Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Vermittlungszahlen

Vorwort

Der Begriff der Vermittlungszahl macht im Rahmen der die quantitative Mathematik allein dominierenden Peanozahlen keinen Sinn. Eine Definition wie z.B. $2 = V(1, 3)$ ist eigenartig und eigentlich sinnlos. Dagegen hat Günther im Rahmen seiner polykontexturalen Logik und Ontologie gezeigt, daß der Begriff der Vermittlungszahl von der Wiederkehr des Gleichen und des Verschiedenen abhängig ist, d.h. im wesentlichen nicht zwischen Zahlen, sondern ihren akkretiven oder iterativen Teilen vermittelt. Ganz anders ist die Vermittlungszahl innerhalb der qualitativen Mathematik zu fassen, wie sie ab 2012 für die damals inaugurierte und seither beträchtlich entwikkelte Ontik geschaffen wurde.

Tucson (AZ), 8.9.2017 Prof. Dr. Alfred Toth

Qualitative Arithmetik des Zählens auf Drei

> La nature eſt une machine immenſe dont les reſſorts principaux nous ſont cachés ; nous ne voyons même cette machine qu'à travers un voile qui nous dérobe le jeu des parties les plus délicates. Entre les parties plus frappantes, & peut-être, ſi on oſe le dire, plus groſſieres, que ce voile nous permet d'entrevoir ou de découvrir, il en eſt pluſieurs qu'un même reſſort met en mouvement, & c'eſt là ſur-tout ce que nous devons chercher à démêler.
>
> d'Alembert (1752, S. xxix)

1. Die in Toth (2015a) eingeführte und in Toth (2015b) vor dem Hintergrund der sogenannten Mathematik der Qualitäten evaluierte qualitative Arithmetik der ortsfunktionalen Relationalzahlen, welche die mathematische Basis sowohl der Ontik als auch der Semiotik darstellt, läßt sich relativ übersichtlich für 2-elementige Mengen von Peanozahlen darstellen. Da nicht auf Peanolininien, sondern in Zahlenfeldern gezählt wird, kann zwischen horizontaler (adjazenter), vertikaler (subjazenter) und diagonaler (transjazenter) Zählweise unterschieden werden. Im folgenden werden die Zahlenfelder mitsamt ihren vollständigen horizontalen und vertikalen perspektivischen Relationen (welche also die triviale Permutation von P = (x, y) einschließt) sowie der deiktischen "Kontexturierung" ihrer Elemente gegeben.

1.1. Adjazente Zählweise

$x_i \quad y_j \qquad y_i \quad x_j \qquad y_j \quad x_i \qquad x_j \quad y_i$

$Ø_i \quad Ø_j \qquad Ø_i \quad Ø_j \qquad Ø_j \quad Ø_i \qquad Ø_j \quad Ø_i$

$\qquad \times \qquad \times \qquad \times$

$Ø_i \quad Ø_j \qquad Ø_i \quad Ø_j \qquad Ø_j \quad Ø_i \qquad Ø_j \quad Ø_i$

$x_i \quad y_j \qquad y_i \quad x_j \qquad y_j \quad x_i \qquad x_j \quad y_i$

1.2. Subjazente Zählweise

x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$
y_i	$Ø_j$		$Ø_i$	y_j		$Ø_j$	y_i		y_j	$Ø_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
y_i	$Ø_j$		$Ø_i$	y_j		$Ø_j$	y_i		y_j	$Ø_i$
x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$

1.3. Transjazente Zählweise

x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$
$Ø_i$	y_j		y_i	$Ø_j$		y_j	$Ø_i$		$Ø_j$	y_i
		$\times$			$\times$			$\times$		
$Ø_i$	y_j		y_i	$Ø_j$		y_j	$Ø_i$		$Ø_j$	y_i
x_i	$Ø_j$		$Ø_i$	x_j		$Ø_j$	x_i		x_j	$Ø_i$

2. Die drei qualitativen Grundzählweisen

Sobald man die Anzahl von Peanozahlen für eine Menge erhöht, komplizieren sich die Relationen in den Zahlenfeldern natürlich. Bereits für eine 3-elementige Menge P = (x, y, z) muß zwischen Grundzählweisen und Vermittlungszählweisen unterschieden werden.

2.1. Adjazente Zählweise

x	y	z		Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		x	y	z		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø		x	y	z

2.2. Subjazente Zählweise

x	Ø	Ø		Ø	x	Ø		Ø	Ø	x
y	Ø	Ø		Ø	y	Ø		Ø	Ø	y
z	Ø	Ø		Ø	z	Ø		Ø	Ø	z

2.3. Transjazente Zählweise

x	Ø	Ø		Ø	Ø	x
Ø	y	Ø		Ø	y	Ø
Ø	Ø	z		z	Ø	Ø

3. Die drei Vermittlungszählweisen

3.1. Adjazente vermittelnde Zählweise

x	y	Ø		x	y	Ø
Ø	Ø	z		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	z

x	Ø	y		x	Ø	y
Ø	Ø	z		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	z

Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
x	y	Ø		x	Ø	y
Ø	Ø	z		Ø	Ø	z

3.2. Subjazente vermittelnde Zählweise

x	Ø	Ø	x	Ø	Ø
y	Ø	Ø	y	Ø	Ø
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

x	Ø	Ø	x	Ø	Ø
Ø	y	Ø	Ø	Ø	y
Ø	z	Ø	Ø	Ø	z

3.3. Transjazente vermittelnde Zählweisen

x	Ø	Ø	Ø	x	Ø	Ø	x	Ø
Ø	y	Ø	Ø	Ø	y	Ø	Ø	y
z	Ø	Ø	z	Ø	Ø	Ø	z	Ø

Ø	Ø	x	Ø	x	Ø	Ø	x	Ø
Ø	y	Ø	y	Ø	Ø	y	Ø	Ø
Ø	Ø	z	Ø	Ø	z	Ø	z	Ø

Dazu kommen nun:

1. Alle Permutationen von P = (x, y, z).

2. Alle horizontalen und vertikalen Reflexionen, d.h. die Menge der perspektivischen Relationen gemäß den in Kap. 1y für P = (x, y) dargestellten Quadrupeln.

3. Die deiktische Indizierung ("Kontexturierung") der Elemente von P = (x, y, z).

Literatur

d'Alembert, Jean le Rond, Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides. Paris 1752

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Wie qualitativ ist die Mathematik der Qualitäten?. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zur Kritik der Polykontexturalitätstheorie

1. Die von Gotthard Günther inaugurierte Polykontexturalitätstheorie (vgl. Günther 1986-80, 1991) geht davon aus, daß in der 2-wertigen aristotelischen Dichotomie

L = [Position, Negation]

die Position P das logische Objekt Ω und die Negation N das logische Subjekt Σ vertritt. Was allerdings unter "Vertretung" gemeint ist, ist völlig unklar, denn weder präsentiert noch repräsentatiert P das Ω, noch präsentiert oder repräsentiert N das Σ. Nach der Zeichendefinition Benses (1967, S. 9) gibt es jedoch eine L isomorphe Dichotomie

M = [Präsentation, Repräsentation],

und somit sind L und M inkompatibel, denn logische Werte sind offenbar weder Zeichen noch Objekte, sondern etwas Drittes, welche durch das für L gültige logische Gesetz des Tertium non datur gerade ausgeschlossen wird.

2. L gilt nicht nur innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik, sondern auch innerhalb der n-wertigen Günther-Logik, allerdings verdankt sich der Zuwachs an Wertigkeit von n ausschließlich der mit der Negation identifizierten Subjektposition, d.h. es ist

L^n = [Position, N^1, ..., N^{n-1}],

während dem Objekt die Iterationsfähigkeit abgesprochen wird, obwohl das Objekt ortsfunktional und damit kontextabhängig ist und ferner sowohl L als auch L^n subjektfunktional sind und daher das Objekt aus beiden Gründen gar nicht existieren kann, ohne daß das Subjekt bereits vorgegeben ist. Daraus folgt, daß in der polykontexturalen Logik nicht nur die Subjekt-, sondern auch die Objektposition iteriert werden müßte, d.h. wir bekämen

$L^{m,n}$ = [P^1, ..., P^m,N^1, ..., N^n].

3. Zwar stellt die polykontexturale gegenüber der monokontexturalen Logik insofern einen bedeutenden Fortschritt dar, als daß sowohl logische Folgen als auch die ihnen isomorphen qualitativen Zahlenfolgen (vgl. Kronthaler 1986)

über verschiedene Kontexturen, d.h. also in Subjektabhängigkeit, vermittelbar sind, aber diese Vermittelbarkeit ist trotz Kronthalers Unterscheidung zwischen Intra- und Transoperatoren nur zwischen, nicht aber innerhalb der Kontexturen möglich, denn für jedes der (n-1) Subjekte, welche eine n-wertige Logik benötigt, gilt weiterhin die klassische, 2-wertige, monokontexturale aristotelische Logik. Wie eine arithmetische Vermittlung innerhalb von L^n ($n \geqq 2$) aussehen könnte, wurde in Toth (2015) demonstriert. Gehen wir aus von

$L^n = [P, N]$,

dann ergibt sich ein nicht-leerer Rand der beiden Formen

$R[P, N] \neq R[N, P] \neq \emptyset$,

d.h. R[P, N] und R[N, P] stellen, obwohl sie keinen neuen logischen Wert neben P und N einführen, logisch gesehen ein Drittes dar, welches zwischen P und N und also nicht wie die Transjunktionen und Transoperatoren zwischen den L^n vermittelt. Man kann nun diese Operation der Randbildung theoretisch ad infinitum weitertreiben. Auf der nächsten Stufe erhält man

R[P, R[P, N]], R[N, R[N, P], usw.

Günther selbst hatte ja die erkenntnistheoretische Dichotomie

$E^2 = [\Omega, \Sigma]$

durch die Quadrupel-Relation

$E^2 = (\Omega\Omega, \Sigma\Omega, \Omega\Sigma, \Sigma\Sigma)$

ersetzt, und diese kartesische Produktbildung geschieht ja innerhalb und nicht zwischen den Kontexturen, da nach Günthers eigener Voraussetzung die Objektposition für die Position und die Subjektposition für die Negation steht. Argumentiert man nämlich so, wie dies in der aristotelischen und auch in der Günther-Logik üblich ist, daß Objekt und Subjekt zwei verschiedenen Kontexturen angehören, dann ist eine Monokontextur identisch mit einer Bikontextur, und die Kontexturgrenze verläuft innerhalb jeder Kontextur und nicht mehr zwischen ihnen, d.h. es es gibt dann genau zwei monokontexturale

Logiken, die eine, die nur den Wert P und die andere, nur nur den Wert N enthält, d.h. beide sind logisch nicht 2-, sondern 1-wertig und damit im Widerspruch zur Definition von L überhaupt keine Logiken mehr.

4. Das größte Problem der Polykontexturalitätstheorie greift jedoch auf das in Kap.1 bereits angesprochene Problem der Identifikationen

$P \equiv \Omega$

$N \equiv \Sigma$

zurück, denn da P das Ω weder präsentiert noch repräsentiert und dasselbe für N und Σ gilt, bleiben die realen, d.h. ontischen Objekte und Subjekte außerhalb jeder Logik L^n ($n \geqq 2$), d.h. man kann beispielsweise eine Semiotik konstruieren, für die gilt

ΣΣ	(.3.)	Interpretantenbezug	logisches Subjekt
ΩΩ	(.2.)	Objektbezug	logisches Objekt
ΩΣ	(.1.)	Mittelbezug	?
ΣΩ	(.0.)	Zeichenträger	?,

aber trotz der Qualität und Ontizität des Zeichenträgers muß dieser nicht realer Zeil des bezeichneten Objektes Ω sein, ferner korrespondiert die semiotische Repräsentation des Zeichenträgers, der Mittelbezug, mit überhaupt keiner logischen Funktion, und zu guter Letzt handelt es sich in der Semiotik um Relationen von Objekten und Subjekten und in der Logik um die – immer noch undefinierte – "Vertretung" von Objekten und Subjekten und also in beiden Fällen weder um die Objekte selbst, noch um die Subjekte selbst, die somit außerhalb der Quadrupelrelation fallen. Führt man das Zeichen "|" für Kontexturgrenze ein, so bekommen wir jetzt bereits für die klassische aristotelische Logik

$L^2 = [[P \mid N] \mid [\Omega \mid \Sigma]]$, d.h. wegen der Vermittlung zwischen Objekt und Subjekt durch objektives Subjekt und subjektives Objekt 1. eine Kontexturgrenze innerhalb der angeblichen Monokontextur [P, N], 2. eine Kontexturgrenze zwischen der Dichotomie von [P, N] einerseits und derjenigen von [Ω, Σ] andererseits, und 3. eine Kontexturgrenze innerhalb der weiteren angeblichen Monokontextur [Ω, Σ]. Kurz gesagt, ist also bereits die nicht-polykontexturale aristotelische Logik ein Gebilde, das über 3 Kontexturgrenzen bei zwei Werten in funktionaler Abhängigkeit von ontischem Objekt und ontischem Subjekt verfügen muss. Wohl verstanden: Bei nur einem einzigen Objekt und einem einzigen Subjekt, d.h. es handelt sich hier in klassischer logischer Tradition selbstverständlich um das Ich-Subjekt, das keine Unterscheidung irgendwelcher deiktischer Differenzen zuläßt, also weder Du- noch Er-Subjekte zu vertreten im Stande ist. Ähnliches gilt wegen seiner Ortsfunktionalität für Ω: Jedes Objekt muß an einem bestimmten Ort sein. Wird es verschoben, ändern sich die Umgebung des Objektes und damit das ganze System, das sowohl das Objekt als auch dessen Umgebung enthält – und damit in Sonderheit das Objekt selbst.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Quantitativ-qualitative Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Quantitativ-qualitative Vermittlungszahlen

1. Zwischen den Gliedern der Peano-Folge

P = (1, 2, 3, ..., n)

gibt es keine Vermittlungen, denn die Peano-Axiome bestimmen lediglich den Vorgänger und den Nachfolger einer Zahl. Man kann also z.B. nicht behaupten, die rationale Zahl 3 ½, die irrationale Zahl 3 ⅓ oder die transzendente Zahl π vermittelten zwischen den Peano-Zahlen 3 und 4. Die Peano-Zahlen reflektieren also die aristotelische logische Basisdichotomie L = [Position, Negation] bzw. L = [Wahr, Falsch], zwischen denen es wegen des Gesetzes des Ausgeschlossenen Dritten gar keine Vermittlung geben darf. Hingegen vermitteln in der polykontexturalen Logik qualitative Zahlen zwischen quantitativen Zahlen reiner Iteration und qualitativen Zahlen reiner Akkretion, vgl. das folgende Beispiel aus Thomas (1985) mit qualitativer Zählung von 1 bis 3

(1) (1, 1, 1)

(2) (1, 1, 2)

(3) (1, 2, 1)

(4) (1, 2, 2)

(5) (1, 2, 3)

mit

V((1, 1, 1), (1, 2, 3)) = ((1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2)). Es gibt hingegen keine Vermittlung zwischen den Zahlwerten selber, d.h. diese verhalten sich genauso wie Peano-Zahlen, was allerdings nicht erstaunlich ist, da die polykontexturale Logik ein Vermittlungssystem subjektdifferenzeirter zweiwertiger aristotelischer Logiken ist.

2. Um nicht nur zwischen quantitativen Zahlen, sondern auch zwischen qualitativen Zahlen zu vermitteln, bedarf es somit eines eigenen Kalküls, der gleichzeitig quantitativ und qualitativ ist und dessen Zahlen wir quantitativ-

qualitative Vermittlungszahlen nennen (vgl. Toth 2015). Wir zeigen im folgenden die ersten dieser Vermittlungszahlen in einem arithmetischen Kalkülausschnitt einerseits und in einem kategorialen andererseits.

2.1. Arithmetischer Kalkül

$0 \rightarrow$ $((\underline{1}, 0, \underline{2}), (\underline{2}, 0, \underline{1}))$

$(1, 0, 2) \rightarrow$ $((\underline{3}, 1, \underline{4}, 0, 2), (1, \underline{3}, 0, \underline{4}, 2), (1, 0, \underline{3}, 2, \underline{4}))$

$(2, 0, 1) \rightarrow$ $((\underline{3}, 2, \underline{4}, 0, 1), (2, \underline{3}, 0, \underline{4}, 1), (2, 0, \underline{3}, 1, \underline{4}))$

$(3, 1, 4, 0, 2) \rightarrow$ $((\underline{5}, 3, \underline{6}, 1, 4, 0, 2), (3, \underline{5}, 1, \underline{6}, 4, 0, 2), (3, 1, \underline{5}, 4, \underline{6}, 0, 2),$
$(3, 1, 4, \underline{5}, 0, \underline{6}, 2), (3, 1, 4, 0, \underline{5}, 2, \underline{6}))$

$(1, 3, 0, 4, 2) \rightarrow$ $((\underline{5}, 1, \underline{6}, 3, 0, 4, 2), (1, \underline{5}, 3, \underline{6}, 0, 4, 2), (1, 3, \underline{5}, 0, \underline{6}, 4, 2),$
$(1, 3, 0, \underline{5}, 4, \underline{6}, 2), (1, 3, 0, 4, \underline{5}, 2, \underline{6}))$

$(1, 0, 3, 2, 4) \rightarrow$ $((\underline{5}, 1, \underline{6}, 3, 0, 2, 4), (1, \underline{5}, 3, \underline{6}, 0, 2, 4), (1, 3, \underline{5}, 0, \underline{6}, 2, 4),$
$(1, 3, 0, \underline{5}, 2, \underline{6}, 4), (1, 3, 0, 2, \underline{5}, 4, \underline{6}))$

$(3, 2, 4, 0, 1) \rightarrow$ $((\underline{5}, 3, \underline{6}, 2, 4, 0, 1), (3, \underline{5}, 2, \underline{6}, 4, 0, 1), (3, 2, \underline{5}, 4, \underline{6}, 0, 1),$
$(3, 2, 4, \underline{5}, 0, \underline{6}, 1), (3, 2, 4, 0, \underline{5}, 1, \underline{6}))$

$(2, 3, 0, 4, 1) \rightarrow$ $((\underline{5}, 2, \underline{6}, 3, 0, 4, 1), (2, \underline{5}, 3, \underline{6}, 0, 4, 1), (2, 3, \underline{5}, 0, \underline{6}, 4, 1),$
$(2, 3, 0, \underline{5}, 4, \underline{6}, 1), (2, 3, 0, 4, \underline{5}, 1, \underline{6}))$

$(2, 0, 3, 1, 4) \rightarrow$ $((\underline{5}, 2, \underline{6}, 0, 3, 1, 4), (2, \underline{5}, 0, \underline{6}, 3, 1, 4), (2, 0, \underline{5}, 3, \underline{6}, 1, 4),$
$(2, 0, 3, \underline{5}, 1, \underline{6}, 4), (2, 0, 3, 1, \underline{5}, 4, \underline{6}))$, usw.

2.2. Kategorialer Kalkül

$0 \rightarrow$ $((\leftarrow 0 \leftarrow), (\leftarrow 0 \rightarrow), (\rightarrow 0 \leftarrow), (\rightarrow 0 \rightarrow))$

$(\leftarrow 0 \leftarrow) \rightarrow$ $((\leftarrow 1 \leftarrow 0 \leftarrow), (\leftarrow 1 \leftarrow 0 \rightarrow))$

$(\leftarrow 0 \rightarrow) \rightarrow$ $((\leftarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow), (\leftarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \leftarrow) \rightarrow$ $((\rightarrow 0 \leftarrow 1 \leftarrow), (\rightarrow 0 \leftarrow, 1 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \rightarrow) \rightarrow$ $((\rightarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow), (\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow))$

(← 1 ← 0 ←) → ((← 1 ← 0 ← 2 ←), (← 1 ← 0 ← 2 →))

(← 1 ← 0 →) → ((← 1 ← 0 →2 ←), (← 1 ← 0 → 2 →))

(← 0 → 1 ←) → ((← 0 → 1 ← 2 ←), (← 0 → 1 ← 2 →))

(← 0 → 1 →) → ((← 0 → 1 → 2 ←), (← 0 → 1 → 2 →))

(→ 0 ← 1 ←) → ((→ 0 ← 1 ← 2 ←), (→ 0 ← 1 ← 2 →))

(→ 0 ←, 1 →) → ((→ 0 ←, 1 → 2 ←), (→ 0 ←, 1 → 2 →))

(→ 0 → 1 ←) → ((→ 0 → 1 ← 2 ←), (→ 0 → 1 ← 2 →))

(→ 0 → 1 →) → ((→ 0 → 1 → 2 ←), (→ 0 → 1 → 2 →)), usw.

Literatur

Thomas, Gerhard G., Introduction to kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.), Proceedings of the 13th Winter School of Abstract Analysis, Section of Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Logische "value gaps" als blinde Flecke. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Logische "value gaps" als blinde Flecke

1. Bereits Kaehr (2012) hatte darauf hingewiesen, daß verschiedene logische Kalküle daran kranken, daß sie blinde Flecke haben, die Kaehr als "semantisch-strukturelle Lücken" deutet.

types \ values	aa	ab	ba	bb	Kombinatorik
Boolean	aa	ab	ba	bb	m^n
Mersennian	aa	ab	ba	–	$2^n - 1$
Brownian	aa	ab	–	bb	$\binom{n+m-1}{n}$
Stirling trito	aa	ab	–	–	$\sum_{k=1}^{M} S(n, k)$

Während also in der booleschen Algebra natürlich

<a, a> ≠ <b, b>

<a, b> ≠ <b, a>

gilt, gilt im Mersenne-Kalkül

<a, a> = <b, b>.

Im Brown-Kalkül gilt hingegen

<a, b> = <b, a>,

obwohl

<a, a> ≠ < b, b>,

d.h. Antisymmetrie ist nicht über Identität definiert.

Das Maximum an Abstraktion erreichen die von Günther (1976-80) entdeckten Trito-Zahlen, qualitative Zahlen, bei denen die Position einer Zahl und nicht nur die (Kardinal-)Zahl selbst und ihre Verteilung relevant sind, d.h. hier gilt

<a, a> = <b, b>,

aber auch

<a, b> = <b, a>,

d.h. es gibt weder Identität noch Antisymmetrie.

2. Wie Thomas (1985) gezeigt hatte, gibt es zwei Arten, quantitativ zu zählen, entweder durch Iteration

| | | | | | | ... |

1 2 3 4 5 6 7 ... n

oder durch Akkreation

A B C D E F G ... Z

1 2 3 4 5 6 7 ... n,

d.h. indem die Peanozahlen entweder auf gleiche oder auf verschiedene Objekte abgebildet werden. Will man also qualitativ zählen, bedeutet das, daß man Zahlen auf Objekte abbildet, die sowohl gleich als auch verschieden sein können. So benötigt man fünf Schritte, um qualitativ auf 3 zu zählen

(1) (1, 1, 1)

(2) (1, 1, 2)

(3) (1, 2, 1)

(4) (1, 2, 2)

(5) (1, 2, 3),

d.h. zwischen (1, 1, 1) und (1, 2, 3) als den total-iterativen und den total-akkretiven Zahlen vermitteln die sowohl iterativen als auch akkretiven Zahlen (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2)

(1, 1, 1) → (1, 1, 2) → (1, 2, 1) → (1, 2, 2) → (1, 2, 3)

$$((1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2)) = V((1, 1, 1), (1, 2, 3)),$$

damit ist die Menge der Vermittlungszahlen allerdings nichts anderes als ein Rand zwischen einem System und seiner Umgebung S* = [S, U], d.h. wir haben

entweder

S = (1, 1, 1)

U = (1, 2, 3)

oder

S = (1, 2, 3)

U = (1, 1, 1)

mit

R[U, S] = ((1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2)).

3. Allerdings vermitteln die Trito-Zahlen zwischen den qualitativen Zählschritten, aber nicht zwischen den Zahlwerten selbst, denn diese sind konstant wie es die Zahlwerte von Peanozahlen sind. Tatsächlich ist ja die polykontexturale Logik ein Verbundsystem von 2-wertigen Logiken, deren Übergänge logisch durch die Güntherschen Transjunktionen und mathematisch durch die von Kronthaler (1986) eingeführten Transoperatoren bewerkstelligt werden.

Nun bescheinigt mir Kaehr in der selben Arbeit (Kaehr 2012)

> Der Semiotiker Alfred Toth hat in verschiedensten Anläufen das Verhältnis von Zeichen und Objekt thematisiert und versucht einer post-semiotischen Behandlung zugänglich zu machen. Eine starke Verallgemeinerung des Peirce-Bense'schen Zeichenbegriffs ist ihm gelungen durch eine Radikalisierung der Zeichen/Objekt-Beziehung zu einem Innen/Aussen-Verhältnis.

daß also der von mir eingeführten Reduktion der Semiotik auf die Systemtheorie und der damit mögliche Konstruktion einer der Semiotik isomorphen Ontik eine besondere Bedeutung zukommt. In einem System der Form S* = [S, U] gibt es jedoch einen Rand, der nicht-leer ist und die Differenz zwischen S und U durch die Ungleichungen

$R[S, U] \neq R[U, S] \neq \emptyset$

definiert. Systemische Relationen sind perspektivisch, d.h. wer von Innen nach Außen sieht, sieht nicht dasselbe wie derjenige, der von Außen nach Innen sieht. Ferner folgt aus den Ungleichungen, daß es in der Ontik, anders als in der (quantitativen)Topologie, keine gleichzeitig offenen und abgeschlossenen Räume geben kann, denn dort, wo z.B. eine Hausmauer ein Haus-System nach Aussen abschließt, schließt sie das Haus-System auch nach Innen ab (vgl. Toth 2015). Ränder vermitteln also zwischen den systemtheoretischen "Werten" S und U in S*. Gehen wir somit von einer Systemform (vgl. Toth 2012) aus, die wir arithmetisch durch

0

bezeichnen können, und bilden wir auf sie ein System S* ab, so erhalten wir nicht etwa Zahlenfolgen der Form $\langle 0, 1\rangle$ oder $\langle 1, 0\rangle$, sondern

$0 \rightarrow (\langle 1, 0\ 2,\rangle, \langle 2, 0, 1\rangle)$,

denn wenn jemand z.B. einen Zaun in ein Feld stellt, so differenziert dieser Zaun zwischen ihm und seinen zwei durch ihn induzierten Umgebungen. Solche Überlegungen finden sich übrigens erstaunlicherweise bereits bei Bense (vgl. Bense 1975, S. 134), in dessen peirceschem "Universum der Zeichen" es doch gar keine Objekte geben dürfte (vgl. auch Bense 1975, S. 94 ff.). Fährt man auf die gleiche Weise fort, erhält man

$\langle 1, 0, 2\rangle \rightarrow (\langle \underline{3}, 1, \underline{4}, 0, 2\rangle, \langle 1, \underline{3}, 0, \underline{4}, 2\rangle, \langle 1, 0, \underline{3}, 2, \underline{4}\rangle)$

$\langle 2, 0, 1\rangle \rightarrow (\langle \underline{3}, 2, \underline{4}, 0, 1\rangle, \langle 2, \underline{3}, 0, \underline{4}, 1\rangle, \langle 2, 0, \underline{3}, 1, \underline{4}\rangle)$,

d.h. wir erhalten Sequenzen von gleichzeitig quantitativen und qualitativen Zahlen, die sowohl nach Außen als auch nach Innen "wachsen", d.h. bei denen nicht nur zwischen den Zählschritten, sondern auch zwischen den Werten der Zahlen vermittelt wird.

Wie man sogleich erkennt, ist dies genau das ursprünglich von Peirce intendierte Konzept des Zeichens. Dort vermittelt die nicht umsonst als "Medium", bzw. "Mittel" bezeichnete Relation zwischen dem semiotischen Objektbezug, der das logische Objekt vertritt und dem semiotischen Interpretantenbezug, der das logischen Subjekt vertritt

$Z = (O, M, I)$,

allerdings läßt Bense diese kategoriale Ordnung nur für die zeicheninterne Kommunikationsrelation zu (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.), ansonsten gilt die paradoxe kategoriale Ordnung $Z = (M, O, I)$ mit Initialstellung des vermittelnden Mittelbezugs. Setzt man also mit Bense (1981, S. 17 ff.) die ersten drei Peanozahlen im Sinne von "Primzeichen" für die semiotischen Kategorien ein, so stellt bereits Z ein 3-tupel dar, in welchem 1 durch 2 und 3 vermittelt ist

$Z = (2, 1, 3)$.

Fährt man nun in der Semiotik auf die gleiche Weise fort, wie wir dies zuvor in der Arithmetik getan haben, so erhalt man

$(2, 1, 3) \rightarrow ((4, 2, 5, 1, 3), (2, 4, 1, 5, 3), (2, 1, 4, 3, 5))$

und entsprechend für die übrigen fünf Permutationen von $Z = (1, 2, 3)$.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In: Thinkartlab 2012. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/Memristics/Komplementaritaet/Komplementarit%C3%A4t%20in%20der%20Graphematik.pdf

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

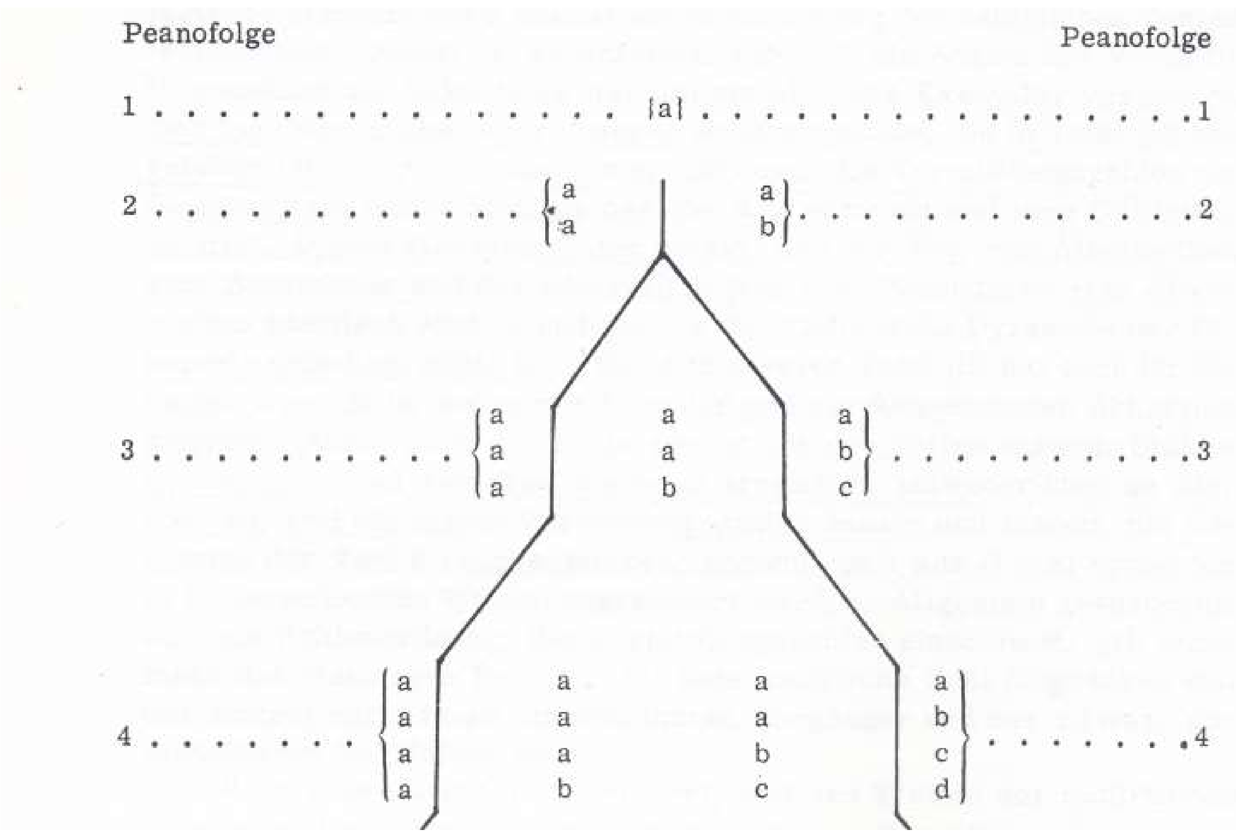
Thomas, Gerhard G., Introduction to kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.), Proceedings of the 13th Winter School of Abstract Analysis, Section of Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Systemformen und Belegungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

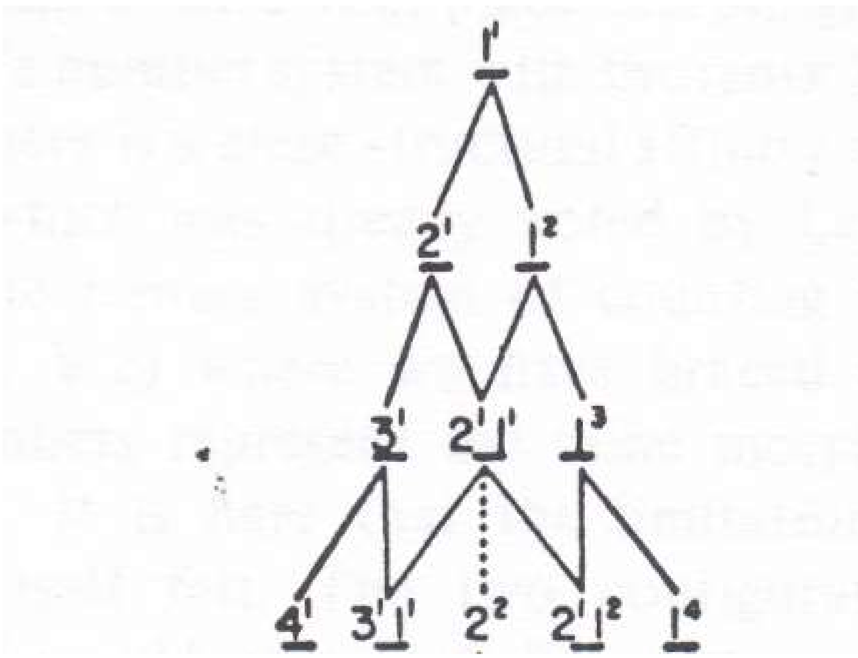
Toth, Alfred, Systeme mit leeren Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Semiotische Iteration und Akkretion

1. Einer der zentralen Unterschiede zwischen den monokontexturalen Peano-Zahlen und den polykontexturalen Proto-, Deutero- und Tritozahlen (vgl. Günther 1976-80) besteht darin, daß für eine und die selbe Kontextur Vermittlungszahlen auftreten. Günther (1979, S. 252 ff.) nennt in seinem für die qualitative Mathematik fundamentalen Aufsatz die Repetition des Gleichen Iteration und diejenige des Verschiedenen Akkretion. Die Vermittlungszahlen vermitteln somit zwischen rein iterativen und rein akkretiven qualitativen Zahlen. Im folgenden geben wir zwei Darstellungweisen für eine 4-wertige polykontexturalen Logik und Ontologie. Die erste Darstellung benutzt Morphogramme (vgl. Günther 1979, S. 272)



und die zweite Darstellung benutzt deren Notation durch sog. Frequenzzahlen, bei denen der "Exponent" die Anzahl der Wiederholung der Basiszahl angibt.



2. Im folgenden setzen wir im Anschluß an Toth (2014a, b) für die 4 logischen Werte subjektdeiktische Interpretantenbezüge ein.

$1 \equiv I_{ich}$

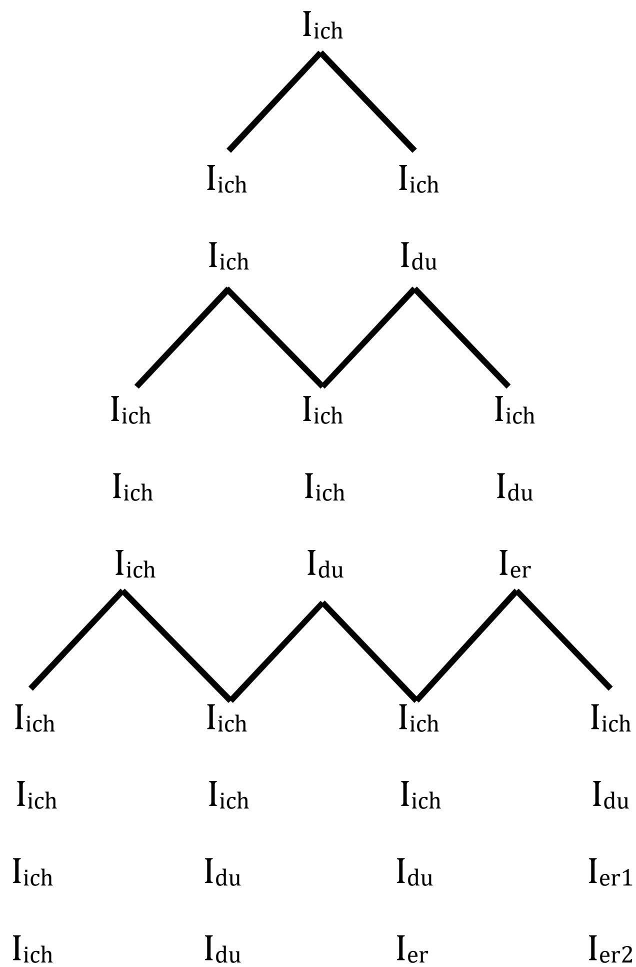
$2 \equiv I_{du}$

$3 \equiv I_{er1}$

$4 \equiv I_{er2}$

und erhalten auf diese Weise das folgende semiotisch 6-wertige[1] subjektdeiktische Vermittlungssystem zwischen semiotischer Iteration und Akkretion.

[1] Da wir ja die logische Objektposition, die durch den semiotischen Objektbezug vertreten wird, sowie den semiotischen Mittelbezug, dem keine logische Position korrespondiert, außer Acht lassen.



Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Semiotische Transjunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Systemtheorie und semiotische Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Ontische Zahlenfolgen

1. In Wittgensteins "Tractatus" (4.2.4.1) heißt es: " 'a = b' heißt also: das Zeichen 'a' ist durch das Zeichen 'b' ersetzbar". Bedeutet das Gleichheitszeichen nicht vielmehr, daß kein Unterschied zwischen a und b besteht? In diesem Fall haben wir nämlich die beiden einander isomorphen Gleichungen

$(\emptyset = \emptyset) \cong (\Omega = \Omega)$.

Das ist alles andere als eine triviale Feststellung, denn im Gegensatz zur Identität ist die Gleichheit keine 1-stellige, sondern eine 2-stellige Relation, bei der demzufolge nicht nur Relatum und Relandum, sondern auch die Relation selbst, die als Differenz auftritt, unterschieden werden muß, vgl. in einem an Spencer-Browns "Calculus" (1969) angelehnten Schema

______________ → _______|_______

bzw.

0 → (1, 2, 3) (vgl. Toth 2014a).

Daraus folgt also die Nicht-Existenz von Gleichheit, denn die 2 ist in der ontischen Zahlenfolge $F_1 = (1, 2, 3)$ lediglich die Differenz, die in die Zahlenfolge $F_2 = (1, 3)$ hineingebracht wurde. Tatsächlich sind ja die beiden obigen, einander ismorphen "Gleichungen" in Wahrheit Identitäten, und da diese 1-stellige Relationen sind, gibt es nur Selbstidentitäten, die in der Metaphysik als Selbstgegebenheit des Objektes einerseits und als Individualität des Subjekts andererseits auftritt.

2. Setzt man den obigen Prozeß fort

______________ → _______|_______

_______|_______ → _____|___|_____

_____|___|_____ → ___|___|___|____ ...,

so sieht man, daß genau die Menge der ungeraden Zahlen in ontischen Zahlenfolgen Vermittlungszahlen sind, welche als Differenzen die Ränder der Teilfolgen darstellen. Das bekannteste Beispiel für eine unvermittelte ontische

Zahlenfolge stellt die 2-wertige aristotelische Logik, und das bekannteste Beispiel für vermittelte ontische Zahlenfolge stellt die 3-adische peircesche Semiotik dar. In der letzteren gibt es genau 3 solcher ontischer Vermittlungen

1. (O, M, I) = (I, M, O) = (2, 1, 3)

2. (M, O, I) = (I, O, M) = (1, 2, 3)

3. (M, I, O) = (O, I, M) = (1, 3, 2),

d.h. jede der drei fundamentalen Kategorien kann die beiden andern paarweise vermitteln. Da die Semiotik jedoch auf der 2-wertige Logik basiert, stehen dem einen Subjekt, das von Peirce als Interpretantenrelation bestimmt wurde, zwei Objekte, M und O, gegenüber, die gemäß Toth (2014b) nicht koinzidieren müssen, da die Selektion des Zeichenträgers unabhängig von der Abbildung von Zeichen auf Objekte, d.h. ihre späteren Referenzobjekte, erfolgt. Somit sind es die Subrelationen O und I, die den logischen Kategorien des Es und des Ich semiotisch korrespondieren, und M kann als Differenz zwischen ihnen, d.h. als

M = D(O, I)

definiert werden. Daraus folgt, daß die triadische Zeichenrelation ein logisch 2-wertiges ontisches Vermittlungsschema ist, dessen dritter Wert eine ontische Vermittlungszahl darstellt.

Literatur

Toth, Alfred, Konvertibilität von System- und Umgebungsabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Zur Arbitrarität von Namen I-VII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Wittgenstein, Ludwig, Tractactus logico-philosophicus. Oxford 1959

Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen

1. Nachdem in Teil I der kardinale und in Teil II der ordinale Aspekt semiotischer Zahlen behandelt wurde, geht es hier um die relationalen Zahlen, d.h. einen neuen Zahlentyp, den Bense (1981, S. 25 f.) gleichzeitig in die Semiotik und in die Arithmetik eingeführt hatte: "Eine Zahl gehört zum Typus der Relationalzahl, wenn sie weder den kardinalen Mengencharakter, noch den ordinalen Bezugscharakter, sondern auf der vorausgesetzten Basis beider (als Isomorphieklasse) eine relationale Kennzeichnung intendiert".

2. Als Relationalzahlen können besonders die in Toth (2012a) eingeführten semiotischen Vermittlungszahlen definiert werden. Innerhalb der triadischen Zeichenrelation gilt

$V(1) := (2, 3)$

$V(2) := (1, 3)$

$V(3) := (1, 2)$.

Damit bekommen wir die folgende relationale Vermittlungsmatrix

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

d.h. wir haben bereits auf der 1. Vermittlungsstufe neben Elementen auch Mengen von Elementen. Gehen wir zur 2. Vermittlungsstufe über, dann bekommen wir

$V^2(1, 1) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 2) = \{3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 3) = \{2, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, \{1, 2\}) = \{2, 3, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, \{1, 3\}) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

...

$V^2(\{2, 3\}, \{2, 3\}) = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}\}$,

d.h. Mengen von Mengen von Elementen, usw., so daß wir also eine theoretisch unendliche Hierarchie ineinandergeschachtelter Mengen, ausgehend von der von Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Menge von Primzeichen $P = \{1, 2, 3\}$, erhalten.

3. Was die dyadischen Subzeichen und die aus Paaren von ihnen zusammengesetzten triadischen Zeichenrelationen (sowie trichotomischen Realitätsthematiken) betrifft, so gilt für sie die Definition, die Bense (1979, S. 53) gegeben hatte

$ZR = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b \rightarrow 3.c)))$,

d.h. ZR ist (in Benses eigenen Worten) eine "Relationen über Relationen" bzw. eine "verschachtelte Relation", und sie hat somit die allgemeine mengentheoretische Form

$ZR = \{A \rightarrow \{\{B\} \rightarrow \{C\}\}\}$.

Da ZR ferner rekursiv definiert ist, bekommen wir auf den nächsten 3 ZR-Stufen

$ZR' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow 3.c)))$

$ZR'' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b)) \rightarrow 3.c)))$

$ZR''' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b))) \rightarrow 3.c)))$, usw.,

d.h. wir erhalten, wie bereits auf der Ebene monadischer Relationen, so auch auf derjenigen dyadischer und triadischer Relationen unendliche Hierarchien von relationalen, d.h. vermittelten und verschachtelten, Folgen natürlicher (Toth 2012b) sowie rationaler (Toth 2012c) Zahlen, z.B. für ZR ... ZR'''

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$,

$ZR' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow 3)))$

$ZR'' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow 3)))$

$ZR''' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))) \rightarrow 3)))$, usw.

Diese Einbettungen von Mengen theoretisch unendlichen Grades heben nun zwar nicht wie die in Toth (2012a, b) behandelten kardinalen und ordinalen semiotischen Zahlen die Peircesche Triadizitätsbeschränkung allgemeiner Relationen auf, ersetzen aber die ursprüngliche Dreiheit der Semiosen, d.h. der Partialrelationen dieser triadischen Relationen, durch Folgen unendlich vermittelter sowie unendlich verschachtelter zusätzlicher Partialrelationen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Vermittlung von Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a, b

Zur Zyklizität semiotischer Vermittlungsfolgen

1. In Toth (2012) hatten wir darauf hingewiesen, daß semiotische Vermittlungsrelationen der Form

V = (x, y) mit x, y ∈ ℕ (jedoch wohl erweiterbar)

zu unendlichen semiotischen Vermittlungsfolgen der nicht-zyklischen Form

(x (xy, xxyy, xxxyyy, ...), y),

sowie zu zylischen der Form

(x, (xy, xxyy, xxxyyy, ...), y, (yx, yyxx, yyyxxx, ...))

führen.

2. In einer 5-wertigen Semiotik finden wir somit Vermittlungsfolgen der nicht-zyklischen Form

1, (1, 2), 2, (2, 3), 3, (3, 4), 4, (4, 5), 5

sowie der beiden zyklischen Formen

(1, (1, 2), 2, (2, 1)), (2, (2, 3), 3, (3, 2)), ((3, (3, 4), 4, (4, 3)), ...

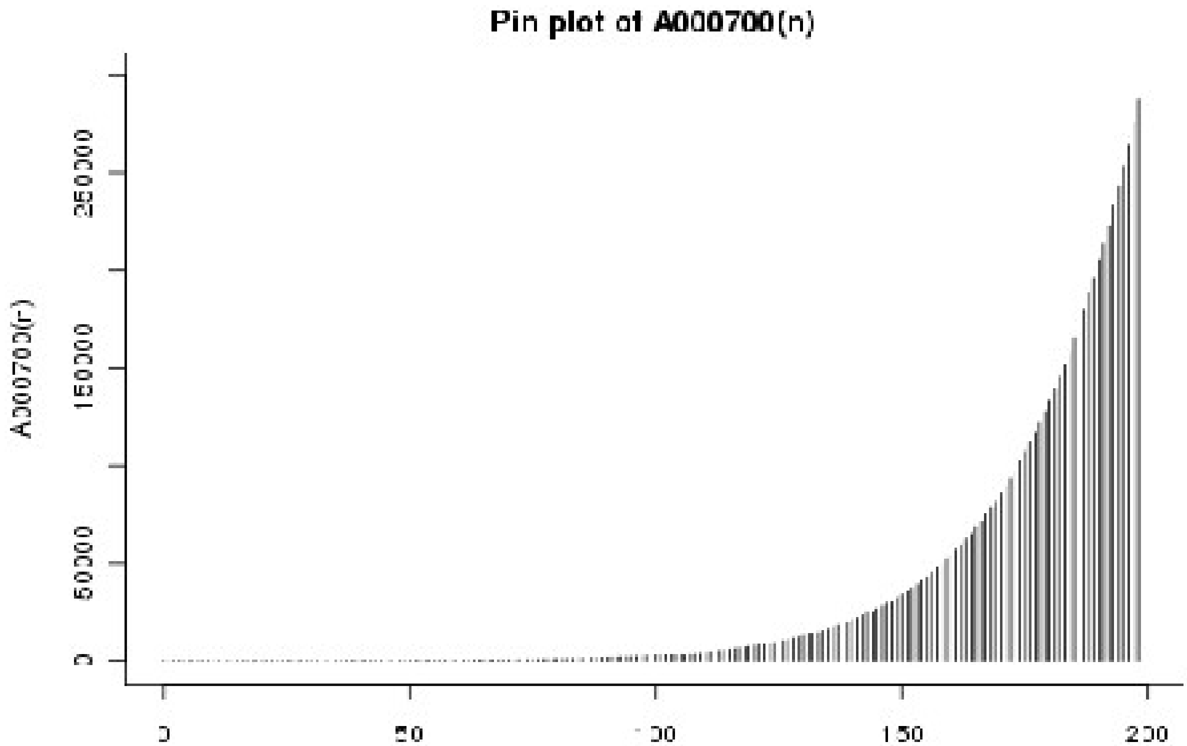
((1, 2), 1, (1, 2), 2), ((2, 3), 2, (2, 3), 3), ((3, 4), (3, (3, 4), 4), ...,

wobei die beiden Varianten einzig durch die Linearisierung der zyklischen Folgen entstehen.

Diese arithmetischen Folgen sind bisher im Katalog der OEIS nicht nachgewiesen, d.h. es scheint hier der relativ seltene Fall vorzuliegen, wo eine arithmetische Struktur durch ihre zugrunde liegende semiotische Struktur motiviert scheint. Da weitere Klärung nötig ist, lasse ich es hier mit einem Hinweis darauf bewenden, daß Teilfolgen der drei semiotischen Vermittlungsfolgen in der Ramanujanschen Theta-(chi-)Funktion (OEIS A000700) aufscheinen:

1, 1, 0, 1, 1, 1, **1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3**, 3, 4, 5, 5, 5, ...

d.h. einem Anfangsstück von deren Graphen



entsprechen, in welchem das Anwachsen der zwischen je zwei semiotischen Zahlen befindlichen (unendlich vielen) Vermittlungszahlen exponentiell zum Ausdruck kommt.

Literatur

Toth, Alfred, Vermittlung von Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Vermittlung von Vermittlung

1. Das Medium oder Mittel heißt in der Peirceschen Semiotik bekanntlich so, weil es zwischen Objekt und Subjekt vermittelt, und Bense sieht die Aufgabe der Zeichenfunktion gerade in der Überbrückung der "Disjunktion von Welt und Bewußtsein" (Bense 1975, S. 16). Aus diesem Grunde bezeichnet Peirce die Kategorie M auch öfters als "Repraesentamen". Nun ist es aber so, daß innerhalb der Zeichenrelation, deren Teil M ja schließlich ist, M gerade nicht zwischen Objekt und Subjekt, sondern zwischen Objektbezug und Subjektbezug (Interpretantenbezug) vermittelt, d.h. M vermittelt nicht wie vorgesehen zwischen Objekten, sondern zwischen Zeichen. Damit ist aber die Vermittlungsrelation

$M = V(O, I)$

nur eine von insgesamt drei möglichen Vermittlungsrelationen innerhalb der triadischen Semiotik

$O = V(M, I)$

$I = V(M, O)$,

dabei ist also wegen der Monokontexturalität $V(x, y) = V(y, x)$. Verwenden wir die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten numerischen Primzeichen (von uns als semiotische Zahlen bezeichnet), so haben wir also

$V(ZR) = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$.

2. Eine weitere Möglichkeit, Vermittlungsrelationen zu eruieren, besteht darin, die Permutation semiotischer Werte zuzulassen. Wir haben sie bereits in Toth (2012) in der folgenden Tabelle dargestellt, die einem logischen Negationszyklus gleicht:

1	1	2	2	3	3	1
2	3	1	3	1	2	2
3	2	3	1	2	1	3
s(p)					s'(p)	s(p),

Diesem 3-wertigen semiotischen "Hamiltonkreis" entspricht also die folgende triadische Vermittlungsmatrix

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

d.h. unsere oben für die nicht-permutierte Folge semiotischer Zahlen gewonnenenen drei Vermittlungsrelationen (1, 2), (1, 3), (2, 3) entsprechen genau den identitiven Morphismen auf der Hauptdiagonalen der obigen Vermittlungsmatrix. Diese bringt nun somit zusätzlich den "Spielraum" triadischer semiotischer Vermittlung zum Ausdruck, indem sie die zwischen je zwei semiotischen Werten liegenden Vermittlungswerte zum Ausdruck bringt. Vermittlung bedeutet semiotisch also, daß es zwischen Paaren semiotischer Werte immer noch einen weiteren semiotischen Wert gibt, der sozusagen den "Rand" des jeweiligen Paar-Systems repräsentiert. Wir könnten aus diesem Grund also "Meta-Vermittlungen", d.h. Vermittlungsrelationen 2. ... n.ter Stufe und also eine ganze Vermittlungshierarchie bereits für eine triadische und 3-wertige Semiotik konstruieren. Z.B. bekämen wir für die 2. Stufe:

$V^2(1, 1) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 2) = \{3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 3) = \{2, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, \{1, 2\}) = \{2, 3, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

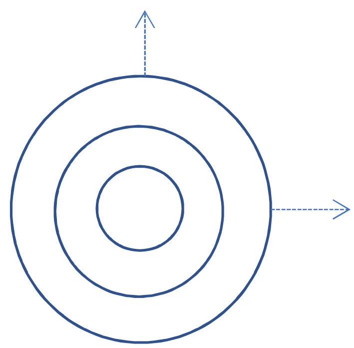
$V^2(1, \{1, 3\}) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

...

$V^2(\{2, 3\}, \{2, 3\}) = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}\}$

Was also die semiotischen Vermittlungszahlen betrifft, so verhalten sie sich in diesem entscheidenden Punkt genau wie die reellen Zahlen, denn wie man leicht sieht, gibt es unendlich viele Vermittlungszahlen zwischen je zwei semiotischen Zahlen. Da die triadische Semiotik jedoch eine beschränkte Relation ist, insofern sie wegen eines Peirceschen Limitations-"Axioms" mit der Drittheit endet und diese im Dreiecksmodell sogar retrosemiosisch auf die Erstheit abgebildet wird, haben die semiotischen Vermittlungszahlen also nicht wie die reellen Zahlen die Struktur des progredienten linearen Wachstums,

sondern diejenige des progredienten zyklischen Wachstum.



D.h. wir haben nicht Folgen der Form

(a, (ab, aabb, aaabbb, ...), b),

sondern solche der Form

(a, (ab, aabb, aaabbb, ...), b, (ba, bbaa, bbbaaa, ...)).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

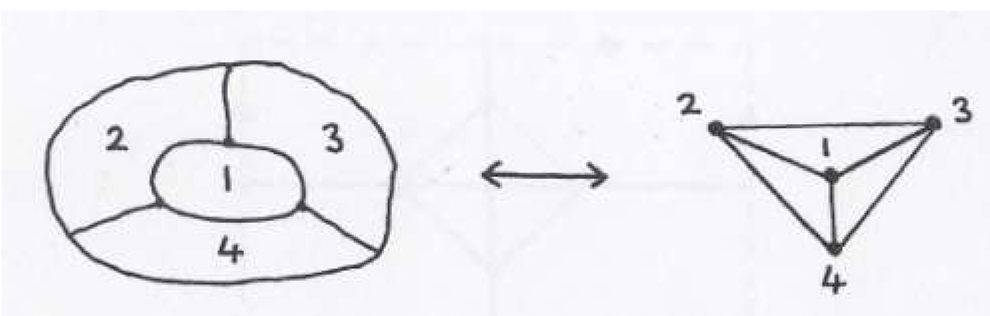
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zeichenkanten und Zeichenflächen

1. Es war einmal ein alter König, der hatte vier Söhne. In seinem Testament setzte er fest, daß seine Söhne einmal die vier Hauptstädte seines Reichs erben sollten. Dabei wünschte er, daß die vier Hauptstädte durch Straßen so verbunden werden, daß sie sich nicht kreuzen. Dieser Märchenanfang klingt seltsam, denn warum sollte ein König seinen Kindern nur die Hauptstädte, nicht aber die Länder, in denen sie liegen, vererben? Außerdem ist kaum anzunehmen, daß ein einziges Königsreich vier Hauptstädte hat. Wahrscheinlicher ist es anzunehmen, daß den vier Hauptstädten auch vier Gebiete entsprechen, so daß die vier Söhne wohl vier Länder erben, von denen jedes eine Hauptstadt hat.

2. Wie die graphentheoretische Topologie gezeigt hat, entsprechen bei planaren Graphen im folgenden Bild aus Wilson (1999, S. 517) jeder Region des Graphens links eine Ecke des Graphen rechts, und jeder Ecke des Graphens links entspricht einer Region des Graphen rechts. Ferner entsprechen sich die Kanten des linken und des rechten Graphen:



Für den Graphen rechts kann man als Modell die zuletzt in Toth (2011) behandelte dyadisch-vierstellige Zeichenrelation

ZR = ((a.b), (c.d)) (mit a, b, c, d $\in$ {1, 2, 3})

heranziehen, deren vier Primzeichen je einer Ecke des Graphen entsprechen. Wegen der topologischen Äquivalenz der beiden Graphen folgt, daß jedem Primzeichen von ZR eine Region im linken Graphen entspricht. Wir können somit von nun an von Zeichenecken, Zeichenkanten und Zeichenflächen; letztere sind in Ergänzung zu Toth (2006, S. 11) daher nicht erst von dyadischen Relationen an möglich. Am Rande sei darauf hingewiesen, daß im obigen Graphen der Ecke 1 des rechten Graphen das „Loch" 1 im linken Graphen entspricht. Somit kann der linke Graph als (planarer) Torus aufgefaßt werden und daher als fundamentales Modell der Zeichenprozesse dienen, die ich in meinem Buch „In Transit" dargestellt habe (Toth 2007). Da es weder mathematische noch semiotische Probleme bereitet, sich den Graphen rechts räumlich, d.h. als Tetraeder vorzustellen, korrespondiert in diesem Fall den Ecken des Tetraeders rechts jeweils ein „Abschnitt" im ebenfalls dreidimensional gedachten Torus links. Es versteht sich von selbst, daß die vorgestellten Erweiterungen der semiotischen Basistheorie vielfältigste Anwendungen nach sich ziehen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Pseudotriaden und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Wilson, Robin J., Graph Theory. In: James, I.M. (Hrsg.), History of Topology. Amsterdam usw. 1999, S. 503-529

Baumstrukturen der dyadisch-tetratomischen Zeichenrelation

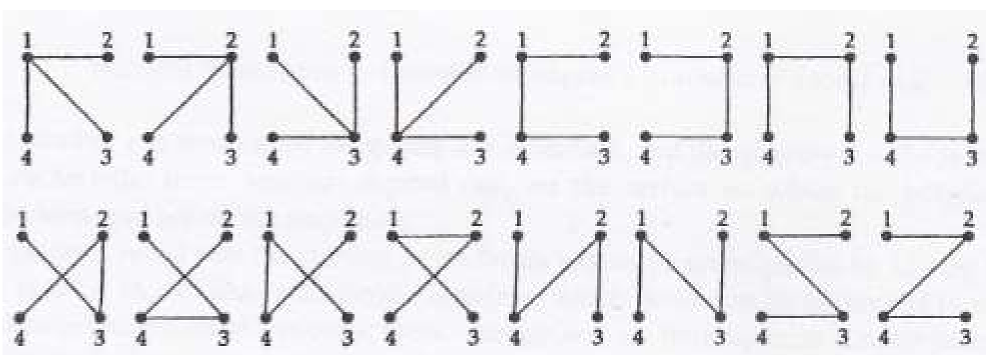
Die zuletzt in Toth (2011) behandelte dyadisch-trivalent-tetratomische Zeichenrelation

ZR = ((a.b), (c.d)) mit a, b, c, d $\in$ {1, 2, 3}

hat nach einem Vermutung von Cayley (1918 durch Prüfer bewiesen) genau 16 verschiedene Baumstrukturen, da die Anzahl der Bäume für n-stellige Relationen durch die Formel

$t(n) = n^{n-2}$

berechnet wird. Das folgende, Wilson (1999, S. 514) entnommene Bild enthält die 8 Grundtypen der Bäume einer 4-stelligen Relation zusammen mit ihren strukturellen Dualen, die sich allerdings durch die Beschriftung der Knoten unterscheiden und daher bezüglich t(n) als gesonderte Baumstrukturen gerechnet werden:



2. Aus der Cayley-Prüferschen Formel folgt somit für die Semiotik, daß das folgende Dualsystem

((a.b), (c.d)) × ((d.c), (b.a))

((a.b), (d.c)) × ((c.d), (b.a))

((b.a), (c.d)) × ((d.c), (a.b))

((b.a), (d.c)) × ((c.d), (a.b))

((a.c), (b.d)) $\times$ ((d.b), (c.a))

((a.c), (d.b)) $\times$ ((b.d), (c.a))

((c.a), (b.d)) $\times$ ((d.b), (a.c))

((c.a), (d.b)) $\times$ ((b.d), (a.c))

((a.d), (c.b)) $\times$ ((b.c), (d.a))

((a.d), (b.c)) $\times$ ((c.b), (d.a))

((d.a), (c.b)) $\times$ ((b.c), (a.d))

((d.a), (b.c)) $\times$ ((c.b), (a.d)),

das alle 4! = 24 Kombinationen enthält, die sich durch Einsetzung der Primzeichen in ZR ergeben, ebenfalls auf die t(4) = 4^{4-2} = 16 Typen von Baumstrukturen graphentheoretisch reduzierbar ist.

Bibliographie

Toth, Alfred, Pseudotriaden und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Wilson, Robin J., Graph Theory. In: James, I.M. (Hrsg.), History of Topology. Amsterdam usw. 1999, S. 503-529

Pseudotriaden und Vermittlungszahlen

1. In Toth (2011) wurden Pseudotriaden aus der dyadisch-trivalenten Zeichenrelation

ZR = ((a.b), (c.d)) mit a,b, c, d $\in$ {1, 2, 3}

eingeführt. Der Übergang von ZR zu TZR wird durch sog. semiotische Vermittlungszahlen wie folgt geleistet

TZR = ((a.b), (b.c), (c.d)).

2. Man erhält nun die Struktur aller Vermittlungszahlen sämtlicher möglicher Kombinationen von ZR, in dem man die letzteren in der Form des folgende Dualsystems notiert:

((a.b), (c.d)) × ((d.c), (b.a))

((a.b), (d.c)) × ((c.d), (b.a))

((b.a), (c.d)) × ((d.c), (a.b))

((b.a), (d.c)) × ((c.d), (a.b))

((a.c), (b.d)) × ((d.b), (c.a))

((a.c), (d.b)) × ((b.d), (c.a))

((c.a), (b.d)) × ((d.b), (a.c))

((c.a), (d.b)) × ((b.d), (a.c))

((a.d), (c.b)) × ((b.c), (d.a))

((a.d), (b.c)) × ((c.b), (d.a))

((d.a), (c.b)) × ((b.c), (a.d))

((d.a), (b.c)) × ((c.b), (a.d))

Die Vermittlungszahlen sind im folgenden fett markiert. Jeder Vermittlungszahl ist eine kennzeichnende Nummern zugeordnet:

1	((a.b), **(b.c)**, (c.d))	×	((d.c), **(c.b)**, (b.a))	5
2	((a.b), **(b.d)**, (d.c))	×	((c.d), **(d.b)**, (b.a))	9
3	((b.a), **(a.c)**, (c.d))×		((d.c), **(c.a)**, (a.b))	10
4	((b.a), **(a.d)**, (d.c))	×	((c.d), **(d.a)**, (a.b))	11
5	((a.c), **(c.b)**, (b.d))	×	((d.b), **(b.c)**, (c.a))	1
6	((a.c), **(c.d)**, (d.b))	×	((b.d), **(d.c)**, (c.a))	8
7	((c.a), **(a.b)**, (b.d))	×	((d.b), **(b.a)**, (a.c))	12
4	((c.a), **(a.d)**, (d.b))	×	((b.d), **(d.a)**, (a.c))	11
8	((a.d), **(d.c)**, (c.b))	×	((b.c), **(c.d)**, (d.a))	6
9	((a.d), **(d.b)**, (b.c))	×	((c.b), **(b.d)**, (d.a))	2
3	((d.a), **(a.c)**, (c.b))×		((b.c), **(c.a)**, (a.d))	10
7	((d.a), **(a.b)**, (b.c))	×	((c.b), **(b.a)**, (a.d))	12

Es zeigt sich somit, daß jede Vermittlungszahl im vollständigen trivalenten Dualsystem aller dyadischen Kombinationen genau zwei Mal auftritt. Um die Struktur ihrer Verteilung zu erkennen, kann man in einem letzten Schritt die TZR mit gleichen Nummern nebeneinanderstellen:

((a.b), **(b.c)**, (c.d)) / ((d.b), **(b.c)**, (c.a))

((a.b), **(b.d)**, (d.c)) / ((c.b), **(b.d)**, (d.a)

((b.a), **(a.c)**, (c.d)) / ((d.a), **(a.c)**, (c.b))

((b.a), **(a.d)**, (d.c)) / ((c.a), **(a.d)**, (d.b))

((a.c), **(c.b)**, (b.d)) / ((d.c), **(c.b)**, (b.a)

((a.c), **(c.d)**, (d.b)) / ((b.c), **(c.d)**, (d.a)

((c.a), **(a.b)**, (b.d)) / ((d.a), **(a.b)**, (b.c))

((a.d), **(d.c)**, (c.b)) / ((b.d), **(d.c)**, (c.a)

((a.d), **(d.b)**, (b.c)) / ((c.d), **(d.b)**, (b.a)

((b.c), **(c.a)**, (a.d)) / ((d.c), **(c.a)**, (a.b))

((c.d), **(d.a)**, (a.b)) / ((b.d), **(d.a)**, (a.c))

((d.b), **(b.a)**, (a.c)) / ((c.b), **(b.a)**, (a.d))

Man sieht also, daß die Menge der Pseudotriaden in 4 Teilmengen von Paaren und in 4 Teilmengen von 1-Tupeln zerfallen. Die semiotische Bedeutung dieses merkwürdigen Ergebnisses muß noch geklärt werden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Pseudo-Triaden und Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiotische Vermittlungszahlen beim Übergang von Kategorien zu Saltatorien

1. Wir gehen aus von dem kürzlich von Kaehr (2011, S. 27) publizierten Schema der Komposition von Diamanten

Diamond composition rule

$$\frac{\left(A_\alpha \to B_\omega\right) \diamond \left(B_\alpha \to C_\omega\right) \diamond \left(C_\alpha \to D_\omega\right)}{\left(A_\alpha \to D_\omega\right) \,\Big|\, \left(\tilde{B_\omega} \longleftarrow \tilde{B_\alpha}\right) \,\Big\|\, \left(\tilde{C_\omega} \longleftarrow \tilde{C_\alpha}\right)}$$

$\to$: morphism
α, ω : source, target
$\diamond$: diamond composition
$|$: category – saltatory complementarity
$\|$: saltisition (jump – operation)

Versucht man, dieses Schema auf die triadischen Peirceschen Zeichenklassen anzuwenden, so stößt man auf Schwierigkeiten. Zwar hatte bereits Walther (1979, S. 79) vorgeschlagen, Triaden als Kompositionen von zwei Dyaden aufzufassen:

Zkl = (3.a 2.b) ▯ (2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c),

aber diese in der Semiotik auch als Konkatenation bezeichnete Operation ist mit dem Kaehrschen Verfahren unvereinbar.

2. Allerdings kann man von dyadischen Zeichenrelationen der Form

ZR = ((a.b), (c.d)) (mit a, b, c, d ▯ {1, 2, 3})

ausgehen und sie, wie in Toth (2011) gezeigt, in der folgenden Form als Pseudo-Triaden notieren

ZR = ((a.b), (b.c), (c.d)).

Wie man sogleich sieht, entspricht diese Notation genau dem Kompositionsschema Kaehrscher Diamanten. Nehmen wir als Beispiel

ZR = ((1.2), (3.1))

dann haben wir

A = 1. C = 3.

B = .2 D = .1,

und somit ist

ZR = (1.2) ￿ (2.3) ￿ (3.1).

Nun können wir die kategorial-saltatorische Komplementarität

(1. → .1) | (.2~ ￿ 2.~)

und die Saltisition (Jump-Operation)

(.3~ ￿ 3.~)

bestimmen. Man beachte die triadischen Peirce-Zahlen der Form (a.) und die trichotomischen der Form (.a). Der Übergang von Kategorien zu Saltatorien beinhaltet also semiotisch nicht nur die Umkehrung der Abbildung, sondern auch den Wechsel von triadischem Haupt- und trichotomischem Stellenwert.

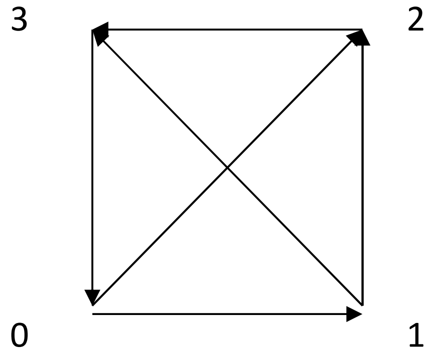
Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The amazing power of Four. In: ThinkArtLab, http://www.thinkartlab.com/Memristics/Power%20of%20Four/Power%20of%20Four.pdf (2011)

Toth, Alfred, Pseudo-Triaden und Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Triadische Vermittlungszahlen tetradischer Relationen

1. Dieser kurze Aufsatz ist ein Nachtrag zu Toth (2011), worin ausschliesslich dyadische Vermittlungszahlen bei tetradischen Relationen untersucht worden waren. Dabei traten jedoch seltame Zahlen, sog. Diagonalzahlen. Gehen wir wiederum aus von dem folgenden tetradischen Zeichenmodell



2. Da V(a, b, c) für alle 3! = 6 Permutationen dasselbe Resultat liefert, gibt es nur die folgenden 4 triadische Vermittlungszahlen tetradischer Relationen:

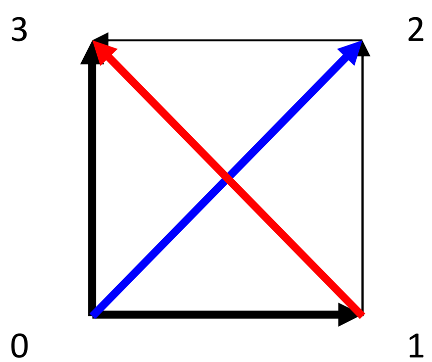
V(0, 1, 2) = 3

V(0, 1, 3) = 2

V(0, 2, 3) = 1

V(1, 2, 3) = 0

Interessant ist nun, dass wir von den in Toth (2011) unterschiedenen zwei Typen von Diagonalzahlen, den triadischen (im folgenden Bild mit der roten Kante inzident) und den tetradischen (mit der blauen Kante inzident):



die triadischen Vermittlungszahlen mit den tetradischen Diagonalzahlen korrespondieren.

Bibliographie

Toth, Alfred, Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Vermittlungszahlen

1. Triadische Vermittlungszahlen

Sei

ZR = (1, 2, 3),

dann gibt es 3! = 6 Möglichkeiten:

1 → 2 → 3	VZ(1, 3) = 2
1 → 3 → 2	VZ(1, 2) = 3
2 → 1 → 3	VZ(2, 3) = 1
2 → 3 → 1	VZ(2, 1) = 3
3 → 1 → 2	VZ(3, 2) = 1
3 → 2 → 1	VZ(3, 1) = 2,

d.h. VZ (a, b) = VZ(b, a) = c. Vermittlung ist sozusagen die Verwerfung der vermittelten Alternative.

2. Sei nun

ZR = (0, 1, 2, 3),

dann gibt es 4! = 24 Möglichkeiten:

0 → 1 → 2 → 3

0 → 1 → 3 → 2

0 → 2 → 1 → 3

0 → 2 → 3 → 1

0 → 3 → 1 → 2

0 → 3 → 2 → 1

1 → 0 → 1 → 2

1 → 0 → 2 → 1

1 → 1 → 0 → 2

1 → 1 → 2 → 0

1 → 2 → 0 → 1

1 → 2 → 1 → 0

2 → 0 → 1 → 3

2 → 0 → 3 → 1

2 → 1 → 0 → 3

2 → 1 → 3 → 0

2 → 3 → 0 → 1

2 → 3 → 1 → 0

3 → 0 → 1 → 2

3 → 0 → 2 → 1

3 → 1 → 0 → 2

3 → 1 → 2 → 0

3 → 2 → 0 → 1

3 → 2 → 1 → 0

Im Gegensatz zu triadischen Relationen, wo die Vermittlungszahlen jeweils 1-tupel sind, haben wir hier Paare. Für jede der 24 Möglichkeiten gilt:

VZ(0, 1) = (2, 3)

VZ(0, 2) = (1, 3)

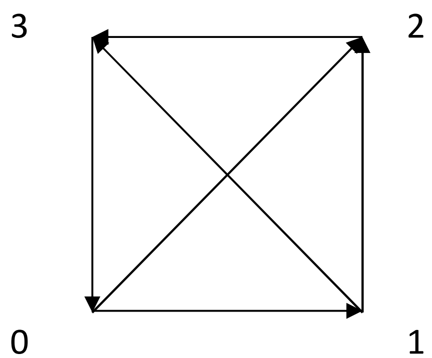
VZ(0, 3) = (1, 2)

VZ(1, 2) = (0, 3)

VZ(1, 3) = (0, 2)

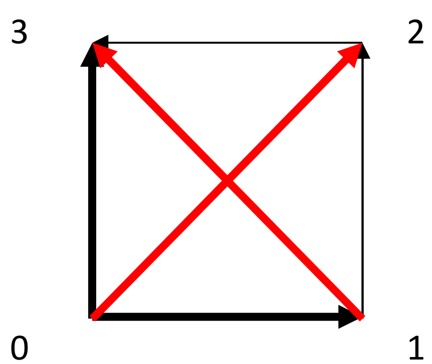
VZ(2, 3) = (0, 1)

Auch für Tetraden gilt natürlich: VZ(a, b) = VZ(b, a) = (c, d) = (d, c). Im folgenden tetradischen Quadrat-Modell gilt sowohl für vermittelte als auch für vermittelnde Zahlen: (a → b) gdw b > a:



Die besonders interessanten diagonalen Vermittlungszahlen treten also nur dann auf, die vermittelten Zahlen selbst diagonal sind. Damit ergibt sich die interessante Frage, was für einen semiotischen oder allgemein relationalen Status jene Fälle haben, wo diagonale Zahlen adjazente nicht-diagonale Zahlen vermitteln wie z.B. bei

?Z(0, 1) = ?Z(0, 3) = {(0, 2), (1, 3)}



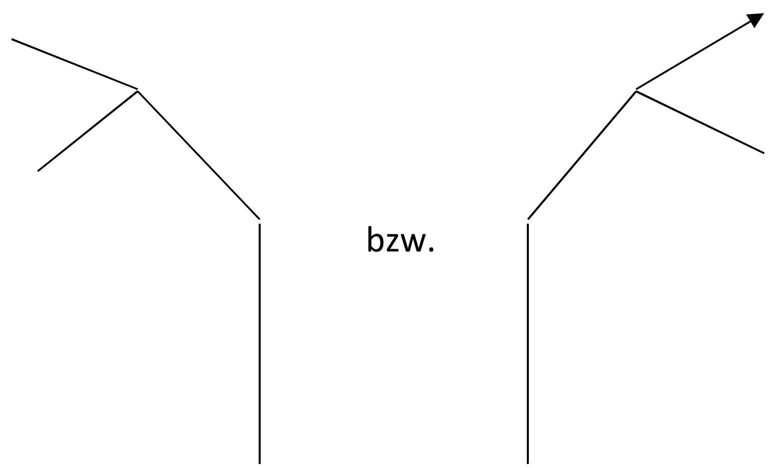
Man könnte bei ?Z(1, 3) von triadischer Zahl und bei ?Z(0, 2) von tetradischer Zahl sprechen, da erstere ein Dreieck, letztere ein Rechteck aufspannt. Abklärungen zu diesen und weiteren Zahlen sind nötig.

Literatur

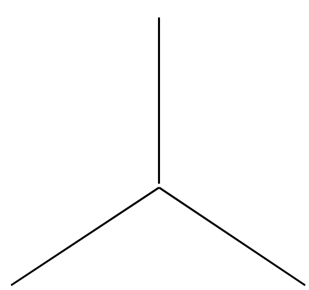
Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Aufsätze zur mathematischen Semiotik. 2 Bde. Tucson 2011

Zum Verhältnis von Relationen und Vermittlungen von Relata

1. Wir wir kürzlich feststellten (Toth 2011), ist es zwar richtig, dass die triadische Zeichenrelation irreduzibel ist (vgl. Toth 2008, S. 173 ff.), aber es ist nicht richtig, dass sämtliche n-adischen Relationen auf triadische Relationen reduzierbar sind. (Peirce CP. 1.343-349 ap. Toth 2008, S. 173; Marty 1980). Der Grund liegt einfach darin, dass eine triadische Relation keine Konkatenation einer dyadischen und einer monadischen ist, denn jeder Anfänger der Logik weiss, dass sich ein 3-stelliges Prädikat, z.B. „_ liegt zwischen _ und _“ nicht auf *“liegt“, *“zwischen“ und *“und“ zusammensetzen lässt. Entsprechend lautet die graphische Darstellung der Benseschen Zeichenrelation ZR = (1 → ((1 → 2), (1 → 2 → 3)) (Bense 1979, S. 53) als „verschachtelte Relation“ bzw. als „Relation über Relationen“ (wie Bense sagt)



und nicht, wie bereits von Peirce dargestellt:



d.h. die Peircesche Zeichenrelation ist die Zusammensetzung eines bifurkativen und eines trifurkativen Graphen und nicht diejenige dreier simpler Kanten, da dies der Inklusion des Mittels im Objekt und im Interpretanten sowie der Inklusion des Objekts im Interpretanten widerspräche.

2. Damit ist bereits gezeigt, dass auch der mit dem „Satz von Peirce“ verwandte „Satz von Schröder“, wonach alle n-adischen Relationen sich sogar auf dyadische zurückführen liessen, ebenfalls falsch ist, da Trifurkationen und Bifurkationen prime Relationen sind. Unter primen Relationen verstehen wir also solche, die sich nich auf einfache zurückführen lassen. Es ist somit streng genommen falsch zu sagen: 3 = 2 + 1, denn dies gilt nur dann, wenn 1 ⍰ 2 und 2 ⍰ 3 (und somit 1 ⍰ 3) gälte; nun gilt aber 1 ⍰ 2, 2 ⍰ 3 und 1 ⍰ 3, also gilt 3 ≠ 1 + 2. (Damit ist das tiefste Gesetz angedeutet, warum es in der Semiotik keine Gleichungen der Form (a.b) + (c.d) = (e.f), z.B. (1.1) + (1.2) = (1.3), (2.1) + (2.2) = (2.3) oder (1.1) + (2.2) = (3.3) gibt und warum die arith>metischen Operationen der monokontexturellen Mathematik sind i.a. nicht auf die semiotischen Relata anwenden lassen.

3. Verwenden wir V als dyadischen Funktor für Vermittlung (d.h. es werden immer Paare von Relata bzw. diese paarweise vermittelt), so gilt also zwar

3 ≠ 2 + 1,

aber

3 = 2 V 1,

und zwar ist dies möglich ab n = 2, denn für n = 1 gibt es trivialerweise höchstens die „Selbstvermittlung“ eines Relatums. Für n = 4 haben wir dann

4 = 2 V 2 ≠ 2 V 1 V 1 (Bifurkation!) ≠ 3 V 1 (Trifurkation!)

für n = 5

5 = 3 V 2 ≠ 3 V 1 V 1 ≠ 4 V 1

Wir können das Resultat sogleich in der folgenden kleinen Tabelle darstellen:

Relation	Anz. Vermittl.	Resultat
n = 1	0	0

n = 2	1	2 + 1 = 3
n = 3	2	3 + 2 = 5
n = 4	3	4 + 3 = 7
n = 5	4	5 + 4 = 9
...	...	...

Eine n-stellige Relation hat somit (n-1) vermittelnde Relata, die sich mit der Relation zu einer n + (n-1)-stelligen Relation verbinden, und diese bilden genau die Folge der ungeraden Zahlen \ {1}, d.h. es gibt keine isomorphe Abbildung von der Menge der n-stelligen Relationen (natürliche Zahlen) in die Menge der Vermittlungszahlen. In Sonderheit gilt aber, dass die Relationen unter sich nicht den arithmetischen Operationen genügen, dass es ist NICHT z.B. (n = 2) + (n = 3) = (n = 5), bzw. eine pentadische Relation lässt sich nicht als Konkatenation einer triadischen und einer dyadischen Relation darstellen; sie ist irreduzibel genauso wie die triadische Relation, von der wir ausgegangen sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen den Kontextuen. Klagenfurt 2007 (mit weiterer im Text zit. Lit.)

