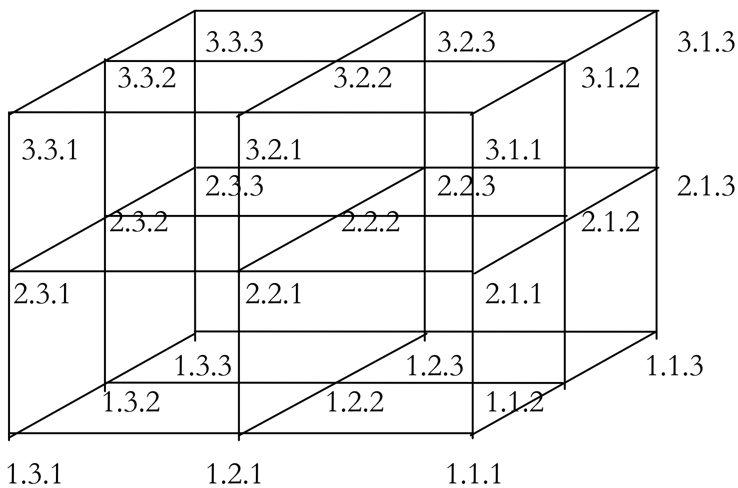
Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Kategorien und kürzeste Pfade in drei Dimensionen

1. Wie aus meinen früheren Arbeiten nunmehr bekannt sein dürfte, hat die dreidimensionale triadische Zeichenklasse die folgende Form

3-ZR = (3.a.b 2.c.d 1.e.f)

sowie das folgende kubische Gittermodell, das von Stiebing (1978, S. 77) vorgeschlagen worden war



Will man nun die Abstände zwischen zwei Gitterpunkten A und B berechnen, dann kann man dies grundsätzlich auf zwei Arten tun:

1. Mittels Repräsentationswerten, z.B.:

$\Delta[(1.31) \rightarrow (1.2.1)] = \Delta(5, 4) = 1$

oder

$\Delta[(1.2.1) \rightarrow (3.1.1)] = \Delta(4, 5) = 1.$

Wie man aber schon anhand dieser sehr einfachen Beispiele zeigt, ist diese numerische Berechnungsweise sind nur hochgradig mehrdeutig, sondern auch nicht aussagekräftig, weil sie nämlich nichts über die Art der Pfade aussagt, denn es handelt sich hier ja nicht um blosse Qualitäten bzw. Längen, sondern sämtliche Pfade sind qualitativ voneinander verschieden.

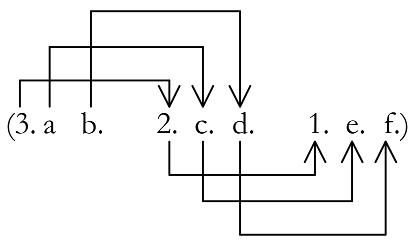
2. Mittels dynamischer semiotischer Morphismen (vgl. Toth 2008, S. 159 ff.). Hier stellt sich aber das Problem, dass das Berechnungsmuster von

$2\text{-ZR} = (3.a\ 2.b\ 1.c) \equiv [[(3.2), (a.b)], [(2.1), (b.c)]]$

auf dreidimensionale Zeichen und Zeichengebilde übertragen werden muss. Aus Gründen der Analogie schlagen wir daher folgendes Berechnungsschema vor:

$3\text{-ZR} = (3.a.b\ 2.c.d\ 1.e.f) \equiv [[(3.2), (a.c), (b.d)], [(2.1), (c.e), (d.f)]],$

was man wie folgt veranschaulichen könnte:



Dieses Berechnungsverfahren legitimiert sich durch die Tatsache, dass jede Zeichenrelation als eine "Relation über Relationen" eingeführt ist (vgl. Bense 1979, S. 53, 67).

Wenn wir also unsere beiden obigen numerischen Beispiele kategorial berechnen, bekommen wir

$\Delta[\mathrm{id}1, \beta°, \mathrm{id}1] \neq \Delta[\beta\alpha, \alpha°, \mathrm{id}1].$

Wenn wir die Abstände zwischen den 27 Gitterpunkten des 3-dimensionalen Simplex auf diese Weise berechnen, laufen wir ausserdem nicht Gefahr, die für qualitative Entitäten und Relationen wichtigen Diagonalen durch quantitative Berechnung zu monokontexturalisieren (vgl. Kronthaler 1986, S. 126).

2. Wie Robert Dickau (2002) gezeigt hatte, gibt es in einen $2 \times 2 \times 2$-Verband, der also aus drei Punkten je Seite wie das Stiebingssche Simplex zusammengesetzt ist, genau 90 kürzeste Pfade:

http://mathforum.org/advanced/robertd/path3d.html

Die Berechnungsweise von Gitterpunkten mittels dynamischer Morphismen erlaubt es nun, kürzeste Pfade in einer eineindeutigen Weise zu berechnen. Wir geben als Beispiele Nr. 1 und Nr. 90 aus Dickaus Tafel:

Nr. 1

[(1.3.1) → (1.2.1) → (1.1.1) → (1.1.2) → (1.1.3) → (2.1.3) → (3.1.3)] ≡
[[id1, β°, id1], [id1, α°, id1], [id1, id1, α], [id1, id1, β], [α, id1, id3], [β, id1, id3]]

Nr. 90

[(1.3.1) → (2.3.1) → (3.3.1) → (3.3.2) → (3.3.3) → (3.2.3) → (3.1.3)] ≡
[[α, id3, id1], [β, id3, id1], [id2, id3, α], [id3, id3, β], [id3, β°, id3], [id3, α°, id3]]

Wie man anhand dieser zwei Beispiele erahnen kann, sind die natürlichen Transformationen kürzester Pfade in 3-Simplices immer durch zwei identitive Morphismen ausgezeichnet.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Dickau, Robert M., 3D shortest-path diagrams. http://mathforum.org/advanced/robertd/path3d.html

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008