Prof. Dr. Alfred Toth

Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen

1. Dass die triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

quantitative Zahlen sind, bedarf nach ihrer Einführung als „Primzeichen“ durch Bense (1980) keiner Begründung.

2. Dass hingegen die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (A, B, Z)

qualitativ sind, wird hier im Anschluss an Toth (2009) gezeigt. Dort wurde bewiesen, dass die 3-kontexturalen Trito-Zeichen sämtliche 10 Peirceschen (sowie drei „irreguläre“, im folgenden gestirnte) Trichotomien erzeugen:

000 → (111), (222), (333)
001 → (112), (113), (223)
010 → *(121), *(232).
011 → (122), (133), (233)
012 → (123),

mit denen wir dann, wenn wir sie in die folgenden Schemata einsetzen

(x.1 y.1 z.1)
(x.1 y.1 z.2)
(x.1 y.1 z.3)
(x.1 y.2 z.2)
(x.1 y.2 z.3)
(x.1 y.3 z.3)
(x.2 y.2 z.2)
(x.2 y.2 z.3)
(x.2 y.3 z.3)
(x.3 y.3 z.3)

und hernach x = 3, y = 2 und z = 1 setzen, die bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen bekommen. Die Trichotomien oder ttP sind also durch Trito-Systeme erzeugte Wertbelegungen qualitativer Zahlen.

3. Ein Hauptklassifikationsmerkmal, um quantitative und qualitative Zahlen voneinander zu unterscheiden, ist das System ihrer Nachfolger/Vorgänger-Typen. Während das System der quantiativen Zahlen durch die Peano-Axiome geregelt ist, wonach jede natürliche Zahl inkl. 0 einen eindeutig bestimmten Nachfolger und jede natürliche (exkl. 0) einen eindeutig bestimmten Vorgänger hat, sind die eindeutig-mehrmöglichen Nachfolger/Vorgängersysteme der qualitativen Zeichen durch Kronthaler (1986, S. 40 ff., 54 ff.) explizit dargestellt. Hier hängt die Anzahl der Nachfolger/Vorgänger von der Kontextur, d.h. der Länge der Zahl, von ihrer Struktur (Proto-, Deutero- und Trito) sowie vor allem davon ab, ob es nicht um einen Intra- oder Trans-Nachfolger/Vorgänger (innerhalb oder ausserhalb der betreffenden Kontextur) handelt.

Dagegen ist das System der Vorgänger/Nachfolger bei der semiotischen Relational- oder Vermittlungszahlen eine Art von Synthese zwischen dem Peano-Nachfolgesystem der quantiativen tdP und dem eindeutig-mehrmöglichen Nachfolgesystem der qualitativen ttP. Wenn wir die quantitativen tdP als Kolonne und die qualitativen ttP als Zeile hinschreiben und die kartesischen Produkte bilden, erhalten wir die folgende semiotische Matrix von quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Peirce-Zahlen

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C,

und das Nachfolge/Vorgänger-System dieser Vermittlungszahlen sieht wie folgt aus:

$\sigma(1.A) = \{(1.B), (2.A), (2.B)\}$ $\alpha(1.A) = \varnothing$

$\sigma(1.B) = \{(1.C), (2.A), (2.B)\}$ $\alpha(1.B) = \{(1.A)\}$

$\sigma(1.C) = \{(2.B), (2.C)\}$ $\alpha(1.C) = \{(1.B)\}$

$\sigma(2.A) = \{(3.A), (2.B), (3.B)\}$ $\alpha(2.A) = \{(1.A), (1.B)\}$
$\sigma(2.B) = \{(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)\}$ $\alpha(2.B) = \{(1.A), (1.B), (2.A)\}$
$\sigma(2.C) = \{(3.B), (3.C)\}$ $\alpha(2.C) = \{(1.C), (2.B), (1.B)\}$

$\sigma(3.A) = \{(3.B)\}$ $\alpha(3.A) = \{(2.A), (2.B)\}$
$\sigma(3.B) = \{(3.C)\}$ $\alpha(3.B) = \{(2.A), (2.B), (3.A)\}$
$\sigma(3.C) = \varnothing$ $\alpha(3.C) = \{(2.B), (3.B), (2.C)\}$,

Für die Vermittlungszahlen (VZ) gelten also folgende Axiome:

1. Es keine zwei VZ mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern.
2. Die erste VZ hat keinen Vorgänger, die letzte VZ hat keinen Nachfolger.
3. Sei VZ = (a.b), dann gilt: $\alpha(a.b) \neq \alpha(b.a)$.
4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen VZ (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.
5. Aufgrund von 4. gibt es also ganz neue, weder bei den quantitativen noch bei den qualitativen Zahlen bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die **unbestimmten** VZ. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der QQ-Matrix:

1.A 1.B 1.C

2.A 2.B 2.C

3.A 3.B 3.C.

Die Semiotik stellt damit gegenüber der bekannten quantitativen Mathematik (z.B. in der Einteilung der Bourbakis) und der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986/Mahler 1993) eine dritte Art von Mathematik dar: die Mathematik der Vermittlungszahlen, die selbst als geordnete Paare von quantitativen und qualitativen bzw. vo qualitativen und quantitativen Zahlen eingeführt sind. Eine Mathematik kann also nicht vollständig sein, ohne alle drei Teilgebiete, d.h. Quantität, Qualität und ihre Vermittlung, zu betreiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics,

1.12.2009