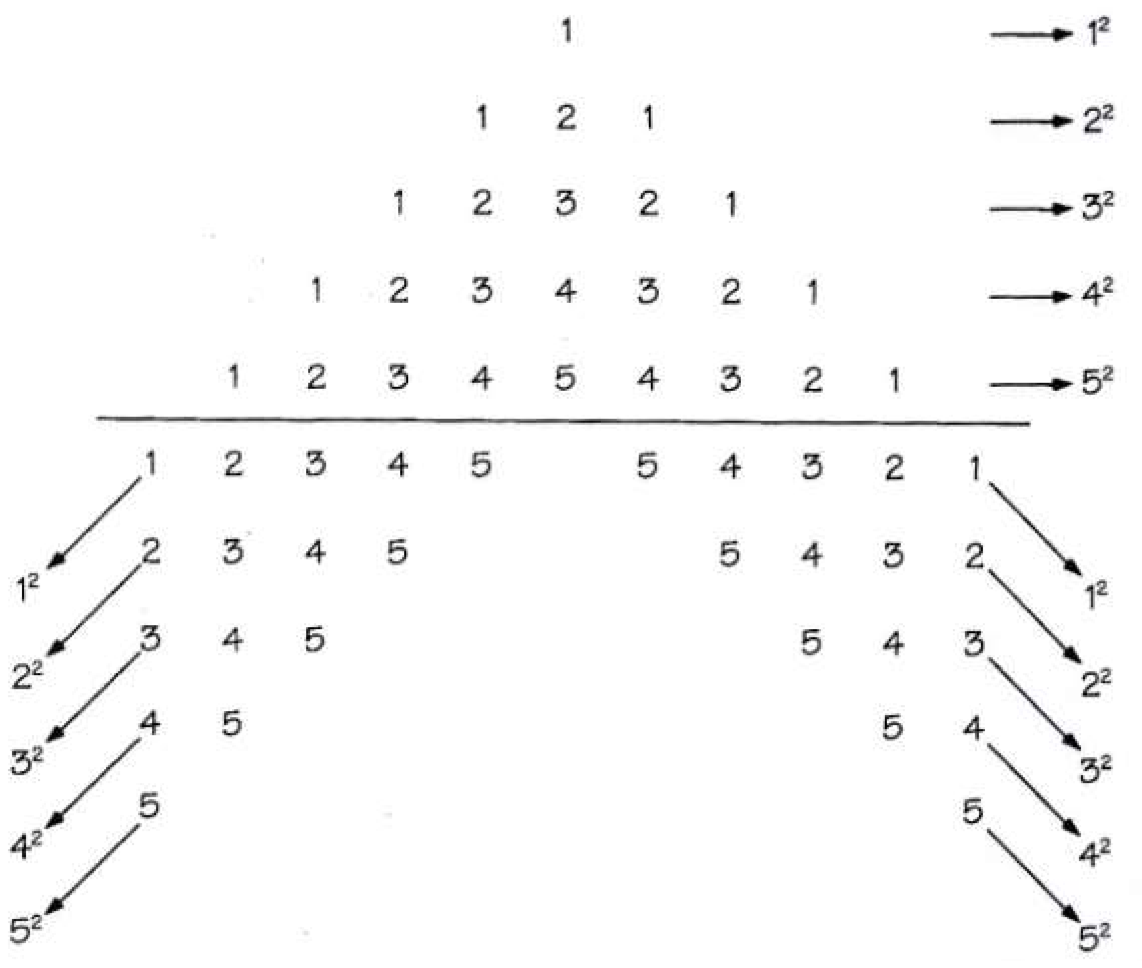
Die Entstehung unvermittelter und vermittelter Bi-Zeichen aus figurativen Zahlen

1. Gegeben seien, wie bekannt,

die Dreieckszahlen: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, …

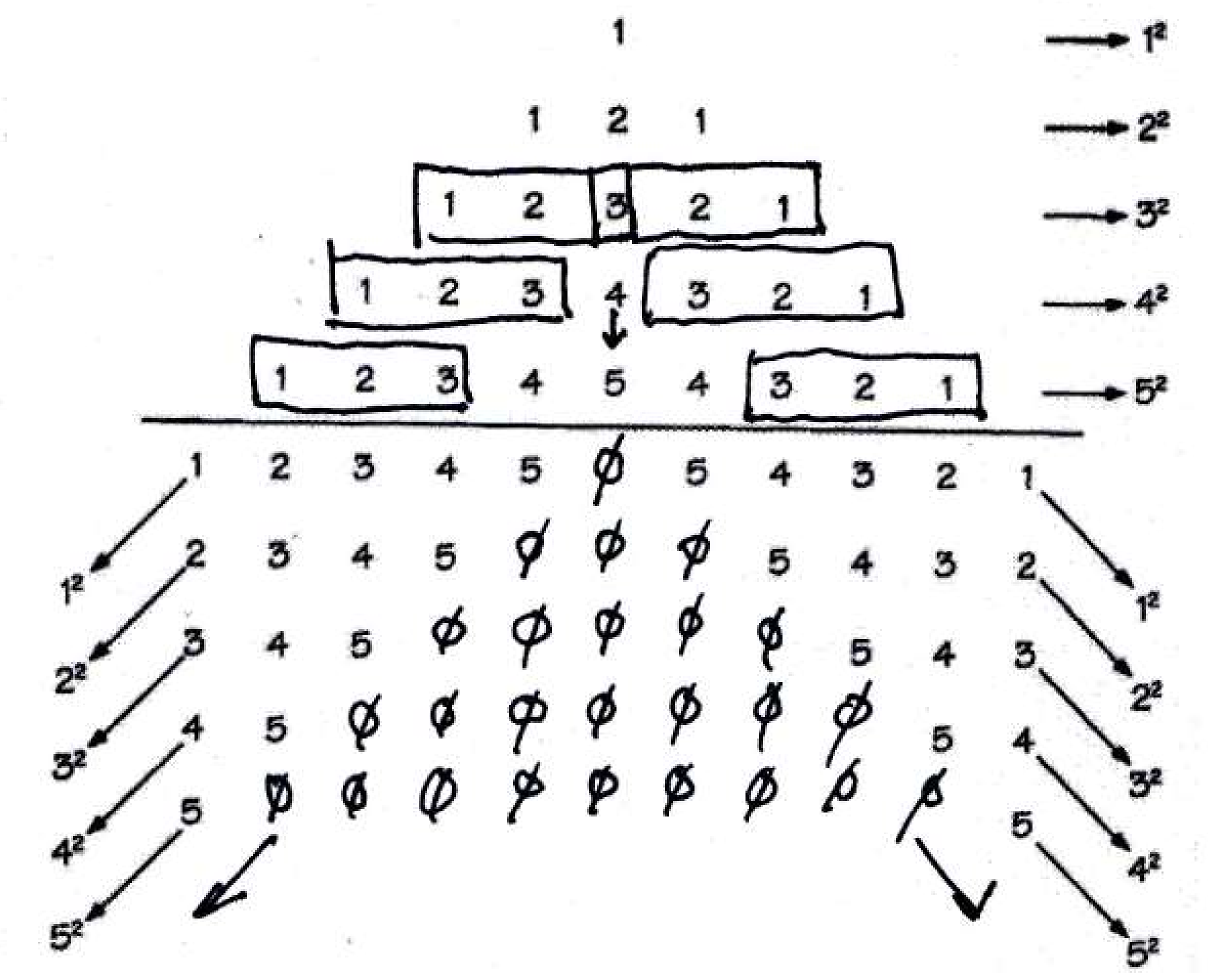
die Tetraederzahlen: 1, 4, 10, 20, 35, 56, 84, 120, 165, 220, ...

2. Conway/Guy (1996, S. 49) haben nun gezeigt, dass 11 Kopien der 5. Dreieckszahl 3 Kopien der ersten 5 Quadratzahlen ergeben:



3. Während also die 1. und 2. Stufe auf das monadische zw. dyadische Zeichen beschränkt sind, enthält die 3. Stufe das unvermittelte System von Zeichen und Bi-

Zeichen (vgl. Kaehr 2009). Die Stufen n $\geq$ 4 enthalten nun eine Hierarchie 1-, 2-, 3-, ..., m-fach vermittelter Bizeichen, die im unten stehenden Bild angedeutet sei:



Mit Hilfe dieser Darstellung kann man also das System der semiotischen Vermittlungszahlen als Mediationssystem zwischen den Teilsystemen der ersten 5 Peano-Zahlen und ihrer Quadrate darstellen, d.h. man braucht das allen Systemen zugrunde liegende System der monokontexturalen Mathematik nicht zu verlassen.

Bibliographie

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. Springer 1996

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf 2009

Semiotische Morphismen als Vermittlungen von Kardinalität und Ordinalität

1. Die Peircesche Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

besteht aus zwei Basisrelationen:

einer kardinalen tradischen Relation

kZR = (3., 2., 1.)

und einer ordinalen trichotomischen Relation

oZR = (.a, .b, .c), a, b, c $\in$ {1, 2, 3}.

Während kZR eine strenge Totalordnung ist:

oZR = (3. > 2. > 1.),

ist oZR eine Halbordnung:

oZR = (.a $\leq$ .b $\leq$ .c),

ferner ist kZR immer aufsteigend, oZR immer absteigend.

Bei der dualen Realitätsthematik werden die Relationen konvertiert:

ZR^o = (c.1 b.2 a.3)

kZR^o = (.1, .2, .3)

oZR^o = (c., b., a.)

2. Kardinale und ordinale Relation verhalten sich dabei qua Zeichenklasse und Realitätsthematik wie Subjekt- und Objektpol (S, O) der Erkenntnisrelation, denn jedes Subzeichen lässt sich in der Form

(a.b) = [S, O] bzw. $(a.b)^o$ = (b.a) = [O, S]

darstellen, und es ist somit natürlich

S = kZR

O = oZR,

d.h. die Struktur

[S, -], [S, -], [S, -]

einer ZR ist die Struktur der Subjektrelation und als solche die kardinale Struktur, während die Struktur

[-, O], [-, O], [-, O]

einer ZR^o die Struktur der Objektrelation ist und als solche die ordinale Struktur.

3. Es ist nun möglich, die bereits von Bense (1981, S. 124 ff.) eingeführten semiotischen Kategorien als relationale Vermittlungszahlen, kurz: als Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 f.) zwischen den kardinale und den ordinalen Zahlen einzuführen. Dabei gelten die üblichen Zuordnungen, die jetzt allerdings auf 4 Möglichkeiten pro Abbildung modifiziert werden können:

α := (1.) → (2.), (.1) → (.2), (1.) → (.2), (.1) → (.2)

β := (2.) → (3.), (.2) → (.3), (2.) → (.3), (.2) → (.3)

Für die Komposition gilt:

$\beta\alpha$ = (1.) → (3.), (.1) → (.3), (1.) → (.3), (.1) → (.3),

und wie oben bereits allgemein dargestellt für Konversionen die „Umkehrung der Pfeile“ (Mac Lane).

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik?

> O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos vivantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante. J'aspirais instinctivement, dès le berceau, à boire à votre source, plus ancienne que le soleil, et je continue encore de fouler le parvis sacré de votre temple solennel, moi, le plus fidèle de vos initiés. Il y avait du vague dans mon esprit, un je ne sais quoi épais comme de la fumée; mais, je sus franchir religieusement les degrés qui mènent à votre autel, et vous avez chassé ce voile obscur, comme le vent chasse le damier. Vous avez mis, à la place, une froideur excessive, une prudence consommée et une logique implacable. A l'aide de votre lait fortifiant, mon intelligence s'est rapidement développée, et a pris des proportions immenses, au milieu de cette clarté ravissante dont vous faites présent, avec prodigalité, à ceux qui vous aiment d'un sincère amour. Arithmétique! algèbre! géométrie! trinité grandiose! triangle lumineux! Celui qui ne vous a pas connues est un insensé!
>
> *Comte de Lautréamont, Les Chants de Maldoror* II, 10

Vorbemerkung: Dieser Text ist Teil einer grossangelegten Untersuchung, mit der nicht nur gezeigt werden soll, dass die Semiotik formalisierbar ist, da sie auf einem ordinalen und d.h. mathematischen und logischen Zeichenbegriff definiert ist, sondern mit der vor allem herausgestellt werden soll, dass die Semiotik, neben Mathematik und Logik, die zentrale von drei „Zählwissenschaften“ ist, die nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2009) innerhalb der „Graphematik“ behandelt werden kann.

1. Peirce-Zahlen-Arithmetik ohne Null

Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

$$ZR(td.) = ((M) \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))) = (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3)),$$

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklasse

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die Ordnung ($a \leq b \leq c$) aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen (tdP) der reflexiven und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen (ttP) gegenüber:

td$\mathbb{P} = (<, \mathbb{N})$

tt$\mathbb{P} = (\leq, \mathbb{N})$.

Dennoch fallen aber beiden „Ordnungstypen" (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über $\mathbb{N}$

$1 + 1 = 2$

$1 + 2 = 3 = 2 + 1$, usw.

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen, usw.

Trotzdem wissen wir seit Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$1 \sqcap 1 = 1$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$1 \sqcup 1 = 1$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$\mathrm{td}\mathbb{P} = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Td}\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1)$

$\mathrm{tt}\mathbb{P} = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(\mathrm{Tt}\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1)$

Dennoch ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen“ und „selektiven“ generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n, beginnend mit $n = 1$ liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt“ werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen $\mapsto$ verwendet wird, haben wir also

$\mathrm{ZR} = 1. \mapsto 2. \mapsto 3.$, bzw.

$\mathrm{td}\mathbb{P} = (\mapsto, \mathbb{N})$

Für die Selektionsoperation verwendet Bense leider das irreleitende Zeichen >, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie $\leq$ bedeutet:

$\mathrm{ZR} = .1 > .2 > .3$

$\mathrm{td}\mathbb{P} = (>, \mathbb{N})$.

Die Unterscheidung zwischen „Koordination“ und „Selektion“ (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der der Triaden ist ja wie folgt

$\mathrm{td}\mathbb{P} = 1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto \dots$

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$\mathrm{tt}\mathbb{P} = \begin{cases} 1 > 1 \,/\, 1 > 2 \,/\, 1 > 3 \\ 2 > 2 \,/\, 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{cases}$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen ↱ und |↱ wählen, um mit ersterer die Progression der $\mathrm{td}\mathbb{P}$ und mit letzterer diejenige der $\mathrm{tt}\mathbb{P}$ zu bezeichnen:

ZR = 1. ↱ 2. ↱ 3., bzw.

$\mathrm{td}\mathbb{P}$ = (↱, $\mathbb{N}$)

ZR = 1. |↱ 2. |↱ 3., bzw.

$\mathrm{tt}\mathbb{P}$ = (|↱, $\mathbb{N}$)

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

1, 2, 3, ...

1, 11, 111, ...

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und Selektion im

Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind. D.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

M + M = ?	1 + 1 = ?
O + O = ?	2 + 2 = ?
I + I = ?	3 + 3 = ?
M + M + M = ?	1 + 1 + 1 = ?
M + O = ?	1 + 2 = ?
O + I = ?	2 + 3 = ?

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$\mathrm{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$ und $\mathrm{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N}$,

aus den quantitativen booleschen Operatoren

$\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =,$

sowie aus den qualitativen Operatoren

↱, |↱

und ist damit einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

2. Peirce-Zahlen-Arithmetik mit Null

Das Zeichen wird wie folgt definiert (vgl. z.B. Bense 1967, S. 9)

ZR = {M, O, I}.

Da man über jeder Menge ihre Potenzmenge bilden kann, bekommen wir

$\wp$ZR = {{M}, {O}, {I}, {M, O}, {O, I}, {M, I}, {M, O, I}, $\emptyset$},

weshalb wir erneut definieren können

ZR+ = {M, O, I, $\emptyset$}.

Da nach Bense (1979, S. 67)

ZR(td) = (1. $\rightarrow$ 2. $\rightarrow$ 3.) $\equiv$ (1 $\subset$ 2 $\subset$ 3) bzw.

ZR(td, $\emptyset$) = (0. $\rightarrow$ 1. $\rightarrow$ 2. $\rightarrow$ 3.) $\equiv$ (O $\subset$ 1 $\subset$ 2 $\subset$ 3)

und z.B. nach Walther (1979, S. 79) gilt

ZR(tt) = (.1 $\leq$ .2 $\leq$ .3) $\equiv$ (.1 $\subseteq$ .2 $\subseteq$ .3) bzw.

ZR(tt, $\emptyset$) = (.0 $\leq$ .1 $\leq$ .2 $\leq$ .3) $\equiv$ (.0 $\subseteq$ .1 $\subseteq$ .2 $\subseteq$ .3),

haben wir zwei semiotische Zahlensysteme, die wir (um die Null) erweiterte Peirce-Zahlen nennen, bzw. ein semiotisches Zahlensystem mit zwei Ordnungstypen

td$\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subset)$ bzw. td$\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subset)$ bzw.

tt$\mathbb{P} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subseteq)$ bzw. tt$\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subseteq)$.

Nach Beckmann ap. Walther (1979, S. 135 ff.) gelten sowohl für td$\mathbb{P}$ als auch für tt$\mathbb{P}$ die verbandstheoretischen (booleschen) Operationen: $\sqcap$, $\sqcup$, $\sqsubset$, $\sqsupset$, $=$:

$0 \sqcap 0 = 0$, $1 \sqcap 1 = 1$, $2 \sqcap 2 = 2$, $3 \sqcap 3 = 3$

$0 \sqcap 2 = 0 = 2 \sqcap 0$

$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$

$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$

$0 \sqcup 0 = 0,\ 1 \sqcup 1 = 1,\ 2 \sqcup 2 = 2,\ 3 \sqcup 3 = 3$

$0 \sqcup 2 = 0 = 2 \sqcup 0$

$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$

$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$

Damit kann man die beiden erweiterten Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$td\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubset 2 \sqsubset 3)$ bzw. $\times(Td\mathbb{P}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1 \sqsupset 0)$

$tt\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3)$ bzw. $\times(Tt\mathbb{P}) = (3 \sqsupseteq 2 \sqsupseteq 1 \sqsupseteq 0)$

Ferner gelten nach Toth (oben, Abschnitt 1) die beiden qualitativen Operatoren

$\Rsh,\ |\Rsh,$

nämlich

$td\mathbb{P} = (0 \Rsh 1 \Rsh 2 \Rsh 3)$

$$tt\mathbb{P} = \begin{cases} 0 \parallel 0 \,/\, 0 \Rsh 1 \,/\, 0 \Rsh 2 \,/\, 0 \Rsh 3 \\ 1 \parallel 1 \,/\, 1 \Rsh 2 \,/\, 1 \Rsh\Rsh 3 \\ 2 \parallel 2 \,/\, 2 \Rsh 3 \\ 3 \parallel 3, \end{cases}$$

so dass wir also die Ordnungsstrukturen wie folgt vervollständigen können:

$$\boxed{\begin{aligned} & td\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subset, \Rsh) \\ & tt\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \subseteq, |\Rsh) \end{aligned}}$$

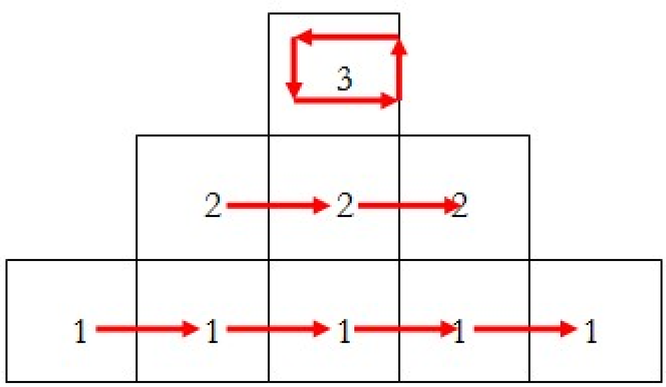
Die hier kurz skizzierte quantitativ-qualitative erweiterte Peirce-Zahlen-Arithmetik kann man gut mit Hilfe des in Toth (2009) eingeführten Treppenmodells, eines flächigen Zahlenschemas, darstellen. Zur Illustration beschränken uns hier auf ZR, da ZR+ leicht selbst gezeichnet werden kann. Z.B entspricht die rot ausgezogene Zählrichtung den folgenden Additionen:

M + M = ?   1 + 1 = ?

O + O = ?   2 + 2 = ?

I + I = ?   3 + 3 = ?

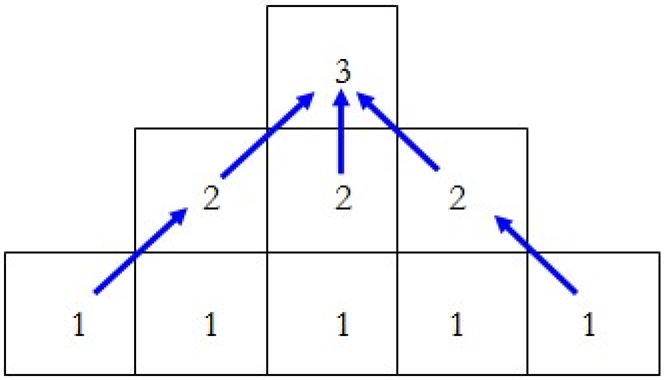
M + M + M = ?   1 + 1 + 1 = ?



Blau ausgezogen sind im folgenden die Operationen mit Kontexturüberschreitungen, d.h. sobald die 2. Dimension des Treppenschemas benutzt werden muss:

M + O = ?   1 + 2 = ?

O + I = ?   2 + 3 = ?



3. Mediation von Peirce-Zahlen

Die Semiotik beruht auf 3 Zahlentypen, die weder rein quantitativ noch rein qualitativ sind:

1. den triadischen Peirce-Zahlen

tdP = {1., 2., 3.},

2. den trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = {.1, .2, .3},

3. den diagonalen Peirce-Zahlen

dgP = {.1., .2., .3.},

die sich durch die der Semiotik eigene (nicht-kommutative) Operation der „additiven Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) aus den übrigen beiden Zahlen bestimmen lassen:

dgP = tdP ⊛ ttP = {1., 2., 3.} ⊛ {.1, .2, .3} = {1.1 2.2 3.3}.

Als vierter semiotischer Zahlentyp werden nun die Mediativ-Zahlen eingeführt:

mdP = { ([.]a[.] ↔ [.]b[.])}.

Diese lassen sich unter Verwendung von Morphismen mit einer der Vektorschreibung angelehnten Notation auch als Paar von Morphismus und Heteromorphismus einführen:

a ↰↱ b mit a, b ∈ {(.)1(.), (.)2(.), (.)3(.)}.

Wie man erkennt, ist die obige Notation jedoch nur eine von vier möglichen Kombinationen aus Morphismen/Heteromorphismen:

a ↱↱ b ≡ (a.b.)

a ↰↱b ≡ (.ab.)

a ↱↰b ≡ (a..b)

a ↰↰b ≡ (.a.b)

Hierzu kann man nun 4 semiotische Matrizen aufgrund der 4 involvierten verschiedenen Peirce-Zahlen konstruieren:

1. a ↱↱ b ≡ (a.b.)

	1.	2.	3.
1.	1.1.	1.2.	1.3.
2.	2.1.	2.2.	2.3.
3.	3.1.	3.2.	3.3.

2. a ↰↱ b ≡ (.ab.)

	1.	2.	3.
.1	.11.	.12.	.13.
.2	.21.	.22.	.23.
.3	.31.	.32.	.33.

3. a ↱↰ b ≡ (a..b)

	.1	.2	.3
1.	1..1	1..2	1..3
2.	2..1	2..2	2..3
3.	3..1	3..2	3..3

4. a ↰↰ b ≡ (.a.b)

	.1	.2	.3
.1	.1.1	.1.2	.1.3
.2	.2.1	.2.2	.2.3
.3	.3.1	.3.2	.3.3

Ferner kann man über diesen Matrizen mit Hilfe der folgenden abstrakten Schemata je 10 Zeichenklassem und duale Realitätsthematiken konstruieren:

1. Zkl = (a.b. c.d. e.f.) × (f.e. d.c. b.a.)
2. Zkl = (.ab. .cd. .ef.) × (f..e d..c b..a)
3. Zkl = (a..b c..d e..f) × (f..e d..c b..a)
4. Zkl = (.a.b .c.d .e.f) × (f.e. d.c. b.a.)

Wie man sieht, gilt somit

Rth(Zkl 1) = Rth(Zkl 4)
Rth(Zkl 2) = Rth(Zkl 3),

das bedeutet aber, dass Eigenrealität bei Nr. 4 aufgehoben ist:
(.3.1 .2.2 .1.3) × (3.1. 2.2 .1.3.) mit
(.3.1 .2.2 .1.3) ≠ (3.1. 2.2 .1.3.), vgl.

$(3.1_{\alpha,\beta}\ 2.2_{\gamma,\delta}\ 1.3_{\varepsilon,\zeta}) \times (3.1_{\zeta,\varepsilon}\ 2.2_{\delta,\gamma}\ 1.3_{\beta,\alpha})$ mit
$(3.1_{\alpha,\beta}\ 2.2_{\gamma,\delta}\ 1.3_{\varepsilon,\zeta}) \neq (3.1_{\zeta,\varepsilon}\ 2.2_{\delta,\gamma}\ 1.3_{\beta,\alpha})$.

4. Kontexturale Mediationszahlen

Sowohl die kontexturierte Primzeichen-Relation

PZR* = $(.1.)_{1,3}$, $(.2.)_{1,2}$, $(.3.)_{2,3}$,

als auch die kontexturierte Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

Gen. Kat. = $(1.1)_{1,3}$, $(2.2)_{1,2}$, $(3.3)_{2,3}$

werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2008) mit den gleichen Kontexturenzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form (x.x), x $\in$ {1, 2, 3} als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form (x.y) bzw. $(x.y)^\circ$ = (y.x) als semiotische Vermittlungs- oder Mediationszahlen.

Auf diese Weise bekommen wir nun drei separate Vermittlungssysteme für kardinale, ordinale und relationale Peirce-Zahlen, die von Bense als

Za(R) = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel))

im Sinne der „zeichenanalogen triadischen Relation der Zahl“ (Bense 1980, S. 293) definiert worden waren:

1. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der tdP:

Peirce-Zahl (tdP) = 1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (tdP) = 2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (tdP) = 3 =

1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (tdP) = 3 = $(3.3)_{2,3}$

2. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der ttP:

Peirce-Zahl (ttP) = .1 = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_{1}$, $(2.1)_{1}$

Peirce-Zahl (ttP) = .2 = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (ttP) = .3 =

1/3, 3/1 = $(1.3)_{3}$, $(3.1)_{3}$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_{2}$, $(3.2)_{2}$

Peirce-Zahl (ttP) = .3 = $(3.3)_{2,3}$

3. Kardinales, ordinales und relationales Teilsystem der dgP:

Peirce-Zahl (dgP) = .1. = $(1.1)_{1,3}$

Vermittlungszahlen = 1/2, 2/1 = $(1.2)_1$, $(2.1)_1$

Peirce-Zahl (dgP) = .2. = $(2.2)_{1,2}$

Vermittlungszahlen (dgP) = .3. = 1/3, 3/1 = $(1.3)_3$, $(3.1)_3$

Vermittlungszahlen = 2/3, 3/2 = $(2.3)_2$, $(3.2)_2$

Peirce-Zahl (dgP) = .3. = $(3.3)_{2,3}$

Geht man von der semiotischen 3×3 Matrix aus, so kann man die semiotischen Mediationszahlen wie folgt rot in eine „Kontexturenmatrix" eintragen:

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3

Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen ℙ (tdP, ttP, dgP) keine Rolle. Wir haben damit

$\mathbb{P}(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}(2)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] & 3 \\
1 \arrow[r] & 1,2 & 2 \\
3 & 2 & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}(1) \rightarrow 1 \rightarrow \mathbb{P}(3)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[d] \\
1 \arrow[d] & 1,2 & 2 \arrow[d] \\
3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

$\mathbb{P}(2) \rightarrow 2 \rightarrow \mathbb{P}(3)$:

$$\begin{tikzcd}
1,3 & 1 & 3 \\
1 & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\
3 & 2 \arrow[r] & 2,3
\end{tikzcd}$$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Köln 1981

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die im Text angeführten Arbeiten von mir sind in Kürze zugänglich in

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. München 2010 (= Bd. 6, 7 der Ges. sem. Schriften)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die zwei kontexturierten Matrizen des Werdens und ihre relationalen Verbindungen

Ausgehend von der vollständigen quantitativ-qualitativen semiotischen Matrix (Toth 2009)

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

erhält man in den beiden Blöcken entlang der Hauptdiagonalen die quantitativ-qualitative und die qualitativ-quantitative Teilmatrix, die als Matrizen des Werdens den beiden Matrizen des Seins und des Nichts adjazent sind. Diese beiden Matrizen sind zueinander dual, insofern für jede beliebige Zeichenklasse der Form (3.A 2.A 1.A) sowie der Form (C.1 B.1 A.1) gilt:

$\times$(3.A 2.A 1.A) = (A.1 A.2 A.3)

$\times$(C.1 B.1 A.1) = (1.A 1.B 1.C).

Ausgehend von diesem Zusammenhang kann man die beiden Matrizen wie folgt kontexturieren (vgl. zur Kontexturierung von Zeichenklassen Kaehr 2008):

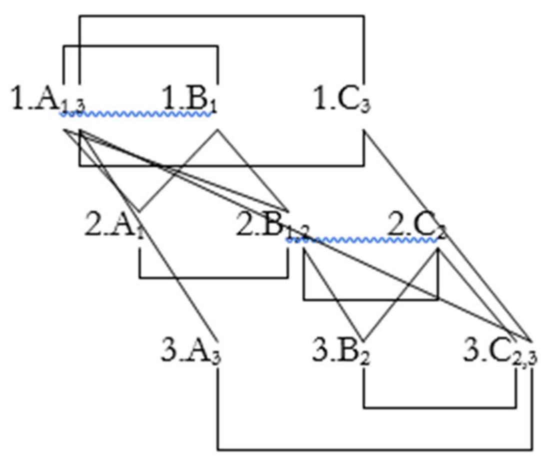
$$\begin{pmatrix} 1.A_{1,3} & 1.B_{1} & 1.C_{3} \\ 2.A_{1} & 2.B_{1,2} & 2.C_{2} \\ 3.A_{3} & 3.B_{2} & 3.C_{2,3} \end{pmatrix}$$

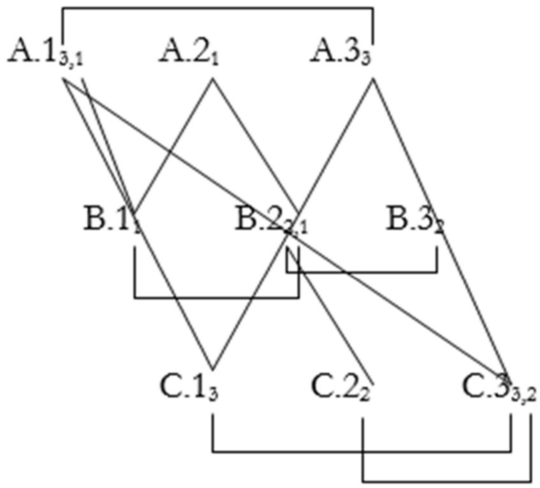
$$\begin{pmatrix} A.1_{3,1} & A.2_{1} & A.3_{3} \\ B.1_{1} & B.2_{2,1} & B.3_{2} \\ C.1_{3} & C.2_{2} & C.3_{3,2} \end{pmatrix}$$

d.h. es gilt also für jedes Subzeichen

$\times(1.A)_{\alpha,\beta} = (A.1)_{\beta\alpha}$
$\times(A.1)_{\beta,\alpha} = (1.A)_{\alpha,\beta}$.

Damit ergeben sich also einerseits statische Zusammenhänge des Werdens durch die Subzeichen und anderseits dynamische Zusammenhänge des Werdens über die Kontexturenzahlen:





Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens

1. Wie bekannt, wird das Sein durch die quantitativen Zahlen, basierend auf der 2-wertigen aristotelischen Logik, beschrieben. Wie Günther (1976-80) und Kronthaler (1986) gezeigt haben, kann das Nichts einerseits ergänzend und anderseits das Sein übergreifend durch die qualitativen Zahlen, basierend auf den mehrwertigen Günther-Logiken, im Rahmen einer Mathematik der Qualitäten beschrieben werden. Dass es zwischen dem quantitativen und dem qualitativen Zahlkonzept Vermittlungszahlen, von Bense (1975, S. 65 f.) als Relationszahlen bezeichnet, bedarf, war bereits Günther (1991, S. 431-479) klar, der einen ersten Versuch, ausgehend von der mehrwertigen Logik, machte.

2. In Toth (2009a) wurde nachgewiesen, dass die qualitativen Trito-Zahlen die Trichotomien von Zeichenklassen erzeugen, während die Triaden quantitative Zahlen sind. Jede Zeichenklasse ist daher aus geordneten Paaren zusammengesetzt, dessen erstes Glied eine quantitative und dessen zweites Glied eine qualitative Zahl ist:

Zkl = (3.A 2.B 1.C)

Schreibt man nun, wie in Toth (2009b) gezeigt, sowohl die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen (tdP) als auch die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) einmal als Zeile und einmal als Spalte und bestimmt man die kartesischen Produkte, so erhält man eine Matrix, welche nicht nur die reinen semiotischen Quantitäten und die reinen semiotischen Qualitäten, sondern auch die quanti-qualitativen sowie die quali-quantitativen Vermittlungszahlen enthält:

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

3. Wenn nun Zeichenklassen der Form

(3.1 2.1 1.1)

die semiotische reine Quantität und also das Sein beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.A. B.A. A.A)

die semiotische reine Qualität und also das Nichts beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.1 B.1 A.1)

die semiotische qualitative Quantität, und Zeichenklassen der Form

(3.A 2.A 1.A)

die semiotische quantitative Qualität beschreiben, d.h. die Vermittlungsklassen dienen zur Beschreibung des Werdens, das nach Hegel sowohl dem Sein als auch dem Nicht adjazent ist. Wenn man nun A, B, C $\in$ {.1, .2, .3} setzt und diese Vermittlungsklassen so, wie Kaehr es für Peircesche Zeichenklassen getan hat, kontexturiert, wobei über die Kontexturierung die folgende Matrix orientiert

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

dann hat man offenbar alle kontexturierten Vermittlungszahlen gefunden, welche das Werden im Ramen einer triadisch-trichotomischen 3-kontexturellen Semiotik strukturieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Qual.%20sem.%20Zahlenth.%20II.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Matrizen als Vermittlungssysteme

1. In der Mathematik und in der Semiotik, die ein Teilgebiet von ihr ist, unterscheiden wir nach Toth (2009) drei Zahlenarten:

1.1. die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen $\subset \mathbb{N}$

tdP = (1, 2, 3)

1.2. die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen $\subset$ qZ

ttP = (A, B, C)

1.3. die quanti-qualitativen/quali-quantitativen Vermittlungszahlen

VZ = (a.X)/(X.a), mit a $\in$ {1, 2, 3} und X $\in$ {A, B, C}.

2. Damit erhalten wir folgende neue semiotische Matrix

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

wobei die Nebendiagonale der Matrix

(C.A) (B.B) (A.C) (3.1) (2.2) (1.c)

die qualitative-quantitative Determinante, und die Hauptdiagonale

(1.A) (2.B) (3.C) (A.1) (B.2) (C.3)

die quantitativ-qualitative/qualitativ-quantitative Diskriminante der Matrix ist.

Die bemerkenswerte Folgerung ist, dass es somit zwar wahr ist, dass die Konzeptionen der quantitativen und der qualitativen Zahlen der Semiotik präexistent sind - wobei dies für die genuin-semiotischen Vermittlungszahlen nicht gilt -, dass sie aber alle in der semiotischen Matrix und also in der Semiotik und weder in der Mathematik noch in der Logik angelegt sind. Damit stellt sich als dringende Frage: Ist es möglich, die Mathematik, und zwar in allen ihren Teil Hauptteilen, d.h. der Theorie der quantitativen Zahlen, der Theorie der qualitativen Zahlen und der Theorie der Vermittlungszahlen, aus der semiotischen Matrix zu begründen?

Bibliographie

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die mehrkontexturale semiotische Bezeichnung

1. Wenn ich einen Gegenstand als Apfel wahrnehme, muss ich ihn zuerst hinsichtlich seiner Form und seines Wesens bnetrachten: „Alles, was ist, hat Form und Wesen“ (Bense 1934, S. 12). Hinzukommt dann aber der abstrake Wahrnehmungsschritt, indem ich das Ganze als Gestalt wahrnehme, d.h. z.B. hinsichtlich seiner Funktion bzw. seines Gebrauchs (Bense 1981, S. 33). Vielleicht ist seine Form einer Kugel ähnlich, seine Gestalt erinnert an einen Kopf, und seine Funktion dient wohl zum essen, denn er verströmt einen appetitanregenden Geruch. Auch wenn diese Wahrnehmung stark hypersimplifiziert ist, wir können trotzdem nicht bestreiten, dass die Wahrnehmung von Objekten von bestimmten objektiven und subjektiven Filtern ausgeht, die es uns überhaupt ermöglichen, Objekte zu erkennen (vgl. Joedicke 1985, S. 10). Im Sinne von Toth (2008) sprechen wir von einer präsemiotischen Trichotomie. Danach beginnt also die Wahrnehmung mit der Präsemiotik bereits auf der Objektebene (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.). Das ist somit nur eine andere Formulierung für die bekannte Tatsache, dass wir keine apriorischen Objekte wahrnehmen können. Der wahrgenommene Apfel kann dabei mit seiner apriorischen Gestalt identisch oder nicht-identisch, evtl. ähnlich, sein, aber wir wissen es nicht. Diese präsemiotische Wahrnehmungstheorie erinnert also an die platonischen ˝ειδωλα, nur dass sie nach moderner Auffassung nicht von den Objekten zu den Subjekten ausgesandt, sondern von den Subjekten auf die Objekte als eine Art oder Filter oder Rast übertragen werden. Semiosische Prozesse sind also niemals völlig arbiträr.

2. Nach dieser Auffassung kommt also zuerst das Objekt, dann der Mensch, der das Subjekt wahrnimmt - denn das Objekt kann ja nicht das Subjekt wahrnehmen -, d.h. es herrscht eine Objektsprimordialität. Mache ich eine Aussage über das wahrgenommene Objekt, kann diese wahr oder falsch sein, und noch vor der Kenntnis der von der Realität weitgehend abstrahierten logischen Gesetze sind Aussagen über Objekte anhand der Objekte nachprüfbar. Daraus folgt aber zweierlei: Erstens: Die Sprache ist primordial der Logik, denn sie ermöglicht sie. Zweitens: Aussagen, und damit die Sprache, ist nach der Objektwelt überprüfbar.

Dies wäre ebenfalls unmöglich, wenn die Beziehung zwischen Objekt und Zeichen (Sprache, Logik) arbiträr wäre.

3. Natürlich kann ich nun den wahrgenommenen Apfel auf irgendeine Weise zum Zeichen machen, z.B. indem ich ihn als Repräsentandten für die ganze Klasse der Äpfel – oder evtl. nur für die Sorte, der er angehört – photographiere. Ich kann ihn aber streng genommen nicht zum Zeichen machen, indem ich ihn mit dem Wort „Apfel" (pomme, apple, alma, ...) bezeichne, denn dafür kann der Apfel ja nichts. Das sprachliche Zeichen ist niemals ein Zeichen für das Objekt, weil es ja keine Beziehung zwischen dem Objekt und dem Zeichen gibt. Es gibt keine Merkmalsmengen in einem Durchschnitt wie zwischen dem Apfel und seinem Bild. Wenn das Zeichen also überhaupt etwas anderes als ein Nichts sein sollte, so kann es doch nur deshalb ein Etwas sein, weil es Übereinstimmungen zwischen Zeichen und Objekten gibt. Und wenn das so ist, dann ist ein Wort für den Apfel kein Zeichen für den Apfel. Das Gemeinte ist nämlich nicht das Bezeichnete, das Gemeinte ist eine sekundäre Relation zwischen Extension und Intension, eine Differenz zwischen dem, was ich sage und dem, was ich nicht gesagt habe (aber gesagt haben sollte), das hat aber eben nicht mit dem Objekt zu tun, sondern nur mit dem Subjekt.

4. Hiermit sind wir bei dem, was ich bereits in Toth (2009) das **semiotische Fundamentaldilemma** genannt habe: Vom Standpunkt der 2-wertigen Logik, auf dem nicht nur unsere ganzen Wissenschaften, sondern auch unser tägliches Leben beruhen (ich habe entweder einen Apfel oder ich habe keinen), muss das Zeichen für den Apfel, wenn dieser ein Objekt ist, selbst ein Nicht-Objekt, d.h. ein Nichts sein. Wenn das Zeichen aber Nichts, d.h. die leere Menge $\varnothing$ ist, dann ist notwendig auch der Durchschnitt der Merkmalsmengen zwischen dem Objekt O und dem Zeichen $\varnothing$: $O \cap \varnothing = \varnothing$. Wie sollte dann aber ein Zeichen bezeichnen, das selbst $\varnothing$ ist und dessen Morphismus der 0-Morphismus ist? Ist es also möglich, mit Nichts Nichts zu bezeichnen? – Anderseits aber ist die leere Menge gerade charakteristisch für den symbolischen Objektbezug, also für den Fall, wo ein sprachliches Zeichen ein Objekt bezeichnet, und wir können schlecht leugnen, dass, je nach unserer Muttersprache, „apple", „Apfel", „pomme" usw. einen Apfel bezeichnet. Das ist aber nur der erste Teil des Dilemmas. Der zweite Teil des Dilemmas taucht dann auf, wenn wir, statt den Apfel „Apfel", „alma", usw. zu

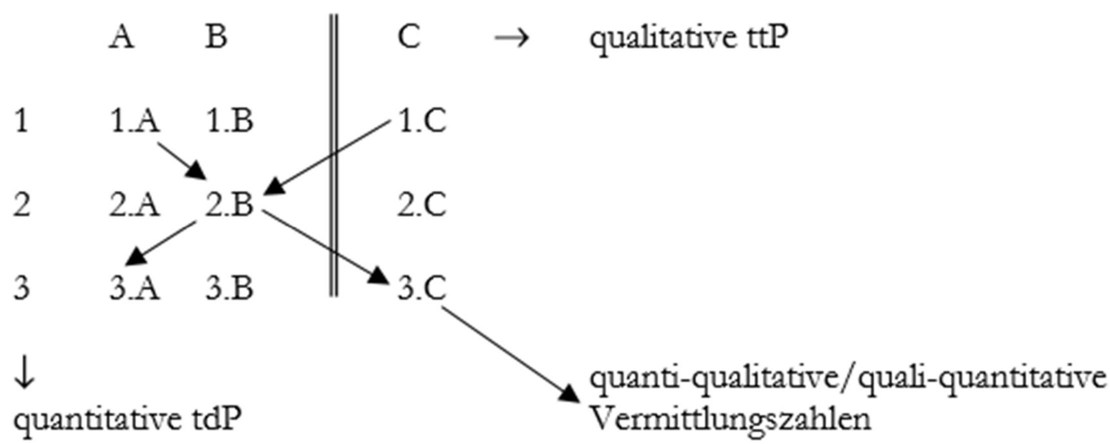
nennen, ihn photographieren und also ein Ab-Bild des Apfels herstellen. Man erkennt dann den oder einen Apfel auf dem Bild, d.h. dem iconischen Zeichen für den Apfel. Hier ist es nun zweifelsfrei so, dass der Durchschnitt der Merkmalsmengen zwischen Zeichen und Objekt nicht nur ungleich 0, sondern maximal sind, so dass eine klare und schnelle Erkennbarkeit des Objektes Apfel durch das Bild oder Photo des Apfels gewährleistet ist. Da hier nun also gilt: $O \cap Z \neq \emptyset$, und da ferner der Apfel als Objekt immer noch „ist", folgt im Widerspruch zum logischen Gesetz des Augeschlossenen Dritten, dass das Zeichen $\neq \emptyset$ ist. Wenn wir nun nicht allen Ernstes leugnen wollen, dass Photos, Bilder, Skulputren usw. blosse Sinnestäuschungen sind, bleibt uns nicht anderes übrig, als zu einer 3-wertigen Logik überzugehen, d.h. den Satz von der Zweiwertigkeit durch den Satz von der Dreiwertigkeit zu ersetzen. Bleibt die Frage, wie es um indexkalische Objektbezüge steht. Ein Wegweiser, der die Richtung einer Stadt angibt, bildet sie weder ab, repräsentiert aber gleichzeitig mehr als eine völlig „arbiträre", d.h. mengentheoretisch leere Relation zwischen Zeichen und Objekt. Topologisch gesehen müssen Indizes „Randpunkte" zwischen Zeichen und Objekten gemeinsam haben, um von den (völlig) leeren Symbolen unterschieden werden zu können, d.h. es gilt $\Re O \cap \Re Z \neq \emptyset$.

5. Wir kommen also zum merkwürdigen Schluss, dass die Semiotik sich hinsichtlich ihrer Objektbezüge in zwei verschiedene Logiken aufteilt: in eine 2-wertige Logik, in welcher die Schnittmenge zwischen Zeichen und Objekten die leere Menge ist, d.h. wo es nichts Vermittelndes zwischen Zeichen und Objekt gibt und die beiden daher durch eine Kontexturgrenze voneinander streng geschieden sind. Dies ist, wie festgestellt, der Fall beim symbolischen Objektbezug (2.3). Dagegen gehören der iconische (2.1) und der indexikalische (2.2) Objektbezug einer 3-wertigen Logik an, denn Icone und Indizes sind ja offensichtlich nicht einfach Nichts, sondern die Merkmalsmengen zwischen den Zeichen und ihren Objekten sind nichtleer. Noch extremer gesagt: Wäre die Semiotik wirklich, so wie viele das haben wollen, strikt-monokontextural, dürfte es nur symbolische Objektbezüge geben. Das ist im Grunde das Phantom der „arbiträren" Semiologie de Saussures. Icone und Indizes widersprechen nun aber grundsätzlich wegen ihrer nichtleeren Durschnitte der Merkmalsmengen mit ihren Objekten – und nicht nur, wie Saussure glaubte, in den

Extremalerscheinungen von Onomatopoetica und Verwandtem – der logischen Zweiwertigkeit und damit der Monokontexturalität. **In der semiotischen Matrix verläuft also zwischen den trichotomischen Werten der Zweitheit und den trichotomischen Werten der Drittheit eine Kontexturgrenze, welche die Bereiche einer 2-wertigen und einer 3-wertigen Logik scheidet:**

1.1	1.2	‖	1.3
2.1	2.2	‖	2.3
3.1	3.2	‖	3.3
vermittelt		↑	nicht-vermittelt
		Kontexturgrenze	

Nachdem in Toth (2009) gezeigt wurde, dass die Trichotomien, d.h. die trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) durch die 3-kontexturalen Proto-Zeichen hergestellt werden und also qualitative Zahlen sind, während die Triaden, d.h. die triadischen Peirce-Zahlen (tdP) quantitative Zahlen sind, können wir also die obige Matrix wie folgt darstellen:



Das Wesen der Semiotik als „Vermittlung“ der „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ (Bense 1975, S. 16) kommt also dadurch zum Ausdruck, dass die semiotische Matrix sich in einen quantitativen (tdP), einen qualitativen (ttP) und einen quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Bereich (VZ) gliedert und somit die Kontexturgrenze zwischen 2- und 3-wertiger Logik und damit zwischen Zeichen und Objekt einschliesst. Wäre dies nicht der Fall, gäbe es nur symbolische Bezeichnung, d.h. iconische und indexikalische Bezeichnungen wären a priori ausgeschlossen, und wir hätten wirklich nurmehr eine Saussuresche Semiologie, d.h. eine nicht-operationalisierbare Pseudo-Theorie der konventionellen Beziehung zwischen Zeichen und Objekt als misslungener Versuch, die arbiträre historische Rekonstruktion und die Junggrammatischen „Lautgesetze“ auf eine semiotisch-kontrollierbare Basis zu stellen, vor uns.

Bibliographie

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Was bzw. wie bezeichnet ein Zeichen eigentlich? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Was bzw. wie bezeichnet ein Zeichen eigentlich?

1. Das semiotische Fundamentalaxiom lautet: „Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“ (Bense 1967, S. 9). Wenn also ein Objekt zum Zeichen erklärt wird, folgt innerhalb einer 2-wertigen Logik, dass das Zeichen Nichts sein muss. Daraus folgt ferner, dass die Schnittmenge zwischen dem Nichts des Zeichens und dem Objekt der Bezeichnung die leere Menge sein muss:

$(\exists\Omega \rightarrow \neg\exists Z) \rightarrow \Omega \cap Z = \varnothing$.

2. Nun wird aber die Bedingung $\Omega \cap Z = \varnothing$ nur durch den symbolischen Objektbezug erfüllt, da dieser keinererlei gemeinsame Merkmale mit seinem Objekt besitzt. Dagegen gilt für den iconischen Objektbezug

$\Omega \cap Z \neq \varnothing$,

und beim indexikalischen Objektbezug haben Objekt und Zeichen „benachbarte Elemente“ gemeinsam (Zellmer 1982, S. 6), was man mit einer Rand-Funktion $\Re$ wie folgt darstellen könnte:

$\Re\Omega \cap \Re Z \neq \varnothing$,

d.h. auf diese Weise wird die „nexale“ oder „hinweisende“ Funktion eines Index formal fassbar.

3. Die Bedingung dafür, dass ein Zeichen ein Etwas bezeichnet, scheint somit zu sein, dass die Schnittmenge der gemeinsamen Merkmale von Objekt und Zeichen leer ist, und dies ist nur dann der Fall, wenn entweder das Objekt oder das Zeichen nichts ist. Da nun nach unserer obigen Festellung aus der Tatsache, dass das zu bezeichnende Objekt „ist“, folgt, dass das bezeichnende Zeichen „nicht ist“ oder dass also dem Objekt als Etwas das Zeichen als Nichts gegenübersteht, folgt, dass ein Zeichen nur dann bezeichnet, wenn es symbolisch bezeichnet, denn nur beim symbolischen Objektbezug ist die Schnittmenge der gemeinsamen Merkmale von Objekt und Zeichen leer.

Daraus folgt nun allerdings noch etwas viel Aufregenderes: Nachdem niemand verneinen kann, das auch Icons wie Photographien, ein Gemälde, Skulpturen, usw. oder Indizes wie Verkehrszeichen, Strassenbeschriftungen, Orientierungssysteme Zeichen sind, da sie ja gerade wegen der Übereinstimmungen zwischen Objekt und Zeichen diese Objekte „verdoppeln“ anstatt durch ein Nichts zu substituieren, da aber bei diesen keine leere Schnittmenge zwischen Zeichen und Objekt vorliegt, müssen diese im Gegensatz zum Symbol vermittelt sein, d.h. es muss eine dritte Alternative neben Sein und Nichts geben. Für die semiotische Matrix bedeutet dies eine strikte Separation der trichotomisch drittheitlichen Subzeichen von den übrigen:

$$\begin{array}{cc||l}
1.1 & 1.2 & 1.3 \\
2.1 & 2.2 & 2.3 \\
\underbrace{3.1 \quad 3.2}_{\text{vermittelt}} & & 3.3 \\
 & \uparrow & \text{nicht-vermittelt} \\
 & \text{Kontexturgrenze} &
\end{array}$$

Man könnte also hieraus schliessen, dass die Etablierung von Bedeutung im Sinn eines drittheitlichen Konnexes über der zweitheitlichen Bezeichnungsfunktion die Setzung einer Kontexturgrenze zwischen dem Interpretantenfeld einerseits und dem Objektbereich anderseits impliziert.

Was wir hier wiederum sehen – und worauf wir schon viele Dutzend Male bei allen möglichen Gelegenheiten hingewiesen hatten, ist, dass die theoretische Semiotik als System der semiotischen Vermittlungszahlen eben ein gemischtes quanti-qualitatives bzw. quali-quantitative System ist, entsprechend der in Toth in Toth (2009) präsentierten Vermittlungszahlen-Matrix

	A	B		C
1	1.A	1.B	‖	1.C
2	2.A	2.B	‖	2.C
3	3.A	3.B	‖	3.C,

worin {1, 2, 3} die quantitativen Peirce-Zahlen (tdP) und {A, B, C} die qualitativen Peirce-Zahlen (ttP) sind.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zellmer, Siegfried, Zum mathematischen Zusammenhang von Iconizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14

Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen

1. Dass die triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

quantitative Zahlen sind, bedarf nach ihrer Einführung als „Primzeichen“ durch Bense (1980) keiner Begründung.

2. Dass hingegen die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (A, B, Z)

qualitativ sind, wird hier im Anschluss an Toth (2009) gezeigt. Dort wurde bewiesen, dass die 3-kontexturalen Trito-Zeichen sämtliche 10 Peirceschen (sowie drei „irreguläre“, im folgenden gestirnte) Trichotomien erzeugen:

000 $\rightarrow$ (111), (222), (333)

001 $\rightarrow$ (112), (113), (223)

010 $\rightarrow$ *(121), *(232).

011 $\rightarrow$ (122), (133), (233)

012 $\rightarrow$ (123),

mit denen wir dann, wenn wir sie in die folgenden Schemata einsetzen

(x.1 y.1 z.1)

(x.1 y.1 z.2)

(x.1 y.1 z.3)

(x.1 y.2 z.2)

(x.1 y.2 z.3)

(x.1 y.3 z.3)

(x.2 y.2 z.2)

(x.2 y.2 z.3)

(x.2 y.3 z.3)

(x.3 y.3 z.3)

und hernach x = 3, y = 2 und z = 1 setzen, die bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen bekommen. Die Trichotomien oder ttP sind also durch Trito-Systeme erzeugte Wertbelegungen qualitativer Zahlen.

3. Ein Hauptklassifikationsmerkmal, um quantitative und qualitative Zahlen voneinander zu unterscheiden, ist das System ihrer Nachfolger/Vorgänger-Typen. Während das System der quantiativen Zahlen durch die Peano-Axiome geregelt ist, wonach jede natürliche Zahl inkl. 0 einen eindeutig bestimmten Nachfolger und jede natürliche (exkl. 0) einen eindeutig bestimmten Vorgänger hat, sind die eindeutig-mehrmöglichen Nachfolger/Vorgängersysteme der qualitativen Zeichen durch Kronthaler (1986, S. 40 ff., 54 ff.) explizit dargestellt. Hier hängt die Anzahl der Nachfolger/Vorgänger von der Kontextur, d.h. der Länge der Zahl, von ihrer Struktur (Proto-, Deutero- und Trito) sowie vor allem davon ab, ob es nicht um einen Intra- oder Trans-Nachfolger/Vorgänger (innerhalb oder ausserhalb der betreffenden Kontextur) handelt.

Dagegen ist das System der Vorgänger/Nachfolger bei der semiotischen Relational- oder Vermittlungszahlen eine Art von Synthese zwischen dem Peano-Nachfolgesystem der quantiativen tdP und dem eindeutig-mehrmöglichen Nachfolgesystem der qualitativen ttP. Wenn wir die quantitativen tdP als Kolonne und die qualitativen ttP als Zeile hinschreiben und die kartesischen Produkte bilden, erhalten wir die folgende semiotische Matrix von quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Peirce-Zahlen

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C,

und das Nachfolge/Vorgänger-System dieser Vermittlungszahlen sieht wie folgt aus:

σ(1.A) = {(1.B), (2.A), (2.B)} α(1.A) = $\emptyset$

σ(1.B) = {(1.C), (2.A), (2.B)} α(1.B) = {(1.A)}

σ(1.C) = {(2.B), (2.C)} α(1.C) = {(1.B)}

σ(2.A) = {(3.A), (2.B), (3.B)} α(2.A) = {(1.A), (1.B)}

σ(2.B) = {(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)} α(2.B) = {(1.A), (1.B), (2.A)}

σ(2.C) = {(3.B), (3.C)} α(2.C) = {(1.C), (2.B), (1.B)}

σ(3.A) = {(3.B)} α(3.A) = {(2.A), (2.B)}

σ(3.B) = {(3.C)} α(3.B) = {(2.A), (2.B), (3.A)}

σ(3.C) = $\emptyset$ α(3.C) = {(2.B), (3.B), (2.C)},

Für die Vermittlungszahlen (VZ) gelten also folgende Axiome:

1. Es keine zwei VZ mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern.
2. Die erste VZ hat keinen Vorgänger, die letzte VZ hat keinen Nachfolger.

3. Sei VZ = (a.b), dann gilt: α(a.b) ≠ α(b.a).

4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen VZ (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.

5. Aufgrund von 4. gibt es also ganz neue, weder bei den quantitativen noch bei den qualitativen Zahlen bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die **unbestimmten** VZ. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der QQ-Matrix:

$$\begin{array}{ccc} 1.A & 1.B & 1.C \\ 2.A & 2.B & 2.C \\ 3.A & 3.B & 3.C. \end{array}$$

Die Semiotik stellt damit gegenüber der bekannten quantitativen Mathematik (z.B. in der Einteilung der Bourbakis) und der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986/Mahler 1993) eine dritte Art von Mathematik dar: die Mathematik der Vermittlungszahlen, die selbst als geordnete Paare von quantitativen und qualitativen bzw. vo qualitativen und quantitativen Zahlen eingeführt sind. Eine Mathematik kann also nicht vollständig sein, ohne alle drei Teilgebiete, d.h. Quantität, Qualität und ihre Vermittlung, zu betreiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics,

Nachfolgertypen bei den Peirce-Zahlen

1. Bereits in einer früheren Arbeit hatte ich hinsichtlich einer künftigen Mathematik festgestellt, dass ihre Unterteilung in eine Mathematik der Qualitäten und in eine Mathematik der Quantitäten (vgl. Kronthaler 1986) nicht genügend sei, sondern dass, wie bereits Günther (1991) vermutete, neben den quantitativen und den qualitativen Zahlen als dritte die Vermittlungs- oder Relationalzahlen treten müssen. Zum Begriff der Relationalzahlen findet sich ein bescheidener Anfang bei Bense (1975, S. 65 f.) sowie im letzten Teil des 4. Bandes von Toth (2009). Auch wenn vorderhand unklar bleibt, inwiefern die Güntherschen „Vermittlungszahlen" und die von mir „Peirce-Zahlen" genannten Relationalzahlen aufeinander abgebildet werden, möchte ich hier weiteres Licht auf die Differenziation der drei Zahltypen hinsichtlich ihres Nachfolger-/Vorgänger-Systems werfen.

2. Das Nachfolgersystem der natürlichen Zahl plus 0 ist, wie allgemein bekannt, durch die Peano-Axiome geregelt. Hinsichtlich ihrer semiotischen Relevanz vgl. Bense (1975, S. 167 ff.) sowie im Zusammenhang mit Peirces Zahlentheorie vgl. Bense (1983, S. 192 ff.). Danach hat jede Zahl, 0 eingeschlossen, genau einen wohlbestimmten Nachfolger, und jede Zahl, 0 ausgenommen, hat genau einen wohlbestimmten Vorgänger.

3. Bei den polykontexturalen Zahlen wird „flächig" (Kronthaler 1986, S. 31 ff.) bzw. „tabular" (Kaehr) gezählt. Die Anzahl der Nachfolger und der Vorgänger hängt erstens von der Kontextur und zweitens von der Struktur einer Zahl innerhalb dieser Kontextur ab (Proto-, Deutero-, Trito-Struktur). Die meisten Zahlen haben also mehr als 1 Vorgänger und Nachfolger, und diese sind also nicht eindeutig bestimmt, allerdings ergibt sich aus der qualitativen Zahlenkonzeption statt eines chaotischen Systems eines, das auf dem Prinzip der „eindeutigen Mehrmöglichkeit" (Korzybski) gegründet ist.

4. Bei der Peirce-Zahlen (Relationalzahlen, semiotischen Vermittlungszahlen) gehen wir aus 1. von den triadischen Peirce-Zahlen

tdP = (1, 2, 3)

und 2. von den trichotomischen Peirce-Zahlen ttP = (A, B, C).

Die ttP werden hier als Ausdifferenzierungen in den ontologischen Orten der Triaden also als Qualitäten aufgefasst. Natürlich kann man stattdessen die Trichotomien als ontologische Orte bestimmen und somit die Triaden als Qualitäten anstatt als Quantitäten auffassen.

Durch kartesische Multiplikation von tdP $\times$ ttP ergibt sich folgende quantitativ-qualitative Matrix

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C

Wenn wir σ für Nachfolger und α für Vorgänger verwenden, haben wir hier also

σ(1.A) = {(1.B), (2.A), (2.B)} α(1.A) = $\varnothing$

σ(1.B) = {(1.C), (2.A), (2.B)} α(1.B) = {(1.A)}

σ(1.C) = {(2.B), (2.C)} α(1.C) = {(1.B)}

σ(2.A) = {(3.A), (2.B), (3.B)} α(2.A) = {(1.A), (1.B)}

σ(2.B) = {(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)} α(2.B) = {(1.A), (1.B), (2.A)}

σ(2.C) = {(3.B), (3.C)} α(2.C) = {(1.C), (2.B), (1.B)}

σ(3.A) = {(3.B)} α(3.A) = {(2.A), (2.B)}

σ(3.B) = {(3.C)} α(3.B) = {(2.A), (2.B), (3.A)}

σ(3.C) = $\varnothing$ α(3.C) = {(2.B), (3.B), (2.C)}, d.h. es gilt: Bei den Peirce-Zahlen

1. gibt es keine zwei Zahlen mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern

2. Die erste Peirce-Zahl hat keinen Vorgänger, die letzte Peirce-Zahl hat keinen Nachfolger.

3. $\alpha(a.b) \neq \alpha(b.a)$.

4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen Peirce-Zahl (a.b) bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.

5. Aufgrund der Definiton 4. gibt es also ganz neue, weder bei den Peano- noch bei den Güntherzahlen (Proto-, Deutero-, Trito-Zahlen) bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die unbestimmten N/V-Zahlen. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der semiotischen Matrix:

$$
\begin{array}{ccc}
1.A & 1.B & 1.C \\
2.A & 2.B & 2.C \\
3.A & 3.B & 3.C.
\end{array}
$$

d.h. die Peirce-Zahlen-Paare und -Tripel

((1.B), (2.A)), ((1.C), (2.B), (3.A)), ((2.C), (3.B))

sind betroffen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ontologische, disponible und semiotische Kategorien. 4 Bde. Klagenfurt 2009

Kontexturale Vermittlungszahlen bei Peirce-Zahlen

1. Sowohl die Primzeichen-Relation

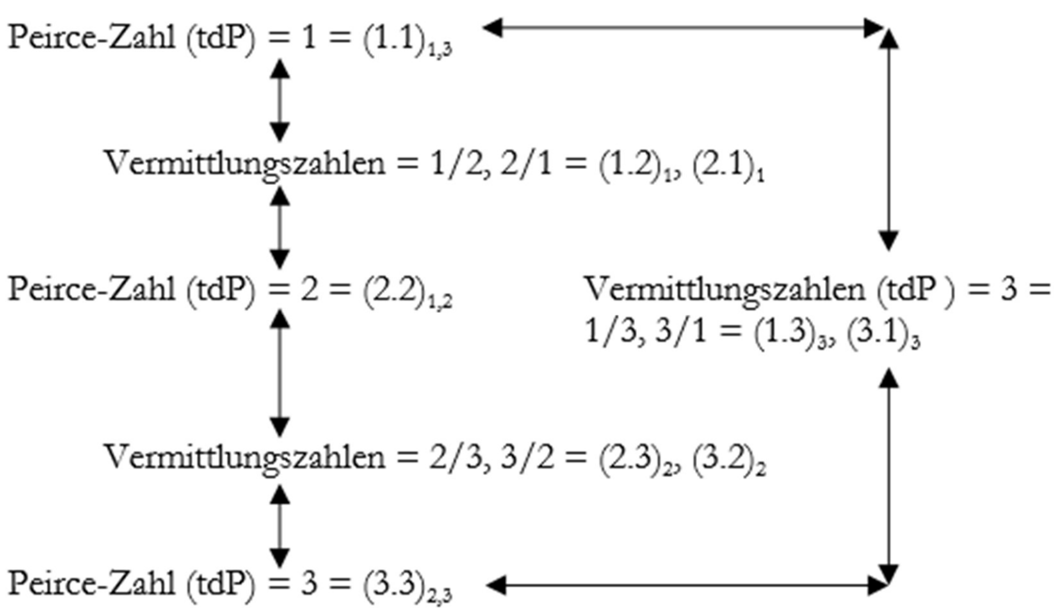
PZR* = $(.1.)_{1,3}$, $(.2.)_{1,2}$, $(.3.)_{2,3}$,

als auch die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix

Gen. Kat. = $(1.1)_{1,3}$, $(2.2)_{1,2}$, $(3.3)_{2,3}$

werden nach dem Vorschlag Kaehrs (2000) mit den gleichen Kontexturalzahlen indiziert. Wir können somit die den identitiven Morphismen entsprechenden genuinen Subzeichen der Form (x.x), $x \in \{1, 2, 3\}$ als (primäre) Peirce-Zahlen auffassen und die nicht-genuinen Subzeichen der Form (x.y) bzw. $(x.y)^\circ = (y.x)$ als semiotische Vermittlungszahlen.

2. Wir haben somit



bzw. rot markiert in der „Kontexturenmatrix“:

$$\begin{array}{ccc} 1,3 & 1 & 3 \\ 1 & 1,2 & 2 \\ 3 & 2 & 2,3 \end{array}$$

Wie man also erkennt, spielt der Weg der Vermittlung bei den Peirce-Zahlen (tdP) keine Rolle.

tdP (1) → 1 → tdP (2):

$$\begin{tikzcd} 1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] & 3 \\ 1 \arrow[r] & 1,2 & 2 \\ 3 & 2 & 2,3 \end{tikzcd}$$

tdP (1) → 1 → tdP (3):

$$\begin{tikzcd} 1,3 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[r] & 3 \arrow[d] \\ 1 \arrow[d] & 1,2 & 2 \arrow[d] \\ 3 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 2,3 \end{tikzcd}$$

tdP (2) → 2 → tdP (3):

$$\begin{tikzcd} 1,3 & 1 & 3 \\ 1 & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\ 3 & 2 \arrow[r] & 2,3 \end{tikzcd}$$

Bibliographie

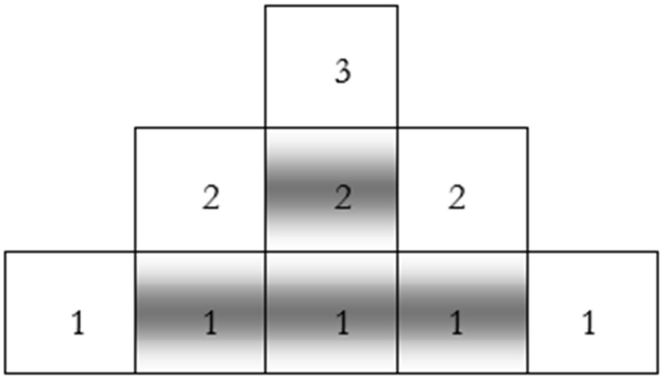
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Das System der semiotischen Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009a) wurden die triadischen und die trichotomischen Peirce-Zahlen sowie die semiotischen Vermittlungszahlen eingeführt. Unter letzteren wird die Menge von geordneten Paaren verstanden, deren erstes Glied der Codomäne einer trichotomischen semiosischen Abbildung und deren zweites Glied der Domäne einer triadischen semiosischen Abbildung angehört. Vermittlungszahlen treten somit stets zwischen dyadischen Subzeichen, ausserhalb oder innerhalb von Zeichenklassen und Realitätsthematiken, auf. Eine weitere, wenn auch im Grunde selbstverständliche Eigenschaft von semiotischen Vermittlungszahlen ist, dass sie nur zusammen mit ihrem Ordnungstypus sinnvoll sind, d.h. sind im Grunde Ordnungsstrukturen oder, wie Hausdorff sich ausgedrückt hatte, Ordnungstypen, und zwar gehört ihr Ordnungstyp immer zum Ordnungstyp der semiotischen Strukturen, innerhalb derer sie vermittelnd wirken. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden der 10 Peirceschen Zeichenklassen sind

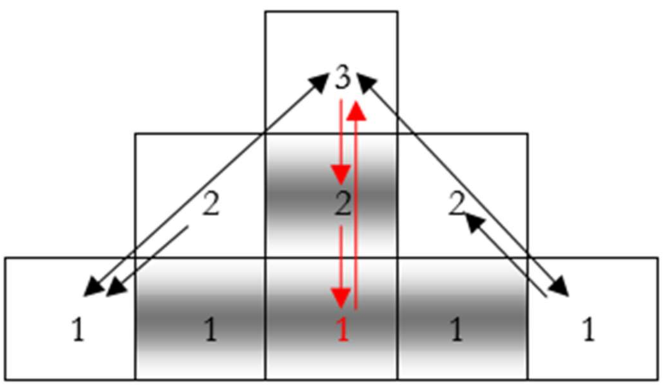
1.	(1 = 1)	([1, 2], <)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
2.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
3.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 > 1)	([1, 3], <)	(3 > 1)
4.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 1)
5.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 1)
6.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 > 1)
7.	(1 < 2)	([2, 2], =)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 2)
8.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 = 2)	([2, 3], <)	(3 > 2)
9.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 > 2)
10.	(1 < 3)	([3, 2], >)	(2 < 3)	([3, 3], =)	(3 = 3)

Innerhalb des in Toth (2009b) eingeführten Treppenmodells für Peirce-Zahlen sind die Vermittlungszahlen also im schraffierten Bereich angesiedelt:



Im folgenden zeichnen wir beispielhaft die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), ihre Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3), ihre beiden Peirce-Zahlen sowie die zugehörigen Vermittlungszahlen ein:

3. $(1 < 3)$ $([3, 2], >)$ $(2 > 1)$ $([1, 3], <)$ $(3 > 1)$



Bibliographie

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b)

Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009) waren wir zum Schluss gekommen, dass die Definition der triadischen Peirce-Zahlen durch

TdP = 1 < 2 < 3

und die Definition der trichotomischen Peirce-Zahlen durch

TtP = $1 \leq 2 \leq 3$

nicht miteinander kompatibel sind und dass ferner TdP der weiteren Definition des Peirceschen Zeichens als Mengeninklusionsschemas widerspricht. Wir schlossen, dass es nur eine Sorte von Peirce-Zahlen gibt, für dessen Glieder die totale lineare Ordnung von TtP für sämtliche Peirce-Zahlen verallgemeinert werden muss, so dass $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt.

2. Trotzdem ist es in der Praxis so, dass die triadischen und die trichotomischen Werte einer Zeichenklasse unabhängig voneinander bestimmt werden. Während sich nun für die TdP eine konstante Ordnung 1 > 2 > 3 ergibt, ist dies 1. für TtP nicht der Fall, und 2. kommen hier sog. Vermittlungszahlen hinzu, welche zwischen der TtP(n) und der TdP(n+1) eine zusätzliche Relation etablieren.

2.1. Die trichotomischen Peirce-Zahlen innerhalb von Zeichenklassen

1. (3.1 2.1 1.1)	6. (3.1 2.3 1.3)
TtP: 1 = 1 = 3	TtP: 1 < 3 = 3
2. (3.1 2.1 1.2)	7. (3.2 2.2 1.2)
TtP: 1 = 1 < 2	TtP: 2 = 2 = 2
3. (3.1 2.1 1.3)	8. (3.2 2.2 1.3)
TtP: 1 = 1 < 3	TtP: 2 = 2 < 3
4. (3.1 2.2 1.2)	9. (3.2 2.3 1.3)
TtP: 1 < 2 = 2	TtP: 2 < 3 = 3

5. (3.1 2.2 1.3)   10. (3.3 2.3 1.3)

TtP: 1 < 2 < 3   TtP: 3 = 3 = 3

2.2. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden von Zeichenklassen bzw. deren Ordnung:

1. (1 = 1) < (2 > 1) < (3 > 1)
2. (1 < 2) = (2 > 1) < (3 > 1)
3. (1 < 3) > (2 > 1) < (3 > 1)
4. (1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 1)
5. (1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 1)
6. (1 < 3) = (2 < 3) = (3 > 1)
7. (1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 2)
8. (1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 2)
9. (1 < 3) > (2 < 3) = (3 > 2)
10. (1 < 3) > (2 < 3) = (3 = 3)

Wir kommen also zum Schluss, dass zwar $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt, dass aber Peirce-Zahlen im Gegensatz zu natürlichen Zahlen in dreifacher Form auftreten, nämlich als triadische (Td$\mathbb{P}$), trichotomische (Tt$\mathbb{P}$) und als vermittelnde (V$\mathbb{P}$) Peirce-Zahlen. Diese Dreiergliederung ist für die natürlichen Zahlen ebenso sinnlos, wie es sinnlos ist, sie etwa zu einer Relation wie (3.1 2.1 1.3) zu gliedern, es sei denn, diese werde durch Angaben zur Qualität (Erstheit, Zweitheit, Drittheit) spezifiziert. Bei den Peirce-Zahlen wird also ihre dreifache Erscheinungsform, d.h. ihre Gruppierung zu geodneten Paaren und Tripeln sowie der Zusammenhang zwischen ihnen durch Qualitäten bestimmt, obwohl die Peirce-Zahlen an sich rein quantitativ sind und damit denselben elementaren Rechenregeln unterliegen wie die positiven ganzen Zahlen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die partielle Verschachtelung von Dezimalzahl-Äquivalenten für Trito-Zahlen

1. Die semiotische Objektrelation, die in der folgenden Form in Toth (2009a) eingeführt worden war, ist eine triadische Relation über drei triadischen Objekten

OR = $^3R(^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{I})$,

und zwar vermöge des Bezugs jedes ihrer Relata auf die korrelativen Glieder der Peirceschen Zeichenrelation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 71)

$^3\mathcal{M} = {}^3R(M, O, I)$

$^3\Omega = {}^3R(M, O, I)$

$^3\mathcal{I} = {}^3R(M, O, I)$,

wogegen die Zeichenrelation selbst aus drei Relata besteht, von denen das erste eine monadische, das zweite eine dyadische und das dritte eine triadische Relation darstellt, so zwar, dass sie entsprechend ihrer Relationszahl ineinander verschachtelt sind:

ZR = $^3R(^1M, {}^2O, {}^3I)$

Da es nach Götz eine „präsemiotische Trichotomie“, bestehend aus Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3), gibt (1982, S. 4, 28), folgt, dass die Disponibilitätsrelation DR relational gleich gebaut sein muss wie die Zeichenrelation:

DR = $^3R(^1M^\circ, {}^2O^\circ, {}^3I^\circ)$

2. In Toth (2009b) wurden die Korrespondenzen zwischen den den Relationen OR, DR und ZR zugeordneten topologischen Räumen und ihrer jeweiligen numerischen Charakteristik wie folgt dargestellt:

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	$OR = {}^{3}R({}^{3}\mathcal{M}, {}^{3}\Omega, {}^{3}\mathcal{J})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	$DR = {}^{3}R({}^{1}M°, {}^{2}O°, {}^{3}I°)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	$ZR = {}^{3}R({}^{1}M, {}^{2}O, {}^{3}I)$	Ordinalität

Im präsemiotischen Raum kommen also sowohl ordi-kardinale wie kardi-ordinale Zahlen vor (vgl. Kronthaler 1992, S. 93). Ferner scheint es so zu sein, dass Kardinalität an Relationen des folgenden Typs gebunden ist:

Kard = ${}^{3}R({}^{3}S{}^{3}T{}^{3}U)$ mit ${}^{1}S = {}^{2}T = {}^{3}U$

während Ordinalität auf Relationen des folgenden Typs beruht:

Ord = ${}^{3}R({}^{1}S{}^{2}T{}^{3}U)$ mit ${}^{1}S < {}^{2}T < {}^{3}U$.

Dagegen scheint Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität auf dem folgenden relationalen Typus zu beruhen:

KOrd/OKard = ${}^{3}R({}^{1}S°, {}^{2}T°, {}^{3}U°)$ mit ${}^{1}S < {}^{2}T < {}^{3}U$ oder ${}^{1}S = {}^{2}T = {}^{3}U$, d.h.

für KOrd/OKard haben wir die folgenden beiden Ordnungen

$1° \to 2° \to 3°$

als auch

$$
\begin{array}{ll}
 & (2° \to 3°) \\
 & \uparrow \\
(1° \to 2°) & \\
\uparrow & \\
1° &
\end{array}
$$

3. Wegen ihrer Vermittlungsfunktion zwischen Kardinalität und Ordinalität können die disponiblen Primzeichen DR = (M°, O°, I°) mit Hilfe der Trito-Zahlen dargestellt werden (Tabelle aus Toth 2003, S. 19):

Kenogramme	Trito-Zahlen	Binär-Äquivalente	Dezimal-Äquivalente
○	0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○	0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ Δ	0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ ○ ○	0 0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○ Δ	0 0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ Δ ○	0 1 0	.... Ø | 11	.... Ø | 3
○ Δ Δ	0 1 1	.... Ø | 100	.... Ø | 4
○ Δ ■	0 1 2	.... Ø | 101	.... Ø | 5

Wie man sieht, gibt es zwar keine Trito-Repräsentation des Dezimaläquivalents von 2, aber aus der folgenden Tabelle (aus Toth 2003, S. 52)

T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_{10}
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

bzw.

T7					5	6	7
T6				4	5	6	
T5			3	4	5		
T4		2	3	4			
T3	1	2	3				

4. Wir können zusammenfassen: Die relationalen Strukturen der semiotischen Objekte, Disponibilitätstrelationen und Zeichenrelationen, die in dieser Arbeit numerisch, relational und ordinal untersucht wurden, sehen wie folgt aus:

$$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{I}) \longrightarrow \text{Kard} = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U) \text{ mit } {}^1S = {}^2T = {}^3U$$

$$DR = {}^3R({}^1M°, {}^2O°, {}^3I°) \begin{cases} \nearrow \text{Kard} = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U) \text{ mit } {}^1S = {}^2T = {}^3U \\ \searrow \text{Ord} = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U. \end{cases}$$

$$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I) \longrightarrow \text{Ord} = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U$$

Die relationale Struktur der Dezimaläquivalente der Trito-Zahlen, welche den DR korrespondieren, sieht wie folgt aus:

DZ_{Trito} = [a, [[b, [[[c], [[[[d]], [[[[[e]]], [[[[[[f]]]], [[[[[[[g]]]]], h]]]]]], i]]]]]]], ...

Die relationale Struktur der Primzeichen (Zahlzeichen/Zeichenzahlen), welche den ZR korrespondieren, sieht dagegen wie folgt aus (ebenso für 9 Relata wie DZ oben):

PZ = [a, [b,[c, [d, [e, [f, [g, [h, [i]]]]]]]]].

Der wesentliche Unterschied zwischen DZ und PZ ist also der, dass bei DZ, nicht aber bei PZ das erste Element ausserhalb der Verschachtelung(en) bleibt. Bei DZ ist jeweils das zweite Paar jedes Tripels in die nächsthöhere Relation inkludiert, es geht also im Rhythmus

1 – 2 – 1 –2 – 1 ...,

bei PZ ist jedes Relatum im nächst höheren inkludiert, d.h. der Rhythmus ist

1 – (1-)2 – (1-2-)3 ... .

Bibliographie

Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität

1. Bense nannte das Auffinden numerischer Gesetze im Zusammenhang mit den von ihm so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980) „semiotische Zahlentheorie“ (vgl. Bense 1977), wohl deshalb, weil man in der Semiotik nicht weiter zählt als bis 3 und von den ersten drei natürlichen Zahlen zufällig zwei Primzahlen sind. Aus Gründen, auf die ich in meinem Werk oft hingewiesen hatte, sollte man vielleicht den Ausdruck Zahlentheorie, übrigens auch in der Mathematik selbst, von der Vorstellung von Primzahlen befreien und einfach die Theorie numerischer Sätze darunter verstehen.

2. Wir wir zuletzt in Toth (2009) zeigten, handelt es sich bei der triadischen Relation über drei „triadischen Objekten“ (Bense/Walther 1973, S. 71)

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

um eine einfache dreistellige Relation über drei 3-stelligen Relata, d.h.

$OR = {}^{3}R({}^{3}\mathcal{M}, {}^{3}\Omega, {}^{3}\mathcal{I})$,

während es sich bei der triadischen Zeichenrelation um eine „dreifach gestufte Relation über Relationen“ handelt, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen und beide in der triadischen Relation enthalten sind (Bense 1979, S. 53, 67):

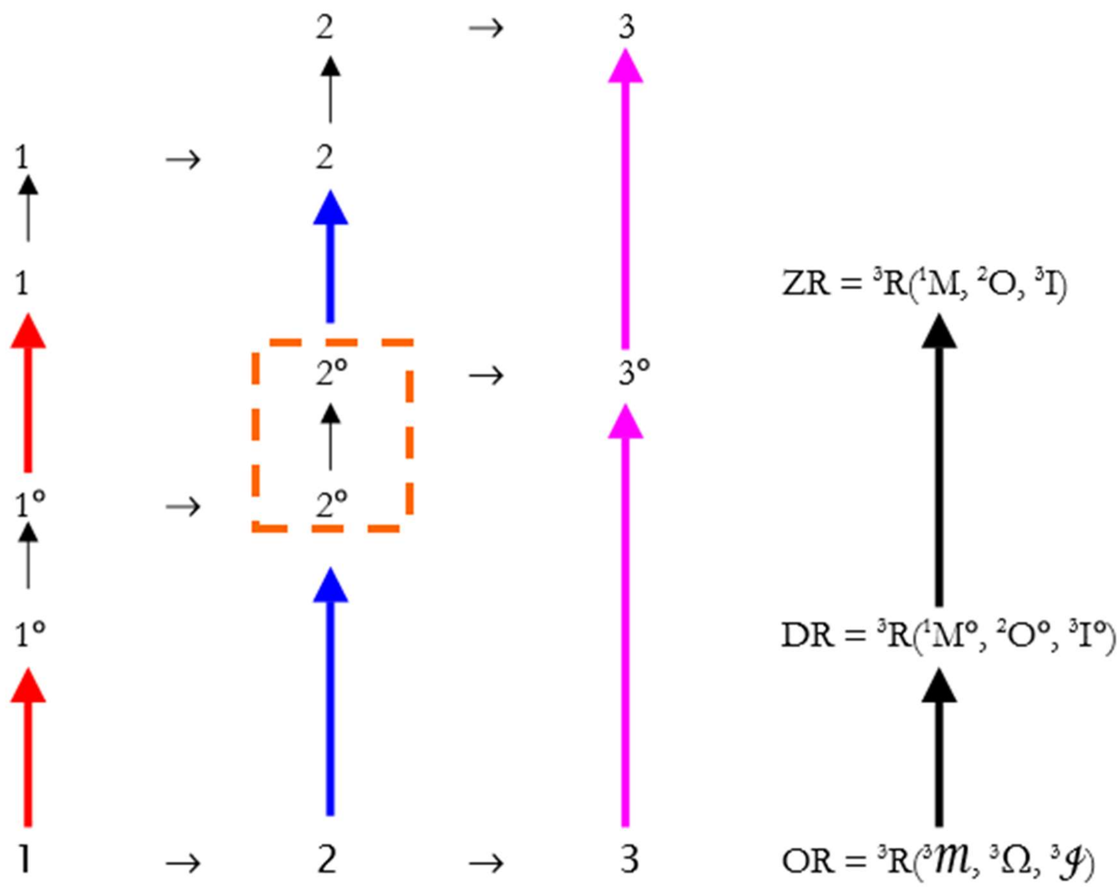
$ZR = {}^{3}R({}^{1}M, {}^{2}O, {}^{3}I)$.

