

Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichen, Objekte und Relationsverkettungen

1. Sei K ein (relationales) Feld, dann versteht man unter einer auf K beschränkten Relation R die Menge aller x und y , die Elemente von K sind und zwischen denen R besteht (vgl. Menne 1991, S. 141):

$$R \upharpoonright K := (x, y). y \in K \wedge x \in K \wedge xRy,$$

dies gilt also in Sonderheit bei Relationen, deren Vorbeschränkung gleich ihrer Nachbeschränkung ist, also z.B. bei der Zeichenrelation, wo Vor-, Nach- und Feldbeschränkung durch $K = \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$, also die Menge der Primzeichen selbst geleistet wird.

2. Auch für die Semiotik ist bemerkenswert, daß Feldbeschränkungen i.a. nur für 0-stellige Relationsverkettungen relevant sind, vgl.

$$R^3 := R^2 \mid R$$

$$R^n := R^{n-1} \mid R$$

Für die Semiotik sind Feldbeschränkungen, wenigstens wenn man sich auf die triadische Peirce-Bensesche Zeichenrelation beschränkt, soweit natürlich trivial, als das Feld und die Menge der Primzeichen, aus denen die Relationen gebildet werden, identisch sind. Allerdings besagt die erste der beiden obigen Definitionen, daß man jede 3-stellige Relation als Verkettung aus einer 2-stelligen und einer 1-stelligen darstellen kann. Für die Semiotik trifft dies sicherlich zu, wenn man für R^3 den Interpretantenbezug, für R^2 den Objektbezug und für R den Mittelbezug setzt, da ja die Bensesche Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53) die folgende relationale Struktur impliziert

$$ZR^3 = (R^1, (R^2, (R^3))),$$

d.h. die relationale Erstheit ist in der Zweitheit, und beide sind in der Drittheit eingeschlossen. Soweit ist also alles in Ordnung. Was geschieht aber, wenn man z.B. $R^1 = O$, $R^2 = I$ und $R^3 = M$ setzt? Das ganze Gebilde ist ja immer noch

eine 3-stellige Relation, aber nun wird behauptet, die Objektrelation lasse sich durch Verkettung einer Mittel- und einer Interpretantenrelation darstellen. Obwohl man auf diese Weise also die semiotischen Kreationsschemata (vgl. Bense 1979, S. 78 ff.) darstellen könnte, stellt ja dennoch die Verkettung einer Mittel- und Interpretantenrelation noch keine Objektrelation dar, da die letzte aus den beiden ersteren nicht rekonstruierbar ist, denn das würde bedeuten, daß das Bewußtsein allein aufgrund einer semiotischen Qualität im Stande wäre, den Bezug des ganzen Zeichens auf das Objekt herzustellen – auf das Objekt, das also gar nicht eingeführt oder zumindest unbekannt wäre.

3. Ein weiteres und viel interessanteres Problem tut sich auf, wenn man, wie dies Bense tut, den Zeichenträger als "triadisches Objekt" definiert: "Wenn mit Peirce ein Zeichen ein beliebiges Etwas ist, das dadurch zum Zeichen erklärt wird, daß es eine triadische Relation über M, O und I eingeht, so ist zwar das Zeichen als solches eine triadische Relation, aber der Zeichenträger ein triadisches Objekt, ein Etwas, das sich auf drei Objekte (M, O und I) bezieht" (Bense 1973, S. 71). Hieraus resultiert, wie man unschwer ersieht, eine 4-stellige Relation, welches den Zeichenträger Z und die Relata der Zeichenrelation umfaßt:

$$R^4 = (Z, M, O, I).$$

Allerdings folgt aus Benses Unterscheidung zwischen Kategorial- (k) und Relationalzahlen (r) (Bense 1975, S. 65 f.), daß $r(Z) = 0$ und $r(ZR) > 0$, d.h. $r(Z) \neq r(ZR)$ ist. Das bedeutet also, daß Z nur deshalb als "triadisches Objekt" eingeführt werden kann, weil es im Unterschied zu den Relata von $ZR = (M, O, I)$ selber nicht in andere Relata eingebettet ist, d.h. die Inklusionsbeziehung, die zwischen M, O und I gilt, gilt nicht für Z relativ zu M, O und I. Daraus folgt, daß Z als triadisches Objekt eine 0-stellige Relation ist, und hieraus wiederum folgt nicht nur, daß der Zeichenträger selber ein Objekt ist, sondern daß man Objekte allgemein als 0-stellige Relationen definieren kann.

4. Und hiermit kommen wir auf Feldbeschränkungen zurück. Wie bereits gesagt, sind diese trivial für $ZR^3 = (M, O, I)$, da ZR nichts anderes als die Menge der Primzeichen $PZ = \{1, 2, 3\}$ ist. Geht man nun aber mit Bense von $ZR^4 = (Z, M, O, I)$ aus, dann läßt sich die 0.te Potenz von R als Identität

erklären, allerdings nur auf das Feld von R beschränkt (vgl. Menne 1991, S. 143)

$R^0 := \text{id} \upharpoonright K(R)$.

Semiotisch bedeutet dies also, daß Objekte als 0-stellige Relationen und diese als auf ihr eigenes Feld beschränkte Identitäten definiert werden können. SEMIOTISCHE KATEGORIALE OBJEKTE SIND DAMIT SELBST-IDENTISCH IM SINNE DER IDENTITÄT 0-STELLIGER RELATIONEN. (Logisch ist dies eine äußerst elegante Lösung für die seit den Goedel-Theoremen in Verruf gekommene prädikatenlogische Definition von Identität durch Benutzung des logischen Eigenschaftsbegriffs, da man sonst die Identität von Relationen als "die Menge aller Paare, für die gilt, daß jede beliebige Eigenschaft F , die auf den Vorgänger zutrifft, auch auf den Nachfolger zutrifft, und umgekehrt" (Menne 1991, S. 142) definieren muß; vgl. auch Toth 2012)

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Ontik und Prädikatenlogik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

19.3.2012