Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Super-Operatoren

1. Die „SOPS“ wurden von Rudolf Kaehr (2009a, S. 8 ff.) sowie (2009b, S. 17 ff.) in die Semiotik eingeführt. An „traditionellen“ semiotischen Operationen sind ja lediglich die z.B. bei Walther (1979, S. 121 ff.) sowie Toth (2008, S. 12 ff.) zusammengestellten streng monokontexturalen Operationen bekannt. Die 5 von Kaehr eingeführten semiotischen Super-Operatoren, Identität, Permutation (bereits von Toth 2008, S. 177 ff. eingeführt), Reduktion, Bifurkation, Replikation – und später als 6. noch Iteration – werden hier vor allem anhand von semiotischen Dualsystemen aufgezeigt, da Kaehr bereits kenomische Matrizen verwendet hatte und also die Grundlagen der Konstruktion von Zeichenklassen und Realitätsthematiken als bekannt vorausgesetzt werden können.

2. Zur Definition der 5 ersten SOPS reproduziere ich hier direkt die von Kaehr zusammengestellte Tabelle (2009a, S. 8):

Super – operators for semiotics

$$\mathrm{Sem}^{(m,n)}: \left[\mathrm{Sem}^{(m,n)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}} \xrightarrow[\mathrm{sops}]{} \left[\mathrm{Sem}^{(m,n)}\right]_{\mathrm{refl,\,act}}$$

$$\mathrm{id}(i,j): \quad \forall i,j \in s(m): \quad \left(\mathrm{Sem}^{i,j}\right) \xrightarrow[\mathrm{id}]{} \left(\mathrm{Sem}^{i,j}\right)$$

$$\mathrm{perm}(i,j): \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{perm}]{} \left(\mathrm{Sem}^{j}, \mathrm{Sem}^{i}\right)$$

$$\mathrm{red}(i,j): \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{red}]{} \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{i}\right)$$

$$\mathrm{bif}(i,j): \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{bif}]{} \left(\left(\mathrm{Sem}^{i} \parallel \mathrm{Sem}^{j}\right), \mathrm{Sem}^{j}\right)$$

$$\mathrm{repl}(i,j): \forall i,j \in s(m): \left(\mathrm{Sem}^{i}, \mathrm{Sem}^{j}\right) \xrightarrow[\mathrm{repl}]{} \left(\left(\mathrm{Sem}^{i} \middle| \mathrm{Sem}^{i}\right), \mathrm{Sem}^{j}\right)$$

$$\mathrm{sops} = \{\mathrm{id}, \mathrm{perm}, \mathrm{red}, \mathrm{bif}, \mathrm{repl}\}$$

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/ConTeXtures.pdf

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/From Ruby to Rudy.pdf **§ 11.3**

Zur 6. Operation: Während Replikation die Komplexitätstiefe erhöht:

$S_{i.j} \rightarrow S_{i.j+1}$.

erhöht Iteration die Komplexitätsbreite:

$S_{i.j} \rightarrow S_{i+1.j}$.

Wir können hier also gleich als Beispiele die Peirce-Zeichen (vgl. Toth 2009a) bringen: Replikation ist also diejenige semiotische Superoperation, welche die Nachfolgerelation der trichotomischen Peirce-Zahlen bewirkt, während Iteration diejenige semiotische Superoperation ist, welche die Nachfolgerelation der triadischen Peirce-Zahlen bewirkt. Bei den diagonalen Peirce-Zahlen (vgl. Toth 2009b) wirken somit sowohl Iteration als auch Replikation, d.h. wir haben

$S_{i.j} \rightarrow S_{i+1.j+1.}$

3. Bei den Identitätsabbildungen hat eine neuere Untersuchung (Toth 2009c) gezeigt, dass neben den semiotischen 1-Morphismen

id1 ≡ (1 → 1), id2 ≡ (2 → 2), id3 ≡ (3 → 3)

bei „Pfeilen zwischen Pfeilen" mit noch ganz anderen, bislang in der Semiotik völlig unbekannten Identitäten gerechnet werden muss; vgl.

id$\alpha \equiv (\alpha \rightarrow \alpha)$, id$\alpha° \equiv (\alpha°, \alpha°)$, id$\beta\alpha \equiv (\beta\alpha \rightarrow$ b$\alpha)$, id$\alpha°\beta° \equiv (\alpha°\beta°, \alpha°\beta°)$, usw.,

Es gibt also in der kategorialen (und diamantentheoretischen?) Semiotik eine enorme und von der Logik her nicht gekannte Vielfalt von Identitätsoperationen.