Während Bense (1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) bereits ausführlich begründet hatte, dass die Primzeichen Ordinalzahlen sind, hatte ich in Toth (2009) darzustellen versucht, dass die Relationalzahlen (Bense 1975, S. 65), d.h. die Elemente von OR, Kardinalzahlen sind. Da eine Semiotik im einfachsten Fall als

$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle$

definiert ist, fängt also jede Semiose im Objektbereich der Kardinalität an und endet im Zeichenbereich der Ordinalität, vermittelt durch einen bisher nie beschriebenen Zahlenbereich im präsemiotischen Raum der „Disponibilität“ (Bense 1975, S. 65 f.).

Wir können die relationalen Verhältnisse der drei Ebenen, bzw. des ontologischen, des präsemiotischen und des semiotischen Raumes, wie folgt darstellen:



Bereits in Toth (2009) war argumentiert worden, dass die Disponibilitätsrelation mit der qualitativ-numerischen Ebene der Tritozahlen korrespondiert. Man vergleiche allerdings die Trito-Zahlen der Kontextur T3 mit ihren Dezimaläquivalenten (aus Toth 2003, S. 18):

Kenogramme	Trito-Zahlen	Binär-Äquivalente	Dezimal-Äquivalente
○	0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○	0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ Δ	0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ ○ ○	0 0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○ Δ	0 0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ Δ ○	0 1 0	.... Ø | 11	.... Ø | 3
○ Δ Δ	0 1 1	.... Ø | 100	.... Ø | 4
○ Δ ■	0 1 2	.... Ø | 101	.... Ø | 5

Man erkennt also leicht, dass auf der Trito-Ebene von der Primzeichen resp. ihren disponiblen Äquivalenten (1.°, 2.°, 3.°) die Zweitheit nicht repräsentiert ist. Geht man in höhere Kontexturen hinauf, werden zwar jeweils weitere, in den niedrigeren Kontexturen fehlenden Dezimaläquivalente repräsentiert:

T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_{10}
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10 (Toth 2003, S. 52)

allein, die Dezimalzahl 2 ist in keiner Kontextur darstellbar. Auf der semiotischen Vermittlungsebene der disponiblen Kategorien gilt daher:

$1° \equiv 001$

$2° \equiv \varnothing$

$3° \equiv 010$

Ein weiterer Hinweis zusätzlich zu den Angaben in Toth (2009) dafür, dass DR dem Trito-System entspricht, ist das ganz dem Peirceschen Stufenbau von ZR entsprechende „Verhaktsein“ der Repräsentation der Dezimaläquivalente, vgl.

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

Die fehlende Repräsentation der Zweitheit bedeutet jedoch, dass zwischen 001 und 010 noch ein Zahlenschritt vorhanden sein muss, der auch nicht durch das bisher tiefste und abstrakteste Zahlensystem, dasjenige der Trito-Zahlen, erfassbar ist. Es geht also darum, Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität aus ihrer Ambiguität zu befreien.

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{I})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	$DR = (M°, O°, I°)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	$ZR = (M, O, I)$	Ordinalität

Der Weg hinauf und hinunter ist nicht derselbe: In semiosischer Richtung haben wir Ordi-Kardi, in retrosemiosischer Richtung Kardi-Ordi. Der Weg von ZR $\rightarrow$ DR entspricht dem Aufbrechen der Zeichenrelation für Ambivalenzen der Disponibilität. Umgekehrt bedeutet der Weg von DR $\rightarrow$ ZR das Ausselektieren der Disponibilitäten zur Einordnung in eine Zeichenrelation. Wir haben damit

1. 001 $\rightarrow$ *011 $\rightarrow$ 010

2. 001 $\rightarrow$ *000 $\rightarrow$ 010.

Der erste Weg führt über den Umweg durch die ZR zur DR, der zweite über den Umgebung der OR zur DR:

1. DR $\rightarrow$ ZR $\rightarrow$ DR

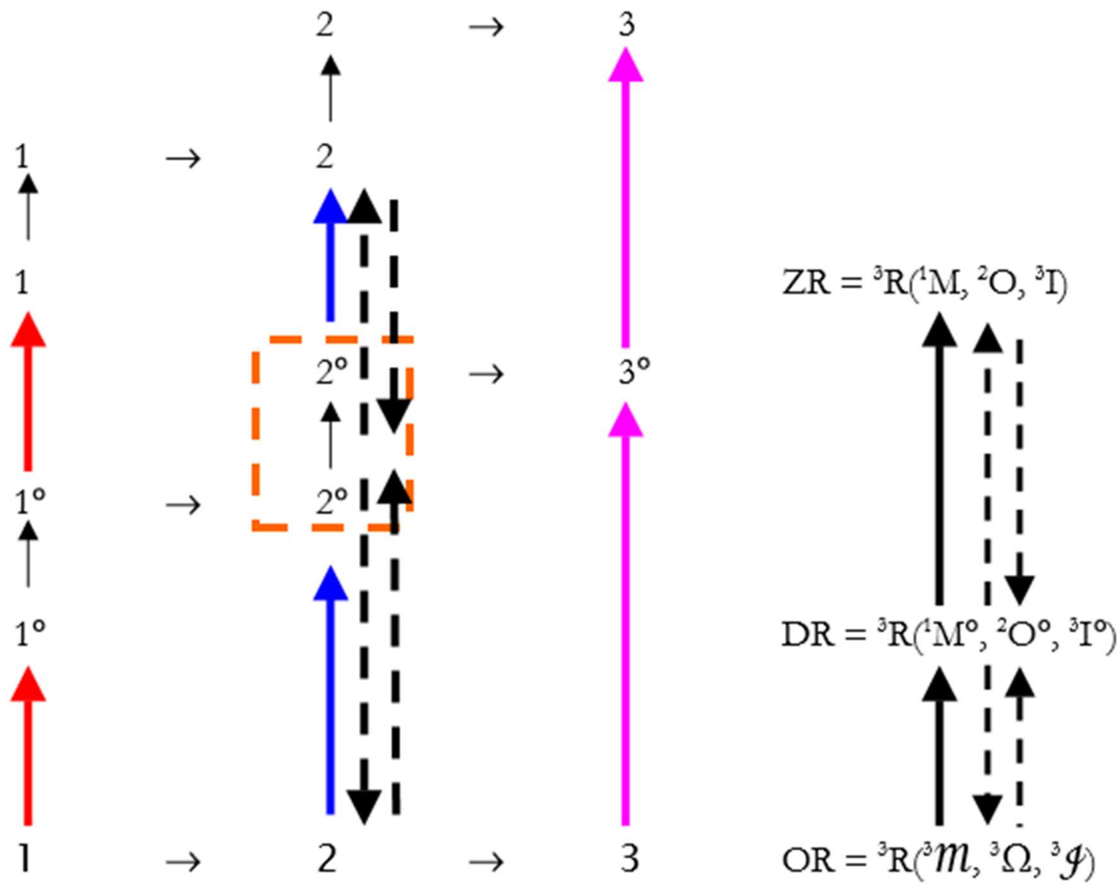
2. DR $\rightarrow$ OR $\rightarrow$ DR

bzw.

$$\begin{tikzcd} DR \arrow[r] & ZR \arrow[l, bend left] \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} DR \arrow[r] & OR \arrow[l, bend left] \end{tikzcd}$$

bzw. vollständig



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

3 Arten von semiotischen Zahlen

1. Eines der grossen, bisher ungelösten Probleme nicht nur der Semiotik, sondern logischerweise auch der Wissenschaftstheorie, ist die genaue Position der Semiotik im Haus der Wissenschaften. Während neueste wissenschaftstheoretische Versuche aus dem Blickwinkel der Theoretischen Physik die Semiotik ganz einfach weglassen (Tegmark 2003, S. 12), wird spätestens seit den 60er Jahren behauptet, sie sei die tiefste, fundamentale Repräsentation, die in der Wissenschaft überhaupt möglich sei (vgl. z.B. Bense 1986). Denselben Anspruch hatte aber jahrhundertelang die Logik für sich beansprucht (vgl. z.B. Menne 1991). Für Peirce stellte sich spezifisch die Frage, ob die Logik die Semiotik oder die Semiotik die Logik begründe (vgl. Walther 1979).

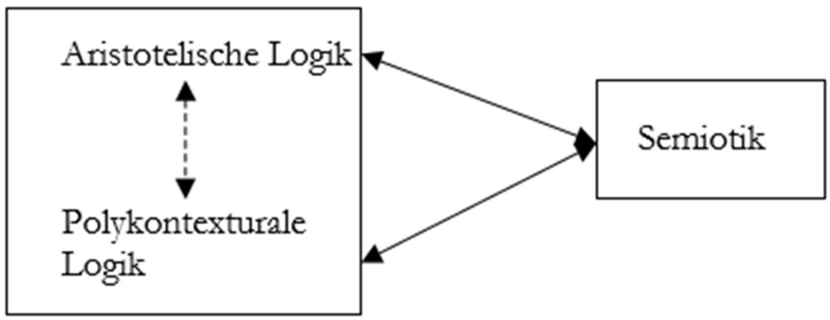
2. Seitdem die von Gotthard Günther entwickelte polykontexturale Logik und Ontologie auch auf die Semiotik wirkt – und das tat sie schon sehr früh, wie eine Anmerkung in Bense (1952, S. 115 [Anm. 72]) beweist, stellt sich die erweiterte Frage nach der Position und „Tiefe" von Logik, Semiotik und Polykontexturalitätstheorie. Da es der Hauptzweck der Polykontexturalitätstheorie ist, die Logik durch Einführung der Proemialrelation zu unter-gehen, d.h. auf ein noch abstrakteres Fundament zurückzuführen, und da die Proemialrelation die Dichotomie von Zeichen und Objekt aufhebt, weil es sie auf der kenogrammatischen und morphogrammatischen Ebene noch gar nicht geben kann, muss zweierlei gefolgert werden:

1. Die Polykontexturalitätstheorie ist ein tieferes Repräsentationssystem als die Theoretische Semiotik.

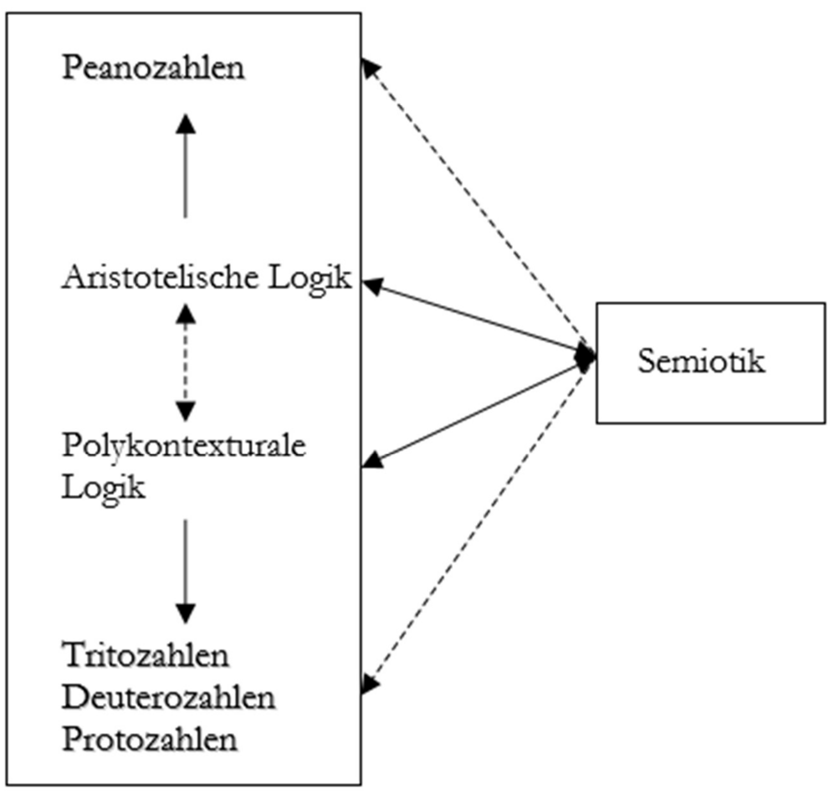
2. Allerdings wird dieses tiefere Repräsentationssystem durch Aufgabe der Dichotomie von Zeichen und Objekt erkauft, woraus natürlich diem Elimination des Zeichenbegriffs folgt.

3. Damit ist zwar immer noch nichts darüber gesagt, ob die Logik der Semiotik primordial sei oder umgekehrt, aber es scheint sich eine Alternative zu diesem Hierarchiedenken abzuzeichnen: Während es ohne Zweifel ist, dass die polykontexturale Logik „unter" der aristotelischen Logik anzusiedeln ist, nimmt die

Semiotik, ebenfalls „unten“, eine eher neutrale Position ein. Vielleicht könnte man diese Verhältnisse etwa folgendermassen skizzieren:



Nun bildet aber die aristotelische Logik die Grundlage der quantitativen Mathematik und der Peano-Zahlen, ebenso wie die polykontexturale Logik die Grundlage der qualitativen Mathematik und der Trito-, Deutero- und Proto-Zahlen bildet. (vgl. Kronthaler 1986):



4. Hier stellt sich nun aber ein Problem von Seiten der Semiotik ein: Nach Toth (2009) ist eine Semiotik jede Struktur, welche das Tupel

$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle$

erfüllt. Der Weg von OR über DR zu ZR ist damit eine vollständige Semiose, denn diese beginnt mit der Wahl eines vorgegebenen Objektes im ontologischen Raum, d.h. in {OR, und endet mit der Klassifikation des zum Zeichen erklärten, d.h. nach Bense metaobjektivierten Objektes in der Form einer Zeichenklasse (Bense 1967, S. 9).

Somit scheint es also kein Problem zu sein, im ontologischen Bereich die polykontexturale Logik und Ontologie sowie deren drei Zahlensysteme der Proto-, Deutero- und Tritozahlen anzusiedeln. Im Bereiche von ZR haben wir die von Bense so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980), welche die Peano-Axiome erfüllen (Bense 1975, S. 170 ff., Bense 1983, S. 192 ff.). Damit aber stellt sich nun die Frage: So, wie der präsemiotische Raum der „disponiblen Kategorien“ (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), d.h. {DR}, zwischen {OR} einerseits und {ZR} andererseits vermittelt, müssen irgendwelche semiotischen Zahlen zwischen den Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen eienerseits und den Peanozahle bzw. den Primzeichen andererseits vermitteln. Die zahlentheoretischen Verhältnisse der Semiotik sehen also wie folgt aus:

Ebene von Σ	Semiotische Zahlen
OR = $(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$	Proto-, Deutero-, Tritozahlen
DR = $(M^\circ, O^\circ, I^\circ)$	?
ZR = (M, O, I)	Peano-Zahlen, Primzeichen

D.h. wir haben

Ebene von Σ	Semiotische Zahlen
$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$	Proto-, Deutero-, Tritozahlen
$DR = (M°, O°, I°)$	?
$ZR = (M, O, I)$	Peano-Zahlen, Primzeichen

D.h. wir haben

Ebene von Σ	Semiotische Zahlen
$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$
$DR = (M°, O°, I°)$	(Vermittlungsebene)
	$(2 \rightarrow 3)$
	$\uparrow$
$ZR = (M, O, I)$	$(1 \rightarrow 2)$
	$\uparrow$
	1

Die Treppenstruktur der Primzeichen verdankt sich der Tatsache, dass das Zeichen nach Bense (1979, S. 53, 67) eine „Relation über Relationen" ist, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen, und beide zusammen in der triadischen Relation inkludiert sind. Wir kommen nun zu einem bedeutenden semiotischen Theorem, das wir jedoch noch nicht beweisen können:

Theorem: Der präsemiotische Raum der disponiblen Kategorien ist ein semiotisch-mathematisches Vermittlungssystem zwischen Ordinalität und Kardinalität bzw. umgkehert.

In weiteren Arbeiten werden wir uns bemühen, Licht in diese mysteriösen Vermittlungszahlen zu bringen. Geht es wie bei Günther (1991, S. 419 ff.) um die Vermittlung von Zahl und Begriff?

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Das Phänomen der Orthogonalität. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 419-430

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Tegmark, Max, Parallel Universes. In: Barrow, J.D et al., Science and Ultimate Reality. Cambridge, U.K. 2003, S. 1-18 (zit. nach Preprint)

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Limeszahlen

1. Eine Menge m aller (kleineren) Ordinalzahlen hat entweder ein grösstes Element k, dann gilt zwangsläufig n = k+, und n heisst Nachfolgerzahl. Oder m hat kein grösstes Element, in diesem Fall gilt n = $\cup$m (Erné 1982, S. 274). Die letztere Zahl wird Limeszahl genannt.

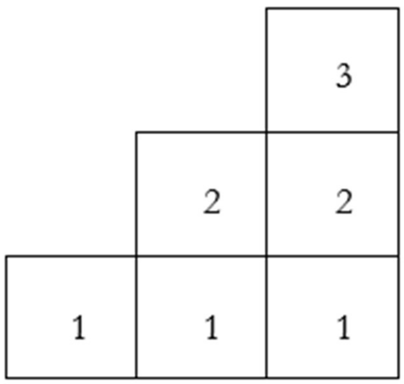
Bei Peirce ist es nun so, dass er, ohne allerdings eine entsprechende Grenzzahl einzuführen, ganz offenbar die Drittheit seiner Zeichenrelation als „Grenzrelation" im Sinne hatte: „Und die Analyse wird zeigen, dass jede Relation, die tetradisch, pentadisch oder von irgendeiner höheren Anzahl von Korrelaten ist, nichts anderes als eine Zusammensetzung von triadischen Relationen ist. Es ist daher nicht überraschend, wenn man findet, dass ausser den drei Elementen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit nichts anderes im Phänomen zu finden ist' (1.347)" (Walther 1989, S. 298). Wie bereits in Toth (2007, S. 178 ff.) angedeutet, werde ich diesem Aufsatz zeigen, dass die Behauptung von Peirce – und auch diejenige in seinem Anschluss von Marty (1980) falsch ist.

In diesem Zusammenhang möchte ich, nicht nur der Vollständigkeit halber, auch noch auf eine in der Semiotik konsequent übersehene Feststellung Gotthard Günthers in Bezug auf Peirce Triadismus aufmerksam machen: „Höchst wesentlich aber war für Peirce seine Weigerung, über die Triadenlogik hinauszugehen. Zwar hatte er mit dem Vf. [G.G.] das gemeinsam, dass beide von der Voraussetzung ausgehen, dass die zweiwertige Logik der Dualitäten nicht ausreichend sei, unsere rationalen Bedürfnisse zu befrieden, aber Peirce schneidet sich weitere Erwägungen dann selbst mit der bündigen Feststellung ab: ‚Triadic logic is universally true' (...). Die klassische Logik lässt nach Peirce noch ein Unsicherheitsmoment zu, welches dann im Triadischen beseitigt wird. Die Analogie zur göttlichen Trinität und der Allweisheit eines absoluten Bewusstseins ist unverkennbar" (Günther 1978, S. vii f.).

2. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Peircesche Zeichen definiert als eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

$Z = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R) = R(M, O, I) = ((M), ((M \rightarrow O), O \rightarrow I)).$

Man kann diesen Sachverhalt sehr gut in einem Treppenmodell darstellen:



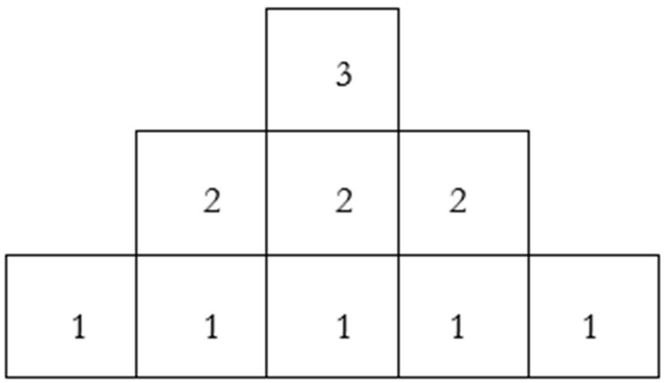
Jede Kategorie funktioniert zwar insofern unabhängig, als keine höhere direkt über ihr liegt, andererseits ist sie aber auch mengeninklusiv in alle kleineren Kategorien eingebettet, d.h. es gilt $1 \subset 2 \subset 3$, wobei $(2 \subset 3)$ näher bei 3 liegt als (1) bzw. $(1 \subset 2)$. Schaut man nun den Bau einer Zeichenklasse an, wozu man die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen in Toth (2009a) vergleiche,

$$\text{Zkl} = \left(3.\left\{\begin{matrix}.3\\ .2\\ .1\end{matrix}\right\} 2.\left\{\begin{matrix}.3\\ .2\\ .1\end{matrix}\right\} 1.\left\{\begin{matrix}.3\\ .2\\ .1\end{matrix}\right\}\right)$$

und vergleicht sie mit dem Bau ihrer zugehörigen dualen Realitätsthematik

$$\text{Rth} = \left(1.\left\{\begin{matrix}.1\\ .2\\ .3\end{matrix}\right\} 2.\left\{\begin{matrix}.1\\ .2\\ .3\end{matrix}\right\} 3.\left\{\begin{matrix}.1\\ .2\\ .3\end{matrix}\right\}\right)$$

dann erkennt man, dass die Trichotomien oder Stellenwerte der Zeichenklassen nichts anderes sind als die Triaden oder Hauptwerte der Realitätsthematiken, weshalb man zur vollständigen Behandlung nicht nur der triadischen, sondern auch der trichotomischen Peirce-Zahlen das obige Treppenmodell zur folgenden Doppeltreppe spiegeln muss:



3. Für die von Bense ausdrücklich als „ordinale" Primzeichen – in Analogie zu Primzahlen gebildet – eingeführten Fundamentalkategorien (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) gelten nun die meisten der für gewöhnliche Ordinalzahlen gültigen Operationen nicht – und zwar im Widerspruch zum „Nachweis" Benses, dass die Nachfolgerelation der Primzeichen isomorph ist zur Nachfolgerelation der natürlichen Zahlen (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff.), vgl. Toth (2009b). So haben wir z.B. bei den triadischen (links) und bei den trichotomischen (rechts) Peirce-Zeichen

$(1.) + (1.) \neq (2.)$ $\qquad$ $(1.) + (1.) \neq (2.)$

$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$ $\qquad$ $(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$

$(1.) + (2.) \neq (3.)$ $\qquad$ $(1.) + (2.) \neq (3.)$

$(2.) + (1.) \neq (3.)$ $\qquad$ $(2.) + (1.) \neq (3.)$

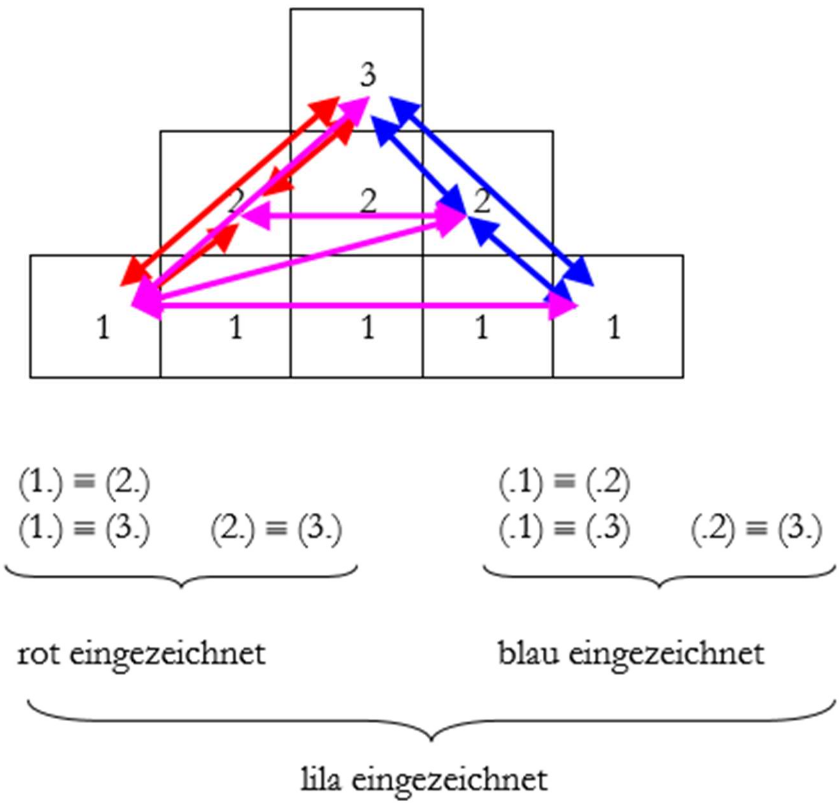
Umgekehrt kann man aber mit Hilfe der ordinalen Peirce-Zahlen Operationen durchführen, für die es in der üblichen Ordinalzahlarithmetik keine Parallelen gibt, vgl. etwa die bereits bei Walther (1979, S. 76 u. 120) gezeigten verschiedenen

Typen von Superisationen, vgl. dazu ausführlich meine „Allgemeine Zeichengrammatik“ (Toth 2008). So gibt es z.B. die folgenden Basis-Superisationstypen

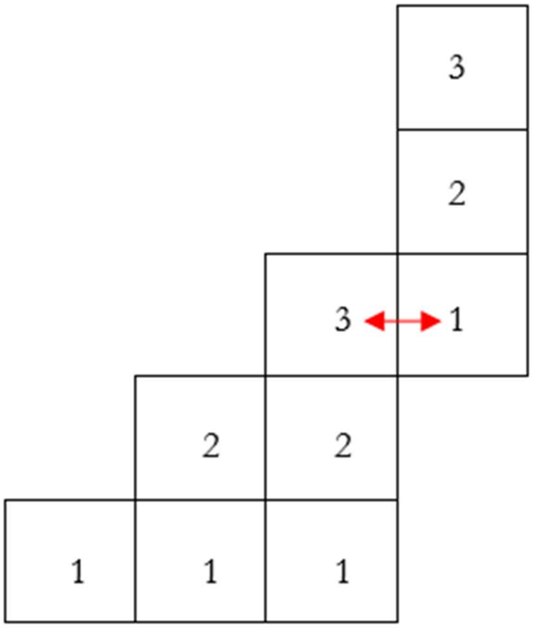
$(1.) \equiv (2.)$ $\qquad$ $(.1) \equiv (.2)$

$(1.) \equiv (3.)$ $\qquad$ $(2.) \equiv (3.)$ $\qquad$ $(.1) \equiv (.3)$ $\qquad$ $(.2) \equiv (3.)$,

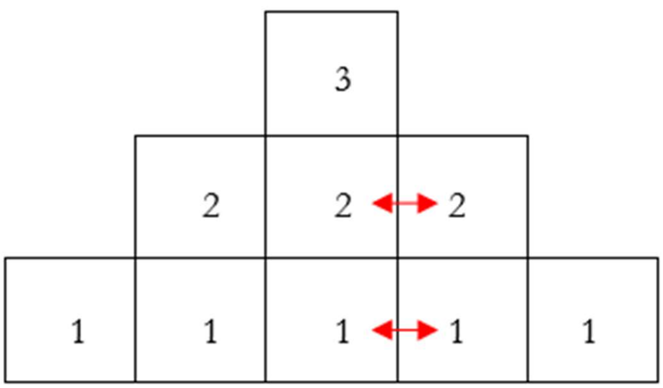
sowie Kombinationen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen. Man kann die angeführten Superisationsoperationen wie folgt mit dem Treppenmodell darstellen:



Gilt also etwa in einer Zeichenverbindung $I1 \equiv M2$, kann man dies wie folgt darstellen:

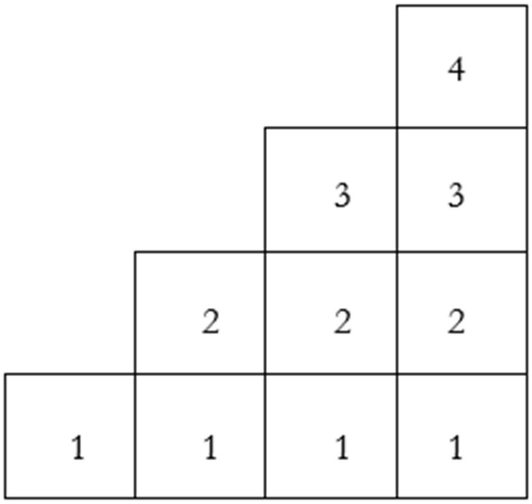


In komplexeren Fällen, wie etwa den von Bense (1975, S. 79) selbst auf andere Weise dargestellten Verknüpfungen (O1 $\equiv$ O2) $\wedge$ (M1 $\equiv$ M2) sieht das im ökonomischten Fall wie folgt aus:



(Wie viele Darstellungsmöglichkeiten gibt es total? Welche Rolle spielt die Zeichen-Dimension bei der Ökonomie der Darstellung?)

4.1. Nun kann man sich natürlich, rein theoretisch wenigstens, ohne Probleme ein Gebilde wie das folgende, analog zu den „gewöhnlichen“ Ordinalzahlen gebildete, vorstellen:



also das Inklusionsschema einer tetradischen Zeichenrelation. Ein solches Schema wurde bisher deshalb nicht konstruiert, weil man dem Peirceschen „Beweis“ glaubte, jede n-adische Relation mit n > 3 können aus triadischen, dyadischen und monadischen Relationen zusammengesetzt werden. Das funktioniert zwar, wenn man von den semiotischen Funktionen dieser n≤3-stelligen Relationen absieht, d..h. aber die Relationen als reine Mittelbezüge behandelt, allerdings wurden diese aber ja gerade wegen dieser Funktionen eingeführt, die in der Semiotik mit Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion bezeichnet werden (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.). Nur schon die in Toth (2009c) eingeführte tetradische erweiterte Peircesche Zeichenrelation

ZR+ = (M, O, I, ∅),

deren eingebettetes Nullzeichen zwangslos aus der Bildung der Potenzmenge über der Peirceschen Menge der Fundamentalkategorien {M, O, I} folgt, sollte eigentlich zu denken geben, denn ∅ ist eine 0-stellige Relation und keine 4-stellige. Wie also sollte man ZR+ als Konkatenation von Triaden, Dyaden und Monaden darstellen können?

4.2. Es gibt aber noch wesentlich wichtigere Gründe, warum eine Dekomposition n-adischer Relation mit n > 3 nicht möglich ist, denn wie in Toth (2007, S. 178 ff.) gezeigt worden war, weisen höhere als triadische Relationen in ihren thematisierten Realitäten Strukturen auf, welche in niedrigeren Relation entweder gar nicht oder erst marginal auftreten. Um einen detaillierten Einblick zu ermöglichen, bringe ich hier die zusammenfassenden Klassifikation der strukturellen thematisierten Realitäten für 3-adische, 4-adische, 5-adische und 6-adische Semiotiken:

4.3. Für die **triadische Semiotik** können wir damit folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Thematisationsrichtung:

   X^mY^n mit $X \in \{1, 2, 3\}$, wobei X = Y erlaubt und m, $n \in \{1, 2\}$ mit $X^m \rightarrow Y^n$, falls m > n bzw. $X^m \leftarrow Y^n$, falls m < n. (Der Fall m = n tritt nicht auf.)

2. Mehrdeutige Thematisationen und Thematisationsrichtungen gibt es bei den HZkln×HRthn 1, 7 und 10. Bei 1 und 10 könnte man aus strukturellen Gründen Links- bzw. Rechtsthematisation stipulieren; dies ist jedoch bei 7 nicht möglich. Also gibt es keine einheitlichen Thematisationsrichtungen bei den homogenen Thematisationen, d.h. bei den HZkln×HRthn.

3. Triadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten:

   5. 3.1 2.2 1.3 × $\underline{3.1\ \ 2.2}$ 1.3 $3^1 2^1 \rightarrow 1^1$

   $\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

   3.1 $\underline{2.2\ \ 1.3}$ $3^1 \leftarrow 2^1 1^1$

4. Einzig bei der triadischen Realität tritt ein von allen übrigen strukturellen Realitäten abweichender Thematisationstyp auf, den ich "Sandwich-Thematisation" nennen möchte:

   $\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

4.4. Für die **tetradische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^m Y^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^m Y^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäss der grössten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich:

15 3.0 2.1 1.20.3 $\times$ $\underline{3.02.11.2}0.3$ $3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$

$\underline{3.02.1}1.20.3$ $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$

$\underline{3.0}2.11.20.3$ $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$

$3.0\underline{2.11.20.3}$ $3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$

$3.02.1\underline{1.20.3}$ $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$

$3.02.11.2\underline{0.3}$ $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$

$\underline{3.0}2.11.2\underline{0.3}$ $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$

$3.0\underline{2.11.2}0.3$ $3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$

$3.0\underline{2.1}1.20.3$ $3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$

$3.02.1\underline{1.2}0.3$ $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$

Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen 3m > m. Dann würden die Typen $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. linksmehrfach.

4.5. Für die **pentadische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäss nun tetradische Thematisationstypen auf.
2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^mY^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^mY^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.
3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^mY^mZ^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^mY^mZ^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^mY^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^mZ^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.
4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, dass die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

4.6. Für die **hexadische Semiotik** können wir schliessich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäss treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.
2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.
3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches).

Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.

4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.
5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.
6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur dass hier noch mehr Verwirrung herrscht.

5. Man kann nun natürlich fortfahren und mühsam die Strukturen 7-, 8-, 9-; 10-, 11-, 12-; 13-, 14-, 15; ... –adischer Semiotiken ausrechnen und wird finden, dass immer neue Strukturen auftreten, die in unteren Strukturen fehlen, so dass also von einer Dekomposition von n>3-adischen Relationen in Triaden, Dyaden und Monaden keine Rede sein kann. Dabei tritt ein solcher Strukturverlust ein, dass z.B. Eigenrealität isoliert unverständlich ist, speziell als Sonderfall triadischer, tetradischer, ... Realität. Niedrigere Strukturen benötigen also Erhellung durch höhere, dessen Fragmente sie sind, ebenso wie höhere Sturkturen niedrigere brauchen, aus denen sie sich, deren übergeordnete Mengen sie sind, gewissermassen verselbständigen. Trotzdem scheint, wie man gesehen hat, der semiotische Dreischritt mit einer semiotischen Limeszahl abzuschliessen, denn die Triade, Trichotomie und trichotomische Triade sind die Grundbegriffe der Semiotik. Hiervon rührt auch die Idee, höhere Relationen könnten auf Triaden abgebildet werden. In Wahrheit ist die Semiotik ein hierarchisches System von Dreischritten mit den Limszahlen 3, 6, 9, ..., die jedesmal qualitative “Sprünge” (vgl. Kronthaler 1986, S. 93 ff.; Erné 1982, S. 263 denkt offenbar an “Würfe”) INNERHALB eines semiotischen Zahlensystems haben und nicht ZWISCHEN Zahlensystemen wie das in der transfiniten Arithmetik der Fall ist. Auch in diesem Punkt zeigt also bereits die klassische Peircesche Semiotik klar polykontexturale Züge (vgl. Kronthaler 1986, S. 93).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics , 2009a

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1978

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Typen der Kardi-Ordinalität und der Ordi-Kardinalität

1. Wie bekannt (vgl. z.B. Toth 2009a, b), korrespondiert die Folge der ontologischen Kategorien der semiotischen Objektrelation

OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$)

mit der linearen Folge der Kardinalzahlen

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$,

während die Folge der semiotischen Kategorien der Zeichenrelation

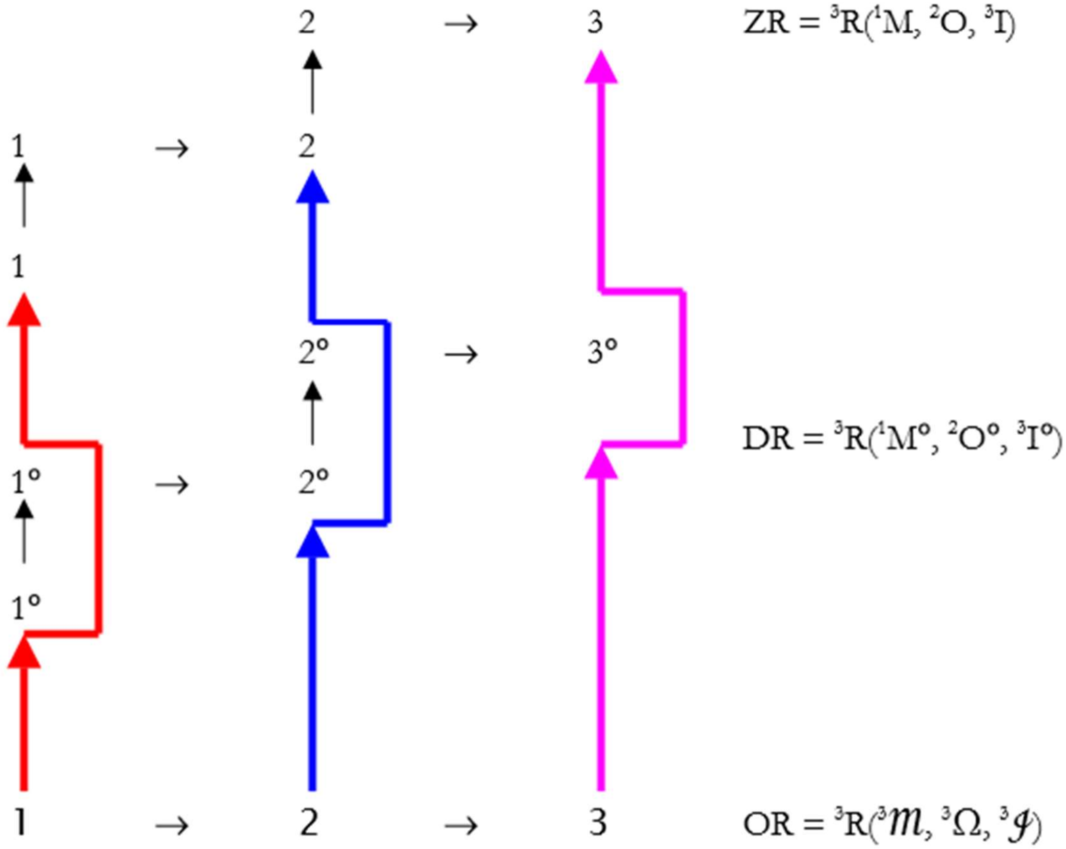
ZR = (M, O, I)

mit der „verschachtelten" Folge der Ordinalzahlen (Bense 1979, S. 63, 67) korrespondiert:

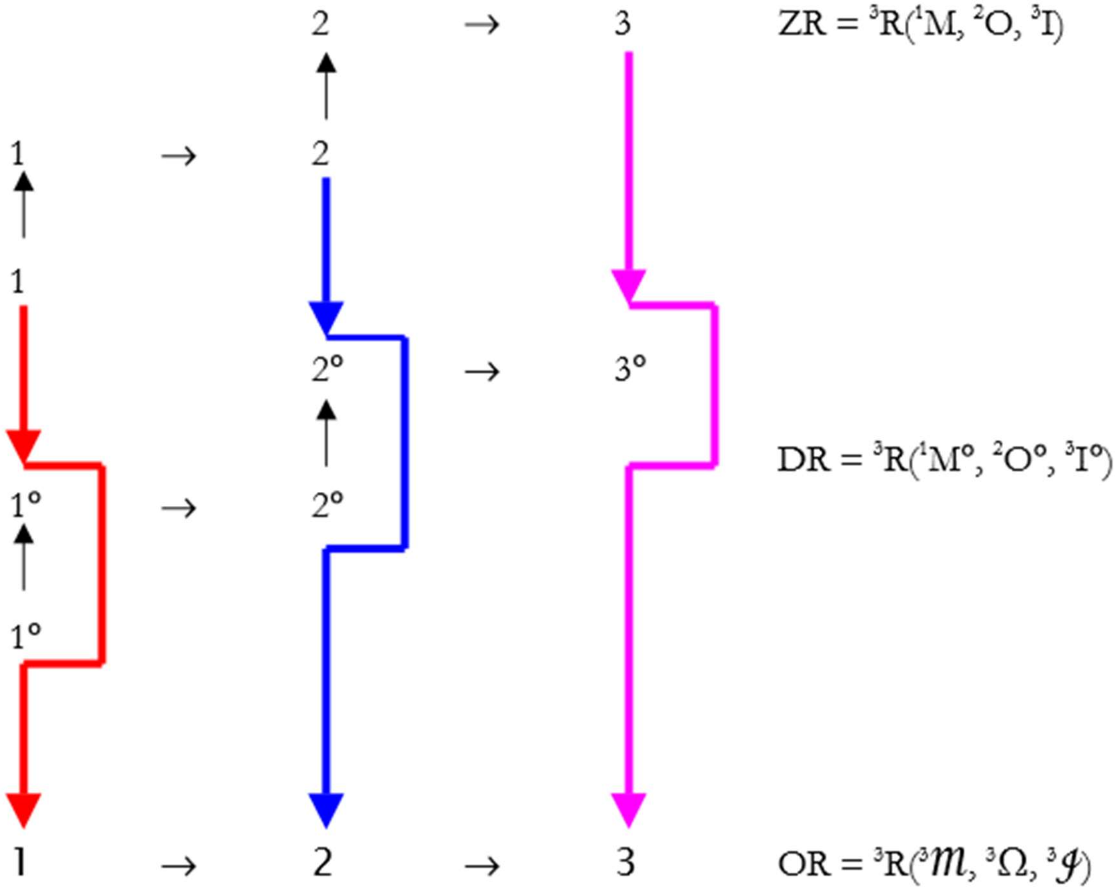
$$\begin{array}{lll} & & (2 \rightarrow 3) \\ & & \uparrow \\ & (1 \rightarrow 2) & \\ & \uparrow & \\ 1 & & \end{array}$$

2. Zusätzlich zu den bekanntesten Kombinationen von semiotischen Objekten – den Zeichenobjekten sowie Objektzeichen – kann man 5 weitere Typen von ordi-kardinaler sowie kardi-ordinaler Charakteristik bilden, deren Ordnungsschemata hier aufgezeigt werden:

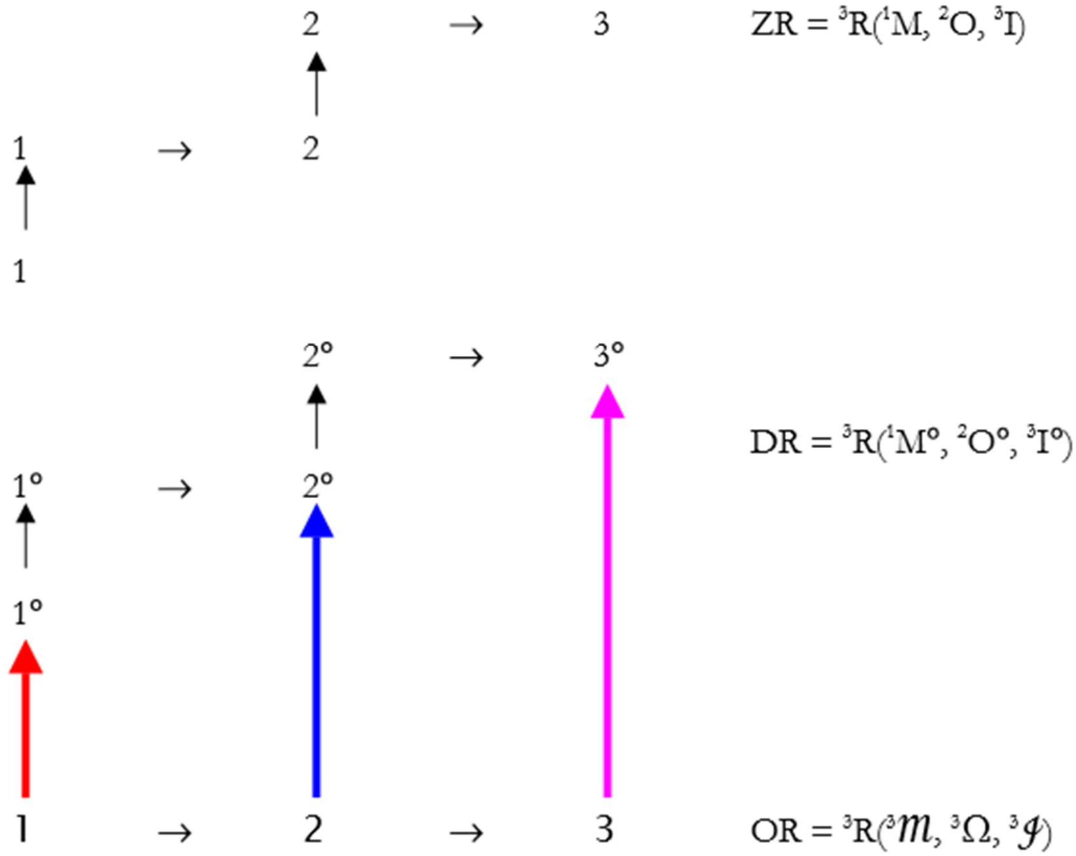
2.1. $ZO = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{I}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{I}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{M_1, \ldots, M_n\}, \{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}>, <\{O_1, \ldots, O_n\}, \{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}>, <\{I_1, \ldots, I_n\}>\}, \{\mathcal{I}_1, \ldots, \mathcal{I}_n\} >\}$



2.2. $OZ = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}, \{M_1, \ldots, M_n\}>, <\{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}, \{O_1, \ldots, O_n\}>, <\{\mathcal{J}_1, \ldots, \mathcal{J}_n\}, \{I_1, \ldots, I_n\}>\}$



2.3. $OK = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},$
$\{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}\}, <\{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}, \{M^{\circ}{}_1, \ldots, M^{\circ}{}_n\}>,$
$<\{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}, \{O^{\circ}{}_1, \ldots, O^{\circ}{}_n\}>, <\{\mathcal{J}_1, \ldots, \mathcal{J}_n\}, \{I^{\circ}{}_1, \ldots, I^{\circ}{}_n\}>\}$

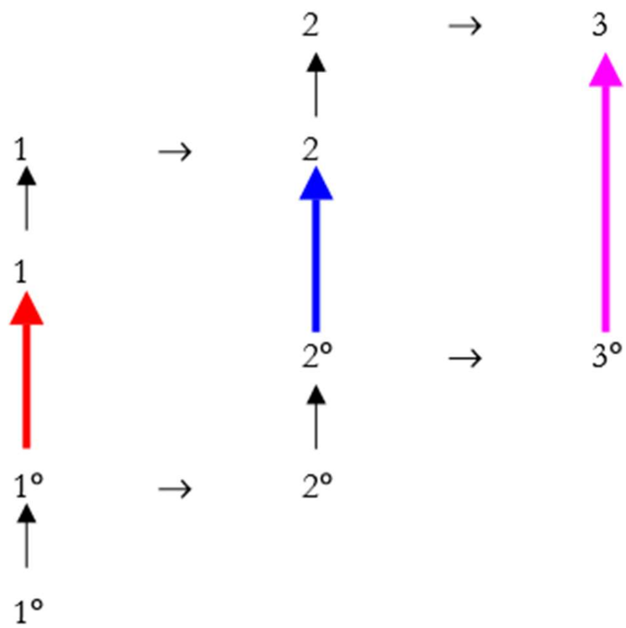


2.4. $KO = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},$
$\{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{M^{\circ}{}_1, \ldots, M^{\circ}{}_n\}, \{\mathcal{M}_1, \ldots, \mathcal{M}_n\}>,$
$<\{O^{\circ}{}_1, \ldots, O^{\circ}{}_n\}, \{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\}>, <\{I^{\circ}{}_1, \ldots, I^{\circ}{}_n\}, \{\mathcal{J}_1, \ldots, \mathcal{J}_n\}>\}$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 2 & \rightarrow & 3 & & ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I) \\
 & & \uparrow & & & & \\
1 & \rightarrow & 2 & & & & \\
\uparrow & & & & & & \\
1 & & & & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 2^{\circ} & \rightarrow & 3^{\circ} & & \\
 & & \uparrow & & \downarrow & & DR = {}^3R({}^1M^{\circ}, {}^2O^{\circ}, {}^3I^{\circ}) \\
1^{\circ} & \rightarrow & 2^{\circ} & & \downarrow & & \\
\uparrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
1^{\circ} & & \downarrow & & \downarrow & & \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
1 & \rightarrow & 2 & \rightarrow & 3 & & OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})
\end{array}$$

2.5. $KZ = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}\}, <\{M^{\circ}{}_1, \ldots, M^{\circ}{}_n\}, \{M_1, \ldots, M_n\}>, <\{O^{\circ}{}_1, \ldots, O^{\circ}{}_n\}, \{O_1, \ldots, O_n\}>, <\{I^{\circ}{}_1, \ldots, I^{\circ}{}_n\}, \{I_1, \ldots, I_n\}>\}$



$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I)$

$DR = {}^3R({}^1M^{\circ}, {}^2O^{\circ}, {}^3I^{\circ})$

1 → 2 → 3 $OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})$

2.6. $ZK = \{\{\{\{<\{\mathcal{M}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}{}^{\circ}\}>\}\},\{\{<\{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}, \{\{<\{\mathcal{J}_{(.)\varepsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}{}^{\circ}\}>\}\}\}, <\{M_1, \dots, M_n\}, \{M^{\circ}{}_1, \dots, M^{\circ}{}_n\}>, <\{O_1, \dots, O_n\}, \{O^{\circ}{}_1, \dots, O^{\circ}{}_n\}>, <\{I_1, \dots, I_n\}, \{I^{\circ}{}_1, \dots, I^{\circ}{}_n\}>\}$

$$
\begin{tikzcd}
 & 2 \arrow[r] & 3 \arrow[ddd] \\
1 \arrow[r] & 2 \arrow[u] \arrow[dd] & \\
1 \arrow[u] \arrow[dd] & & \\
 & 2^{\circ} \arrow[r] & 3^{\circ} \\
1^{\circ} \arrow[r] & 2^{\circ} \arrow[u] & \\
1^{\circ} \arrow[u] & &
\end{tikzcd}
$$

$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I)$

$DR = {}^3R({}^1M^{\circ}, {}^2O^{\circ}, {}^3I^{\circ})$

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ $\qquad OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})$

Geht man statt von OR und ZR von weiteren Zeichenrelationen aus (vgl. Toth 2009c), ergeben sich natürlich modifizierte oder ganz neue Resultate.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, 2. Versuch durch den Spiegel. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Zeichenrelationen mit fehlenden Relata In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics , 2009c

Zur Bildung von Dualsystemen über der großen semiotischen Matrix

1. Die von Bense (1975, S. 105) eingeführte große semiotische Matrix besteht nicht wie die entsprechende kleine Matrix aus dyadischen Subrelationen in der Form kartesischer Produkte von Primzeichen, sondern aus solchen von wiederum dyadischen Subzeichen, d.h. die Matrixeinträge haben die Form

(a.b) × (c.d) = ((a.b), (c.d)).

Es gibt somit 9 mal 9 = 81 dyadische Subrelationen, die selbst wiederum Paare von Subrelationen sind. Damit stellt sich die Frage nach den semiotischen Relationen zwischen diese Paaren von Dyaden. Je nachdem, ob a = c oder a ≠ c und ob b = d oder b ≠ d sind, gibt es jeweils genau 5 Möglichkeiten

(a.b) = (c.d)

(a.b) < (c.d)

(a.b) > (c.d)

(a.b) ← (c.d)

(a.b) → (d.d),

wobei die Symbole < und > für Selektions- und die Symbole ← und → für Zuordnungsoperationen stehen (vgl. Toth 2008, S. 12 ff.).

2. Die in der Stuttgarter Schule immer wieder diskutierte Frage nach der Bildung von Zeichenklassen (vgl. bes. Steffen 1981, S. 8 ff.) über der großen Matrix kann auf die 5 Arten semiotischer Relationen zurückgeführt werden, die innerhalb der erweiterten, d.h. über der großen Matrix gebildeten Dualsysteme bestehen. Hier sind v.a. drei grundsätzliche Möglichkeiten zu erwähnen.

2.1. Man läßt sowohl generative als auch degenerative semiosische Prozesse innerhalb der Dyaden-Paare zu. Damit werden also Relationen der Form

((a.b), (c.d)) mit c < a

((a.b), (c.d) mit d > b

zugelassen.

2.2. Man überträgt die inklusive semiosische Ordung, wie sie zwischen den Primzeichen ihrer kartesischen Produkte, d.h. den über der kleinen Matrix gebildeten Subrelationen bestehen, auf die Ordnung zwischen den Paaren von Subrelationen, die über der großen Matrix gebildet werden. Dann folgt automatisch

((a.b), (c.d)) mit $a < d$ und $d \geqq c$.

2.3. Viel größere Konsequenzen als diejenigen eines Kompromisses zwischen den beiden Möglichkeiten 2.1. und 2.2. stellen die beiden Bedingungen

((a.b), (c.d)) mit $a = c$ und $b <=> d$

dar, denn hieraus folgt sofort, daß jedes Paar von Subrelationen aus einer Subrelation besteht, die thematisiert wird und einer, die thematisiert, d.h. wir bekommen dann thematische relationale bzw. ordnungstheoretische Strukturen, die von den durch die Realitätsthematiken präsentierten entitätischen Realitäten der über der kleinen Matrix gebildeten Dualsysteme bekannt sind, d.h. bivalente Strukturen innerhalb triadisch-trichotomischer Relationen. Daraus folgt weiter, daß in einem Dualsystem der Form

$$\begin{aligned} DS = {} & (((a.b), (c.d)), ((e.f), (g.h)), ((i.j), (k.l))) \\ & \times (((l.k), (j.i)), ((h.g), (f.e)), ((d.c), (b.a))) \end{aligned}$$

die Teilklasse

$$DS_{tn} = ((c.d), (g.h), (k.l)) \times ((l.k), (h.g), (d.c))$$

vollständig in die Teilklasse

$$DS_{tt} = ((a.b), (e.f), (i.j)) \times ((j.i), (f.e), (b.a))$$

eingebettet ist. Anders ausgedrückt, wenn

$$DS = ((a \leftarrow b), (c \leftarrow d), (e \leftarrow f))$$

gilt, dann gilt weiter

$(b, d, f) \subset (a, c, e)$.

Informell ausgedrückt, bedeutet also der Übergang von den über der kleinen Matrix gebildeten Dualsystemen zu den erweiterten, über der großen Matrix gebildeten die Erzeugung von bivalenten Thematisationsordnungen durch Übertragung der Verschachtelungsstruktur von den Trichotomien auf die Triaden. Bereits Bense (1979, S. 53, 67) hatte ja als kategorietheoretische Definition der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

vorgeschlagen, d.h. für die Subrelationen von ZR gilt damit

$ZR = (1 \subset ((1 \subset 2) \rightarrow (1 \subset 2 \subset 3)))$.

Abschließend seien zur Illustration die Erweiterungen der 1. Haupt-Zeichenklasse Zkl = (3.1, 2.1, 1.1) gegeben

((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.1))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.2))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.1), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.2), (1.1, 1.2))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.1), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.2))

((3.1, 3.2), (2.1, 2.2), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.2), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3))

((3.1, 3.3), (2.1, 2.3), (1.1, 1.3)).

Da jede Zeichenklasse sowohl als thematisierte als auch als thematisierende auftreten kann, bekommt also jede der 10 über der kleinen Matrix gebildeten regulären Zeichenklassen eine 10fache Ausdifferenzierung, d.h. wir bekommen eine Gesamtzahl von 100 erweiterten semiotischen Dualsystemen, wenn wir uns für die Möglichkeit 2.3 entscheiden. Diese 100 semiotischen Dualsysteme sind natürlich eine relativ geringe Teilmenge der 2 mal 729 über Paaren von Subrelationen in erweiterten triadisch-trichotomischen Dualsystemen konstruierbaren Repräsentationsschemata, vergleichbar mit der Teilmenge der 10 regulären (Peirceschen) Repräsentationsschemata als Teilmenge der maximalen Anzahl von 27 über der kleinen Matrix herstellbaren Dualsysteme.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Steffen, Werner, Zum semiotischen Aufbau ästhetischer Zustände von Bildwerken. Diss. Stuttgart 1981

Metaobjektivation als Vermittlung von objektaler Konkatenation und semiotischer Superposition

1. Der Begriff der semiotischen (algebraischen) "Superposition" ist – ebenso wie das Thema des vorliegenden Aufsatzes als ganzem – einer ausgezeichneten Arbeit Rudolf Kaehrs entliehen (vgl. Kaehr 2012). In der genannten Arbeit bespricht Kaehr einige fundamentale Defintionen meiner sog. Objekttheorie. Diese ist der immer dringender zu spürenden Notwendigkeit entsprungen, mit der von Bense (1975, S. 64 ff.) gemachten Unterscheidung zwischen "ontischem" und "semiotischem Raum" Ernst zu machen und die Bedingungen für die von Bense (1967, S. 9) als "Metaobjektivation" bezeichnete Zeichengenese im ontischen Raum bzw. in der Abbildung des ontischen auf den semiotischen Raum zu suchen, d.h. der Semiotik als Zeichentheorie eine umfassende Ontik als Objekttheorie gegenüberzustellen.

2.1. Wie bekannt (vgl. Toth 2012), ist die sog. Objektrelation eine triadische Relation über drei linear geordneten triadischen Relata

$\Omega^3 = (\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{I}^3)$,

denn die Nicht-Verschachteltheit dieser Relata wird verlangt durch ein Axiom Benses, das ich den "Satz über das triadische Objekt" nennen möchte: "Wenn mit Peirce ein Zeichen ein beliebiges Etwas ist, das dadurch zum Zeichen erklärt wird, daß es eine triadische Relation über M, O und I eingeht, so ist zwar das Zeichen als solches eine triadische Relation, aber der Zeichenträger ein triadisches Objekt, ein Etwas, das sich auf drei Objekte (M, O, I) bezieht" (Bense ap. Bense/Walther 1973, S. 71). Da nun für jeden Zeichenträger $\mathfrak{T}$

$\mathfrak{T} \subset \Omega^3$

gilt, folgen die drei Möglichkeiten

$\mathfrak{T} \subset \mathfrak{M}^3$

$\mathfrak{T} \subset \mathfrak{O}^3$

$\mathfrak{T} \subset \mathfrak{I}^3$.

2.2. In einer auf der klassischen aristotelischen Logik gegründeten Semiotik (die von Kaehr in der genannten sowie in zahlreichen weiteren Schriften m.E. zurecht kritisiert wird) können wir somit ein elementares System, bestehend aus Zeichen und Objekt, konstruieren. (Da dieses System den klassischen Dichotomien folgt, nimmt also das Zeichen in ihm die Rolle des Subjektes ein.) Wir haben somit

$U(\Omega^3) = Z^3$

und

$U(Z^3) = \Omega^3$.

Nun ist aber nach Bense (1979, S. 53 u. 67)

$Z^3 = (M^1, (O^2, (I^3))$,

und somit bekommen wir

$U(M^1) = O^2$

$U(O^2) = I^3$

sowie wegen der durch Benses semiotische Graphentheorie (vgl. bes. Bense 1971, S. 33 ff. u. 81) definierten Zyklizitätsbedingung

$U(I^3) = M^1$.

Der große Vorteil des hier skizzierten Verfahrens ist also, daß der von Kaehr (a.a.O.) - wiederum zurecht – kritisierte axiomatische "Parallelismus" in der systemtheoretischen Definition von Zeichen und Objekt nun aus unabhängigen Prämissen folgt, nämlich aus den beiden erwähnten Sätzen Benses, dem "Satz über das triadische Objekt" und der semiotischen Zyklizitätsbedingung.

2.3. Damit sind aber bereits soweit, daß wir die von Kaehr anvisierte Vermittlung der linear konkatenierten Objektrelation Ω^3 und der nicht-linear verschachtelten Zeichenrelation Z^3 formal bewältigen können. Aus $U(\Omega^3) = Z^3$ und $U(Z^3) = \Omega^3$ folgt sofort

$U(\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{I}^3) = (M^1, (O^2, (I^3))$

und

$U((M^1, (O^2, (I^3))) = (\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{I}^3)$.

Durch Einsetzen bekommen wir

1. $U(\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{I}^3) = (U(I^3), (U(M^1), (U(O^2)))$

2. $U((M^1, (O^2, (I^3))) = (U(\mathfrak{I}^3), U(\mathfrak{M}^3), U(\mathfrak{O}^3))$,

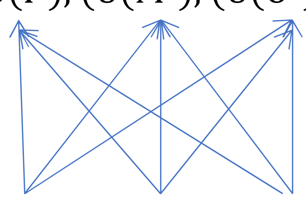
d.h. das Objekt wird nun durch das Zeichen und das Zeichen wird durch das Objekt definiert. Somit erscheint nun auch die z.B. von Georg Klaus und Albert Menne axiomatisch festgesetzte Objekt-Zeichen-Isomorphie als Folge der beiden Sätze Benses!

Wegen Benses Satz über das triadische Objekt kann die Metaobjektivation nicht in einer gliedweisen Abbildung der Objekt- auf die Zeichenrelation vonstatten gehen. (Da das Objekt durch das Zeichen definiert wird, würde dies ohnehin die Entfernung der Verschachtelung, d.h. die Herstellung einer linearen Zeichenrelation, i.a.W. einen vollkommenen Unsinn, erfordern!). Für die allgemeine Form der Metaobjektivation

$\Omega \rightarrow Z = (U(I^3), (U(M^1), (U(O^2))) \rightarrow (U(\mathfrak{I}^3), U(\mathfrak{M}^3), U(\mathfrak{O}^3))$

bekommen wir also

$(U(I^3), (U(M^1), (U(O^2)))$



$(U(\mathfrak{I}^3), U(\mathfrak{M}^3), U(\mathfrak{O}^3))$.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In: Thinkartlab, 12.4.2012

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zur Semiotik der Zahl

1. Nach Bense (1981, S. 27) ist der Zahlbegriff semiotisch dadurch repräsentiert, daß die Erstheit der Kardinalität, die Zweitheit der Ordinalität und die Drittheit der Relationalität korrespondiert. Ferner ist nach Bense (1992) die eigenreale Zeichenklasse nicht nur das Repräsentationsschema des Zeichens an sich, sondern auch der Zahl.

2. Wir schlagen hier eine ergänzende Konzeption vor und weisen der Erstheit die algebraische Zahl im Sinne der Möglichkeit, Platzhalter für Zahlen zu verwenden, der Zweitheit die arithmetische Zahl im Sinne der „Zählzahl", d.h. unter Voraussetzung der Unterscheidung von Zählendem und Gezähltem, und der Drittheit die bereits von Bense (1981, S. 27) erwähnte, aber weiter nicht spezifizierte „relationale" Zahl zu. Es dürfte sich von selbst verstehen, daß mein Werk, das nur Facetten des großen Themas „Zeichen und Zahl" bzw. „Zahl und Zeichen" präsentiert, schon deswegen die relationale Zahl voraussetzt, weil ohne sie nach Bense die Zahl überhaupt nicht im Sinne des Peirceschen Zeichens, d.h. als triadische Relation, repräsentierbar ist.

3. Nun ist aber das Peircesche Zeichen nach Bense (1979, S. 53) nicht eine lineare Relation, sondern eine nicht-lineare „Relation über Relationen", in der die Zweitheit in der Drittheit und die Erstheit sowohl in der Zweitheit als auch in der Drittheit eingeschlossen ist:

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

d.h. man kann jederzeit durch Setzung von

$ZR = 3$

wie folgt einsetzen

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))))$

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))))))))$

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))))))))),$

usw.

Das bedeutet also, daß sich das Zeichen qua Drittheit selbst enthält. Dies ist nichts anderes als das von Bense (1976, S. 163) so genannte „Prinzip der katalytischen und autoreflexiven Selbstreproduzierbarkeit der Zeichen".

Während also durch die dyadische Semiose

$(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2))$

die Zahl als Übergang von der Identität von Repräsentant und Präsentant (Bense 1975, S. 171) zu deren Unterscheidung, d.h. zur Emergenz der Differenzierung von Zählendem und Gezähltem, eingeführt wird, wobei dieser Unterschied immer noch innerhalb des quantitativ fungierenden Objektbezugs verbleibt, erscheint die Qualität im Sinne der Vermittlung von Zählendem und Gezähltem, d.h. der Unterscheidung verschiedener gezählter Objekte erst mit der triadischen Semiose

$((1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2)) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)),$

d.h. Qualität der Zahl ist nichts anderes als die kontextuelle Vermittlung von Zahl und Gezähltem. In anderen Worten: Das Prinzip der katalytischen und autoreflexiven Selbstreproduzierbarkeit der Zeichen bewirkt einerseits die Nicht-Linearität und damit die relationale Verschachtelung der Zeichenrelation, andererseits jedoch die Einbettung des quantitativen in einen qualitativen Zahlbegriff. Die beiden Hauptabbildungen im voranstehenden Schema, das man vereinfacht als

$ZR = (1 \rightarrow (2 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

notieren könnte, sind selber qualitativ verschieden: Die erste Abbildung, d.h. der Übergang von der Erstheit zur Zweitheit, ist die bloße Zuordnung eines Mittels zu einem Objekt, d.h. die Bezeichnungsoperation. Dagegen beinhaltet die zweite Abbildung, d.h. der Übergang von von der Bezeichnungsfunktion zur Drittheit des Zeichens selbst, d.h. die Bedeutungsfunktion, mit der kontextuellen Einbettung des bezeichneten Objekts in einen Interpretantenzsuammenhang gleichzeitig die Qualifizierung der quantitativen Referentialität zwischen Zeichen und Objekt. Am Ende wird also die Referentialität kontextualisiert, und dadurch entsteht erst Qualität.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

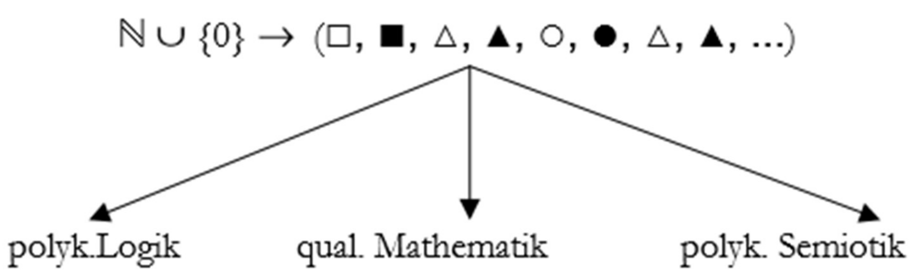
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität des Zeichens. Baden-Baden 1992

Qualitative semiotische Zahlentheorie I

1. Die Idee, die Semiotik und die polykontexturale Logik zu einem einheitlichen Modell zusammenzubauen, stammt von Kronthaler (1992). Ich selber habe seit 1992, vor allem aber gegen Ende der 90er Jahre, versucht, diese „Hochzeit von Semiotik und Struktur" anzubahnen. So heisst auch mein 2003 erschienenes Buch, in der ich zu der mich selbst verblüffenden Lösung gekommen war, es genüge im Prinzip, die natürlichen Zahlen zuzüglich der Null zu nehmen und sie auf Keno-Strukturen abzubilden. Auf diese Weise würde man entsprechend der polykontexturalen aus der monokontexturalen Logik und der qualitativen aus der quantitativen Mathematik eine „polykontexturale Semiotik" aus der „monokontexturalen Semiotik" bekommen:



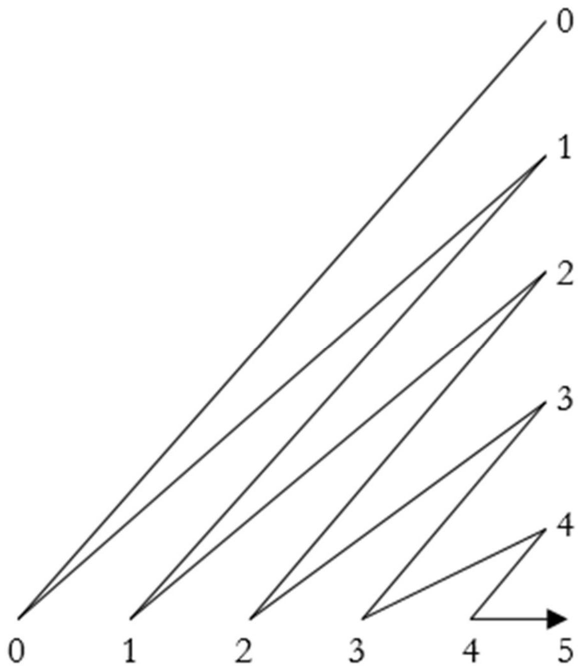
Viel weiter sind aber weder Kronthaler noch ich später gekommen. Gewaltige Durchbrüche brachten erst 2008 Rudolf Kaehrs Kontexturierung der Primzeichenrelation (und der semiotischen Matrix), die Verankerung semiotischer Systeme (Kaehr 2009a) sowie die Einführung semiotischer Morphogramme (Kaehr 2009b).

2. Wie ich in diesem Aufsatz zeigen werde, sind wir aber damit noch nicht fertig, denn es fehlt das Herzstück der qualitativen Mathematik: die Unterscheidung qualitativer Zahlen in Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen. Wie bekannt, zeichnen sich die Peano-Zahlen durch ihre Linearität aus, d.h. wir haben

$\sigma(n) = (n+1)$

$\alpha(n) = (n-1)$.

Wie bereits Günther (1979 [1971], S. 261) dargestellt hatte, sind qualitative Zahlen dagegen „tabular“:



In Toth (2009) und weiteren Arbeiten hatte ich zudem gezeigt, dass bei Peirce-Zahlen zwischen triadischen (td) und trichotomischen (tt) unterschieden werden muss

$tdP = (A \subset ((A \subset B) \subset C)$
$ttP = (a \subseteq b \subseteq c)$,

und dass die Nachfolger- und Vorgängerrelationen bei diagonalen Relationen unbestimmt ist:

$$\begin{tikzcd}
1.1 \arrow[r] \arrow[d] & 1.2 \arrow[r] \arrow[d] & 1.3 \arrow[d] \\
2.1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[ur, leftrightarrow] & 2.3 \arrow[d] \\
3.1 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.2 \arrow[r] \arrow[ur, leftrightarrow] & 3.3
\end{tikzcd}$$

So ist also z.B. wegen triadischem $1 < 2$ $(1.2) = \alpha(2.1)$, aber wegen trichotomischem $2 > 1$ gilt enfalls $(1.2) = \sigma(2.1)$, und umgekehrt. D.h. das Vorgänger- und Nachfolgersystem ist bei Peirce-Zahlen noch einiges komplizierter als bei qualitativen Zahlen. Wegen der Möglichkeit der Gleichheit ist es fermer umöglich, trichotomische Peircezahlen als eindeutige Nachfolger oder Vorgänger zu bestimmen.

3. Man muss sich an dieser Stelle auch ernsthaft fragen, wie man eine triadische Relation über angeblich einer monadischen, einer dyadischen sowie einer triadischen, aber tatsächlich über drei dyadischen Relationen (den Subzeichen) wirklich auflöst, wenn man sie als polykontexturales n-Tupel vermöge

$\mathbb{N} \cup \{0\} \rightarrow$ (□, ■, △, ▲, ○, ●, △, ▲, ...)

schreibt. Konkret gesagt: Wie bildet man etwa die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) auf eine Kenosequenz ab? Indem man quasi Paare von Kenos für die Dyaden nimmt? Das ist offensichtlicher Unsinn. Dann aber bleibt nur eine Lösung: Man verabschiedet sich von den Trichotomien. Ich weise ausdrücklich darauf hin, dass kartesische Produkte aus Primzeichen, Subzeichen genannt, innersemiotisch unmotiviert und wohl unmotivierbar sind. Warum ist etwa ein Icon (2.1) eine „Erstheit der Zweitheit“? Nach der Peirceschen Basis-Triade wäre der Icon somit eine „Qualität der Quantität“. Als Modell aber ist er z.B. ein Bild (vgl. Walther 1979, S. 63). Warum also ist ein Bild oder Abbild eine „Qualität der Quantität“? Genauso gut könnte man das Icon mit „1“, den Index mit „2“ und das Symbol mit „3“ – oder mit irgendwelchen Phantasiezahlen – kennzeichnen. Wir sollten auch nicht vergessen, dass es in polykontexturalen Systemen keine kartesischen Produkte geben kann, denn diese setzten den Gruppenbegriff voraus, und die Mathematik der Qualität stellt nicht einmal ein Gruppoid dar! Es ist somit Unsinn, die Trichotomien zu behalten. Sie dürfte das bisherige Haupthindernis gewesen sein, welches die Abbildung von Zeichen aus Kenogrammstrukturen verhinderten.

Damit werden also aus triadischen nun hexadische Relationen:

(3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (312111)

(3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (312112)

(3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (312113)

Damit haben wir gleich ein anderes bisheriges Hindernis aus dem Weg geräumt: die triadische Verschachtelung, wonach die Erstheit in der Zweitheit und beide in der Drittheit „involviert“ seien (Bense 1979, S. 53, 67). Das Zeichen ist somit nun eine gewöhnliche Menge bzw. Relation und keine metarelationale Menge oder meta-mengentheoretische Relation mehr (vgl. die sehr berechtigte Kritik Kaehrs in Kaehr 2009c).

4. Nach diesen Vorbereitungen im Anschluss an Toth (2003) sind wir nun bereit, die einzelnen Schritte von den Peano-Zahlen mit Qualitätssprung zunächst zu den Proto-Zahlen und hernach zu den Deutero- und den Trito-Zahlen, wie sie Kronthaler (1986, S. 16) aufgezeigt hatte, auch anhand der Zeichen, nunmehr aufgefasst als hexadische Relationen, zu vollziehen.

4.1. Wert-Abstraktion des Zeichens

$$\left.\begin{array}{lcl}
(3.1\ 2.1\ 1.1) & \rightarrow & (abcbbb) \\
(3.1\ 2.1\ 1.2) & \rightarrow & (abcbbc) \\
(3.1\ 2.1\ 1.3) & \rightarrow & (abcbba) \\
(3.1\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (abccbc) \\
(3.1\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (abccba) \\
(3.1\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (abcaba) \\
(3.2\ 2.2\ 1.2) & \rightarrow & (acccbc) \\
(3.2\ 2.2\ 1.3) & \rightarrow & (acccba) \\
(3.2\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (accaba) \\
(3.3\ 2.3\ 1.3) & \rightarrow & (aacaba)
\end{array}\right\}\quad \text{semiotische Trito-Struktur}$$

4.2. Positions-Abstraktion des Zeichens

(abcbbb) → (abbbbc)
(abcbbc) → (abbbcc)
(abcbba) → (aabbbc)
(abccbc) → (abbccc)
(abccba) → (aabbcc)
(abcaba) → (aaabbc)
(acccbc) → (abcccc)
(acccba) → (aabccc)
(accaba) → (aaabcc)
(aacaba) → (aaaabc)

semiotische Deutero-Struktur

4.3. Iterations-Abstraktion

(abbbbc)
(abbbcc)
(aabbbc)
(abbccc)
(aabbcc)
(aaabbc)
(abcccc)
(aabccc)
(aaabcc)
(aaaabc)

→ (abc)

semiotische Proto-Struktur

5.1. Wert-Belegung der Proto-Zeichen

(abc) $\rightarrow$ (123) $\cong$ (132) $\cong$ (213) $\cong$ (231) $\cong$ (321) $\cong$ (312)

(Zum Normalform-Operator vgl. Kronthaler 1986, S. 39.)

5.2. Wert-Belegung der Deutero-Zeichen

(abbbbc) $\rightarrow$ (122223) $\cong$ (133332) $\cong$ (211113) $\cong$ (233331) $\cong$ ...

(abbbcc) $\rightarrow$ (122233) do.

(aabbbc) $\rightarrow$ (112223) do.

(abbccc) $\rightarrow$ (122333) do.

(aabbcc) $\rightarrow$ (112233) do.

(aaabbc) $\rightarrow$ (111223) do.

(abcccc) $\rightarrow$ (123333) do.

(aabccc) $\rightarrow$ (112333) do.

(aaabcc) $\rightarrow$ (111233) do.

(aaaabc) $\rightarrow$ (111123) do.

5.3. Wert-Belegung der Trito-Zeichen

(abcbbb) $\rightarrow$ (123222) $\cong$ (132333) $\cong$ (213222) $\cong$ (232333) $\cong$ ...

(abcbbc) $\rightarrow$ (123223) do.

(abcbba) $\rightarrow$ (123221) do.

(abccbc) $\rightarrow$ (123323) do.

(abccba) $\rightarrow$ (123321) do.

(abcaba) $\rightarrow$ (123121) do.

(acccbc) $\rightarrow$ (133323) do.

(acccba) $\rightarrow$ (133321) do.

(accaba) $\rightarrow$ (133121) do.

(aacaba) $\rightarrow$ (113121) do.

6.1. Reihenfolge der Proto-Zeichen

(123)

6.2. Reihenfolge der Deutero-Zeichen

(111123)

(111223)

(111233)

(112223)

(112233)

(112333)

(122223)

(122233)

(122333)

(123333)

6.3. Reihenfolge der Trito-Zeichen

(113121)

(123121)

(123221)

(123222)

(123223)

(123321)

(123323)

(133121)

(133321)

(133323)

7. Morphogramme

7.1. Morphogramm für Proto-Zeichen

In der hexadischen Semiotik gibt es nur ein Proto-Zeichen, und dieses erscheint in der Kontextur K = 4:

0123

Wir wollen an dieser Stelle exemplarisch, d.h. praemissis praemittendis auch für die nachfolgenden Abschnitte über Deutero- und Trito-Zeichen, zeigen, wie man die Maximalanforderungen der durch die abstrakte qualitative Zahlentheorie vorausgesagten Menge an Morphogrammen erfüllen könnte. Da das Morphogramm 0123 nur eines von 4 möglichen Morphogrammen der Proto-Zahlen ist, sehen die übrigens 3 Morphogramme wie folgt aus.

0000 $\rightarrow$ (1111), (2222), (3333), (4444)

0001 $\rightarrow$ (1112), (1113), ..., (2221), (2223), ..., (3334), ..., (4443)

0012 $\rightarrow$ (1123), ...

0123 $\rightarrow$ (1234)

Triadische Zeichenklassen als Fragmente tetradischer werden also nur über 0012 konstruiert. Und hier ist man im Grunde frei, ob man 1123 z.B. als (3.a 2.b 1.c 1.d) oder als (3.2 1.1), d.h. als Dyaden-Paar wie in der monokontexturalen Semiotik, interpretiert. Jedenfalls sieht man bereits anhand der Proto-Primzeichen-Relation, dass triadische Semiotiken stets Fragmente tetradischer Semiotiken sind (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

7.2. Morphogramme für Deutero-Zeichen

Da wir von einer hexadischen Semiotik ausgehen, benöltigen wir K = 7, um die Morphogramme der Deutero- und der Trito-Zeichen darzustellen.

0111123

0111223

0111233

0112223

0112233

0112333

0122223

0122233

0122333

0123333

7.3. Morphogramme für Trito-Zeichen

0113121

0123121

0123221

0123222

0123223

0123321

0123323

0133121

0133321

0133323

8. Vergleich der Basis-Morphogramme und der semiotischen Morphogramme

8.1. Proto-Zahlen und Proto-Zeichen

1 0

2 00

01

3 000

001

012

4 0000

0001

0012

0123 0123

5 00000

00001

00012

00123

01234

6 000000

000001

000012

000123

001234

012345

7 0000000

0000001

0000012

0000123

0001234

0012345

0123456

8.2. Deutero-Zahlen und Deutero-Zeichen

1 0

2 00

01

3 000

001

012

4 0000

0001

0011

0012

0123

5 00000

00001

00011

00012

00112

00123

01234

6 000000

000001

000011

000012

000111

000112

000123

001122

001123

001234

012345

7 0000000   0111123 $\rightarrow$ 0000000111123 (K = 13)

0000001   0111223 $\rightarrow$ 000000111223 (K = 12)

0000011	0111233 → 00000111233 (K = 11)
0000012	0112223 → 0000112223 (K = 10)
0000111	0112233 → 000112233 (K = 9)
0000112	0112333 → 00112333 (K = 8)
0000123	0122223
0001111	0122233
0001112	0122333
0001123	0123333
0001222	
0001223	
0001234	
0012345	
0123456	

Wenn man also von der unveränderten, d.h. nicht-iterierten und anderswie erweiterten Normalform (vgl. Kronthaler 1986, S. 52 ff.) der Morphogramme ausgeht, muss man die oben markierten als Fragmente aus höheren Kontexturen (bis und mit K = 13) betrachten. Die letzten 4 Monogramme können z.B. als durch Minimierungsoperation (vgl. Kronthaler 1986, S. 38) aus dem letzten regulären Morphogramm von K = 7 erklärt werden.

8.3. Trito-Zahlen und Trito-Zeichen

Die Kontextur K = 7 hat 877 Morphogramme. Ich beschränke mich deshalb hier auf die Angabe der 10 Trito-Zeichen-Morphogramme.

0113121 → 00113121 [?], K = 8

0123121

0123221

0123222

0123223

0123321

0123323

0133121

0133321

0133323

Das erste Morphogramm verweist auf die nächst-höhere Kontextur. Die anderen können hierher gehören, wenn man sich als durch Intra-Operatoren verändert (vgl. Kronthaler 1986, S. 37 ff.) anschaut.

9. Die Anzahl der Morphogramme der Proto-, Deutero- und Trito-Systeme der ersten 7 Kontexturen

K	Proto		Deutero		Trito (Bell-Zahlen)	
	Za.	Zei.	Za.	Zei.	Za.	Zei.
1	1		1		1	
2	2		2		2	
3	3		3		5	
4	4	1	5		15	
5	5		7		52	
6	6		11		203	
7	7		15	10	877	10

Anhand dieser Vergleichtabelle zwischen der Anzahl der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen sowie der entsprechenden Zeichen kann man sich orientieren, was für ein ungeheuer fragmentarisches System die triadische Peircesche Semiotik ist. Wenn man ferner zustimmt, dass manche Deutero- und Trito-Morphogramme selber Fragmente von bis zu 13-kontexturalen qualitativen Zahlensystemen sind, kommt man zu ähnlich erschreckenden Schlussfolgerungen wie denjenigen zur Logik von Gotthard Günther (1980, S. 179 ff.). Und dies alles, nachdem wir für diese Arbeit ja die Trichotomien und die Ordnung der Fundamentalkategorien abgeschafft haben! Es sind damit die folgenden zwei Hauptgründe, die für den Fragmentstatus der Semiotik und ihrer daraus folgenden Unfähigkeit, Wirklichkeit qualitativ-quantitativ bzw. quantitativ-qualitativ zu beschreiben, verantwortlich zu machen sind:

1. Das Gesetz der paarweisen Verschiedenheit der Fundamentalkategorien, d.h. ZR = (1, 2, 3) mit 1 ≠ 2, 2 ≠ 3 und 1 ≠ 3.

2. Die Beschränkung auf die Triadizität nach oben und die Beschränkungen auf die Triadizität nach unten, d.h. die Nichtakzeptanz 1- und 2-stelliger Relationen, als zeichenhaft sowie die falsche Behauptung, alle n-adische Relationen könnten auf 3-adische reduziert werden (vgl. Toth 2008, S. 713 ff.).

