Prof. Dr. Alfred Toth

Substitutionstheorie

STL, Tucson, AZ

Vorwort

Das vorliegende Buch versammelt einige meiner in den Jahren 2008 bis in die Gegenwart geschriebenen Aufsätze zu einer Theorie der Substitutionen in Semiotik, Ontik und Metasemiotik. Von besonderer Bedeutung ist der bisher kaum gewürdigte Substitutionsbegriff in der Semiotik. So kann man sich zwar auf den Standpunkt stellen, ein Zeichen substituiere sein bezeichnetes Objekt. Beispielsweise ist es nicht möglich, die Zugspitze nach Amerika zu senden, aber es ist möglich, ein Photo der Zugspitze nach Amerika zu senden. Das Zeichen als substitutives Metaobjekt macht somit sein Objekt orts- und zeitunabhängig. Allerdings bedeutet Substitution hier nicht dasselbe wie die Ersetzung $C \rightarrow D$ in der Zeichenkette $ACA \rightarrow ADA$, denn hier wird C eliminiert, und an seine Stelle tritt D. Dagegen bleibt aber das Objekt in einem Bezeichnungsprozeß durch das Zeichen stehen, d.h. das Zeichen „verdoppelt“ sozusagen die Welt. Während es sich also bei mathematischen Substitutionen um eliminative Substitutionen handelt, handelt es sich bei Zeichen um substitutive Kopien. Erst der Status der substitutiven Kopie ermöglicht also die Referenz eines Zeichens, denn durch die Substitutionsfunktion wird erst die Abbildungsrelation zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt hergestellt. Ingesamt kann man zwischen den folgenden drei Substitutionstypen unterscheiden

f_1: $(\Omega \leftarrow Z) \rightarrow \{Z, \Omega\}$

f_2: $(\Omega \leftarrow Z) \rightarrow \{Z, \emptyset\}$

f_3: $(\Omega \leftarrow Z) \rightarrow \{\emptyset, \Omega\}$,

wobei der Fall f_1 als Koexistenz von Zeichen und Objekt und die Fälle f_2 und f_3 als Substitutionen von Zeichen oder Objekt zu verstehen sind.

Tucson, 31.10.2019 Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotic antimatroids

1. According to Korte, Lovász and Schrader (1991), an antimatroid is a family of sets F, called feasible sets, which obey the following two properties:

1.1. The union of any two feasible sets is also feasible. That is, F is closed under unions.

1.2. If S is a nonempty feasible set, then there exists some x in S such that S\{x} is also feasible. That is, F is an accessible set system.

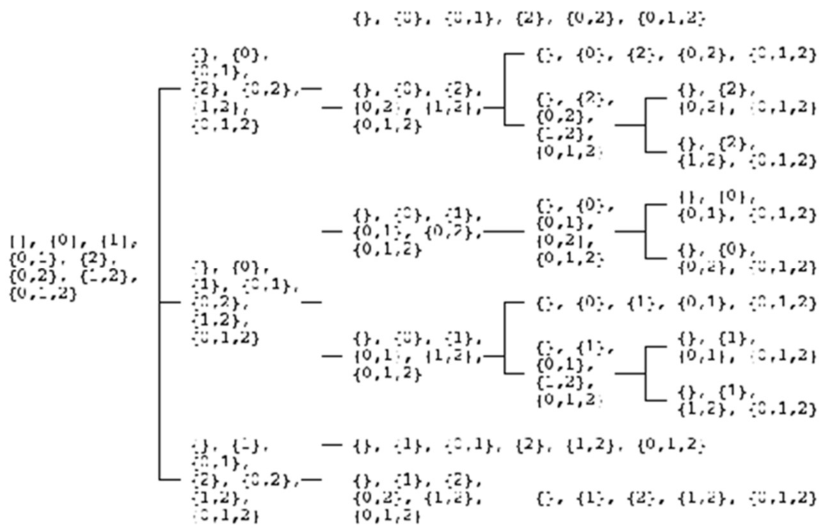
An element x that can be removed from a feasible set S to form another feasible set is called an endpoint of S, and a feasible set that has only one endpoint is called a path of the antimatroid. The subset ordering of the paths forms a partially ordered set, called the path poset of the antimatroid. Each feasible set in an antimatroid is the union of its path subsets. The number of possible antimatroids on a set of elements grows rapidly with the number of elements in the set. For sets with 1, 2, 3, ... elements, the number of possible antimatroids is

1, 3, 22, 485, 59'386 ... (Eppstein 2008).

