.a) (b.c a.a b.a) (b.c a.a c.a)

(b.c a.a a.b) (b.c a.a b.b) (b.c a.a c.b)

(b.c a.a a.c) (b.c a.a b.c) (b.c a.a c.c)

(b.c a.b a.a) (b.c a.b b.a) (b.c a.b c.a)

(b.c a.b a.b) (b.c a.b b.b) (b.c a.b c.b)

(b.c a.b a.c) (b.c a.b b.c) (b.c a.b c.c) (b.c a.c a.a) (b.c a.c b.a) (b.c a.c c.a)

(b.c a.c a.b) (b.c a.c b.b) (b.c a.c c.b)

(b.c a.c a.c) (b.c a.c b.c) (b.c a.c c.c)

(b.c b.a a.a) (b.c b.a b.a) (b.c b.a c.a)

(b.c b.a a.b) (b.c b.a b.b) (b.c b.a c.b)

(b.c b.a a.c) (b.c b.a b.c) (b.c b.a c.c)

(b.c b.b a.a) (b.c b.b b.a) (b.c b.b c.a)

(b.c b.b a.b) (b.c b.b b.b) (b.c b.b c.b)

(b.c b.b a.c) (b.c b.b b.c) (b.c b.b c.c)

(b.c b.c a.a) (b.c b.c b.a) (b.c b.c c.a)

(b.c b.c a.b) (b.c b.c b.b) (b.c b.c c.b)

(b.c b.c a.c) (b.c b.c b.c) (b.c b.c c.c)

(b.c c.a a.a) (b.c c.a b.a) (b.c c.a c.a)

(b.c c.a a.b) (b.c c.a b.b) (b.c c.a c.b)

(b.c c.a a.c) (b.c c.a b.c) (b.c c.a c.c) (b.c c.b a.a) (b.c c.b b.a) (b.c c.b c.a)

(b.c c.b a.b) (b.c c.b b.b) (b.c c.b c.b)

(b.c c.b a.c) (b.c c.b b.c) (b.c c.b c.c)

(b.c c.c a.a) (b.c c.c b.a) (b.c c.c c.a)

(b.c c.c a.b) (b.c c.c b.b) (b.c c.c c.b)

(b.c c.c a.c) (b.c c.c b.c) (b.c c.c c.c)

(c.a a.a a.a) (c.a a.a b.a) (c.a a.a c.a)

(c.a a.a a.b) (c.a a.a b.b) (c.a a.a c.b)

(c.a a.a a.c) (c.a a.a b.c) (c.a a.a c.c)

(c.a a.b a.a) (c.a a.b b.a) (c.a a.b c.a)

(c.a a.b a.b) (c.a a.b b.b) (c.a a.b c.b)

(c.a a.b a.c) (c.a a.b b.c) (c.a a.b c.c)

(c.a a.c a.a) (c.a a.c b.a) (c.a a.c c.a)

(c.a a.c a.b) (c.a a.c b.b) (c.a a.c c.b)

(c.a a.c a.c) (c.a a.c b.c) (c.a a.c c.c) (c.a b.a a.a) (c.a b.a b.a) (c.a b.a c.a)

(c.a b.a a.b) (c.a b.a b.b) (c.a b.a c.b)

(c.a b.a a.c) (c.a b.a b.c) (c.a b.a c.c)

(c.a b.b a.a) (c.a b.b b.a) (c.a b.b c.a)

(c.a b.b a.b) (c.a b.b b.b) (c.a b.b c.b)

(c.a b.b a.c) (c.a b.b b.c) (c.a b.b c.c)

(c.a b.c a.a) (c.a b.c b.a) (c.a b.c c.a)

(c.a b.c a.b) (c.a b.c b.b) (c.a b.c c.b)

(c.a b.c a.c) (c.a b.c b.c) (c.a b.c c.c)

(c.a c.a a.a) (c.a c.a b.a) (c.a c.a c.a)

(c.a c.a a.b) (c.a c.a b.b) (c.a c.a c.b)

(c.a c.a a.c) (c.a c.a b.c) (c.a c.a c.c)

(c.a c.b a.a) (c.a c.b b.a) (c.a c.b c.a)

(c.a c.b a.b) (c.a c.b b.b) (c.a c.b c.b)

(c.a c.b a.c) (c.a c.b b.c) (c.a c.b c.c) (c.a c.c a.a)   (c.a c.c b.a)   (c.a c.c c.a)

(c.a c.c a.b)   (c.a c.c b.b)   (c.a c.c c.b)

(c.a c.c a.c)   (c.a c.c b.c)   (c.a c.c c.c)

(c.b a.a a.a) (c.b a.a b.a) (c.b a.a c.a)

(c.b a.a a.b) (c.b a.a b.b) (c.b a.a c.b)

(c.b a.a a.c) (c.b a.a b.c) (c.b a.a c.c)

(c.b a.b a.a) (c.b a.b b.a) (c.b a.b c.a)

(c.b a.b a.b) (c.b a.b b.b) (c.b a.b c.b)

(c.b a.b a.c) (c.b a.b b.c) (c.b a.b c.c)

(c.b a.c a.a) (c.b a.c b.a) (c.b a.c c.a)

(c.b a.c a.b) (c.b a.c b.b) (c.b a.c c.b)

(c.b a.c a.c) (c.b a.c b.c) (c.b a.c c.c)

(c.b b.a a.a) (c.b b.a b.a) (c.b b.a c.a)

(c.b b.a a.b) (c.b b.a b.b) (c.b b.a c.b)

(c.b b.a a.c) (c.b b.a b.c) (c.b b.a c.c) (c.b b.b a.a) (c.b b.b b.a) (c.b b.b c.a)

(c.b b.b a.b) (c.b b.b b.b) (c.b b.b c.b)

(c.b b.b a.c) (c.b b.b b.c) (c.b b.b c.c)

(c.b b.c a.a) (c.b b.c b.a) (c.b b.c c.a)

(c.b b.c a.b) (c.b b.c b.b) (c.b b.c c.b)

(c.b b.c a.c) (c.b b.c b.c) (c.b b.c c.c)

(c.b c.a a.a) (c.b c.a b.a) (c.b c.a c.a)

(c.b c.a a.b) (c.b c.a b.b) (c.b c.a c.b)

(c.b c.a a.c) (c.b c.a b.c) (c.b c.a c.c)

(c.b c.b a.a) (c.b c.b b.a) (c.b c.b c.a)

(c.b c.b a.b) (c.b c.b b.b) (c.b c.b c.b)

(c.b c.b a.c) (c.b c.b b.c) (c.b c.b c.c)

(c.b c.c a.a) (c.b c.c b.a) (c.b c.c c.a)

(c.b c.c a.b) (c.b c.c b.b) (c.b c.c c.b)

(c.b c.c a.c) (c.b c.c b.c) (c.b c.c c.c)

(c.c a.a a.a) (c.c a.a b.a) (c.c a.a c.a)

(c.c a.a a.b) (c.c a.a b.b) (c.c a.a c.b)

(c.c a.a a.c) (c.c a.a b.c) (c.c a.a c.c)

(c.c a.b a.a) (c.c a.b b.a) (c.c a.b c.a)

(c.c a.b a.b) (c.c a.b b.b) (c.c a.b c.b)

(c.c a.b a.c) (c.c a.b b.c) (c.c a.b c.c)

(c.c a.c a.a) (c.c a.c b.a) (c.c a.c c.a)

(c.c a.c a.b) (c.c a.c b.b) (c.c a.c c.b)

(c.c a.c a.c) (c.c a.c b.c) (c.c a.c c.c)

(c.c b.a a.a) (c.c b.a b.a) (c.c b.a c.a)

(c.c b.a a.b) (c.c b.a b.b) (c.c b.a c.b)

(c.c b.a a.c) (c.c b.a b.c) (c.c b.a c.c)

(c.c b.b a.a) (c.c b.b b.a) (c.c b.b c.a)

(c.c b.b a.b) (c.c b.b b.b) (c.c b.b c.b)

(c.c b.b a.c) (c.c b.b b.c) (c.c b.b c.c) (c.c b.c a.a) (c.c b.c b.a) (c.c b.c c.a)

(c.c b.c a.b) (c.c b.c b.b) (c.c b.c c.b)

(c.c b.c a.c) (c.c b.c b.c) (c.c b.c c.c)

(c.c c.a a.a) (c.c c.a b.a) (c.c c.a c.a)

(c.c c.a a.b) (c.c c.a b.b) (c.c c.a c.b)

(c.c c.a a.c) (c.c c.a b.c) (c.c c.a c.c)

(c.c c.b a.a) (c.c c.b b.a) (c.c c.b c.a)

(c.c c.b a.b) (c.c c.b b.b) (c.c c.b c.b)

(c.c c.b a.c) (c.c c.b b.c) (c.c c.b c.c)

(c.c c.c a.a) (c.c c.c b.a) (c.c c.c c.a)

(c.c c.c a.b) (c.c c.c b.b) (c.c c.c c.b)

(c.c c.c a.c) (c.c c.c b.c) (c.c c.c c.c)

Aber selbst unter diesen 729 Relationen gibt es, da wir Relationen ja immer noch als ungeordnete Mengen definieren, Dubletten, denn, wie man sich anhand einer einfachen Überlegung überzeugt, kommen alle nicht-homogenen Relationen insgesamt dreimal vor, davon diejenigen Relationen, die aus nur zwei verschiedenen Hauptrelationen zusammengesetzt sind, als Permutationen sogar zweimal innerhalb eines 81er-Blocks:

(a.a a.a a.a) (a.a a.a b.a) (a.a a.a c.a)

(a.a a.a a.b) (a.a a.a b.b) (a.a a.a c.b)

(a.a a.a a.c) (a.a a.a b.c) (a.a a.a c.c)

(a.a a.b a.a) (a.a a.b b.a) (a.a a.b c.a)

(a.a a.b a.b) (a.a a.b b.b) (a.a a.b c.b)

(a.a a.b a.c) (a.a a.b b.c) (a.a a.b c.c)

(a.a a.c a.a) (a.a a.c b.a) (a.a a.c c.a)

(a.a a.c a.b) (a.a a.c b.b) (a.a a.c c.b)

(a.a a.c a.c) (a.a a.c b.c) (a.a a.c c.c)

(a.a b.a a.a) (a.a b.a b.a) (a.a b.a c.a)

(a.a b.a a.b) (a.a b.a b.b) (a.a b.a c.b)

(a.a b.a a.c) (a.a b.a b.c) (a.a b.a c.c)

(a.a b.b a.a) (a.a b.b b.a) (a.a b.b c.a)

(a.a b.b a.b) (a.a b.b b.b) (a.a b.b c.b)

(a.a b.b a.c) (a.a b.b b.c) (a.a b.b c.c)

(a.a b.c a.a)	(a.a b.c b.a)	(a.a b.c c.a)
(a.a b.c a.b)	(a.a b.c b.b)	(a.a b.c c.b)
(a.a b.c a.c)	(a.a b.c b.c)	(a.a b.c c.c)

(a.a c.a a.a)	(a.a c.a b.a)	(a.a c.a c.a)
(a.a c.a a.b)	(a.a c.a b.b)	(a.a c.a c.b)
(a.a c.a a.c)	(a.a c.a b.c)	(a.a c.a c.c)
(a.a c.b a.a)	(a.a c.b b.a)	(a.a c.b c.a)
(a.a c.b a.b)	(a.a c.b b.b)	(a.a c.b c.b)
(a.a c.b a.c)	(a.a c.b b.c)	(a.a c.b c.c)
(a.a c.c a.a)	(a.a c.c b.a)	(a.a c.c c.a)
(a.a c.c a.b)	(a.a c.c b.b)	(a.a c.c c.b)
(a.a c.c a.c)	(a.a c.c b.c)	(a.a c.c c.c)

Da also jede Relation genau 3mal auftritt, bekommen wir eine Menge von 243 Zeichenrelationen, bei denen die Forderung der paarweisen Verschiedenheit der Hauptrelationen aufgehoben ist. Da wir die Forderung 2., d.h. der Zuschreibung der semiotischen Fundamentalkategorien zu diesen Relationen nicht aufgehoben haben, stellt sich die Frage, welchen semiotischen Status diese 243 Zeichenrelationen haben. Denn Zeichenrelationen sind sie ja per definitionem, da ihre Relata als Zeichenfunktionen interpretiert werden. Unter diesen 243 Zeichenrelationen sind also 9 mal 27 Zeichenrelationen, die sich wie folgt aufteilen lassen:

1. Die 10 Zeichenklassen mit der semiotischen Inklusionsordnung:

Zkl = (a.b c.d e.f), ($a \leq b \leq c$), (a, b, c), paarweise verschieden und a, b, c $\in$ {M, O, I}

2. 17 Bedeutungsklassen im engeren Sinne (da die 10 Zkln eine Teilmenge der 27 Bedeutungsklassen sind), bei denen die semiotische Inklusionsordnung nicht gilt:

Bedkl = (a.b c.d e.f), ($a <=> b <=> c$), paarweise verschieden und a, b, c $\in$ {M, O, I}

3. 243 – 27 = 216 = 8 mal 27 Zeichenrelationen:

Zrel = (a.b c.d e.f), ($a <=> b <=> c$), nicht paarweise verschieden und a, b, c $\in$ {M, O, I}

Die dritte Gruppe umfasst also semiotisch gesehen solche Zeichenrelationen, die entweder nur aus homogenen Zeichenfunktionen bestehen, wie etwa (M.a M.b M.c) oder aus maximal zwei verschiedenen Zeichenfunktionen pro triadische Zeichenrelation wie etwa (O.a O.b I.c), d.h. es sind "Zeichen", die entweder keinen Mittel-, keinen Objekt- oder keinen Interpretantenbezug haben. Diese "Zeichen" widersprechen also zwar der Einführung einer triadischen Zeichenrelation im Sinne von Punkt 1. (paarweise Verschiedenheit der Relata), aber nicht im Sinne der Abbildung der Relata auf Fundamentalkategorien. Da nicht alle Fundamentalkategorien in diesen Relationen vorhanden sind, sind es zwar keine Zeichen, aber da mindestens eine und höchstens zwei Fundamentalkategorien vorhanden sind, müssen sie trotzdem semiotische Relevanz haben, und zwar eine andere als die dyadischen Partialrelationen triadischer Relationen, denn bei diesen fehlt ja zwar ebenfalls jeweils eine Fundamentalkategorie, aber es sind immer zwei voneinander verschiedene vorhanden. Vielleicht können solche zwar formal, aber nicht inhaltlich "gesättigte" Zeichenrelationen als "Sinnklassen" bezeichnet werden, wobei dann mit der Filtrierung der 243 Sinnklassen zu 27 Bedeutungsklassen und der 27 Bedeutungsklassen zu 10 Zeichenklassen eine gewisse Hierarchie von semiotischen Oberflächen- und Tiefenstrukturen erreicht wird.

Abschliessend setzen wir, der inzwischen in der Semiotik üblichen Praxis entsprechend, für a = 1, b = 2 und c = 3 und geben das gesamte triadische semiotischen Universum in numerischer Form wieder, um es auf diese Weise auch für kategoriale und repräsentationstheoretische Berechnungen zugänglich zu machen. In der folgenden Übersicht werden die Bedeutungsklassen als Teilmengen der Sinnklassen in Quadrate gesetzt, die Zeichenklassen als Teilmengen der Bedeutungsklassen zusätzlich durch Unterstreichung gekennzeichnet.

(1.1 1.1 1.1) (1.1 1.1 2.1) (1.1 1.1 3.1)

(1.1 1.1 1.2) (1.1 1.1 2.2) (1.1 1.1 3.2)

(1.1 1.1 1.3) (1.1 1.1 2.3) (1.1 1.1 3.3)

(1.1 1.2 1.1) (1.1 1.2 2.1) (1.1 1.2 3.1)

(1.1 1.2 1.2) (1.1 1.2 2.2) (1.1 1.2 3.2)

(1.1 1.2 1.3) (1.1 1.2 2.3) (1.1 1.2 3.3)

(1.1 1.3 1.1) (1.1 1.3 2.1) (1.1 1.3 3.1)

(1.1 1.3 1.2) (1.1 1.3 2.2) (1.1 1.3 3.2)

(1.1 1.3 1.3) (1.1 1.3 2.3) (1.1 1.3 3.3)

(1.1 2.1 1.1) (1.1 2.1 2.1) (1.1 2.1 3.1)

(1.1 2.1 1.2) (1.1 2.1 2.2) (1.1 2.1 3.2)

(1.1 2.1 1.3) (1.1 2.1 2.3) (1.1 2.1 3.3)

(1.1 2.2 1.1) (1.1 2.2 2.1) (1.1 2.2 3.1)

(1.1 2.2 1.2) (1.1 2.2 2.2) (1.1 2.2 3.2)

(1.1 2.2 1.3) (1.1 2.2 2.3) (1.1 2.2 3.3)

(1.1 2.3 1.1) (1.1 2.3 2.1) (1.1 2.3 3.1)

(1.1 2.3 1.2) (1.1 2.3 2.2) (1.1 2.3 3.2)

(1.1 2.3 1.3) (1.1 2.3 2.3) (1.1 2.3 3.3)

(1.1 3.1 1.1) (1.1 3.1 2.1) (1.1 3.1 3.1)

(1.1 3.1 1.2) (1.1 3.1 2.2) (1.1 3.1 3.2)

(1.1 3.1 1.3) (1.1 3.1 2.3) (1.1 3.1 3.3)

(1.1 3.2 1.1) (1.1 3.2 2.1) (1.1 3.2 3.1)

(1.1 3.2 1.2) (1.1 3.2 2.2) (1.1 3.2 3.2)

(1.1 3.2 1.3) (1.1 3.2 2.3) (1.1 3.2 3.3)

(1.1 3.3 1.1) (1.1 3.3 2.1) (1.1 3.3 3.1)

(1.1 3.3 1.2) (1.1 3.3 2.2) (1.1 3.3 3.2)

(1.1 3.3 1.3) (1.1 3.3 2.3) (1.1 3.3 3.3)

(1.2 1.1 1.1) (1.2 1.1 2.1) (1.2 1.1 3.1)

(1.2 1.1 1.2) (1.2 1.1 2.2) (1.2 1.1 3.2)

(1.2 1.1 1.3) (1.2 1.1 2.3) (1.2 1.1 3.3)

(1.2 1.2 1.1) (1.2 1.2 2.1) (1.2 1.2 3.1)

(1.2 1.2 1.2) (1.2 1.2 2.2) (1.2 1.2 3.2)

(1.2 1.2 1.3) (1.2 1.2 2.3) (1.2 1.2 3.3)

(1.2 1.3 1.1) (1.2 1.3 2.1) (1.2 1.3 3.1)

(1.2 1.3 1.2) (1.2 1.3 2.2) (1.2 1.3 3.2)

(1.2 1.3 1.3) (1.2 1.3 2.3) (1.2 1.3 3.3)

(1.2 2.1 1.1) (1.2 2.1 2.1) (1.2 2.1 3.1)

(1.2 2.1 1.2) (1.2 2.1 2.2) (1.2 2.1 3.2)

(1.2 2.1 1.3) (1.2 2.1 2.3) (1.2 2.1 3.3)

(1.2 2.2 1.1) (1.2 2.2 2.1) (1.2 2.2 3.1)

(1.2 2.2 1.2) (1.2 2.2 2.2) (1.2 2.2 3.2)

(1.2 2.2 1.3) (1.2 2.2 2.3) (1.2 2.2 3.3)

(1.2 2.3 1.1) (1.2 2.3 2.1) (1.2 2.3 3.1)

(1.2 2.3 1.2) (1.2 2.3 2.2) (1.2 2.3 3.2)

(1.2 2.3 1.3) (1.2 2.3 2.3) (1.2 2.3 3.3)

(1.2 3.1 1.1) (1.2 3.1 2.1) (1.2 3.1 3.1)

(1.2 3.1 1.2) (1.2 3.1 2.2) (1.2 3.1 3.2)

(1.2 3.1 1.3) (1.2 3.1 2.3) (1.2 3.1 3.3)

(1.2 3.2 1.1) (1.2 3.2 2.1) (1.2 3.2 3.1)

(1.2 3.2 1.2) (1.2 3.2 2.2) (1.2 3.2 3.2)

(1.2 3.2 1.3) (1.2 3.2 2.3) (1.2 3.2 3.3)

(1.2 3.3 1.1) (1.2 3.3 2.1) (1.2 3.3 3.1)

(1.2 3.3 1.2) (1.2 3.3 2.2) (1.2 3.3 3.2)

(1.2 3.3 1.3) (1.2 3.3 2.3) (1.2 3.3 3.3)

(1.3 1.1 1.1) (1.3 1.1 2.1) (1.3 1.1 3.1)

(1.3 1.1 1.2) (1.3 1.1 2.2) (1.3 1.1 3.2)

(1.3 1.1 1.3) (1.3 1.1 2.3) (1.3 1.1 3.3)

(1.3 1.2 1.1) (1.3 1.2 2.1) (1.3 1.2 3.1)

(1.3 1.2 1.2) (1.3 1.2 2.2) (1.3 1.2 3.2)

(1.3 1.2 1.3) (1.3 1.2 2.3) (1.3 1.2 3.3)

(1.3 1.3 1.1) (1.3 1.3 2.1) (1.3 1.3 3.1)

(1.3 1.3 1.2) (1.3 1.3 2.2) (1.3 1.3 3.2)

(1.3 1.3 1.3) (1.3 1.3 2.3) (1.3 1.3 3.3)

(1.3 2.1 1.1) (1.3 2.1 2.1) (1.3 2.1 3.1)

(1.3 2.1 1.2) (1.3 2.1 2.2) (1.3 2.1 3.2)

(1.3 2.1 1.3) (1.3 2.1 2.3) (1.3 2.1 3.3)

(1.3 2.2 1.1) (1.3 2.2 2.1) (1.3 2.2 3.1)

(1.3 2.2 1.2) (1.3 2.2 2.2) (1.3 2.2 3.2)

(1.3 2.2 1.3) (1.3 2.2 2.3) (1.3 2.2 3.3)

(1.3 2.3 1.1) (1.3 2.3 2.1) (1.3 2.3 3.1)

(1.3 2.3 1.2) (1.3 2.3 2.2) (1.3 2.3 3.2)

(1.3 2.3 1.3) (1.3 2.3 2.3) (1.3 2.3 3.3)

(1.3 3.1 1.1) (1.3 3.1 2.1) (1.3 3.1 3.1)

(1.3 3.1 1.2) (1.3 3.1 2.2) (1.3 3.1 3.2)

(1.3 3.1 1.3) (1.3 3.1 2.3) (1.3 3.1 3.3)

(1.3 3.2 1.1) (1.3 3.2 2.1) (1.3 3.2 3.1)

(1.3 3.2 1.2) (1.3 3.2 2.2) (1.3 3.2 3.2)

(1.3 3.2 1.3) (1.3 3.2 2.3) (1.3 3.2 3.3)

(1.3 3.3 1.1) (1.3 3.3 2.1) (1.3 3.3 3.1)

(1.3 3.3 1.2) (1.3 3.3 2.2) (1.3 3.3 3.2)

(1.3 3.3 1.3) (1.3 3.3 2.3) (1.3 3.3 3.3)

(2.1 1.1 1.1) (2.1 1.1 2.1) (2.1 1.1 3.1)

(2.1 1.1 1.2) (2.1 1.1 2.2) (2.1 1.1 3.2)

(2.1 1.1 1.3) (2.1 1.1 2.3) (2.1 1.1 3.3)

(2.1 1.2 1.1) (2.1 1.2 2.1) (2.1 1.2 3.1)

(2.1 1.2 1.2) (2.1 1.2 2.2) (2.1 1.2 3.2)

(2.1 1.2 1.3) (2.1 1.2 2.3) (2.1 1.2 3.3)

(2.1 1.3 1.1) (2.1 1.3 2.1) (2.1 1.3 3.1)

(2.1 1.3 1.2) (2.1 1.3 2.2) (2.1 1.3 3.2)

(2.1 1.3 1.3) (2.1 1.3 2.3) (2.1 1.3 3.3)

(2.1 2.1 1.1) (2.1 2.1 2.1) (2.1 2.1 3.1)

(2.1 2.1 1.2) (2.1 2.1 2.2) (2.1 2.1 3.2)

(2.1 2.1 1.3) (2.1 2.1 2.3) (2.1 2.1 3.3)

(2.1 2.2 1.1) (2.1 2.2 2.1) (2.1 2.2 3.1)

(2.1 2.2 1.2) (2.1 2.2 2.2) (2.1 2.2 3.2)

(2.1 2.2 1.3) (2.1 2.2 2.3) (2.1 2.2 3.3)

(2.1 2.3 1.1) (2.1 2.3 2.1) (2.1 2.3 3.1)

(2.1 2.3 1.2) (2.1 2.3 2.2) (2.1 2.3 3.2)

(2.1 2.3 1.3) (2.1 2.3 2.3) (2.1 2.3 3.3)

(2.1 3.1 1.1) (2.1 3.1 2.1) (2.1 3.1 3.1)

(2.1 3.1 1.2) (2.1 3.1 2.2) (2.1 3.1 3.2)

(2.1 3.1 1.3) (2.1 3.1 2.3) (2.1 3.1 3.3)

(2.1 3.2 1.1) (2.1 3.2 2.1) (2.1 3.2 3.1)

(2.1 3.2 1.2) (2.1 3.2 2.2) (2.1 3.2 3.2)

(2.1 3.2 1.3) (2.1 3.2 2.3) (2.1 3.2 3.3)

(2.1 3.3 1.1) (2.1 3.3 2.1) (2.1 3.3 3.1)

(2.1 3.3 1.2) (2.1 3.3 2.2) (2.1 3.3 3.2)

(2.1 3.3 1.3) (2.1 3.3 2.3) (2.1 3.3 3.3)

(2.2 1.1 1.1) (2.2 1.1 2.1) (2.2 1.1 3.1)

(2.2 1.1 1.2) (2.2 1.1 2.2) (2.2 1.1 3.2)

(2.2 1.1 1.3) (2.2 1.1 2.3) (2.2 1.1 3.3)

(2.2 1.2 1.1) (2.2 1.2 2.1) (2.2 1.2 3.1)

(2.2 1.2 1.2) (2.2 1.2 2.2) (2.2 1.2 3.2)

(2.2 1.2 1.3) (2.2 1.2 2.3) (2.2 1.2 3.3)

(2.2 1.3 1.1) (2.2 1.3 2.1) (2.2 1.3 3.1)

(2.2 1.3 1.2) (2.2 1.3 2.2) (2.2 1.3 3.2)

(2.2 1.3 1.3) (2.2 1.3 2.3) (2.2 1.3 3.3)

(2.2 2.1 1.1) (2.2 2.1 2.1) (2.2 2.1 3.1)

(2.2 2.1 1.2) (2.2 2.1 2.2) (2.2 2.1 3.2)

(2.2 2.1 1.3) (1.1 2.1 2.3) (2.2 2.1 3.3)

(2.2 2.2 1.1) (2.2 2.2 2.1) (2.2 2.2 3.1)

(2.2 2.2 1.2) (2.2 2.2 2.2) (2.2 2.2 3.2)

(2.2 2.2 1.3) (2.2 2.2 2.3) (2.2 2.2 3.3)

(2.2 2.3 1.1) (2.2 2.3 2.1) (2.2 2.3 3.1)

(2.2 2.3 1.2) (2.2 2.3 2.2) (2.2 2.3 3.2)

(2.2 2.3 1.3) (2.2 2.3 2.3) (2.2 2.3 3.3)

(2.2 3.1 1.1) (2.2 3.1 2.1) (2.2 3.1 3.1)

(2.2 3.1 1.2) (2.2 3.1 2.2) (2.2 3.1 3.2)

(2.2 3.1 1.3) (2.2 3.1 2.3) (2.2 3.1 3.3)

(2.2 3.2 1.1) (2.2 3.2 2.1) (2.2 3.2 3.1)

(2.2 3.2 1.2) (2.2 3.2 2.2) (2.2 3.2 3.2)

(2.2 3.2 1.3) (2.2 3.2 2.3) (2.2 3.2 3.3)

(2.2 3.3 1.1) (2.2 3.3 2.1) (2.2 3.3 3.1)

(2.2 3.3 1.2) (2.2 3.3 2.2) (2.2 3.3 3.2)

(2.2 3.3 1.3) (2.2 3.3 2.3) (2.2 3.3 3.3)

(2.3 1.1 1.1) (2.3 1.1 2.1) (2.3 1.1 3.1)

(2.3 1.1 1.2) (2.3 1.1 2.2) (2.3 1.1 3.2)

(2.3 1.1 1.3) (2.3 1.1 2.3) (2.3 1.1 3.3)

(2.3 1.2 1.1) (2.3 1.2 2.1) (2.3 1.2 3.1)

(2.3 1.2 1.2) (2.3 1.2 2.2) (2.3 1.2 3.2)

(2.3 1.2 1.3) (2.3 1.2 2.3) (2.3 1.2 3.3)

(2.3 1.3 1.1) (2.3 1.3 2.1) (2.3 1.3 3.1)

(2.3 1.3 1.2) (2.3 1.3 2.2) (2.3 1.3 3.2)

(2.3 1.3 1.3) (2.3 1.3 2.3) (2.3 1.3 3.3)

(2.3 2.1 1.1) (2.3 2.1 2.1) (2.3 2.1 3.1)

(2.3 2.1 1.2) (2.3 2.1 2.2) (2.3 2.1 3.2)

(2.3 2.1 1.3) (2.3 2.1 2.3) (2.3 2.1 3.3)

(2.3 2.2 1.1) (2.3 2.2 2.1) (2.3 2.2 3.1)

(2.3 2.2 1.2) (2.3 2.2 2.2) (2.3 2.2 3.2)

(2.3 2.2 1.3) (2.3 2.2 2.3) (2.3 2.2 3.3)

(2.3 2.3 1.1) (2.3 2.3 2.1) (2.3 2.3 3.1)

(2.3 2.3 1.2) (2.3 2.3 2.2) (2.3 2.3 3.2)

(2.3 2.3 1.3) (2.3 2.3 2.3) (2.3 2.3 3.3)

(2.3 3.1 1.1) (2.3 3.1 2.1) (2.3 3.1 3.1)

(2.3 3.1 1.2) (2.3 3.1 2.2) (2.3 3.1 3.2)

(2.3 3.1 1.3) (2.3 3.1 2.3) (2.3 3.1 3.3)

(2.3 3.2 1.1) (2.3 3.2 2.1) (2.3 3.2 3.1)

(2.3 3.2 1.2) (2.3 3.2 2.2) (2.3 3.2 3.2)

(2.3 3.2 1.3) (2.3 3.2 2.3) (2.3 3.2 3.3)

(2.3 3.3 1.1) (2.3 3.3 2.1) (2.3 3.3 3.1)

(2.3 3.3 1.2) (2.3 3.3 2.2) (2.3 3.3 3.2)

(2.3 3.3 1.3) (2.3 3.3 2.3) (2.3 3.3 3.3)

(3.1 1.1 1.1) (3.1 1.1 2.1) (3.1 1.1 3.1)

(3.1 1.1 1.2) (3.1 1.1 2.2) (3.1 1.1 3.2)

(3.1 1.1 1.3) (3.1 1.1 2.3) (3.1 1.1 3.3)

(3.1 1.2 1.1) (3.1 1.2 2.1) (3.1 1.2 3.1)

(3.1 1.2 1.2) (3.1 1.2 2.2) (3.1 1.2 3.2)

(3.1 1.2 1.3) (3.1 1.2 2.3) (3.1 1.2 3.3)

(3.1 1.3 1.1) (3.1 1.3 2.1) (3.1 1.3 3.1)

(3.1 1.3 1.2) (3.1 1.3 2.2) (3.1 1.3 3.2)

(3.1 1.3 1.3) (3.1 1.3 2.3) (3.1 1.3 3.3)

(3.1 2.1 1.1) (3.1 2.1 2.1) (3.1 2.1 3.1)

(3.1 2.1 1.2) (3.1 2.1 2.2) (3.1 2.1 3.2)

(3.1 2.1 1.3) (3.1 2.1 2.3) (3.1 2.1 3.3)

(3.1 2.2 1.1) (3.1 2.2 2.1) (3.1 2.2 3.1)

(3.1 2.2 1.2) (3.1 2.2 2.2) (3.1 2.2 3.2)

(3.1 2.2 1.3) (3.1 2.2 2.3) (3.1 2.2 3.3)

(3.1 2.3 1.1) (3.1 2.3 2.1) (3.1 2.3 3.1)

(3.1 2.3 1.2) (3.1 2.3 2.2) (3.1 2.3 3.2)

(3.1 2.3 1.3) (3.1 2.3 2.3) (3.1 2.3 3.3)

(3.1 3.1 1.1) (3.1 3.1 2.1) (3.1 3.1 3.1)

(3.1 3.1 1.2) (3.1 3.1 2.2) (3.1 3.1 3.2)

(3.1 3.1 1.3) (3.1 3.1 2.3) (3.1 3.1 3.3)

(3.1 3.2 1.1) (3.1 3.2 2.1) (3.1 3.2 3.1)

(3.1 3.2 1.2) (3.1 3.2 2.2) (3.1 3.2 3.2)

(3.1 3.2 1.3) (3.1 3.2 2.3) (3.1 3.2 3.3)

(3.1 3.3 1.1) (3.1 3.3 2.1) (3.1 3.3 3.1)

(3.1 3.3 1.2) (3.1 3.3 2.2) (3.1 3.3 3.2)

(3.1 3.3 1.3) (3.1 3.3 2.3) (3.1 3.3 3.3)

(3.2 1.1 1.1) (3.2 1.1 2.1) (3.2 1.1 3.1)

(3.2 1.1 1.2) (3.2 1.1 2.2) (3.2 1.1 3.2)

(3.2 1.1 1.3) (3.2 1.1 2.3) (3.2 1.1 3.3)

(3.2 1.2 1.1) (3.2 1.2 2.1) (3.2 1.2 3.1)

(3.2 1.2 1.2) <u>(3.2 1.2 2.2)</u> (3.2 1.2 3.2)

(3.2 1.2 1.3) (3.2 1.2 2.3) (3.2 1.2 3.3)

(3.2 1.3 1.1) (3.2 1.3 2.1) (3.2 1.3 3.1)

(3.2 1.3 1.2) (3.2 1.3 2.2) (3.2 1.3 3.2)

(3.2 1.3 1.3) (3.2 1.3 2.3) (3.2 1.3 3.3)

(3.2 2.1 1.1) (3.2 2.1 2.1) (3.2 2.1 3.1)

(3.2 2.1 1.2) (3.2 2.1 2.2) (3.2 2.1 3.2)

(3.2 2.1 1.3) (3.2 2.1 2.3) (3.2 2.1 3.3)

(3.2 2.2 1.1) (3.2 2.2 2.1) (3.2 2.2 3.1)

(3.2 2.2 1.2) (3.2 2.2 2.2) (3.2 2.2 3.2)

(3.2 2.2 1.3) (3.2 2.2 2.3) (3.2 2.2 3.3)

(3.2 2.3 1.1) (3.2 2.3 2.1) (3.2 2.3 3.1)

(3.2 2.3 1.2) (3.2 2.3 2.2) (3.2 2.3 3.2)

(3.2 2.3 1.3) (3.2 2.3 2.3) (3.2 2.3 3.3)

(3.2 3.1 1.1) (3.2 3.1 2.1) (3.2 3.1 3.1)

(3.2 3.1 1.2) (3.2 3.1 2.2) (3.2 3.1 3.2)

(3.2 3.1 1.3) (3.2 3.1 2.3) (3.2 3.1 3.3)

(3.2 3.2 1.1) (3.2 3.2 2.1) (3.2 3.2 3.1)

(3.2 3.2 1.2) (3.2 3.2 2.2) (3.2 3.2 3.2)

(3.2 3.2 1.3) (3.2 3.2 2.3) (3.2 3.2 3.3)

(3.2 3.3 1.1) (3.2 3.3 2.1) (3.2 3.3 3.1)

(3.2 3.3 1.2) (3.2 3.3 2.2) (3.2 3.3 3.2)

(3.2 3.3 1.3) (3.2 3.3 2.3) (3.2 3.3 3.3)

(3.3 1.1 1.1) (3.3 1.1 2.1) (3.3 1.1 3.1)

(3.3 1.1 1.2) (3.3 1.1 2.2) (3.3 1.1 3.2)

(3.3 1.1 1.3) (3.3 1.1 2.3) (3.3 1.1 3.3)

(3.3 1.2 1.1) (3.3 1.2 2.1) (3.3 1.2 3.1)

(3.3 1.2 1.2) (3.3 1.2 2.2) (3.3 1.2 3.2)

(3.3 1.2 1.3) (3.3 1.2 2.3) (3.3 1.2 3.3)

(3.3 1.3 1.1) (3.3 1.3 2.1) (3.3 1.3 3.1)

(3.3 1.3 1.2) (3.3 1.3 2.2) (3.3 1.3 3.2)

(3.3 1.3 1.3) (3.3 1.3 2.3) (3.3 1.3 3.3)

(3.3 2.1 1.1) (3.3 2.1 2.1) (3.3 2.1 3.1)

(3.3 2.1 1.2) (3.3 2.1 2.2) (3.3 2.1 3.2)

(3.3 2.1 1.3) (3.3 2.1 2.3) (3.3 2.1 3.3)

(3.3 2.2 1.1) (3.3 2.2 2.1) (3.3 2.2 3.1)

(3.3 2.2 1.2) (3.3 2.2 2.2) (3.3 2.2 3.2)

(3.3 2.2 1.3) (3.3 2.2 2.3) (3.3 2.2 3.3)

(3.3 2.3 1.1) (3.3 2.3 2.1) (3.3 2.3 3.1)

(3.3 2.3 1.2) (3.3 2.3 2.2) (3.3 2.3 3.2)

(3.3 2.3 1.3) (3.3 2.3 2.3) (3.3 2.3 3.3)

(3.3 3.1 1.1) (3.3 3.1 2.1) (3.3 3.1 3.1)

(3.3 3.1 1.2) (3.3 3.1 2.2) (3.3 3.1 3.2)

(3.3 3.1 1.3) (3.3 3.1 2.3) (3.3 3.1 3.3)

(3.3 3.2 1.1) (3.3 3.2 2.1) (3.3 3.2 3.1)

(3.3 3.2 1.2) (3.3 3.2 2.2) (3.3 3.2 3.2)

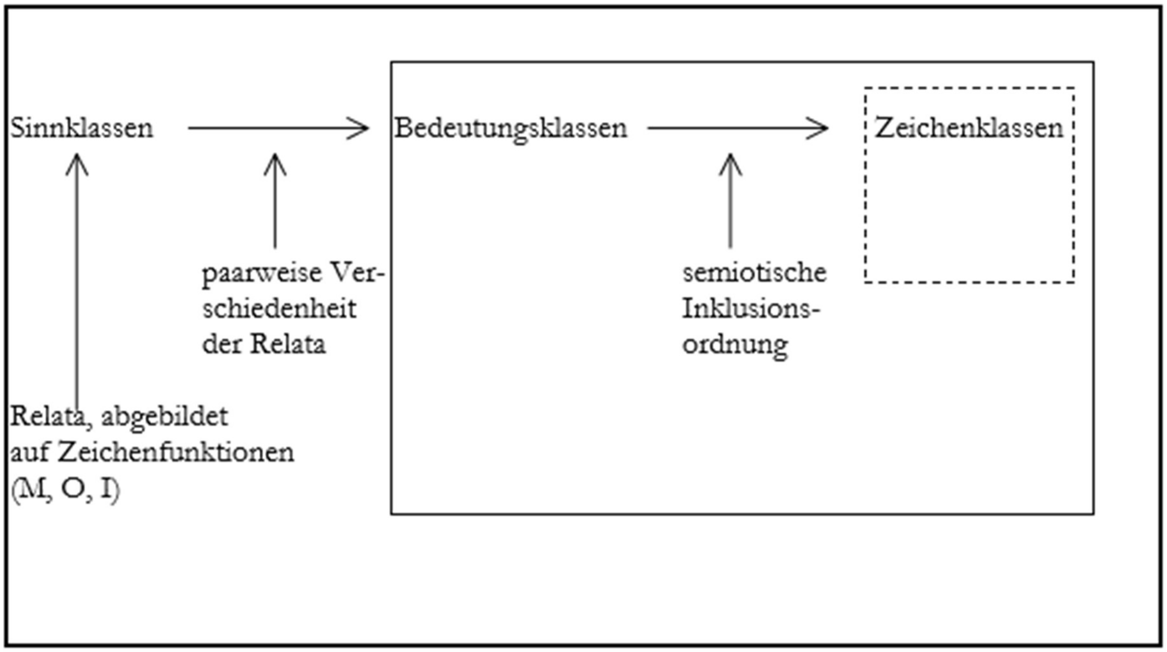
(3.3 3.2 1.3) (3.3 3.2 2.3) (3.3 3.2 3.3)

(3.3 3.3 1.1) (3.3 3.3 2.1) (3.3 3.3 3.1)

(3.3 3.3 1.2) (3.3 3.3 2.2) (3.3 3.3 3.2)

(3.3 3.3 1.3) (3.3 3.3 2.3) (3.3 3.3 3.3)

Sobald man also auf eine triadische Relation R(a, b, c) Zeichenfunktionen auf die Relata a, b, c abbildet, bekommt man ein semiotisches Universum aus 9 mal 27 = 243 Zeichenrelationen, von denen allerdings nur 27 Bedeutungsklassen und von denen wiederum sogar nur 10 Zeichenklassen sind. Man kann dies in dem folgenden kleinen Schema zusammenfassen:



Bibliographie

Toth, Alfred, Peircezahlen und Protozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Zu einer Realitätentheorie der semiotischen Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Semiotische Mediation bei Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Affine Bedeutungsklassen und das semiotische Faltungsintegral. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009e)

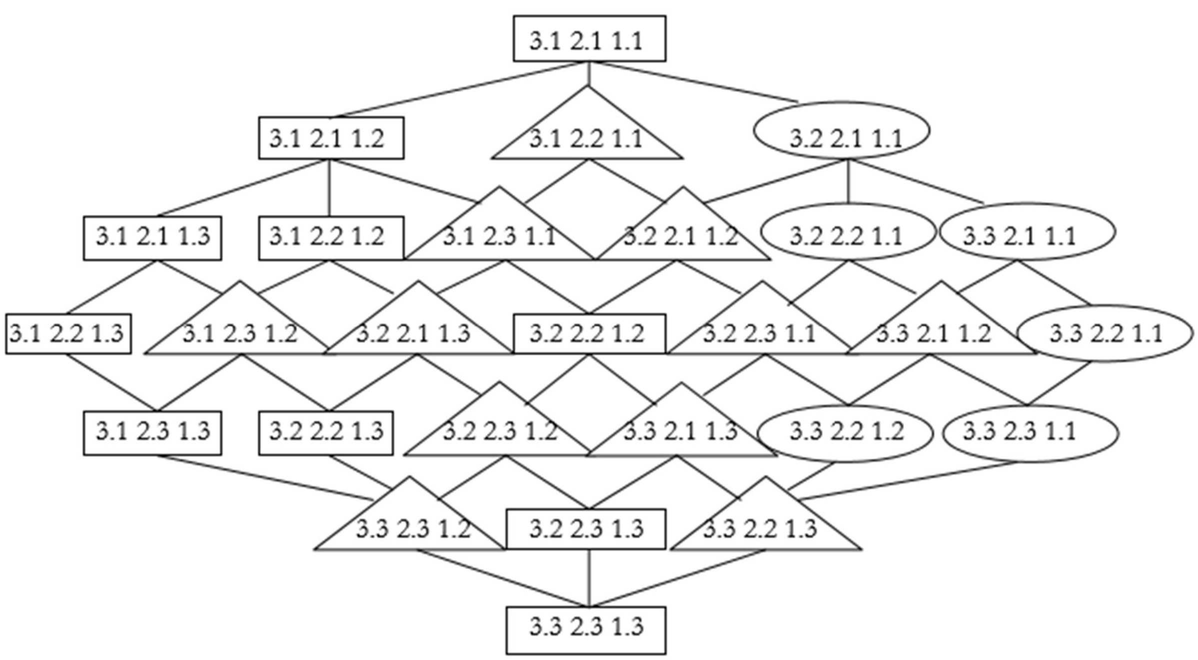
Toth, Alfred, Semiotische Verbindungen von Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009f

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem

1. In Elisabeth Walthers "Allgemeiner Zeichenlehre" liest man: "Unter einer Zeichenklasse verstehen wir mit Peirce die Zusammenfassung von drei Subzeichen aus je einem Zeichenbezug. Aufgrund der Forderung nach Geordnetheit sowohl der Triade als auch der Trichotomien lassen sich nicht 3^3 = 27 Zeichenklassen – wir werden sie mit Bense "Bedeutungsklassen" nennen – bilden, sondern nur zehn geordnete Klassen" (1979, S. 80). Was Walther hier mit "Geordnetheit" meint und was später auch oft fälschlich als "Wohlgeordnetheit" bezeichnet wurde, wurde erst von Bogarin präzisiert: "Die Forderung der Geordnetheit der Triade und der Trichotomien besagt einfach, dass das Subzeichen des Interpretantenbezugs eine niedrigere als oder gleiche wie die trichotomische Stufe des Subzeichens des Objektbezugs und des Mittelbezugs haben soll. Entsprechendes gilt für den Objektbezug im Verhältnis zum Mittelbezug" (1989, S. 9).

2. Wenn wir uns nun den 27 Bedeutungsklassen zuwenden, können wir sie hierarchisch so ordnen, dass pro Stufe nur solche Bedeutungsklassen zu stehen kommen, die denselben Repräsentationswert, d.h. die gleiche Summe der sie konstituierenden numerischen Primzeichen haben:



Im obigen Diagramm haben wir die Zeichenklassen in Quadrate gesetzt. Wie man erkennt, nehmen sie vor allem den linken Teil des Diagramms in Anspruch. Symmetrisch zur vertikalen Mittelachse, die von den Zeichenklassen (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.2 2.3 1.3) und (3.3 2.3 1.3) sowie von der Bedeutungsklasse (3.1 2.2 1.1) gebildet wird, haben wir ferner im rechten Teil die den Zeichenklassen links entsprechenden Bedeutungsklassen eingetragen. Damit ergibt sich nun im mittleren Teil eine weitere Menge von Bedeutungsklassen. Weil sich auf diese Weise einige Zeichenklassen sowie die mittleren und rechten Bedeutungsklassen überlappen, erhalten wir eine zur vertikalen Mittelachse symmetrische Gruppierung der 27 Bedeutungsklassen in zweimal 10 sowie 15 Bedeutungsklassen:

1. Die 10 Zeichenklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.3)

(3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.2 1.3)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

2. Die 15 mittleren Bedeutungsklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.2 1.1)

(3.1 2.3 1.1)

(3.1 2.3 1.2)

(3.2 2.1 1.2)

(3.2 2.1 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.3 1.1)

(3.2 2.3 1.2)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.1 1.2)

(3.3 2.1 1.3)

(3.3 2.3 1.2)

(3.3 2.2 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

3. Die 10 rechten Bedeutungsklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.2 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.1)

(3.3 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.2)

(3.3 2.2 1.1)

(3.3 2.2 1.2)

(3.3 2.3 1.1)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

Wenn wir nun die Bedeutungsklassen-Hierarchie ansehen, stellen wir erstens fest, dass der obere Teil des Diagramms an der horizontalen Mittelachse im unteren Teil gespiegelt erscheint (vgl. Toth 2009), und zweitens, dass die auf der Mittelachse liegenden Zeichenklassen

(3.1 2.2 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.3 2.2 1.1)

die drei Gruppen von Bedeutungsklassen repräsentieren. Wie schon Max Bense erkannte, haben die eigenreale, die objektale und die kategorienreale Zeichenklasse ja nicht nur den gleichen Repräsentationswert, sondern eine Reihe weiterer interessanter Gemeinsamkeiten (vgl. Bense 1992, passim). Die im Zentrum des Diagramms liegende objektale Zeichenklasse (3.2 2.2 1.2) ist ferner die einzige Bedeutungsklasse, die allen drei Bedeutungsklassen angehört.

3. Eine "sauberere" Lösung ergibt sich aber, wenn wir von den Überlappungen absehen und die 27 Bedeutungsklassen in 3 diskrete Teilmengen partitionieren.

Dann erhalten wir

1. Die folgenden 6 Zeichenklasssen

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.3)

(3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.3)

2. Die folgenden 6 Bedeutungsklassen

(3.2 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.1)

(3.3 2.1 1.1)

(3.3 2.2 1.1)

(3.3 2.3 1.1)

(3.3 2.2 1.2)

3. Die folgenden 15 “mediativen” Bedeutungsklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.2 1.1)

(3.1 2.3 1.1)

(3.1 2.3 1.2)

(3.2 2.1 1.2)

(3.2 2.1 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.3 1.1)

(3.2 2.3 1.2)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.1 1.2)

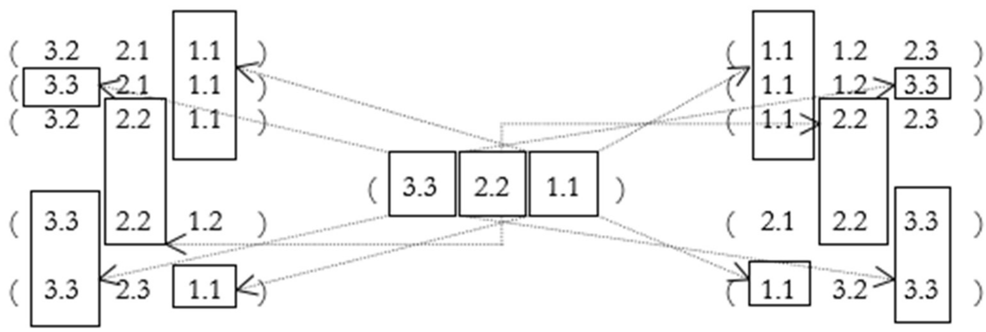
(3.3 2.1 1.3)

(3.3 2.3 1.2)

(3.3 2.2 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

In diesem Fall kann man nämlich zu dem durch die dualinvariante eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) gebildeten determinantensymmetrisches Dualitätssystem (Walther 1982) ein durch die inversionsinvariante (spiegelungs-invariante) kategorienreale Bedeutungsklasse (3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3) gebildetes **diskriminantensymmetrisches Dualitätssystem** bilden:



Der wesentliche Unterschied zum determinantensymmetrischen Dualitätssystem besteht allerdings darin, dass dieses alle 10 Zeichenklassen umfasst, das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem jedoch nur die 6 durch die Partionierung des obigen Diagramms zusammengefassten.

Immerhin wird aber wird durch die Entdeckung des diskriminantensymmetrischen Dualitätssystems die Position der genuinen Kategorienklasse, also der Bedeutungs-klasse (3.3 2.2 1.1), erhellt, über die in der Vergangenheit viel spekuliert worden war (vgl. z.B. Bense 1992, S. 20 ff., S. 27 ff.). Diese Bedeutungsklasse steht damit als Diskriminante der semiotischen Matrix nicht mehr isoliert und ausserhalb des Systems der Zeichenklassen da, wenn diese als Teilmenge der Bedeutungsklassen betrachtet werden, deren Teilmenge auch die rechten Bedeutungsklassen bilden, die durch die kategorienreale Klasse diskriminiert werden.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Bogarin, Jorge, Semiotik der Automaten, Algorithmen und Formalen Sprachen. Diss. Stuttgart 1989

Toth, Alfred, Peircezahlen und Protozahlen. Ms. 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

*