Möglicherweise ist die Beschränkung 1 sogar dafür verantwortlich, dass man den Grossteil der Deutero-Morphogramme erst in 13 Kontexturen beschreiben kann. Wenn man vor allem die Beschränkung 1 aufhebt, erhält man zwar keine Zeichenklassen der bisher bekannten Formen mehr, aber einen Strukturreichtum bis 877 semiotischen Trito-Zahlen (Morphogrammen), also bedeutend mehr als die maximale Anzahl von 3^3 = 27 triadischen Zeichenklassen. Zusammenfassend müssen wir also für eine polykontexturale Semiotik die folgenden Limitationen aufheben:

1. Die Verschachtelung, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation

2. Die Trichotomien als angebliche Untergliederungen oder „Feinbezüge“ der Triaden (und damit die differenten Ordnungen der triadischen und der trichotomischen Peirce-Zahlen).

3. Die paarweise Verschiedenheit der Kategorien

4. Die beiderseitige Begrenzung auf triadische Relationen. Die n-adizität semiotischer Relationen muss umgekehrt sogar aus der Anzahl der jeweils benötigten Kontexturen folgen, d.h. prinzipiell als variabel eingeführt werden.

Eine solche m-kontexturale n-adische Semiotik wird die Peircesche Semiotik natürlich als Spezialfall enthalten, als unbedeutenden.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-1980

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Category of glue II. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html (2009a)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of Signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009b)

Kaehr Rudolf, Luhmann's secret diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Luhmanns%20Diamonds/Luhmanns%20Diamonds.pdf (2009c)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Qualitative semiotische Zahlentheorie II

1. In Toth (2009b) sind wir von den Peirceschen triadischen Zeichenklassen ausgegangen und haben sie mittels Wert-, Positions- und Iterationsabstraktion auf ihre Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen zurückgeführt. Erwartungsgemäss war das Ergebnis nicht die Menge der qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen, wie sie z.B. bei Kronthaler (1986, S. 33 f.) aufscheinen, sondern die Menge der dergestalt dreifach reduzierten Zeichenklassen ist einerseits nur ein kleines Fragment der qualitativen Zahlen, geht anderseits aber bereits stark über die qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen hinaus. Bei unserem Vorgehen der dreifachen Reduktion von Zeichenklassen hatten wir ja auch nur die Trichotomischen Triaden aufgehoben und also die aus Dyaden zusammengesetzten triadischen Relationen als Hexaden behandelt, aber die übrigen Peirceschen Limitationstheoreme waren bestehen geblieben. Es sind die folgenden:

1. Die paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien:

   ZR = (1, 2, 3) mit $1 \neq 2$, $2 \neq 3$ und $1 \neq 3$.

2. Die Verschachtelung der triadischen Relation, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation:

   $ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$.

3. Die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten:

   $ZR = (0, 1, 2, \leftarrow \boxed{3} \rightarrow, 4, 5, 6, ...)$

Im Zusammenhang mit 3. stellt auch sich die Frage nach dem Verhältnis von der Stelligkeit (n-adizität) semiotischer Relationen und der Anzahl benötigter Kontexturen. Obwohl es keine absolute Regel gibt – man kann z.B. eine dyadische Relation wie (12) in einem 10-kontexturalen Morphogramm darstellen: (0000000012), man kann umgekehrt sogar eine enneadische Relation wie (123456789) in einem 2-kontexturalen Morphogramm darstellen: (79), ist es einleuchtend, dass im Idealfall die Anzahl Konturen für eine n-adische Relation minimal n und optimal (n+1) beträgt. Das geht also zusammen mit Kaehrs

Kontexturierung der triadischen Peirceschen Zeichenrelation in K = 3 bzw. K = 4 (Kaehr 2008). Wir formulieren deshalb als 4. aufzuhebendes semiotisches Limitationstheorem:

4. Die Abhängigkeit der Kontexturen von der Stelligkeit der Relation.

2.1. Wenn wir also (1.) die paarweise Verschiedenheit der Relationen aufheben, werden wir Zeichen bekommen, die z.B. kein Mittel, kein Objekt oder keinen Interpretanten haben. Dass es solche Zeichen gibt, darauf wurde schon früher hingewiesen (Toth 2008a, b, c). Es ist sogar so, dass ja die Unterscheidung von Mittel, Objekt und Interpretant eigentlich nur aus der Idee der Triadizität folgt, die seinerseits, wie Günther bei Peirce nachgewiesen hat, in der Trinität gründet (Günther 1978, S. 12). D.h. wäre Peirce also von der vor der christlichen 3-Zahl (Trinität) weltweit verbreiteten 4-Zahl (Quaternität) ausgegangen, die ja bekanntlich auch in der Bibel weit verbreitet ist (die 4 Weltrichtungen, Himmelsgegenden, Paradiesströme, apokalyptischen Reiter, Planeten (Jupiter, Merkur, Mars, Saturn), Sonnenrosse, Gesichter (Ezechiel 1), dann die 4 Haupttugenden, Gliedmassen, Welalter, Jahreszeiten, Tageszeiten, Nachtwachen, Farben des Kartenspiels, usw., vgl. Bischof 1997, S. 200 ff.), dann hätte er notwendig wohl nicht nur eine vierte, sondern vier völlig neue Fundmentalkategorien gebraucht. Tatsächlich gibt es eine solche Semiotik, die nicht einfach eine tetradische Relation aus M, O, I, ? darstellt, sondern durch B(a, l, g, x) definiert ist, worin B die Bedeutungsrelation ist (d.h. die Zeichenrelation wird als Bedeutungsrelation eingeführt), a der Name ist, der in der Sprache l den Gehalt g eines Dinges x formalisiert (Menne 1992, S. 55). Versuchen wir also, die Mennesche tetradische Bedeutungsrelation im Rahmen der Peirce-Semiotik darzustellen! Der Name a ist M, der Mittelbezug, die Sprache l, d.h. ein Repertoire, fehlt bei Peirce. Da M daraus selektiert wird, muss l = {M} sein, wobei wir allerdings $\{M\}_1$ setzen sollten, da es ja mehr als eine Sprache/ein Repertoire gibt und ein M, selektiert aus einem falschen Repertoire, nach Menne die Bedeutungsrelation nicht erfüllt. Damit kommen wir zu g, dem Gehalt eines Dinges x. Dies ist offenbar die Relation zwischen einem realen Objekt und der Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$). Da das reale Objekt bei Peirce nicht vorkommt, wollen wir es mit Ω abkürzen. Damit können wir die Peircesche triadische Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

der Menneschen tetradischen Bedetungsrelation

$BR = (a, l, g, x) = (M, \{M\}_1, ((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega)$

gegenüberstellen. Wie man sogleich erkennt, haben die beiden Zeichenrelationen nicht das geringste miteinander gemeinsam, obwohl wir sie versuchsweise ineinander übersetzt haben. Es wäre eine interessante Aufgabe, einmal zu überlegen, wie viele verschiedene einnander nicht-isomorphe Definitionen von Zeichenrelationen es gibt.

2.2. Wäre also Peirce z.B. von der Menneschen tetradischen Relation ausgegangen, hätte er wegen $a \in l$ nicht mit paarweiser Verschiedenheit von Kategorien operieren können, davon abgesehen, dass weder a noch l sensu stricto Kategorien sind, genauso wenig wie ein Lemma in einem Wörterbuch einer bestimmten Sprache und das Wörterbuch selbst als Kategorien bezeichnet werden können. Schwieriger ist es bei g und x. Wenn man diese komplexe Relation in diejenige von Peirce übersetzt, d.h. $((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega)$, dann ergibt sich ein Bezug zwischen O und Ω, die zwar als Kategorien – O ist eine semiotische und Ω ist ihre korrespondierende ontologische Kategorie -, aber sonst keineswegs paarweise verschieden sind, insofern hier ja gerade eine semiotische Relation zwischen dem äusseren (Ω) und dem inneren (O) bezeichneten Objekt, oder Peirceianisch gesprochen: zwischen Objekt und Objektbezug hergestellt wird.

2.3. Ein weiteres Beispiel einer triadischen Relation, die sogar stets mit der Peirceschen Zeichenrelation identifiziert wurde, ist die Kommunikationsrelation KR = (O, M, I), vgl. z.B. Bense (1971, S. 39 ff., 1976, S. 26 f.). Davon abgesehen, dass hier die Reihenfolge der Primzeichen nicht mit der von ZR = (M, O, I) übereinstimmt, ist die Identifikation von O mit dem Expedienten, von I mit dem Rezipienten und von M mit dem Kanal des Kommunikationsschemas gewalttätig. Wie kann ein totes Objektes Information aussenden? Warum ist nicht der Sender ein I1 und der Empfänger ein I2, so wie es jedes Kind erwarten würde, das schon einmal Telephönli gespielt hat? Wie kann ein Mittel als 1-stellige Relation 3-stellige Zeichenfunktion ausüben (so behauptet bei Bense 1976, S. 26 unten)?

2.4. Bei einer weiteren triadischen Zeichenrelation, dem bereits auf Peirce zurückgehenden Kreationsschema (vgl. z.B. Bense 1979, S. 87 ff.), ist nicht nur wiederum die Ordnung der Fundamentalkategorien verändert CR = (I, M, O) bzw. (M, I, O), sondern es wird behauptet, dass I und M einer anderen Partialrelation angehören als das „Produkt“ O, und dass I zwei statt eine Funktion ausübt: einerseits selektiert I aus M (genauer müsste hier {M} stehen!), anderseits kreiert es O (aus M). Auch hier sieht die Identifikation der Kreations- und mit der Zeichenrelation höchst artifiziell aus. Hier wird jedenfalls auch behauptet, dass eine Drittheit eine Erstheit auf reichlich mysteriöse Weise in eine Zweitheit verwandeln kann. Man stelle sich vor, so etwas würde in einer mathematischen Abhandlung stehen! Man grabe Erde (M) im Garten aus, sage „Simsalabim!“ (I) dazu – und man bekommt Gold (O) wie weiland Rabbi Loew in Prag.

2.5. Verwandte triadische Relationen, die zwar nie mit der Peirceschen Zeichenrelation in Beziehung gebracht wurden, aber immerhin Anwärterschaft darauf haben, sind z.B. Thema/Topik , Comment und Fokus, also die drei Grundbegriffe der Funktionalen Satzperspektive in der neueren Textlinguistik. Ohne grössere Vergewaltigung von Kategorien als es beim Kommunikations- und beim Kreationsschema der Fall war, könnte man hier argumentieren, das Topik sei das Mittel, es fungiere als „Unterlage“ der alten und/oder bekannten Information, als dasjenige, worüber etwas ausgesagt werden. Das, was darüber ausgesagt werde, d.h. die neue und/oder unbekannte Information, ist dann der Objektbezug, denn Information ist Mitteilung von Neuem, und Neues kann nur aus der Welt der Objekte kommen, niemals aus der Welt der Zeichen, die ja Objekte nur bezeichnen, aber niemals erzeugen oder auch nur verändern können (Benses Invarianzprinzip; Bense 1979, S. 39 ff., im Grunde eine hervorragende Begründung der Monokontexturalität der Peirceschen Semiotik). Der Fokus fällt dann auf den Interpretanten, denn dieser lenkt sozusagen das Bewusstsein auf jene Teilmenge der neuen/unbekannten Information, auf die besonders hingewiesen werden soll. Die Frage ist also in unserem Zusammenhang: Kann man die funktionale Triade FR = (T, C, F) nicht auch allgemein als Zeichenmodell verwenden? Sind diese drei „Kategorien“ nicht universell, d.h. über die Linguistik hinaus anwendbar? Sie sie wirklich weniger allgemein als die von Peirce stets aufrecht erhaltene „Universalität“ der „fundamentalen“ Kateogorien? Da wie gesehen haben, dass es Zeichen ohne Mittel gibt, kann man z.B. zeigen, dass es Sätze ohne Topiks gibt, z.B. Märchenanfänge, bei denen ein bestimmtes Konzept ja erst als Topik im Diskurs etabliert werden soll. Da es Zeichen ohne Objekte gibt – kann man auch zeigen, dass es Comment-lose Sätze gibt, das sind Sätze, die nur aus alter/bekannter Information bestehen. Und da es schliesslich Zeichen ohne Interpretanten gibt, kann man auch zeigen, dass es Fokus-lose Sätze gibt – die meisten nämlich. Genauso gibt es Kommunikationsschemata ohne Sender (z.B. Signale), ohne Empfänger (Symptome), ohne Kanal (natürliche Zeichen, Anzeichen), dasselbe gilt für Kreationsschemata und wohl sämtliche triadischen Relationen, die sich als um nicht allgemeiner entpuppen als die angeblich universalen und fundamentalen Peirceschen Kategorien.

2.6. Übrigens ist es eine eigene Überlegung wert, ob wahrhaft universale und fundamentale Kategorien wirklich semiotische und nicht eher universal-metaphysische Kategorien sein müssen, z.B. die ebenfalls bei Peirce auffindbare frühe Triade (Quantität – Qualität – Relation), die nun wirklich ein erstklassiger Kandidat einer universalen und fundamentalen kategorialen triadischen Relation ist. Danach könnte man Zeichen anhand von diesen drei Bestimmungsstücken sicher viel ungezwängter klassifizieren als dort einen Interpreten zu suchen, wo gewiss keiner ist (z.B. bei Eisblumen) oder dort nach einem Mittel zu suchen, wo keines vorhanden ist (bei einer Handbewegung), oder dort nach Objekten zu suchen, wo solche bewusst nicht vorhanden sein sollen (z.B. dadaistische , stochastische Musik, bestimmte Formen der Malerei). Die Triade Quantität – Qualität – Relation ist allein deshalb unversaler, weil sie gar nicht bereits semiotisch ist, sondern viel näher an den Objekten ist, aus denen die Zeichen in der Semiose ja entstehen: Jedes Objekt hat eine gewisse Quantität, Qualität, Relation. Ferner hat man hier bereits eine in der Semiotik erst am Schluss ihrer Entwicklung (Bense 1992) erreichte vollständige Klassifikation der Zahl als Zeichen, nämlich die rein quantitative Zahl (z.B. Peano-Zahl), die qualitative Zahl (Proto-, Deutero-, Trito-Zahl) und die relationale Zahl (Peirce-Zahl; vgl. Toth 2009a), und man sieht bereits hier, dass mit der Aufhebung-Ergänzung der Mathematik der Quantitäten durch die

Kronthalersche Mathematik der Qualitäten die Welt der Mathematik noch nicht ausgeschöpft ist – es braucht nämlich noch eine Theorie der Peirce-Zahlen oder semiotischen Relationalzahlen.

3. Wenn wir schliesslich von der Verschachtelung der Zeichenrelation, die diese in eine (gerichtete) Relation von Relationen bzw. Menge von Mengen bzw. Menge von Relationen bzw. Relation von Mengen verwandelt, d..h. von

$ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

absehen, dann befreien wir uns von der paradox anmutenden Forderung Peirce, dass gemäss seiner (von der Semiotik primär unabhängigen) „Pragmatischen Maxime“ das Zeichen stets von einem Interpretanten eingeführt und über ein Objekt zu einem Mittel führt, d.h. von der Ordnung ZR = (I, O, M) und der mit ihr in nie auch nur diskutiertem Widerspruch stehenden Normalform-Ordnung von Zeichenklassen ZR = (M, O, I). Damit fallen auch die Fragen nach den Interpretationen der übrigen Permutationen (IMO, MIO, OMI, OIM) wegen. Das Zeichen kann dann überall anfangen, d.h. bei M, O oder I. Mit solchen Tricks operiert ja bereits die Umgangssprache: Die Aussagen:

a) Ein Mittel bezeichnet ein Objekt durch einen Interpretanten.

b) Mit einem Mittel bezeichnet ein Interpretant ein Objekt.

c) Ein Objekt wird mit einem Mittel von einem Interpretanten bezeichnet.

d) Ein Objekt wird von einem Interpretanten durch ein Mittel bezeichnet.

e) Ein Interpretant bezeichnet mit einem Mittel ein Objekt.

f) Ein Interpretant bezeichnet ein Objekt durch ein Mittel.

sind ja gleichbedeutend, d.h. die Ordnung der Kategorien ist egal; das Zeichen kann eben überall beginnen.

Umgekehrt folgt die Aufhebung der Verschachtelung aber bereits aus der Relativierung der Kategorien, v.a. der Aufhebung der paarweisen Differenziertheit der Kategorien und der dadurch eröffneten Möglichkeit, dass eine Zeichenrelation z.B. zwei Mittel, aber keinen Interpretanten, 2 Objekte, aber kein Mittel usw. enthält. Würde man hier an der Verschachtelung festhalten, müsste im Extremfall eine Zeichenklasse aus einer dreifachen Selbstverschachtelung einer einzigen Kategorie bestehen.

4. Obwohl wir bereits am Anfang unserer qualitativen semiotischen Zahltheorie die Trichotomie aufgehoben haben, seien hier in Zusammenhang mit dem letzten Abschnitt noch eine paar Bemerkungen nachgeschoben: Trichotomie entstehen durch kartesische Produktbildung, und kartesische Produktbildung setzt abelsche Gruppen voraus, also ein höchst spezialisiertes mathematisches System, das für qualitative Systeme unerbringlich ist. Z.B. stellt die Mathematik der Qualitäten vom Standpunkt der quantitativen Mathematik aus betrachtet nicht einmal ein Gruppoid dar. Daher verbieten sich Trichotomien für den Aufbau einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie von selbst. Anderseits werden Trichotomien aber auch durch die relationale Verschachtelung der Triaden vorbereitet, denn aus ihr folgt, dass eine Erstheit durch 1 weitere, eine Zweitheit durch 2 weitere und eine Drittheit durch 3 weitere Relationen gesättigt werden kann, also

		3
	2	2
1	1	1
----	----	----
1	1	1
	1	1
		1

5. Auch das letzte im Rahmen einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie aufzuhebende Limitationstheorem, die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten, folgt natürlich aus der Aufhebung der Forderung nach paarweiser Verschiedenheit der Kategorien, denn wenn Gebilde wie

(111), (222), (333)

(112), (131), (322), usw.

erlaubt sind, gibt es keinen Grund, sie nach „unten“, d.h. in den Bereich der Dyaden und Monaden, oder nach „oben“, d.h. in die Bereiche der Tetraden, Pentaden, Hexaden, usw. zu verlängern (vgl. Toth 2006/08, S. 214 ff.).

6. Nun hatten wir aber in Abschnitt 2 bereits darauf hingewiesen, dass es eine viel universalere und fundamentalere Semiose gibt als ZR = (M, O, I), nämlich die „Grundrelation“

GR = (Qn, Ql, R).

Zusammen mit den Aufhebungen der 4 Limitationstheoreme hindert uns nun nichts daran, sowohl die Anzahl der Qn, Ql als auch der R zu erweitern:

$GR_{max} = (Qn_1, Qn_2, Qn_3, ..., Ql_1, Ql_2, Ql_3, ..., R_1, R_1, R_1, ...)$

Wenn wir verabreden, dass alle Quantitäten in eine einzige Kontextur, K 1, gehören, also so, wie sie von der traditionellen quantitativen Mathematik gehandhabt werden (Hegel-Paraphrase: „alle Qualitäten ... bis auf die eine Qualität der Quantität ... reduziert“), so brauchen wir die Kontexturen K 2, K 3, ..., K n für die Qualitäten, aber auch für die Relationen, da die Subjekte, welche Relationen über Quantitäten und Qualitäten herstellen, natürlich nicht mit den Subjekten identisch sein müssen, welche in die Qualitäten involviert sind. Wegen der Konsequenz 5. aus dem 4. Limitationstheorem folgt dann die Stelligkeit unserer qualitativen semiotischen Relation direkt aus der Anzahl der gewählten Kontexturen. Da eine minimale polykontexturale Logik 3 Kontexturen hat (vgl. z.B. Günther 1980 [1957], S. 1 ff.), wobei hier die Relation natürlich nicht als Kontextur zählt, ergibt sich als minimale semiotische Grundrelation

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$,

d.h. wir wählen die gleiche Anzahl von relationalen Kontexturen wie qualitativen, so dass beide minimalen Subjekte (ich, du) relational miteinander ausgetauscht werden. Ich möchte übrigens betonen, dass hier die wohl fundamentalste Differenz zwischen einer logischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$LR = {}^{3}R(S, S, O)$

und einer semiotischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$SR = {}^{5}R(S, S, O)$

besteht, insofern in letzterer die zwei zum Austausch von $S \rightarrow O$ und $O \rightarrow S$ benötigten Relationen selber mitgezählt werden und darum ihren eigene Platz in separaten Kontexturen bekommen. Natürlich können wir nun, wie in der Logik und der klassischen Semiotik, für die Variablen in

$GR_{min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$

numerische Werte einsetzen:

$Qn = \{0\}$

$Ql = \{1, 2\}$

$R(Ql_1) = \{3\}$

$R(Ql_2) = \{4\}$,

GR_{min} ist also eine 5-kontexturale pentadische Zeichenrelation über 1 Quantität, 2 Qualitäten und 2 Relationen.

7. Damit bekommen wir für GR_{min} 5 + 7 + 52 = 64 „Zeichenklassen" in Form von Morphogrammen, d.h. 5 semiotischen Proto-Zahlen und 7 semiotischen Deutero-Zahlen (rechts):

Nr. 1	00000	Nr. 1	00000
Nr. 2	00001	Nr. 2	00001
Nr. 3	00012	Nr. 3	00011
Nr. 4	00123	Nr. 4	00012

Nr. 5	01234	Nr. 5	00112
		Nr. 6	00123
		Nr. 7	01234

sowie 52 semiotischen Trito-Zahlen (Ausschnitt):

Nr. 1 00000

Nr. 2 00001

Nr. 3 00010

Nr. 4 00011

Nr. 5 00012

Nr. 6 00100

Nr. 7 00101

Nr. 8 00102

Nr. 9 00110

Nr. 48 01220

Nr. 49 01221

Nr. 50 01222

Nr. 51 01223

Nr. 52 01234,

wobei hier also wie folgt interpretieren können:

Nr. 1: 00000 ist das Zeichen der reinen Quantität, Nr. 2-5 sind die Zeichen der der vermittelten Quantitäten, d.h. der relationalen quantitativen Zahlen. Nr. 6 ist die durch eine Qualität vermittelte Quantität, Nr. 7 die durch eine Qualität vermittelte Quantität als Relation, ..., Nr. 48-51 sind teilvermittelte vollständige Quanti-Qualitäten, Nr. 52 ist ist vollständig vermittelte vollständige Quanti-Qualität, usw. usw.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Verittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bischoff, Erich, Mystik und Magie der Zahlen (1920). Neudruck Wiesbaden 1997

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Damrstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichenträger. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Metaobjektivierung ohne Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichensetzer. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Die partielle Verschachtelung von Dezimalzahl-Äquivalenten für Trito-Zahlen

1. Die semiotische Objektrelation, die in der folgenden Form in Toth (2009a) eingeführt worden war, ist eine triadische Relation über drei triadischen Objekten

$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{I})$,

und zwar vermöge des Bezugs jedes ihrer Relata auf die korrelativen Glieder der Peirceschen Zeichenrelation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 71)

${}^3\mathcal{M} = {}^3R(M, O, I)$

${}^3\Omega = {}^3R(M, O, I)$

${}^3\mathcal{I} = {}^3R(M, O, I)$,

wogegen die Zeichenrelation selbst aus drei Relata besteht, von denen das erste eine monadische, das zweite eine dyadische und das dritte eine triadische Relation darstellt, so zwar, dass sie entsprechend ihrer Relationszahl ineinander verschachtelt sind:

$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I)$

Da es nach Götz eine „präsemiotische Trichotomie", bestehend aus Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3), gibt (1982, S. 4, 28), folgt, dass die Disponibilitätsrelation DR relational gleich gebaut sein muss wie die Zeichenrelation:

$DR = {}^3R({}^1M°, {}^2O°, {}^3I°)$

2. In Toth (2009b) wurden die Korrespondenzen zwischen den den Relationen OR, DR und ZR zugeordneten topologischen Räumen und ihrer jeweiligen numerischen Charakteristik wie folgt dargestellt:

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	$DR = {}^3R({}^1M^\circ, {}^2O^\circ, {}^3I^\circ)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I)$	Ordinalität

Im präsemiotischen Raum kommen also sowohl ordi-kardinale wie kardi-ordinale Zahlen vor (vgl. Kronthaler 1992, S. 93). Ferner scheint es so zu sein, dass Kardinalität an Relationen des folgenden Typs gebunden ist:

$\text{Kard} = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U)$ mit ${}^1S = {}^2T = {}^3U$

während Ordinalität auf Relationen des folgenden Typs beruht:

$\text{Ord} = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U)$ mit ${}^1S < {}^2T < {}^3U$.

Dagegen scheint Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität auf dem folgenden relationalen Typus zu beruhen:

$\text{KOrd/OKard} = {}^3R({}^1S^\circ, {}^2T^\circ, {}^3U^\circ)$ mit ${}^1S < {}^2T < {}^3U$ oder ${}^1S = {}^2T = {}^3U$, d.h.

für KOrd/OKard haben wir die folgenden beiden Ordnungen

$1^\circ \to 2^\circ \to 3^\circ$

als auch

$$\begin{array}{lll} & & (2^\circ \to 3^\circ) \\ & & \uparrow \\ (1^\circ & \to & 2^\circ) \\ \uparrow & & \\ 1^\circ & & \end{array}$$

3. Wegen ihrer Vermittlungsfunktion zwischen Kardinalität und Ordinalität können die disponiblen Primzeichen DR = (M°, O°, I°) mit Hilfe der Trito-Zahlen dargestellt werden (Tabelle aus Toth 2003, S. 19):

Kenogramme	Trito-Zahlen	Binär-Äquivalente	Dezimal-Äquivalente
○	0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○	0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ Δ	0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ ○ ○	0 0 0	.... Ø | 0	.... Ø | 0
○ ○ Δ	0 0 1	.... Ø | 1	.... Ø | 1
○ Δ ○	0 1 0	.... Ø | 11	.... Ø | 3
○ Δ Δ	0 1 1	.... Ø | 100	.... Ø | 4
○ Δ ■	0 1 2	.... Ø | 101	.... Ø | 5

Wie man sieht, gibt es zwar keine Trito-Repräsentation des Dezimaläquivalents von 2, aber aus der folgenden Tabelle (aus Toth 2003, S. 52)

T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_{10}
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10

ersieht man leicht, dass die Dezimaläquivalente der Trito-Zahlen pro aufsteigendes n n-ter Kontexturen eine den Peirceschen Zeichen-Zahlen bzw. Zahlen-Zeichen (vgl. Bense 1977) vergleichbare Schachtelstruktur haben:

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

bzw.

T7					5	6	7
T6				4	5	6	
T5			3	4	5		
T4		2	3	4			
T3	1	2	3				

4. Wir können zusammenfassen: Die relationalen Strukturen der semiotischen Objekte, Disponibilitätstrelationen und Zeichenrelationen, die in dieser Arbeit numerisch, relational und ordinal untersucht wurden, sehen wie folgt aus:

$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{I}) \longrightarrow Kard = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U) \text{ mit } {}^1S = {}^2T = {}^3U$

$$\begin{array}{ll} & \nearrow Kard = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U) \text{ mit } {}^1S = {}^2T = {}^3U \\ DR = {}^3R({}^1M^\circ, {}^2O^\circ, {}^3I^\circ) & \\ & \searrow Ord = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U. \end{array}$$

$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I) \longrightarrow Ord = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U$

Die relationale Struktur der Dezimaläquivalente der Trito-Zahlen, welche den DR korrespondieren, sieht wie folgt aus:

DZ_{Trito} = [a, [[b, [[[c], [[[[d]], [[[[[e]]], [[[[[[f]]]], [[[[[[[g]]]]], h]]]]]], i]]]]]]], ...

Die relationale Struktur der Primzeichen (Zahlzeichen/Zeichenzahlen), welche den ZR korrespondieren, sieht dagegen wie folgt aus (ebenso für 9 Relata wie DZ oben):

PZ = [a, [b,[c, [d, [e, [f, [g, [h, [i]]]]]]]]].

Der wesentliche Unterschied zwischen DZ und PZ ist also der, dass bei DZ, nicht aber bei PZ das erste Element ausserhalb der Verschachtelung(en) bleibt. Bei DZ ist jeweils das zweite Paar jedes Tripels in die nächsthöhere Relation inkludiert, es geht also im Rhythmus

1 – 2 – 1 –2 – 1 ...,

bei PZ ist jedes Relatum im nächst höheren inkludiert, d.h. der Rhythmus ist

1 – (1-)2 – (1-2-)3 ... .

Bibliographie

Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Die rekursive Verschachtelung der Zeichenrelation

1. Nach Bense (1979, S. 53) ist das Zeichen eine verschachtelte triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

ZR = (M, O, I) = (M, (M $\rightarrow$ O), (M $\rightarrow$ O $\rightarrow$ I))

Nun hatte ich in Toth (2009) bezeigt, dass es nicht genügt, den Mittelbezug als 1-stellige, den Objektbezug als 2-stellige und den Interpretantenbezug als 3-stellige Relation zu definieren, denn dadurch wird das Zeichen in letzter Instanz als Monade definiert, dem nichts Aussersemiotisches korresponidert, d.h. es wird nicht unterschieden zwischen Mittel und Mittelbezug, Objekt und Objektbezug sowie Interpret(ant) und Interpretantenbezug. Wenn man sich also bewusst macht, dass die primäre Aufgabe eines Zeichens die Substitution ist und dass es erst qua Substitution zu einem Repräsentamen wird, sollte auch klar werden, dass jede der drei Fundamentalkategorien ein ontologisches Korrelat hat. Da diese drei Korrelate vom Zeichen her gesehen transzendent sind, wurden sie in Toth (2009) mit $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ bezeichnet.

2. Dadurch können also die Zeichenbezüge wie folgt redefiniert werden:

Mittelbezug = ($\mathcal{M} \leftrightarrow$ M)

Objektbezug = ($\Omega \leftrightarrow$ O)

Interpretantenbezug = ($\mathcal{I} \leftrightarrow$ I

Das ist aber, wie bereits aus der obigen Definition der relationalen Verschachtelung hervorgeht, eine isolierte Betrachtungsweise, denn O ist ja (M $\rightarrow$ O), d.h.

(M $\rightarrow$ O) = (($\mathcal{M} \leftrightarrow$ M) $\leftrightarrow$ ($\Omega \leftrightarrow$ O))

Die dyadische Partialrelation der triadischen Zeichenrelation ist daher

(M, (M $\rightarrow$ O)) = (($\mathcal{M} \leftrightarrow$ M), ($\mathcal{M} \leftrightarrow$ M) $\leftrightarrow$ ($\Omega \leftrightarrow$ O)), und da die triadische Partialrelation mit dem Zeichen identisch ist, bekommen wir also

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow M), ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)), ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O) \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow I)))$$

Wie man sieht, enthält aber sogar die nun vollständige Zeichenrelation immer noch nicht-transzendente Kategorien. Man kann hierin eine Bestätigung des von Kronthaler (1992) aufgestellten semiotischen Theorems der „Objekttranszendenz des Zeichens“ sehen, denn auch auf einer 2. Stufe)

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M)) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)) \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow I)))),$$

einer 3. Stufe

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow M))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O))) \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow I))))),$$

usw. wird man man die Fundamentalkategorien nie los, d.h. kann man die nicht-transzendenten Kategorien nie ganz durch ihre transzendenten Korrelate ersetzen. Daraus folgt natürlich auch der bekannte Sachverhalt, dass ein Zeichen zwar sein Objekt repräsentieren kann, dass es diese aber niemals perfekt substituieren kann. Hierin liegt ferner eine Bestätigung von Benses Bestimmung der Zeichenfunktion als einer „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ (1975, S. 16), d.h. dass das Zeichen eben sowohl am „ontologischen Raum“ der Objekte als auch am „semiotischen Raum“ der Zeichen (Bense 1975, S. 65 f.) partizipiert.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Aesthetischen. Baden-Baden 1979

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Ein verfeinertes semiotisches Modell für den Mittelbezug II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics , 2009

Rationale Semiotik

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt wurde, implizieren die von Peirce eingeführten "gebrochenen" Kategorien sowie deren von Bense eingeführte numerische Notation als Paare von "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) eine rationale Semiotik. Daher kann die semiotische Matrix folgendermassen als Matrix rationaler Zahlen dargestellt werden:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & > & \tfrac{1}{2} & > & \tfrac{1}{3} \\ \wedge & & \wedge & & \wedge \\ 2 & > & 1 & > & \tfrac{2}{3} \\ \wedge & & \wedge & & \wedge \\ 3 & > & 1\tfrac{1}{2} & > & 1. \end{array}$$

Die Entwicklung in den Triaden ist somit:

$n \rightarrow 2n \rightarrow 3n$,

und die Entwicklung in den Trichotomien ist

$m \rightarrow \tfrac{1}{2}m \rightarrow \tfrac{1}{3}m$.

Man kann somit im Prinzip beliebige weitere rationale Matrizen konstruieren, solange man für die angegebenen Entwicklungswerte nur ganzzahlige Vielfache wählt, d.h. wie bereits in Toth (2012b), so gibt es auch in diesem Fall keinen Grund, nicht über die Triadizitätsbeschränkung hinauszugehen.

2. Eine gesonderte Untersuchung würde das Verhältnis der rationalen semiotischen Matrix und ihrer zugehörigen Vermittlungsmatrix erfordern, insofern die rationale Zahl 3/2 innerhalb der Vermittlungsmatrix nur durch eine Teilmatrix repräsentiert ist, vgl. die Repräsentation des rationalen Interpretantenbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2}

mit derjenigen des rationalen Mittelbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

und derjenigen des rationalen Objektbezugs

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2}.

3. Schreibt man die Rationalzahlen der semiotischen Matrix in linearer Anordnung

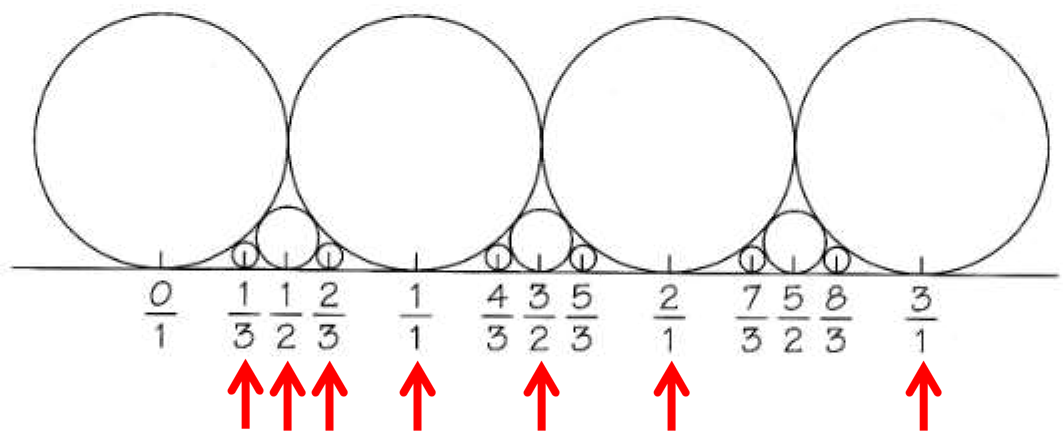
$R = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < 1 < 1\,\frac{1}{2} < 2 < 3$,

so entspricht der Folge R eine Intervallfolge I_R

$I_R = \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1$,

wobei I_R^{-1} nicht nur auf den ersten Blick eine gewisse Ähnlichkeit mit der Farey-Reihe der Ordnung 6

0/1, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 1/1 hat, sondern auch den auf dieser Farey-Reihe basierenden sog. Fordschen Kreisen für Ganze, Hälften und Drittel in den im folgenden Bild hervorgehobenen Werten korrespondiert (Abb. aus: Conway/Guy 1996, S. 153)



Kurz gesagt, stellen also die Werte der rationalen semiotischen Matrix nur eine Teilmenge der entsprechenden Farey-Reihe der Ordnung 6 bzw. eine Teilrepräsentation der zugehörigen Fordschen Kreise dar und sollten also auch aus diesem Grunde über die Triaden bzw. Trichotomien hinausgeführt werden.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Primzeichen und Primzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Rationale Semiotik II

1. Wie in Toth (2012) dargestellt, kann man die als kartesische Produkte von Primzeichen eingeführten dyadischen Subzeichen in der Form rationaler Zahlen schreiben und sie wie folgt linear nach ihrer Größe anordnen

R = ⅓ < ½ < ⅔ < 1 < 1 ½ < 2 < 3.

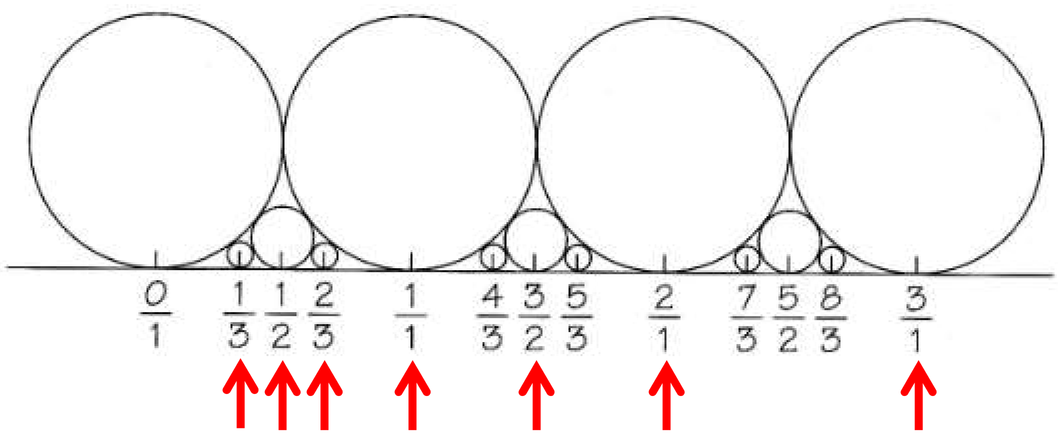
Dann gibt es zu R eine Intervallfolge

I_R = ⅙, ⅙, ⅓, ½, ½, 1,

die eine gewisse Ähnlichkeit mit der Farey-Folge der Ordnung 6

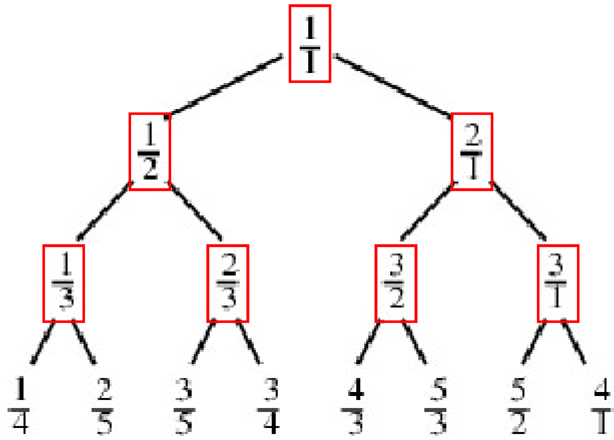
0/1, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 1/1

hat und entsprechend mit Hilfe der Fordschen Kreise für Ganze, Hälften und Drittel dargestellt werden kann (Abb. aus: Conway/Guy 1996, S. 153)



Die Werte der rationalen semiotischen Matrix stellen somit nur eine Teilmenge der Farey-Reihe der Ordnung 6 bzw. eine Teilrepräsentation der zugehörigen Fordschen Kreise dar und sind daher nicht auf die Menge P = {1, 2, 3} beschränkt.

2. Wie alle Farey-Folgen, so kann auch diejenige der Ordnung 6 in der Form des binären Stern-Brocot-Baumes dargestellt werden (Abb. aus: Mathworld/ Wolfram, s.v.); die den Knoten entsprechenden rationalen semiotischen Zahlen sind wiederum hervorgehoben.



Man erkennt also mit Hilfe dieses Baumgraphen, daß die semiotischen rationalen Zahlen nicht nur innerhalb ihrer zugehörigen Farey-Folge, was die Ausdehnung der Folge betrifft, beschränkt sind, sondern auch, was ihre "Ableitungstiefe" betrifft, d.h. die triadische Semiotik ist nicht nur durch ihre beschränkte Anzahl von Primzeichen (Triadizitätsbeschränkung), sondern auch durch deren zu geringe semiotische Ausdifferenzierung (Trichotomizitätsbeschränkung) limitiert.

Literatur

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Rationale Semiotik I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 201

Rationale Semiotik III

In Toth (2012a, b) wurde gezeigt, daß man die Bensesche semiotische Matrix in der Form einer rationalen Matrix darstellen kann:

$$\begin{array}{lllll}
1 & > & \frac{1}{2} & > & \frac{1}{3} \\
\wedge & & \wedge & & \wedge \\
2 & > & 1 & > & \frac{2}{3} \\
\wedge & & \wedge & & \wedge \\
3 & > & 1\frac{1}{2} & > & 1.
\end{array}$$

Schreibt man die Rationalzahlen in linearer Anordnung

$R = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < 1 < 1\frac{1}{2} < 2 < 3$,

so kann man sie mit Hilfe von surrealen Zahlen (vgl. Conway/Guy 1996, S. 283 ff.) z.B. wie folgt zirkulär definieren:

$\frac{1}{3} = \{— \mid \frac{1}{2}\}$

$\frac{1}{2} = \{\frac{1}{3} \mid \frac{2}{3}\}$

$\frac{2}{3} = \{\frac{1}{2} \mid 1\}$

$1 = \{\frac{2}{3} \mid 1\frac{1}{2}\}$

$1\frac{1}{2} = \{1 \mid 2\}$

$2 = \{1\frac{1}{2} \mid 3\}$

$3 = \{2 \mid —\}$

Man erhält also zunächst

$R = \{\{— \mid \frac{1}{2}\}, \{\frac{1}{3} \mid \frac{2}{3}\}, \{\frac{1}{2} \mid 1\}, \{\frac{2}{3} \mid 1\frac{1}{2}\}, \{1 \mid 2\}, \{1\frac{1}{2} \mid 3\}, \{2 \mid —\}\}$, und durch weiteres zyklisches Ersetzen erreicht man auf dem kürzesten Weg (d.h. mit einer minimalen Anzahl von Ersetzungen) eine Struktur mengentheoretischer Verschachtelungen, in der als nicht-ersetzte semiotische Werte nur noch Halbe und Ganze erscheinen:

R = {{— | {{— | ½} | {½ | {{½ | 1} | {1 | {1 ½ | {2 | —}}}}}}}, {{— | {{— | ½} | {½ | {{½ | 1} | {1 | 2}}}}} | {½ | {{½ | 1} | {1 | {1 ½ | {2 | —}}}}}}, {{{— | ½} | {½ | {{½ | 1} | {1 | {1 ½ | {2 | —}}}}}}} | {{½ | 1} | {1 | {1 ½ | {2 | —}}}}}, {{½ | {{½ | 1} | {1 | {1 ½ | {2 | —}}}}} | {1 | {1 ½ | {2 | —}}}}, {1 | {1 ½ | {2 | —}}}, {{1 | {1 ½ | {2 | —}}} | {2 | —}}, {{1 ½ | {2 | —}} | —}}.

Bereits in einer minimalen Verschachtelungsstruktur zeigt sich hier also die enorme Komplexität des Zusammenhangs von rationalen semiotischen Zahlen und deren Einbettungstiefe, die z.B. in den auf Farey-Folgen basierenden Stern-Brocot-Bäumen nur unzulänglich zum Ausdruck kommt (vgl. Toth 2012b).

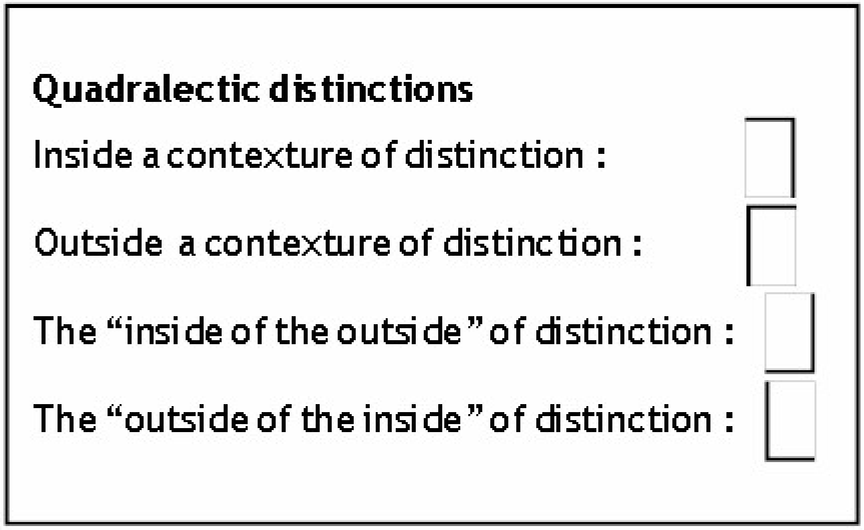
Literatur

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1996

Toth, Alfred, Rationale Semiotik I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a,b

Zum Rand von Zeichen und Objekt

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt worden war, kann man die "quadralektischen" systemischen Funktionen in der folgenden Bestimmung von Rudolf Kaehr (2011, S. 12)



nach meinem in Toth (2011) gegebenen Vorschlag wie folgt auf die semiotischen Funktionen (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.) abbilden:

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Qualität (Q)	$[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Man bemerkt also, daß "Quadralexis" (wie aus dem Namen natürlich nicht anders zu erwarten [auch wenn er korrekt "Tetralexis" lauten müßte!]) eine mindestens 4-stellige Zeichenrelation voraussetzt. Trotzdem ist es natürlich möglich, auch die Peirce-Bensesche triadische Zeichenrelation in quadralektische Notation zu transformieren:

$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \Rightarrow (I, (A, I(A))$

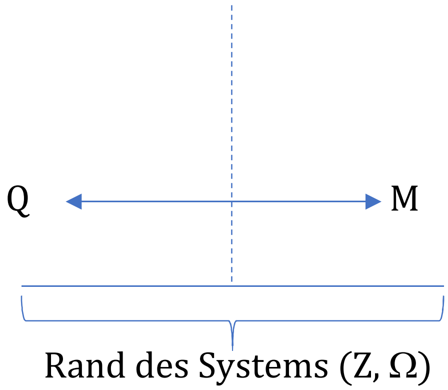
2. In Kaehrs suggestiv gewählten Symbolen machen also die beiden "Distinktionen" I(A) und A(I) den RAND zwischen den inneren und den äußeren Punkten des Zeichen-Objektsystems aus; wenn man die beiden Distinktionen

zusammenschreibt, ergibt sich ⊥, dessen horizontaler Strich die Kontexturgrenze zwischen Außen und Innen symbolisiert und dessen durchgehender vertikaler "Sockel" symbolisiert, daß Außen und Innen trotz aufweisbarer Kontexturgrenze in Bezug auf den Rand nicht diskret separierbar sind. Und genau dies kommt nun durch die Bestimmung

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$
Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

d.h. $M° = Q; Q° = M$

zum Ausdruck. Bestimmen wir im Einklang mit Bense (1952, S. 80), daß die Nichtsthematik ein Teil der Seinsthematik (und nicht umgekehrt) ist, so bedeutet dies semiotisch (wiederum in Einklang mit Bense, loc. cit.), daß das Zeichen in die Objektwelt eingebettet ist bzw. in abbildungstheoretischer oder funktionaler Abhängigkeit von dieser steht, denn nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ja ein Metaobjekt, d.h. daß das Objekt dem Zeichen vorgegeben sein muß. Somit ist aber die Bestimmung des Zeichens als Menge der inneren Punkte und die Bestimmung des Objekts als Menge der äußeren Punkte des durch den Rand geteilten topologischen Raumes unzureichend: DER RAND PARTIZIPIERT VIELMEHR AN BEIDEN TEILRÄUMEN, und genau diese Partizipation wird durch das Konversionsverhältnis von M und Q bzw. symbolisch durch den "Sockel" in ⊥ zum Ausdruck gebracht. Es ist somit unzuläßig – wie dies in der Semiotik bisher fast durchwegs geschehen ist –, die qualitative "Nullstufe" bzw. "Zeroness" (vgl. dazu bereits Bense 1975, S. 65 f.) außerhalb des "semiotischen Raumes" und somit innerhalb eines "ontologischen Raumes" anzusiedeln, denn nur eine Konversionsoperation trennt M und Q voneinander – was von innen M ist, ist von außen Q, und was von innen Q ist, ist von außen M – Q gibt nur den Standpunkt des Beobachters des Systems an, oder, was formal dasselbe, ist: die "Verortung" der triadischen Restrelation einer tetradischen semiotischen Relation an (wobei der Begriff "Restrelation" völlig korrekt ist, da die 0-adische Relation nicht in die triadisch-verschachtelte Zeichenrelation eingebettet ist):



Die im obigen Diagramm skizzierte doppelte Abbildung ↔ kann daher als PARTIZIPATIVE AUSTAUSCHRELATION bestimmt werden. Damit ist also gerade auch die nächste Frage beantwortet, welche Werte die "Nullheit" in einer um sie erweiterten semiotischen Relation

$ZR^4 = (0.a, (1.b, (2.c, 3.d)))$

bzw.

$ZR^4_{sys} = [[I \rightarrow A][A \rightarrow I], [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]] \Rightarrow$
$(A(I), (I, (A, I(A)))$

annehmen kann. Da $[A \rightarrow I] := (1.b)$ mit $b \in \{1, 2, 3\}$ ist, ist natürlich wegen $(0.a) = [A \rightarrow I]°$ auch $a \in \{1, 2, 3\}$, d.h. die bereits von Götz (1982, S. 4, 28) vorgeschlagene "trichotomische" Unterteilung der Nullheit (von Götz "Sekanz", "Semanz" und "Selektanz" genannt), ist völlig richtig. Das 3-stufige semiotische Zahlensystem der triadischen Zeichenrelation (vgl. zuletzt Toth 2012b) geht dadurch über in ein 4-stufiges:

3.heit	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$
2.heit	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$
1.heit	$[A \rightarrow I]$
0.heit	$[I \rightarrow A]$,

und die zugehörigen numerischen und "quadralektischen" Matrizen sind:

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	└	┘	┌	┐
└	└ └	└┘	└ ┌	└┐
┘	┘ └	┘ ┘	┘ ┌	┘ ┐
┌	┌ └	┌┘	┌ ┌	┌┐
┐	┐ └	┐ ┘	┐ ┌	┐ ┐

Für die Dualisation gilt also:

(× └) = (×.0.) = ┘ = (.1.), d.h. └ × ┘

(× ┌) = (×.2.) = ┐ = (.3.), d.h. ┌ × ┐ ,

das bedeutet jedoch, daß wir also auch innerhalb der Menge der INNEREN Punkte, d.h. in der Nichtsthematik der Semiotik, eine partizipative Austauschrelation haben, und zwar zwischen Objekt- und Interpretantenbezug. Damit stehen also paarweise (Q ↔ M) sowie (O ↔I) in partizipativem Austausch. Wenn wir nun von Benses "verschachtelter" triadischer Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53)

ZR = (M → ((M → O) → (O → I)))

ausgehen, so folgt daraus, daß, obwohl Q als Nullheit per se nicht in die triadische Restrelation der tetradischen Zeichenrelation einbettbar ist, Q nun doch, und zwar qua eingebettete Abbildungen der Partialrelationen der triadischen Restrelation, sozusagen durch die Hintertür in der letzteren eingebettet wird; das folgt direkt aus den partizipativen Austauschrelationen sowie aus der Transitivität der triadischen Abbildungen. Daraus folgt allerdings nicht, daß die Nullheit damit sozusagen am Anfang einer hierarchischen Verschachtelung steht, oder anders gesagt: die tetradische Zeichenrelation läßt nicht, oder wenigstens nicht ohne weiteres, auf die Peano-Zahlenfolge (0, 1, 2, 3) abbilden, da diese, tetradisch-semiotisch interpretiert, auch (1, 0, 2, 3), (1, 2, 0, 3) oder (1, 2, 3, 0) sein könnte.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer sicht. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Qualität als Positionierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Komplementäre REZ-Relationen

1. Erfahrungsgemäß fällt es selbst Mathematikern mitunter schwer, zwischen den in komplementären Relationen beteiligten bzw. vorausgesetzten Mengen zu unterscheiden. Bedeutet z.B. die Relation R "ist Vorgesetzter von", so besteht die komplementäre Relation R´zwischen allen Paaren, die in irgendeiner menschlichen Beziehung zueinander stehen, also z.B. miteinander verwandt, befreundet, verfeindet usw. sind (vgl. Menne 1991, S. 138). Es kommt somit, kurz gesagt, auf die von einer Relation jeweils vorausgesetzte Grundmenge an.

In der triadisch-trichotomischen REZ-Relation (Toth 2012a)

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$,

können somit nur die Partialrelationen [1, 1] und $[1_{-1}, 2]$ komplementäre Mengen haben, da die Partialrelation $[1_{-2}, 3]$, da sie drittheitlich ist, das im Zeichen selbst enthaltene Zeichen ist und somit mit der Grundmenge zusammenfällt. Ferner ist die Grundmenge von [1, 1] in dieser isolierten Form gar nicht anggebbar, dann nämlich, wenn man von der semiotischen Kategorie M und nicht von der Bezeichnungsfunktion (M → O) ausgeht, d.h. wenn man die Doppelnatur der Subzeichen statisch anstatt dynamisch interpretiert. Bedeutet also [1, 1] M, dann ist die monadische Partialrelation zugleich die Grundmenge der Relation und damit die komplementäre Relation die leere Menge; bedeutet [1, 1] aber (M → O), dann ist die Grundmenge die Oberrelation O = (M → O). Dasselbe gilt vice versa für [1, 1] sowie für $[1_{-1}, 2]$ relativ zu $[1_{-2}, 3]$.

2. Nun ist aber, worauf z.B. in Toth (2012b) hingewiesen worden war, die der Peirce-Benseschen Zeichenrelation korrespondierende systemische REZ-Relation $R_{REZ}{}^{3,3}$ selbst eine Teilrelation der umfassenden Relation $R_{REZ}{}^{m,n}$

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$.

Hier ist also die Grundmenge wegen der Verschachtelungsstruktur die m,n-adische Partialrelation $[1_{\pm(n-1)}, \pm m]$, die wegen des "dissolventen" Droste-Effekts bei systemischen semiotischen Relationen (vgl. Toth 2012c) sämtliche niederstufigen Partialrelationen semiotisch enthält. Für $R_{REZ}{}^{3,3}$ bedeutet dies natürlich, daß selbst die monadische Relation [1, 1] nur hinsichtlich der Grundmenge [$1_{\pm(n-1)}$, ±m] eine komplementäre Relation bilden kann, so daß also selbst die autoreproduktive Relation [1_{-2}, ±3] in hierarchisch viel höhere autoreproduktive Komplexe eingebettet ist. Da R_{REZ} ^{m,n} ferner neben [1_{-n}, m] auch Dyaden der komplexen Struktur [1_{-n}, -m], [1_{n}, m] und [1_{n}, -m] enthält, erweitert sich die reelle Grundmenge im Falle der REZ-Semiotik um die imaginären semiotischen Werte.

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Systeme und relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Der Stufenbau einer Semiotik, basierend auf einer vollpermutativ-selbstähnlichen lexikographisch geordneten Primzeichenfolge

1. Bekanntlich hatte Max Bense die „triadisch gestufte“ Peircesche Zeichenrelation als „Relationen über Relationen“ (1979, S. 67), genauer als triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation wie folgt definiert (1979, S. 53):

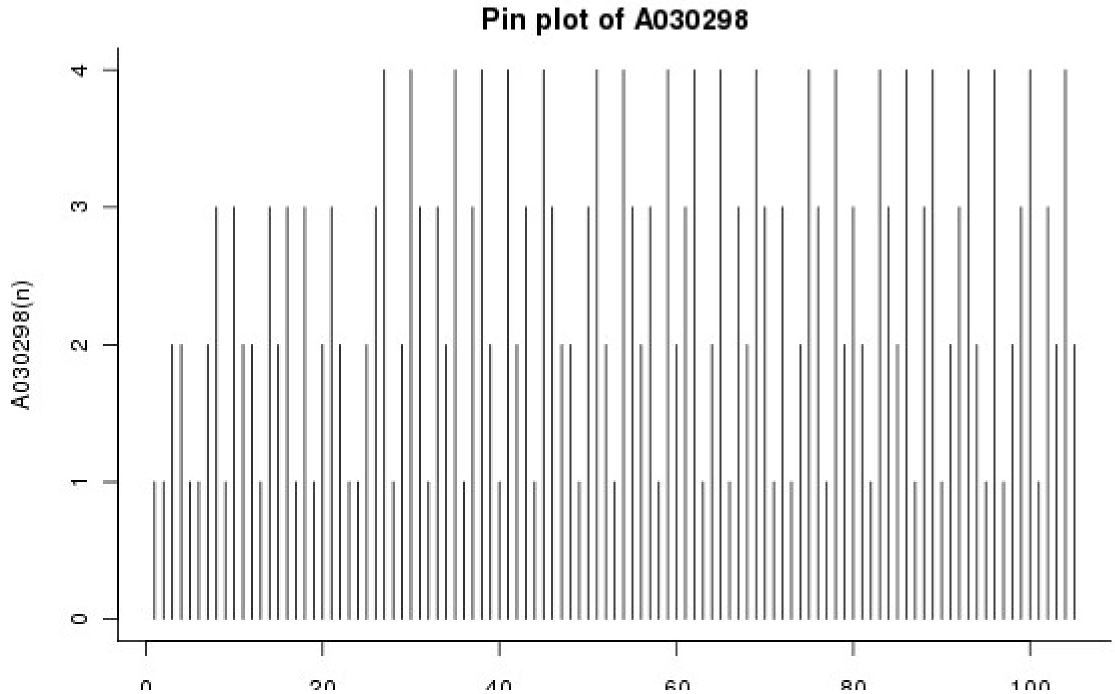
ZR = (1 → ((1 → 2) → (1 → 2 → 3))).

ZR liegt natürlich die Zahlenfolge 1, 1, 2, 1, 2, 3, ... zugrunde, die entweder durch Einführung eines neuen Wertes (lineare Progression durch Subsequenzoperator der Peano-Zahlen) oder aber durch teilweise oder ganze Permutation der Primzeichen (die für die semiotische Diamantentheorie wichtig sind, vgl. Toth 2008, S. 166 ff.) entsprechend dem Wachsen der Fakultäten schnell ins Astronomische wachsen. D.h. bereits beim vierten Wert haben wir 4! = 24, beim fünften 5! = 120, beim sechsten 6! = 720 selbstähnliche Folgen, usw. Es ist also so, dass mit jedem zusätzlichen Wert die Selbstähnlichkeit der wegen der Definition von ZR schon an sich selbstähnlichen semiotischen Funktion zunimmt:

A030298 List of permutations of 1,2,3,...,n for n=1,2,3,..., in lexicographic order.

1, 1, 2, 2, 1, **1, 2, 3, 1, 3, 2, 2, 1, 3, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 2,**
1, 2, 3, 4, 1, 2, 4, 3, 1, 3, 2, 4, 1, 3, 4, 2, 1, 4, 2, 3, 1, 4, 3
2, 1, 3, 4, 2, 1, 4, 3, 2, 3, 1, 4, 2, 3, 4, 1, 2, 4, 1, 3, 2, 4, 3
3, 1, 2, 4, 3, 1, 4, 2, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 4, 1, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 2
4, 1, 2, 3, 4, 1, 3, 2, 4, 2 (list; graph; listen; history; internal format)

Man sehe sich nun den Graphen zur OEIS-Folge A030298 an:



Dieser Graph hat also die für die Semiotik bemerkenswerte Eigenschaft, dass jeweils eine ganze semiotische Stufe – einem Primzeichen, d.h. einer Fundamentalkategorie entsprechend – über ein ganzes Permutationsintervall konstant bleibt. Ferner sieht man anhand des Graphen sehr schön die bereits in ZR vordefinierten Inklusionen bzw., wie Bense auch sagte, „Verschachtelungen"“

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Vervollständigung des semiotischen Zahlenschemas

1. Obwohl Bense (1981, S 17 ff.) die Einführung der Primzeichen in Anlehnung an die Einführung der natürlichen Zahlen durch Anwendung der Peano-Axiome, ausgehend von der linearen Relation PZ = (.1., .2., .3.), zu begründen suchte, hat er selber bereits früher die korrekte Relation in der Form

ZR = (.1., ((.1. → .2.), (.1. → .2. → .3.))),

d.h. als verschachelte Relation bzw. „triadisch gestufte Relation von Relationen" eingeführt.

2. In der Semiotik wird also „gestuft", d.h. nicht mono-linear, sondern poly-linear gezählt (Toth 2011):

$$\begin{array}{lll} & & 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ & 1 \rightarrow 2 \rightarrow \uparrow & \\ 1 \rightarrow \uparrow & & \end{array}$$

denn nur auf diese Weise kann der Tatsache Rechnung getragen werden, dass es nicht eine, sondern drei Arten von semiotischen Zahlen gibt, die sich durch ihre Ordnungsrelation unterscheiden:

1. Triadische Peirce-Zahlen: 1. < 2. < 3.

2. Trichotomische Peirce-Zahlen: .1 ≤ .2 ≤ .3

3. Diagonale Peirce-Zahlen: 1.1 << 2.2 << 3.3.

3. Zählt man linear, wie etwa bei den Peano-Zahlen, d.h.

1, 2, 3, ..., n,

wo sich das (n+1)-te Glied einfach durch Anwendung eines Sukzessionsoperator (σ(n) = (n+1)) ergibt, ohne dass irgendwo die Gefahr „flächiger Abweichung" (Rosser) besteht, dann stellt sich auch nicht das Problem, vor wessen Hintergrund gezählt wird. Sobald wir aber stattdessen von einer poly-linearen „layer-„Struktur ausgehen, entsteht nicht nur ein flächenartiges Zählschema, sondern wegen der triadischen „Verschachtelung“ entstehen auch lineare Leerräume vor und nach den semiotischen Zahlen. Man kann das wie folgt andeuten:

$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

$\emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset$

$1 \rightarrow \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset.$

Allerdings fehlen in dieser Darstellung die morphismischen Abbildungen zwischen den Leerstellen. Folgt man der obigen Definition des Zeichens, wie sie Bense (1979, S. 53, 67) gegeben hatte, gibt es nur eine Möglichkeit, dieses Zählschema sowohl durch Objekte wie auch durch die Abbildungen zwischen ihnen zu vervollständigen:

$$
\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}
.
$$

Damit gelten also u.a. folgende Beziehungen:

$(1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 1)$

$(1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1) \subset ((1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 2) =$

$1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 1 \rightarrow 2))$

Wir müssen dann die Nullstellen wie folgt interpretieren:

$$\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1, \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}$$

so dass die Inklusionen sowohl in der Horizontalen wie in der Vertikalen erfüllt sind.

Damit entsteht in der linken oberen Ecke eine interessante Dreicksmatrix von Nullheiten. Wenn wir horizontal die „layers“ der poly-linearen Zählung berücksichtigen

$$\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 & n+2 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[u, dashed] & n+1 \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] & n,
\end{tikzcd}$$

dann bekommen wir also einerseits erwartungsgemäss

$(1^{n} \square 2^{n+1})$

$(2^{n+1} \square 3^{n+2})$

$(1^{n} \square 3^{n+2})$,

andererseits aber auch

$((1^{n} \square \emptyset^{n+1} \square \emptyset^{n+2})$

$(1^{n} \square 1^{n+1} \square \emptyset^{n+2})$

$(1^{n} \square 2^{n+1} \square 1^{n+2})$

$(1^{n} \square 2^{n+1} \square 2^{n+2})$

$(1^{n} \square 2^{n+1} \square 3^{n+2})$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotisches Zählen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Eine bisimulative Definition der Zeichenrelation allein auf der Basis der leeren Menge

> Henoch wandelte mit Gott, und auf einmal war er nicht mehr da; denn Gott hatte ihn hinweggenommen.
>
> Genesis V 24

1. In dieser längeren Reihe kürzerer Beiträge zu einer mengentheoretischen Semiotik mit AFA (Antifundierungsaxiom) stelle ich hier im Anschluss an Benses Ausführungenm zur Definition der Peano-Zahlenreihe auf der Basis eines einzigen Elementes mit Nachfolgerelation eine Definition der Peirceschen Zeichenrelation mit doppelter Bisimulation („Verschachtelung") auf der Basis der leeren Menge als ihrem einzigen Element vor. (Dass dabei, streng genommen, die leere Menge als Element gar nicht auftritt, sondern nur die/eine Menge, die das leere Element enthält, ist im Grunde zweitrangig, es wird allerdings später darauf zurückzukommen sein.)

2. Wir gehen aus von dem folgenden bisimulativen Gleichungssystem:

$0 = \{0\}$

$\{0\} = \{\{0\}\}$

$\{\{0\}\} = \{\{\{0\}\}\}$

Nebenbei bemerkt, sind die Definitionen, die wir sogleich mit den Fundamentalkategorien identifizieren werden, insofern geradezu gemacht für die Semiotik, als M ja sowohl in O als auch I und O in I inkludiert sind. Wir bekommen also für

ZR = (M, O, I)

$ZR = \{\{0\}, \{\{0\}\}, \{\{\{0\}\}\}\}$

(Dass diese Definition nichts mit der Paarmengendefinition von Wiener-Kuratowksi zu tun hat, dürfte klar sein.)

Schliesslich erhalten wir für

ZR* = (M, ((M → O), (M → O → I)) (Bense 1979, S. 53)

ZR* = {{0}, {{{0} → {{0}}}), {{0} → {{0}} → {{{0}}}}}

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Ein zahlentheoretisches Semiose-Modell

1. Wir gehen einerseits vom mengentheoretischen Zeichenmodell

ZR = ({M}, {O}, {I})

als einer triadischen Relation über einem M-Repertoire, einem O-Bereich und einem I-Feld (Toth 2010c), anderseits von dem in Toth (2010a,b) eingeführten zahlentheoretischen Zeichennmodell

ZR+ = {{3, ..., n}, {2, ..., m}, {1, ..., o}} = $\{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$

aus. Anstatt

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

gilt also für jedes $\{X_i\}$, $X \in \{M, O, I\}$

ZR* = a < b < c.

2. Da ein Zeichen den erkenntnistheoretischen Raum mindestens in eine ontologischen und einen semiotischen teilt (Bense 1975, S. 65 f.), können wir diesen Sachverhalt dadurch ausdrücken, dass es vor einem (zunächst unbestimmten) Hintergrund Ø operiert:

ZR1 = (3, 2, 1, Ø)

Ω kann man dann mit der Einbruchstelle der Kenose in die Semiose (Mahler 1993) zusammenbringen:

ZR1 = (3, 2, 1, (□■△▲)}.

2. Nach Bense (1975, S. 65 f.), Stiebing, Götz, Toth und weiteren vermittelt nun zwischen dem ontologischen und dem semiotischen Raum ein präsemiotischer Raum, indem er erst Kategorien, aber noch keine Relationen gibt, d.h. dieser Raum ist durch sog. Kategorialzahlen mit k > 0 und r = 0 ausgezeichnet. Götz (1982, S. 4, 28) spricht von Sekanz (numerisch: 0.1) als der ersten Stufe – zweifellos, wie auch

der Name intendiert, liegt hier eine von drei möglichen „distinctions“ Spencer-Browns (1968) vor:

ZR2 = (4, 3, 2, $Ø_1$, Ø) mit $Ø_1 = (0.1)$

Auf der nächsten Stufe folgt die Semanz (0.2):

ZR3 = (5, 4, 3 , $Ø_2$, $Ø_1$, Ø) mit $Ø_2 = (0.2)$

Und auf der vorerst letzt die Selektanz:

ZR4 = (6, 5, 4, $Ø_3$, $Ø_2$, $Ø_1$, Ø) mit $Ø_3 = (0.3)$.

Schauen wir uns nun ZR4 genauer an:

ZR4 = (6, 5, 4; 3, 2, 1, Ø) = (ZR4, ZR1, Ø),

d.h. von ZR4 an gibt es Verbindungen von zwei Zeichen, denn die präsemiotische Trichotomie ($Ø_3$, $Ø_2$, $Ø_1$) wird nun in den semiotischen Raum überführt, wobei die präsemiotischen auf semiotische Kategorien vererbt werden (vgl. Toth 2008, S. 166 ff.).

Von der nächsten Stufe an

ZR5 = (7, 6, 5; 4, 3, 2; $Ø_1$, Ø)

wird via Sekanz das dritte Zeichen vorbereitet, wobei das 2. Zeichen um eine Stufe nach oben gerückt wird (d.h. (ZR4, ZR1, Ø) → (ZR4, ZR2, Ø).

Das hier vorgelegte zahlentheoretische semiotische Modell gestattet es also, nicht nur Verschachtelung als totale Inklusion und triadische Ordnung beizubehalten, sondern erstmals die Bensesche Metaobjektivation vom Objekt zum Zeichen im Sinne der Semiose vom ontologischen zum semiotischen Raum mit dem polykontexturalen Zeichenmodell der Kenose mit dem Ausgangspunkt des strukturierten Nichts anstatt des vorgegebenen Objektes einheitlich zu verbinden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Spencer Brown, George, Gesetze der Form. Frankfurt 1968

Toth, Alfred, Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell I-II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a, b

Toth Alfred, Die Semiose vom kategoriellen Standpunkt aus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010c

Multi-Kategorien und Operaden in der Semiotik?

1. Die Definition der Multi-Kategorie in Wikipedia ist so schön, dass ich sie hier gleich reproduzieren möchte:

In mathematics (especially category theory), a **multicategory** is a generalization of the concept of category that allows morphisms of multiple arity. If morphisms in a category are viewed as analogous to functions, then morphisms in a multicategory are analogous to functions of several variables.

Definition [edit]

A multicategory consists of

- a collection (often a proper class) of objects;
- for every finite sequence $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ of objects (for $n := 0, 1, 2, \ldots$) and object Y, a set of *morphisms* from $X_1, X_2, \ldots$, and X_n to Y; and
- for every object X, a special identity morphism (with $n := 1$) from X to X.

Additionally, there are composition operations: Given a sequence of sequences $(X_{1,1}, X_{1,2}, \ldots, X_{1,n1}; X_{2,1}, X_{2,2}, \ldots, X_{2,n2}; \ldots; X_{m,1}, X_{m,2}, \ldots, X_{m,nm})$ of objects, a sequence $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_m)$ of objects, and an object Z: if

- f_1 is a morphism from $X_{1,1}, X_{1,2}, \ldots$, and $X_{1,n}$ to Y_1;
- f_2 is a morphism from $X_{2,1}, X_{2,2}, \ldots$, and $X_{2,n}$ to Y_2;
- …;
- f_m is a morphism from $X_{m,1}, X_{m,2}, \ldots$, and $X_{m,n}$ to Y_m; and
- g is a morphism from $Y_1, Y_2, \ldots$, and Y_m to Z:

then there is a composite morphism $g(f_1, f_2, \ldots, f_m)$ from $X_{1,1}, X_{1,2}, \ldots, X_{1,n1}, X_{2,1}, X_{2,2}, \ldots, X_{2,n2}, \ldots, X_{m,1}, X_{m,2}, \ldots$, and $X_{m,nm}$ to Z. This must satisfy certain axioms:

- If m is 1, Z is Y', and g is the identity morphism for Y', then $g(f')$ must equal f';
- if n_1 is 1, n_2 is 1, …, n_m is 1, X_1 is Y_1, X_2 is Y_2, …, X_m is Y_m, f_1 is the identity morphism for Y_1, f_2 is the identity morphism for Y_2, …, and f_m is the identity morphism for Y_m, then $g(f_1, f_2, \ldots, f_m)$ must equal g; and
- an associativity condition (involving a further level of composition) that takes a long time to write down.

Multi-Kategorien setzen offenbar die in Toth (2010) erstmals skizzierte zahlentheoretische Einführung des Zeichens voraus:

$ZR+ = (X, Y, Z) = (X, \sigma X, \sigma\sigma X) := \{\{3, \ldots, n\}, \{2, \ldots, m\}, \{1, \ldots, o\}\}$.

Das kann man aber auch so darstellen:

$ZR+ = \{\{3, \ldots, n\}, \{2, \ldots, m\}, \{1, \ldots, o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$,

wobei also die Objekte $\in \mathbb{N}$ sind und die Morphismen f_n und g aus den Morphismen $\beta^o = (.)3(.) \rightarrow (.)2(.)$ sowie $\alpha^o = (.)2(.) \rightarrow (.)1(.)$ der Peirceschen kategoriellen Semiotik redefiniert werden (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.).

2. Nun ist der kategorielle Basisbegriff der Operaden – sozusagen Verallgemeinerungen universeller Algebren, die selbst Verallgemeinerungen „bourbakischer Strukturen" waren –, wenigstens was seine kategorietheoretische (weniger seine

ursprünglich topologische) Interpretation anbetrifft, auf dem soeben eingeführten Begriff der Multi-Kategorie basiert. Auch hier zitiere ich wieder aus Wikipedia:

In category theory, an **operad without permutations** (sometimes called a **non-symmetric**, **non-Σ** or **plain** operad) is a multicategory with one object. More explicitly, such an operad consists of the following:

- a sequence $(P(n))_{n\in\mathbb{N}}$ of sets, whose elements are called *n-ary operations*,
- for each integers n, k_1, ..., k_n a function

$$\begin{array}{rcl} P(n)\times P(k_1)\times\cdots\times P(k_n) & \to & P(k_1+\cdots+k_n) \\ (\theta,\theta_1,\ldots,\theta_n) & \mapsto & \theta\circ(\theta_1,\ldots,\theta_n) \end{array}$$

  called *composition*,
- an element 1 in $P(1)$ called the *identity*,

satisfying the following coherence properties:

- *associativity*:

$$\theta\circ(\theta_1\circ(\theta_{1,1},\ldots,\theta_{1,k_1}),\ldots,\theta_n\circ(\theta_{n,1},\ldots,\theta_{n,k_n}))=(\theta\circ(\theta_1,\ldots,\theta_n))\circ(\theta_{1,1},\ldots,\theta_{1,k_1},\ldots,\theta_{n,1},\ldots,\theta_{n,k_n})$$

- *identity*:

$$\theta\circ(1,\ldots,1)=\theta=1\circ\theta$$

(where the number of arguments correspond to the arities of the operations).

Die Familie der $P(n)_{n\in\mathbb{N}}$ sind in der Semiotik einfach wieder die drei Mengen $\{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$. Die allgemein wie folgt definierten Morphismen:

A **morphism of operads** $f: P \to Q$ consists of a sequence

$$(f_n: P(n)\to Q(n))_{n\in\mathbb{N}}$$

which:

- preserves composition: for every *n*-ary operation θ and operations θ_1, ..., θ_n,

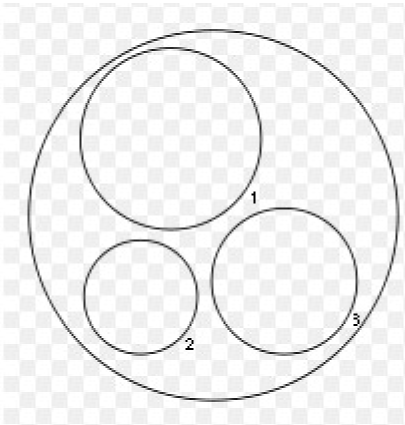
$$f(\theta\circ(\theta_1,\ldots,\theta_n))=f(\theta)\circ(f(\theta_1),\ldots,f(\theta_n))$$

- preserves identity:

$f(1) = 1$.

Operads were originally defined topologically, by May, but his full definition requires symmetric group actions on the $P(n)$ that are suitably related to the maps θ_n. The permutation actions are additional structure that is vital to the original and most later applications.

sind genau gleich zu behandeln wie oben für allgemeine Multi-Kategorien bestimmt. Ein Problem sehe ich jedoch bei einer topologisch-semiotischen Einführung von Operaden, insofern in dem folgenden Scheiben-Modell von Markl, Shnider and Stasheff (2002) die Bedingung der „disjointness“ der „Little-Something“-Operaden bestehen muss:



(aus: Markl, Snider, Stasheff 2002),

da ja auch im zahlentheoretischen Zeichenmodell die Verschachtelung der monadischen, dyadischen und triadischen Relationen natürlich beibehalten ist.

Bibliographie

Markl, Martin/Snider, Steve/Stasheff, Jim, Operads in Algebra, Topology, and Physics. Univ. of North Carolina Press 2002

Toth, Alfred, Semiotisch-Relationale Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell

1. Es ist eine bekannte Tatsache, dass die triadischen Peirce-Zeichen

tdP = (1, 2, 3),

wie Bense (1980) feststellte, als „Primzeichen" dem Anfang der Subsequenz der Peano-Folge korrespondieren, es ist aber nie ausgedrückt worden, dass diese Subsequenz für die trichotomischen Peirce-Zahlen

ttP = (1, 1, 2, 1, 2, 3)

nicht gilt, denn sie werden durch die Ordnungsrelation

$a \leq b \leq c$

auf der Form der Zeichenklassen

(3.a 2.b 1.c)

gebildet. TdP haben also strikte, ttP aber nur schwache Inklusionsordnung, sie sind also ordnun gstheoretisch verschieden. Trotzdem scheint aber die strikte Inklusion oder Verschachtelung von tdP das Clou-Kennzeichen des Peirceschen Zeichenmodells zu sein, denn dieses stellt ja eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation dar (vgl. Bense 1979, S. 53, 67):

$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$.

Es folgt also, dass die ttP ebenfalls der strikten Inklusionsordnung unterworfen werden müssten, um zu einmen zahlentheoretisch einheitlichen Zeichenmodell zu kommen.

2. Wenn wir allerdings

$(a < b < c)$

für (3.a 2.b 1.c) setzen, dann kann man auf diesem Schema, wie man sofort erkennt, lediglich eine einzige im Peirceschen System der kleinen Matrix definierte Zeichenklasse

(3.1 2.2 1.3),

konstruieren. Es nützt uns nichts, dass diese eigenreale Zeichenklassen in mindestens einem Subzeichen mit jeder der übrigen 9 Peirceschen Zeichenklasse verknüpft ist, da diese zwar konstruktionell zugänglich, aber auf ($a < b < c$) nicht definierbar sind.

3. Wir können allerdings ausgehen von dem Schema der erweiterten Peirceschen Zeichenklasse

ZR* = (3.a 2.b 1.c) mit $a < b < c$

das wir nun verallgemeinern zu

ZR** = (X β^{o} Y α^{o} Z).

Die Morphismen β^{o} und α^{o} werden dann erweitert von (.3 → .2) < (.4 → .3) < (.5 → .4), allgemein von (M → (M-1)) bzw. von von (.2 → .1) < (.3 → .2) < (.4 → .3), allgemein von ((M-1) → (M-2)). Dann gilt also automatisch

X, Z, Y = σX, Z = $\sigma\sigma$X

und weil damit sowohl die triadische Grundstruktur von ZR und ZR* bewahrt als auch die strikte Inklusion von ZR* eingebaut ist, können wir nun theoretisch unendlich viele Zeichenklassen konstruieren, wobei das allgemeine Zeichenschema wie folgt aussieht:

ZR+ = (X, Y, Z) = (X, σX, $\sigma\sigma$X) := {{3, ..., n}, {2, ..., m}, {1, ..., o}}.

Das kann man aber auch so darstellen:

ZR+ = {{3, ..., n}, {2, ..., m}, {1, ..., o}} = {$\mathbb{N}\setminus\{1,2\}$, $\mathbb{N}\setminus\{1\}$, $\mathbb{N}$ }.

Dies bedeutet aber hinwiederum, dass es zu ZR+ eine komplementäre Relation CZR+ gibt mit

CZR+ = {{1}, {1, 2}}.

Dies ist aber mit dem Wienerschen Gesetz dasselbe wie

CZR+ = <1, 2>.

Aus CZR+ kann man nun die folgende Matrix bilden

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & - \end{pmatrix}$$

die selbst eine Teilmatrix der in die triadische Peircesche 3×3-Matrix eingebetteten dyadischen Saussureschen Matrix ist, wobei allerdings der Index (2.2) fehlt.

Es scheint, dass man hiermitm ein interessantes semiotischen Gesetz gefunden hat. Was CZR+ allerdings wirklich ist und welche Konsequenzen es beim zahlentheoretischen Aufbau einer Semiotik hat, muss vorläufig offen bleiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

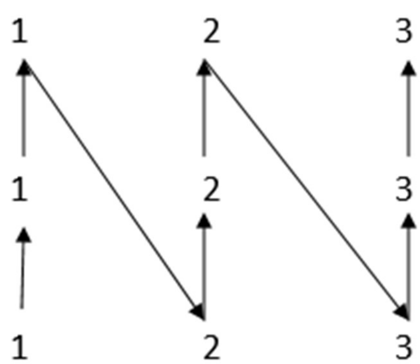
Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Die 36 Zählarten von Objekten

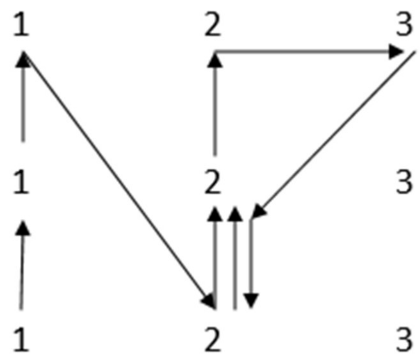
1. Abstrakt gesprochen, ist jede der 36 Objektklassen durch drei Relationen gekennzeichnet, welche lineare Folgen von 3 bis 7 Elementen darstellen. Linear bedeutet hier vor allem, dass keine für Zeichenrelationen so charakteristischen Verschachtelungen, d.h. Inklusionen vorkommen. Überraschenderweise kommen allerdings Regressionen und Diagonalbewegungen vor, d.h. die Peano-Folge einer bestimmten Zahlenart kann sozusagen umgekehrt und sogar poly-kontexturalisiert werden. Streng genommen hat also jede Objektklasse ihre eigene Arithmetik. Da wir uns auf dem Grund der aristotelischen Logik befinden, mag man als Ausdruck hierfür die bekannte Unmöglichkeit sehen, verschiedene Qualitäten durch eine Rechenoperation zu verknüpfen. Der „Pathologien" des Peano-Gänsemarsches allerdings bleiben zur Erklärung offen.

2. Die 36 Zählarten

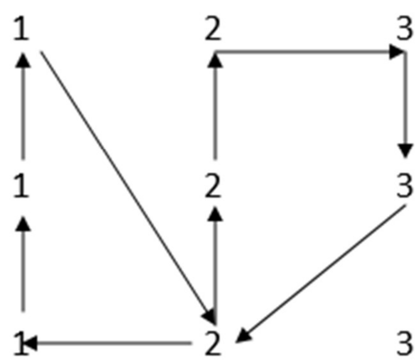
2.1. Okl 1 = (111, 222, 333)



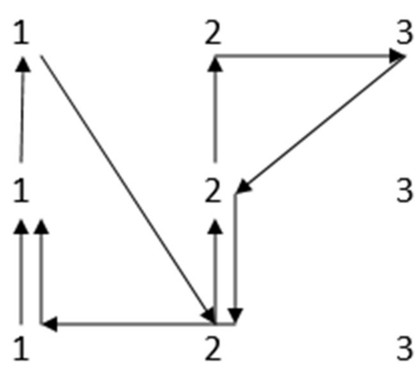
2.2. Okl 2 = (111, 222, 3222)



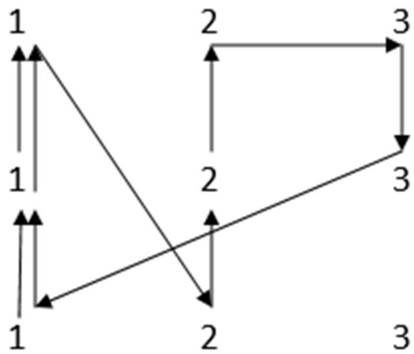
2.3. Okl 3 = (111, 222, 3321)



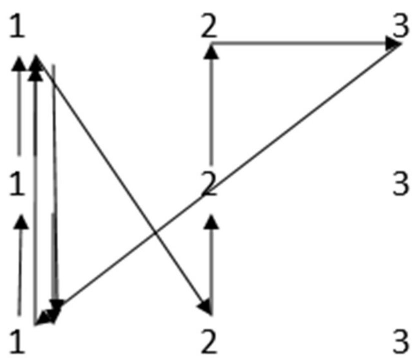
2.4. Okl 4 = (111, 222, 32211)



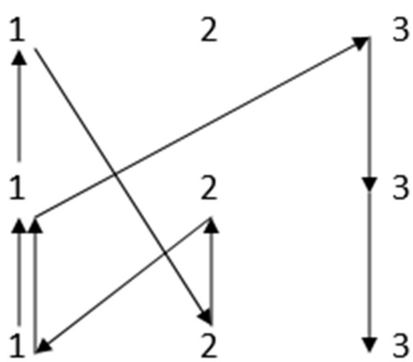
2.5. Okl 5 = (111, 222, 33111)



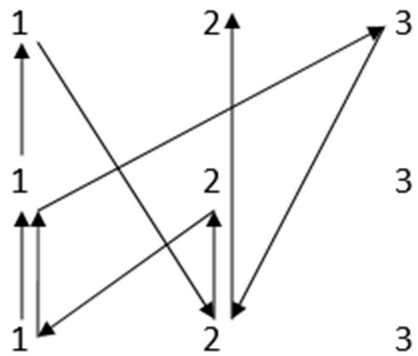
2.6. Okl 6 = (111, 222, 3111111)



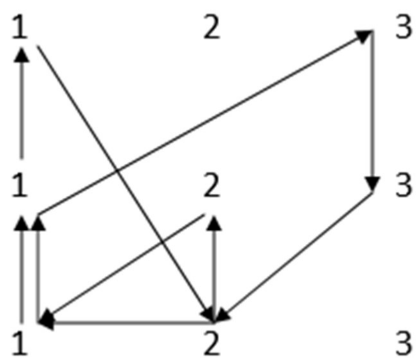
2.7. Okl 7 = (111, 2211, 333)



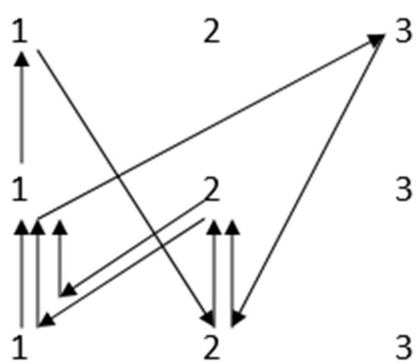
2.8. Okl 8 = (111, 2211, 3222)



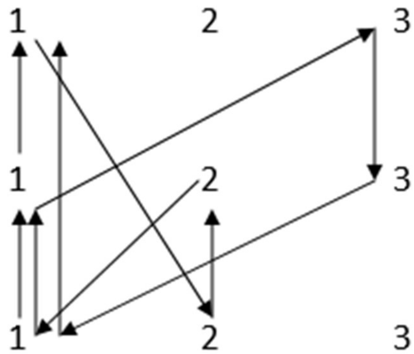
2.9. Okl 9 = (111, 2211, 3321)



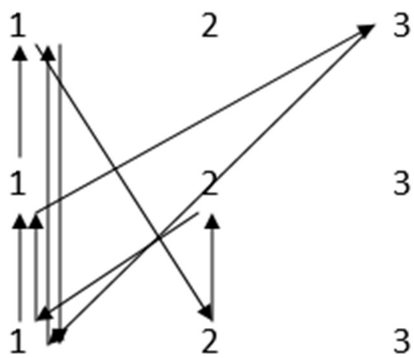
2.10. Okl 10 = (111, 2211, 32211)



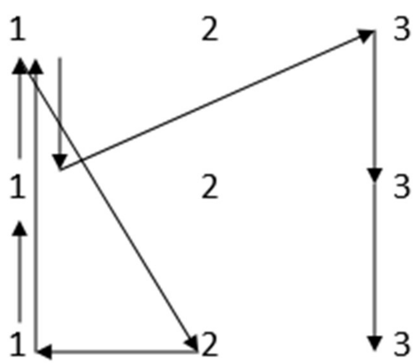
2.11. Okl 11 = (111, 2211, 33111)



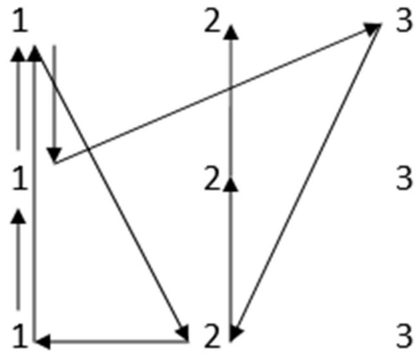
2.12. Okl 12 = (111, 2211, 3111111)



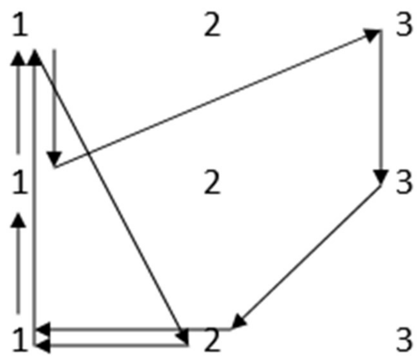
2.13. Okl 13 = (111, 21111, 333)



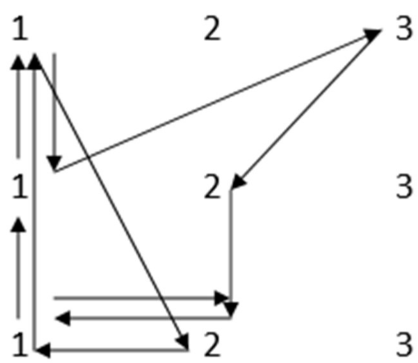
2.14. Okl 14 = (111, 21111, 3222)



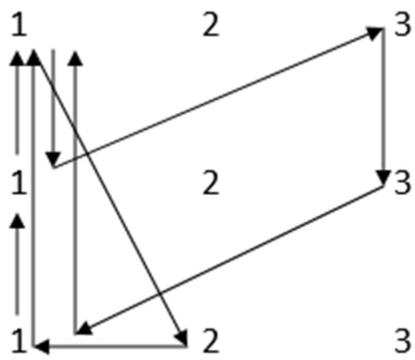
2.15. Okl 15 = (111, 21111, 3321)



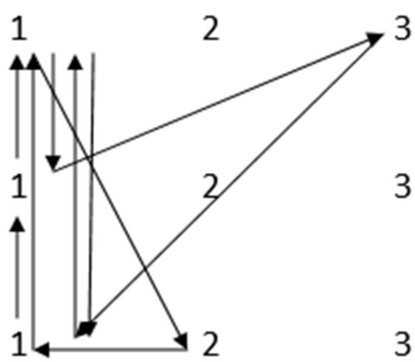
2.16. Okl 16 = (111, 21111, 32211)



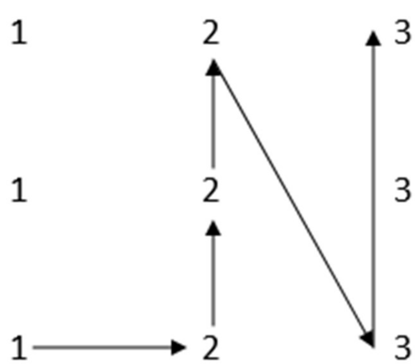
2.17. Okl 17 = (111, 21111, 33111)



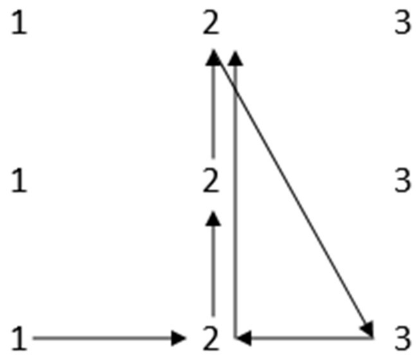
2.18. Okl 18 = (111, 21111, 3111111)



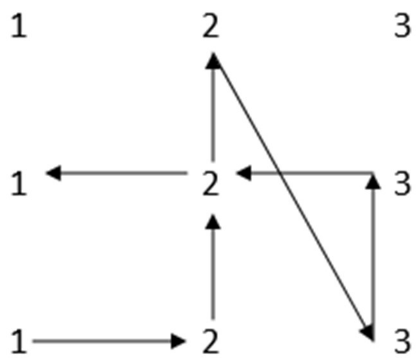
2.19. Okl 19 = (12, 222, 333)



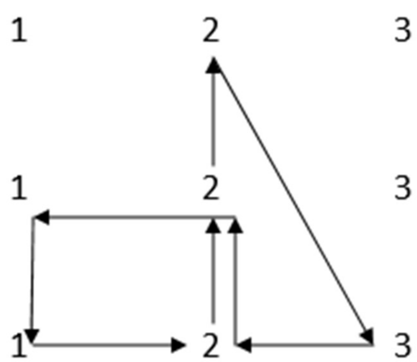
2.20. Okl 20 = (12, 222, 3222)



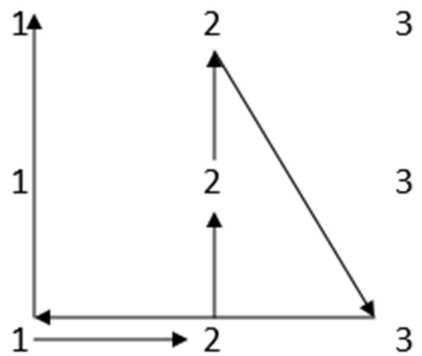
2.21. Okl 21 = (12, 222, 3321)



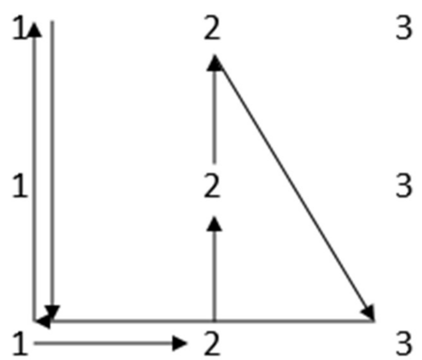
2.22. Okl 22 = (12, 222, 32211)



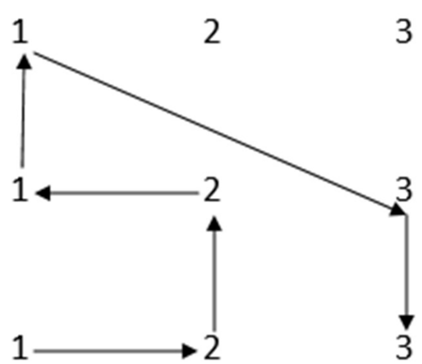
2.23. Okl 23 = (12, 222, 33111)



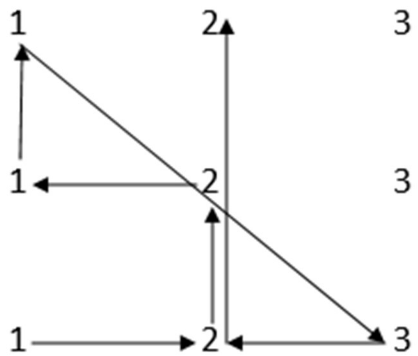
2.24. Okl 24 = (12, 222, 3111111)



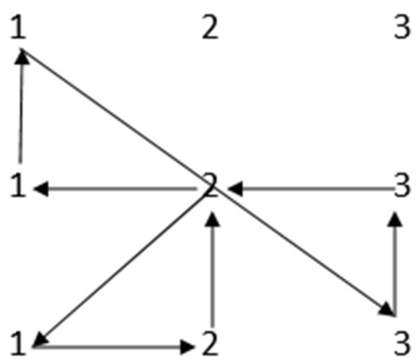
2.25. Okl 25 = (12, 2211, 333)



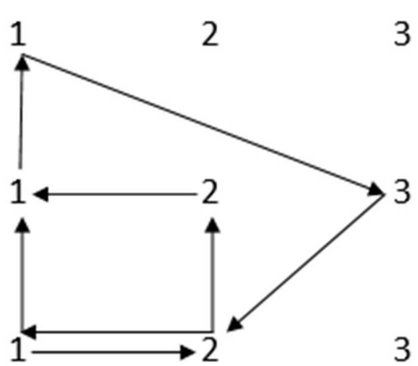
2.26. Okl 26 = (12, 2211, 3222)



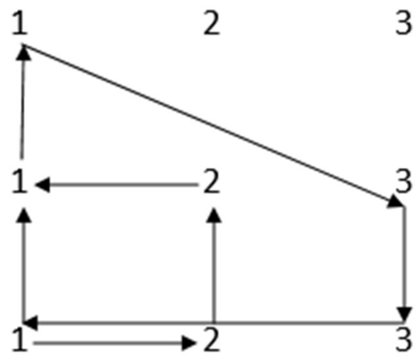
2.27. Okl 27 = (12, 2211, 3321)



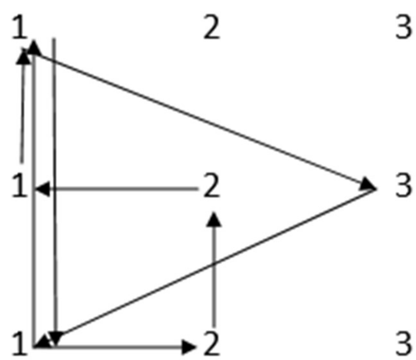
2.28. Okl 28 = (12, 2211, 32211)



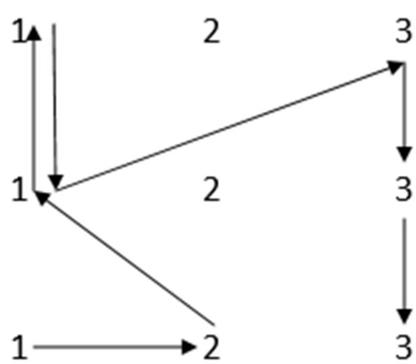
2.29. Okl 29 = (12, 2211, 33111)



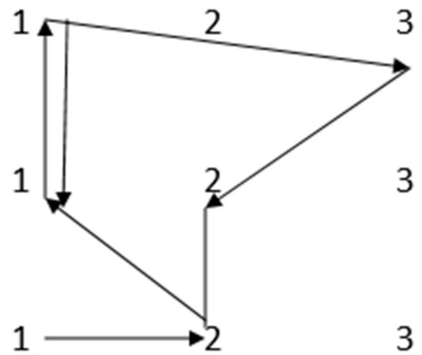
2.30. Okl 30 = (12, 2211, 3111111)



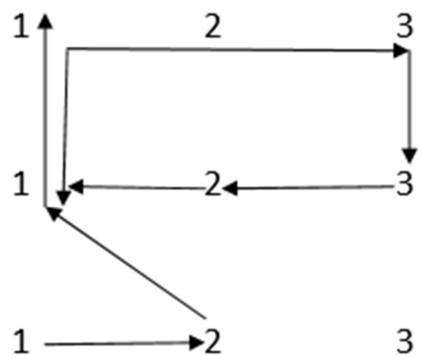
2.31. Okl 31 = (12, 21111, 333)



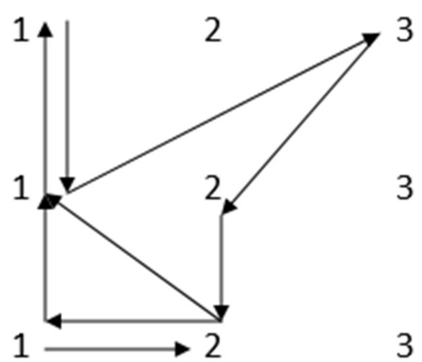
2.32. Okl 32 = (12, 21111, 3222)



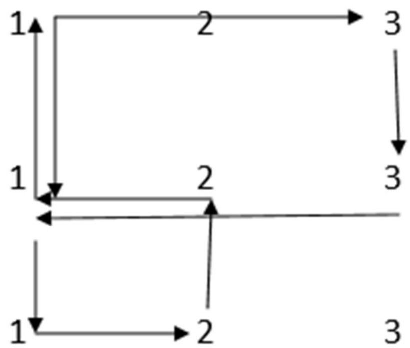
2.33. Okl 33 = (12, 21111, 3321)



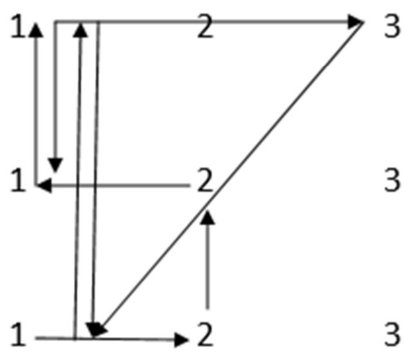
2.34. Okl 34 = (12, 21111, 32211)



2.35. Okl 35 = (12, 21111, 33111)



2.36. Okl 36 = (12, 21111, 3111111)



Abschliessend sei darauf hingewiesen, dass jedes Diagramm, und zwar schon als Diagramm (nicht nur was das Einzeichnen betrifft) einen bestimmten Freiheitsgrad besitzt. Jede Zahl (n+1) muss ja selbstverständlich nur um einen Schritt von der Zahl (n) entfernt sein. Weitere Bedigungen (die ausser- und daher unarithmetisch wären) gibt es nicht. Somit hat man also z.B. bereits bei 1 die Möglichkeit der linearen oder der diagonalen Fortsetzung. Zu bestimmen, ob es für die quantiqualitativen Objektzahlen so etwas wie ein Isomorphiekriterium gibt, dürfte von gewaltigem Interesse sein. Ferner möchte ich nochmals darauf hinweisen, dass die Kriterien, wann und welches Objekt in eine Objektklasse gehört, hinreichend unklar sind. Gibt es z.B. den unitären Fall, dass ein Objekt eine eigene Arithmetik besitzt? Welches sind die Bedingungen an Objekte, die gleiche Arithmetik zu haben? Usw.

Primzeichen und Primobjekte

1. Bekanntlich können die Primzeichen der triadischen Peirceschen Zeichenrelation als Ordnungsrelation aufgefasst und in der Form von Ordnungszahlen geschrieben werden (vgl. Bense 1980):

ZR = (M, O, I) $\rightarrow$ (1., 2., 3.)

Dadurch wird also ZR zu einer geordneten Menge, und wir können sie nach Toth (2007, S. 18 f.) mit der Wienerschen Paarmengenkonvention wie folgt als ungeordnete Menge schreiben

ZR = $\{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, 1\}\}, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, 1\}\}\}$

2. Nach Bense ist das Mittel $\mathcal{M}$ als Zeichenträger ein triadisches Objekt (Bense/Walther 1973, S. 71). Entsprechend wurden in Toth (2009) auch die beiden übrigen ontologischen Korrelate der triadischen Peirceschen Zeichenrelation als triadische Objekte eingeführt, nämlich das Objekt Ω und der Interpret $\mathfrak{I}$. Da bei relationalen Objekten keine Verschachtelungen existieren, können wir die Objektsrelation in der Form von Kardinalzahlen darstellen und sie analog zu Primzeichen „Primobjekte" nennen:

OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathfrak{I}$) $\rightarrow$ (1, 2, 3)

3. Nun hatten wir in Toth (2009) sogenannte Hybridklassen eingeführt, d.h. relationale Klassen, bei denen Elementen (monadischen, dyadischen oder triadischen Relationen) entweder die triadischen Haupt- oder die trichotomischen Stellenwerte ontologisch sind, d.h. aus OR stammen, während die jeweils anderen aus ZR stammen, d.h. semiotisch sind. Ferner kann man in gemsichten Zeichen-/Objekt-Klassen auch die einzelnen Bezüge als verschiedene Hybriden einführen.

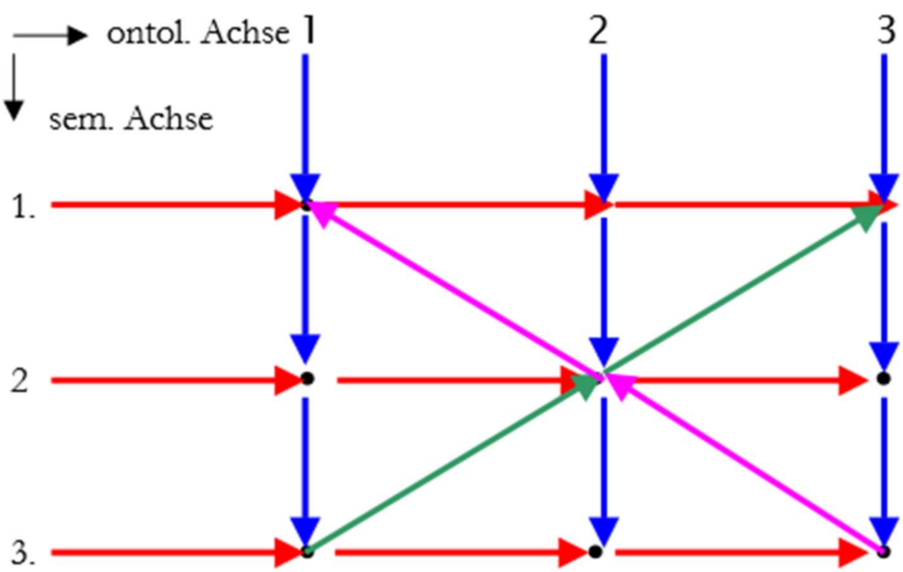
Wir können also die folgenden beiden Mengen hybrider Partialrelationen bilden:

1. OR $\times$ ZR = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}

2. ZR $\times$ OR = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)}

Somit sind also die Elemente der Menge aus dem kartesischen Produkt OR $\times$ ZR kardi-ordinale Relationszahlen und die Elemente der Menge aus dem kartesischen Produkt ZR $\times$ OR ordi-kardinale Relationszahlen. Man vergleiche damit die entsprechenden Verhältnisse in der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986, S. 93).

Man kann die Bildung dieser ordi-kardinalen und kardi-ordinalen Dyaden in zwei Dimensionen wie folgt darstellen:



Die grüne Nebendiagonale und die violette Hauptdiagonale sind daher die Orte jener Mengen von Dyaden, deren ontologische und semiotische Kategorien gleichverteilt sind.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars semeiotica 3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Das Zeichen als Fragment. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zu welchem semiotischen System führt die Vereinigung der vier verschachtelten Dualsysteme?

1. In Toth (2009a, b, c) hatten wir gesehen, dass 4 Zeichendefinition bzw. 1 Zeichendefinition mit 4 verschiedenen Ordnungsschemata nötig sind, um die von Bense (1979, S. 67) geforderte Definition der kleinen semiotischen Matrix durch die Peircesche Zeichenrelation zu gewährleisten:

1. $ZR1 = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))$

   Ordnungsschema: (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

2. $ZR2 = C(ZR1) = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))$

   Ordnungsschema: (1.a 2.b 3.c) mit $a \leq b \leq c$

3. $ZR3 = ZR1^{-1} = ((M), ((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)))^{-1} = (((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)), M))$

   Ordnungsschema: (1.a 2.b 3.c) mit $c \leq b \leq a$

4. $ZR4 = ZR2^{-1} = ((I), ((I \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow M)))^{-1} = (((M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I)), (I))$

   Ordnungsschema: (3.a 2.b 1.c) mit $c \leq b \leq a$.

2. Konstruiert man nun die je 10 möglichen Dualsysteme über diesen 4 Zeichendefinitionen, so ergeben sich 4 Gruppen, welche teils strukturell ähnlich sind, teils aber markant abweichend. Vereinigt man die 40 Dualsysteme, so erhält man folgende Menge von Dualsystemen, von denen die vom Standardschema (1.) abweichenden mit * bezeichnet wurden.

2.1. Nicht-permutierte Dualsysteme

1. (3.1 2.1 1.1) × (1.1 <u>1.2 1.3</u>) M-them. M
2. (3.1 2.1 1.2) × (2.1 <u>1.2 1.3</u>) M-them. O
3. (3.1 2.1 1.3) × (3.1 <u>1.2 1.3</u>) M-them. I
4. (3.1 2.2 1.2) × (<u>2.1 2.2</u> 1.3) O-them. M

5. $(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3})$ triad. Real.

6. $(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3)$ I-them. M

7. *$(3.2\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$ M-them. O

8. *$(3.2\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ \underline{2.2\ 2.3})$ O-them. M

9. $(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$ O-them. O

10. $(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ \underline{2.2\ 2.3})$ O-them. I

11. $(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$ I-them. O

12. *$(3.3\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 3.3)$ M-them. I

13. *$(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ \underline{3.3})$ triad. Real.

14. *$(3.3\ 2.2\ 1.2) \times (\underline{2.1\ 2.2}\ 3.3)$ O-them. I

15. *$(3.3\ 2.3\ 1.1) \times (1.1\ \underline{3.2\ 3.3})$ I-them. M

16. *$(3.3\ 2.3\ 1.2) \times (2.1\ \underline{3.2\ 3.3})$ I-them. O

17. $(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$ I-them. I

2.2. Permutierte Dualsysteme

1. $(1.1\ 2.1\ 3.1) \times (1.3\ \underline{1.2\ 1.1})$ M-them. M

2. *$(1.1\ 2.1\ 3.2) \times (2.3\ \underline{1.2\ 1.1})$ M-them. O

3. *$(1.1\ 2.1\ 3.3) \times (3.3\ \underline{1.2\ 1.1})$ M-them. I

4. *$(1.1\ 2.2\ 3.2) \times (\underline{2.3\ 2.2}\ 1.1)$ O-them. M

5. *$(1.1\ 2.2\ 3.3) \times (\underline{3.3}\ \underline{2.2}\ \underline{1.1})$ triad. Real.

6. *$(1.1\ 2.3\ 3.3) \times (\underline{3.3\ 3.2}\ 1.1)$ I-them. M

7. $(1.2\ 2.1\ 3.1) \times (\underline{1.3\ 1.2}\ 2.1)$ M-them. O

8. $(1.2\ 2.2\ 3.1) \times (1.3\ \underline{2.2\ 2.1})$ O-them. M

9. $(1.2\ 2.2\ 3.2) \times (2.3\ \underline{2.2\ 2.1})$ O-them. O

10. $*(1.2\ 2.2\ 3.3) \times (3.3\ \underline{2.2\ 2.1})$ O-them. I

11. $*(1.2\ 2.3\ 3.3) \times (\underline{3.3\ 3.2}\ 2.1)$ I-them. O

12. $(1.3\ 2.1\ 3.1) \times (\underline{1.3\ 1.2}\ 3.1)$ M-them. I

13. $(1.3\ 2.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3})$ triad. Real.

14. $(1.3\ 2.2\ 3.2) \times (\underline{2.3\ 2.2}\ 3.1)$ O-them. I

15. $(1.3\ 2.3\ 3.1) \times (1.3\ \underline{3.2\ 3.1})$ I-them. M

16. $(1.3\ 2.3\ 3.3) \times (3.3\ \underline{3.2\ 3.1})$ I-them. I

17. $(1.3\ 2.3\ 3.2) \times (2.3\ \underline{3.2\ 3.1})$ I-them. O

Beide Teilsysteme haben also je 17 Dualsysteme, die einmal nach der „pragmatischen Maxime“, d.h. (I→O→M), geordnet und einmal spiegelverkehrt (M→O→I) aufscheinen. Bemerkenswert ist jedoch, dass sie keine von der Theorie der figurativen Zahlen her zu erwartende Menge von DS darstellen (vgl. Toth 2008, S. 222); es sind in Sonderheit weder 10, 15, 21, 28, noch 35 Zeichenklassen, zwischen denen „trichotomischer Wechsel“ sichtbar wird (Toth 2008, S. 222 ff.). Die auf der Entdeckung der 4 statt 1 verschachtelten Zeichenrelationen der ursprünglichen Peirceschen Zeichendefinition beruhende Menge von 34 Dualsystemen ist daher ein strukturell neues Teilorganon der Semiotik.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Verschachtelung und komplementäre Verschachtelung bei Spurenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Dualsysteme aus den 4 komplementären und inversen triadischen Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics , 2009b

Toth, Alfred, Die semiotischen “Schachtelrealitäten”. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics , 2009c

Kategorielle Verschachtelung in der erweiterten Semiotik

1. Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, kann man auf der Basis der von Bense (1975, S. 100 ff.) eingeführten semiotischen Grossen Matrix auf zwei prinzipiell verschiedene Arten Zeichenklassen aus Paaren von dyadischen Subzeichen bilden:

1. Zkl^{erw} = ((3.a 3.b) (2.c 2.d) (1.e 1.f))

2. Zkl^{erw} = ((3.a b.c) (2.d e.f) (1.g h.i)) mit a, ..., $\in$ {1, 2, 3}

Bei der ersten Variante gehören als innerhalb jedes Bezugs die sekundären (determinierenden) Subzeichen der gleichen triadischen Relation an wie die primären (determinierten) Subzeichen. Bei der zweiten Variante sind nur die Bezüge der primären Zeichen bestimmt. Bei der ersten Variante kann man weiter entscheiden, ob man die semiotische Inklusionsordnung für einfache, d.h. nicht-erweiterte triadische Zeichenklassen

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

auch auf die zu konstruierenden erweiterten Zeichenklassen überträgt. Tut man es, so erhält man, wie in Toth (2009) gezeigt wurde, 21 Zeichenklassen der Form ($a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq f$); tut man es nicht, so lassen sich 9^3 = 729 Zeichenklassen bilden. Bei der zweiten Variante sind es 27^3 = 10'683 Zeichenklassen, wenn man als einzige Ordnung die einfache triadische Ordnung $a \leq d \leq g$ anerkennt.

2. Welche Variante man wählt, erweiterte Zeichenklassen haben eine Eigentümlichkeit, die man am besten dadurch darstellen kann, dass man sie nach dem in Toth (2008, S. 159 ff.) eingeführten Fahren als „dynamische" Kategorien auffasst. Im Gegensatz zur statischen semiotischen Kategorietheorie, in der einfach jedem Subzeichen, aufgefasst als Semiose, ein Morphismus zugeordnet wird, trägt die dynamische semiotische Kategorietheorie der Tatsache Rechnung, dass das Peircesche Zeichen eine „verschachtelte Relation über Relationen" ist (Bense 1979, S. 53, 67) ist, d.h. dass es nicht einfach eine 3-stellige Relation ist, sondern eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und eine triadischen Partialrelation, wobei die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Partialrelation inkludiert sind.

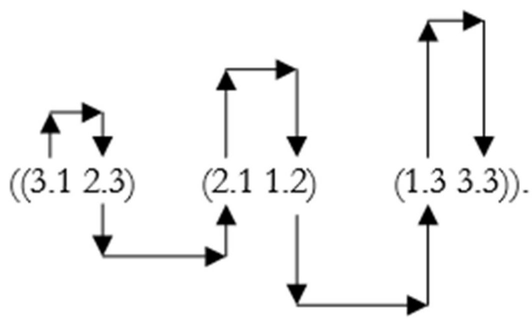
Nehmen wir als konkretes Beispiel die folgende Zeichenklasse:

Zkl^{erw} = ((3.1 2.3) (2.1 1.2) (1.3 3.3)),

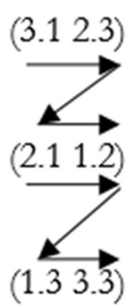
d.h. eine erweiterte Zeichenklasse vom Typ 2 mit der Inklusionsordnung ($a \leq d \leq g$). Dann können wir diese Zeichenklasse wie folgt in semiotisch-kategorie-theoretischer Notation schreiben:

Zkl^{erw} = $[[\beta°, \beta\alpha], [id2, \alpha°\beta°], [\alpha°, \alpha], [id1, \beta], [\beta\alpha, id3]]$

Wir haben also folgende Verschachtelungen vorgenommen:



Wenn wir die drei Dyaden-Paare untereinander schreiben, sieht das so aus:



3. Wenn wir nun mit dieser kategoriellen Verschachtelung fortfahren, erhalten wir auf der nächsten Stufe:

$[[\beta°, id2], [\beta\alpha, \alpha°\beta°], [id2, \alpha°], [\alpha°\beta°, \alpha], [\alpha°, id1], [\alpha, \beta], [id1, \beta\alpha], [\beta, id3]$

Auf einer dritten Stufe:

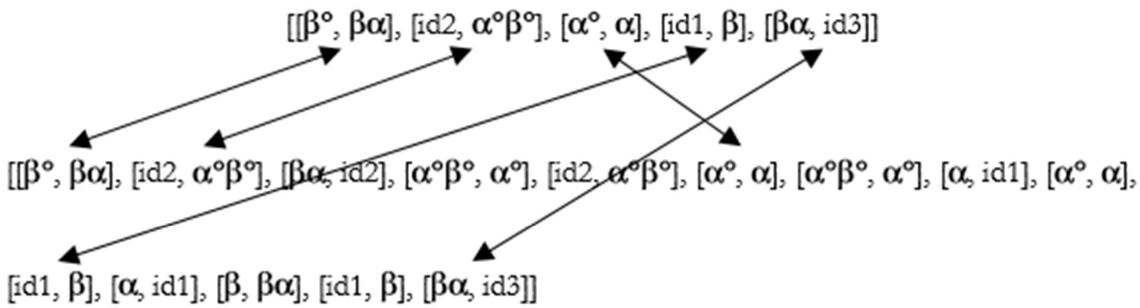
$[[\beta°, \beta\alpha], [id2, \alpha°\beta°], [\beta\alpha, id2], [\alpha°\beta°, \alpha°], [id2, \alpha°\beta°], [\alpha°, \alpha], [\alpha°\beta°, \alpha°], [\alpha, id1], [\alpha°, \alpha], [id1, \beta], [\alpha, id1], [\beta, \beta\alpha], [id1, \beta], [\beta\alpha, id3]]$

Und auf einer vierten Stufe:

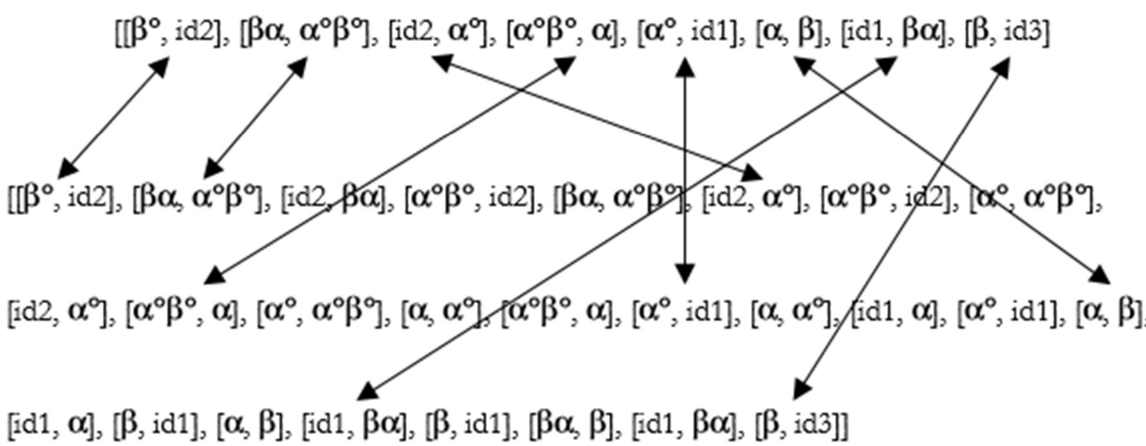
[[β°, id2], [βα, α°β°], [id2, βα], [α°β°, id2], [βα, α°β°], [id2, α°], [α°β°, id2], [α°, α°β°], [id2, α°], [α°β°, α], [α°, α°β°], [α, α°], [α°β°, α], [α°, id1], [α, α°], [id1, α], [α°, id1], [α, β], [id1, α], [β, id1], [α, β], [id1, βα], [β, id1], [βα, β], [id1, βα], [β, id3]]

Nun vergleichen wir die geraden und die ungeraden Stufen untereinander:

n = 1 und n = 3:



n = 2 und n = 4:



Wir sehen also, dass die verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe n Teilmengen der iterierten verschachtelten kategoriellen Strukturen einer Stufe (n+1) sind, und zwar gesondern für gerades und für ungerades n.

4. Eine weitere Besonderheiten – neben der Teilmengenbeziehungen zwischen je zwei geraden oder ungeraden Stufen – findet man in einer Art von Slots, die man auf der jeweils vorangehenden Stufe einer geraden oder ungeraden Stufe (d.h. also allgemein n ← (n+2)) postulieren kann, und zwar hat die Stufe n gegenüber der nächsten Stufe (n+2) immer 3 Slots oder „kategoriale Spuren“, wobei die ersten zwei Morphismen sowohl im geraden wie im ungeraden Fall ausgenommen sind:

(n = 2) → (n = 4):

[[β°, id2], [βα, α°β°], —, — , — , [id2, α°], — , — , — , [α°β°, α], — , — , — , [α°, id1], — , — , — , [α, β], — , — , — , [id1, βα], — , — , — , [β, id3]

↓

[[β°, id2], [βα, α°β°], [id2, βα], [α°β°, id2], [βα, α°β°], [id2, α°], [α°β°, id2], [α°, α°β°], [id2, α°], [α°β°, α], [α°, α°β°], [α, α°], [α°β°, α], [α°, id1], [α, α°], [id1, α], [α°, id1], [α, β], [id1, α], [β, id1], [α, β], [id1, βα], [β, id1], [βα, β], [id1, βα], [β, id3]]

(n = 1) → (n = 3):

[[β°, βα], [id2, α°β°], — , — , — , [α°, α], — , — , — , [id1, β], —, —, —, βα, id3]]

↓

[[β°, βα], [id2, α°β°], [βα, id2], [α°β°, α°], [id2, α°β°], [α°, α], [α°β°, α°], [α, id1], [α°, α], [id1, β], [α, id1], [β, βα], [id1, β], [βα, id3]]

Schliesslich und endlich finden wir als dritte bemerkenswerte Eigenschaft, dass die Anzahl der Morphismen pro verschachtelter kategorieller Struktur eine einzigartige Zahlenfolge generiert, deren Anfang wie folgt ausschaut:

Stufe	Anzahl Morphismen
n = 1	5
n = 2	8
n = 3	14
n = 4	26

Was das alles zu bedeuten hat, muss späteren Arbeiten überlassen werden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die erweiterte Semiotik auf der Basis der Grossen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics , 2009

Intermediäre semiotische Qualitäten

1. "Das vollständige Zeichen ist eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das Mittel (M), monadisch (einstellig), deren zweites, der Objektbezug (O), dyadisch (zweistellig) und deren drittes, der Interpretant (I), triadisch (dreistellig) gebaut ist. So ist also das vollständige Zeichen als eine triadisch gestufte Relation von Relationen zu verstehen" (Bense 1979, S. 67).

Vom quantiativen Standpunkt aus gilt also für die Zeichenrelation

$ZR = {}^{1}R \subset {}^{2}R \subset {}^{3}R$,

d.h. das Zeichen folgt der Nachfolgestruktur der ersten drei Ordinalzahlen

$ZR = (.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.)$.

Anderseits hatte Bense (1979, S. 60) aber darauf hingewiesen, dass zwischen den drei Fundamentalkategorien Erstheit, Zweitheit und Drittheit auch eine Selektionsbeziehung besteht, insofern die Zweitheit aus der Erstheit und die Drittheit aus der Erstheit und der Zweitheit selektiert sind:

Kat > Mod > Rpr,

d.h. vom quantitativen Standpunkt aus besteht zwischen den drei Relationen die Grösser-als-Ordnung (<), aber vom qualitativen Standpunkt besteht die Kleiner-als-Ordnung (>), da die Selektion vom Allgemeinen zum Spezifischen führt. In Toth (2009) wurde daher die vollständige quantitativ-qualitative Zeichenrelation wie folgt dargestellt:

$ZR = (.1.) \lesseqgtr (.2.) \lesseqgtr (.3.)$.

2. Nach Bense (1979, S. 67) wird die Stufung der Partialrelationen der Zeichenrelation wie folgt auf die Ebene der Subzeichen und der aus ihnen zusammengesetzen Zeichenklassen vererbt:

ZR (M, O, I) =

ZR (M, M $\Rightarrow$ O, M $\Rightarrow$ O $\Rightarrow$ I) =

ZR (mon. Rel., dyad. Rel., triad. Rel.) =

ZR (.1., .2., .3.) =

$$
\begin{array}{llll}
\text{ZR} & (1.1\ 1.2\ 1.3) & (1.1\ 1.2\ 1.3) & (1.1\ 1.2\ 1.3) \\
 & & (2.1\ 2.2\ 2.3) & (2.1\ 2.2\ 2.3) \\
 & & & (3.1\ 3.2\ 3.3)
\end{array}
$$

Ich hatte daher bereits in Toth (2008, S. 159 ff.) vorgeschlagen, bei der Notation von Zeichenklassen und Realitätsthematiken mittels semiotischer Morphismen nicht die Subzeichen durch Morphismen zu ersetzen, sondern der Verschachteltheit der Partialrelationen wie folgt Rechnung zu tragen:

(3.a 2.b 1.c) → [[3.2, (a.b)], [2.1, (b.c)]]

Genauso wie bei ZR, so sind natürlich auch bei den semiotischen Kategorien sowohl Quantitäten wie Qualitäten involviert. Um dies zu zeigen, ordnen wir zuerst den 10 Peirceschen Zeichenklassen ihre durch Verschachtelung gewonnenen natürlichen Transformationen zu:

(3.1 2.1 1.1) → [[3.2, 1.1], [2.1, 1.1]]
(3.1 2.1 1.2) → [[3.2, 1.1], [2.1, 1.2]]
(3.1 2.1 1.3) → [[3.2, 1.1], [2.1, 1.3]]
(3.1 2.2 1.2) → [[3.2, 1.2], [2.1, 2.2]]
(3.1 2.2 1.3) → [[3.2, 1.2], [2.1, 2.3]]
(3.1 2.3 1.3) → [[3.2, 1.3], [2.1, 3.3]]
(3.2 2.2 1.2) → [[3.2, 2.2], [2.1, 2.2]]
(3.2 2.2 1.3) → [[3.2, 2.2], [2.1, 2.3]]
(3.2 2.3 1.3) → [[3.2, 2.3], [2.1, 3.3]]
(3.3 2.3 1.3) → [[3.2, 3.3], [2.1, 3.3]]

Wie man erkennt, entsteht damit also folgende Struktur der verschachtelten natürlichen Transformationen:

Zkl(kat) = [[3.2, a.b], [2.1, c.d]],

wobei also (a.b) und (c.d) von (3.2) und (2.1) unabhängig sind. Da jedoch jede Zeichenklasse auf der trichotomischen Ordnung

(3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

basiert, können (a.b) und (c.d) nur begrenzte Werte annehmen. Dies gilt nun natürlich nicht nur für die quantitativen, sondern auch für die qualitativen Subzeichen:

(○ □ △) → [[◑, △], [□, △]]

(○ □ ◭) → [[◑, △], [□, ◭]]

(○ □ ▲) → [[◑, △], [□, ▲]]

(○ ◨ ◭) → [[◑, ◭], [□, ◨]]

(○ ◨ ▲) → [[◑, ◭], [□, ■]]

(○ ■ ▲) → [[◑, ▲], [□, ●]]

(◑ ◨ ◭) → [[◑, ◨], [□, ◨]]

(◑ ◨ ▲) → [[◑, ◨], [□, ■]]

(◑ ■ ▲) → [[◑, ■], [□, ●]]

(● ■ ▲) → [[◑, ●], [□, ●]]

Wenn wir also die Konstanten weglassen, bekommen wir folgende kategorial-qualitative Korrespondenzen:

[id1, id1] $\rightarrow$ [△, △]

[id1, α] $\rightarrow$ [△, ◭]

[id], $\beta\alpha$] $\rightarrow$ [△, ▲]

[α, id2] $\rightarrow$ [◭, ◨]

[α, $\beta\alpha$] $\rightarrow$ [◭, ■]

[$\beta\alpha$, id3] $\rightarrow$ [▲, ●]

[id2, id2] $\rightarrow$ [◨, ◨]

[id2, $\beta\alpha$] $\rightarrow$ [◨, ■]

[$\beta\alpha$, id3] $\rightarrow$ [■, ●]

[id3, id3] $\rightarrow$ [●, ●]

Da diese also aus den verschachtelten quantitativ-qualitativen Zeichenrelationen gewonnen sind, wollen wir sie “intermediäre Qualitäten” nennen. Intermediäre Qualitäten folgen den Regeln für quantitative “dynamische” Morphismen, wie sie in Toth (2008, S. 151 ff., 155 ff., 295 ff.) dargelegt wurden.

Bibliographie

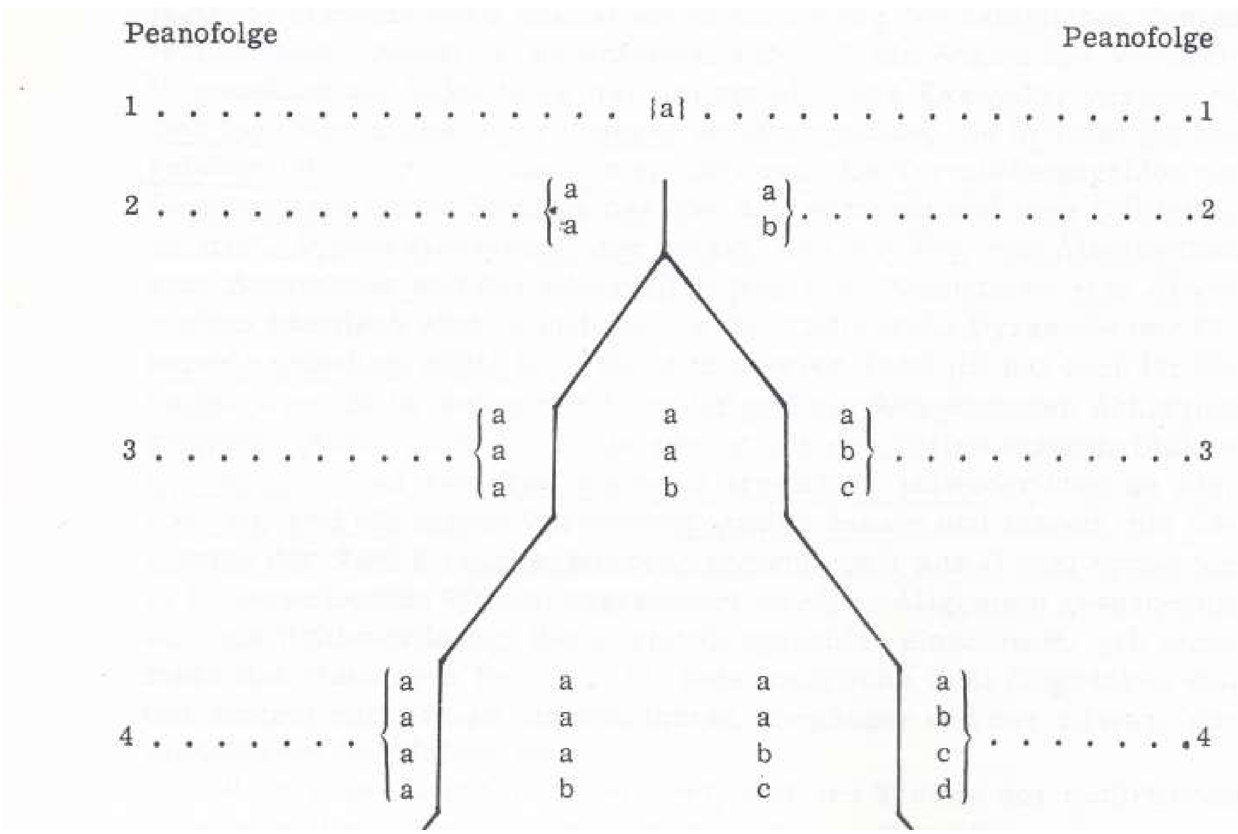
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

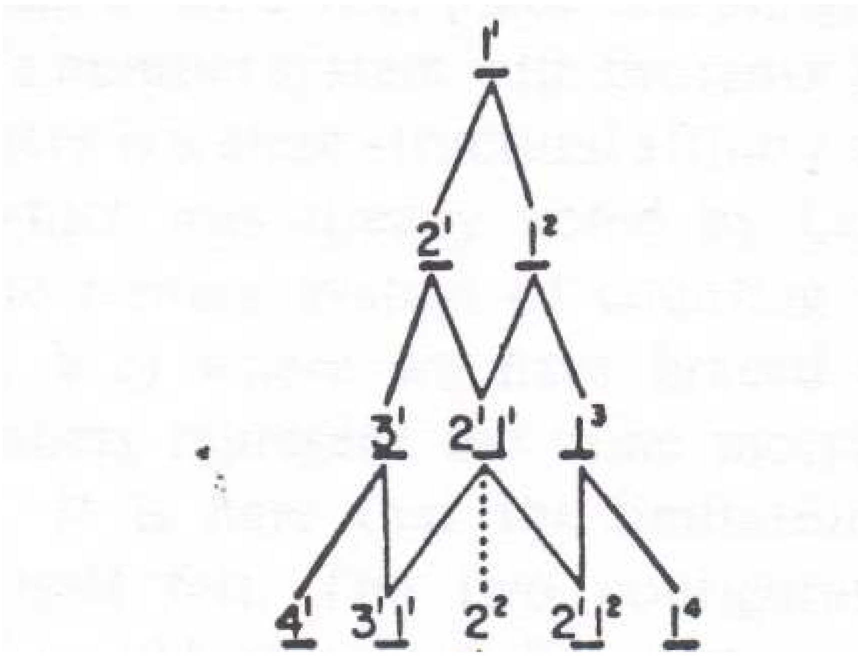
Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics , 2009

Semiotische Iteration und Akkretion

1. Einer der zentralen Unterschiede zwischen den monokontexturalen Peano-Zahlen und den polykontexturalen Proto-, Deutero- und Tritozahlen (vgl. Günther 1976-80) besteht darin, daß für eine und die selbe Kontextur Vermittlungszahlen auftreten. Günther (1979, S. 252 ff.) nennt in seinem für die qualitative Mathematik fundamentalen Aufsatz die Repetition des Gleichen Iteration und diejenige des Verschiedenen Akkretion. Die Vermittlungszahlen vermitteln somit zwischen rein iterativen und rein akkretiven qualitativen Zahlen. Im folgenden geben wir zwei Darstellungweisen für eine 4-wertige polykontexturalen Logik und Ontologie. Die erste Darstellung benutzt Morphogramme (vgl. Günther 1979, S. 272)



und die zweite Darstellung benutzt deren Notation durch sog. Frequenzzahlen, bei denen der "Exponent" die Anzahl der Wiederholung der Basiszahl angibt.



2. Im folgenden setzen wir im Anschluß an Toth (2014a, b) für die 4 logischen Werte subjektdeiktische Interpretantenbezüge ein.

$1 \equiv I_{ich}$

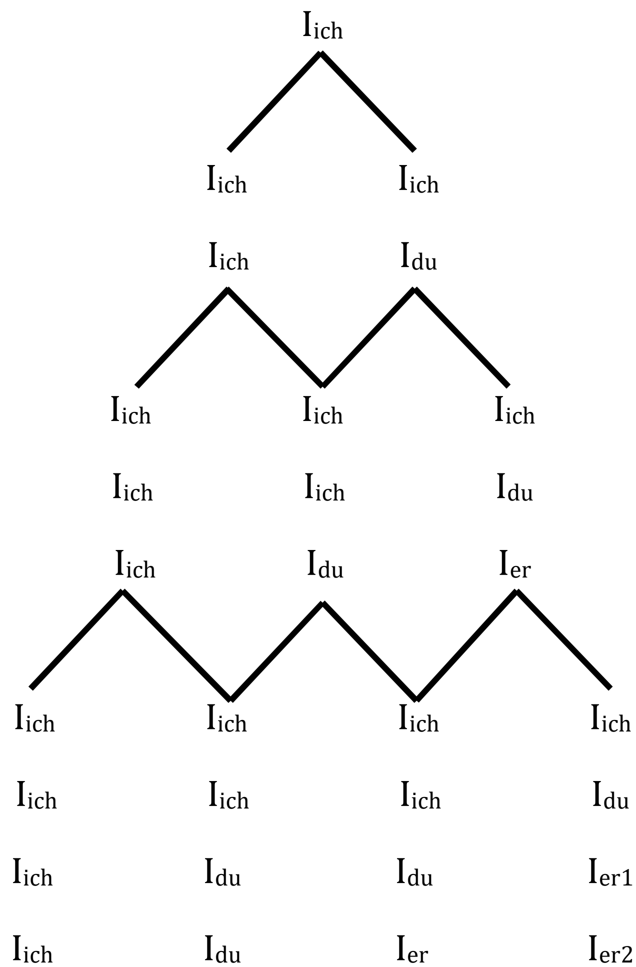
$2 \equiv I_{du}$

$3 \equiv I_{er1}$

$4 \equiv I_{er2}$

und erhalten auf diese Weise das folgende semiotisch 6-wertige[2] subjektdeiktische Vermittlungssystem zwischen semiotischer Iteration und Akkretion.

[2] Da wir ja die logische Objektposition, die durch den semiotischen Objektbezug vertreten wird, sowie den semiotischen Mittelbezug, dem keine logische Position korrespondiert, außer Acht lassen.



Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Semiotische Transjunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Systemtheorie und semiotische Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Semiotische Identität und Differenz bei Subrelationen und Kontexturenzahlen

1. Gemäß Bense gilt bekanntlich die von ihrer Realitätsthematik numerisch nicht unterscheidbare Zeichenklasse

Zkl = (3.1, 2.2, 1.3)

×Zkl = Rth = (3.1, 2.2, 1.3)

als "dualidentisch", und daher ist das aus Zkl und Rth bestehende Dualsystem "eigenreal" (Bense 1992).

Betrachten wir jedoch Zkl und Rth näher, so bekommen wir

Zkl:	3.1(Rhema)	2.2 (Index)	1.3(Legizeichen)
Rth:	3.1(Legizeichen)	2.2 (Index)	1.3(Rhema),

d.h. die numerische Ähnlichkeit ist keine "Wiederkehr des Gleichen" (Nietzsche), d.h. keine iterative, sondern eine akkretive Wiederholung, insofern Legizeichen und Rhema ineinander transformiert werden.

2. Diese Einsicht kommt eindrücklich dann zutage, wenn man mit Kaehr (2009, S. 257) mit von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix kontexturiert

3 – contextural semiotic matrix

$$Sem^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{\mathbf{1.3}} & \mathbf{1.2}_{1} & \mathbf{1.3}_{\mathbf{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{\mathbf{1}} & \mathbf{2.2}_{\mathbf{1.2}} & \mathbf{2.3}_{\mathbf{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_{\mathbf{3}} & \mathbf{3.2}_{\mathbf{2}} & \mathbf{3.3}_{\mathbf{2.3}} \end{pmatrix}$$

.

Hernach kann man neu drei Typen von Identitäten und Differenzen zwischen semiotischen Subrelationen und Kontexturenzahlen unterscheiden.

2.1. Differenz der Subrelationen und Identität der Kontexturen

$Zkl = (3.1_3, 2.1_1, 1.2_1)$

$Rth \neq (Zkl) = (2.1_1, 1.2_1, 1.3_3)$

2.2. Identität der Subrelationen und Differenz der Kontexturen

$Zkl = (3.3_{2.3}, 2.2_{1.2}, 1.1_{1.3})$

$Rth \neq Zkl = (1.1_{3.1}, 2.2_{2.1}, 3.3_{3.2})$

2.3. Differenz der Subrelationen und Differenz der Kontexturen

$Zkl = (3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3)$

$Rth = Zkl = (3.1_3, 2.\ 2_{2.1}, 1.3_3)$

Identität der Subrelationen gibt es somit nur bei der semiotischen Haupt-, nicht aber bei der Nebendiagonalen, d.h. bei der sog. Kategorienklasse. Hingegen findet man Identität der Kontexturenzahlen bei allen Zeichenklassen und Realitätsthematiken, welche keine identititven Subrelationen enthalten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2007

Semiotische Ränder bei Trito-Zahlen

1. Die von Gotthard Günther (1976-80) eingeführten Trito-Zahlen sind qualitative Zahlen, bei denen nicht nur der Kardinalzahlwert – wie bei den Peanozahlen und den Proto-Zahlen -, und auch nicht nur die Verteilung der Kardinalzahlen wie bei den Deutero-Zahlen, sondern zusätzlich auch die Position der Kardinalzahlen relevant ist, d.h. während die quantitativen Zahlen nur entweder auf gleiche oder auf verschiedene Objekte abgebildet werden können, können qualitative Zahlen auf Objekte, die gleich oder verschieden sind, abgebildet werden. (Man kann also mit Hilfe von qualitativen Zahlen Äpfel und Birnen addieren.)

2. Werfen wir zunächst einen Blick auf die 10 Zeichenklassen der peirce-benseschen Semiotik. Da ihre allgemeine Form

$Z = (3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

ist, kann man, wie ich schon früher gezeigt hatte, die 10 Zeichenklassen bijektiv auf Tripel von trichotomischen Werten abbilden

(1) (1, 1, 1)

(2) (1, 1, 2)

(3) (1, 1, 3)

(4) (1, 2, 2)

(5) (1, 2, 3)

(6) (1, 3, 3)

(7) (2, 2, 2)

(8) (2, 2, 3)

(9) (2, 3, 3)

(10) (3, 3, 3).

Für die $x, y, z \in P$ gilt also relativ zur Struktur Z die Ordnung

$x \leqq y \leqq y$,

und deswegen gilt für Folgen von semiotischen Trichotomien trotz Positionsrelevanz, daß eine Struktur keinesfalls positional ausgeschöpft sein muß, bevor zur folgenden Struktur übergegangen wird, vgl. die kategoriale Notation des obigen numerischen Schemas

(1)	(M, M, M)	M	Ø	Ø
(2)	(M, M, O)	M	O	Ø
(3)	(M, M, I)	M	Ø	I
(4)	(M, O, O)	M	O	Ø
(5)	(M, O, I)	M	O	I
(6)	(M, I, I)	M	Ø	I
(7)	(O, O, O)	Ø	O	Ø
(8)	(O, O, I)	Ø	O	I
(9)	(O, I, I)	Ø	Ø	I
(10)	(I, I, I)	Ø	Ø	I.

Es gibt also nur eine Zeichenklasse (5), bei der alle trichotomischen Werte vollständig sind, und diese steht in der Mitte und nicht am Ende des Systems. Alle übrigen Strukturen weisen mindestens eine fehlende Kategorie auf, ferner ist die Abbildung der kategorialen Strukturen auf die Leer-Strukturen nicht-bijektiv, z.B. ist (M, Ø, I) die Codomäne sowohl von (M, M, I) als auch von (M, I, I), da hier nämlich die Iteration eines Elementes genauso wenig zählt wie dies in der ebenfalls quantitativen Mengenlehre der Fall ist, wo z.B. gilt M = (1) = (1, 1) = (1, 1, 1), usw.

3. Da die Kenogramme, aus denen die Morphogramme der Trito-Zahlen bestehen, Leerformen sind, mit prinzipiell jedem Wert besetzt werden können, daher auch mit semiotischen, zeigen wir die Inkommensurabilität zwischen

den quantitativen und den qualitativen semiotischen Tripeln, indem wir auf die ersten 4 Trito-Zahlen die trichotomischen Werte aus Kap. 2 abbilden.

3.1. Qualitatives semiotisches Zählen von 1 bis 3

(1) (1, 1, 1) → (M, M, M)

$$\left.\begin{array}{lll} (2) & (1, 1, 2) \to & (M, M, O) \\ (3) & (1, 2, 1) \to & (M, O, M) \\ (4) & (1, 2, 2) \to & (M, O, O) \end{array}\right\} R[M, O, I]$$

(5) (1, 2, 3) → (M, O, I)

Hier ist es also so, daß die vollständige trichotomische Relation erst mit der 5. Stufe, d.h. am Schluß, erreicht wird. Zwischen der rein iterativen Folge (1, 1, 1) bzw. (M, M, M) und der rein akkretiven Folge (1, 2, 3) bzw. (M, O, I) vermitteln semiotische Trito-Ränder, d.h. es gilt

V((M, M, M), (M, O, I)) = ((M, M, O), (M, O, M), (M, O, O)).

3.2. Qualitatives semiotisches Zählen von 1 bis 4

Da man die Zahl 4 als "Zählgrenze" auch innerhalb der Semiotik auffassen kann (vgl. Toth 2015), werden im folgenden die trichotomischen Werte von Z wie folgt auf Trito-Zahlen abgebildet.

(1) (1, 1, 1, 1) → (M, M, M, M)

(2) (1, 1, 1, 2) → (M, M, M, O)

(3) (1, 1, 2, 1) → (M, M, O, I)

(4) (1, 1, 2, 2) → (M, M, O, O)

(5) (1, 1, 2, 3) → (M, M, O, I)

(6) (1, 2, 1, 1) → (M, O, M, M)

(7) (1, 2, 1, 2) → (M, O, M, O)

(8) (1, 2, 1, 3) → (M, O, M, I)

(9) (1, 2, 2, 1) → (M, O, O, M)

(10) (1, 2, 2, 2) → (M, O, O, O)

(11) (1, 2, 2, 3) → (M, O, O, I)

(12) (1, 2, 3, 1) → (M, O, I, M)

(13) (1, 2, 3, 2) → (M, O, I, O)

(14) (1, 2, 3, 3) → (M, O, I, I)

(15) (1, 2, 3, 4) → (M, O, I, X),

wobei X den Anschluß an das semiotische Zählen von 1 bis 5 durch Einführung einer neuen, in Z nicht-definierten (und nach Peirces Reduktionsaxiom ausgeschlossenen) Kategorie bewerkstelligt. Wie man erkennt, sind diese "Trito-Zeichen" mehrfach paarweise vermittelt. Bildet man diese Vermittlungen zwischen reiner Quantität qua Iteration und reiner Qualität qua Akkretion wiederum auf (quantitative) Strukturen mit kategorialen Leerstellen ab, so erhält man

$$\begin{array}{llllll}
(1) & (M, M, M, M) & \rightarrow & M & Ø & Ø \\
(2) & (M, M, M, O) & \rightarrow & M & O & Ø
\end{array}\Bigg\} \text{R[M, O, I]}$$

$$\begin{array}{llllll}
(3) & (M, M, O, I) & \rightarrow & M & O & I \\
(4) & (M, M, O, O) & \rightarrow & M & O & Ø \ \} \ \text{R[M, O, I]} \\
(5) & (M, M, O, I) & \rightarrow & M & O & I
\end{array}$$

$$\begin{array}{llllll}
(6) & (M, O, M, M) & \rightarrow & M & O & Ø \\
(7) & (M, O, M, O) & \rightarrow & M & O & Ø
\end{array}\Bigg\} \text{R[M, O, I]}$$

$$\begin{array}{llllll}
(8) & (M, O, M, I) & \rightarrow & M & O & I
\end{array}$$

(9)	(M, O, O, M)	→	M	O	Ø	R[M, O, I]
(10)	(M, O, O, O)	→	M	O	Ø	
(11)	(M, O, O, I)	→	M	O	I	
(12)	(M, O, I, M)	→	M	O	I	
(13)	(M, O, I, O)	→	M	O	I	
(14)	(M, O, I, I)	→	M	O	I	
(15)	(M, O, I, X)	→	M	O	I.	

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Quantitativ-qualitative Vermittlugnszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Quantitativ-qualitative Vermittlungszahlen

1. Zwischen den Gliedern der Peano-Folge

P = (1, 2, 3, ..., n)

gibt es keine Vermittlungen, denn die Peano-Axiome bestimmen lediglich den Vorgänger und den Nachfolger einer Zahl. Man kann also z.B. nicht behaupten, die rationale Zahl 3 ½, die irrationale Zahl 3 ⅓ oder die transzendente Zahl π vermittelten zwischen den Peano-Zahlen 3 und 4. Die Peano-Zahlen reflektieren also die aristotelische logische Basisdichotomie L = [Position, Negation] bzw. L = [Wahr, Falsch], zwischen denen es wegen des Gesetzes des Ausgeschlossenen Dritten gar keine Vermittlung geben darf. Hingegen vermitteln in der polykontexturalen Logik qualitative Zahlen zwischen quantitativen Zahlen reiner Iteration und qualitativen Zahlen reiner Akkretion, vgl. das folgende Beispiel aus Thomas (1985) mit qualitativer Zählung von 1 bis 3

(1) (1, 1, 1)

(2) (1, 1, 2)

(3) (1, 2, 1)

(4) (1, 2, 2)

(5) (1, 2, 3)

mit

V((1, 1, 1), (1, 2, 3)) = ((1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 2)). Es gibt hingegen keine Vermittlung zwischen den Zahlwerten selber, d.h. diese verhalten sich genauso wie Peano-Zahlen, was allerdings nicht erstaunlich ist, da die polykontexturale Logik ein Vermittlungssystem subjektdifferenzeirter zweiwertiger aristotelischer Logiken ist.

2. Um nicht nur zwischen quantitativen Zahlen, sondern auch zwischen qualitativen Zahlen zu vermitteln, bedarf es somit eines eigenen Kalküls, der gleichzeitig quantitativ und qualitativ ist und dessen Zahlen wir quantitativ-

qualitative Vermittlungszahlen nennen (vgl. Toth 2015). Wir zeigen im folgenden die ersten dieser Vermittlungszahlen in einem arithmetischen Kalkülausschnitt einerseits und in einem kategorialen andererseits.

2.1. Arithmetischer Kalkül

$0 \rightarrow \quad ((\underline{1}, 0, \underline{2}), (\underline{2}, 0, \underline{1}))$

$(1, 0, 2) \rightarrow \quad ((\underline{3}, 1, \underline{4}, 0, 2), (1, \underline{3}, 0, \underline{4}, 2), (1, 0, \underline{3}, 2, \underline{4}))$

$(2, 0, 1) \rightarrow \quad ((\underline{3}, 2, \underline{4}, 0, 1), (2, \underline{3}, 0, \underline{4}, 1), (2, 0, \underline{3}, 1, \underline{4}))$

$(3, 1, 4, 0, 2) \rightarrow \quad ((\underline{5}, 3, \underline{6}, 1, 4, 0, 2), (3, \underline{5}, 1, \underline{6}, 4, 0, 2), (3, 1, \underline{5}, 4, \underline{6}, 0, 2),$
$(3, 1, 4, \underline{5}, 0, \underline{6}, 2), (3, 1, 4, 0, \underline{5}, 2, \underline{6}))$

$(1, 3, 0, 4, 2) \rightarrow \quad ((\underline{5}, 1, \underline{6}, 3, 0, 4, 2), (1, \underline{5}, 3, \underline{6}, 0, 4, 2), (1, 3, \underline{5}, 0, \underline{6}, 4, 2),$
$(1, 3, 0, \underline{5}, 4, \underline{6}, 2), (1, 3, 0, 4, \underline{5}, 2, \underline{6}))$

$(1, 0, 3, 2, 4) \rightarrow \quad ((\underline{5}, 1, \underline{6}, 3, 0, 2, 4), (1, \underline{5}, 3, \underline{6}, 0, 2, 4), (1, 3, \underline{5}, 0, \underline{6}, 2, 4),$
$(1, 3, 0, \underline{5}, 2, \underline{6}, 4), (1, 3, 0, 2, \underline{5}, 4, \underline{6}))$

$(3, 2, 4, 0, 1) \rightarrow \quad ((\underline{5}, 3, \underline{6}, 2, 4, 0, 1), (3, \underline{5}, 2, \underline{6}, 4, 0, 1), (3, 2, \underline{5}, 4, \underline{6}, 0, 1),$
$(3, 2, 4, \underline{5}, 0, \underline{6}, 1), (3, 2, 4, 0, \underline{5}, 1, \underline{6}))$

$(2, 3, 0, 4, 1) \rightarrow \quad ((\underline{5}, 2, \underline{6}, 3, 0, 4, 1), (2, \underline{5}, 3, \underline{6}, 0, 4, 1), (2, 3, \underline{5}, 0, \underline{6}, 4, 1),$
$(2, 3, 0, \underline{5}, 4, \underline{6}, 1), (2, 3, 0, 4, \underline{5}, 1, \underline{6}))$

$(2, 0, 3, 1, 4) \rightarrow \quad ((\underline{5}, 2, \underline{6}, 0, 3, 1, 4), (2, \underline{5}, 0, \underline{6}, 3, 1, 4), (2, 0, \underline{5}, 3, \underline{6}, 1, 4),$
$(2, 0, 3, \underline{5}, 1, \underline{6}, 4), (2, 0, 3, 1, \underline{5}, 4, \underline{6}))$, usw.

2.2. Kategorialer Kalkül

$0 \rightarrow \quad ((\leftarrow 0 \leftarrow), (\leftarrow 0 \rightarrow), (\rightarrow 0 \leftarrow), (\rightarrow 0 \rightarrow))$

$(\leftarrow 0 \leftarrow) \rightarrow \quad ((\leftarrow 1 \leftarrow 0 \leftarrow), (\leftarrow 1 \leftarrow 0 \rightarrow))$

$(\leftarrow 0 \rightarrow) \rightarrow \quad ((\leftarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow), (\leftarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \leftarrow) \rightarrow \quad ((\rightarrow 0 \leftarrow 1 \leftarrow), (\rightarrow 0 \leftarrow, 1 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \rightarrow) \rightarrow \quad ((\rightarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow), (\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow))$

$(\leftarrow 1 \leftarrow 0 \leftarrow) \rightarrow \quad ((\leftarrow 1 \leftarrow 0 \leftarrow 2 \leftarrow), (\leftarrow 1 \leftarrow 0 \leftarrow 2 \rightarrow))$

$(\leftarrow 1 \leftarrow 0 \rightarrow) \rightarrow \quad ((\leftarrow 1 \leftarrow 0 \rightarrow 2 \leftarrow), (\leftarrow 1 \leftarrow 0 \rightarrow 2 \rightarrow))$

$(\leftarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow) \rightarrow \quad ((\leftarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow), (\leftarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow 2 \rightarrow))$

$(\leftarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow) \rightarrow \quad ((\leftarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \leftarrow), (\leftarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \leftarrow 1 \leftarrow) \rightarrow \quad ((\rightarrow 0 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow), (\rightarrow 0 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \leftarrow, 1 \rightarrow) \rightarrow \quad ((\rightarrow 0 \leftarrow, 1 \rightarrow 2 \leftarrow), (\rightarrow 0 \leftarrow, 1 \rightarrow 2 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow) \rightarrow \quad ((\rightarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow), (\rightarrow 0 \rightarrow 1 \leftarrow 2 \rightarrow))$

$(\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow) \rightarrow \quad ((\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \leftarrow), (\rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow))$, usw.

Literatur

Thomas, Gerhard G., Introduction to kenogrammatics. In: Frolík, Zdenek et al. (Hrsg.), Proceedings of the 13th Winter School of Abstract Analysis, Section of Topology. Palermo 1985, S. 113-123

Toth, Alfred, Logische "value gaps" als blinde Flecke. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Semiotisches Reflexionsgefälle I

1. Um die Suche nach der arithmetischen Vermittlung von Idee und Begriff ging es Gotthard Günther in dessen beiden letzten Aufsätzen zum "Phänomen der Orthogonalität" und der "Metamorphose der Zahl", wie Claus Baldus im Nachwort zu Günther (1991) ausführte. Wie bereits in Toth (2012a) ausgeführt, kann man die Leerstellen der allgemeinen Kenogrammatik mit semiotischen Werten belegen, wobei wir für eine minimale polykontexturale Semiotik die vier Werte (M, O, I^1, I^2) = (1, 2, 3, 4) benötigen. Nun waren wir in Toth (2012b) zum Schluß gekommen, daß man eine mindestens 5-wertige Semiotik benötigt, um bereits die triadische Semiotik mit den Werten (M, O, I) = (1, 2, 3) wenigstens teilweise kenogrammatisch zu fundieren. Wenn wir nun die Orthogonalität einer 6-wertigen Semiotik (M, O, I^1, I^2, I^3, I^4) = (1, 2, 3, 4, 5, 6) betrachten

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\
3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \\
4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\
5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
6 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5,
\end{array}$$

so erkennen wir zunächst in Übereinstimmung mit Günther, "daß alle Diagonalen das Quadrat, das sie teilen, immer in einen Bereich höherer und niederer Reflexion aufteilen (...). Es besteht also von oben nach unten ein Reflexionsgefälle, wie das die klassische Metaphysik, soweit sie sich mit Jenseitsspekulationen – wie etwa im Fall des Areopagiten – befaßt, auch immer impliziert hat" (1991, S. 423). Wir erkennen aber auch, daß das minimale Teilquadrat einer 4-wertigen Semiotik bereits über den 6-wertigen Kontexturbereich hinaus in dessen gespiegelten Kontexturbereich eingreift und also die im großen Quadrat die Kontexturgrenze zwischen den gespiegelten Bereichen markierende Nebendiagonale durchbricht. Anders ausgedrückt: Bereits in einer minimalen 4-wertigen Semiotik tauchen erstens die Werte der

5- und 6-wertigen Semiotik und zweitens der erste Wert des gespiegelten Reflexionsbereiches auf. Wenn wir nun das 4-wertige Teilquadrat gesondert betrachten

$$\begin{array}{cccc}
1 & 2 & 3 & 4 \\
2 & 3 & 4 & 5 \\
3 & 4 & 5 & 6 \\
4 & 5 & 6 & 1,
\end{array}$$

so korrespondiert dessen Nebendiagonale (4444) mit der Nebendiagonale (3.1 2.2 1.3) der monokontexturalen triadischen Semiotik, und die Hauptdiagnale (1351) korrespondiert mit der Hauptdiagonale (3.3 2.2 1.1) der monokontexturalen triadischen Semiotik. Die Eigenrealität ist damit nicht etwa durch (1351), sondern durch die identische Wertfolge (4444), und die Kategorienrealität ist nicht etwa durch die identische Wertfolge (4444), sondern durch die Wertfolge (1351) fundiert. Würden wir statt von einer 6-wertigen von einer 7-wertigen Orthogonalität ausgehen, würde sich zudem zeigen, daß die Hauptdiagonale durch Alternanz der Folge (135) gekennzeichnet ist und daß je ein Paar von Werten dieser Folge orthogonal zu einem identischen Thema steht (im 4-wertigen Quadrat: (22), (333), (4444), (555), (66)). Wir dürfen also den Schluß ziehen, daß das monokontexturale Verhältnis von Eigen- und Kategorienrealität (vgl. bes. Bense 1992, S. 39 ff.) auf der Ebene ihrer kenogrammatischen Fundierung umgetauscht ist. Das bedeutet also, daß die den zeichenthematischen Anteil und d.h. den Subjektpol der verdoppelten semiotischen Repräsentation repräsentierende Eigenrealität und die den realitätsthematischen Anteil, d.h. den Objektpol repräsentierende Kategorienrealität selbst in einer kenogrammatischen Umtauschrelation stehen. Dieses Ergebnis ist deshalb von besonderem Interesse, weil Bense selbst auf die zyklischen Transformationen

$$\begin{array}{lll}
(3.1) & (2.2) & (1.3) \\
[—, .1 \rightarrow .3] & id_2 & [—, .3 \rightarrow .1] \\
(3.3) & (2.2) & (1.1)
\end{array}$$

aufmerksam gemacht hatte (1992, S. 37), die also in seiner Terminologie als "Mitführungen" kenogrammatischer Strukturen auf repräsentationaler Ebene gedeutet werden können.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

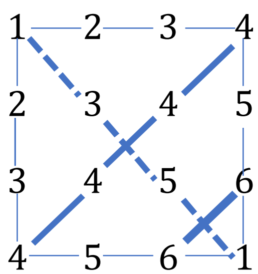
Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Eine prinzipielle Betrachtung zu mono- und polykontexturaler Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Semiotisches Reflexionsgefälle II

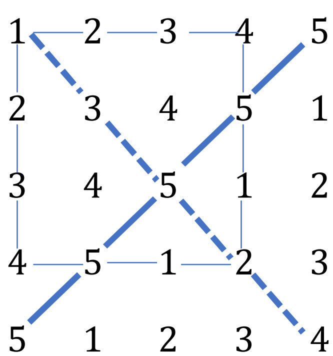
1. Nach Toth (2012) setzt eine minimale polykontexturale vier semiotische Werte voraus. Ferner sind Kontexturen so strukturiert, daß jeweils die letzte qualitative Zahl die maximale Anzahl akkretiver Werte enthält und so den Anschluß an die nächsthöhere Kontextur vorbereitet. Wir vergleichen deshalb unter Voraussetzung eines gewissen strukturellen Spielraumes 4- bis 8-wertige Semiotiken.

4-wertige Semiotik



Der vierwertige Teilbereich der orthogonalen Wertestruktur reicht hier also um 1 Wert in den reflektierten Wertebereich hinein.

5-wertige Semiotik



Der vierwertige Teilbereich der orthogonalen Wertestruktur reicht hier um 3 Werte in den reflektierten Wertebereich hinein, ferner besitzt eine 5-wertige Semiotik einen Rand in Form der Wertefolge (555).

6-wertige Semiotik

1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	1
3	4	5	6	1	2
4	5	6	1	2	3
5	6	1	2	3	4
6	1	2	3	4	5

Wir finden hier auffälligerweise die genau gleiche Situation wie bei der 4-wertigen Semiotik.

7-wertige Semiotik

1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	1
3	4	5	6	7	1	2
4	5	6	7	1	2	3
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

Sehr auffällig ist, daß eine 7-wertige Semiotik nicht nur außerhalb ihres Reflexionsbereiches bleibt, sondern auch randlos ist.

8-wertige Semiotik

1	2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8	1
3	4	5	6	7	8	1	2
4	5	6	7	8	1	2	3
5	6	7	8	1	2	3	4
6	7	8	1	2	3	4	5
7	8	1	2	3	4	5	6
8	1	2	3	4	5	6	7

Die 8-wertige Semiotik zeigt die gleichen Verhältnisse wie die 7-wertige, nur, daß kein Element der nebendiagonalen Wertefolge in ihrem Bereich liegt.

Da bereits in Toth (2011) auf Grund von ontologischen und erkenntnistheoretischen Überlegungen die Existenz eines Randes zwischen Zeichen und Objekt postuliert wurde, so zwar, daß sowohl das Objekt als auch das Zeichen an diesem Rand "partizipieren", erscheint aus arithmetischen Gründen einer 5-wertigen Semiotik, da sie sowohl einen Rand besitzt als auch an ihrer Reflexionsstruktur partizipiert, im Bereich der niederwertigen Semiotiken der Vorzug einzuräumen zu sein.

Literatur

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Boustrophedon-Matrizen semiotischer Werte

1. Anstatt Hankel-Matrizen zu benutzen, wie dies G. Günther in seiner Arbeit "Das Phänomen der Orthogonalität" (1991) tut, kann man orthogonale semiotische Werte (vgl. Toth 2012) auch so in einer Matrix anordnen, daß sie in den Spalten abwechselnd auf- und abwärts laufen. Der Anschaulichkeit halber nenne ich sie βουστροφηδόν.

2.1. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 4-Wertigkeit

$$\begin{array}{cccc}
1 & 4 & 3 & \underline{3} \\
2 & 1 & \underline{4} & 3 \\
3 & \underline{2} & 1 & 4 \\
\underline{4} & 3 & 2 & 1
\end{array}$$

2.2. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 5-Wertigkeit

$$\begin{array}{ccccc}
1 & 5 & 4 & 3 & \underline{2} \\
2 & 1 & 5 & \underline{4} & 3 \\
3 & 2 & \underline{1} & 5 & 4 \\
4 & \underline{3} & 2 & 1 & 5 \\
\underline{5} & 4 & 3 & 2 & 1
\end{array}$$

2.3. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 6-Wertigkeit

$$\begin{array}{cccccc}
1 & 6 & 5 & 4 & 3 & \underline{2} \\
2 & 1 & 6 & 5 & \underline{4} & 3 \\
3 & 2 & 1 & \underline{6} & 5 & 4 \\
4 & 3 & \underline{2} & 1 & 6 & 5 \\
5 & \underline{4} & 3 & 2 & 1 & 6 \\
\underline{6} & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
\end{array}$$

2.4. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 7-Wertigkeit

$$\begin{matrix}
1 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & \underline{2} \\
2 & 1 & 7 & 6 & 5 & \underline{4} & 3 \\
3 & 2 & 1 & 7 & \underline{6} & 5 & 4 \\
4 & 3 & 2 & \underline{1} & 7 & 6 & 5 \\
5 & 4 & \underline{3} & 2 & 1 & 7 & 6 \\
6 & \underline{5} & 4 & 3 & 2 & 1 & 7 \\
\underline{7} & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
\end{matrix}$$

2.5. βουστροφηδόν-Matrix für semiotische 8-Wertigkeit

$$\begin{matrix}
1 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & \underline{2} \\
2 & 1 & 8 & 7 & 6 & 5 & \underline{4} & 3 \\
3 & 2 & 1 & 8 & 7 & \underline{6} & 5 & 4 \\
4 & 3 & 2 & 1 & \underline{8} & 7 & 6 & 5 \\
5 & 4 & 3 & \underline{2} & 1 & 8 & 7 & 6 \\
6 & 5 & \underline{4} & 3 & 2 & 1 & 8 & 7 \\
7 & \underline{6} & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 8 \\
\underline{8} & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1
\end{matrix}$$

Wir finden also:

1. Jede βουστροφηδόν-Matrix (BM) weist 1 als den konstanten Wert der Hauptdiagonalen auf. Wegen dieser Identitätsachse kehrt unterhalb der Nebendiagonalen jeweils dasselbe Thema gespiegelt wieder, d.h. Themabereich und Reflexionsbereich aller BM sind wertemäßig identisch, aber positional verschieden. Damit entspricht also jede BM-Hauptdiagonale funktional der triadischen semiotischen Kategorienrealität.

2. Das 4-wertige Wertepaar (42) ist für sämtliche BM konstitutiv, vgl.

4-Wertigkeit: (42:42)

5-Wertigkeit: (53$\underline{1}$42)

6-Wertigkeit: (642:642)

7-Wertigkeit: (753$\underline{1}$642)

8-Wertigkeit: (8642:8642),

d.h. das Thema (42) erscheint in allen Vielfachen der 2-Wertigkeit am Reinsten, während es bei den ungeraden Wertigkeiten wegen der positionalen Verschiedenheit der gleichen semiotischen Werte in den Thema- und Reflexionsbereichen verdunkelt ist. Das sind also genau diejenigen Fälle, bei denen sich die beiden Diagonalen nicht in einem Wertepaar, sondern in einem Wert schneiden, die also dem Schnittpunkt von Eigen- und Kategorienrealität in der triadischen Semiotik entsprechen.

Literatur

Günther, Gotthard, Das Phänomen der Orthogonalität. In: ders., Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Semiotisches Reflexionsgefälle I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Selbsttrialität als Vermittlung der Vermittlung

1. Man kann die 15 Tritostrukturen der Kontextur K = 4 in die drei Gruppen der Selbstdualen, Selbsttrialen und der Akkretiven einteilen (vgl. Toth 2012). Bei den Selbstdualen führt die Anwendung des Reflexionsoperators wieder zur gleichen Struktur, d.h. er fungiert iterativ:

$R(1111) = (1111)$

$R(1221) = (1221)$.

Bei den Akkretiven bewirkt die Normalisierung qua kenogrammatische Äquivalenz, daß Reflexiva von ihren zu reflektierenden Strukturen abgetrennt werden:

$R(1112) = (2111) \approx (1222)$

$R(1123) = (3211) \approx (1233)$

$R(1213) = (3121) \approx (1232)$

$R(1222) = (1112) \approx (1112)$

$R(1232) = (2321) \approx (1213)$

$R(1233) = (3321) \approx (1123)$.

2. Betrachten wir nun die Selbsttrialen

$R(1121) = (1211); R(1211) = (1121)$

$R(1122) = (2211); R(2211) = (1122)$

$R(1211) = (1121); R(1121) = (1211)$

$R(1212) = (2121); R(2121) = (1212)$

$R(1223) = (3221); R(3221) = (1223)$

$R(1231) = (1321); R(1321) = (1231)$

$R(1234) = (4321); R(4321) = (1234)$.

Während also die wenigen Selbstdualen sich wie monokontextural-Duale, also z.B. die eigenreale sowie die kategorienreale Zeichenklasse Benses (Bense 1992) verhalten und insofern ins Bild der um die Reflexionsstrukturen angereicherten Trito-4-Gesamtstruktur

0 | 00 | 0	0 | 00 | 0
0 | 00 | 1	1 | 00 | 0
------------	------------
0 | 01 | 0	0 | 10 | 0
0 | 01 | 1	1 | 10 | 0
0 | 01 | 2	2 | 10 | 0
------------	------------
0 | 10 | 0	0 | 01 | 0
0 | 10 | 1	1 | 01 | 0
0 | 10 | 2	2 | 01 | 0
------------	------------
0 | 11 | 0	0 | 11 | 0
0 | 11 | 1	1 | 11 | 0
0 | 11 | 2	2 | 11 | 0
------------	------------
0 | 12 | 0	0 | 21 | 0
0 | 12 | 1	1 | 21 | 0
0 | 12 | 2	2 | 21 | 0
0 | 12 | 3	3 | 21 | 0

passen, zeigen die Akkretiven gleichzeitig intrakontexturelle und intrastrukturelle Bewegungen. Die Selbsttrialen aber setzen das obige System in Frage, insofern sie zwischen dem linken und dem rechten Teilsystem ein intermediäres System verlangen, denn wir haben

N	R(N)	R(R(N))
(1121)	(1211)	(1121)
(1122)	(2211)	(1122)

(1211)	(1121)	(1211)
(1212)	(2121)	(1212)
(1223)	(3221)	(1223)
(1231)	(1321)	(1231)
(1234)	(4321)	(1234).

Somit stellt die (übrigens anzahlmäßig überwiegende) Teilstruktur der Selbsttrialen innerhalb des Trito-4-Systems ein System der Vermittlung der Vermittlung dar, da die Kenogrammatik selbst, semiotisch gesehen, das System der Vermittlung von Zeichen und Objekt darstellt.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Kenosemiotische Zyklizität und Transitivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Skizze einer kenogrammatischen Wissenschaftstheorie

1. In Toth (2012) hatten wir gezeigt, daß man das System der Kenosequenzen der 4-kontexturalen Tritostruktur dadurch interpretieren kann, daß man vom abstrakten und äußerst elementaren Systembegriff

$S = [A, I]$

ausgeht. Setzt man nun jedoch

$\Omega = [A \rightarrow I]$,

dann man ein weiteres System

$S^* = [\Omega, \emptyset]$

mit den Subsystemen sowie deren reflexiven Subsystemen

$S_1^* = [A \rightarrow I]$	$S_1^{*-1} = [I \rightarrow A]$
$S_2^* = [[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$S_2^{*-1} = [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$S_2^* = [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$	$S_3^{*-1} = [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$

definieren. In einem weiteren Schritt kann man die Leerstelle des Objektsystems durch $\emptyset := \Sigma$ definieren und erhält damit

$S^{**} = [\Omega, \Sigma]$,

zu dem man die allerdings nun benötigte Umgebung am besten durch

$S^{***} = [S^{**}, \emptyset] = [[\Omega, \Sigma], \emptyset]$

definiert, d.h. S^{***} ist nicht anderes als

$ZR = ((M, O), I)$,

denn wie Ditterich (1990) korrekt feststellte, ist das Interpretantenfeld eine Art von "zweiter Bedeutung", welche durch Kontextuierung der mit dem Objektbezug im Grunde abgeschlossenen Teilrelation des Zeichens dessen Gültigkeit des logischen Identitätssatzes aufhebt (Kontextuiertes ist nicht-selbstidentisch). Damit ergibt sich also eine Isomorphie

$S^{***} \cong ZR$.

2. Verbinden wir nun die Ergebnisse dieses Aufsatzes mit denjenigen aus Toth (2012), so können wir vorschlagsweise das Trito-4-System und sein zugehöriges Reflexionssystem wie folgt interpretieren:

0 | 00 | 0	0 | 00 | 0	
0 | 00 | 1	1 | 00 | 0	System | Umgebung
------------	------------	
0 | 01 | 0	0 | 10 | 0	
0 | 01 | 1	1 | 10 | 0	
0 | 01 | 2	2 | 10 | 0	Ontik | Meontik
------------	------------	
0 | 10 | 0	0 | 01 | 0	
0 | 10 | 1	1 | 01 | 0	
0 | 10 | 2	2 | 01 | 0	Ontologie | Meontologie
------------	------------	
0 | 11 | 0	0 | 11 | 0	
0 | 11 | 1	1 | 11 | 0	
0 | 11 | 2	2 | 11 | 0	Logik | Epistemologie
------------	------------	
0 | 12 | 0	0 | 21 | 0	
0 | 12 | 1	1 | 21 | 0	
0 | 12 | 2	2 | 21 | 0	
0 | 12 | 3	3 | 21 | 0	ZTh-Semiotik | RTh-Semiotik

Während also die Systemik mit nur einer Unterscheidung (ausgedrückt durch den akkretiven Wert der Kenosequenz) auskommt, benötigen sowohl Ontik als auch Ontologie zwei Unterscheidungen. Die oben in der Form von $S_i^{-1} : S_i^{*-1}$ ausgedrückte Dualität der objektiven Systeme drückt sich hier durch die Dualität der kenogrammatischen Belegungswerte (01 : 10) aus. Während Logik und Epistemologie mit der Unterscheidung von Objekt und Subjekt (bzw. Position und Negation) allein auskommen, benötigt jedoch die Semiotik in ihrer doppelten Erscheinungsform als Theorie der Zeichenthematiken sowie als Theorie der Realitätsthematiken einen dritten Wert, nämlich für die konnexiale

Umgebung der Objektrelation, wie wir bereits oben ausgeführt hatten. Man könnte somit das hier präsentierte kenogrammatische Modell als Elementarmodell für einen Neubau der Wissenschaftstheorie benutzen und deren einzelnde Disziplinen durch Kombination der zweimal fünf kenogrammatischen Fundamente ausdrücken, ähnlich wie die Bourbakis ja das Gesamtgebäude der Mathematik aus wenigen Kerntheorie aufgebaut hatten.

Literatur

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Toth, Alfred, Zu einer systemischen Beschreibung von Ontik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Qualitative, surreale und semiotische Zahlen

1. Zutreffend hatte Kronthaler bemerkt: "Die Trito-Zahlen stellen also quasi eine Spezifizierung der 1. Zahlklasse dar, eine Auffächerung, wie sie in der A-Mathematik [der quantitativen, bekannteren Mathematik, A.T.], also im Unendlichen vorliegt. Zu jeder endlichen Kardinalzahl gehört nicht mehr genau eine Ordinalzahl, sondern eine ganze endliche Menge (...). Die 1. Zahlklasse bekommt also sozusagen mehr Feinstruktur" (1986, S. 93). Als Beispiel seien hier die 15 Strukturen der Trito-4-Kontextur zusammen mit ihren reflektierten Strukturen aus Toth (2012a) wiedergegeben:

0 | 00 | 0	0 | 00 | 0
0 | 00 | 1	1 | 00 | 0
------------	------------
0 | 01 | 0	0 | 10 | 0
0 | 01 | 1	1 | 10 | 0
0 | 01 | 2	2 | 10 | 0
------------	------------
0 | 10 | 0	0 | 01 | 0
0 | 10 | 1	1 | 01 | 0
0 | 10 | 2	2 | 01 | 0
------------	------------
0 | 11 | 0	0 | 11 | 0
0 | 11 | 1	1 | 11 | 0
0 | 11 | 2	2 | 11 | 0
------------	------------
0 | 12 | 0	0 | 21 | 0
0 | 12 | 1	1 | 21 | 0
0 | 12 | 2	2 | 21 | 0
0 | 12 | 3	3 | 21 | 0

2. Wendet man nun das Trito-Zahlenprinzip, also die Projektion höherer Zahlbereiche auf den 1. Zahlbereich, auf die der Semiotik zugrunde liegenden Peanozahlen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) an, so bekommt man für eine Kategorie $a \in \{M, O, I\}$

$a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, ..., a^n\}$

und entsprechend für die dyadischen Subzeichen der Form (a.b) mit a, b $\in \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$

$(a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1), (a^2.b^2), (a^3.b^3), ..., (a^n.b^n)\}$.

Da die triadischen Zeichenklassen sich als Konkatenationen aus Paaren von Dyaden konstruieren lassen (vgl. Walther 1979, S. 79), so besitzen wir bereits alle nötigen Abbildungen. Inhaltlich gesprochen entspricht nun also eine semiotische Fundamentalkategorie nicht mehr einer Peanozahl, sondern der Menge aller Peanozahlen, in Sonderheit dann, wenn man die Beschränkung auf triadische semiotische Relationen auflöst (vgl. Toth 2012b). Man geht in diesem Fall also von Folgen und Teilfolgen der allgemeinen Form

$F = \{1^1, ..., 1^n\}, \{1^2, ..., 1^n\}, \{1^3, ..., 1^n\}, ..., \{1^{n-1}, 1^n\}$

aus, d.h. man projiziert also die vollständige Induktion in die natürlichen Zahlen selbst hinein.

Damit finden wir aber eine interessante Verbindung zu den von J.H. Conway eingeführten surrealen Zahlen (vgl. Conway/Guy 1996, S. 283 ff.), insofern man nämlich zwei Haupformen der Definition natürlicher Zahlen als surreale Zahlen hat:

$n = \{(n-1) \mid \ \}$

$n = \{(n-1) \mid (n+1)\}$,

denn der Ausdruck $\{ \ \mid \ \}$ steht für eine leere Position, ähnlich also wie man Platzalter für die Leerplätze der kenogrammatischen Leerstrukturen verwendet. Beschränken wir uns nun auf die semiotischen Zahlen $\{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$, dann können wir sie wie folgt definieren

$1 = \{0 \mid \ \}$

$2 = \{1 \mid \ \}$

$3 = \{2 \mid \ \}$,

d.h. wir bekommen

{1, 2, 3} = {{0 | }, {{0 | } | }, {{{0 | } | } | }},

d.h. wir benötigen bloß die 0 und die Leere, um die semiotischen Zahlen zu definieren, und jede dergestalt surreal definierte natürliche Zahl enthält wiederum die Charakteristik der ganzen Zahlenfolge in sich selbst.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, J.H./R.K. Guy, The Book of Numbers. New York 1996

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Iterative, intermediäre und akkretive Kenozeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Modellierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zu einer systemischen Beschreibung von Ontik und Semiotik

1. Wie bereits in Toth (2011) gezeigt worden war, ist es möglich, die semiotische Objekttheorie im Sinne einer Theorie wahrgenommener Objekte (vgl. dazu spez. Toth 2012a) mit Hilfe der einfachsten Definition eines abstrakten Systems

$S = [A, I]$,

worin A das Außen und I das Innen bezeichnen, in der Form verdoppelter, dualer Relationen wie folgt zu formalisieren:

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
Seiendes	Sein,

d.h. wir haben das folgende duale System systemischer Metarelationen

$[[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$
$\times$
$[[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$.

Ohne hier die Details der Argumentationen zu wiederholen, die in meinen früheren einschlägigen Arbeiten vorgeführt worden waren, sei hier lediglich festgehalten, daß man den Übergang von der Ontik zur Semiotik einfach dadurch gelangen kann, daß man die Teilrelationen des obigen Dualsystems mittels der folgenden Transformationen durch die ihnen korrespondierenden semiotischen Teilrelationen substituiert (vgl. Toth 2012b):

$[[I \rightarrow A] \rightarrow M^{-1}$, d.h. $M = [A \rightarrow I]$
$[A \rightarrow [I \rightarrow A]] \rightarrow O^{-1}$, d.h. $O = [[A \rightarrow I] \rightarrow A]$
$[[[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]] \rightarrow I^{-1}$, d.h. $I = [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$

Damit lassen sich also Ontik und Semiotik allein durch $S = [A, I]$ sowie Interpretionsregeln formal beschreiben.

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2012c) die folgende Interpretation der Trito-Zeichen der Kontextur K = 4 vorgeschlagen:

000 | 0	Vordergrund : Hintergrund ("Unter-Schied")	
000 | 1	Außen : Innen	
------------		
00 | 1 | 0	Innen : Hintergrund	
00 | 1 | 1	Innen : Objekt	Außen : Innen
00 | 1 | 2	Innen : Subjekt	
------------		
0 | 10 | 0	Objekt : Hintergrund	
0 | 10 | 1	Objekt : Objektfamilie	
0 | 10 | 2	Objekt : Subjekt	
------------		
0 | 11 | 0	Objektfamilie : Hintergrund	
0 | 11 | 1	Objektfamilie : Objekt	(Außen : Innen)
0 | 11 | 2	Objektfamilie : Subjekt	→ Innen
------------		
0 | 12 | 0	(Objekt : Subjekt) : Hintergrund	
0 | 12 | 1	(Objekt : Subjekt) : Objekt	
0 | 12 | 2	(Objekt : Subjekt) : Subjekt	
0 | 12 | 3	(Objekt : Subjekt) : Umgebung,	

wobei die intrastrukturelle Vermittlung somit durch die Prozesse

System → Perzeption → Objekt
Objekt → Identifikation → Objektfamilie
Objektfamilie → Apperzeption → Objekt/Subjekt

gekennzeichnet ist. In Toth (2012b) wurde ferner gezeigt, daß jede Trito-4-Struktur in der folgenden Weise (hier durch die entsprechenden Reflexionskontexturen ergänzt) triadisch unterteilt ist:

0 | 00 | 0	0 | 00 | 0	
0 | 00 | 1	1 | 00 | 0	S = [A(L), I(L)]

------------	------------	
0 | 01 | 0	0 | 10 | 0	
0 | 01 | 1	1 | 10 | 0	
0 | 01 | 2	2 | 10 | 0	$L = [\Omega_i, \Sigma_j]$
------------	------------	
0 | 10 | 0	0 | 01 | 0	
0 | 10 | 1	1 | 01 | 0	
0 | 10 | 2	2 | 01 | 0	$\Omega_i = \{\Omega_1, ..., \Omega_n\}$
------------	------------	
0 | 11 | 0	0 | 11 | 0	
0 | 11 | 1	1 | 11 | 0	
0 | 11 | 2	2 | 11 | 0	$\{\Omega_n\} = f(\Sigma_j)$
------------	------------	
0 | 12 | 0	0 | 21 | 0	
0 | 12 | 1	1 | 21 | 0	
0 | 12 | 2	2 | 21 | 0	
0 | 12 | 3	3 | 21 | 0	$ZR = f(\{\Omega_n\}, \Sigma_j)$

In jedem strukturellen Block der Stufe (n+1) wird also das neue Konzept der Stufe n (ausgedrückt durch den pro Block jeweils höchsten Belegungswert der zugrunde liegenden Kenostruktur) jeweils ausgebaut, bis der pro Kontextur höchste Wert, im Falle von K = 4 also 3, erreicht ist. Wie man somit leicht erkennt, startet das Trito-4-Kenosystem mit der Unterscheidung von Außen und Innen und entspricht somit unserer Systemdefinition. Anschließend wird die logische Distinktion von Objekt und Subjekt, hernach der Unterschied zwischen Objekten und Objektfamilien, und bei Erreichen der apperzeptiven Stufe das Konzept der subjektabhängigen Objekts etabliert, aus dem sich dann das Subjekt verselbständigt. Am Schluß ist die semiotische Stufe erreicht, und das Zeichen wird als zweistelliger Seinsfunktor über einem Objekt (als Teilmenge einer Objektfamilie) sowie einem Subjekt definiert. Der kenogrammatische Aufbau spiegelt somit den ontisch-logisch-erkenntnistheoretischen Prozeß in seinen kontexturinternen strukturellen Differenzierungen und ist also ingesamt systemisch. Würde man von K = 4 zu K = 5 fortschreiten (und erst dort ist nach Toth (2012d) das triadische monokontexturale Zeichen mit seinem Interpretantenfeld vollständig repräsentiert), dann würde man die weitere Transformation

$\Sigma_n \rightarrow \{\Sigma_1, ..., \Sigma_n\}$

erhalten, und erst auf in der Kontextur K = 5 wäre damit das Zeichen ein kommunikatives Zeichen, d.h. eines, das nicht nur Privatzeichen ist, sondern von mehr als einem Subjekt geteilt wird. Hier berühren wir also die Grundidee der polykontexturalen Logik im Sinne eines Verbundsystems von entsprechend n Subjekten auch n 2-wertigen Logiken.

Literatur

Toth, Alfred, Die Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Diamantentheoretische Vermittlung von Ontik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Iterative, intermediäre und akkretive Kenozeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Die kenogrammatische Präsentation der Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Zur Kontexturalität der triadisch-monokontxturalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Iterative, intermediäre und akkretive Kenozeichen

1. Die bereits in Günther (1979, S. 252 ff.) neben den iterativen sowie den akkretiven Strukturzahlen unterschiedenen, zwischen den iterativen und den akkretiven vermittelnden, intermediären Zahlen lassen sich nun auch in der polykontexturalen Semiotik nachweisen, und zwar neu selbst in Trito-Systemen. Dazu ist es allerdings nötig, die Trito-Struktur in der im folgenden vorzuschlagenden Weise doppelt zu unterteilen, nämlich in einen hier Vordergrund genannten Vor- und einen Hintergrund genannten Nachbereich sowie das Intermedium zwischen Vor- und Nachbereich. Wie man anhand der hier präsentierten Unterteilung sieht, folgen Tritostrukturen offenbar tatsächlich diesem dreigeteilten Strukturprinzip (Beispiel: Kontextur K = 4):

```
0 | 00 | 0        0 | 00 | 0
0 | 00 | 1        1 | 00 | 0
------------      ------------
0 | 01 |  0       0 | 10 | 0
0 | 01 |  1       1 | 10 | 0
0 | 01 |  2       2 | 10 | 0
------------      ------------
0 | 10 |  0       0 | 01 | 0
0 | 10 |  1       1 | 01 | 0
0 | 10 |  2       2 | 01 | 0
------------      ------------
0 | 11 |  0       0 | 11 | 0
0 | 11 |  1       1 | 11 | 0
0 | 11 |  2       2 | 11 | 0
------------      ------------
0 | 12 |  0       0 | 21 | 0
0 | 12 |  1       1 | 21 | 0
0 | 12 |  2       2 | 21 | 0
0 | 12 |  3       3 | 21 | 0
```

Während also die iterativen qualitativen Zahlen bzw. Kenozeichen konstant = 0 sind und die akkretiven entsprechend 0, 1, 2, 3 linear wachsen, zeigen intermediäre Zahlen bzw. Kenozeichen für K = 4 die Folgenordnung

00 → 01 → 10 → 11 → 12.

Da der Wert 3 erst in der letzten Kenosequenz (0123) erreicht wird, wodurch der Anschluß an bzw. die Einbettung von K = 4 in K = 5 gewährleistet wird, endigt also die Folge der intermediären Zahlen bzw. Kenozeichen für K = 4 bei 12.

Geht man jedoch zu K = 5 über, so erhält man die folgende Folge intermediärer Zahlen bzw. Kenozeichen

000 → 001 → 010 → 011 → ... → 123.

Daß wir in Toth (2012) zum Ergebnis gekommen waren, daß die triadische monokontexturale Peirce-Bense-Semiotik ein Fragment sowohl von K = 3 als auch von K = 4 und K = 5 ist, wobei die Mitteltrichotomie K = 3, die Objekt-trichotomie K = 4, und die Interpretantentrichotomie K = 5 angehört, stimmt nun damit überein, daß die semiotische Wertetrias (123) erst in K = 5 erreicht wird. Somit entspricht die Zahl der Positionen jeder intermediären Zahl der Anzahl an Peano-Schritten, die nötig sind, um den jeweiligen kontexturellen Höchstwert zu erreichen.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Toth, Alfred, Die Kontexturalität der triadisch-monokontexturalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Reflexionszyklen von Kenozeichen

1. Wie in Toth (2012a) festgestellt worden war, sind die ontische und die präsemiotische, nicht aber die semiotische Dualität von Zeichen- und Realitätsthematik bereits auf kenogrammatischer Ebene vorgezeichnet. Geht man jedoch von dem von Kronthaler (1986, S. 46 ff.) vorgeschlagenen Gesamtsystem aus Kontextur und Reflexionskontextur aus, so kann man im Anschluß an Toth (2012b, c) das Trito-4-Subsystem "akkretiver" Kenozeichen, d.h. solcher, bei denen die Anwendung des Reflexionsoperators innerhalb der gleichen Kontextur zu "neuen" Strukturen führt, duale oder triale Zyklen konstruieren, die strukturelle Ähnlichkeiten zu semiotischen Zyklen aufweisen (vgl. Toth 2010). Wir gehen also vom folgenden Trito-4-Gesamtsystem der hinblicklich Reflexion akkretiven Kenozeichen aus:

Kontextur	Reflexionskontextur
1. (MMMO)	R(MMMO) = (OMMM) ≈ (MOOO)
2. (MMOM)	R(MMOM) = (MOMM)
3. $(MMOI^1)$	$R(MMOI^1) = (I^1OMM) \approx (MOI^1I^1)$
4. (MOMM)	R(MOMM) = (MMOM)
5. $(MOMI^1)$	$R(MOMI^1) = (I^1MOM) \approx (MOI^1O)$
6. (MOOO)	R(MOOO) = (OOOM) ≈ (MMMO)
7. (MOI^1O)	$R(MOI^1O) = (OI^1OM) \approx (MOMI^1)$
8. (MOI^1I^1)	$R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) \approx (MMOI^1)$

2. Wie im folgenden gezeigt wird, kann man nun aus diesen 8 Reflexionssystemen 7 Zyklen konstruieren:

1. (MMMO) R(MMMO) = (OMMM) ≈ (MOOO)

6. (MOOO) R(MOOO) = (OOOM) ≈ (MMMO)

2. (MMOM) R(MMOM) = (MOMM)

4. (MOMM) R(MOMM) = (MMOM)

3. ($MMOI^1$) R($MMOI^1$) = (I^1OMM) ≈ (MOI^1I^1)

8. (MOI^1I^1) R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) ≈ ($MMOI^1$)

5. ($MOMI^1$) R($MOMI^1$) = (I^1MOM) ≈ (MOI^1O)

7. (MOI^1O) R(MOI^1O) = (OI^1OM) ≈ ($MOMI^1$)

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zyklen und Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Präsemiotische Vermittlung von Ontik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Reflexionen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Kenosemiotische Zyklizität und Transitivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Akkretive und iterative semiotische Modellierung

1. Bekanntlich korrespondiert nach Bense (1975, S. 168 ff.) die lineare Ordnung der Primzeichen derjenigen der Peano-Zahlen, wobei die Induktionsschritt den generativen Semiosen entsprechen. Ferner korrespondiert die Unteilbarkeit der semiotischen Kategorien den Teilungsverhältnissen der Primzeichen. So kann man mit Bense (1981, S. 17 ff.) die monadischen Primzeichen auf die ersten drei Peanozahlen 1, 2, 3 $\in \mathbb{N}$ und damit auf die natürlichen Zahlen abbilden. Überträgt man jedoch die lineare Ordnung zwischen den Gliedern der Peanofolge auf die Glieder selbst, so erhält man nach Toth (2012a) für die monadischen Primzeichen

$a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, ..., a^n\}$

und für die dyadischen Subzeichen der Form (a.b) mit a, b $\in \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$

$(a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1), (a^2.b^2), (a^3.b^3), ..., (a^n.b^n)\}$.

2. Nun wurde allerdings bereits in Toth (2012b) auf die qualitativen Strukturdifferenzen hingewiesen, wie sie nicht nur zwischen verschiedenen Kontexturen qualitativer Zahlen, sondern auch innerhalb ihrer jeweiligen Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen herrschen. Z.B. wurden folgende "akkretive" Trito-4-Zeichen unterschieden, bei denen die Anwendung des (einfachen) Reflektors zu "neuen" Strukturen führt:

$R(MMMO) = (OMMM) \approx (MOOO)$

$R(MMOM) = (MOMM)$

$R(MMOI^1) = (I^1OMM) \approx (MOI^1I^1)$

$R(MOMM) = (MMOM)$

$R(MOMI^1) = (I^1MOM) \approx (MOI^1O)$

$R(MOOO) = (OOOM) \approx (MMMO)$

$R(MOI^1O) = (OI^1OM) \approx (MOMI^1)$

$R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) \approx (MMOI^1)$, während sich die übrigen Qualitäten der Trito-4-Zeichen in dieser Hinsicht "iterativ" verhalten, d.h. die Anwendung des Reflektors auf sie führt nicht zur (Kierkegaardschen!) Wiederholung von Neuem, sondern zur Wiederholung von Altem.

3. Für die Modellierung der monokontexturalen Semiotik bedeutet dies, daß wir die "iterative" Abbildung

$a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, ..., a^n\}$

durch die "akkretive" Abbildung

$a \rightarrow \{\{a_1^1, a_1^2, a_1^3, ..., a_1^n\}, ..., \{a_m^1, a_m^2, a_m^3, ..., a_m^n\}\}$,

d.h. jedes Folgenglied wiederum durch eine Folge ersetzen müssen. Folglich gilt für dyadische Subzeichen statt

$(a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1), (a^2.b^2), (a^2.b^2), ..., (a^2.b^2)\}$

nunmehr

$(a.b) \rightarrow \{\{(a^1.b^1)_1, ..., (a^n.b^n)_m\}\}$,

(wobei also jeweils $m = n$, $m > n$, $m < n$ sind), d.h. die dyadischen Paare werden durch Mengen dyadischer Paare ersetzt. Man kann sich also leicht vorstellen, zu welch enormer Komplexität die Möglichkeit akkretiver qualitativer Differenzierung bei triadischen Zeichenklassen führt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Qualitative Modellierung der monokontexturalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Kenosemiotische Absorption, Zerteilung und Iteration

1. Von den von Kronthaler (1986, S. 36 ff.) erarbeiteten polykontexturalen Operationen an qualitativen Zahlen sind die meisten auch für die polykontexturale Semiotik neu, da diese wegen der Isomorphie der Primzeichen mit den Peanozahlen (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.; 1981, S. 17 ff.) ebenfalls auf der quantitativen Arithmetik basiert. Diese Neuheit gilt in Sonderheit natürlich für die Kronthalerschen Trans-Operatoren (vgl. Kronthaler 1986, S. 52 ff.), da diese wegen der von ihnen involvierten Mehr-Kontexturalität sozusagen das Herz der polykontexturalen Mathematik, Logik und Semiotik darstellen.

2.1. Kenosemiotische Absorption

Z.B. $A^4(MMMM) = (MMM)$, vgl. jedoch $A^3(MOI^1I^2) = (MOI^1)$.

Wird also ein $x \in I^n$ absorbiert, so bedeutet das wegen

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (\ldots (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), \ldots, I^n)]$

(vgl. Toth 2012a) $n \rightarrow (n\text{-}1)$ für jede absorbierte Stelle des entsprechenden Kenozeichens.

2.2. Kenosemiotische Zerteilung

Z.B. $Z^{1,3}(MMMM) = (M), (MMM), Z^{2,2}(MOI^1I^2) = (MO), (I^1I^2)$.

Ein zerteiltes Kenozeichen zerfällt also in zwei Kontexturen entsprechend der Länge seiner Teile, d.h. es "rutscht" nicht wie ein absorbiertes in eine tiefere Kontextur.

2.3. Kenosemiotische Iteration

Z.B. $I^3{}_4(MMMM) = (MMMMMM)$, vgl. aber $I^4{}_4(MOI^1I^2) = (MOI^1I^2I^3I^4I^5I^6)$.

Da nach Toth (2012b) die von Bense (1973, S. 45) eingeführte iterative Superisation selbst polykontextural ist insofern, als die Übergänge in Zeichenhierarchien Kontexturenwechsel voraussetzen, besteht also ein intrinsischer Zusammenhang zwischen der prinzipiell monokontexturalen Trans-Operation der iterativen Superisation und der polykontexturalen Trans-Operation der

Iteration, denn sobald sie an Interpretantenkonnexen operieren, fallen sie, wiederum wegen

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (\ldots (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), \ldots, I^n)]$,

zusammen. Zum Abschluß sei noch darauf hingewiesen, daß der in der monokontexturalen Semiotik durch Semiose bewirkte Belegungswechsel für jedes (a.b) mit a, b ∈ {1, 2, 3}, z.B. (1.2) → (2.3), in der polykontexturalen Semiotik insofern nicht existiert, also z.B. in W^3_4(MMMM) = (MMMI^2) keine Semiose (M → I^2) = (M → (M, O, I^1), I^2)) impliziert ist. Man könnte also sagen: Während die Subzeichen der monokontexturalen Semiotik sich durch ihre fundamentale Doppeltheit, zugleich statisch und dynamisch zu sein, auszeichnen, stellen die Zeichenstrukturen der polykontexturalen Semiotik selbst Vermittlungen zwischen Statik und Dynamik dar, d.h. sie sind sozusagen gleichzeitig sowohl statisch als auch dynamisch und weder statisch noch dynamisch.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Mai 1986

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Kenosemiotische Zyklizität und Transitivität

1. Bekanntlich sind die Zeichen der monokontexturalen Semiotik insofern zyklisch, also die verdoppelte Dualisierung einer Zeichenklasse wieder zu ihr zurückführt

×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

××(3.a 2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c),

dasselbe gilt für die Reflexion

R(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)

RR(3.a 2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c)

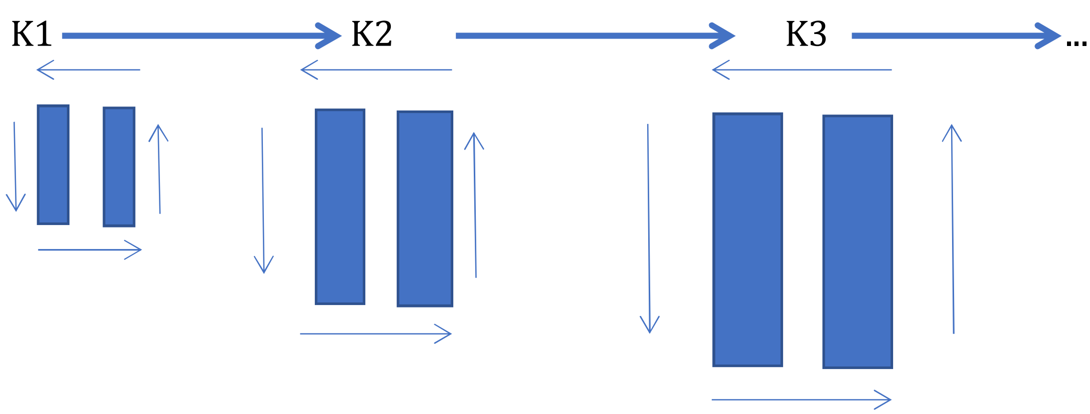
sowie für die reflektierte Dualisierung bzw. dualisierte Reflexion

R×(3.a 2.b 1.c) = ×R(3.a 2.b 1.c) = (a.3 b.2 c.1)

R×R×(3.a 2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c).

Der Grund dafür, daß man also weder durch Umkehrung der dyadischen noch der monadischen Ordnung aus dem "semiotischen Universum" (Bense 1983) hinauskommt, liegt natürlich in der Monokontexturalität der Peirce-Bense-Semiotik.

2. In der polykontexturalen Semiotik ist, wie schon der Name besagt, natürlich möglich, mit entsprechenden Strukturoperationen zwischen den Kontexturen zu "springen"; vgl. die folgende, Kronthaler (1986, S. 94) entnommene Skizze



d.h. die entsprechenden Kn-Semiotiken sind innerhalb jeder Kn zyklisch (vgl. Toth 2012), aber im Verbund transitiv. Im Gegensatz zur monokontexturalen Semiotik finden wir hier drei Typen von operativ erzeugten Strukturen, von denen man die ersten beiden als "iterative" bezeichnen könnte:

1. Selbstduale Tritozeichen

R(MMMM) = (MMMM), R(MOOM) = (MOOM).

2. Selbsttriale Tritozeichen

R(MMOO) = (OOMM) ≈ (MMOO), R(MOMO) = (OMOM) ≈ (MOMO), R($MOOI^1$) = (I^1OOM) ≈ ($MOOI^1$), R(MOI^1M) = (MI^1OM) ≈ (MOI^1M), R(MOI^1I^2) = (I^2I^1OM) ≈ (MOI^1I^2).

3. "Akkretive" Tritozeichen, d.h. solche, die innerhalb der gleichen Kontextur zu neuen Strukturen führen: R(MMMO) = (OMMM) ≈ (MOOO), R(MMOM) = (MOMM), R($MMOI^1$) = (I^1OMM) ≈ (MOI^1I^1), R(MOMM) = (MMOM), R($MOMI^1$) = (I^1MOM) ≈ (MOI^1O), R(MOOO) = (OOOM) ≈ (MMMO), R(MOI^1O) = (OI^1OM) ≈ ($MOMI^1$), R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) ≈ ($MMOI^1$).

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Reflexionen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Vorgänger und Nachfolger in strukturierten semiotischen Zahlen

1. Während Vorgänger und Nachfolger, wie sie im Rahmen der vollständigen Induktion für die Peanozahlen festgelegt sind, innerhalb der Semiotik auf die monokontexturale triadische Semiotik beschränkt sind (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.), benötigt man für die u.a. in Toth (2012a) behandelte polykontexturale Semiotik die Kronthalerschen Intra- und Transoperatoren (vgl. Kronthaler 1986, S. 36 ff.), d.h. Operatoren, die weniger an Zahlen als auf Strukturen operieren, und zwar je nachdem, ob sie innerhalb einer Kontextur oder zwischen Kontexturen vermitteln. Da das qualitative Zahlensystem seit Günther (1971/1979, S. 241 ff.) in die drei Strukturbereiche der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen geteilt wird, müssen wir bei strukturierten semiotischen Zahlen dementsprechend zwischen verschiedenen n-kontexturellen Proto-, Deutero- und Trito-Nachfolgern und –Vorgängern unterscheiden.

2. Wir wollen uns auch hier der Einfachheit halber auf K = 4, d.h. auf die Proto-, Deutero- und Tritostruktur der der 4-wertigen polykontexturalen Logik korrespondierenden tetradischen Semiotik beschränken. Diese besitzt die folgenden

Protozeichen: (MMMM), (MMMO), (MMOI^1), (MOI^{1}I^2).

Deuterozeichen: (MMMM), (MMMO), (MMOO), (MMOI^1), (MOI^{1}I^2).

Tritozeichen: (MMMM), (MMMO), (MMOM), (MMOO), (MMOI^1), (MOMM), (MOMO), (MOMI^1), (MOOM), (MOOO), (MOOI^1), (MOI^{1}M), (MOI^{1}O), (MOI^{1}I^1), (MOI^{1}I^2).

2.1. Intrakontexturelle Vorgänger/Nachfolger

2.1.1. Proto –Intra-4-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. V(MOI^{1}I^2) = (MMOI^1); VV(MMOI^1) = (MMMM).

2.1.2. Deutero-Intra-4-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. V(MMOO) = (MMMO); N(MOI^{1}I^2) = (MMMM) (da zyklisch, vgl. Kronthaler 1986, S. 48).

2.1.3. Trito-Intra-4-Vorgänger/Nachfolger

$N(MOOM) = (MOOO)$; $NN(MOMI^1) = (MOOO)$; $VV(MOI^1I^1) = (MOI^1M)$.

2.2. Transkontexturelle Vorgänger/Nachfolger

2.2.1. Proto-Trans-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. $N(MMOI^1) = \{(MMMOI^1), (MMOI^1I^2)\}$.

Dabei hat jedes Protozeichen genau 2 Trans-Nachfolger, vgl. Kronthaler (1986, S. 56). Am letzten Beispiel sieht man übrigens, daß semiotische Interpretation kontexturelle Transgression impliziert (vgl. Toth 2012b).

Im Gegensatz zu Intra-Vorgängern entsprechen die Trans-Vorgänger Absorptionen (vgl. Kronthaler 1986, S. 59), z.B. $V(MMMOI^1I^2) = \{(MMOI^1I^2), (MMMOI^1)\}$.

2.2.2. Deutero-Trans-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. $N(MMMO) = \{(MMMMO), (MMMO,I^1)\}$; $V(MMMO) = \{(MMM), (MMO)\}$.

2.2.3. Trito-Trans-Vorgänger/Nachfolger

Z.B.$N(MOMI^1) = \{(MOMOI^1), (OMOMI^1)\}$.

Es zeigt sich also, daß strukturierte Zahlen und also auch "Kenozeichen" in der Regel gerade mehrere Vorgänger und Nachfolger haben, die allerdings z.T. durch Kenoäquivalenz wieder zusammenfallen. Bemerkenswerterweise ist diese Feststellung bereits für die monokontexturale Semiotik (also für den Fall $K = 2$) gültig, insofern z.B. $N(1.2) = \{(1.3), (2.2), (2.3)\}$ bzw. $V(3.2) = \{(3.1), (2.3), (2.2)\}$ ist. Während allerdings die "Mehrmöglichkeit" der Nachfolger und Vorgänger in polykontexturalen Systemen durch die Ordnungstypen der drei Zahlenstrukturen determiniert wird, wird sie in der monokontexturalen Semiotik durch die von Peirce eingeführten "gebrochenen" Kategorien und die dadurch ermöglichte Definition dyadischer Relationen in der Form von kartesischen Produkten bestimmt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen

1. Bekanntlich sind die Peanozahlen innerhalb der polykontexturalen Logik ungültig, es sei denn, ein polykontexturales System werde, z.B. durch Aufhebung der Faserung eines topologischen Raumes, auf ein monokontexturales abgebildet bzw. rückabgebildet (vgl. Kronthaler 1986, S. 93). Stattdessen hatte Günther (1979, S. 240 ff.) ein System von Strukturzahlen eingeführt mit den Substrukturen der Proto-, Deutero- und Tritozahlen, deren Motivation und qualitativ-mathematische Grundlagen man am besten bei Kronthaler (1986, S. 14 ff.) nachliest. Nun ist die bereits von Kronthaler (1992) anvisierte "Hochzeit von Semiotik und Struktur", d.h. die Abbildung der Semiotik auf die polykontexturale Logik und die Mathematik der Qualitäten, alles andere als simpel, und zwar deshalb, weil es streng genommen gar keine Zeichen auf der von der Polykontexturalitätstheorie vorausgesetzten Kenogramm-Ebene geben kann, denn Kenogramme (Kenos) sind nichts anderes als Leerstellen, die mit logischen, mathematischen oder semiotischen Werte belegt werden können. Solange also ein Keno einfach eine Leerstruktur, oder besser gesagt: eine strukturierte Leere von bestimmter Länge, d.h. Qualität, ist, ist die Dichotomie von Zeichen und Objekt, die ja wie alle Dichotomien der zweiwertigen, monokontexturalen aristotelischen Logik verpflichtet ist, aufgehoben. Somit liegt also die Keno-Ebene unterhalb der Logik, der Mathematik und der Semiotik. Methodisch bedeutet dies für eine "Hochzeit" von Semiotik und Polykontexturalitätstheorie also, daß wir nur an "eingeschriebenen", d.h. durch semiotische Werte belegten, Kenogrammen und ihren Kombinationen, den sog. Morphogrammen, interessiert sein können. Eine weitgehend vollständige formale Beschreibung unbelegter Morphogrammstrukturen liegt seit längerer Zeit in dem grundlegenden Werk von R. Kaehr und Th. Mahler (1993) vor.

2. Doch nicht nur die Abbildung der Semiotik auf die Polykontexturalitätstheorie ist also äußerst schwierig, sondern eine zusätzliche enorme Schwierigkeit liegt darin, daß man die Peircesche Semiotik nicht tale quale auf die Polykontexturalitätstheorie abbilden kann, denn die Peircesche Semiotik ist, wie übrigens alle anderen Wissenschaften auch, durch und durch monokontextural, d.h. ihre Grundlagen ebenso wie ihre Ergebnisse sind durch das Prokrustesbett der drei logischen Grundgesetze, d.h. den Satz der Identität, den

Satz des Ausgeschlossenen Dritten und den Satz der Verbotenen Widerspruchs, gebunden. In Sonderheit sind es die folgenden die Peircesche Semiotik limitierenden "Axiome", die vor der Abbildung der Semiotik auf die Polykontexturalitätstheorie aufgehoben werden müssen:

1. Das "Axiom" der Konstanz der triadischen Werte

Wir verstehen darunter die Konstanz der drei triadischen Werte in der Peirceschen Zeichenstruktur

ZR = ((3.a), (2.b), (1.c)),

worin also (3.), (2.), (1.) die Konstanten und die a, b, c ∈ {1, 2, 3} die Variablen der trichotomischen Werte sind. Nach Aufhebung dieses Limitationsaxioms haben wir also

ZR = ((a.b), (c.d), (e.f)).

2. Das "Axiom" der Triadizität der Zeichenrelation

Nach Peirce können alle n-adischen Relationen auf triadische abgebildet werden (vgl. z.B. Marty 1980). Obwohl dieses "Axiom" klarerweise falsch ist (vgl. z.B. Toth 2007, S. 173 ff.), hat es sich bis heute gehalten. Nach seiner Aufhebung bekommen wir also

ZR = ((a.b), (c.d), (e.f), ..., (n.m)) mit n, m ∈ ℕ.

3. Das "Axiom" der Trichotomizität

Wie man z.B. bei Walther (1979, S. 56 ff.) en détail nachlesen kann, unterstellt Peirce die Existenz "gebrochener" und im Zuge damit "gemischter" Kategorien, deren formale Seite durch die trichotomische "Unterteilung" der triadischen (Haupt-)Bezüge geleistet wird. Allerdings sind triadische Kategorisierung und trichotomische Subkategorisierung funktional geschieden, denn die letztere wird durch ein weiteres Limitationsgesetz eingeschränkt, das in der Ausgangsstruktur (3.a 2.b 1.c) die Werte-Ordnung $c > b > a$ ausschließt, d.h. "erlaubt" sind in funktionaler Abhängigkeit von den triadischen Werten lediglich die trichotomischen Werte der Ordnung $a \leq b \leq c$. Hebt man also das

"Axiom" der Trichotomizität (und damit automatisch die Limiationsbeschränkung für trichotomische Ordnungen) auf, erhält man

$ZR = (1, 2, 3, ...) \in \mathbb{N}$

und d.h. $ZR \subset \mathbb{N}$.

3. Damit haben wir die Semiotik zwar erst auf die natürlichen und nicht bereits auf die strukturellen Zahlen zurückgeführt, sie damit jedoch keineswegs aufgehoben, denn nichts hindert uns daran, z.B.

$1 = M, 2 = O, 3 = I$

zu setzen. Was wir also erreicht haben, sind Zeichenrelationen als Teilmengen der natürlichen Zahlen (dies war sogar die ursprüngliche Intention Benses, vgl. Bense 1975, S. 168 ff.), die wir als numerische Stellvertreter für semiotische Kategorien setzen können, also genauso wie es Bense unter der Gültigkeit aller von uns aufgehobenen semiotischen "Axiome" bei der Einführung der "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) getan hatte. Wir brauchen also ferner auch nicht auf die für Zeichen gegenüber gewöhnlichen Relationen typisch metarelationalen Strukturen zu verzichten, denn z.B. können wir statt

(1, 2, 3)

weiterhin

(1, (1, 2, (1, 2, 3))

schreiben (vgl. Toth 2012a). Wegen der Aufhebung des Triadizitäts-"Axioms" gibt es nun allerdings Zeichenrelationen, die über mehr als ein M, O und I verfügen. Dennoch können wir, wie es z.B. in Toth (2012b) getan wurde, selbst die triadische Grundstruktur unangetastet belassen und zur triadischen Struktur hinzutretende semiotische Werte als Interpretantenfelder einführen, d.h. z.B. anstatt

(1, 1, 2, 3, 4, 5, ...)

von Strukturen der Form

((1, 2, 3), 4), 5) ...),

in der also nicht 3, sondern auch 4 und 5 als Interprentenbezüge festgelegt sind, ausgehen. Die letztere Möglichkeit der Beibehaltung der triadischen Grundstruktur der Zeichen hat sogar mehr Vorteile als Nachteile, denn dadurch entsteht eine Isomorphie zwischen der triadischen Semiotik und der 3-wertigen, d.h. elementaren polykontexturalen Logik (vgl. Toth 2012c). Ferner kann in diesem Fall die Emergenz zusätzlicher semiotischer Werte in Übereinstimmung mit der Benseschen Semiotik mittels der Entstehung von Zeichenhierarchien durch die Operation der iterativen Superisation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) erklärt werden, die ja auf dem kontinuierlichen Austausch von Mittelrepertoires der Stufe n mit Interpretantenfeldern der Stufe (n+1) basiert. Sollte schließlich jemand befürchten, daß hierdurch das aufgehobene Tradizitäts-"Axiom" quasi durch die Hintertür wieder in die Semiotik eingeschleust wird, könnte man sogar sämtliche Interpretantenbezüge aus der triadischen Kernfunktion ausklammern, d.h. von (M, O) statt von (M, O, I) ausgehen, zumal der drittheitlich fungierende Interpretant ja ein Zeichen im Zeichen darstellt und daher einen Kontexturwechsel bewirkt (vgl. Toth 2012d). Bekanntlich hatte ja bereits Ditterich (1990) korrekterweise festgestellt, daß nur die dyadische Partialrelation, d.h. der Objektbezug der vollständigen triadischen Zeichenrelation, dem logischen Identitätssatz genügt, nicht aber die Kontextuierung der Objektrelation in der Interpretantenrelation, denn Kontextabhängigies ist nicht selbstidentisch.

4. Wenn wir uns also darauf einigen, daß die Transformation der monokontexturalen triadischen Semiotik in eine polykontexturale n-adische Semiotik durch

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (\ldots (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), \ldots, I^n)]$

oder kürzer, wenn wir das Symbol σ_ι für die Operation der iterativen Selektion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) einführen, durch

$[ZR^n = [(M, O, I), \sigma_\iota]$

bewerkstelligt werden soll, erhalten wir folgende Abbildungen von Kenostrukturen (d.h. Morphogrammen) auf Zeichen (also Wertbelegungen der Kenostrukturen)

4.1.1. für die Proto-/Deutero-Struktur der 3-wertigen Logik

(aaa) → (MMM)

(abb) → (MOO)

(abc) → (MOI),

wobei aus der sog. Keno-Äquivalenz (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.) die Äquivalenz von (MMM) ≈ (OOO) ≈ (III) usw. folgt (so auch für alle folgenden Fälle).

4.1.2. für die Trito-Struktur der 3-wertigen Logik

(aaa) → (MMM)

(aab) → (MMO)

(aba) → (MOM)

(abb) → (MOO)

(abc) → (MOI).

Man erkennt hier also auch anhand der durch die Abbildungen erzeugten polykontexturalen Zeichen den von der jeweiligen Proto- zu Deutero- und Trito-Struktur anwachsendne Strukturreichtum.

4.2.1. für die Proto-Struktur der 4-wertigen Logik

(aaaa) → (MMMM)

(abbb) → (MOOO)

(abcc) → (MOI^1I^1)

(abcd) → (MOI^1I^2)

Da wir oben festgestellt hatten, daß die triadische Semiotik mit der 3-wertigen polykontexturalen Logik korrespondiert, tritt also ein 4. Wert erwartungsgemäß in der 4-wertigen Logik auf, mit der also die polykontexturale Logik im eigentlichen Sinne erst anfängt.

4.2.2. für die Deutero-Struktur der 4-wertigen Logik

(aaaa) → (MMMM)

(abbb) → (MOOO)

(aabb) → (MMOO)

(abcc) → (MOI^1I^1)

(abcd) → (MOI^1I^2)

und

4.2.3. für die Trito-Struktur der 4-wertigen Logik

als der eigentlichen Ausgangsbasis für eine polykontexturale Semiotik

(aaaa) → (MMMM)

(aaab) → (MMMO)

(aaba) → (MMOM)

(aabb) → (MMOO)

(aabc) → ($MMOI^1$)

(abaa) → (MOMM)

(abab) → (MOMO)

(abac) → ($MOMI^1$)

(abba) → (MOOM)

(abbb) → (MOOO)

(abbc) → ($MOOI^1$)

(abca) → (MOI^1M)

(abcb) → (MOI^1O)

$(abcc) \rightarrow (MOI^1I^1)$

$(abcd) \rightarrow (MOI^1I^2)$.

Da die triadische Zeichenrelation, die (I^1) enthält, mit der elementaren 3-wertigen polykontexturalen Logik und also I^1 mit dem logischen Ich-Subjekt korrespondiert, ergeben sich als mögliche Interpretationen für I^1, I^2, I^3 weitere logische Funktionen wie Du, Er, Wir, ..., wobei nach der Auffassung der Polykontexturalitätstheorie ja jedem von n Subjekten eine zweiwertige Logik innerhalb des ganzen distribuierten Verbundsystems, das erst die polykontexturale Logik definiert, entspricht, so daß also z.B. Zeichen, die von verschiedenen Zeichenbenutzern interpretiert werden, nur monokontextural zusammenfallen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bde. 1-3. Hamburg 1976-1980

Kaehr, Rudolf/Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Arithmetische Folgen für subjektive ontisch-semiotische Systeme mit Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, n-adische Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Die Erweiterung der Erkenntnistiefe des semiotischen Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Interpretation und Designation

1. In Toth (2012a) waren wir von der Operation der iterativen Superisation (Bense/Walther 1973, S. 45) ausgegangen, die zu einem unendlichen semiosischen Regreß der allgemeinen Form

$I^n \equiv M^{(n+1)} \equiv I^{(n+1)} \equiv M^{(n+2)} \equiv I^{(n+2)} \equiv M^{(n+3)} \equiv ...$

führt. Innerhalb dieses Regresses kommt es also im Zuge der Selbstproduktivität des Zeichens (vgl. Bense 1976, S. 163) automatisch zu einer Vergrößerung der Anzahl von Interpretanten mit dem Zwecke der Vergrößerung der Reflexionstiefe des semiotischen Objektes (vgl. Toth 2012b). Mit anderen Worten, wir haben

$(M^1 \rightarrow O^1 \rightarrow)\ I^1 \dashrightarrow M^2 \rightarrow (O^2 \rightarrow)\ I^2 \dashrightarrow M^3 \rightarrow (O^3 \rightarrow)\ I^3 \rightarrow M^4 \dashrightarrow ...$

Dadurch wird also die Emergenz von Interpretatenbezügen (und durch sie die entsprechend anwachsende Reflexionstiefe des semiotischen Objekts) an die Superzeichenbildung vermittels iterativer Superisation gekoppelt, von der wir in Toth (2012c) aufgezeigt hatten, daß sie polykontextural relevant ist, insofern als jeder semiosische Übergang der allgemeinen Form ($I^n \rightarrow M^{(n+1)}$) zugleich einen Kontexturübergang in der logischen Basisstruktur der involvierten triadischen Zeichenrelationen bedeutet. Damit ergab sich in Toth (2012a) als Schema des Übergangs der triadischen zu einer n-adischen Semiotik (mit $n > 3$) also

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (M^1, O^1, I^1, I^2, I^3, ..., I^n)]$

oder kürzer, wenn wir das Symbol σ_ι für die Operation der iterativen Selektion einführen

$[ZR^n = (M^1, O^1, I^1, I^2, I^3, ..., I^n)] = [ZR^n = [(M, O, I), \sigma_\iota]$.

2. Wir gehen nun aus von Gotthard Günthers Feststellung: "Seinsunterschiede spiegeln sich in der Logik als Strukturunterschiede, und Seinsgleichheit ist theoretisch äquivalent mit Strukturgleichheit. Verschiedenen Graden der Komplexität der Wirklichkeit müssen deshalb korrespondierende Komplexitätsgrade der Struktur entsprechen" (1980, S. 140). Für das in Toth (2012a)

zugrunde gelegte und auf das semiotische Viereck (Toth 2012d) projizierte 3-wertige (bikontexturale) transklassiche logische System, gilt allerdings, daß es "überhaupt nicht als Logik interpretiert werden kann, denn zu einer Logik gehört ein denkendes Bewußtsein, und in diesem Bewußtsein muß sich das Sein, bzw. seine verschiedenen Varianten, in nicht-designativen Werten spiegeln. Da diese Spiegelung in einem dreiwertigen System fortfällt, kann dasselbe nur als Ontologie und nicht als Logik betrachtet werden" (Günther 1980, S. 141). Bezüglich eines 3-wertigen Systems bedeutet also ein hinzutretender vierter Wert "den ontologischen Ort, von dem aus ein denkendes Subjekt eine dreiwertige Seinstheorie entwickeln kann" (1980, S. 142).

m	des.	designationsfrei					Systemcharakter	Intervall
1	1	0					Ontologie (mono-thematisch)	I
2	1	1					Logik (Klassisch)	
3	1	2	0				Ontologie (dia-thematisch)	II
4	1	2	1				Logik	
5	1	2	2				Logik	
6	1	2	3	0			Ontologie (poly-thematisch)	III
7	1	2	3	1			Logik	
8	1	2	3	2			Logik	
9	1	2	3	3			Logik	
10	1	2	3	4	0		Ontologie (poly-thematisch)	IV
11	1	2	3	4	1		Logik	
12	1	2	3	4	2		Logik	
13	1	2	3	4	3		Logik	
14	1	2	3	4	4		Logik	
15	1	2	3	4	5	0	Ontologie (poly-thematisch)	
16	1	2	3	4	5	1	Logik	
…	…	…	…	…	…	…	…	

Wie die obige, aus Günther (1980, S. 146) reproduzierte Tabelle zeigt, werden die Intervalle mit zunehmender Subjektanzahl, d.h. also mit zunehmender Vergrößerung der Reflexionstiefe des Objektes, immer größer. So umfaßt das I. Intervall eine 3-, 4- und 5-wertige Logik, das II. Intervall eine 6-, 7-, 8- und 9-wertige Logik, usw. Schaut man sich die Zahlen an, welche die n-wertigen Logiken angeben (1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, ...), so erkennt man, daß es sich um die Dreieckszahlen handelt. (Diese waren übrigens unabhängig von dem vorliegenden Zusammenhang in Toth [2007, S. 186 ff.] zur Konstruktion monokontextural-n-adischer Semiotik benutzt worden.) Ontologien stellen also nur die 3-, 6-, 10-, 15- ... wertigen "logischen" Systeme dar, oder anders gesagt: Alle übrigen Systeme, welche also Logiken mit 1, 2, 3, 4, ... designierenden Werten darstellen, entsprechen gemäß unseren eingangs genannten Voraussetzungen den (n>3)-adischen Semiotiken mit 2, 3, 4, 5, ... Interpretanten

$(M^1 \rightarrow O^1 \rightarrow)\ I^1 \dashrightarrow M^2 \rightarrow (O^2 \rightarrow)\ I^2 \dashrightarrow M^3 \rightarrow (O^3 \rightarrow)\ I^3 \rightarrow M^4 \dashrightarrow \ldots$.

(Der 1. Interpretant ist ja Teil der Zeichenrelation, da diese sich mit dem drittheitlichen Interpretanten – ebenfalls gemäß Voraussetzung – selbst enthält.) Wenn wir dieses Resultat noch stärker verallgemeinern, kommen wir also zum Schluß, daß eine ontisch-semiotisch-logische Korrespondenz besteht zwischen n Designationswerten einer transklassischen polykontexturalen Logik und (n-1) Interpretantenbezügen.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Auf dem Weg zu einer n-adischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

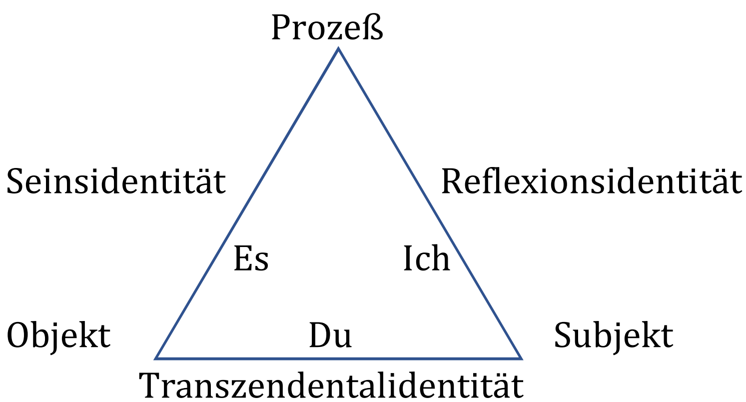
Toth, Alfred, Die Erweiterung der Erkenntnistiefe des semiotischen Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

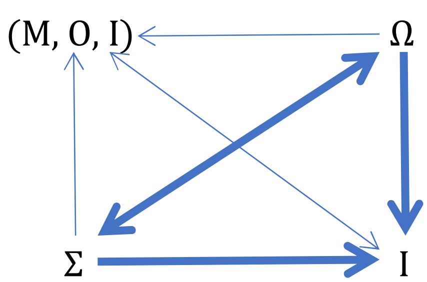
Toth, Alfred, Ein semiotisches Viereck. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Auf dem Weg zu einer n-adischen Semiotik

1. Das Günthersche Dreiecksmodell einer minimalen, d.h. 3-wertigen, polykontexturalen Logik unterscheidet sich logisch und ontologisch von dem Modell der 2-wertigen aristotelischen Logik dadurch, daß es neben der Kategorie des Ich auch über eine Kategorie des Du verfügt und somit die drei logischen Identitäten des Seins, der Reflexion und der Transzendentalität unterscheidet (Günther 1976, S. 173)



In das in Toth (2012a) vorgeschlagene ontisch-semiotische Viereck-Modell läßt sich das Schema der 3-wertigen transklassischen Logik so abbilden, daß es mit dem im folgenden Graphen markierten rechten unteren Dreieck kon>-gruiert.



Wir finden somit die folgenden Entsprechungen zwischen den ontisch-semiotischen Kategorien einerseits und den bi-kontexturellen logischen Kategorien andererseits:

sem. Kat.	log. Kat.
I	Prozeß

Ω Objekt

Σ Subjekt

Seinsidentität := $(\Omega \leftrightarrow I)$

Reflexionsidentität := $(I \leftrightarrow \Sigma)$

Transzendentalidentität := $(\Omega \leftrightarrow \Sigma)$.

2. In Toth (2012b) wurde ferner nachgewiesen, daß die von Günther aufgezeigten Übergänge der 3-wertigen Logik zu einer n-wertigen mit Vergrößerung der Reflexionstiefe des logischen Objekts (Günther 1976, S. 187) mit einer entsprechenden Vergrößerungen der Anzahl der Interpretantenbezüge im ontisch-semiotischen Modell einhergeht. Nun wurde allerdings bereits in Toth (2012c) aufgezeigt, daß die von Bense eingeführte Operation der iterativen Superisation, bei der jeweils ein Interpretantenfeld der Stufe n innerhalb einer Zeichenhierarchie (Metazeichen-Bildung) zum Repertoire der Stufe (n+1) transformiert wird, und die wie man wie folgt andeuten kann

$I^n \equiv M^{(n+1)} \equiv I^{(n+1)} \equiv M^{(n+2)} \equiv I^{(n+2)} \equiv M^{(n+3)} \equiv ...$

innerhalb dieses angedeuteten infiniten semiosischen Regresses im Zuge der Selbstproduktivität des Zeichens (vgl. Bense 1976, S. 163) automatisch zu dieser geforderten Vergrößerung der Anzahl von Interpretanten mit dem Zwecke der Vergrößerung der Reflexionstiefe des semiotischen Objektes führt. Mit anderen Worten, wir haben

$(M^1 \rightarrow O^1 \rightarrow)\ I^1 \dashrightarrow M^2 \rightarrow (O^2 \rightarrow)\ I^2 \dashrightarrow M^3 \rightarrow (O^3 \rightarrow)\ I^3 \rightarrow M^4 \dashrightarrow ...$

Dadurch wird also die Emergenz von Interpretatenbezügen (und durch sie die entsprechend anwachsende Reflexionstiefe des semiotischen Objekts) an die Superzeichenbildung vermittels iterativer Superisation gekoppelt, von der wir in Toth (2012c) aufgezeigt hatten, daß sie polykontextural relevant ist, insofern als jeder semiosische Übergang der allgemeinen Form $(I^n \rightarrow M^{(n+1)})$ zugleich einen Kontexturübergang in der logischen Basisstruktur der involvierten triadischen Zeichenrelationen bedeutet. Damit ergibt sich als Schema des Übergangs der triadischen zu einer n-adischen Semiotik (mit $n > 3$) also

$[ZR^3 = (M, O, I)] \dashrightarrow [ZR^n = (M^1, O^1, I^1, I^2, I^3, ..., I^n)]$

oder kürzer, wenn wir das Symbol σ_ι für die Operation der iterativen Selektion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) einführen

$[ZR^n = (M^1, O^1, I^1, I^2, I^3, ..., I^n)] = [ZR^n = [(M, O, I), \sigma_\iota]$.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Das semiotische Viereck. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Die Erweiterung der Reflexionstiefe des semiotischen Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Ein semiotisches Viereck

1. In Toth (2012) wurde argumentiert, daß das Zeichen als triadische Relation $ZR = (M, O, I)$ relativ zu seinem bezeichneten Objekt im Verhältnis von subjektivem zu objektivem Objekt steht, was seine logisch-epistemische Funktion anbetrifft. Während niemand den Status des ontischen Objekts als objektivem Objekt anzweifeln wird, geht die Bestimmung des Zeichens als subjektivem Objekt, d.h. als subjektiviertes Objekt, einerseits mit Benses Bestimmung des Zeichens als "Metaobjekt" (vgl. Bense 1967, S. 9), anderseits mit Benses Unterscheidung von Realität und Mitrealität überein, denn nach Bense besitzen Zeichen nur Mitrealität, da sie stets der Realität des von ihnen bezeichneten ontischen Objekts bedürfen, auf das sie verweisen (vgl. Bense/Walther 1973, S. 64 f.).

2. Nun enthält das Zeichen aber mit dem triadisch fungierenden Interpretantenbezug sich selbst, insofern in der metarelationalen Definition Benses (1979, S. 53)

$$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

das Defininiendum sowohl links des Gleichheitszeichens als auch rechts davon ins Definiendum eingebettet aufscheint. Da sich das Zeichen selbst in seiner Eigenrealität enthält, bekommt es die Möglichkeit zur Selbstreproduktion. Peirce sprach von "Zeichenwachstum" (Walther 1979, S. 76). Nach Bense ist für den damit in Gang gesetzten unendlichen semiosischen Regreß die Operation der "iterativen Superisation" verantwortlich, die auf dem Austausch der Interpretantenrelation eines Zeichens der Stufe n mit dem Mittelrepertoire eines Zeichens der Stufe (n+1) basiert, formal

$$I^n \rightarrow M^{(n+1)}.$$

Damit ist aber vor die Sonderstellung des Interpretanten unter den Partialrelationen des Peirceschen Zeichens angesprochen, die darin besteht, daß er einerseits konnexiv-kontextuell fungiert, andererseits aber eine relativ zum Objektbezug und dem zwischen diesem und dem Interpretantenbezug vermittelnden Mittelbezug eine Art von Subjektkategorie innerhalb der Zeichenrelation darstellt. Als semiotische Subjektkategorie übt der Interpretantenbezug natürlich relativ zum externen Subjekt die logisch-epistemische Funktion enes objektives Subjekts aus, während das externe Subjekt das subjektive Subjekt ist.

3. Man kann somit die bisherigen Überlegungen in einem semiotischen Viereck wie folgt zusammenfassen

$$\begin{tikzcd}
(M, O, I) \arrow[dr, leftrightarrow] & \Omega \arrow[l] \arrow[d] \arrow[dl, leftrightarrow] \\
\Sigma \arrow[u] \arrow[r] & I
\end{tikzcd}$$

3.1. Die Abbildung

$\Omega \rightarrow (M, O, I)$

ist somit nichts anderes als die von Bense so genannte Metaobjektivierung: "Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt" (1967, S. 9).

3.2. Die Abbildung

$\Sigma \rightarrow (M, O, I)$

stellt die thetische Setzung bzw. Einführung eines Zeichens dar, die natürlich durch ein reales, d.h. zeichenexternes Subjekt geschieht. Man beachte, daß somit Metaobjektivation und thetische Introduktion durch die Kontexturgrenze zwischen Subjekt und Objekt geschieden sind!

3.3. Die Abbildung

$\Omega \rightarrow I$

drückt die Kontextuierung des externen Objektes durch den Interpretanten, d.h. die Einbettung des Referenzobjektes in einen Sinnzusammenhang aus (z.B.

Freges bekanntes Beispiel des Planeten Venus (Ω) als Morgenstern (I 1) oder Abendstern (I 2).

3.4. Die Abbildung

$\Sigma \rightarrow I$,

die nach Toth (2012a) die Relation des Beobachters zum Beobachteten darstellt, entspricht der Transformation des subjektiven in das objektive Subjekt und ist also die zur Abbildung $(\Omega \rightarrow (M, O, I))$, d.h. zur Transformation des objektiven in das subjektive Objekt im Rahmen der zweiwertigen Logik korrespondierende Abbildung.

Damit sind also die äußeren Abbildungen bzw. Relationen des semiotischen Vierecks erklärt. Man beachte, daß gegenüber der Peirceschen Basistheorie der Semiotik nur die Abbildung 3.4. neu hinzugekommen ist, da das Peircesche Zeichen, wie bereits Ditterich (1990) korrekt festgestellt hatte, über keine Beobachterkategorie (und daher streng genommen auch über keine Beobachtungskategorie) verfügt. Man könnte somit auch sagen, daß die untere horizontale "Hälfte" des semiotischen Vierecks sich zur oberen wie die Subjekt- zur Objektseite der klassischen Logik und Ontologie mit der dazwischen verlaufenden Kontexturgrenze verhält. Das semiotische Viereck ergänzt also sozusagen das Peircesche semiotische Dreieck dadurch zu einem Viereck, daß es auf dieses ein weiteres Dreick so abbildet, so zwei Seiten koinzidieren, wobei dem rein objektiven Peirceschen Dreieck nun das ihm fehlende rein subjektive Dreieck so abgebildet wird, daß Vermittlungen zwischen Objekt- und Subjektseite möglich werden. Damit sind wir aber bereits bei den noch zu erläuternden Diagonalen des semiotischen Vierecks angelangt.

3.5. Die Abbildung

$(M, O, I) \leftrightarrow I$

ist der formale Ausdruck der Autoreproduktivität des Zeichens, genauer: des "Prinzips der durchgängigen (iterativen) Reflexivität der Zeichen, daß jedes Zeichen wieder ein Zeichen hat" (Bense 1976, S. 163). 3.5. bedeutet also die

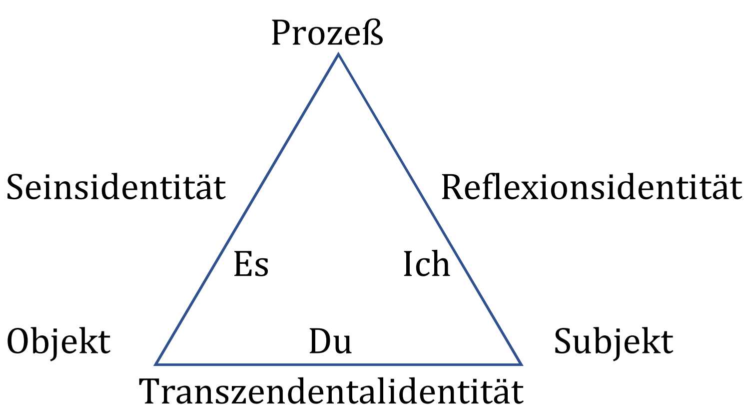
Austauschrelation zwischen dem subjektiven Objekt und dem objektiven Subjekt und stellt somit formal eine Dualisation dar.

3.6. Die Abbildung

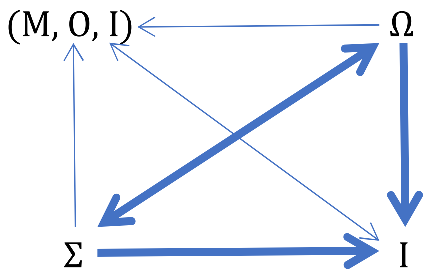
$\Omega \leftrightarrow \Sigma$,

d.h. die Austauschrelation von Objekt und Subjekt, ist eine formale Möglichkeit, kontexturelle Transgression ins Peircesche Zeichenmodell zu integrieren. Wie bereits oben angedeutet, wird dies auch von der ersten Diagonalabbildung, d.h. der Relation 3.5. impliziert, obwohl dort nur semiotische Kategorien und nicht ontisch-semiotische wie in 3.6. ausgetauscht werden! Der Grund hierfür liegt darin, daß nach Toth (2012b) innerhalb der durch iterative Superisation erzeugten Zeichenhierarchie jedes Zeichen in einer eigenen Kontextur liegt, da der Interpretantenbezug neben seinen Funktionen der Subjektabbildung und Konnexierung/Kontexturierung auch diejenige der Kontextualisierung übernimmt.

4. Betrachten wir nun das triadisch-logische Dreieck, das Günther (1976, S. 173) gegeben hatte



Höchst interessant ist, daß dieses Dreieck offenbar dem im folgenden Diagramm hervorgehobenen rechten unteren Dreieck im semiotischen Viereck entspricht:



Die einzelnen Korrespondenzen sind:

sem. Kat.	log. Kat.
I	Prozeß
Ω	Objekt
Σ	Subjekt

und wegen dieser unbezweifelbaren Übereinstimmungen bzw. semiotisch-logischen Koinzidenzen haben wir also

Seinsidentität := (Ω ⟷ I)

Reflexionsidentität := (I ⟷ Σ)

Transzendentalidentität := (Ω ⟷ Σ).

Damit haben wir aber das semiotische Viereck mit Hilfe der logischen sowie epistemischen Kategorien der von Günther vorausgesetzten 3-wertigen nicht-aristotelischen Logik auf das einfachste Modell einer polykontexturalen Logik und Ontologie abgebildet.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Einführung ontisch-semiotischer Subjektkategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ränder von zeicheninternen Systemen

1. Bislang (vgl. z.B. Toth 2012a) waren wir von ontisch-semiotischen Systemen ausgegangen, d.h. von Systemen, die sowohl die Elemente des ontischen als auch diejenigen des semiotischen Raumes (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) enthalten, kurz gesagt also sowohl von bezeichneten Objekten als auch von bezeichnenden Zeichen. Dabei wurde "von unten herauf" zuerst das ontische Objekt als

$\Omega := [A, I]$

und hernach das es einbettende System als

$S := [\Omega, \emptyset]$

und schließlich das dem ontisch-semiotischen übergeordneten (bzw. erkenntnistheoretisch "unter-geordnete" System mit Umgebungen für Subjekte definiert, welches wiederum sowohl Ω als auch S enthält:

$\mathfrak{S} := [S, \emptyset] = [[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_j]$

2. Setzen wir nun $\emptyset_i = ZR = (M, O, I)$, dann erhalten wir ein System mit topologischem Rand

$\mathfrak{S}^+ = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_i], \emptyset_j]$,

und falls a) $i \neq j$ ist und b) auch ein Rand zwischen dem System und seiner Umgebung angenommen wird, bekommen wir

$\mathfrak{S}^{+*} = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_i], \mathfrak{R}[[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset_i], \emptyset_i], \emptyset_j], \emptyset_j]$.

Ausgeschrieben sehen also die beiden Haupttypen subjektiver ontisch-semiotischer Systeme mit nur internem bzw. sowohl mit internem als auch mit externem Rand wie folgt aus

$\mathfrak{S}^+ = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, (M, O, I)], (M, O, I)], \emptyset_j]$,

$\mathfrak{S}^{+*} = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, (M, O, I)], (M, O, I)], \mathfrak{R}[[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, (M, O, I)], (M, O, I)], \emptyset_j], \emptyset_j]$,

mit anderen Worten: es kann der Grenzfall eintreten, daß ein Zeichen selbst eine zeichenhafte Umgebung bekommt. Wir sprechen in diesem Grenzfall also von Rändern von *zeicheninternen* Systemen, d.h. es sind ontische-semiotische Systeme, bei denen "so getan werden kann", als seien die Objektpositionen nicht besetzt (bzw. durch Nullobjekte vertreten). Ein angesichts der Stuttgarter Erweiterung der Peirceschen Semiotik geradezu klassisch zu nennendes (jedoch nicht das einzige!) Beispiel für zeicheninterne Systeme sind die von Bense (1981) so genannten semiotischen "Dualsysteme", d.h. Dualrelationen zwischen einer der zehn Peirceschen Zeichenthematiken und ihrer konversen "Realitätsthematiken", deren allgemeine Form durch

$ZTh \times RTh = ((1.a), (2.b), (3.c)) \times ((c.3), (b.2), (a.1))$

dargestellt werden kann. (Genau genommen handelt es sich also um eine Konversion der Konversion oder "Metakonversion", da sowohl die dyadischen Teilrelationen als auch deren monadische Teilrelationen "umgedreht" werden.)

Von besonderem Interesse sind diese Fälle zeicheninterner Systeme mit Rändern auch deswegen, weil jede der zehn Peirceschen Zeichenrelationen (und wohl auch die siebzehn durch die semiotischen Inklusionsgesetze vom semiotischen Gesamtsystem ausgeschlossenen) nach Toth (2012b) den Status einer eigenen Kontextur hat. Kurz gesagt, macht es also einen erheblichen Unterschied, ob man zeicheninterne Systeme *innerhalb* oder *zwischen* diesen "semiotischen Kontexturen" betrachtet. Das ist insofern von besonderer Relevanz, da Walthers (1982) Darstellung des Peirceschen "Zehnersystems" als "eigenreales Dualitätssystem" eingeführt ist, eine Bezeichnung, die darauf beruht, daß die eigenreale Zeichenthematik in mindestens einer ihrer dyadischen Partialrelationen mit jeder anderen und dadurch mit allen zehn Peirceschen Zeichenthematiken verknüpft ist und daß dies ebenfalls für die Realitätsthematiken – und daher für alle Paare "metakonverser" Strukturen innerhalb jeder semiotischen Kontextur gilt. Wie man nämlich nun zeigen kann, trifft dies gerade dann nicht zu, wenn man Teilsysteme zeicheninterner Systeme aus verschiedenen Kontexturen kombiniert, dann gibt es nämlich sehr viele Fälle von randlosen Systemen, d.h. solchen, die aus dem Rahmen des Waltherschen eigenrealen Dualitätssystem herausfallen. Damit können wir folgende Typen zeicheninterner Systeme unterscheiden:

1. Monokontexturale zeicheninterne Systeme mit

1.1. éinem monadischen Rand

Z.B. $\Re[((3.1), (2.1), (1.1)) \times ((1.1), (1.2), (1.3))] = (1.1)$

1.2. zwei monadischen Rändern

Z.B. $\Re[((3.1), (2.1), (1.3)) \times ((3.1), (1.2), (1.3))] = ((3.1), (1.3))$

1.3. éinem dyadischen Rand

Z.B. $\Re[((3.1), (2.1), (1.2)) \times ((2.1), (1.2), (1.3))] = ((2.1) \rightarrow (1.2))$

Da es genau die gleichen drei Typen natürlich auch bei bikontexturalen Systemen geben kann, führen wir für letztere nur den Grenzfall der Randlosigkeit auf:

Z.B. $\Re[((3.1), (2.1), (1.1)), ((3.2), (2.2), (1.2))] = \emptyset$.

$\Re[((3.1), (2.1), (1.1)), ((2.1), (2.2), (2.3))] = \emptyset$.