Thus, the triadic-trichotomic sign relation $SR_{3,3}$ = has 22 possible antimatroids. If we make the following substitutions in the beneath diagram taken from Eppstein (2008)

$\{0\} \rightarrow \{1\}$
$\{1\} \rightarrow \{2\}$
$\{2\} \rightarrow \{3\}$

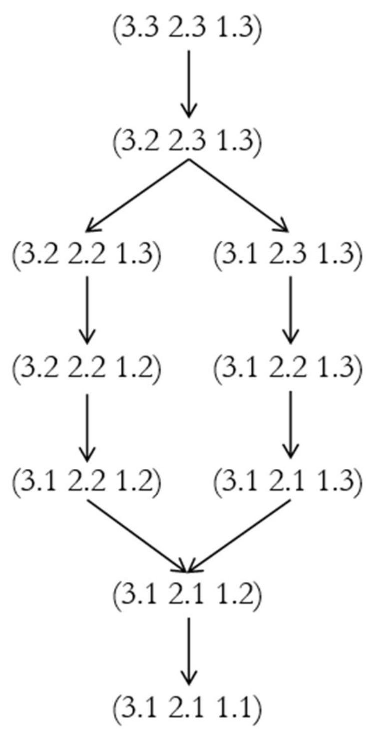
assume the existence of the empty sign as in Toth (2007, pp. 14 ss.), then we get the following diagram showing the 22 antimatroids of $SR_{3,3}$:



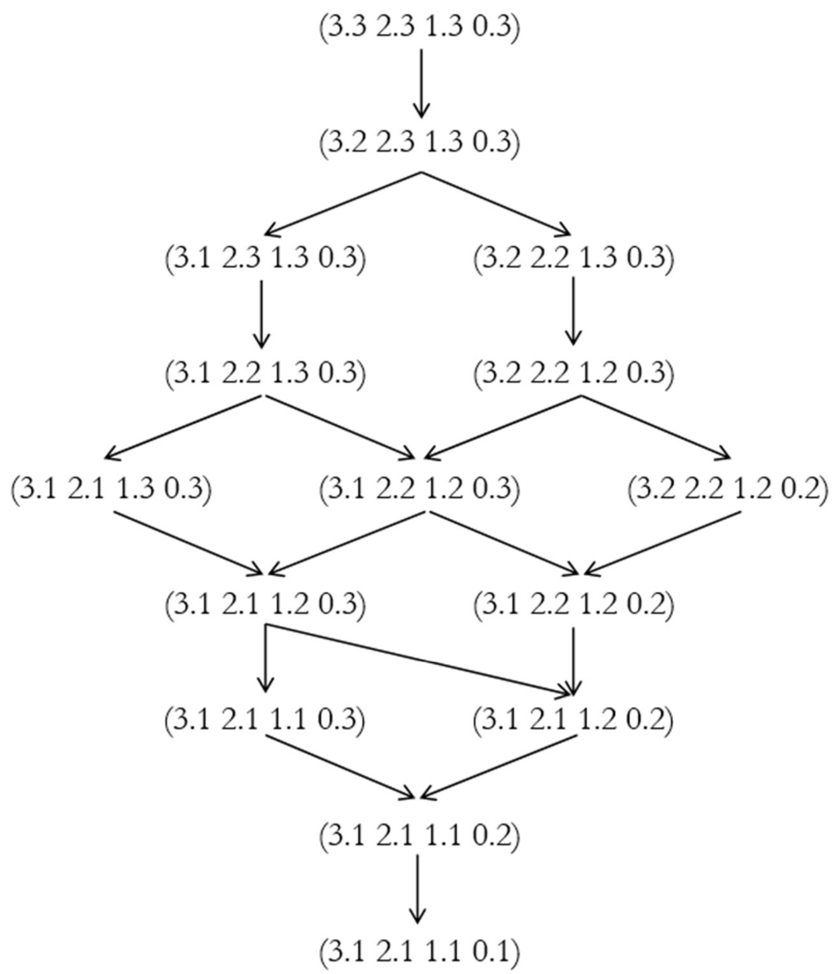
2. A greedoid (F, E) is an accessible set system that satisfies the exchange property:

2.1. For all X,Y □ F with |X| > |Y|, there is some x □ X such that Y □ {x} □ F.

The following semiotic structure shows that the set of the 10 sign classes over $SR_{3,3}$ is not only an antimatroid, but also a greedoid:



The same is true for the set of the 15 sign classes over $SR_{4,3}$:



Therefore, the above partially ordered sets of sign classes over $SR_{3,3}$ and $SR_{4,3}$ can be constructed by a greedy algorithm, that "is just an iterative process in which a locally best choise, usually in input of minimum weight, is chosen each round until all available choices have been exhausted" (Björner and Ziegler 1992):

The above greedy algorithm "determines the minimum number of US coins to give while making change. These are the steps a human would take to emulate a greedy algorithm. The coin of the highest value, less than the remaining change owed, is the local optimum. (Note that in general the change-making problem requires dynamic programming to find an optimal solution; US and other currencies are special cases where the greedy strategy works.)" (http://en.wikipedia.org/wiki/Greedy_algorithm).

Thus, the family of semiotic sets of SS10 and SS15 can be described by antimatroids and greedoids. However, since antimatroids can be viewed as a special case of semimodular lattices, the idea of arranging the sign classes of SS10 in decreasing order by exchanging in each step one of the three sub-signs of a triadic-trichotomic sign class by another sub-sign whose trichotomic representation value is by Rpv = 1 lower than the one in the sign class or sign classes just above, has been applied before; cf., e.g., Walther (1979, pp. 137 s.) for SS10 as a category theoretical lattice, Herrmann 1990) for SS10 as a system of replicas, and Toth (1997, pp. 43 ss.) for a category theoretical antimatroidal network based on trichotomic triads.

Bibliography

Björner, Anders/Ziegler, Günter M., Introduction to greedois. In: White, Neal (ed.), Matroid Applictions. Cambridge, MA 1992, pp. 284-357

Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der 10 Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, pp. 95-102

Korte, Bernhard/Lovász, László/Schrader, Rainer, Greedoids. Berlin and New York 1991

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

Grundriss einer "objektiven Semiotik"

1. Wie ich bereits in Toth (2008b, S. 47 ff.) dargestellt hatte, gibt es mehrere sehr gute Gründe für die Nicht-Arbitrarität von Zeichen. Diese sollen hier ausführlich angegeben werden.

Sowohl Erstheit, Zweitheit als auch Drittheit von Zeichen treten als Triaden selber trichotomisch auf, und zwar im Sinne von kartesischen Produkten aus diesen Triaden:

Trichotomie der Erstheit:	(1.1), (1.2), (1.3)
Trichotomie der Zweitheit:	(2.1), (2.2), (2.3)
Trichotomie der Drittheit:	(3.1), (3.2), (3.3)

Bei der Einführung eines Zeichens setzt also ein Jemand ein Mittel (.1.) als Substitut für ein Objekt (.2.), das dann im Bewusstsein dieses Zeichensetzers in einem Bedeutungskonnex (.3.) fungiert. Hier ergibt sich also ein

Erster Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Die kategoriale Reihenfolge bei der Semiose, d.h. der Transformation eines Objektes in ein Meta-Objekt (Bense 1967, S. 8) ist nicht willkürlich, sondern hat die folgende semiosisch-generative Ordnung: (.1.) > (.2.) > (.3.).

Unter Berücksichtigung der obigen Trichotomien folgt hieraus aber bereits ein

Zweiter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Schon in der ersten Phase der Semiotik, nämlich der thetischen Setzung eines Mittels für ein Objekt, muss der Zeichensetzer sich entscheiden, aus welcher trichotomischen Erstheit er dieses Mittel wählt, d.h. (1.1), (1.2) oder (1.3).

Dasselbe gilt aber natürlich für alle Trichotomien aller Triaden des Zeichens: Es gibt grundsätzlich immer drei Möglichkeiten ((1.1, 1.2, 1.3), (2.1, 2.2, 2.3), (3.1, 3.2, 3.3)) aus denen je ein Subzeichen zur Bildung einer triadisch-trichotomischen Zeichenrelation ausgewählt werden muss:

Dritter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Sowohl im Mittel-, Objekt als auch im Interpretantenbezug muss sich der Zeichensetzer bei der Semiose für je ein trichotomisches Subzeichen zur Bildung einer triadisch-trichotomischen Zeichenrelation entscheiden. Die angebliche Willkürlichkeit von Zeichen ist hier also zunächst doppelt eingeschränkt: Erstens muss je ein monadisches, ein dyadisches und ein triadisches Subzeichen seligiert werden, und zweitens ist diese Wahl auf ein Repertoire von je drei verfügbaren Subzeichen pro Trichotomie beschränkt. Ferner kommt eine weitere Beschränkung dazu: Bei der Semiose müssen sich die ausgewählten trichotomischen Subzeichen auf die semiosische Inklusionsordnung ((1.a), (2.b), (3.c)) mit a ≥ b ≥ c beschränken, wodurch also Pseudo-Zeichenklassen wie *(1.1, 2.2, 3.3) ausgeschlossen und damit die Wahlfreiheit weiter eingeschränkt wird.

Sobald also eine reguläre Zeichenklasse, d.h. eine Zeichenklasse, welche die oben dargestellten Restriktionen befolgt, gebildet ist, ist es möglich, ein Objekt dergestalt in ein Meta-Objekt zu transformieren, dass das es substituierende Zeichen im Sinne einer triadisch-trichotomischen Zeichenklasse dieses Objekt unter möglichst geringem Qualitätsverlust repräsentiert:

Vierter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Wenn ein Objekt durch ein Zeichen substituiert wird, muss verlangt werden, dass die Zeichenklasse, zu welcher das das Objekt repräsentierende Zeichen gehört, die qualitativen Eigenschaften des Objekts bestmöglich erhält.

Wenn also jemand das aktuale Wetter an einem bestimmten Ort und zu einer bestimmten Zeit durch ein Zeichen repräsentieren möchte, so wird er beispielsweise nicht ein Zeichen wählen, welches die Farbe des Himmels, also eine nicht-repräsentative Qualität, substituiert, sondern einen Wetterhahn aufs Dachs montieren, dessen durch den Wind je verschieden gesteuerte Stellung ein bestmögliches mechanisches Abbild einer augenblicklichen Wetterlage abgibt. Da das erste, rein qualitative Zeichen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.1) angehört, während das zweite Zeichen, der Wetterhahn, der Zeichenklasse (3.2 2.2 1.2) zugehört (Walther 1979, S. 82 f.), folgt also die Zuordnung eines Zeichens zu einer Zeichenklasse aus dem oben erwähnten Prinzip der maximalen Qualitätserhaltung eines Objekts durch ein Zeichen in der Semiose. Daraus folgt nun ein

Fünfter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Die Zuordnung von Zeichen zu Objekten ist insofern nicht willkürlich, als der theoretisch unendlichen Menge von Qualitäten der Welt nur 10 Zeichenklassen gegenüberstehen, welche diese Objekte der Welt im Einklang mit dem semiotischen Prinzip der maximalen Qualitätserhaltung von Objekten in Zeichen repräsentieren müssen.

2. Die genannten fünf Gründe für die Nichtarbitrarität von Zeichen könnten nun aber dadurch als sekundär abgetan werden, dass jemand erklärte, immerhin seien Zeichen und ihre Objekte ja zueinander transzendent, und weil zwischen ihnen keine "Brücke hin- und herüberführe" (Hausdorff 1976, S. 27), sei die Entscheidung, welches Zeichen welches Objekt substituiere, primär eben doch arbiträr. Dem widerspricht aber die Möglichkeit, eine Präsemiotik im Sinne einer zwischen ontologischen und semiotischen Räumen (Bense 1975, S. 45, 65 f., Toth 2008a, b) vermittelnden Wissenschaft einzuführen, welche einerseits zwischen Relational- und Kategorialzahlen unterscheidet (Bense 1975, S. 65) und welche anderseits auf dieser Unterscheidung die präsemiotische Trichotomie von "Sekanz, Semanz und Selektanz" (Goetz 1982, S. 28) einführt.

Sehr einfach gesagt, besagt die Unterscheidung von Relational- und Kategorialzahlen, dass ein bei der Zeichensetzung vorgegebenes Objekt zwar noch keine Relationalzahl r, aber bereits die Kategorialzahl $k = 0$ trägt. Daraus folgt, dass in Zeichen bei monadischen Relationen $r = 1$, bei dyadischen Relationen $r = 2$ und bei triadischen Relationen $r = 3$, dass also $r > 0$ und dass daher die zur Kennzeichnung einer Zeichenrelation verwendeten Indizes k und r nur im Falle der triadisch-trichotomischen Semiotik identisch sind. So können also im Anschluss an Bense (1975, S. 65) die drei Trichotomien des Zeichens wie folgt notiert werden:

$ZR_{k=r=1}$, $ZR_{k=1, r=2}$, $ZR_{k=1, r=2}$,
$ZR_{k=2, r=1}$, $ZR_{k=r=2}$, $ZR_{k=2, r=3}$,
$ZR_{k=3, r=1}$, $ZR_{k=3, r=2}$, $ZR_{k=r=3}$.

Wie man leicht erkennt, kann man mit Hilfe des Benseschen "Tricks" der Zuschreibung einer Kategorialzahl zu einem Objekt dieses Objekt gerade durch diese Kategorialzahl in eine präsemiotische tetradische Relation einführen:

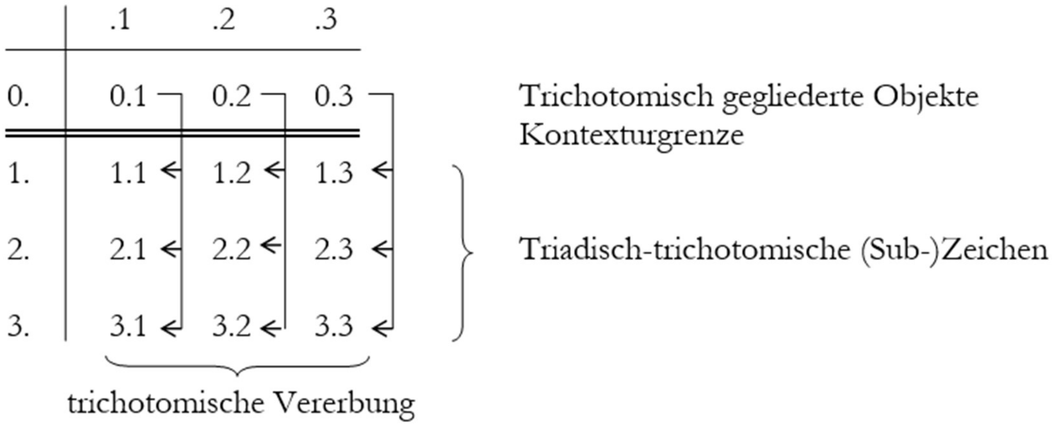
$PZR = (0., .1., .2., .3.)$

Durch diese Kategorialisierung eines Objekts wird also dieses Objekt zwar nicht zum Zeichen, aber als 0-stellige Relation Teil der tetradischen präsemiotischen Relation, welche das bisher fehlende Verbindungsglied zwischen den Objekten der ontologischen Räume und den Zeichen der semiotischen Räume darstellt, wie Bense im Anschluss an seinen Lehrer Oskar Becker formulierte. Damit ist also kurz gesagt der angeblich transzendentale Abgrund zwischen Zeichen und Objekten überbrückbar und im Sinne des Novalis zu einem "sympathischen Abgrund" geworden.

Wenn aber Zeichen und Objekte nicht länger ewig transzendent zueinander sind, folgt automatisch, dass von einer Arbitrarität der Zeichen nicht die Rede sein kann. Bevor wir in einer späteren Arbeit aufzeigen werden, dass der weitaus grösste Teil der Semiotiken vor der Saussureschen linguistischen Semiotik (1916) nicht-arbiträre Zeichentheorien waren und dass die Semiotik hier insofern das Schicksal der Logik teilt, als die nicht-arbiträre Semiotik ebenso wie die qualitativ-quantitative Logik Platons dem Aristotelischen Reduktionismus der Elimination aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität, wie sich Hegel ausgedrückt hatte, zum Opfer fiel, wollen wir noch eine weitere, und zwar die grundlegendste Restriktion der angeblichen Arbitrarität der Zeichen formulieren:

Sechster Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Die Einführung der präsemiotischen Trichotomie von Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3) besagt, dass die trichotomische Struktur der monadischen, der dyadischen und der triadischen Zeichenrelation aus der präsemiotischen Phase zwischen Objekten und ihrer Einbindung in Semiosen in die semiotische Phase der repräsentierenden Substitution von Objekten durch Zeichen vererbt sind.

Das bedeutet also, dass bereits kategoriale Objekte ($O_{k=0}$) präsemiotisch "imprägniert" sind, je nachdem, ob sie später durch ein erstheitliches, ein zweitheitliches oder ein drittheitliches Mittel repräsentiert werden. Diese präsemiotische Trichotomie ist also der tiefste Grund dafür, weshalb nach der Entfernung der künstlich eingeführten transzendenten Distanz zwischen Zeichen und Objekten keine Arbitrarität mehr möglich ist:



Nur weil den in eine Semiose einzuführenden vorgegebenen Objekten bereits eine dreifache präsemiotische Kategorisierung eignet, die später auf die semiotischen trichotomischen Triaden weitervererbt wird, ist es unmöglich, etwa in dem weiter oben gegebenen Beispiel das aktuelle Wetter im Einklang mit dem Prinzip der maximalen qualitativen Erhaltung von Objekten durch Zeichen mittels der Zeichenklasse der reinen Qualität und statt dessen mittels der Zeichenklasse des vollständigen Objektes zu repräsentieren. Falls nämlich diese kategoriale Aufsplitterung der Objekte erst semiotisch, d.h. post-objektiv wäre, gäbe es keine Möglichkeit, die angebliche Transzendenz zwischen Objekten und Zeichen kategoriell zu überbrücken, und die trichotomische Zugehörigkeit jeder monadischen, dyadischen und triadischen Zeichenrelation wäre erst post semiosem, also nach der thetischen Einführung von Zeichen eingeführt und damit natürlich arbiträr. Eine solche Arbitrarität würde aber den 5 Gründen für die Nichtarbitrarität von Zeichen widersprechen, die unabhängig von der präsemiotischen Ebene und erst auf semiotischer Ebene fungieren. Würde man also die trichotomische Aufsplitterung erst für die semiotischen Triaden und damit nach der Einführung eines Zeichens für ein Objekt ansetzen, dann könnte man nicht erklären, warum neben (3.2 2.2 1.2) nicht auch (3.1 2.1 1.1) oder eine beliebige der 10 möglichen Zeichenklassen das aktuale Wetter repräsentieren kann und generell warum es überhaupt nur 10 Zeichenklassen gibt, warum es überhaupt verschiedene Zeichen gibt (d.h. warum Zeichen verschiedenen Zeichenklassen angehören), etc. Kurz: Die 5 rein semiotischen Gründe wären nicht erklärbar. Mit dem 6. präsemiotischen Grund für die Nicht-Arbitrarität von Zeichen werden sie jedoch in den Rahmen einer konsistenten präsemiotisch-semiotischen Theorie der Semiose eines Zeichens zwischen dem Objekt, das es substituiert und der Zeichenklasse, in der es repräsentierend fungiert, eingebaut, welche mit der natürlichen Vorstellung der Genese eines Zeichens in Einklang steht.

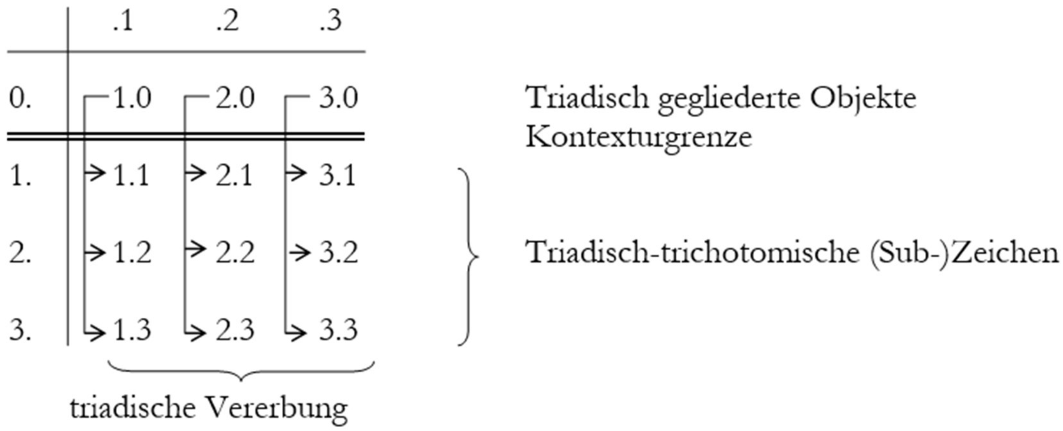
3. Wenn wir uns die 15 präsemiotischen Zeichenklassen anschauen:

1	(3.1 2.1 1.1	0.1) × (1.0	1.1 1.2 1.3)
2	(3.1 2.1 1.1	0.2) × (2.0	1.1 1.2 1.3)
3	(3.1 2.1 1.1	0.3) × (3.0	1.1 1.2 1.3)
4	(3.1 2.1 1.2	0.2) × (2.0	2.1 1.2 1.3)
5	(3.1 2.1 1.2	0.3) × (3.0	2.1 1.2 1.3)
6	(3.1 2.1 1.3	0.3) × (3.0	3.1 1.2 1.3)
7	(3.1 2.2 1.2	0.2) × (2.0	2.1 2.2 1.3)
8	(3.1 2.2 1.2	0.3) × (3.0	2.1 2.2 1.3)
9	(3.1 2.2 1.3	0.3) × (3.0	3.1 2.2 1.3)
10	(3.1 2.3 1.3	0.3) × (3.0	3.1 3.2 1.3)
11	(3.2 2.2 1.2	0.2) × (2.0	2.1 2.2 2.3)
12	(3.2 2.2 1.2	0.3) × (3.0	2.1 2.2 2.3)
13	(3.2 2.2 1.3	0.3) × (3.0	3.1 2.2 2.3)
14	(3.2 2.3 1.3	0.3) × (3.0	3.1 3.2 2.3)
15	(3.3 2.3 1.3	0.3) × (3.0	3.1 3.2 3.3),

dann sehen wir nicht nur, dass sie eine Faserung der 10 semiotischen Zeichenklassen darstellen (Toth 2008a, S. 202 ff.), sondern auch, dass innerhalb von SS15 mehrfach auftretende Zeichenklassen aus SS10 durch deren Lokalisierung desambiguiert werden, wobei folgende Regel gilt:

$$\begin{tikzcd}[row sep=tiny] & (1.1) \\ (0.1) \arrow[ur] & \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd}[row sep=tiny] (0.2) \arrow[r] \arrow[dr] & (1.2) \\ & (1.3) \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd}[row sep=tiny] & (1.1) \\ (0.3) \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & (1.2) \\ & (1.3) \end{tikzcd}$$

Man sieht hier erneut, dass auch der kontexturale Übergang von der kategorialen Nullheit zur kategorial-relationalen Erstheit nicht willkürlich ist. Innerhalb der Realitätsthematiken treten nun die dualisierten realitätstheoretischen Gegenstücke der präsemiotischen Trichotomien Sekanz, Semanz und Selektanz auf: (1.0), (2.0), (3.0). Die realitätstheoretische Matrix für präsemiotische Zeichenklassen sieht also wie folgt aus:



Man kann nun unschwer in den dualisierten realitätsthematischen Gegenstücken zur Sekanz, Semanz und Selektanz vor-semiotische trichotomische Schemata wie “Form, Eigenschaft, Essenz”, “Form, Gestalt, Funktion” oder sogar die paracelsische Trias von Leib, Seele und Geist sehen (Böhme 1988). Diese trichotomischen Klassifikationen inhärieren den Objekten, denn sie müssen der Zeichensetzung primordial sein, da man sonst die 5 von der Präsemiotik unabgängigen semiotischen Gründe für die Nicht-Arbitrarität der Zeichen nicht erklären kann, und es ist in der Tat nicht schwer, etwa Form, Gestalt und Funktion an einem beliebigen vorgegebenen Objekt zu entdecken. Schwerer ist es allerdings mit der Triade “Leib, Seele, Geist”, denn sie setzt in der bekannten neuplatonischen Weise die Präsenz eines Schöpfers in der unbelebten Natur voraus, eine Annahme, welche für eine formale Wissenschaft mindestens unnötig ist. Besser scheint mir jedenfalls der von Heidegger eingeführte Begriff der “Jemeinigkeit” im Sinne der sowohl vom “Sein” wie vom “Seienden” unterschiedenen “Existenz” eines (belebten oder unbelebten) Objekts zu sein: “Dasein ist Seiendes, das sich in seinem Sein verstehend zu diesem Sein verhält. Damit ist der formale Begriff von Existenz angezeigt. Dasein existiert. Dasein ist ferner Seiendes, das je ich selbst bin. Zum existierenden Dasein gehört die Jemeinigkeit als Bedingung der Möglichkeit von Eigentlichkeit und Uneigentlichkeit. Dasein existiert in je einem dieser Modi, bzw. in der modalen Indifferenz ihrer” (Heidegger 1986, § 12, S. 53).

Davon abgesehen, dass Heidegger hier ebenfalls mit “präsemiotischen” Triaden operiert, trifft die Umschreibung unserer präsemiotischen Trichtomie von Sekanz, Semanz und Selektanz als “Bedingung der Möglichkeit” hervorragend, denn es geht hier auf präsemiotischer Ebene um den Satz vom Grunde, also um die präsemiotische Ermöglichung der semiotischen Möglichkeit im Sinne von repräsentationaler Erstheit, denn bei der Semiose kommt ja das erstheitliche

Mittel zuerst. Jedenfalls aber ermöglicht erst unsere hier und vor allem in Toth (2008b) skizzierte Theorie der Präsemiotik eine Annahme der Nicht-Arbitrarität von Zeichen ohne Rekurrierung auf einen wiederum transzendenten Schöpfergott. Eine solche Möglichkeit hatte schon Hartmut Böhme geahnt, wenn er zu Paracelsus nicht-arbiträrer Zeichentheorie oder Signaturenlehre bemerkt: "Die Naturforschung folgt einem grammatologischen Modell. Die Dinge haben eine sprachlose Bedeutung, die sich im Sich-Zeigen des Namens zur Entzifferung anbieten; das sich-zeigende Zeichen ist 'ein Zuwerfen' (Paracelsus, Werke, ed. Peuckert, Bd. II, S. 450) der Bedeutung zum 'Lesen' durch den Menschen 'im Licht der Natur'" (Böhme 1988, S. 13). Noch deutlicher heisst es etwas später: "Das, worin Menschensprache und Dingsignaturen am engsten zusammenhängen, ist das tertium datur einer Zeichenlehre, welche die metaphysische Kluft zwischen Dingen und Menschen durch das Spiel der wesentlichen Ähnlichkeiten überbrückt". Es handelt sich also sowohl bei Paracelsus als auch bei der Präsemiotik um Zeichentheorien, welche eine Logik voraussetzen, in welcher der Drittensatz suspendiert ist, also eine polykontexturale Logik vom Güntherschen Typ. Foucault sprach von der "Zerschlagung der Zusammengehörigkeit von Sprache und Welt in den konventionalistischen Zeichentheorien, die im 17. und 18. Jahrhundert das Wissen als System nosographischer Repräsentation bestimmten" (Böhme 1988, S. 14 f.). Allerdings braucht man im Rahmen unserer Präsemiotik hierfür nicht eine "adamitische Sprache" im Sinne Walter Benjamins anzunehmen (Benjamin 1977), für die indirekt wieder ein Schöpfergott stipuliert werden muss, welcher dem "ersten Menschen" die "korrekten" Bezeichnungen der Dinge mitgeteilt hat, so dass wir also keineswegs von einer "Sprache" ausgehen müssen, "in der jedes Wort ein Ikon des Dinges ist" (Böhme 1988, S. 16), denn selbstverständlich gelten alle 10 und also nicht nur die iconischen semiotischen Zeichenklassen auch im System der Präsemiotik, sie sind dort nur gleichzeitig ambiguiert, indem sie mehrfach auftreten, und desambiguiert, indem sie in als Lokalisationen fungierende trichotomisch geteilte kategoriale Objektrelationen eingebettet sind.

Bibliographie

Benjamin, Walter, Gesammelte Schriften. Hrsg. von Rolf Tiedemann und Hermann Schweppenhäuser. Bd. II/1. Frankfurt am Main 1977

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988. