

Prof. Dr. Alfred Toth

## Präsemiotische Dualsysteme

1. Wir gehen aus von den in Toth (2008a) eingeführten drei präsemiotischen Zeichenrelationen

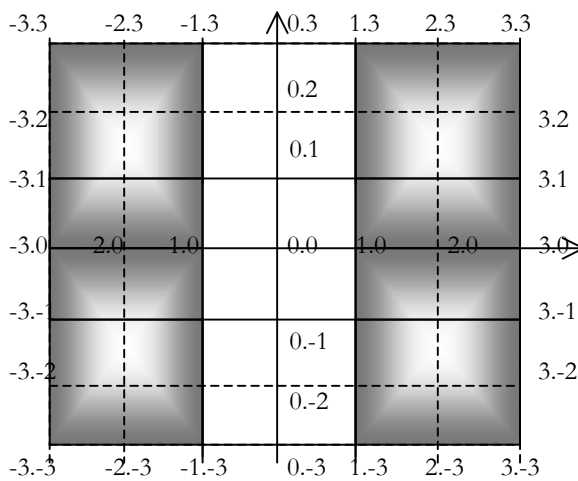
$$\text{PZR}_{3,4} = (.3., .2., .1., .0)$$

$$\text{PZR}_{4,3} = (.3., .2., .1., 0.)$$

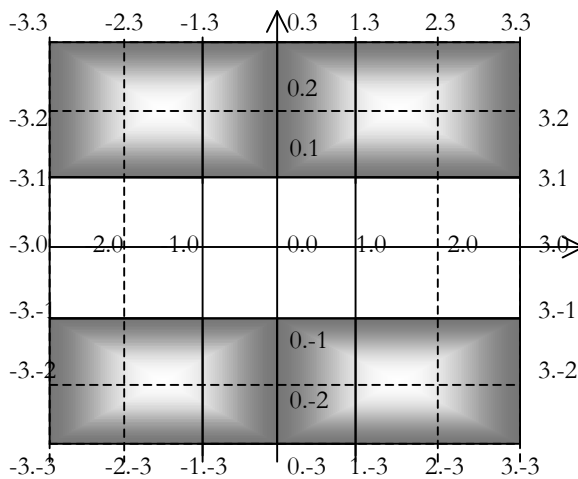
$$\text{PZR}_{4,4} = (.3., .2., .1., .0.)$$

und den ihnen zueordneten drei präsemiotischen Räumen

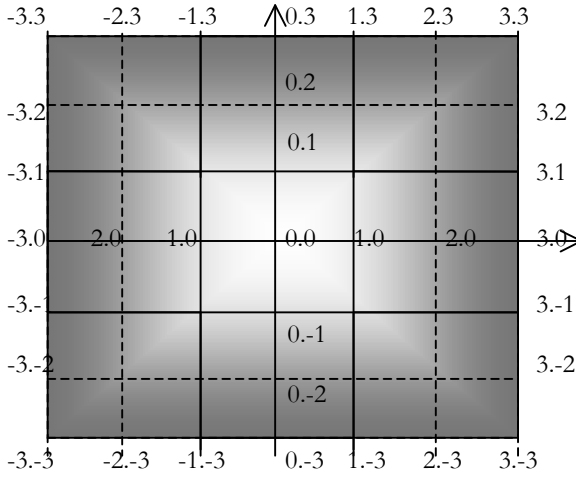
### 1.1. Präsemiotischer Raum über $\text{ZR}_{3,4}$



### 1.2. Präsemiotischer Raum über $\text{ZR}_{4,3}$



### 1.3. Präsemiotischer Raum über $ZR_{4,4}$



2. Wir wollen uns fragen, welche präsemiotischen Dualsysteme über diesen Zeichenrelationen und Räumen konstruiert werden können. Dazu nehmen wir die entsprechenden semiotischen Matrizen zur Hand:

#### 2.1. Präsemiotische $4 \times 3$ -Matrix

$$\begin{pmatrix} (\pm 0.\pm 1), (\pm 0.\pm 2), (\pm 0.\pm 3) \\ (\pm 1.\pm 1), (\pm 1.\pm 2), (\pm 1.\pm 3) \\ (\pm 2.\pm 1), (\pm 2.\pm 2), (\pm 2.\pm 3) \\ (\pm 3.\pm 1), (\pm 3.\pm 2), (\pm 3.\pm 3) \end{pmatrix}$$

#### 2.2. Präsemiotische $3 \times 4$ -Matrix

$$\begin{pmatrix} (\pm 1.\pm 0), (\pm 1.\pm 1), (\pm 1.\pm 2), (\pm 1.\pm 3) \\ (\pm 2.\pm 0), (\pm 2.\pm 1), (\pm 2.\pm 2), (\pm 2.\pm 3) \\ (\pm 3.\pm 0), (\pm 3.\pm 1), (\pm 3.\pm 2), (\pm 3.\pm 3) \end{pmatrix}$$

#### 2.3. Präsemiotische $4 \times 4$ -Matrix

$$\begin{pmatrix} (\pm 0.\pm 0), (\pm 0.\pm 1), (\pm 0.\pm 2), (\pm 0.\pm 3) \\ (\pm 1.\pm 0), (\pm 1.\pm 1), (\pm 1.\pm 2), (\pm 1.\pm 3) \\ (\pm 2.\pm 0), (\pm 2.\pm 1), (\pm 2.\pm 2), (\pm 2.\pm 3) \\ (\pm 3.\pm 0), (\pm 3.\pm 1), (\pm 3.\pm 2), (\pm 3.\pm 3) \end{pmatrix}$$

2.4. Wie aus Toth (2008b) bekannt, beträgt die Anzahl der Dualsysteme, die über der präsemiotischen  $4 \times 3$ -Matrix konstruiert werden können, 15:

- 1  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 2  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$

- 3  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 1 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 1. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 4  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 5  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 6  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 7  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 8  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 9  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 10  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 11  $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 12  $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 13  $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 14  $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 15  $(\pm 3. \pm 3 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3 \pm 0. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 0 \pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 3. \pm 3)$

2.5. Die Anzahl der Dualsysteme über  $ZR_{3,4}$  ist die Anzahl der 10 Dualsysteme über  $ZR_{3,3}$  sowie genau 10 weitere Dualsysteme, die aufgrund der zusätzlichen Subzeichen (3.0, 2.0, 1.0) unter Berücksichtigung der Inklusionsordnung ( $a \leq b \leq c \leq d$ ) für Zeichenrelationen (3.a 2.b 1.c 0.d) kombinatorisch möglich sind, total also 20:

- 1  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 0) \times (\pm 0. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 2  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 1) \times (\pm 1. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 3  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 4  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 0 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 0. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 5  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 1) \times (\pm 1. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 6  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 7  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 8  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 9  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 10  $(\pm 3. \pm 0 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 0. \pm 3)$
- 11  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 1) \times (\pm 1. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 12  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 13  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 1 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 1. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 14  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 15  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 16  $(\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 1. \pm 3)$
- 17  $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 2) \times (\pm 2. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 18  $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 2 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 2. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 19  $(\pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 2. \pm 3)$
- 20  $(\pm 3. \pm 3 \pm 2. \pm 3 \pm 1. \pm 3) \times (\pm 3. \pm 1 \pm 3. \pm 2 \pm 3. \pm 3)$

2.6. Für die Anzahl der Dualsysteme über  $ZR_{4,4}$ , 35, vgl. Toth (2007, S. 216 ff.):

- 1  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 0) \times (\pm 0.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 2  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 3  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 4  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 0 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 0.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 5  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 6  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 7  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 8  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 9  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 10  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 0.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 11  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 12  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 13  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 14  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 15  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 16  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 17  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 18  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 19  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 20  $(\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 0.\pm 3)$
- 21  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 1) \times (\pm 1.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 22  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 23  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 1 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 1.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 24  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 25  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 26  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 1 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 1.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 27  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 28  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 29  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 30  $(\pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 1.\pm 3)$
- 31  $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 2) \times (\pm 2.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 32  $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 2 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 2.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 33  $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 2 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 2.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 34  $(\pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 2.\pm 3)$
- 35  $(\pm 3.\pm 3 \pm 2.\pm 3 \pm 1.\pm 3 \pm 0.\pm 3) \times (\pm 3.\pm 0 \pm 3.\pm 1 \pm 3.\pm 2 \pm 3.\pm 3)$

Die Ergebnisse befinden sich übrigens natürlich in Übereinstimmung mit den formalen Berechnungsschemata in Toth (2008c).

## **Bibliographie**

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Präsemiotische Räume, Jenseitse, Kontexturen und Strukturbereiche. Ms. (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Berechnung der Anzahl von Zeichenklassen von Semiotiken über  $ZR_{n,n}$  und  $ZR_{n,n-1}$ . Ms. (2008c)

©2008, Prof. Dr. Alfred Toth