

Prof. Dr. Alfred Toth

Spurenklassen

1. Wie immer, benutzen wir als Ausgangsbasis der semiotischen Spuretheorie die in Toth (2009) eingeführte spurentheoretische Matrix

$$\begin{pmatrix} \emptyset_M & M_O & M_I & M_M \\ \emptyset_O & O_O & O_I & O_M \\ \emptyset_I & I_O & I_I & I_M \end{pmatrix}$$

Wie in der semiotischen Kategorientheorie, werden bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken einerseits die triadischen Hauptwerte, andererseits die trichotomischen Stellenwerte aufeinander abgebildet. Wenn wir also von dem allgemeinen Schema einer Zeichenklasse

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

ausgehen, so haben wir

$$\mathcal{F}(\text{Td}) = (3.) \rightarrow (2.) \rightarrow (1.)$$

$$\mathcal{F}(\text{Tt}) = (.a) \rightarrow (.b) \rightarrow (.c).$$

Zeichenklassen und Realitätsthematiken lässt sich dann natürlich definieren als

$$\text{Zkl} = \mathcal{F}(\text{Tt}) \circ \mathcal{F}(\text{Td})$$

$$\text{Rth} = (\mathcal{F}(\text{Tt}) \circ \mathcal{F}(\text{Td}))^\circ = \mathcal{F}(\text{Td}) \circ \mathcal{F}(\text{Tt}).$$

Während aber in der Kategoriethorie die beiden Abbildungstypen, d.h. $\mathcal{F}(\text{Td})$ und $\mathcal{F}(\text{Tt})$, über ein und derselben morphismischen Matrix definiert sind (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), sind die beiden Abbildungen in der „umgekehrten“ Kategoriethorie der semiotischen Spuretheorie verschieden. Im Gegensatz zu

den morphismischen Abbildungen der Triaden, d.h. $\mathcal{F}_{\text{cat}}(\text{Td})$, ist in der „umgekehrten“ Kategorietheorie $\mathcal{F}_{\text{spu}}(\text{Td}) = \text{const.}$

2. Die letzteren Feststellungen sollen nun anhand der 10 Peirceschen Zeichenklassen im Detail aufgezeigt werden. Zuerst wird jeder Zeichenklasse direkt in eine Spurenklasse „übersetzt“. Anschliessend werden aber die Spurenklassen getrennt für Triaden (durch $\mathcal{F}_{\text{spu}}(\text{Td})$) und für Trichotomien (durch $\mathcal{F}_{\text{spu}}(\text{Tt})$) bestimmt. Das Ergebnis sind nicht weniger als 3 verschiedene Spurenklassen vor Zeichenklasse.

1. (3.1 2.1 1.1) \rightarrow $(I_M O_M M_M)$
Triade: (O M I)
Trichotomie: (M M M)
2. (3.1 2.1 1.2) \rightarrow $(I_M O_M M_O)$
Triade: (O M I)
Trichotomie: (M O M)
3. (3.1 2.1 1.3) \rightarrow $(I_M O_M M_I)$
Triade: (O M I)
Trichotomie: (M I M)
4. (3.1 2.2 1.2) \rightarrow $(I_M O_O M_O)$
Triade: (O M I)
Trichotomie: (O O M)
5. (3.1 2.2 1.3) \rightarrow $(I_M O_O M_I)$
Triade: (O M I)
Trichotomie: (O I M)
6. (3.1 2.3 1.3) \rightarrow $(I_M O_I M_I)$
Triade: (O M I)
Trichotomie: (I I M)
7. (3.2 2.2 1.2) \rightarrow $(I_O O_O M_O)$
Triade: (O M I)
Trichotomie: (O O O)

8. (3.2 2.2 1.3) \equiv $(I_O O_O M_I)$
 Triade: $(O M I)$
 Trichotomie: $(O I O)$

9. (3.2 2.3 1.3) \equiv $(I_O O_I M_I)$
 Triade: $(O M I)$
 Trichotomie: $(I I O)$

10. (3.3 2.3 1.3) \equiv $(I_I O_I M_I)$
 Triade: $(O M I)$
 Trichotomie: $(I I I)$

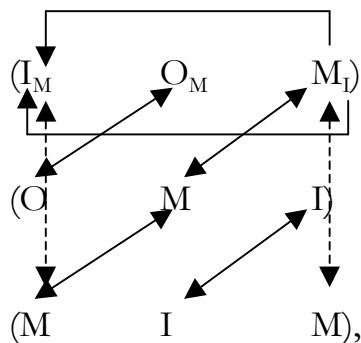
Es gilt also z.B.

$\mathcal{F}_{\text{cat}}(\Gamma d) (3.1 2.1 1.1) = (I_M O_M M_I)$

$\mathcal{F}_{\text{spu}}(\Gamma d) (3.1 2.1 1.3) = (O M I)$

$\mathcal{F}_{\text{spu}}(\Gamma t) (3.1 2.1 1.1) = (M I M)$, usw.,

d.h. der relationale Zusammenhang zwischen \mathcal{F}_{cat} und \mathcal{F}_{spu} bzw. zwischen Kategorien- und Spuretheorie ist:



oder intuitiv ausgedrückt: in einer dreistelligen Relation mit den Gliedern x, y, z sind die Spuren immer (y, z, x) , d.h. bei Dyaden $(a.b c.d e.f)$ sind die beiden Spuren $(c e a)$ und $(d f b)$. Dagegen wären die kategoriethoretischen Morphismen zwischen den Triaden (Hauptwerten) als $[a.c]$ und $[c.e]$, evtl., wenn zyklische Gruppe vorliegt, noch als $[e.a]$, und zwischen den Trichotomien (Stellenwerten) als $[b.d]$, $[d.f]$, evtl. (zyklisch) als $[f.b]$ definiert. Man kann also ohne weitere neben der Kategoriethorie eine nicht-triviale „Spuretheorie“ (die dann vielleicht einen besseren Namen haben sollte) konstruieren, die ausserhalb

des semiotischen Kontextes eine eigene mathematische Disziplin sein kann. Die Mathematik könnte in diesem Fall nicht nur auf Zahlen- und Mengen- sowie Kategoriethorie begründet werden, sondern zusätzlich auf der „Spurentheorie“.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Nullzeichen und kategoriale Spur. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

22.10.2009