Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Submatrizen, Subklassen und Subrelationen

1. Bei der Definition der tetradisch-trichotomischen präsemiotischen Zeichenrelation

PZR = (0., .1., .2., .3.)

und ihrem Vergleich mit der in ihr eingebetteten triadisch-trichotomischen semiotischen Zeichenrelation

ZR = (.1., .2., .3.)

haben wir gesehen, dass in PZR die Kategorie der Nullheit triadisch undefiniert ist, weshalb sie nur mit einem Punkt rechts, nicht aber links des Null-Symbols markiert ist (0.). Diese Schreibweise deutet also an, dass in PZR zwar die Trichotomien

(0.1), (0.2, (0.3),

nicht aber die Triaden

(0.0), (1.0), (2.0), (3.0)

definiert sind. Der Punkt rechts, nicht aber links des Kategoriensymbols ist also einerseits dafür verantwortlich, dass PZR eine tetradische, aber nur eine trichotomische und keine tetratomische Relation ist, und anderseits, dass die zu PZR gehörige semiotische Matrix deswegen nicht-quadratisch ist.

2. PZR = $ZR_{4,3}$ ist aber bei genauerem Besehen nur eine von mehreren Möglichkeiten, ausgehend von der nächst höheren quadratischen Zeichenrelation

$ZR_{4,4}$ = (.0., .1., .2., .3.)

und ihrer zugehörigen quadratischen 4 × 4-Matrix

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

durch systematische Entfernung n-adischer und/oder n-atomischer Kategorien semiotische Submatrizen und, auf ihrer Basis, semiotische Subklassen bzw. Subrelationen zu konstruieren.

Wegen PZR = $ZR_{4,3}$ gehen wir also von der nächst höheren quadratischen Relation $ZR_{4,4}$ aus und reduzieren systematisch die trichotomischen und die triadischen Werte. Dann erhalten wir die folgenden Subrelationen:

$ZR_{4,4}$ = (.0., .1., .2., .3.)	
$ZR_{4.3}$ = (0., .1., .2., .3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0, .1., .2., .3.)
$ZR_{4.3}$ = (.0., 1., .2., .3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0., .1, .2., .3.)
$ZR_{4.3}$ = (.0., .1., 2., .3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0., .1., .2, .3.)
$ZR_{4.3}$ = (.0., .1., .2., 3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0., .1., .2., .3)
$ZR_{4.3}$ = (0., 1., .2., .3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0, .1, .2., .3.)
$ZR_{4.3}$ = (.0., 1., 2., .3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0., .1, .2, .3.)
$ZR_{4.3}$ = (.0., .1., 2., 3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0., .1., .2, .3)
$ZR_{4.3}$ = (0., .1., 2., .3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0, .1., .2, .3.)
$ZR_{4.3}$ = (.0., 1., .2., 3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0., .1, .2., .3)
$ZR_{4.3}$ = (0., .1., .2., 3.)	$ZR_{3,4}$ = (.0, .1., .2., .3)

Ausgehend von ZR = $ZR_{3,3}$ bekommen wir:

$ZR_{3,3}$ = (.1., .2., .3.)	
$ZR_{3,2}$ = (1., .2., .3.)	$ZR_{2,3}$ = (.1, .2., .3.)
$ZR_{3,2}$ = (.1., 2., .3.)	$ZR_{2,3}$ = (.1., .2, .3.)
$ZR_{3,3}$ = (.1., .2., 3.)	$ZR_{2,3}$ = (.1., .2., .3)
$ZR_{3,2}$ = (1., 2., .3.)	$ZR_{2,3}$ = (.1, .2, .3.)
$ZR_{3,2}$ = (.1., 2., 3.)	$ZR_{2,3}$ = (.1., .2, .3)
$ZR_{3,2}$ = (1., .2., 3.)	$ZR_{2,3}$ = (.1, .2., .3)
$ZR_{3,2}$ = (1., 2., 3.)	$ZR_{2,3}$ = (.1, .2, .3)

Wir haben in beiden Tabellen stillschweigend vorausgesetzt, dass mindestens ein Wert, d.h. entweder der n-adische Haupt- oder der n-atomische Stellenwert n = 3 sein muss, da wir Probleme haben, n-adisch m-atomische Relationen für $n \leq 3$ und $m \leq 3$ noch als Zeichenrelationen zu deuten; vgl. jedoch Ditterich (1990, S. 29), wo die Saussuresche Zeichenrelation als $ZR_{2,2}$ im Sinne einer Teilrelation von $ZR_{3,3}$ interpretiert wird.

3. Wenn wir nun statt von Relationen von Matrizen ausgehen, können wir, wiederum auf der Basis der zu PZR = $ZR_{4,3}$ nächst höheren quadratischen Matrix über $ZR_{4,4}$, diese Matrix in 16 "Blöcke" wie folgt in 16 Blöcke (1A), (1B), (1C), ..., (A1), (A2), (A3), ... teilen, deren jeder durch ein Subzeichen im Sinne eines cartesischen Produktes über $ZR_{4,4}$ besetzt ist:

	A	B	C	D
1	0.0	0.1	0.2	0.3
2	1.0	1.1	1.2	1.3
3	2.0	2.1	2.2	2.3
4	3.0	3.1	3.2	3.3

Unsere oben kurz formulierte Bedingung, dass eine Zeichenklasse mindestens eine triadische Relation sein muss, bedeutet vor dem Hintergrund dieser Blockmatrix dann, dass mindestens drei verschiedene Subzeichen pro Kolonne in eine Relation eingehen müssen, wobei die Subzeichen natürlich nicht den gleichen Kolonnen angehören müssen. D.h. wenn a_{ij} (mit i für den triadischen Haupt- und j für den trichotomischen Stellenwert) für einen Eintrag steht, dann ist eine minimale Zeichenklasse also eine triadische Relation (a_{ij}, b_{kl}, c_{mn}) mit $i \neq k \neq m$, wobei j, l, n nicht eingeschränkt werden: Ist $j = l = n$, dann entstammen sie der gleichen Trichotomie (Kolonne); ist $j = l \neq n$ oder $j \neq l = n$ oder $j \neq l \neq n$, dann liegen verschiedene Trichotomien (Kolonnen) vor. Ist $i = k = m$, gehören alle Subzeichen der gleichen Triade (Zeile) an, bei $i \neq k = m$, $i = k \neq m$ und $i \neq k \neq m$ ist dies nicht der Fall, und nur im letzten Fall ist eine triadische Zeichenrelation also eine Zeichenklasse bzw. Subklasse einer tetradischen Zeichenklasse.

4. Als interessante Frage stellt sich daher, welche und wie viele Zeichenklassen sich mittels Submatrizen bzw. Subrelationen konstruieren lassen.

1. Für $ZR_{4,4}$ = (.0., .1., .2., .3.) sind es die in Toth (2008a, S. 179 ff.) aufgelisteten 35 Zeichenklassen.

2. Für $ZR_{4,3}$ = (0., .1., .2., .3.) sind es die z.B. in Toth (2008b, S. 12 ff.) aufgelisteten 15 Zeichenklassen.

Für die übrigen Fälle von $ZR_{n,n-1}$ müssen wir die Zeichenklassen konstruieren.

3. $ZR_{3,4}$ = (.0, .1., .2., .3.) besagt, dass die Nullheit sich nur mit triadischen Hauptwerten kombinieren lässt. Daher erhalten wir also zuerst die folgende 3×4 Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.0 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.0 & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.1. Zunächst erhalten wir also die den (von unten nach oben gelesenen) Kolonnen entsprechenden Zeichenklassen:

(3.0 2.0 1.0)
(3.1 2.1 1.1)
(3.2 2.2 1.2)
(3.3 2.3 1.3)

3.2. Da das semiotische inklusive Ordnungsprinzip (3.a 2.b 1.c 0.d) mit a ≥ b ≥ c ≥ d auch für Subklassen gilt bzw. notwendige Bedingungen an Subrelationen ist, um Subklassen zu sein, erhalten wir die restlichen Zeichenklassen:

(3.0 2.1 1.1)		
(3.0 2.1 1.2)	(3.0 2.2 1.2)	
(3.0 2.1 1.3)	(3.0 2.2 1.3)	(3.0 2.3 1.3)
(3.1 2.1 1.1)		
(3.1 2.1 1.2)	(3.1 2.2 1.2)	
(3.1 2.1 1.3)	(3.1 2.2 1.3)	(3.1 2.3 1.3)
	(3.2 2.2 1.2)	
	(3.2 2.2 1.3)	(3.2 2.3 1.3)
		(3.3 2.3 1.3),

also total 20 Zeichenklassen. Da man dieses Verfahren gemäss unserer obigen Tabelle der Subrelationen beliebig weitertreiben kann, erkennen wir, dass die Anzahl der Zeichenklassen über $ZR_{4,3}$ zuzüglich der Anzahl der Zeichenklassen über $ZR_{3,4}$ gleich der Anzahl der Zeichenklassen über $ZR_{4,4}$ ist. Wenn wir die Notation $|ZR_{n,m}|$ für "die Anzahl von Zeichenklassen über $ZR_{n,m}$" einführen, können wir dieses Ergebnis in dem folgenden semiotischen Satz formulieren:

Satz über die Addition von n-adisch n-atomischen komplementären Zeichenklassen:
$|Zkl_{n,n-1}| + |Zkl_{n-1,n}| = |Zkl_{n,n}|$.

Mit dem Begriff "komplementär" sei dabei gemeint, dass sozusagen der in einer Triade fehlende semiotische Wert durch einen zusätzlichen Wert in der entsprechenden Trichotomie (und umgekehrt) kompensiert wird. Es muss also noch untersucht werden, ob der obige Satz von (n-1) auf (n-2), (n-3), ..., (n-m) verallgemeinert werden kann. Wir formulieren dies also zunächst als Behauptung:

Behauptung über die Addition von n-adisch n-atomischen komplementären Zeichenklassen: $|Zkl_{n,n-m}| + |Zkl_{n-m,n}| = |Zkl_{n,m}|$.

Kennt man also die Anzahl der Zeichenklassen über einer Zeichenrelation $ZR_{n,n}$, dann kann man wegen des obigen semiotischen Satzes auf Grund des semiotischen Inklusionsprinzips und der Matrizen über $ZR_{n-1,n}$ oder über $ZR_{n,n-1}$ die Anzahl der Zeichenklassen entweder über $ZR_{n-1,n}$ oder über $ZR_{n,n-1}$ bestimmen und dann durch einfache Subtraktion die Anzahl der Zeichenklassen der komplementären Zeichenrelation. $ZR_{n-1,n}$ und $ZR_{n,n-1}$ (oder allenfalls sogar $ZR_{n-m,n}$ und $ZR_{n,n-m}$) sind damit Partitionen von $ZR_{n,\acute{n}}$!

Bibliographie

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)