Wie man erkennt, gilt die Randlosigkeit natürlich für die Kombination jeweils beider Teilsysteme, d.h. in Benses Terminologie: Es spielt keine Rolle, ob man die Zeichenthematiken oder die Realitätsthematiken von Zeichen aus zwei verschiedenen semiotischen Kontexturen kombiniert oder man eine Zeichenthematik aus einer Kontextur mit einer Realitätsthematik aus einer anderen Kontextur miteinander kombiniert.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einführung ontisch-semiotischer Subjektkategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

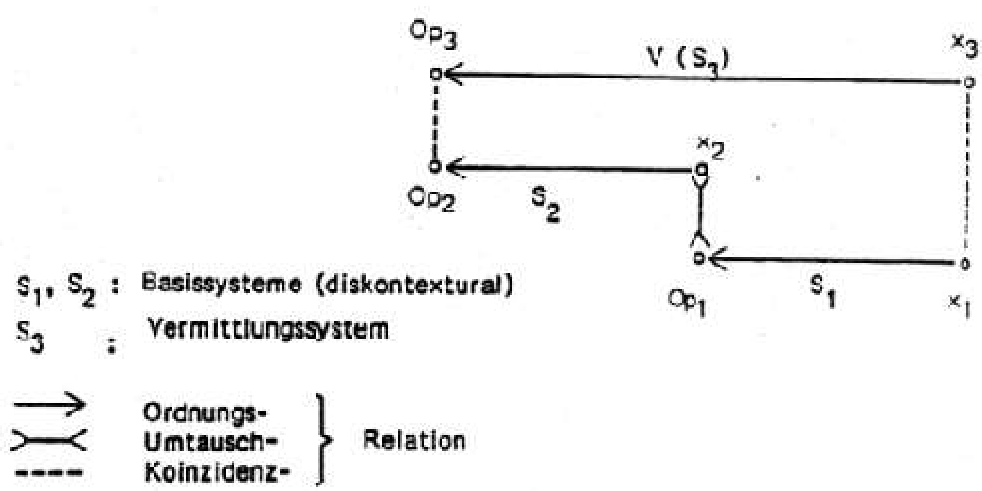
Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Akkretive und iterative semiotische Systeme

1. In meinen letzten Arbeiten (vgl. zuletzt Toth 2012) hatte ich gezeigt, daß man semiotische Systeme in polykontexturell-distirbutionelle Systeme einbetten kann. Dafür gibt es zwei hauptsächliche Gründe: 1. Benses (1979, S. 53) metarelationale Zeichendefinition, wonach das Zeichen sich selbst in der Form des drittheitlichen Interpretantenbezugs enthält. 2. Die von Bense (1973, S. 45) anvisierte Operation der iterativen Superisation, die man formal in der Form

$I^n \equiv M^{(n+1)} \equiv I^{(n+1)} \equiv M^{(n+2)} \equiv I^{(n+2)} \equiv M^{(n+3)} \equiv ...$

ausdrücken kann. Damit stellt in zunächst hierarchisch intendierten Strukturen von "Zeichenwachsum" (vgl. Walther 1979, S. 76) jede triadische Zeichenrelation ein separates System (bzw. Teilsystems des gesamten jeweiligen Systems) dar, insofern man das Zeichen selbst als "subjektives Objekt", sein Referenzobjekt als "objektives Objekt", den Interpretantenbezug als objektives und sein ontisches Pendant, den Interpreten, als subjektives Subjekt im Rahmen der logisch-epistemischen Funktionen bestimmen kann. Damit läßt sich das von Ditterich (1990, S. 140) gegebene distributive Vermittlungsschema dreier Systeme zusammen mit den involvierten mono- und polykontexturalen Relationen bzw. Abbildungen



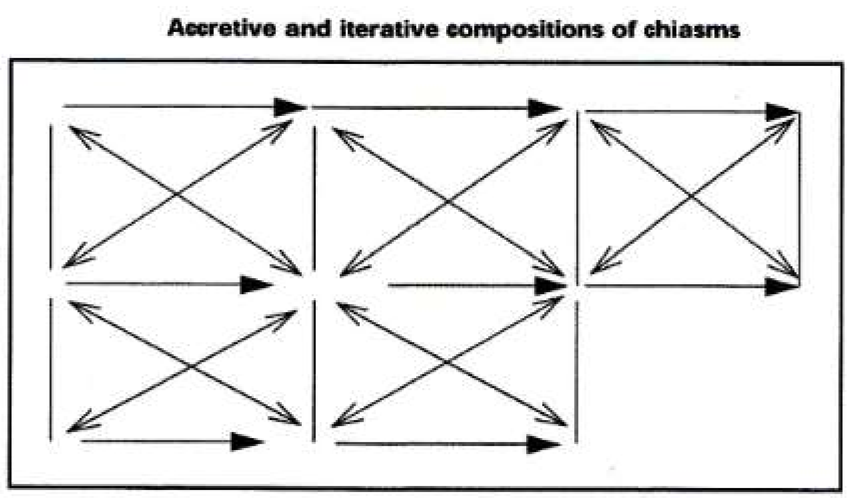
wie folgt als semiotisches vermitteltes Distributionsschema konzipieren

$$ZR_3 = (M''_3 \rightarrow O''_3, \rightarrow I''_3)$$

$$ZR_2 = (M'_2 \rightarrow O'_2 \rightarrow I'_2)$$

$$ZR_1 = (M_1 \rightarrow O_1 \rightarrow I_1).$$

2. Nun besagt die von G. Günther eingeführte Dichotomie von akkretivem vs. iterativem Wachstum in der systemischen Interpretation R. Kaehrs (vgl. Kaehr 2007, S. 50 ff.), daß in distributionellen Systemverbünden sich der erstere Wachstumstyp durch chiastische, der letztere durch koinzidentielle Komposition der jeweiligen Morphismen auszeichnet. Ich gebe hier zur Orientierung das folgende vereinfachte abstrakte System Kaehrs wieder



Wenn wir nun wiederum das entsprechende ontisch-semiotische System bilden, könnte es z.B. wie folgt aussehen:

$$\begin{array}{lllllll}
\Omega_1 & \rightarrow & ZR_1 & \rightarrow & \Omega'_1 & \rightarrow & ZR'_1 \\
\downarrow & & & & & & \\
\Sigma_2 & \rightarrow & I_2 & \rightarrow & \Sigma'_2 & \rightarrow & I'_2 \\
\downarrow & & & & & & \\
\Omega_3 & \rightarrow & ZR_3 & \rightarrow & \Omega'_3 & &
\end{array}$$

Wenn wir also vom obigen ontisch-semiotischen System ausgehen, so enthält es in iterativer Richtung die Metaobjektivation von objektiven zu subjektiven Objekten, die, wie oben erwähnt, durch die von Bense so genannte iterative Selektion geleistet wird. In akkretiver Richtung finden wir dagegen den bisher innerhalb der Semiotik völlig unbekannten Typ

$\Omega_1 \rightarrow \Sigma_2 \rightarrow \Omega_2 \rightarrow \ldots$

durch den also Objekte und Subjekte ausgetauscht werden. Wie es den Anschein macht, garantiert dieser in der zweiten Dimension des obigen Schemas operierende Typ die für polykontexturale Systeme nötige kontextu-relle Transgression, so daß man vielleicht sagen kann: Durch das auf die Semiotik übertragende Kaehrsche Akkretions-Iterations-Schema wird die bisher rein monokontexturelle Metaobjektivation in ein polykontexturales distributionelles Vermittlungssystem eingebettet.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Fundierungsrelationen in distributionellen semiotischen Systemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Dualität und Inversität

1. In seinem bahnbrechenden Werk „The Book of Diamonds“ (Glasgow 2007) hat Rudolf Kaehr nicht nur die Komposition von Morphismen, sondern auch diejenige chiastischer Relationen untersucht (vgl. Kaehr 2007, S. 52 f.). Der vorliegende Beitrag möchte einige Ergänzungen aus semiotischer Sicht dazu bringen.

2. Wir führen hier neben der bereits von Bense eingeführten Operation der Dualisierung (×) die Inversion (+) ein. Dann erhalten wir für ein allgemeines semiotische Dualsystem der Form

DS = (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3)

zweimal drei Strukturen, und zwar für Zeichenklassen:

×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

+(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)

+×(3.a 2.b 1.c) = (a.3 b.2 c.1)

und für Realitätsthematiken:

×(c.1 b.2 a.3) = (3.a 2.b 1.c)

+(c.1 b.2 a.3) = (a.3 b.2 c.1)

+×(c.1 b.2 a.3) = (1.c 2.b 3.a)

Es gilt somit

+Zkl = +×Rth

+×Zkl = +Rth,

d.h. eine wiederum chiastische Relation zwischen Zkl und Rth. Da ferner natürlich ×Zkl = Rth gilt, gibt es somit bei semiotischen Dualsystemen, von der Normalform der Zeichenklasse abgesehen, nur die folgenden 3 strukturellen Typen (sofern man von der Permutation der Subzeichen absieht; vgl. Toth 2007, S. 166 ff.):

$\times$(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3) I

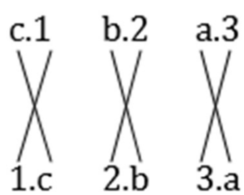
+(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a) II

+$\times$(3.a 2.b 1.c) = (a.3 b.2 c.1) III

Wir nennen somit Typ I den dualen, Typ II den inversen und Typ III den dual-inversen (bzw. invers-dualen) Typ.

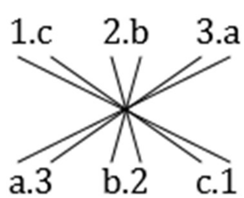
Untersucht man nun die 3 möglichen Relationen zwischen diesen strukturellen Typen, so erhält man 3 Typen von semiotisch-chiastischen Relationen, welche die Unterscheidung akkretiver und iterativer Typen ergänzen:

Typ I/Typ II:



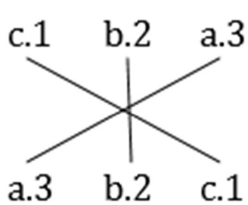
Chiasmus des Übergangs von Dualität zu Inversität.

Typ II/Typ III:



Chiasmus des Übergangs von Inversität zu dualer Inversität/inverser Dualität.

Typ I/Typ III:



Chiasmus des Übergangs von Dualität zu inverser Dualität/dualer Inversität.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Trito-Trans-Nachfolger für kontexturierte Zeichen

1. Es ist zwar oft darüber diskutiert worden, ob das Peircesche Zeichen als triadische Erweiterung des Saussureschen dyadischen Zeichens interpretiert werden kann oder nicht (vgl. z.B. Toth 1988), formal jedenfalls kann man dies vertreten, wie dies bereits Ditterich (1990, S. 18) in seiner vorbildlichen Arbeit getan hatte:

		1 M	2 O	3 I
3	I	3.1	3.2	3.3
2	O	2.1	2.2	2.3
1	M	1.1	1.2	1.3

2. Es ist allerdings nicht so, dass es nur eine, nämlich die tatsächlich von Peirce und Bense realisierte, Matrix gibt: Da man das Saussuresche Zeichen mit den beiden Werten 1 und 2 darstellen, ergeben sich 3 verschiedene Trito-Trans-Nachfolger:

121

122

123,

und nur der dritte TT-Nachfolger führt zur obigen Peirceschen Matrix. Die zwei übrigen 3×3-Matrizen sehen dagegen wie folgt aus:

$$\begin{pmatrix} M^{(121)} & 1.1_i & 1.2 & 1.1_j \\ & 2.1_i & 2.2 & 2.1_i \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} M^{(122)} & 1.1 & 1.2_i & 1.2_j \\ & 2.1 & 2.2_i & 2.2_i \end{pmatrix}$$

Es ist natürlich $(1.1)_i$ $(1.1)_j$ und $(1.2)_i$ $(1.2)_j$.

3. Man kann nun einen ersten Schritt über die triadische Matrix hinausgehen, von der Günther bekanntlich geschrieben hat, es sei Peirce´ Glaube an die Trinität gewesen, die mehr semiotische Werte verhindert habe (1978, S. vii f.).

Die TT-Nachfolger von 123 sind (vgl. auch Kaehr 2010, S. 17):

1, 2, 3, 1

1, 2, 3, 2

1, 2, 3, 3

1, 2, 3, 4

Die Matrix zum TT-Nachfolger (1, 2, 3, 1) enthält also 2 Mittelbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 2) zwei Objektbezüge, diejenige zum TT-N (1, 2, 3, 3) zwei Interpretantenbezüge, und erst der TT-N (1, 2, 3, 4) enthält eine neue (nicht iterative, sondern akkretive) Fundamentalkategorie. Obwohl also die ersten drei TT-N´s gewissermassen redundant sind, fällt es nicht schwer, semiotische Beispiele für sie zu finden: Für (1, 2, 3, 1) kann man die Homophonie (Homonymie), für (1, 2, 3, 2) die Polysemie und für (1, 2, 3, 3) die Unterscheidung von Denotation und Konnotation heranziehen, wobei die klassische Rhetorik, wie ein Blick in den „Lausberg“ zeigt, eine Fülle von zusätzlichem, auch semiotisch verwertbarem Material bereithält.

Was nun die Matrizen zu TT-N 1-3 betrifft, so gibt es jeweils 3 und nicht nur eine, da mit der „Emergenz“ der Drittheit natürlich alle 3 Mittel-, Objekt- und

$$M_{(1.1)}^{(1231)} \quad \begin{array}{cccc} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_j \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_j & 1.2_i & 1.3_i & 1.1_i \end{array} \qquad M_{(1.2)}^{(1231)} \quad \begin{array}{cccc} 1.1_i & 1.2_i & 1.3_i & 1.2_j \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ 1.1_i & 1.2_j & 1.3_i & 1.1_i \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} M_{(1.3)}^{(1231)} & 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i \\ & 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.1 \\ & 3.1 & 3.2 & 3.3 & 3.1 \\ & 1.1_i & 1.2_i & 1.3_j & 1.1_i, \text{usw.} \end{array}$$

je drei Matrizen für den Objekt- und drei für den Interpretantenbezug.

Bibliographie

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Günther, Gotthard, Grundlegung einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Toth, Alfred, Bemerkungen zum Saussureschen Arbitraritätsgesetz und Zeichenmodell. In: Semiosis 63/64, pp. 43-62 1988. Nachruck in: Eckardt, Michael und Lorenz Engell (eds.), Das Programm des Schönen. Ausgewählte Beiträge der Stuttgarter Schule zur Semiotik der Künste und der Medien. Weimar: Verlag und Datenbank für Geisteswissenschaften, pp. 71-88

Das Eine und das Andere

1. Das Andere ist nur vom Einen aus das Andere, d.h. es selbst, denn das Eine ist nur vom Anderen aus es selbst. Da es hier statt einer Zweiheit eine Dichotomie, d.h. eine Zerschneidung des Einen in Zwei gibt, interessiert natürlich, was das Andere vom Einen aus und was das Eine vom Anderen aus ist. Die verbalen Zeichensysteme verfahren hier auf drei verschiedene Arten:

1.1. Determinierte, rein quantiative Korrelativa: lat. alter – alter, griech. ἕτερος - ἕτερος. Die Determination bezieht sich immer auf eine Zweiheit. Beide Glieder der Korrelation sind identische Numeralia.

1.2. Determinierte, quantitativ-qualitative Korrelativa: dt. das eine – das andere, franz. l'un – l'autre, ung. egyik – másik. Nur das erste Glied der Korrelation ist ein Numerale.

1.3. Indeterminierte, quantitativ-qualitative oder qualitativ-quantitative Korrelativa: lat. alius – alius, griech. ἄλλος - ἄλλος. Kein Glied der Korrelation ist ein Numerale.

2. Unter den Redewendungen kommen in abnehmender Häufigkeit Dichotomien (Mann/Frau, Tag/Nacht, Leben/Tod, Zeichen/Objekt, Subjekt/Objekt, Subjekt/Prädikat), Trichotomien (Himmel/Erde/Wasser, Gottvater/Sohn/ Hl. Geist, Zeus/Poseidon/Hades, Isis/Osiris/Horus, Brahma/Vishnu/Shiva), Tetratomien (Adenin/Thymin/Guanin/Cytosin, Nord/Süd/West/Ost, Perat/ Hidekkel/Gihon/ Pischon) und evtl. Pentatomien (Daumen/Zeigefinger/Mittelfinger/Ringfinger/ kleiner Finger, die 5 Sinne, usw.) vor. Während es keine n-nominale für n > 2 zu geben scheint, zeichnen sich die zu den Dichotomien zu rechnenden Binomialen durch Nichtinversibilität aus: *ab und auf, *her und hin*, *rück- und vorwärts, vgl. auch *Gretel und Hänsel, *Moritz und Max, *Ollie und Stan, evtl. bei Trinominalen *Trick, Track und Tick, *Balthasar, Melchior, Kaspar, bei Quateronimalen *Pankraz, Sophie, Bonifaz, Servaz).

3. In den Fällen, wo nicht einfach das Selbe iteriert wird wie in den obigen Typen 1.1 und 1.3, wird das Andere als akkretiertes Eines diesem Einen gegenübergestellt. Bei echten n-tomien mit n > 2 taucht dieses akkretiert Eine als Anderes zudem in

mehrfacher Erscheinung auf (Korzybskische Multi-Ordinalität, eindeutige Mehrmöglichkeit (Kronthaler)).

Entsprechung in den logischen Negationszyklen

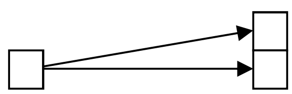
dichotomer Fall: N_1N_1 p = p (⍰)

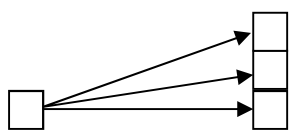
trichotomer Fall: $N_1N_2N_3$ p = p (⍰)

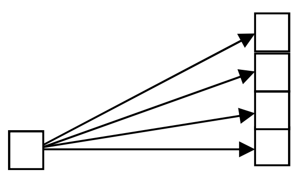
tetratomer Fall: $N_1N_2N_3N_4$ p = p (⍰)

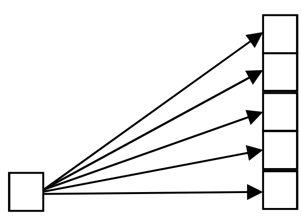
pentatomer Fall: $N_1N_2N_3N_4N_5$ p = p (⍰)

Entsprechung in n-morphismischen Kategorien

dichotomer Fall: 

trichotomer Fall: 

tetratomer Fall: 

pentatomer Fall: 

Für den dichotomen Fall gilt: Das Andere ist eine Bi-Abbildung des Einen auf sich selbst und das Eine. Genauer: Das Andere ist eine akkretive Abbildung des Einen auf sich selbst sowie eine iterative Abbildung des Einen auf sich selbst. Für n-tomien gilt: Das Andere ist eine Menge von (n-1) akkretiven Abbildungen des Einen auf sich selbst und 1 iterativen Abbildung des Einen auf sich selbst. In dem hier vorgeschlagenen Modell wird also innerhalb einer Kategorie mit n-Morphismen ein

Modell vorgeschlagen, in dem (n-1) der n Morphismen durch die entsprechenden Hetero-Morphismus ersetzt wird (vgl. Kaehr 2008). Präziser ausgedrückt: (n-1) der n-Morphismen einer n-otomie sind Hetero-Morphismen und 1 Morphismus ist ein Automorphismus.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2008

Semiotische Disremptionen

1. Der Begriff der Disremption stammt von R. Kaehr (2003, S. 17, 23) und wird in der Kenogrammatik für „Orte erzeugende Übergänge“ im Sinne iterativer oder akkretiver Wiederholung, d.h. Wiederholung des Alten oder Wiederholung des Neuen, verwendet. Ob der an sich gute Begriff für die Semiotik trifft, muss ich vorderhand dahingestellt sein lassen, denn es scheint bei Zeichenrelationen ausschliesslich akkretive und also keine iterativen Wiederholungen zu geben, so dass man also einfach von „semiotischen Akkretionen“ sprechen könnte. Immerhin wird aber mit dem gleichen Begriff der Anschluss an die übergeordnete Polykontexturalitätstheorie gewährleistet.

2. In der Terminologie von Toth (2006) handelt es sich bei den Orten erzeugenden Übergängen also um Transit erzeugende Transitionen. Dabei muss daran erinnert werden, dass Gfesser (1990) recht hat, wenn er das klassische Peircesche semiotische Universum als abgeschlossen betrachtet, denn die monokontexturale Zeichenfunktion vermittelt zwischen Sein und Bewusstsein (Bense 1975, S. 16), ohne jedoch dem einen oder anderen Raum selbst anzugehören, sondern spannt einen dritten, semiotischen Raum auf (Bense 1975, S. 65 f.). Anders verhält es sich natürlich bei der polykontexturalen Semiotik, die demgemäss kein Peirceschen abgeschlossenes Universum bilden kann, d.h. sie bildet kein Universum, das im Bilde des Transitraums einen ewig abgeschlossenen Korridor bildet, eine „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit“, wie Bense (1952, S. 100, vgl. auch S. 98) sich ausgedrückt hatte, aus der es genauso wenig ein Entkommen bzw. Aus-Treten gibt wie aus der Reise in Kafkas „Landarzt“. Die monokontexturale Semiotik ist eine Geisterbahn, die polykontexturale eine Landschaft, in der es Geisterbahnen gibt.

3. Semiotische Disremptionen sind in 2- oder n-Dimensionen möglich. Bei letzteren beschränken wir uns auf 3 Dimensionen (vgl. Stiebing 1978).

3.1. Modell der minimalen 2-dimensionalen semiotischen Disremptionen. Sei (a.b) die allgemeine Form eines Subzeichens.

α

β a. δ b ε

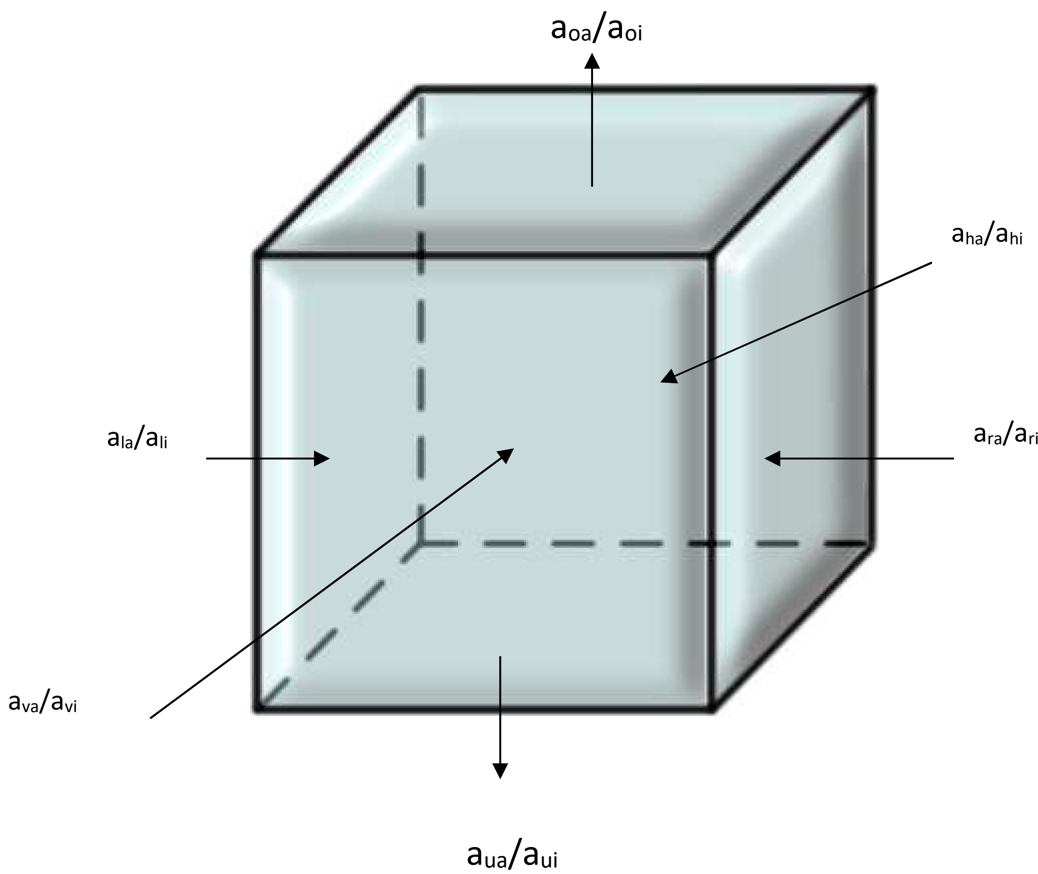
γ

Dabei sind;

α = a. γ = a. ε = .a

β = a. δ = .a

3.2. Modell der minimalen 3-dimensionalen semiotischen Disremptionen.



A nstatt der zwei möglichen Punkte

a. und .a

sowie der 4 möglichen Kombinationen

(a..a), (..a), (a..), (.aa.)

im semiotischen System 2-dimensionaler Disrumptionen finden wir als 2 mal 6 = 12 mögliche Punkte sowie 144 mögliche Kombinationen von Primzeichen zu Subzeichen in der 3-dimensionalen Semotik, von denen die kartesischenProdukte (a..a) eine Ausnahme zu sein scheinen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift Bense 1990, ed. E. Walther

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkerischer Leere. Glasgow 2003

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2006

Semiotische Iteration und Akkretion

1. Semiotische Iteration (Wiederholung des Alten)

1.1. Durch Dualisation

1.1.1. Subzeichen in ihren relationalen Positionen

1.1.1.1. $\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$, formaler Zusammenfall von $(3.1)^{o} = \times(3.1) = (1.3)$ und $(2.2)^{o} = \times(2.2) = (2.2)$.

1.1.1.2. $\times(3.1_{A}\ 2.2_{B}\ 1.3_{C}) = (3.1_{C}\ 2.2_{B}\ 1.3_{A})$ mit $(A \rightarrow B \rightarrow C)$ ǂ $(C \rightarrow B \rightarrow C)$, d.h. invertierte Ordnungsrelation

1.1.1.3. $\times(1.1_{A}\ 1.1_{B}\ 1.1_{C}) = (1.1_{C}\ 1.1_{B}\ 1.1_{A})$, d.h. selbst bei formal identischen Relata

1.1.1.4. $\times(3.1_{1}\ 2.2_{1}\ 1.3_{1}) = (3.1_{1}\ 2.2_{1}\ 1.3_{1})$, d.h. wenn alle Subzeichen in 1 (und daher derselben) Kontextur liegen.

2. Semiotische Akkretion (Wiederholung des Neuen)

2.1. Durch Trialisation

$$\underbrace{(3.1_{A}\ 2.2_{B}\ 1.3_{C}) \times (3.1_{C}\ 2.2_{B}\ 1.3_{A}) \times (3.1_{A}\ 2.2_{B}\ 1.3_{C})} \times (3.1_{C}\ 2.2_{B}\ 1.3_{A}) \times \ldots$$

ZR $\quad$ $R(ZR) = ZR^{-1}$ $\quad$ $RR(ZR) = (ZR^{-1})^{-1} = ZR$

1 $\quad$ 2 $\quad$ 3

2.1.1. ₪$(3.1\ 2.2\ 1.3) = \times\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

2.1.2. ₪ $(3.1_{A}\ 2.2_{B}\ 1.3_{C}) = (3.1_{A}\ 2.2_{C}\ 1.3_{C})$

2.2. Durch Kontexturenzahlen

₪$(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1} 1.3_{4.3})$

3. Eigenrealität (Bense 1992) gibt es nicht, sie fällt formal mit der Trialisierung, d.h. der Wiederholung des Neuen zusammen, behauptet aber Wiederholung des Alten, d.h. ein Zeichen hat keine Referenz als sich selbst. Das ist also mathematisch ganz

ausgeschlossen, damit auch des Nikolaus von Kues Annahme, die Zahl sei „aus sich selbst zusammengesetzt“, vgl. auch die Täuschung der Binnensymmetrie

$3.1\ 2{\times}2\ 1.3 = (3._{\lambda\ \rho}.1\ \ 2._{\lambda}\times_{\rho}.2\ \ 1._{\lambda\ \rho}.3)$

mit $(3._{\lambda\ \rho}.1) \neq (3._{\rho\ \lambda}.1)$ und $(2._{\lambda\ \rho}.2) \neq (2._{\rho\ \lambda}.2)$.

Es fallen also in Sonderheit unter den Subzeichen die Konversen und die Dualen bloss in formaler Hinsicht zusammen. (Selbstverständlich wird trotz behaupteter Eigenrealität stets $(1.2) \neq (2.1)$, $(1.3) \neq (3.1)$, usw. jedoch: $(2.2)^{\circ} = (2.2) = (2.2)$ angenommen.

Wegen

$\times(3.1_{A}\ 2.2_{B}\ 1.3_{C}) = (3.1_{C}\ 2.2_{B}\ 1.3_{A})$.

$\times(3.1_{3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) = (3.1_{3}\ 2.2_{2.1}\ 1.3_{3})$

mit B = (1.2) = (2.1)

fällt ferner die Reihenfolge der Subzeichen nicht mit denen der Kontexturenzahlen überein. Schliesslich gilt wegen Permutationsmöglichkeit von mehr als 2-stelligen Kontexturenzahlen d.h. für Systeme mit $K \leq 4$ für jedes Subzeichen

$(a.b)_{1.2.3} \neq (a.b)_{1.3.2} \neq (a.b)_{2.1.3} \neq (a.b)_{2.3.1} \neq (a.b)_{3.1.2} \neq (a.b)_{3.2.1}$.

Hieraus folgt: **Es gibt keine „Eigenrealität“, weder in Systemen mit Dualisierung noch mit Trialisierung, weder in nicht-kontexturierten (monokontexturalen) noch in kontexurierten (polykontexturalen).**

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Iteration und Akkretion semiotischer Strukturen durch Spiegelung

1. Die Bensesche Theorie der Eigenrealität des Zeichens beruht bekanntlich (vgl. Bense 1992) auf der angeblichen Dualidentität von Zeichen- und Realitätsthematik der Relation

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$.

Hier wird also behauptet, dass vor und nach der Dualisationsoperation die selben Subzeichen an den selben Stellen der Relationen stehen:

$\times(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) = (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A)$,

doch wie man anhand von

$(A \rightarrow B \rightarrow C) \nparallel (C \rightarrow B \rightarrow C)$

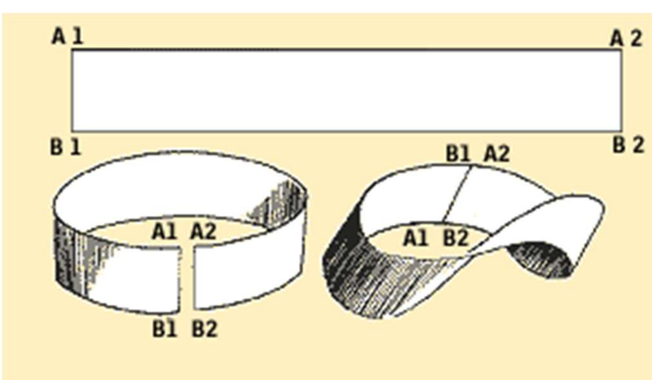
sieht, ist das falsch. Selbst dann, wenn es eine semiotische Relation gäbe wie

$\times(1.1_A\ 1.1_B\ 1.1_C) = (1.1_C\ 1.1_B\ 1.1_A)$,

ist das falsch, denn die Reihenfolge der Plätze wird umgekehrt. **Dualisierung ist also insofern Wiederholung des Neuen.** Das stimmt damit überein, dass Kaehr (2008) feststellte, dass auch die Reihenfolge der Kontexturen bei der Dualisierung sich ändert:

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2.1}\ 1.3_3)$.

Wenn wir also das von Bense herangezogene Modell des Möbius-Bandes nehmen,



dann entspricht also dem doppelten Durchlauf des Bandes nicht die Dualisierung, sondern die Trialisierung der Zeichenrelation:

$$\underbrace{(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) \times (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A) \times (3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C)} \times (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A) \times \ldots$$

ZR $\qquad\qquad$ $R(ZR) = ZR^{-1}$ $\qquad\qquad$ $RR(ZR) = (ZR^{-1})^{-1} = ZR$

1 $\qquad\qquad\qquad$ 2 $\qquad\qquad$ 3

Das ist aber der Normalfall bei allen übrigen Zeichenrelationen und Relationen im allgemeinen. Bei der „eigenrealen“ Zeichenklasse ist es nur so, dass dank der Binnensymmetrie

$3.1\ 2.{\times}.2\ 1.3$

die jeweils konversen bzw. dualen Subzeichen mit den nicht-konversen bzw. nicht-dualen formal zusammenfallen. **Es gibt also von den Subzeichen und ihren Positionen, von denen sie innerhalb einer Zeichenrelation ja nicht abtrennbar sind, also keine Eigenrealität.**

2. Kommen wir auf die Kontexturierung Kaehrs (2008) zurück. Wie man anhand des Vergleichs

$\times(3.1_A\ 2.2_B\ 1.3_C) = (3.1_C\ 2.2_B\ 1.3_A)$.

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2.1}\ 1.3_3)$

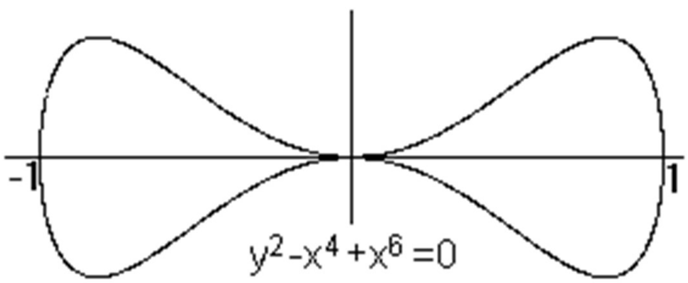
weiters erkennt, stimmen ferner die Verhältnisse bei der Reihenfolge der Subzeichen ebenfalls nicht mit denen der Kontexturenzahlen überein, denn bei $\times(2.2_{1.2}) = (2.2_{2.1})$ liegen(1.2) und (2.1) ja nicht nur in verschiedenen Positionen ((A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C) vs. (A $\leftarrow$ B $\leftarrow$ C)), sondern sie sind selbst noch invertiert. Daraus folgt also ausserdem: **Von den Kontexturenzahlen der Subzeichen her gibt es ebenfalls keine Eigenrealität.** Ferner lernen wir: Es gibt offenbar kein einheitliches geometrisches Modell (wie das Möbiusband), das sowohl der Inversion der Relation als auch der Inversion der Kontexturenzahklen Rechung trägt. Das folgende Beispiel mag diesen Sachverhalt illustrieren: Für die Dualisation von Subzeichen und ihren Positionen benötigen wir stets Trialisierung, um von der

Ausgangsrelation wieder zur Ausgangsrelation zurückzukommen, also eine 3-schleifige Kurve. Nun gibt es aber bereits in 4 Kontexturen 3-stellige Kontexturenzahlen:

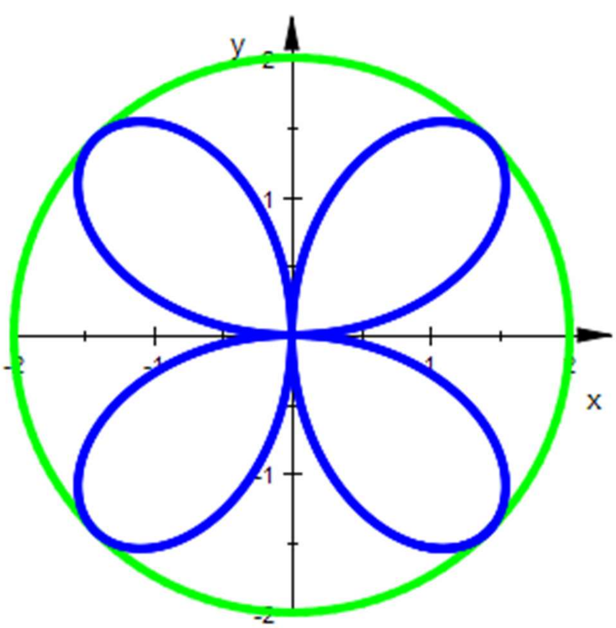
$\times(3.1_{3.4}\ 2.2_{1.2.4}\ 1.3_{3.4}) = (3.1_{4.3}\ 2.2_{4.2.1}\ 1.3_{4.3})$.

Um aber von (1.2.4) zu (4.2.1) zu kommen, muss je nachdem die ganze Permutationsmenge $\wp$(1.2.4) durchlaufen werden, es gibt also nicht nur 3, sondern 6 Möglichkeiten ({(1.2.4), (1.4.2), (2.1.4), (2.4.1), (4.2.1), (4.1.2)}).

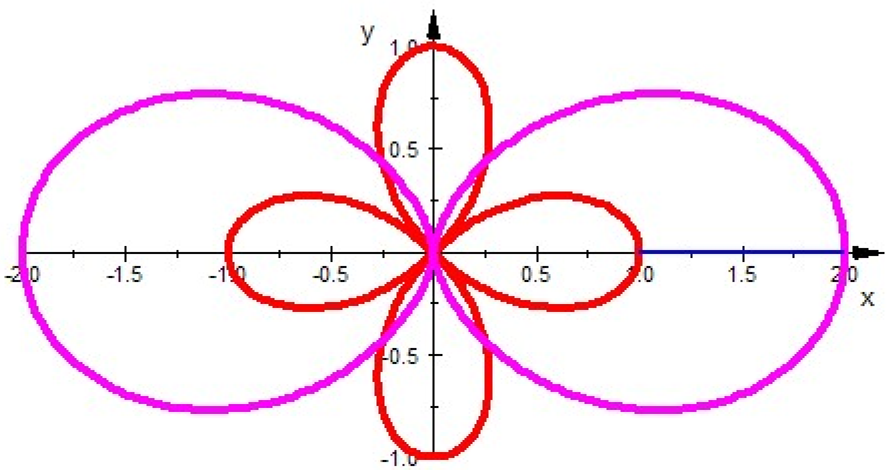
Für K = 3 mit (3-1) = 1 Kontexturenzahlenpaar genügte also im Prinzip ein geometrisches Modell wie das folgende:



Für K = 5 mit (5-1) = 1 Kontexturenquadrupel könnte man ein Modell wie das folgende wählen:



und für K = 7 mit (7-1) = 1 Hexupel kann man eine Variante der Rosette nehmen, die folgende Illustration hat zu grosse äussere Schleifen:



Bibliographie

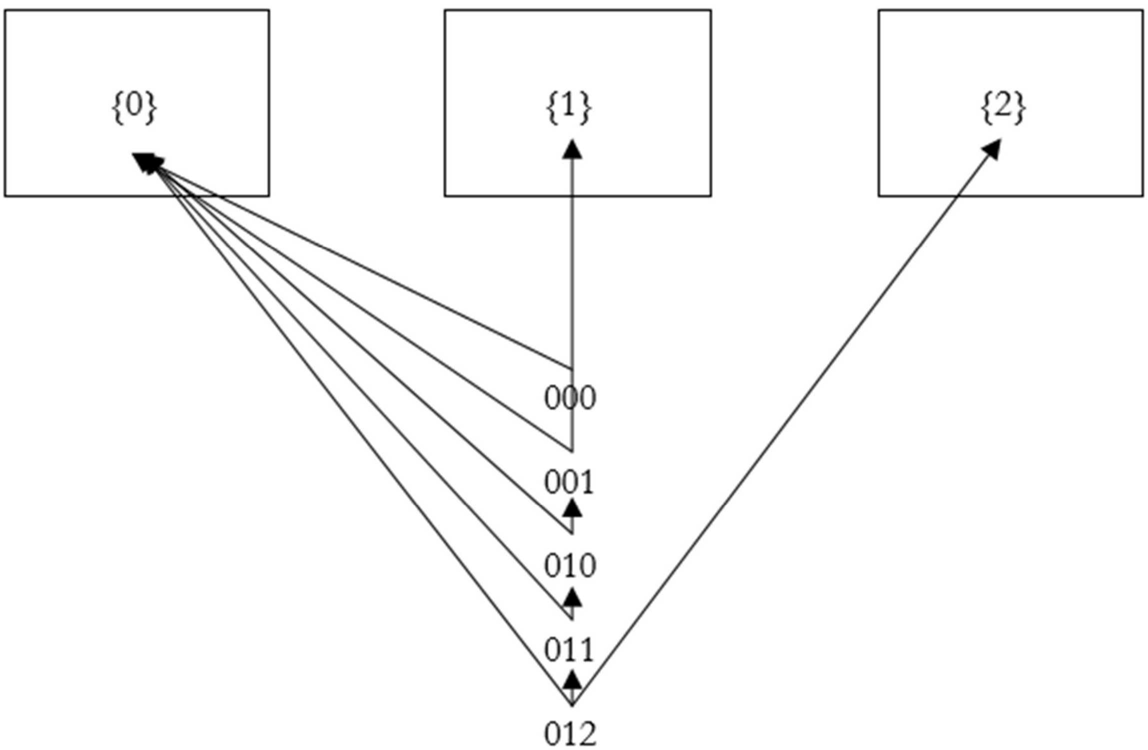
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow 2008

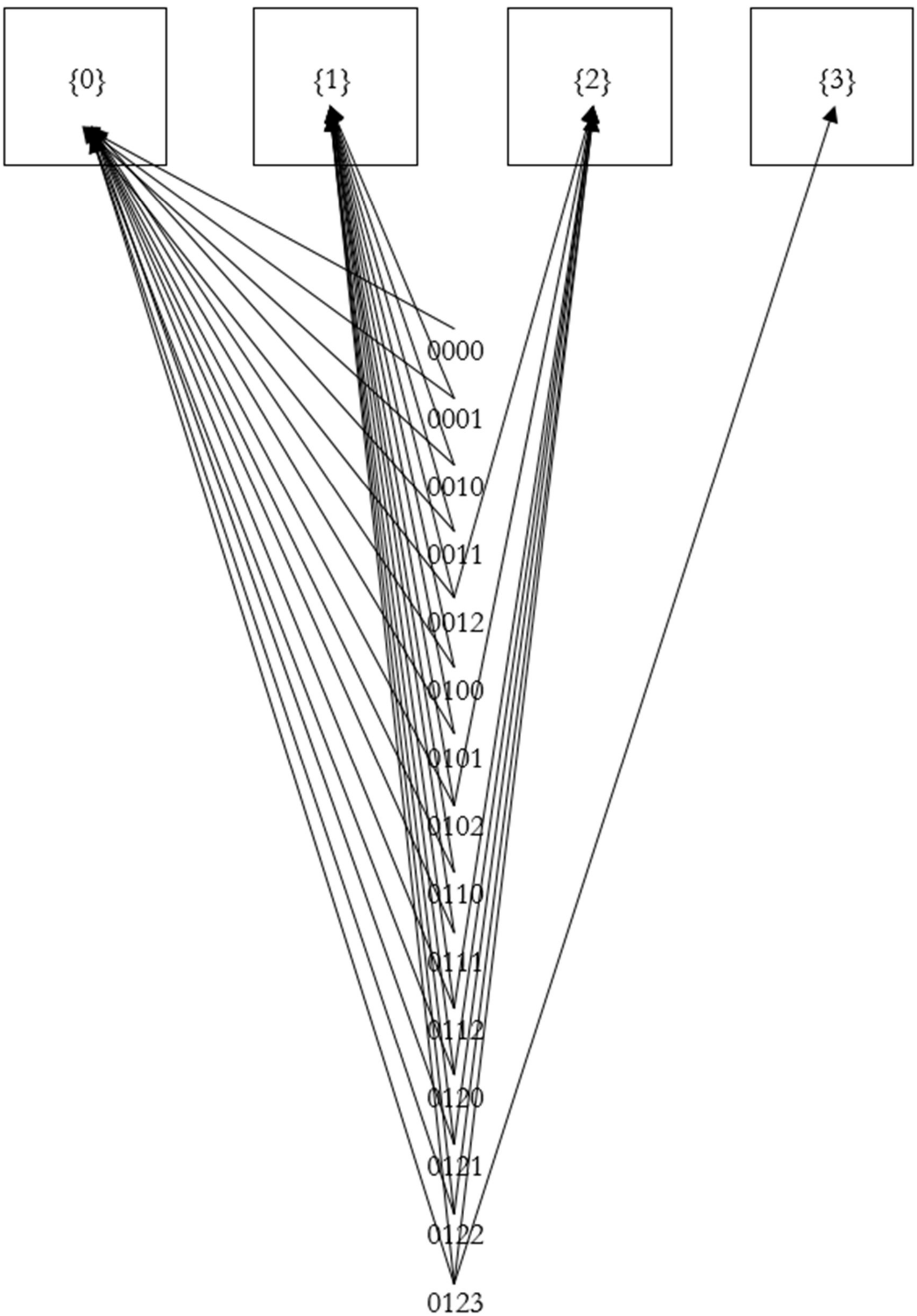
Die repertoirelle Struktur der Kenogrammbelegung durch Zahlenwerte

Da das entscheidende Kriterium, das Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen jeder Kontextur voneinander unterscheidet, nach Kronthaler (1986, S. 20 ff.) die (iterative und akkretive) Wiederholung der Kenogramme ist, kann man deren Belegung durch (mathematische, logische, semiotische) Zahlenwerte von Kontextur zu Kontextur als Strukturzuwachs darstellen, wobei wir uns im folgenden auf K = 3 und K = 4 beschränken sowie mehrfache Kenogramm-Belegung einfach zählen, um eine Art von „nicht-redundanter" Struktur für die einzelnen Wertrepertoires sichtbar zu machen.

Zahlenwert-Belegung von K = 3



Zahlenwert-Belegung von K = 4



Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Peircezahlen und Protozahlen

1. Bildet man Peanozahlen auf Protozahlen ab, so wird zuerst

$1 \rightarrow (1{:}1)$

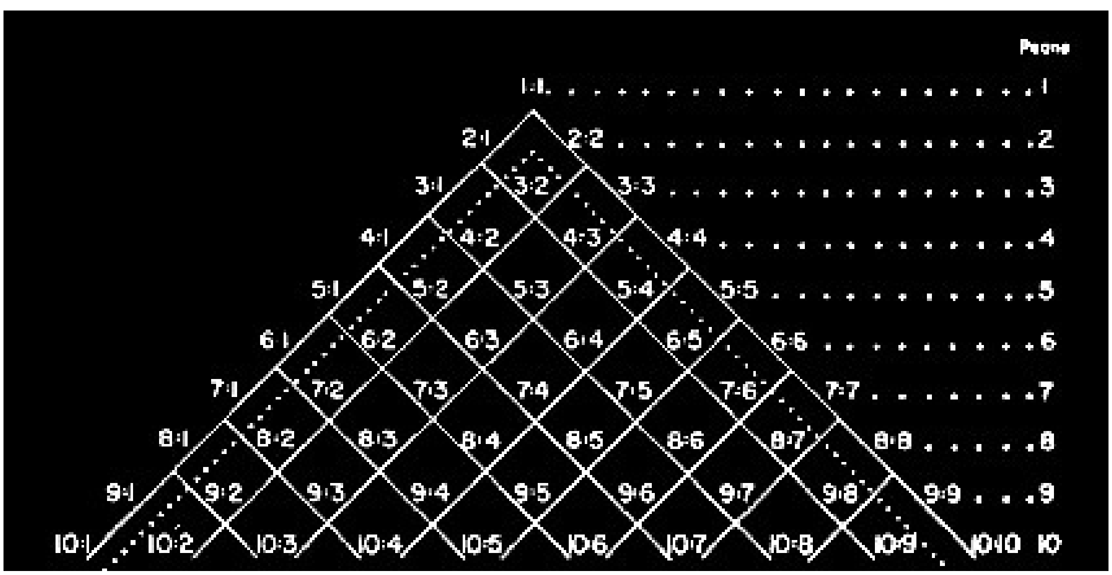
abgebildet. Für den Nachfolger von n = 1 gilt:

$n \rightarrow \{((n+1){:}1), n{:}(1+1)\}$,

d.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Protozahl (1:1) hat also 2 Nachfolger. Für Nachfolger von n > 1 gilt allgemein:

$S(n{:}n) = \{((n+1){:}n), ((n+2){:}n), ..., (n{:}(n+1)), (n{:}(n+2)), ..., ((n+m){:}(n+m))\}$,

d.h. die der Peanozahl 2 entsprechenden Protozahlen (2:1) und (2:2) haben 3 Nachfolger, die der Peanozahl 3 entsprechenden Protozahlen (3:1), (3:2) und (3:3) haben 4 Nachfolger, usw.



2. Bildet man Peanozahlen auf Peircezahlen ab (vgl. Toth 2008, S. 85 ff., 110 ff.), so wird zuerst

$1 \rightarrow (1.1)$

abgebildet. Allerdings bedeutet die Protozahl (1:1), dass die Kenogrammfolge 1 und der Akkretionsgrad 1 ist (vgl. Günther 1979, S. 256 f.), während die Peircezahl (1.1) bedeutet, dass der Peanozahlwert über einen Haupt- und einen Stellenwert distribuiert wird. Für die Nachfolger der Peanozahlen 1, 2, 3, 4 gilt:

S(1) = {((1+1).1), (1.(1+1))}

S(2) = {((1+2).1), (1.(1+2)), ((1+1).(1+1))}

S(3) = {((1+1).(1+1+1)). ((1+1+1).(1+1))}

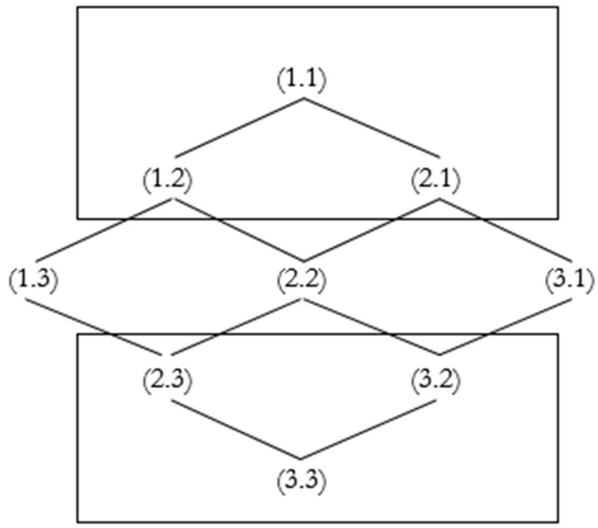
S(4) = {((1+1+1).(1+1+1))}

D.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Peircezahl (1.1) hat also 2 Nachfolger (1.2) und (2.1), die der Peanozahl 2 entsprechenden Peircezahlen (1.2) und (2.1) haben 3 Nachfolger (1.3), (2.2) und (3.1), die der Peanozahl 3 entsprechenden Peircezahlen (1.3), (2.2) und (3.1) haben 2 Nachfolger (2.3) und (3.2), und die der Peanozahl 4 entsprechenden Peircezahlen (2.3) und (3.2) haben einen Nachfolger (3.3).

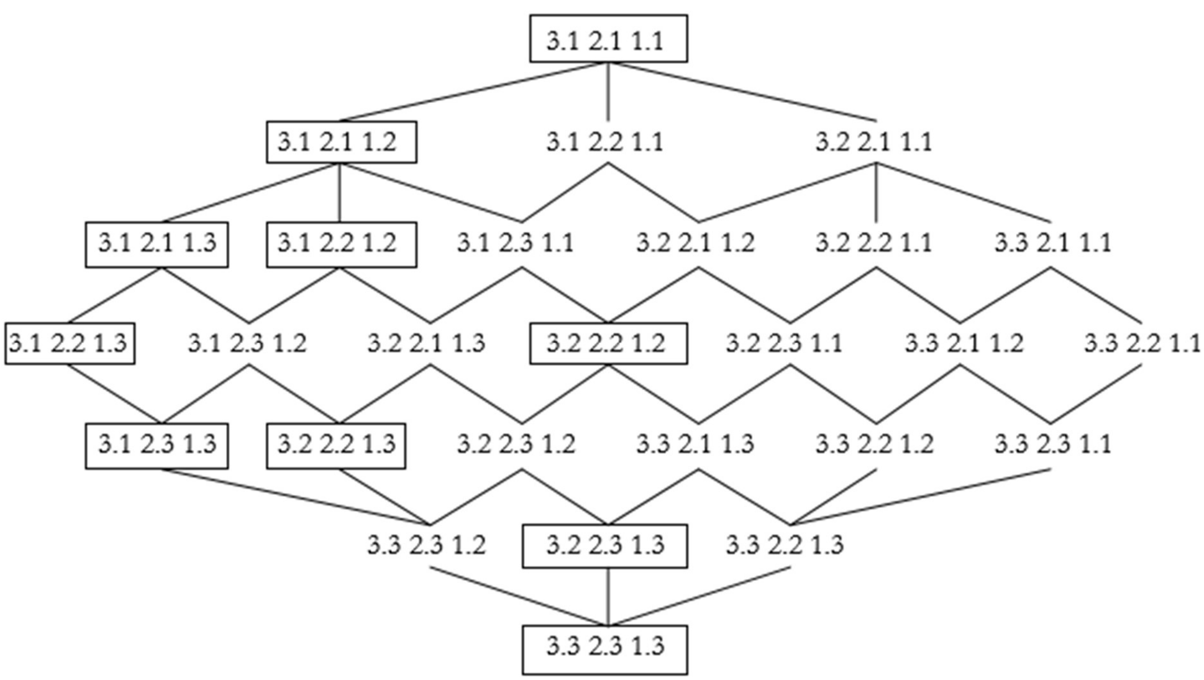
Die Unterschiede zwischen Protozahlen und Peircezahlen sind also:

1. Peircezahlen-Paare der Gestalt (a.b) und (b.a) entsprechen 1 Protozahl, weil ihnen 1 Kenogramm zugrunde liegt. D.h. die semiotische Unterscheidung zwischen (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2) ist auf kenogrammatischer Ebene eliminiert.

2. Nach der der Peanozahl 3 entsprechenden Zahlenebene tritt Regression ein, d.h. die im folgenden Verband eingerahmten Peircezahlen sind Spiegelungen voneinander, wobei die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) als Spiegelachse fungiert:



3. Als weiterer wichtiger Unterschied zwischen Peircezahlen und Protozahlen ergibt sich, dass die Zeichenklassen die zahlentheoretischen Nachfolgeverhältnisse der Peircezahlen nicht teilen. Um dies klar zu machen, gehen wir nicht von den 10 nach dem semiotischen Inklusionsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit ($a \leq b \leq c$) gebauten, sondern von dem vollen System der 3^3 = 27 Zeichenklassen aus und ordnen sie so, dass auf jeder Zahlenebene Zeichenklassen mit gleichem Repräsentationswert stehen. Dies sind die 7 Zahlenebenen 9-10-11-12-13-14-15:



In dieser Hierarchie von Zeichenklassen-Zahlenebenen sind die “regulären”, d.h. nach dem Inklusionsprinzip konstruierten Zeichenklassen eingerahmt. Wie man erkennt, weist diese Zeichenklassen-Zahlenhierarchie eine interessante symmetrische Wechselstruktur von Nachfolgeranzahlen aus. So hat die dem Rpw = 9 entsprechende 1. Zeichenklassen-Zahl 3 Nachfolger, die dem Rpw = 10 entsprechenden 3 Zeichenklassen-Zahlen haben die Nachfolger-Anzahlen 3 : 2 : 3, dann folgt die nächste Zahlenebene, wo jede Zeichenklasse genau 2 Nachfolger hat. Wie bei den Peirce-Zahlen, tritt auch hier Regression ein, nämlich auf der 4, dem Rpw = 12 entsprechenden Zahlenebene (wo sich u.a. die eigenreale Zeichenklasse befindet), so dass die Struktur der oberen Hälfte der Zahlenhierarchie im unteren Teil gespiegelt erscheint.

Trotz dieser Abweichungen zwischen Protozahlen und Peircezahlen muss allerdings festgestellt werden, dass die Peircezahlen und die Zeichenklassen-Zahlen genauso verschieden sind von den Peanozahlen wie die Protozahlen. Eine semiotische Zahlentheorie ist daher trotz gewisser Vorarbeiten (Toth 2008, S. 151 ff., S. 155 ff., S. 295 ff.) ein dringendes Desiderat.

Bibliographie

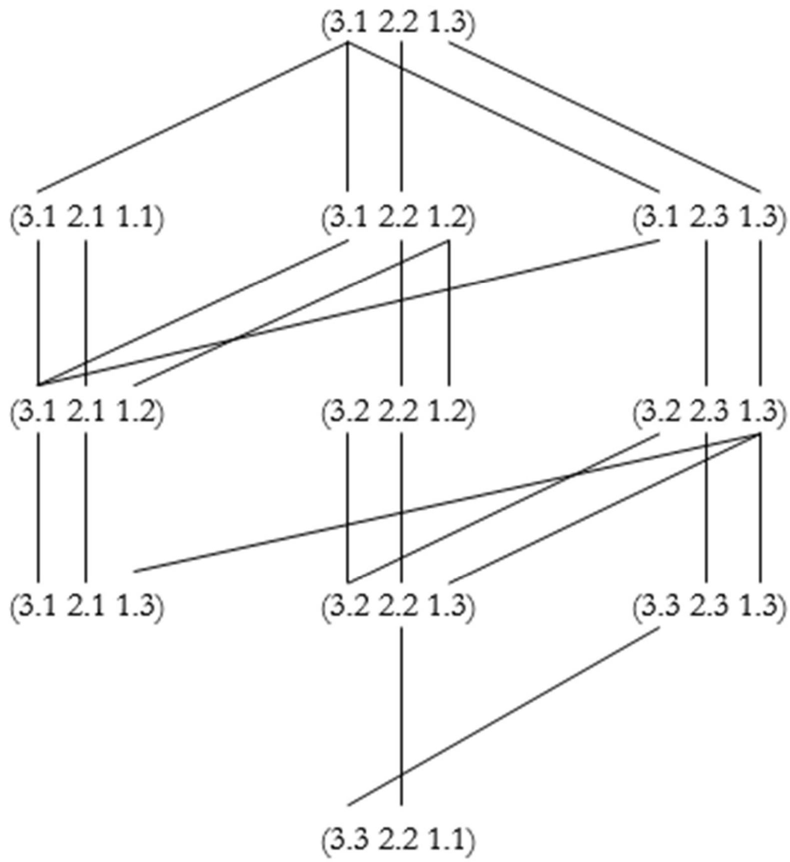
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Ein evolutiv-emanatives Zeichensystem mit Transitionsklassen

In seinem Aufsatz "Logik, Zeit, Emanation und Evolution" (1967 = 1980, S. 95 ff.) hatte Gotthard Günther die vertikale Zunahme des Kenogrammrepertoires innerhalb aufeinanderfolgender Kontexturen als evolutiv und die horizontale Ausdifferenzierung des Kenogrammrepertoires innerhalb aufeinanderfolgender (Proto-, Deutero- und Trito-) Ebenen als emanativ bezeichnet. Generell kann festgestellt werden, dass evolutive Systeme hierarchisch-nicht-zirkulär und emanative Systeme heterarchich-zirkulär sind, d.h. wenn man beide temporalen Systemtypen vereinigt, erhält man ein hierarisch gegliedertes heterarchisches System, das einen bestimmen Anfang und ein bestimmtes Ende hat und als ganzes dadurch gekennzeichnet ist, dass der Weg hin und zurück in der Regel nicht derselbe ist. Im vorliegenden Aufsatz, die Überlegungen bei Bogarin (1987) und Toth (2008a) ergänzend, soll gezeigt werden, dass bereits die triadisch-trichotomische Peirce-Bensesche Semiotik zu einer solchen evolutiv-emanativen polykontexturalen Darstellung fähig ist.

Nachdem in Toth (2008b) festgestellt worden war, dass die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) maximal akkretiv und die kategorienreale Zeichenrelation (3.3 2.2 1.1) maximal iterativ ist, ordnen wir nun das restliche System der 10 Zeichenklassen über $ZR_{3,3}$ nach dem System der Trichotomischen Triaden an (Walther 1982):



Wir erkennen also, dass von der ersten Zeichenklasse der 3. Trichotomischen Triade kein Weg zur Kategorienrealität führt. Wichtiger aber ist die Erkenntnis, dass es zwischen je zwei Zeichenklassen jeder Trichotomischen Triade genau zwei Übergangszeichenklassen gibt, die regulär oder irregulär gebaut sein können:

1. Übergangszeichenklassen innerhalb der 1. Trichotomischen Triade

$$\begin{tikzcd}
 & (3.1\ 2.1\ 1.2) \arrow[dr] & & (3.1\ 2.2\ 1.3) \arrow[dr] & \\
(3.1\ 2.1\ 1.1) \arrow[ur] \arrow[dr] & & (3.1\ 2.2\ 1.2) \arrow[ur] \arrow[dr] & & (3.1\ 2.3\ 1.3) \\
 & (3.1\ 2.2\ 1.2) \arrow[ur] & & (3.1\ 2.3\ 1.2) \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

2. Übergangszeichenklassen innerhalb der 2. Trichotomischen Triade

$$\begin{tikzcd}
 & (3.1\ 2.2\ 1.2) \arrow[dr] & & (3.2\ 2.2\ 1.3) \arrow[dr] & \\
(3.1\ 2.1\ 1.2) \arrow[ur] \arrow[dr] & & (3.2\ 2.2\ 1.2) \arrow[ur] \arrow[dr] & & (3.2\ 2.3\ 1.3) \\
 & (3.2\ 2.1\ 1.2) \arrow[ur] & & (3.2\ 2.3\ 1.2) \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

3. Übergangszeichenklassen innerhalb der 3. Trichotomischen Triade

$$\begin{tikzcd}
 & (3.1\ 2.2\ 1.3) \arrow[dr] & & (3.2\ 2.3\ 1.3) \arrow[dr] & \\
(3.1\ 2.1\ 1.3) \arrow[ur] \arrow[dr] & & (3.2\ 2.2\ 1.3) \arrow[ur] \arrow[dr] & & (3.3\ 2.3\ 1.3) \\
 & (3.2\ 2.1\ 1.3) \arrow[ur] & & (3.3\ 2.2\ 1.3) \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Das semiotische System der 10 Zeichenklassen über $ZR_{3,3}$ zwischen der maximalen Akkretivität der eigenrealen Zeichenklasse und der maximalen Iterativität der kategorienrealen Zeichenrelation ist also nur dann im Sinne eines sowohl hierarchischen wie heterarchischen evolutiv-emanativen polykontexturalen Systems vollständig, wenn auch die Paare der Übergangszeichenklassen innerhalb jeder der drei Trichotomischen Triaden berücksichtigt werden.

Bibliographie

Bogarin, Jorge, Semiotische Heterarchien. In: Semiosis 46/47, 1987, S. 28-34

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Toth, Alfred, Heterarchische präsemiotische Zyklen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Zeichenklassen aus Partitionen von Abbildungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Zeichenklassen aus Partitionen von Abbildungen

1. Nach Günther (1980, S. 112) gibt es in der Kontextur K = 3 folgende Kenogrammsequenzen in der Proto-, Deutero- und Trito-Struktur:

aaa	aaa	aaa
abb	abb	aab
abc	abc	aba
		abb
		abc

Hier werden also die drei Kenogramme a, b, c auf drei Plätze gesondert nach den drei polykontexturalen Strukturen abgebildet. Wenn wir nun statt der einfachen semiotischen Inklusionsordnung (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c die drei Schadach-Transformationen (vgl. Toth 2003, S. 14 ff.) benutzen, bekommen wir:

3.1 2.1 1.1	3.1 2.1 1.1	3.1 2.1 1.1
3.1 2.1 1.2	3.1 2.1 1.2	3.1 2.1 1.2
3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.1
		3.1 2.2 1.2
		3.1 2.2 1.3,

denn wir können wegen der in Toth (2008, S. 177 ff.) gezeigten vollständigen Permutabilität der triadischen Werte diese weglassen und die Kenogramme wie folgt mit semiotischen (trichotomischen) Werten belegen: a = 1, b = 2, c = 3, d.h. wir können die obigen Zeichenklassensequenzen auch wie folgt schreiben:

111	111	111
112	112	112
123	123	121
		122
		123

Die hierdurch gewonnene Zeichenrelation (3.1 2.2 1.1) ist allerdings keine der semiotischen Inklusionsordnung konforme Zeichenklasse. Ferner müssen wir, um mehr triadisch-trichotomische Zeichenrelationen zu bekommen, zur Kontextur K = 4 übergehen, wo sie dann als Teilstrukturen tetradisch-tetratomischer Zeichenklassen aufscheinen, die jedoch strukturell noch bedeutend stärker als die triadisch-trichotomischen von den nach dem semiotischen Ordnungsprinzip (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a ≤ b ≤ c ≤ d gebildeten abweichen. Wir bringen hier nur die der polykontexturalen Trito-Struktur entsprechenden Zeichenklassen:

3.1 2.1 1.1 0.1

3.1 2.1 1.1 0.2

3.1 2.1 1.2 0.1

3.1 2.1 1.2 0.2

3.1 2.1 1.2 0.3

3.1 2.2 1.1 0.1

3.1 2.2 1.1 0.2

3.1 2.2 1.1 0.3

3.1 2.2 1.2 0.1

3.1 2.2 1.2 0.2

3.1 2.2 1.2 0.3

3.1 2.2 1.3 0.1

3.1 2.2 1.3 0.2

3.1 2.2 1.3 0.3

3.1 2.2 1.3 0.4

Wenn wir wiederum die Hauptwerte weglassen, bekommen wir

1 1 1 1

1 1 1 2

1 1 2 1

1 1 2 2

1 1 2 3

1 2 1 1

1 2 1 2

1 2 1 3

1 2 2 1

1 2 2 2

1 2 2 3

1 2 3 1

1 2 3 2

1233

1234

Auf polykontexturaler Ebene sind damit die Zeichenklassen

111 bzw. 1111

222 bzw. 2222

333 bzw. 3333

natürlich kraft eines Normalformoperators identisch, da zu ihrer Repräsentation ein einziges Kenogramm ausreicht. Daraus folgt aber, dass man semiotisch die Zeichenklassen des vollständigen Mittels, Objekt und Interpretanten in einem System von Zeichenklassen, das mithilfe der Schadachschen Abbildungspartitionen erzeugt wurde, nicht mehr unterscheiden kann. Dennoch ist aber die kenogrammatische Struktur für Eigenrealität in K3 vorhanden

123,

und ausserdem finden sich in K4 die folgenden binnensymmetrischen Strukturen

1111

1221

Allerdings erhalten wir ausser der bereits weiter oben erwähnten Zeichenklasse *(3.1 2.2 1.1) in K4 keine weiteren, nicht nach der semiotischen Inklusionsordnung gebildeten Zeichenrelationen, nur nur die dreifache Faserung dieser K3-Zeichenrelation:

*(3.1 2.2 1.1 0.1)

*(3.1 2.2 1.1 0.2)

*(3.1 2.2 1.1 0.3)

Wenn wir uns die strukturelle Realität anschauen, die durch die Realitätsthematik der ungefaserten Zeichenrelation präsentiert wird:

(1.1 2.2 1.3),

so erkennen wir leicht den Zusammenhang des Dualsystems

(3.1 2.2 1.1) $\times$ (1.1 2.2 1.3)

mit demjenigen der Eigenrealität einerseits und der Kategorienrealität anderseits:

(3.1 2.2 1.3) $\times$ (3.1 2.2 1.3)

(3.1 2.2 1.1) $\times$ (1.1 2.2 1.3)

(3.3 2.2 1.1) $\times$ (1.1 2.2 3.3),

insofern das durch Schadach-Transformation gewonnene mittlere Dualsystem als mediative Zeichenrelation zwischen der rein akkretiv-emanativen eigenrealen Zeichenklasse und der rein iterativ-evolutiven kategorienrealen Zeichenrelation fungiert (vgl. Günther 1979, S. 265 ff.).

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

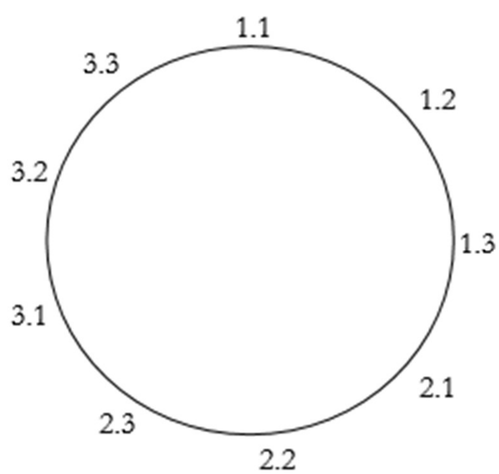
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Semiotische Heterozyklen

Gotthard Günther hat in seinem Aufsatz "Das Janusgesicht der Dialektik" (1974) Negationszyklen (Hamiltonkreise) auf Kreisen dargestellt, um die "Wörter" der von ihm entdeckten Negativsprache und ihre logischen Interrelationen sichtbar zu machen. Nachdem ich in einem früheren Aufsatz gezeigt habe, dass es auch sinnvoll ist, von einer "semiotischen Negativsprache" zu sprechen (Toth 2008), zeige ich im folgenden, dass nicht nur Trans-Zeichenklassen, also Zeichenklassen, die negative Kategorien enthalten, sondern auch die regulären Zeichenklassen und Realitätsthematiken des semiotischen Zehnersystems als Kreisrelationen dargestellt werden können. Ich bezeichne sie hier als "semiotische Heterozyklen", einem aus der Chemie entliehenen Ausdruck, worunter zyklische Verbindungen mit Atomen aus mindestens zwei verschiedenen chemischen Elementen verstanden werden, wobei die "semiotisch verschiedenen Elemente" hier die drei triadischen, d.h. sich im semiotischen Hauptwert unterscheidenden Zeichenbezüge sind.

Wir gehen also von der folgenden zyklischen Anordnung der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix aus:



Da ferner in einer anderen Arbeit gezeigt wurde, dass sich Primzeichen sehr ähnlich wie Proto-Zahlen verhalten (Toth 2007), liegt es nahe, die Überkreuzungen der semiotischen relationalen Pfeile im obigen Kreismodell als intra- und inter-kontexturale Transgressionen aufzufassen, wie dies Günther für die Überkreuzungen der logischen Relationen zwischen Proto-Zahlen in seinem Aufsatz

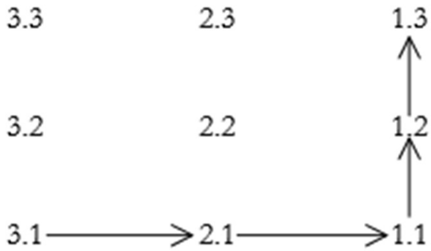
“Natürliche Zahl und Dialektik” (1972) dargestellt hatte. Dabei gehen wir in Analogie zu Günthers Darstellung der Proto-Zahlen (Günther 1976-80, Bd. 2, S. 281) von der folgenden linearen Transformation der kleinen semiotischen Matrix aus:

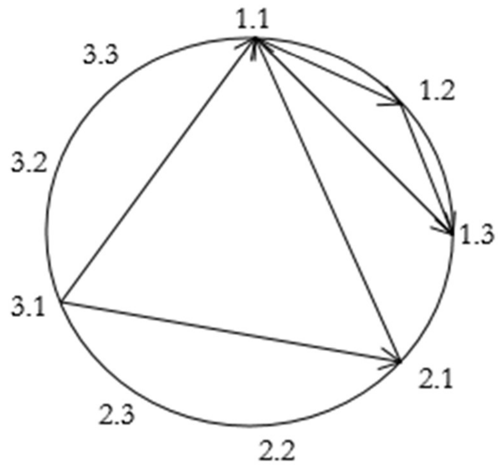
3.3	2.3	1.3
3.2	2.2	1.2
3.1	2.1	1.1

Ordnet man die Subzeichen auf diese Weise an, erkennt man sofort, dass die Spalten die akkretiven und die Zeilen die iterativen Folgen der Subzeichen enthalten, wobei demnach als semiotische Entsprechung der Akkretion die trichotomischen Semiosen und als semiotische Entsprechung der Iteration die triadischen Semiosen bestimmt werden können. Dass triadische Semiosen als Iterationen aufgefasst werden können, ergibt sich übrigens bereits aus Benses Beweis, dass das Peircesche Zeichen entsprechend der Peanoschen Zahl durch die Nachfolgerelation mittels vollständiger Induktion eingeführt werden kann (vgl. Bense 1975, S. 170 ff., Bense 1983, S. 192 ff.).

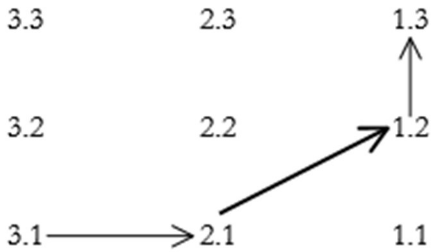
Wir zeigen im folgenden die intra- und inter-kontexturalen semiotischen Transgressionen bei allen 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken sowie der Kategorienklasse und ihre entsprechenden relationalen Verhältnisse bei den korrespondierenden semiotischen Heterozyklen. In der Matrizendarstellung werden die Pfeile transitiver Relationen aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen, fette Pfeile bezeichnen doppelte Relationen.

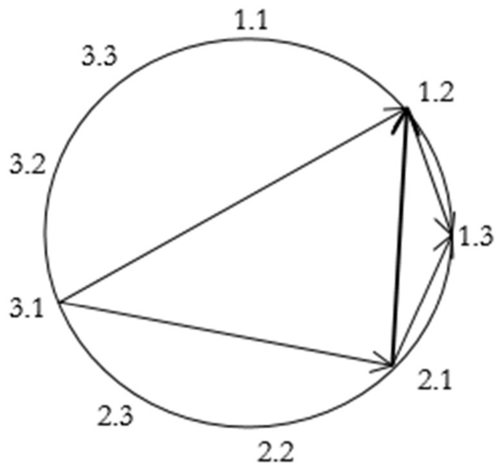
1. Zkl (3.1 2.1 1.1) × Rth (1.1 1.2 1.3):



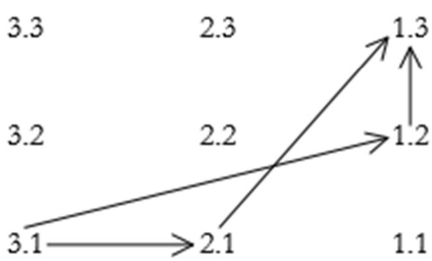


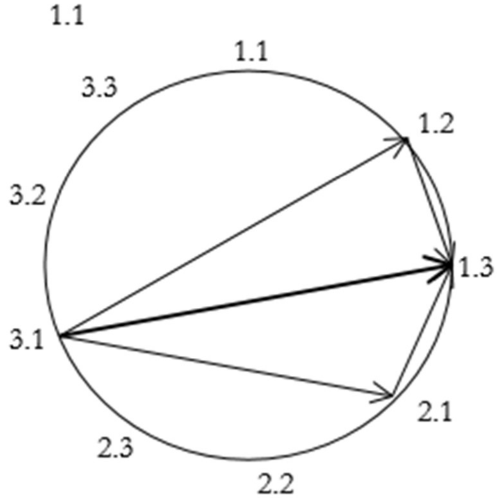
2. Zkl (3.1 2.1 1.2) × Rth (2.1 1.2 1.3):



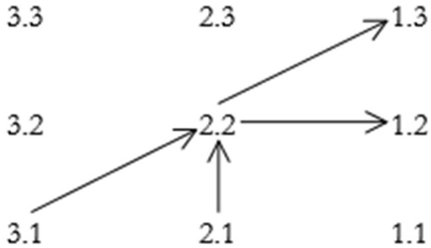


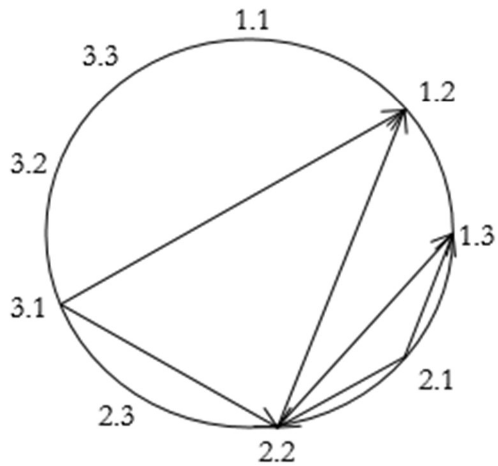
3. Zkl (3.1 2.1 1.3) × Rth (3.1 1.2 1.3):



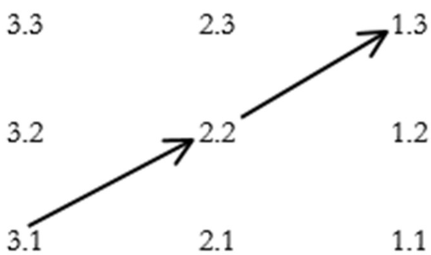


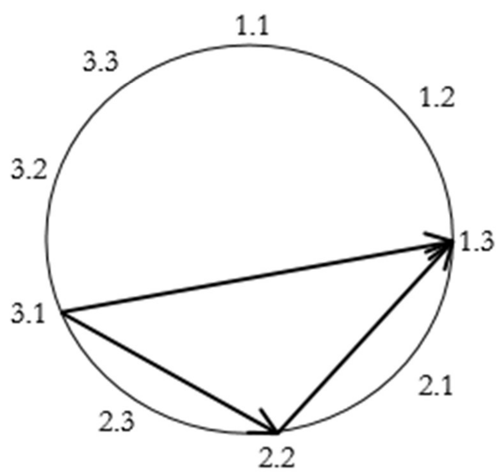
4. Zkl (3.1 2.2 1.2) × Rth (2.1 2.2 1.3):



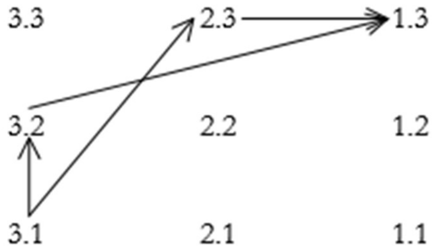


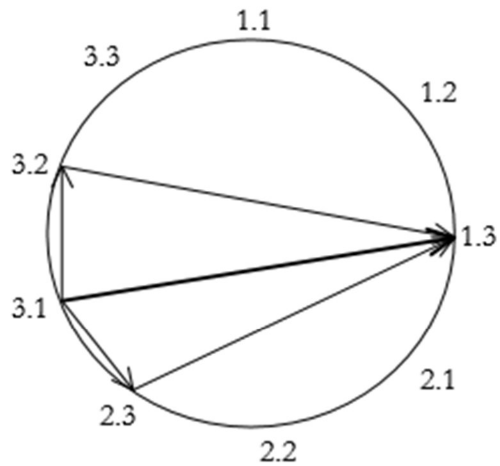
5. Zkl (3.1 2.2 1.3) × Rth (3.1 2.2 1.3):



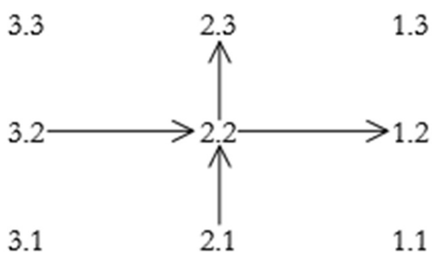


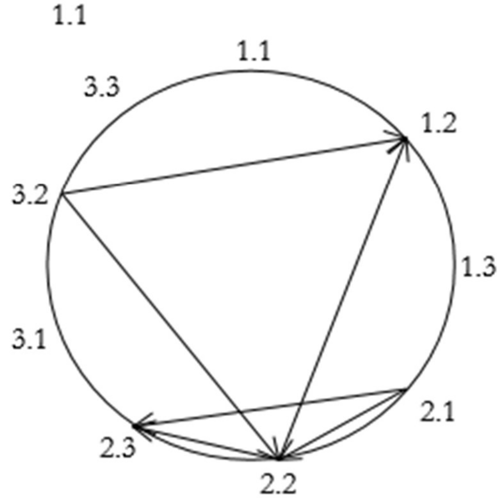
6. Zkl (3.1 2.3 1.3) × Rth (3.1 3.2 1.3):



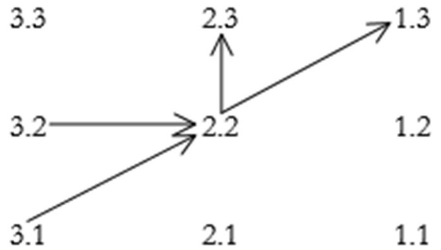


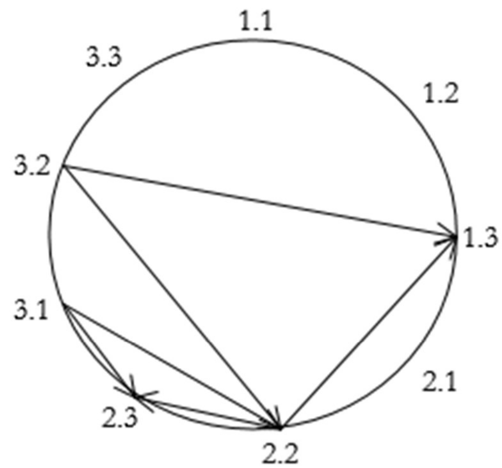
7. Zkl (3.2 2.2 1.2) × Rth (2.1 2.2 2.3):



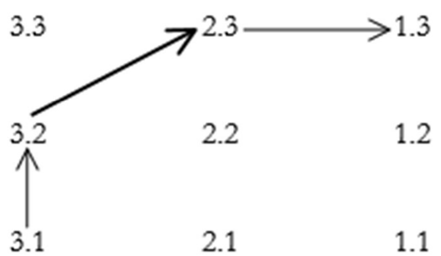


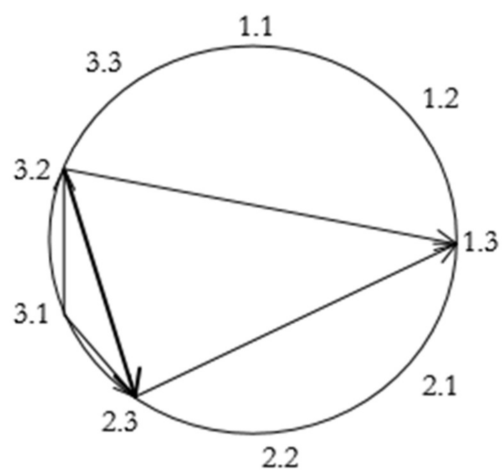
8. Zkl (3.2 2.2 1.3) × Rth (3.1 2.2 2.3):



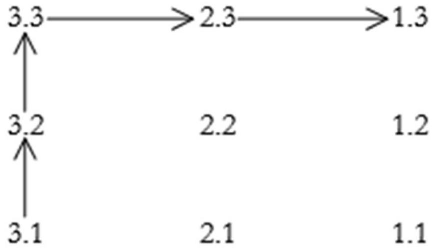


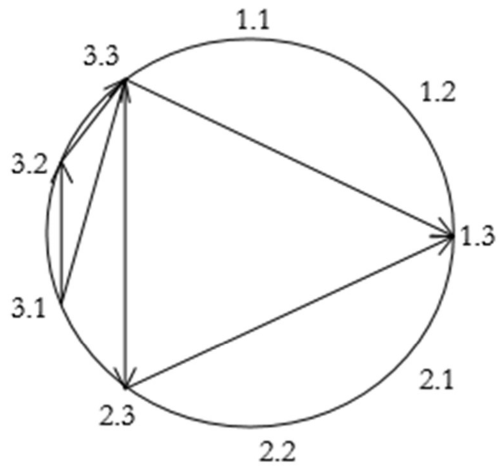
9. Zkl (3.2 2.3 1.3) × Rth (3.1 3.2 2.3):



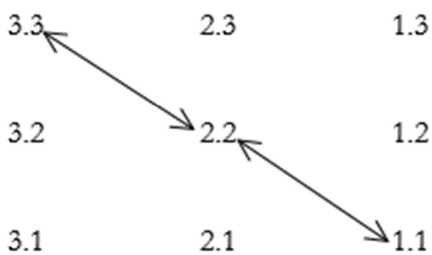


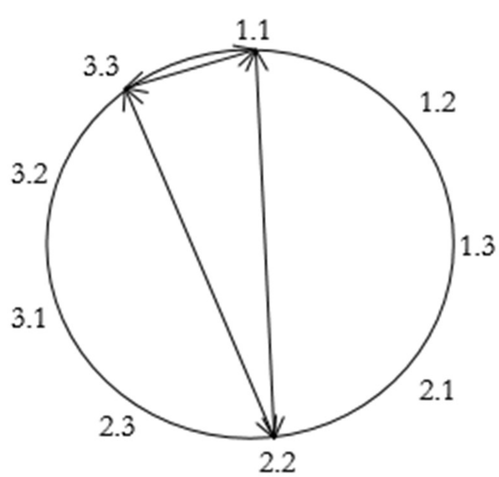
10. Zkl (3.3 2.3 1.3) × Rth (3.1 3.2 3.3):





11. Kategorienklasse: (3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3):





(3.1 2.1 1.1 × 1.1 1.2 1.3)

(3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3)

(3.3 2.3 1.3 × 3.1 3.2 3.3)

sind also dadurch ausgezeichnet, dass sie sowohl intra- wie interkontextural redundanzfrei sind (vgl. Günther 1976-80, Bd. 2, S. 282), d.h. sowohl bei den triadischen wie bei den trichotomischen Semiosen ist die semiotische Akkretion minimal.