4. Zu den Permutationsoperationen ist in Ergänzung von Toth (2008, S. 177 ff.) nur hinzuzufügen, dass bei kontexturierten Subzeichen natürlich nicht nur die Subzeichen, sondern auch die Kontexturenzahlen permutiert werden können, was vor allem bei 4- und höher kontexturalen Semiotik schnell zu enorm wachsender Komplexität führt.

5. Wenn ich Kaehr recht verstehe, ist unter Reduktion die Umkehrfunktionen jeder Funktion zu verstehen, durch welche irgendwelche Erweiterungen

semiotischer Systeme erwirkt werden, also v.a. Iteration und Replikation. Falls sie so ist, dann gehört möglicherweise auch die Peircesche „replica function“ (vgl. z.B. Walther 1979, S. 88 f.) – die allerdings nicht mit derjenigen Kaehrs zu verwechseln ist -, zu den reduktiven semiotischen Superoperationen. Ihr allgemeines Maximal-Schema ist

$$
\begin{aligned}
&(3.a\ 2.b\ 1.c) \rightarrow (3.a\ 2.b\ 1.(c\text{-}1)) \rightarrow (3.a\ 2.b\ 1.(c\text{-}2)) \rightarrow \\
&(3.a\ 2.(b\text{-}1)\ 1.(c\text{-}2)) \rightarrow (3.a\ 2.(b\text{-}2)\ 1.(c\text{-}2)) \rightarrow \\
&(3.(a\text{-}1)\ 2.(b\text{-}2)\ 1.(c\text{-}2)) \rightarrow (3.(a\text{-}2)\ 2.(b\text{-}2)\ 1.(c\text{-}2)).
\end{aligned}
$$

Das bedeutet nichts anderes, als dass eine Replica irgendeiner Drittheit eine Zweitheit ist. Es handelt sich hier also in Peirces und Benses Terminologie um eine Reihe einfacher retrosemiosischer Degenerationen. Karl Herrmann (1990) hat ein Verfahren angegeben, wie die 10 Peirceschen Zeichenklassen durch Replizierung in eineindeutiger Weise (d.h. ohne dass eine Zeichenklasse zweimal vorkommt) dargestellt werden kann (vgl. auch Toth 2008, S. 164 f.).

6. Die Rolle der Bifurkation in der Semiotik ist bisher völlig im Dunkeln. In einem gewissen, allerdings „klassischen“ Sinne könnte man jedes der neun Subzeichen der semiotischen Matrix bi- und sogar n-furkativ deuten, insofern als keines einen eindeutigen Nachfolger (wie die Peanozahlen) hat:

$$
\begin{array}{lllll}
1.1 & \leftrightarrow & 1.2 & \leftrightarrow & 1.3 \\
\updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow \\
2.1 & \leftrightarrow & 2.2 & \leftrightarrow & 2.3 \\
\updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow & \nearrow\swarrow\searrow\nwarrow & \updownarrow \\
3.1 & \leftrightarrow & 3.2 & \leftrightarrow & 3.3
\end{array}
$$

Nimmt man also neben den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen noch die diagonalen hinzu, dass ist die minimale Nachfolgerelation eines Subzeichen bereits eine „Trifurkation“. (2.2) hat nicht weniger als 8-Furkation, und wenn man die Richtungen der Pfeile mitzählt, 16, usw. Rechnet man diese Fälle tatsächlich unter Bifurkation (und nicht nur vergleichbare Fälle bei Kontexturenzahlen), dann müsste man zudem zwischen Links- und Rechts-, Auf- und Ab sowie den 2 diagonalen Richtungen unterscheiden.

Bibliographie

Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf (2009a)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Quant-Qual%20Arithm.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Nachfolgerrelationen bei Peano-Zahlen, polykontexturalen Zahlen und Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

Toth, Alfred, Der kategorialsemiotische Leim und Leim des Leims. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009c)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

17.11.2009