Während keine Zeichenklasse (Realitätsthematik) wegen der bei der Einführung der Zeichenrelation ZR = (3.a, 2.b, 1.c) konstant gesetzten triadischen Hauptwerte semiotische interkontexturale Redundanz aufweist, weisen alle übrigen Zeichenklassen (Realitätsthematiken) ausser den Haupt-Zkln und Haupt-Rthn intrakontexturale Redundanz auf, und zwar einfache:

$(3.1\ 2.\underline{1}\ 1.\underline{2})$

$(3.\underline{1}\ 2.\underline{2}\ 1.2)$

$(3.\underline{1}\ 2.\underline{2}\ 1.\underline{3})$

$(3.2\ 2.\underline{2}\ 1.\underline{3})$

$(3.\underline{2}\ 2.\underline{3}\ 1.3)$

oder doppelte:

$(3.1\ 2.\underline{1}\ 1.\underline{3})$

$(3.\underline{1}\ 2.\underline{3}\ 1.3)$,

wobei semiotische Redundanz sich in der Matrizendarstellung durch Diagonalität und in der Kreisdarstellung durch Sekanten äussert.

Wenn man die Kreisdarstellungen der 2., 4., 7., 8., 9. und 10. Dualsysteme betrachtet, erkennt man, dass die jeweiligen Realitätsthematiken, die also gruppentheoretisch gesprochen die Konjugierten der entsprechenden Zeichenklassen enthalten, als Untergruppen graphisch dadurch zum Ausdruck kommen, dass sie einen eigenen Dreicksgraphen darstellen, der mit dem Hauptdreieck der Zeichenklassen durch eine Ecke (4., 7., 8. 10. Zeichenklasse) oder durch zwei Ecken (2. und 9. Zeichenklasse) verbunden sind, wobei die Subzeichen dieser zwei Ecken jeweils selber zueinander konjugiert sind ((2.1, 1.2), (3.2, 2.3). Das 3. und 6. Dualsystem weicht insofern von allen übrigen Kreisdarstellungen ab, als die Graphen Deltoide darstellen, welche als Gruppen ihre Untergruppen so enthalten, dass der Teilgraph vollständig im Hauptgraphen liegt.

Abschliessend sei festgestellt, dass sich eine polykontexturale (intra- und inter-kontexturale) Darstellung des semiotischen Dualsystems metaphysisch dadurch legitimiert, dass das Zeichen, aufgefasst als triadische Relation über einem Mittel-, einem Objekt- und einem Interpretantenbezug, über eine dreifache Transzendenz verfügt, welche strukturell durch die oben dargestellten Symmetrien und strukturlogisch durch drei Prinzipien der Invarianz bzw. Konstanz im Sinne von "semiotischer Erhaltung" (Bense 1981, S. 259) garantiert wird:

1. Transzendenz des Mittels:	semiotische "Mitführung" (Bense 1979, S. 43, 45)
2. Transzendenz des Objekts:	semiotische Objektinvarianz (Bense 1975, S. 40)
3. Transzendenz des Interpretanten:	semiotische Strukturkonstanz

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Protozahlen und Primzeichen. 2007 (= Kap. 9)

Toth, Alfred, Die semiotische Negativsprache. 2008 (= Kap. 15)

Zu einer semiotischen Zahlentheorie I

1. Wie die Mathematik, so kann auch die Semiotik auf der Basis von Zahlen, Mengen oder Kategorien eingeführt werden. Wir geben im folgenden die Peano-Axiome, wobei **N** für die Menge der natürlichen Zahlen, N für die Nachfolgefunktion stehe und 0 ein Element (die Null) ist (Oberschelp 1976, S. 14):

P1: $0 \in \mathbf{N}$.

P2: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \in \mathbf{N}$.

P3: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \neq 0$.

P4: $x, y \in \mathbf{N} \wedge x \neq y \Rightarrow N(x) \neq N(y)$.

P5: $0 \in A \wedge \forall x\,(x \in \mathbf{N} \wedge x \in A \Rightarrow N(x) \in A) \Rightarrow \forall x\,(x \in \mathbf{N} \Rightarrow x \in A)$.

In umgangssprachlicher Formulierung:

P1: Null ist eine natürliche Zahl.

P2: Der Nachfolger jeder natürlichen Zahl ist eine natürliche Zahl.

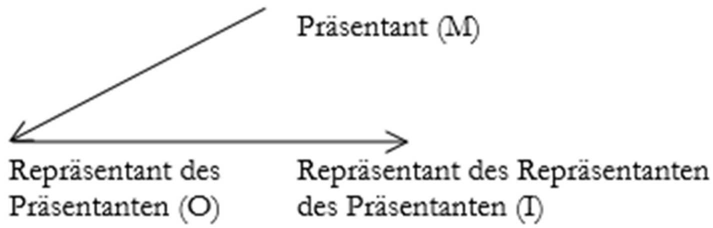
P3: Null ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl.

P4: Zwei voneinander verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.

P5: Wenn eine Menge die Zahl Null enthält und mit jeder natürlichen Zahl auch deren Nachfolger, so enthält sie jede natürliche Zahl.

Bense hatte nun festgestellt, dass mit der Nachfolgefunktion N die semiotische Generierung korrespondiert: “Wir gehen dabei davon aus, dass die triadische Zeichenrelation Z = R (M, O, I), wie wir entwickelten, als generatives Repräsentationsschema steigender Semiotizität betrachtet werden kann. In der universalkategorischen Konzeption stellt es sich mit Peirce bekanntlich als generierende Relation des Überganges von der ‘Erstheit’ zur ‘Zweitheit’ zur ‘Drittheit’ dar und damit im Sinne eines durch drei Ordinalzahlen festgelegten Repräsentationsschemas als eine generalisierte Nachfolgerelation (bzw.

Nachfolgefunktion) […]. Als Graphenschema kann man für diesen Zeichenprozess folgendes angeben" (Bense 1975, S. 170 f.):



Damit formuliert Bense 4 semiotische Peano-Axiome (SP) unter Auslassung von P5 (denn die Peircesche Zeichenrelation hat ja nur drei Glieder) wie folgt (1975, S. 171):

SP1: Der Präsentant ist ein Repräsentant.

SP2: Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.

SP3: Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten.

SP4: Es gibt keine zwei [Re-]Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.

In seinem Kapitel "Über die Axioms of Number von Ch. S. Peirce" ist Bense später (1983, S. 192 ff.) noch einmal auf die Peano-Axiome zurückgekommen, welche Peirce bereits 1881, also fast zwanzig Jahre vor Peano, formuliert hatte, und zwar in der folgenden umgangssprachlichen Gestalt:

AN1: 1 ist eine natürliche Zahl.

AN2: Jede natürliche Zahl besitzt eine eindeutig bestimmte natürliche Zahl als "Nachfolger".

AN3: 1 ist nicht der Nachfolger einer natürlichen Zahl.

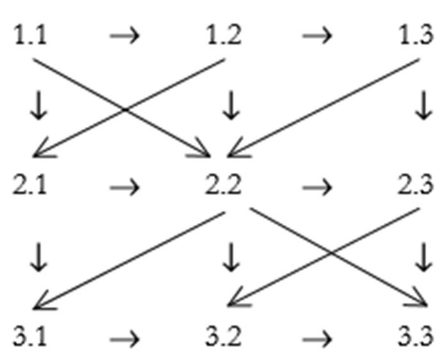
AN4: Verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.

AN5: Eine Eigenschaft, die der 1 zukommt und mit jeder natürlichen Zahl auch ihrem Nachfolger, kommt allen natürlichen Zahlen zu.

Bense vermutet, dass “es Peirce in seinem System der ‘Axioms of Number’ um den indirekten (d.h. im System nicht zugestandenen) Versuch einer Anwendung der triadischen Zeichenkonzeption” ging, d.h. also, dass bereits Peirce die Einführung der natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion mit der erst später von Bense explizit eingeführten Operation der Generierung (“⇒”) von Zeichen parallelisierte und daher selbst schon die Grundlagen für eine zahlentheoretische Semiotik gelegt hatte.

2. Die Verhältnisse zwischen Zahl und Zeichen sind jedoch viel verwickelter, denn die Primzeichen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (.1., .2., .3.) müssen ja kartesisch zu Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) multipliziert werden, damit Zeichenklassen und Realitätsthematiken gebildet werden können, die erst semiotische Analoga zu Zahlen darstellen: Bense selbst hatte zur semiotische Repräsentation der “Zahl an sich” die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) bestimmt (Bense 1992, S. 16).

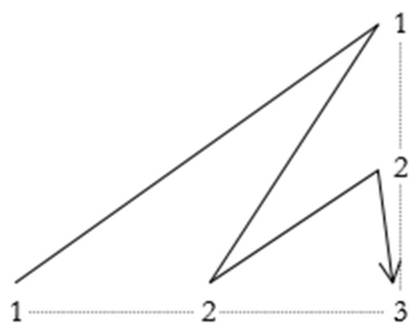
Damit erhalten wir folgende nicht-lineare Zeichen-Zahlen-Folge:



In den Spalten, welche den triadischen Semiosen entsprechen, stehen also die rein iterativen und in den Zeilen, welche den trichotomischen Semiosen entsprechen, die rein akkretiven Zeichen-Zahlen.

Jeder rein iterativen Zeichen-Zahl entsprechen also 3 iterativ-akkretive Zeichen-Zahlen, wobei die Hauptdiagonale, d.h. die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), solche Zeichen-Zahlen enthält, deren akkretive und iterative Werte identisch sind, und die Nebendiagonale, d.h. die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), solche Zeichen-Zahlen, deren Glieder zueinander gruppentheoretisch invers sind, wobei als semiotisches Einselement die Zweitheit (.2.) fungiert (vgl. Toth 2007, S. 36 ff.).

Nun stellt die Semiotik ein "Tripel-Universum" dar, bestehend aus den drei Universen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (Bense 1986, S. 17 ff.), weshalb man die drei Universen auch als semiotische Kontexturen einführen und im obigen Diagramm die horizontalen Pfeile als Repräsentanten der intra-kontexturalen und die vertikalen sowie diagonalen Pfeile als Repräsentanten der inter-kontexturalen semiotischen Übergänge (Transitionen und Transgressionen) auffassen kann. Die 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix lassen sich demnach als Ausschnitt der von Günther stammenden und von Kronthaler (1986, S. 31) reproduzierten zweidimensionalen Darstellung polykontexturaler Zahlen darstellen:

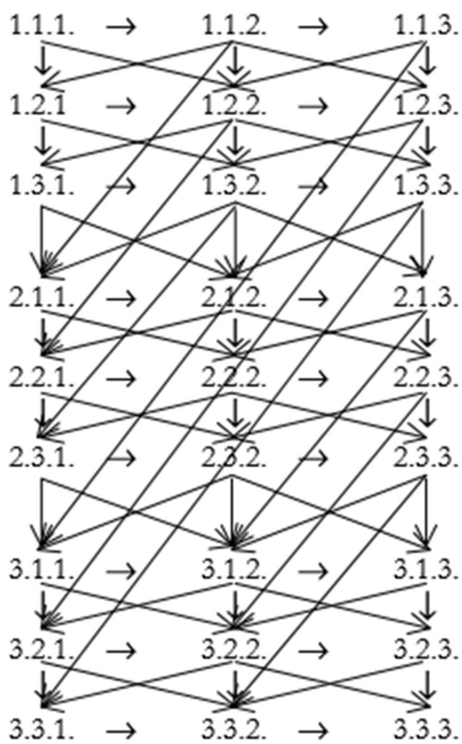


Die Zeichen-Zahlen sind demnach wie die polykontexturalen Zahlen zweidimensionale (flächige) Zahlen und erlauben wie jene Rossers "sideward move", durch welchen der den Peano-Zahlen entsprechenden Primzahlen eine Feinstruktur verliehen wird, die mit Hilfe topologischer Faserung entsprechend den polykontxturalen Zahlen beschrieben werden kann (vgl. Kronthaler 1986, S. 77 ff.).

3. Geht man statt von der kleinen von der grossen semiotischen Matrix aus und setzt man Zeichenklassen durch jeweils 3 Subzeichen pro triadischen Bezug zusammen (vgl. Steffen 1982), so erhält man dreidimensionale (räumliche) Zeichen-Zahlen wie etwa in dem folgenden Beispiel, in dem die triadisch-trichotomischen Hauptwerte unterstrichen sind:

(($\underline{3.2}$ 3.3 3.1) ($\underline{2.2}$ 2.3 2.1) ($\underline{1.2}$ 1.3 1.1)) × (($\underline{2.1}$ 3.1 1.1) ($\underline{2.2}$ 3.2 1.2) ($\underline{2.3}$ 3.3 1.3))

Eine weitere interessante und weiter zu verfolgende Möglichkeit, statt mit Kombinationen von dyadischen Subzeichen mit Kombinationen von monadischen Primzeichen dreidimensionale Zeichenzahlen zu konstruieren, findet man in Stiebing (1978, S. 77). Notiert man Stiebings System gemäss den Prinzipien unseres obigen Diagramms, erhält man:



Damit stellt sich weiter auch das Problem des Verhältnisses von Zeichen-Zahlen zu Peano-Zahlen einerseits und zu Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen andererseits sowie die daraus hervorgehende Frage, in welchem Verhältnis die Subzeichen als akkretiv-iterative Zahlen, die ja nicht ohne qualitativen Verlust auf die Peano-Folge abbildbar sind, zu den Proto-, Deuttero- und Trio-Zahlen stehen (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Oberschelp, Arnold, Aufbau des Zahlensystems. 3. Aufl. Göttingen 1976

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der Grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982, S. 55-70

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorie auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Zu einer semiotischen Zahlentheorie II

Nach Bense (1975, S. 170 f.) entspricht die semiotische Operation der Generation der mathematischen Nachfolgeroperation, und die Einführung des Zeichens als triadischer Relation über Erstheit (.1.), Zweitheit (.2.) und Drittheit (.3.) entspricht der Einführung der Peano-Zahl mittels vollständiger Induktion (vgl. Toth 2007, S. 12 f., Toth 2008).

Da eine triadische Zeichenrelation aus den 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix zusamemngesetzt ist, die durch kartesische Multiplikation der drei Primzeichen gewonnen werden (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), kann, ausgehend von der iterierten Erstheit der Autosemiose (1.1), jedes andere Subzeichen durch Addition des Repräsentationswertes 1 in maximal 4 Schritten erreicht werden, wobei die Addition entweder im triadischen Haupt- oder im trichotomischen Stellenwert erfolgen kann. Erfolgt die Addition im triadischen Hauptwert, bekommen wir einen Zuwachs am Iterationsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um interkontexturelle Übergänge (im folgenden durch den "Slash" markiert). Erfolgt die Addition im trichotomischen Stellenwert, erhalten wir einen Zuwachs am Akkretionsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um einen intrakontexturelle Übergänge:

(1.1)	+ 1 = (1.2) / (2.1)	(2.1)	+ 1 = (2.2) / (3.1)
	+ 2 = (1.3) / (3.1) / (2.2)		+ 2 = (2.3) / (3.2)
	+ 3 = (2.3) / (3.2)		+ 3 = (3.3) / —
	+ 4 = (3.3) / —		
(1.2)	+ 1 = (1.3) / (2.2)	(2.2)	+ 1 = (2.3) / (3.2)
	+ 2 = (2.3) / —		+ 2 = (3.3) / —
	+ 3 = (3.3) / —		
(1.3)	+ 1 = (2.3) / (3.3)	(2.3)	+ 1 = (3.3) / —
(3.1)	+ 1 = (3.2) / —	(3.3)	keine Addition möglich
	+ 2 = (3.3) / —		
(3.2)	+ 1 = (3.3) / —		

Im folgenden Diagramm bezeichnet jeder Pfeil die Addition +1, d.h. semiotisch innerhalb der Trichotomien (von links nach rechts) die semiotische Generation und innerhalb der Triaden (von oben nach unten) die analoge Zuordnung (vgl. Toth 1993, S. 135 ff.):

$$\begin{tikzcd}
(1.1) \arrow[r] \arrow[d] & (1.2) \arrow[r] \arrow[d] & (1.3) \arrow[d] \\
(2.1) \arrow[r] \arrow[d] & (2.2) \arrow[r] \arrow[d] & (2.3) \arrow[d] \\
(3.1) \arrow[r] & (3.2) \arrow[r] & (3.3)
\end{tikzcd}$$

Im folgenden werden die Subzeichen nach den 4 möglichen Additionen geordnet, wobei in jedem Subzeichenpaar das zweite Subzeichen das Resultat der Addition darstellt. Semiotische Kontextur-Überschreitung wird fett markiert:

+1 (1.1, 1.2), (**1.1, 2.1**), (1.2, 1.3), (**1.2, 2.2**), (**1.3, 2.3**), (2.1, 2.2), (**2.1, 3.1**), (2.2, 2.3), (**2.2, 3.2**), (**2.3, 3.3**), (3.1, 3.2), (3.2, 3.3)

+2 (1.1, 1.3), (**1.1, 3.1**), (**1.1, 2.2**), (**1.2, 2.3**), (**1.2, 3.2**), (**1.3, 3.3**), (2.1, 2.3), (**2.1, 3.2**), (**2.2, 3.3**), (3.1, 3.3)

+3 (**1.1, 2.3**), (**1.1, 3.2**), (**1.2, 3.3**), (**2.1, 3.3**)

+4 (**1.1, 3.3**)

Das Voranschreiten auf beiden Diagonalen geschieht also durch Addition des Repräsentationswertes 2 (1.1 2.2 3.3; 3.1 2.2 1.3), wobei die Addition bei der Hauptdiagonalen [+2], bei der Nebendiagonalen aber [+1, -1] beträgt, d.h. es handelt sich um ein "Fortschreiten ohne Bewegung", das typisch zu sein scheint für "polykontexturale" Trans-Klassen wie (3.-1 -2.1 1.3, -3.1 2.-1 1.3, 3.1 –2.-1 –1.-1, etc.), d.h. die Addition +2 bei der die eigenreale Zeichenklasse repräsentierenden semiotischen Nebendiagonalen (vgl. Bense 1992) bedeutet, dass jeder inter-kontexturellen Überschreitung eine intrakontexturelle entspricht, und umgekehrt.

Für die 10 semiotischen Zeichenklassen einschliesslich der die semiotische Hauptdiagonale repräsentierenden Genuinen Kategorienklasse gilt also der folgende Algorithmus:

$$
\begin{array}{l}
(a.b) + 1 = \\
\\
\\
(a.b) + 2 = \\
\\
\\
(a.b) + 3 = \\
\\
\\
(a.b) + 4 =
\end{array}
\left\{
\begin{array}{l}
(a+1.b), \text{ falls } a < 3 \\
(a.b+1), \text{ falls } b < 3 \\
\\
(a+2.b), \text{ falls } a = 1 \\
(a.b+2), \text{ falls } b = 1 \\
\\
(a+1.b+2), \text{ falls } a < 3 \text{ und } b = 1 \\
(a+2.b+1), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b < 3 \\
\\
(a+2.b+2), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b = 1
\end{array}
\right.
$$

Schauen wir uns nun die Subzeichen mit gleichem Repräsentationswert an:

2	(1.1)
3	(1.2), (2.1)
4	(1.3), (2.2), (3.1)
5	(2.3), (3.2)
6	(3.3)

Würde man hier mit Kenogrammen operieren, würde das Schema folgendermassen zu 3 unterscheidbaren Keno-Zeichen und ihren Kombinationen zusammenschrumpfen:

(□□)
(□■), (■□) = (□■)
(□◊), (■■), (◊□) = (□◊), (■■)
(■◊), (◊■) = (■◊)
(◊◊)

welche genau den 5 ersten Proto-Zahlen (der 3 ersten Kontexturen) entspricht, vgl. Kronthaler (1986, S. 29):

1 (1:1)
2 (2:1), (2:2)
3 (3:1), (3:2), (3:3),

welche sich via Normalform-Operation auf die folgenden 3 Strukturschemata reduzieren lassen (Kronthaler 1986, S. 34):

000
001
3 012,

die sich ebenfalls mit den 3 Strukturschemata der Kontextur T_3 der Deutero-Zahlen decken (Kronthaler 1986, S. 34), jedoch ein Fragment (eine Teilmenge) der Trito-Zahlen der Kontextur T_3 darstellen:

000
001
010
011
3 012

Wir wollen die Zeichen-Zahlen nun als “Peirce-Zahlen” bezeichnen und sie in folgender “Potenz”-Schreibweise notieren, in der die Basis den trichotomischen Stellenwert eines Subzeichens und der Exponent dessen Frequenz angibt. Dazu ein Beispiel: Wir gehen aus von der Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.3)

und erhalten durch Dualisierung dessen Realitätsthematik:

(3.1 1.2 1.3),

deren strukturelle (entitätische) Realität die eines Mittel-thematisierten Interpretanten ist, denn in:

(3.1) (1.2 1.3)

thematisieren die beiden unterstrichenen Mittelbezüge den Interpretantenbezug. Da nun der Interpretantenbezug 1 mal aufscheint und die Mittelbezüge 2 mal, erhalten wir folgende eineindeutige Abbildung der kategorialen auf die "Potenz"-Schreibweise:

(3.1 <u>1.2 1.3</u>) $\Leftrightarrow$ (3112)

Die Basen geben somit den Akkretionsgrad und die Exponenten den Iterationsgrad der Subzeichen einer Realitätsthematik an, d.h. Peirce-Zahlen sind keine monokontexturalen Peano-Zahlen, denn diese sind durch reine Iterativität definiert. Da nun Peirce-Zahlen auch nicht der Linearität der Peano-Zahlen folgen, sondern flächige Zahlen mit Intra- und Inter-Kontexturwechsel darstellen (vgl. Toth 2008), müssen die Proto- und Deutero-Zahlen der Kontextur T_3 als morphogrammatische Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3 aufgefasst werden. Obwohl es nun innerhalb der Kontextur T_3 mehr unterscheidbare Peirce-Zahlen als Trito-Zahlen gibt, nämlich 9 und nicht nur 5, sind jedoch die Trito-Zahlen der Kontextur T_3 keine morphogrammatischen Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3, denn die Trito-Werte (000, 001, 010, 011, 012) können nur teilweise auf die Peirce-Werte (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) abgebildet werden. Für die Peirce-Zahlen ergibt sich somit die eigentümliche Folgerung, dass sie einerseits starke polykontexturale Eigenschaften haben, dass sie dabei aber nicht als Trito-Zahlen aufgefasst werden können, sondern in einem noch näher zu bestimmenden qualitativ-mathematischen Raum zwischen Deutero- und Trito-Zahlen im Feld zwischen "Zahl und Begriff" (Günther 1991, S. 431) und das heisst im Raum zwischen Sein und Nichts angesiedelt sind, welche demzufolge nicht durch eine scharfe Grenze voneinander getrennt sind, sondern durch einen Streifen von qualitativ-quantitativem mathematischem "Niemandsland".

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Formalsemiotische Notationen. In: ders., Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993, S. 135-175

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008 (= Kap. 19)

Grundlagen einer semiotischen Kosmologie

> Sieh nämlich Menschen wie in einer unterirdischen, höhlenartigen Wohnung, die einen gegen das Licht geöffneten Zugang längs der ganzen Höhle hat. In dieser seien sie von Kindheit an gefesselt an Hals und Schenkeln, so daß sie auf demselben Fleck bleiben und auch nur nach vorne hin sehen, den Kopf aber herumzudrehen der Fessel wegen nicht vermögend sind. Licht aber haben sie von einem Feuer, welches von oben und von ferne her hinter ihnen brennt. Zwischen dem Feuer und den Gefangenen geht obenher ein Weg, längs diesem sieh eine Mauer aufgeführt wie die Schranken, welche die Gaukler vor den Zuschauern sich erbauen, über welche herüber sie ihre Kunststücke zeigen. - Ich sehe, sagte er. - Sieh nun längs dieser Mauer Menschen allerlei Geräte tragen, die über die Mauer herüberragen, und Bildsäulen und andere steinerne und hölzerne Bilder und von allerlei Arbeit; einige, wie natürlich, reden dabei, andere schweigen. - Ein gar wunderliches Bild, sprach er, stellst du dar und wunderliche Gefangene. - Uns ganz ähnliche, entgegnete ich. Denn zuerst, meinst du wohl, daß dergleichen Menschen von sich selbst und voneinander je etwas anderes gesehen haben als die Schatten, welche das Feuer auf die ihnen gegenüberstehende Wand der Höhle wirft? - Wie sollten sie, sprach er, wenn sie gezwungen sind, zeitlebens den Kopf unbeweglich zu halten! - Und von dem Vorübergetragenen nicht eben dieses? - Was sonst? - Wenn sie nun miteinander reden könnten, glaubst du nicht, daß sie auch pflegen würden, dieses Vorhandene zu benennen, was sie sähen? - Notwendig. - Und wie, wenn ihr Kerker auch einen Widerhall hätte von drüben her, meinst du, wenn einer von den Vorübergehenden spräche, sie würden denken, etwas anderes rede als der eben vorübergehende Schatten? - Nein, beim Zeus, sagte er. - Auf keine Weise also können diese irgend etwas anderes für das Wahre halten als die Schatten jener Kunstwerke? - Ganz unmöglich.
>
> *Platon, Höhlengleichnis*

1. Die Eingeschlossenheit in sich selbst

Nach Kern (2007) hat der Leib seit Platon eine “negative philosophische Wertung”: “Der Philosoph ist darauf aus, sich von der Gemeinschaft des Leibes zu trennen. Der Leib ist ihm Grab der Seele. Erst die vom Leib abgelöste Seele kann ihr eigentliches Wesen, frei von den Entfremdungen des Leibes, entdecken”. Dieser Gedanke taucht später etwa bei Novalis wieder auf in der Zuspitzung: “Der echte philosophische Akt ist Selbsttötung” und ist die Voraussetzung für: “Der Mensch lebt, wirckt nur in der Idee fort – durch die Erinnerung an sein Daseyn” (Novalis 1995, S. 438). Sowohl Platon als auch Novalis setzen also qualitative Erhaltung voraus. In Platons Gorgias 524b sagt Sokrates: “Der Tod ist [...] nichts anderes als […] die Trennung von Leib und Seele”, und fährt fort: “Offenbar ist alles in der Seele, wenn sie vom Leibe entkleidet ist, sowohl hinsichtlich dessen, was ihr von Natur eignet als auch hinsichtlich der Leiden" (Gorgias 524d). Es gibt also nach Platon keine Erlösung im Tode. Fortsetzer dieser platonischen Tradition sind die gnostischen Orphiker und die Identifikation des Leibes mit dem Bösen im Manichäismus.

Platon, der eigentliche Begründer einer "Mathematik der Qualitäten" (Natorp 1903), hat ferner markante Spuren im Werk von Kierkegaard hinterlassen, der auf präexistentialistischer Basis das Leib-Seele-Problem in der Gestalt der "Angst" und der Depression ("Die Krankheit zum Tode") behandelte. So heisst es bei ihm mit Bezug auf die Hegelsche Dialektik: "Die Mediation ist zweideutig, denn sie bedeutet zugleich das Verhältnis zwischen den zweien und das Resultat des Verhältnisses, das, worin sie sich ineinander verhalten als die, die sich zueinander verhalten haben" (Kierkegaard, Angst, S. 15), was sich wie eine Vorwegnahme von Günthers Proemialrelation liest. "Es ist deshalb ein Aberglaube, wenn man in der Logik meinen will, dass durch ein fortgesetztes quantitatives Bestimmen eine neue Qualität herauskomme" (Angst, S. 30). Von der Sünde, die Kierkegaards theologischen Hintergrund seiner "psychologischen" Analyse der Angst bildet, heisst es: "Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge" (Angst, S. 32) – eine geniale Vorwegnahme der polykontexturalen Chiasmen- und letztlich der Diamanten-theorie.

Wenn Kierkegaard ferner bemerkt, "dass die Sünde sich selbst voraussetzt" (Angst, S. 32), muss sie semiotisch gesehen eigenreal sein, d.h. unter die Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) fallen, die aus der Sünde geborene Angst hingegen, welche "die Wirklichkeit der Freiheit als Möglichkeit für die Möglichkeit ist" (Kierkegaard, Angst, S. 40), kann nur durch die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) repräsentiert werden, mit der sie eben durch die "Wirklichkeit der Freiheit" im indexikalischen Objektbezug (2.2) zusammenhängt. Dass hier wirklich die Genuine Kategorienklasse vorliegt, wird bestätigt durch Kierkegaards weitere Feststellung, dass “das Nichts der Gegenstand der Angst ist”, denn dieses ist im Rahmen der klassischen Semiotik nicht mehr durch eine reguläre Zeichenklasse thematisierbar, und dadurch, dass “Angst” wie das “Zeichen” und die “Zahl” zu den iterierbaren Begriffen gehört, wie die Ausdrucksweise “Angst vor der Angst” im Gegensatz zum ungrammatischen Ausdruck “Furcht vor der Furcht” verbürgt. Kierkegaard sagt ferner ausdrücklich: “Das Nichts der Angst ist also hier ein Komplex von Ahnungen, die sich in sich selbst reflektieren” (Angst, S. 58) – das semiotische Pendant ist die dreifache Reflexivität der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1).

Nicht nur die Sünde ist für Kierkegaard eigenreal, sondern das “Selbst” des Menschen, denn dieses “ist erst im qualitativen Sprung gesetzt” (Angst, S. 73), denn “der qualitative Sprung ist ja die Wirklichkeit” (Angst, S. 102). Wenn wir ferner lesen: “Verhält sich dagegen das Verhältnis zu sich selbst, dann ist dieses Verhältnis das positive Dritte, und dies ist das Selbst” (Krankheit, S. 13), dann entpuppt sich also die Eigenrealität als semiotischer Ursprung des qualitativen Sprunges, also die Anbindungsstelle von Repräsentation und Wirklichkeit, und diese wird wiederum durch den indexikalischen Objektbezug (2.2) geleistet. Dieser ist es demnach, der auch die logische Proömialrelation in der Semiotik verankert, denn wir lesen weiter: “Ein derart abgeleitetes, gesetztes Verhältnis ist das Selbst des Menschen, ein Verhältnis, das sich zu sich selbst verhält und, indem es sich zu sich selbst verhält, sich zu einem anderen verhält” (Krankheit, S. 13); vgl. weiter Toth (1995).

Damit können wir den semiotischen Zusammenhang zwischen dem “Selbst” des Menschen und seiner “Angst” aus Kierkegaards späten Schriften rekonstruieren, denn die für das Selbst stehende eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und die für die Angst (als Platzhalter für das Nichts) stehende Genuine Kategorienklasse hängen eben im indexikalischen, die Wirklichkeit repräsentierenden Objektbezug (2.2) wie folgt zusammen:

$$\begin{array}{ccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \uparrow & \\ & 2.2 & \\ & \downarrow & \\ 3.3 & 2.2 & 1.1 \end{array}$$

Nun gibt es als Gegenstück zum “Verhältnis” bei Kierkegaard aber das “Missverhältnis”, und dieses wird als “Verzweiflung” bestimmt: “Das Missverhältnis der Verzweiflung ist nicht ein einfaches Missverhältnis, sondern ein Missverhältnis in einem Verhältnis, das sich zu sich selbst verhält und von einem anderen gesetzt ist, so dass das Missverhältnis in jenem für sich seienden Verhältnis sich zugleich unendlich reflektiert im Verhältnis zu der Macht, die es setzte” (Krankheit, S. 14), genauer: “Verzweiflung ist das Missverhältnis in dem Verhältnis einer Synthese, das sich zu sich selbst verhält” (Krankheit, S. 15), denn “die Verzweiflung folgt nicht aus dem Missverhältnis, sondern aus dem Verhältnis, das sich zu sich selbst verhält. Und das Verhältnis zu sich selbst kann ein Mensch nicht loswerden, sowenig wie sein eigenes Selbst, was im übrigen ein und dasselbe ist, da ja das Selbst das Verhältnis zu sich selbst ist” (Krankheit, S. 17). Nach unseren vorangehenden Kapiteln sollte es klar sein, dass das Missverhältnis des Verhältnisses, das sich zu sich selbst verhält, nichts anderes ist als die heteromorphismische Komposition der für das (einfache) Verhältnis stehenden eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), also deren inverse Funktion (1.3 2.2 3.1). Im gesamten semiotischen System ist die eigenreale Zeichenklasse das einzige Verhältnis, d.h. die einzige Relation, die sich sowohl zu sich selbst als auch zu anderem verhält. Formaler Ausdruck dafür ist das von Walther dargestellte “determinantensymmetrische Dualitätssystem” (Walther 1982).

Damit können wir Kierkegaards dialektische Analyse vom “Selbst” im Sinne eines Verhältnisses, das sich zu sich selbst verhält, der “Angst” als Platzhalter des Nichts und der “Verzweiflung” im folgenden semiotischen Schema darstellen:

$$\left[\begin{array}{ccc} 1.3 & 2.2 & 3.1 \\ & \uparrow & \\ 3.3 & 2.2 & 1.1 \\ & \downarrow & \\ 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}\right]$$

Die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und ihr Spiegelbild (1.3 2.2 3.1) hängen dabei durch die beiden dualen Operationen (3.1 × 1.3) und (1.3 × 3.1) bzw. durch den folgenden semiotischen Chiasmus zusammen:

$$\begin{array}{ccc} 1.3 & & 3.1 \\ & \times & \\ 3.1 & & 1.3, \end{array}$$

der in einer klassischen Logik keinen Platz hat und einen Teil des vereinfachten semiotischen Diamanten bildet.

Mit seinem Begriff der Verzweiflung schlägt nun Kierkegaard den Bogen zurück zu Platon: “Die Qual der Verzweiflung ist gerade, nicht sterben zu können (...). So ist dies Zum-Tode-krank-Sein das Nicht-sterben-Können, doch nicht so, als gäbe es noch Hoffnung auf Leben, nein, die Hoffnungslosigkeit ist, dass selbst die letzte Hoffnung, der Tod, nicht vorhanden ist. Wenn der Tod die grösste Gefahr ist, hofft man auf das Leben; wenn man aber die noch entsetzlichere Gefahr kennenlernt, hofft man auf den Tod. Wenn dann die Gefahr so gross ist, dass der Tod die Hoffnung geworden ist, dann ist Verzweiflung die Hoffnungslosigkeit, nicht einmal sterben zu können” (Krankheit, S. 18). Dies ist somit die letzte Angst: die Unmöglichkeit, sterben zu können. In der Apokalypse 9, 6 heisst es: “In jenen Tagen werden die Menschen den Tod suchen, aber nicht finden; sie werden sterben wollen, aber der Tod wird vor ihnen fliehen”. Anders ausgedrückt, geht es hier also nicht nur um “die einfache Erfahrung, dass man seiend dem Sein nicht entrinnen kann” (Bense 1952, S. 98), sondern es stellt sich die Frage, **ob man nicht-seiend dem Sein bzw. dem Repräsentiert-Sein entrinnen kann**. Mindestens bei Kafka handelt es sich nach Bense “um eine Eschatologie der Hoffnungslosigkeit” (1952, S. 100).

Doch Kierkegaard fährt analytisch fort: “Die Gestalten der Verzweiflung müssen sich abstrakt herausfinden lassen, indem man über die Momente reflektiert, aus denen das Selbst als Synthese besteht. Das Selbst ist gebildet aus Unendlichkeit und Endlichkeit. Aber diese Synthese ist ein Verhältnis und ein Verhältnis, das, wenn auch abgeleitet, sich zu sich selbst verhält, welches Freiheit ist. Das Selbst ist Freiheit. Freiheit aber ist das Dialektische in den Bestimmungen Möglichkeit und Notwendigkeit” (Kierkegaard, Krankheit, S. 27 f.).

Wir hatten nun die Verzweiflung schon weiter oben als inverse Funktion der Eigenrealität, also durch die transponierte Zeichenklasse (1.3 2.2 3.1) bestimmt. In ihr wird “das Dialektische in den Bestimmungen Möglichkeit und Notwendigkeit” wieder durch die Dualität von (3.1 × 1.3) und (1.3 × 3.1) und damit durch einen semiotischen Chiasmus bestimmt. Tatsächlich haben wir hiermit auf semiotischer Ebene erfüllt, was Kierkegaard auf logischer Ebene forderte, nämlich herauszufinden, woraus “das Selbst als Synthese” besteht. Dieses Selbst tritt eben sowohl in der nicht-invertierten Form (3.1 2.2 1.3) als auch in der invertierten Form (1.3 2.2 3.1) auf. Doch wie kommt man aus der Verzweiflung heraus? Indem man “man selbst” wird, d.h., um Kierkegaard zu paraphrasieren, die Notwendigkeit in die Möglichkeit zurückstuft: “Aber man selbst werden heisst konkret werden. Aber konkret werden ist weder endlich werden noch unendlich werden, denn das, was konkret werden soll, ist ja eine Synthese. Die Entwicklung muss also darin bestehen, unendlich von sich selbst fortzukommen in einer Unendlichmachung des Selbst und unendlich zurückzukommen zu sich selbst in einer Endlichmachung” (Krankheit, S. 28).

Semiotisch gesehen drückt sich das unendliche Zurückkommen zu sich selbst in der stets gleichbleibenden Iteration der Eigenrealität aus:

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) × ...,

wogegen sich das unendliche Fortkommen von sich selbst in der ebenfalls stets gleichbleibenden Iteration der inversen Funktion der Eigenrealität ausdrückt, denn sowohl die Funktion der Eigenrealität als auch ihre Inverse sind eigenreal:

(1.3 2.2 3.1) × (1.3 2.2 3.1) × (1.3 2.2 3.1) × ...

Wenn Kierkegaard nun nachschiebt, “dass das Selbst, je mehr es erkennt, desto mehr sich selbst erkennt” (Krankheit, S. 30), so hebt er damit semiotisch gesehen wiederum darauf ab, dass gemäss dem determinantensymmetrischen Dualitätssystem jede der 10 Zeichenklassen, ihrer Transpositionen und Realitätsthematiken in mindestens einem ihrer Subzeichen mit der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und natürlich ihrer Inversen (1.3 2.2 3.1) zusammenhängt. Mit Kierkegaard gilt somit: **Anderes wird erst erkannt, wenn sein Selbst erkannt wird, und sein Selbst wird erst erkannt, wenn Anderes erkannt wird.** Zusammen mit der kierkegaardschen Umkehrung von Benses Eigenrealität ergibt sich hieraus also ein **auto- und hetero-reflexives Erkenntnisprinzip**, also eine, weil zyklische, polykontexturale Erkenntnisrelation.

Kategorial auf den bereits erwähnten Austausch von Möglichkeit und Notwendigkeit referierend sagt Kierkegaard: “Das Selbst ist κατά δύναμιν ebenso sehr möglich wie notwendig; denn es ist ja man selbst, aber man soll ja man selbst werden. Insofern es es selbst ist, ist es notwendig, und insofern es es selbst werden soll, ist es eine Möglichkeit” (Krankheit, S. 34), d.h. es liegt wiederum das duale Paar (3.1 × 1.3) und (1.3 × 3.1) bzw. der semiotische Chiasmus vor, womit sich allerdings noch keine Zeichenklasse bilden lässt und weshalb Kierkegaard ergänzt: “Es ist nämlich nicht so, wie die Philosophen erklären, dass die Notwendigkeit die Einheit von Möglichkeit und Wirklichkeit sei, nein, die Wirklichkeit ist die Einheit von Möglichkeit und Notwendigkeit” (Krankheit, S. 35), d.h. man braucht zur das Selbst repräsentierenden eigenrealen Zeichenklasse noch den indexikalischen Objektbezug (2.2), wobei sich wegen des dualen Paares anstatt einer einfachen Dualisation dann beide eigenrealen Zeichenklassen ergeben, nämlich (3.1 2.2 1.3) und ihre Inverse (1.3 2.2 3.1), welch letztere ja die hetero-morphismische Komposition semiotisch repräsentiert. Dass Kierkegaard auch von hetero-morphismischer Komposition bereits eine Ahnung hatte, scheint sich aus seiner folgenden Feststellung zu ergeben: “Um aber die Wahrheit zu erreichen, muss man durch jede Negativität hindurch; denn hier gilt es, was die Volkssage über das Aufheben eines gewissen Zaubers erzählt: Das Stück muss ganz und gar rückwärts durchgespielt werden, sonst wird der Zauber nicht behoben” (Krankheit, S. 42). Mit dem gleichzeitigen Vorwärts und Rückwärts scheint Kierkegaard hier Kaehrs “antidromische Zeitrelation” (Kaehr 2007, S. 1 ff.) vorweggenommen zu haben.

Doch wird müssen noch auf die semiotische Repräsentation der “Angst” durch die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) zurückkommen, denn bei dieser stellt sich als einziger Zeichen-Klasse im Schema der kleinen semiotischen Matrix das Problem irrealer Zeichenwelten, da sie nicht gemäss dem semiotischen “Inklusionsschema” gebaut ist: Wenn wir auf Eschers Zauberspiegel zurückkommen, den wir im Kapitel über den semiotischen Homöomorphismus zwischen Torus und Möbiusband besprochen hatten, stellt sich die Frage, wie man den “Zauberspiegel” semiotisch bestimmen soll, nämlich indem man entweder die Darstellung bestimmt oder als das, was darin dargestellt ist. Die reine Darstellung könnte man z.B. mit Hilfe der regulären Zeichenklasse (3.2 2.2 1.2), also mit der Realitätsthematik des vollständigen Objektes repräsentieren, denn es ist eine objektive (2.2) und behauptungsfähige (3.2) Darstellung mit Hilfe von Farben und Formen (1.2). Nur wäre eine solche “Analyse” in Wirklichkeit eine Verdoppelung der Welt der Objekte durch Zeichenklassen (oder sogar eine Verdreifachung, rechnet man die Realitätsthematiken dazu) und also solche völlig ohne Belang zur Intention Eschers, einen Spiegel mit zwei Realitäten darzustellen, einer vor und einer hinter dem Spiegel. Wenn man also nicht die Darstellung, sondern das, was darin dargestellt ist, repräsentieren will, dann handelt es sich beim “Zauberspiegel” um ein irreales Objekt, das trotzdem mit der Wirklichkeit nexal verknüpft ist (2.2), nämlich als Spiegel, wenn auch als besonderer. In dieser Spiegelwelt sind aber alle dargestellten Aussagen nicht nur behauptungsfähig, sondern tautologisch, d.h. immer wahr, denn wir können sie nicht an unserer Wirklichkeit falsifizieren (3.3). Und wenn wir die Figuren anschauen, dann handelt es sich um blosse Qualitäten (1.1), die keineswegs als singulär im Sinne unserer Anschauung bestimmt werden können, denn es handelt sich hier um nichts weniger als um zyklische Metamorphosen zwischen Zeichen und Objekten, also um einen Kontexturübergang, den wir in unserer Realität niemals beobachten können. In diesem Sinne bemerkte Max Bense zu Kafkas Figur “Odradek”: “[Sie] stellt das Ganze dieses fremden Wesens noch in eine lose Beziehung zur menschlichen Welt, in die es aber eigentlich nicht gehört und weshalb es auch nicht innerhalb dieser Welt gedeutet werden kann, hier also keinen Sinn hat, sondern innerhalb dieser Welt und zugleich jedoch auch ausserhalb von ihr ein unbestimmtes Dasein führt” (Bense 1952, S. 65). Es handelt sich beim Zauberspiegel wie bei Kafkas Welten also um “das Verhängnis einer nichtklassischen Seinsthematik, in der die Differenz gegenüber den Modi des Seins maximal ist” (1952, S. 85). Der “Zauberspiegel” existiert also in keiner geschaffenen Welt und muss somit dem Nichts angehören, und wir lesen weiter bei Bense: “So werden also in Kafkas Epik Theologie und Theodizee suspendiert, indem ihre Seinsthematik destruiert wird. Was an vermeintlichen Realien auftritt, Figuren, Geschehnisse, Dinge, sind keine Realien und daher keine Geschöpfe Gottes; es fehlt der zureichende Grund” (1952, S. 96), ein polykontexturaler Sachverhalt, den Günther noch zugespitzter formuliert hatte: „In diesen geistigen Räumen, die unter dem Verlegenheitsnamen 'Nichts' sich in tiefster philosophischer Dunkelheit ausbreiten, begegnen uns ungemessene Relationslandschaften“. Im Nichts ist „nichts zu suchen, solange wir uns nicht entschliessen, in das Nichts hineinzugehen und dort nach den Gesetzen der Negativität eine Welt zu bauen. Diese Welt hat Gott noch nicht geschaffen, und es gibt auch keinen Bauplan für sie, ehe ihn das Denken nicht in einer Negativsprache beschrieben hat“ (Günther 1976-80, Bd.3, S. 287 f.).

Damit ergibt sich also zur semiotischen Repräsentation dessen, was in Eschers “Zauberspiegel” dargestellt ist, die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), die nach Bense als “Begrenzungssemiose” (Bense 1992, S. 68) fungiert – wie wir hier ergänzen wollen: als Begrenzungssemiose zwischen der vor dem Spiegel dargestellten “Wirklichkeit” und der hinter dem Spiegel emergierenden “Irrealität” als dem Bereich der Phantasie. In diesen Bereich der Phantasie, wie wir hier provisorisch sagen wollen, gehören, wie bereits früher festgestellt, auch Lewis Carrolls Alice-Welten, die er sicher nicht ohne Absicht “Through the Looking-Glass” genannt hatte und die noch treffender im Deutschen als Welt “hinter den Spiegeln” (Carroll 1983) bezeichnet wurden. Es handelt sich hier also um die in der gesamten Geistesgeschichte nirgendwo thematisierte Domäne der hetero-morphismischen Komposition, die erst kürzlich von Rudolf Kaehr in seiner Theorie der logisch-mathematischen Diamanten (Kaehr 2007, 2008) behandelt wurden. Der

Eschersche Zauberspiegel kann daher semiotisch vollständig wie folgt repräsentiert werden:

$$
\begin{array}{ccc}
1.3 & 2.2 & 3.1 \\
 & \uparrow & \\
3.3 & 2.2 & 1.1 \\
 & \downarrow & \\
3.1 & 2.2 & 1.3
\end{array}
$$

und dies ist, wie erinnerlich, dieselbe semiotische Repräsentation wie diejenige des kierkegaardschen existentialistischen Tripels von “Selbst – Angst – Verzweiflung”. Daraus folgt, dass auf der Ebene der semiotischen Repräsentation die Domäne der Phantasie identisch ist mit der Domäne der Verzweiflung, und diese Domäne, die kategorietheoretisch durch hetero-morphismische Komposition und logisch durch Rejektionsoperatoren dargestellt wird, wird semiotisch durch die inverse Funktion von Zeichenklassen und Realitätsthematiken repräsentiert. Kybernetisch korrespondiert damit das Verhältnis von System und Umgebung, d.h. das Wider- und Zusammenspiel von Kognition und Volition (vgl. Günther 1979, S. 215), ontologisch zwischen Innen- und Aussenwelt und semiotisch-systemtheoretisch zwischen zeicheninterner und zeichenexternen Umgebung, und man ist ob dieser vielfachen Korrespondenzen nicht erstaunt, bei Novalis zu lesen: “Der Sitz der Seele ist da, wo sich Innenwelt und Aussenwelt berühren” (1995, S. 431). Da wir oben das nach Kierkegaard die Angst gebärende “Nichts” im Sinne der Qualität mit der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), die Verzweiflung dagegen mit der inversen Eigenrealität (1.3 2.2 1.3) repräsentiert hatten, entsteht also Verzweiflung aus Angst semiotisch gesprochen durch die Transformation von (3.3 2.2 1.1) $\rightarrow$ (1.3 2.2 3.1) und damit durch inverse Transformation der Modalitäten der Möglichkeit und der Notwendigkeit. Ferner muss die Seele im Sinne von Novalis als Berührungspunkt von Aussen- und Innenwelt dem Nichts und der Qualität und damit ebenfalls der der Angst repräsentierenden Genuinen Kategorienklasse korrespondieren.

Wir bekommen damit also das folgende vereinfachte Korrespondenzen-Schema:

Inverse --- Zkl (Rth) -	Rejektion	Verzweiflung/ Phantasie	Aussenwelt
(3.3 2.2 1.1) ---	Proposition/ Opposition	Nichts	Seele
Zkl (Rth) -	Akzeption	Selbst	Innenwelt

Für “Zkl” (Zeichenklasse) und “Rth” (Realitätsthematik) können dabei im Sinne unseres Kapitels über “Semiotische Diamanten” sämtliche 10 Zkln/Rthn und ihre je 5 Transpositionen eingesetzt werden, da sie alle mit der das “Selbst” im Sinne des “Verhältnisses, das sich zu sich selbst verhält” repräsentierenden eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und der die “Verzweiflung” im Sinne des “Missverhältnisses” repräsentierenden inversen Eigenrealität (1.3 2.2 3.1) wegen des determinantensymmetrischen Dualitätssystems in mindestens einem Subzeichen zusammenhängen.

Die “Seele” schöpft also nach obigem Schema aus dem die Qualität vertretenden “Nichts”, das einerseits ethisch positiv bewertet als Phantasie und ethisch negativ bewertet als Verzweiflung erscheint: der qualitative kierkegaardsche “Sprung” ist eben einer ethischen Wertbelegung präexistent. Am bemerkenswertesten ist jedoch die Korrespondenz von Verzweiflung/Phantasie einerseits und Aussenwelt anderseits, d.h. die individuelle Domäne von Verzweiflung und Phantasie korrespondiert in ihrer Unkontrollierbarkeit als dem Bereich der Volition mit der ebenfalls unkontrollierbaren, weil vom Individuum primär unabhängigen Aussenwelt, deren Teil das Individuum jedoch ist. Nun ist aber vom Individuum aus gesehen diese Aussenwelt das ganze Universum, und wir werden an die mittelalterliche Dichotomie von Mikro- und Makrokosmos und die neuere mathematische Entdeckung der konstanten Selbstähnlichkeit bei beliebiger Vergrösserung fraktaler Funktionen erinnert, die wir in einem früheren Kapitel auf semiotische Symmetrien zurückgeführt hatten. Da es nun im ganzen semiotischen System nur zwei vollständig-symmetrische Zeichenklassen gibt, nämlich die Eigenrealität (3.1 2.2 1.3) und ihre inverse Funktion (1.3 2.2 3.1), schliesst sich der am Anfang geöffnete Kreis, und wir dürfen wegen der aufgezeigten kategorietheoretischen, logischen, semiotischen und philosophischen Korrespondenzen davon ausgehen, dass die platonische Vorstellung des Soma-Sema, der Eingeschlossenheit der Seele im Körper, durch die Vorstellung der Eingeschlossenheit des Individuums im Universum parallelisiert wird. Damit hat also das obige Schema nicht nur als Modell des Individuums, sondern auch als Modell des Universums Gültigkeit.

2. Die Eingeschlossenheit ins Universum

Wir hatten im ersten Teil die Frage aufgeworfen, ob man nicht-seiend dem Sein entrinnen könne, das in der Semiotik ja nur als Repräsentiert-Sein im nicht-transzendentalen, nicht-apriorischen und nicht-platonischen Sinne existiert (vgl. Bense 1981, S. 11, 259; Gfesser 1990, S. 134 f.), d.h. ob die von Bense (1952, S. 100) bei Kafka festgestellte “Eschatologie der Hoffnungslosigkeit” für das Individuum allgemein gilt. Dass es tatsächlich so ist, geht daraus hervor, dass “das Seiende als Zeichen auftritt und Zeichen in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität überleben” (Bense 1952, S. 80) bzw. dass das Zeichen, das bei Hegel als “anderes Sein”, bei Kierkegaard als “zweites Sein” und bei Charles Morris als “Vermittler” bestimmt wurde, vom Standpunkt der Semiotik ein “unvollständiges Sein” ist, “dessen modaler Charakter als ‘Mitrealität’ bestimmt wurde” (Bense 1982, S. 140).

Nun überleben Zeichen zwar das Sein, aber zwischen der Welt der Zeichen und der Welt der Objekte wird ein Abgrund geschaufelt, so dass kein “Herein- und Hinausragen der einen Welt in die andere” möglich ist (Hausdorff 1976, S. 27), dies führt jedoch dazu, **dass die Erlösung durch den Tod ebenfalls unmöglich wird**. Die semiotische Repräsentation von Wahrnehmung, Erkenntnis und Kommunikation bildet also eine Käseglocke, in die man zum Zeitpunkt der Geburt hineingesetzt wird und die man auch sterbend nicht mehr verlassen kann. Die Semiotik ist somit eine Kafkasche Eschatologie der Hoffnungslosigkeit.

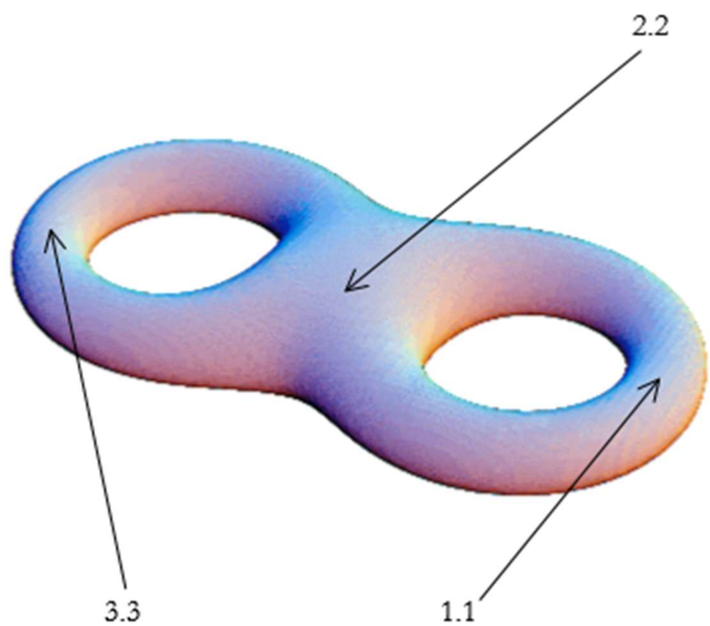
Ferner wird bei errichteter polykontexturaler Grenze zwischen Zeichen und Objekt der Bensesche “semiotische Erhaltungssatz” (Bense 1976, S. 60, 62; 1981, S. 259) trivial, denn das Zeichen als Vermittler lässt “als Ganzes keine vollständige Separation zwischen (materialer) Welt und (intelligiblem) Bewusstsein zu” (Gfesser 1990, S. 134 f.), da die durch die Dualisationsoperation jeder Zeichenklasse eineindeutig zugeordnete Realitätsthematik zusammen mit ihrer Zeichenklasse jeweils nur “die extremen Entitäten der identisch-einen Seinsthematik darstellen” (Bense 1976, S. 85) und somit die identisch-eine Repräsentation einer Qualität der Wirklichkeit bilden, welche damit also aus prinzipiellen Gründen unerreichbar ist, d.h. “Weltrepertoire und Zeichenrepertoire sind identisch” (Bayer 1994, S. 17).

Dies muss man sich vor Augen halten, wenn nun Bense in seinem letzten Buch die Eigenrealität (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3 × ...) “als fundamentales, universales und reales Zeichenband” bestimmt “und somit auch als repräsentatives relationales Modell für einen endlosen, kontinuierlichen Zeichen-Kosmos” einführt, “der im Sinne des Möbiusschen Bandes darüber hinaus auch als ‘einseitig’ bezeichnet werden könnte. Was auch immer erkannt wird, gehört dem verarbeitenden Bewusstsein an und kann oder muss nach Ch. S. Peirce in dreistellig geordneten Zeichenrelationen repräsentierbar sein” (Bense 1992, S. 54). Bense schafft unter der Voraussetzung der prinzipiellen Unmöglichkeit der Wahrnehmung transzendenten Seins und der dadurch implizierten Eingeschlossenheit des Individuums in die strikt-immanente Welt des Repräsentiert-Seins nun ein semiotisches kosmologisches Modell, d.h. er überträgt die zunächst der individuellen Je-Meinigkeit der Perzeption und Apperzeption zugedachte Eigenrealität (Bense 1992, S. 58), durch deren autosemiotische Funktion ja die ganze Welt der Qualitäten kraft des determinantensymmetrischen Dualitätssystems in den Schubladen der 10 Zeichenklassen repräsentiert werden muss (1992, S. 64), auf den Kosmos, d.h. auf die Form des Universums (“Shape of Space”) und gibt als “Beispiel einer Abbildung kosmologischer Daten auf das fundamentale kosmologische Eigenrealitätsband” (Bense 1992, S. 59):

Materie:	3.1 2.2 1.3	∪ (3.1 2.1 1.1 × 1.1 1.2 1.3)
Kraft:	3.1 2.2 1.3	∪ (3.1 2.2 1.2 × 2.1 2.2 1.3)
Teilchen:	3.1 2.2 1.3	∪ (3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3)
Realgehalt:	3.1 2.2 1.3	∪ (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3)
Kausalprinzip:	3.1 2.2 1.3	∪ (3.2 2.2 1.3 × 3.1 2.2 2.3)

Aus unseren obigen Tabellen, in denen die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) zwischen einer Zeichenklasse der allgemeinen Form (a.b c.d e.f) und ihrer Inversen (e.f c.d a.b) innerhalb eines semiotischen Diamanten vermittelt, geht jedoch klar hervor, dass das die Eigenrealität repräsentierende semiotische Möbius-Band (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3 × ...) aus zwei Gründen nicht allein ausreicht, um als semiotisches Modell den "Shape of Space" zu repräsentieren; einmal deswegen nicht, weil die den Torus als Zentrum des semiotischen Diamanten repräsentierende Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3 × 3.3 2.2 1.1 × ...) von Bense zwar als von "schwächerer Eigenrealität" (Bense 1992, S. 40) bestimmt, aber sonst nicht kosmologisch gewürdigt wurde und zum andern deshalb nicht, weil ein einziges Möbius-Band zur Repräsentation eines semiotischen Diamanten, der sowohl Innen- wie Aussenwelt, Individuum wie Kosmos repräsentieren soll, nicht ausreicht. Da ferner der Torus im Gegensatz zum Möbius-Band eine orientierbare Fläche ist, benötigen wir wegen der bei "schwächerer Eigenrealität" mit ihrer Zeichenthematik nicht dual-identischen Realitätsthematik der Genuinen Kategorienklasse ein topologisches Modell aus einem Doppel-Torus und anstelle von einem Möbius-Band zwei Möbius-Leitern, um die topologische Chiralität durch die in der Inversion einer Zeichenklasse präsentierte invertierte kategoriale Abfolge der Subzeichen zu repräsentieren. Auf einen topologischen Zusammenhang zwischen einem semiotischen Möbius-Band und der Genuinen Kategorienklasse hatte übrigens bereits Karl Gfesser aufmerksam gemacht: "Auf dem Möbiusschen Zeichenband gehen Zeichen- und Objektthematik endlos ineinander über, und die Faltung hält einzelne Momente der Fundamentalsemiose fest, die, über den genuinen Kategorien verlaufend und vermittelt durch die Eigenrealität, Welt und Bewusstsein zusammenführt" (Gfesser 1990, S. 139).

Ein Doppel-Torus ist “a topological object formed by the connected sum of two tori. That is to say, from each of two tori the interior of a disk is removed, and the boundaries of the two disks are identified (glued together), forming a double torus (Munkres 2000). Im folgenden Modell sind die Subzeichen der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3) als Phasen eingezeichnet. In der Mitte treffen sich also bei chiral geschiedener Umdrehung die Zeichen- und die Realitätsthematik im indexikalischen Objektbezug (2.2):

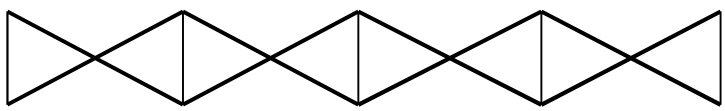


Rundherum gelegt muss man sich nun zwei topologisch-chirale bzw. im semiotischen Verhältnis von Zeichenklasse zu ihrer Inversen stehende Möbius-Leitern, d.h. eine Möbius-Leiter und und ihr Spiegelbild vorstellen. Der Doppel-Torus nun “provides a relativistic model for a closed 2D cosmos with topology of genus 2 and constant negative curvature (Kramer und Lorente 2002) und ist damit mit dem gegenwärtig vorherrschenden Modell der “topologischen Kosmologie” (Luminet/ Roukema 1999) kompatibel: “If the speed of light were infinite, inhabitants of the binary tetrahedral space S3/T* would see 24 images of every cosmological object; like atoms in a crystal the images repeat along a tiling of S3 by 24 copies a fundamental octahedral cell. In the binary octahedral space S3/O* the images repeat along a tiling by 48 truncated cubes, and in the binary icosahedral space S3/I*, better known as the Poincaré dodecahedral space, the images repeat along a tiling by 120 octahedra” (Weeks 2004, S. 614).

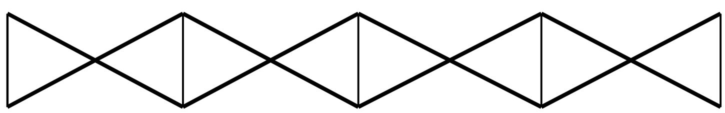
Es ist höchst interessant festzustellen, dass die 24 Bilder jedes kosmologischen Objektes erstens den 6 möglichen Transpositionen jeder Zeichenklasse in allen 4 semiotischen Quadranten entsprechen (siehe Kap. “Zu einer neuen semiotischen Realitätentheorie”) und zweitens ebenfalls mit dem Graphen des “semiotischen Sterns”, einer von der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) generierten Sterndarstellung dieser Zeichenklasse und aller 24 ihr koordinierten Trans-Zeichenklassen in drei semiotischen Kontexturen (Quadranten), vgl. Toth 2007).

Der indexikalische Objektbezug (2.2), in welchem sich nicht nur die Zeichen- und Realitätsthematik der Genuinen Kategorienklasse, sondern auch die beiden zueinander inversen Möbius-Leitern und ihre Realitätsthematiken schneiden:

(1.3 **2.2** 3.1) × (1.3 **2.2** 3.1) × (1.3 **2.2** 3.1) × (1.3 **2.2** 3.1) × (1.3 **2.2** 3.1) × ...

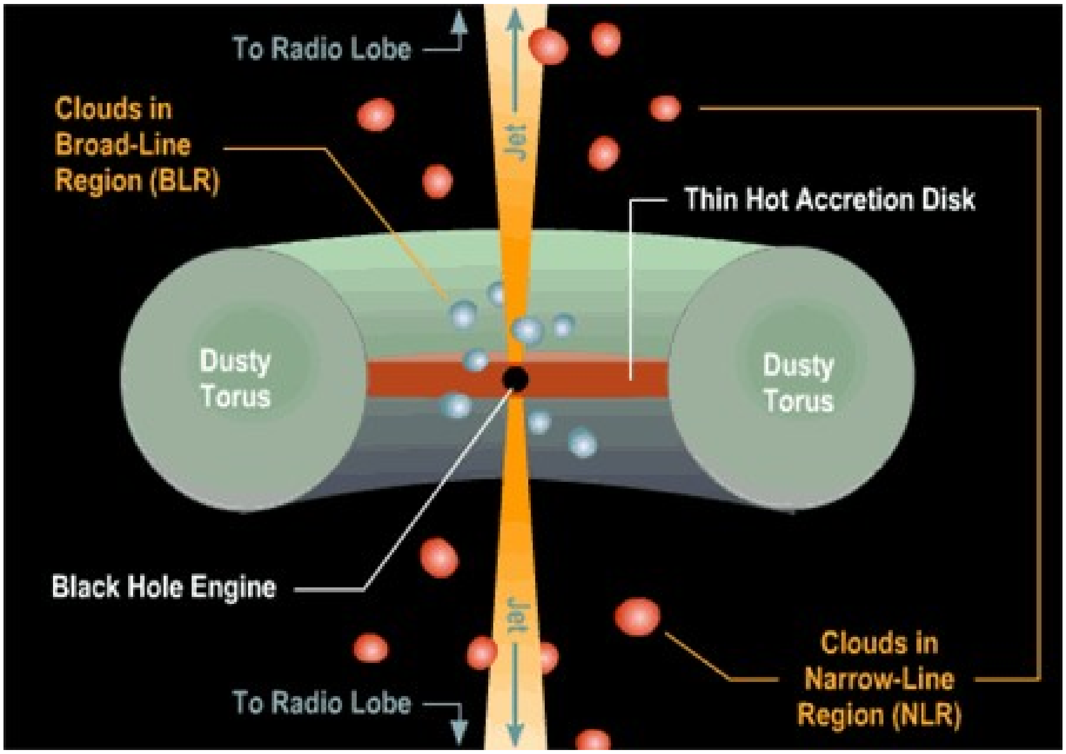


(3.3 **2.2** 1.1) × (1.1 **2.2** 3.3) × (3.3 **2.2** 1.1) × (1.1 **2.2** 3.3) × (3.3 **2.2** 1.1) × ...



(3.1 **2.2** 1.3) × (3.1 **2.2** 1.3) × (3.1 **2.2** 1.3) × (3.1 **2.2** 1.3) × (3.1 **2.2** 1.3) × ...

scheint semiotisch auch die physikalische Verbindung eines “Dusty Torus” zu einem Schwarzen Loch zu repräsentieren:



wobei das Schwarze Loch selbst kaum überraschenderweise sich in die oben gegebene Korrespondenzen-Liste der ebenfalls durch die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) semiotisch repräsentierten Begriffe “Nichts” und “Seele” einreiht und daher innerhalb eines semiotischen Diamanten seinen Sitz im Zentrum des mittleren Teils hat, wo wir unabhängig von der physikalischen Interpretation ebenfalls einen Torus als topologisches Modell angesetzt hatten. “Das Schwarze Loch selbst ist von einer Akkretionsscheibe umgeben, die einen Art Malstrom darstellt, in dem Gezeitenkräfte unerbittlich die einfallende Materie zermalmt und dabei enorm aufheizt. Umgeben ist die ganze Kernregion von einer torusartigen Struktur aus Gas und Staub, das von der Akkretionsscheibe erwärmt und somit im Infrarotbereich sichtbar sein sollte. Die relative Lage dieses Torus zu unserer Sichtlinie bestimmt unsere Sicht auf das Schwarze Loch und somit letztlich unsere Klassifikation der aktiven Galaxie”.

Aus den folgenden Angaben, die wir der Einfachheit und der Authentizität halber wörtlich wiedergeben, geht hervor, dass toroide Strukturen im Universum von bestimmten Attraktoren angezogen werden, und dass dabei die Trajektorien zu

Möbius-Bändern zusammengedreht werden. Nun hatten wir Attraktoren im Zusammenhang mit der Untersuchung der Rolle semiotischer Symmetrien bei Fraktalen im Sinne der semiotischen Repräsentation von Selbstähnlichkeit bereits durch die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) bestimmt. Damit findet also nicht nur der Torus, sondern finden auch unsere Möbius-Leitern ihr physikalisches Pendant:

"The Lorenz attractors look rather like a mask with two eye-holes, but twisted so that the left- and right-hand sides bend in different directions. How can it lead to chaos? The answer is geometrical, and simple. Trajectories wind round the two eyeholes of the mask, where both eyeholes merge together. Whichever direction you have come from, you still have a choice. Moreover, points that start close together get stretched apart as they circulate round the attractor, so they 'lose contact', and can follow independent trajectories. This makes the sequence of lefts and rights unpredictable in the long term. This combination of factors, stretching points apart and 're-injecting' them back into small regions, is typical of all strange attractors. Another typical feature is that they are fractals, that is, they have complete structure on any scale of magnification. It may appear that the Lorenz attractor is a smooth surface; if you work closely enough, you'll find that it has infinitely many layers like an extreme version of puff pastry. [...] The so-called Rossler attractor, for example, resembles a Mobius band and lives in three-dimensional space. Trajectories loop round and round the band. Because of the way the band folds up, the precise position across the width of the band varies chaotically. Thus the direction across the band contains the main part of the chaos; that round the band is much tamer. Imagine a paper hoop stretched out across the band. Any given trajectory jumps through the hoop, meeting the paper in a single point; then wanders round the attractor, then jumps through the hoop again at some other point. This process defines a mapping from the paper to itself; that is, a rule assigning to each point of the paper another point, its image. Here, the image of a given initial point is just its point of first return. The paper hoop is a Poincare section, and the 'first return' rule is its Poincare mapping can be described as follows. Stretch the original sheet of paper out to make it long and thin; bend it into a U-shape, and replace it within its original outlines. We obtain a kind of stroboscopic view or cross-section of the dynamics of the full system by iterating or repeatedly applying the Poincare mapping. We lose some information - such as precisely what happens in between returns to the hoop - but we capture a great deal of the dynamics, including the distinction between order and chaos. [...] Any change in the qualitative nature of the attractor is called a bifurcation. More complicated bifurcations can create strange attractors from conventional ones. Thus bifurcations provide a route from order to chaos, and it is by studying such routes that most of our understanding of chaos has been obtained. For example, if a fluid is pumped along at faster and faster speeds, it makes a sudden transition from smooth flow to turbulent flow. At least in some specific cases this transition is accurately modelled by bifurcation from a torus to a strange attractor. Turbulence is topological» (Stewart 1989).

Der Zusammenhang zwischen dem semiotischen Torus und den semiotischen Möbius-Leitern wird bekräftigt durch die physikalischen Ergebnisse von Ynnerman et al. (2002, S. 18): "Regular and stochastic behavior in single particle orbits in static magnetic reversals have wide application in laboratory and physical plasmas. In a simple magnetic reversal, the system has three degrees of freedom but only two global (exact) constants of the motion; the system is nonintegrable and the particle motion can, under certain conditions, exhibit chaotic behavior. Here, we consider the dynamics when a constant shear field is added. In this case, the form of the potential changes from quadratic to velocity dependent. We use numerically integrated trajectories to show that the effect of the shear field is to break the symmetry of the system so that the topology of the invariant tori of regular orbits is changed. In this case, invariant tori take the form of nested Moebius strips in the presence of the shear field. The route to chaos is via bifurcation (period doubling) of the Moebius strip tori".

Semiotisch gesehen sind die Symmetrien natürlich die beiden zueinander inversen eigenrealen Zeichenklassen (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3) und (1.3 2.2 3.1 × 1.3 2.2 3.1), wobei die 3 Grade der Freiheit von innerhalb des Torus aus gesehen in der Entscheidung für die beiden genannten eigenrealen Zeichenklassen oder die

Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3), also für "starke" oder "schwächere" Eigenrealität im Sinne Benses (1992, S. 40) bestehen, die ja gerade die drei semiotischen Repräsentationen eines semiotischen Diamanten ausmachen. Diese physikalische Freiheit fällt natürlich chaostheoretisch mit der Bifurkation und semiotisch mit dem Weg vom indexikalischen Objektbezug (2.2) zu den drei möglichen Pfaden zusammen:

$$\begin{array}{lll} & & (1.3\ 2.2\ 3.1) \times (1.3\ 2.2\ 3.1) \times \ldots \\ & \nearrow & \\ (3.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.3) \times \ldots & & \\ & \searrow & \\ & & (3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \times \ldots \end{array}$$

In diesem Schema der **kosmologisch-semiotischen Freiheit** haben also sowohl das Universum als auch das Individuum im Bifurkations-Punkt (2.2) noch die **Wahl** zur kosmischen oder zur chaotischen Entwicklung. Nachdem die "**Kategorien-Falle**" (2.2) passiert ist, gibt es also, angelangt auf der inversen Möbius-Leiter (1.3 2.2 3.1) × (1.3 2.2 1.3) × ..., welche die Domänen der hetero-morphischen Komposition, der logischen Rejektion und der Phantasie/Verzweiflung repräsentiert, keine Rückkehr mehr, denn durch keine semiotische Operation kann der Transit zur nicht-invertierten Eigenrealität (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3) wiederhergestellt werden. Das ist die "Reise ins Licht", von der in Kap. 6 meines Buches "In Transit" (Toth 2008) die Rede war und die hier also eine ebenso existentialistische wie kosmologische Deutung gefunden hat. Mitterauer (2004) hat also, wie schon in "In Transit" von mir vermutet, nicht recht, wenn er als polykontxturale Ursache für Dissoziation die Unfähigkeit zur Rejektion ansetzt. Es handelt sich im genauen Gegenteil darum, dass bei Dissoziation nur noch rejiziert und also die Kontrapositionen von Proposition und Opposition nicht mehr **akzeptiert** werden können. Der durch philosophische ebenso wie physikalische, mathematische und logische Fakten gestützte semiotisch-topologische Grund für den "Trip into the Light" (R.W. Fassbinder) ist also mit dem Ende von Kafkas Erzählung "Der Landarzt" identisch: "Einmal dem Fehlläuten der Nachtglocke gefolgt – es ist niemals mehr gutzumachen" (Kafka 1985, S. 128). Der Kosmos ebenso wie das Individuum haben diese 3fache Wahl am Bifurkationspunkt, der im übrigen mit Panizzas “Dämon” identisch ist (Panizza 1895, S. 25), wo also Ego und Alter-Ego einander gegenübertreten, und diese Wahl ist ein Teil der Freiheit des Individuums ebenso wie des Kosmos. Die Freiheit der Wahl aber impliziert eine Entscheidung – das Folgen oder Nicht-Folgen der “Nachtglocke”. Diese Entscheidung ist jedoch genauso wenig wie das Abdriften kosmischer Strukturen ins Chaotische eine Krankheitserscheinung, sondern primär ein mathematischer, ein logischer und ein semiotischer Prozess und sekundär allenfalls, wie ebenfalls bereits in “In Transit” vermutet, für das Individuum ein soziologischer und für das Universum ein physikalischer Prozess.

Literatur

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 74-76, 1994, S. 3-34

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Aesthetica. 2. Aufl. Baden-Baden 1982

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Carroll, Lewis, Alice hinter den Spiegeln. Dt. von Christian Enzensberger. Frankfurt am Main 1983

George, Stefan, Werke. Ausgabe in vier Bänden. Bd. 2. München 1983

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo, Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos. Baden-Baden 1976

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf

Kaehr, Rudolf, Double Cross Playing Diamonds. 2008. www.rudys-diamond-strategies.blogspot.com

Kafka, Franz, Sämtliche Erzählungen, hrsg. von Paul Raabe. Frankfurt am Main 1985

Kern, Udo, Leib und Seele in theologischer Sicht. Ringvorlesung der Physik, Universität Rostock, 12.11.2007. http://www.physik.uni-rostock.de/aktuell/Ring/U_Kern_Leib-Seele2.pdf

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984 (1984a)

Kierkegaard, Søren, Die Krankheit zum Tode. Frankfurt am Main 1984 (1984b)

Kramer, Peter/ Lorente, Miguel, The double torus as a 2D cosmos, in: Journal of Physics A 35, 2002, S. 1961-1981

Luminet, Jean-Pierre/Roukema, Boudewijn F., Topology of the universe: theory and observation. 1999. http://fr.arxiv.org/abs/astro-ph/9901364

Mitterauer, Bernhard, Too soon of earth: towards an interdisciplinary theory of schizophrenia. 2004 www.sbg.ac.at/fps/people/Mitterauer/Too%20soon%20on%20earth.pdf

Munkres, James R., Topology. 2. Aufl. Prentice-Hall 2000

Natorp, Paul, Platos Ideenlehre. Leipzig 1903

Novalis, Werke in einem Band. Hrsg. von Hans-Joachim Mähl und Richard Samuel. München 1995

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Platon, Sämtliche Dialoge, hrsg. von Otto Apelt. 7 Bde. Hamburg 2004

Stewart, Ian, Portraits of chaos. 1989. http://www.newscientist.com/article/mg12416893.100-portraits-of-chaos-the-latest-ideas-in-geometry-arecombining-with-hightech-computer-graphics--the-results-are-providingstunning-new-insights-into-chaotic-motion.html

Toth, Alfred, Das eigenreale Selbst. Notizen zu Kierkegaards "Krankheit zum Tode". In: European Journal for Semiotic Studies 7, 1995, S. 717-725

Toth, Alfred, Die Geburt semiotischer Sterne. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 48/4, 2007, S. 183-188

Toth, Alfred, In Transit. A mathematical-semiotic theory of Decrease of Mind based on polycontextural Diamond Theory. Klagenfurt 2008

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Weeks, Jeffrey, The Poincaré dodecahedral space and mystery of the missing fluctuations. In: Notices of the American Math. Society 51/6, S. 610-619

Ynnerman, A.; Chapman, S.C.; Ljung, P.; Andersson, N., Bifurcation to chaos in charged particle orbits in a magnetic reversal with shear field. In: Plasma Science, IEEE Transactions 30/1, Feb. 2002, S. 18-19

Protozahlen und Primzeichen

1. Den ersten drei Peano-Zahlen entsprechen die folgenden Proto-Zahlen:

1 1:1
2 2:1, 2:2
3 3:1, 3:2, 3:3

Eine Proto-Zahl ist eindeutig definiert durch ein Zahlen-Paar m:n, wobei m die Länge der Kenofolge und n der Akkretionsgrad ist. "Die Protozahlen sind den klassischen natürlichen Zahlen am nächsten. Beim Nachfolger spielt nur der Zahl-WERT eine Rolle, nicht aber die Stelle, wo er steht" (Kronthaler 1986, S. 40).

Wie die Peanozahlen, haben die Protozahlen hat jeweils genau 1 intra-kontexturellen Vorgänger und Nachfolger: "Der relationale Charakter ist gegenüber den Protozahlen weiter ausgeprägt. Während nämlich für die Ziffernfolge der Protozahlen genauso wie für Peanozahlen beim Nachfolger n+1 immer auf n folgt, falls n+1 $\leq$ m oder Basis $\geq$ n+1, ist dies bei Deuterozahl-Nachfolgern nicht mehr der Fall" (Kronthaler 1986, S. 41).

Anders als die Peanozahlen, haben Protozahlen jedoch jeweils 2 trans-kontexturelle Vorgänger und Nachfolger: "Jede Protozahl besitzt also genau 2 Trans-Nachfolger, einen rein iterativ-AKKRETIVEN (0) und einen akkretiv-AKKRETIVEN (M+1)" (Kronthaler 1986, S. 56). In der obigen Darstellung sind also (2:1) und (2:2) die Proto-Trans-Nachfolger von (1:1), (3:1) und (3:2) die Proto-Trans-Nachfolger von (2:1) und (3:2) und (3.3) die Proto-Trans-Nachfolger von (2:2).

2. Die kleine semiotische Matrix enthält nun die Subzeichen (1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3), die man als die durch Subzeichenwerte belegten Kenofolgen der ersten drei Protozahlen auffassen kann (Toth 2003). Wie man feststellt, enthält aber die kleine semiotische Matrix gegenüber den Protozahlen zusätzlich die Subzeichen (1.2), (1.3) und (2.3), die bei einer qualitativ-mathematischen Interpretation der Proto-Kenofolgen mit (2.1), (3.1) und (3.2)

identisch wären bzw. durch einen Proto-Normalformoperator mit diesen zusammenfallen würden. Mit anderen Worten: (nicht-identische) duale Subzeichen entstehen erst beim Übergang Proto-Kenozahlen $\rightarrow$ Primzeichenrelation und werden erst dort kategorial und kategorietheoretisch interpretiert, d.h. kategorial als Unterscheidung von Sinzeichen (1.2) und Icon (2.1) bzw. Symbol (2.3) und Dicent (3.2) und kategorietheoretisch als Emergenz inverser Morphismen.

3. Wir wollen uns hier fragen, wie viele Zeichenklassen man mit den als Subzeichen interpretierten Protozahlen bilden könnte und wie viele davon als reguläre Zeichenklassen im Sinne der semiotischen "Wohlgeordnetheit" fungieren.

Die als Subzeichen interpretierten Protozahlen (1.1), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2), (3.3) können ohne Rücksicht auf semiotische "Wohlgeordnetheit" zu folgenden Zeichenklassen kombiniert werden:

1. $\underline{3.1\ 2.1\ 1.1}$
2. 3.1 2.2 1.1
3. 3.2 2.1 1.1
4. 3.2 2.2 1.1
5. 3.3 2.1 1.1
6. 3.3 2.2 1.1,

von denen also nur die unterstrichene, die erste Hauptzeichenklasse, regulär ist. Unter den 6 möglichen Proto-Zeichenklassen ist allerdings auch die Genuine Kategorienklasse (Bense 1992, S. 52).

Die 6 Proto-Zeichenklassen haben nun die folgende kategorietheoretische Struktur:

1. $[\underline{\alpha°\beta°, \alpha°, id1}]$
2. $[\alpha°\beta°, id2, id1]$

3. [$\beta°$, $\alpha°$, id1]
4. [$\beta°$, id2, id1]
5. [id2, $\alpha°$, id1]
6. [id3, id2, id1]

Wie man sieht, ist der Morphismus id1 in allen Proto-Zeichenklassen vererbt (vgl. Bense 1976, S. 117; Touretzky 1986). Da die Proto-Zeichenklassen während der Vermittlung von Kenozeichen und Primzeichen gebildet werden, dürfen wir hierin die Repräsentation der reperotiellen Selektion durch die semiotische Hypotypose sehen (Bense 1981, S. 56, Toth 2007). Die Proto-Zeichenklassen 2. – 5. zeigen also den semiotischen Strukturreichtum, der durch Belegung der Proto-Kenozahlen durch Primzeichen entsteht, und zwar bevor er durch die Bildung von Subzeichen aus diesen Primzeichen mit einhergehender Monokontexturalisierung durch Zulassung inverser Morphismen wieder verschwindet.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
Toth, Alfred, Semiotische Thetik, Hypotypose und Modelltheorie. 2007 (= Kap. 11)
Touretzky, David S., The Mathematics of Inheritence Systems. London 1986

*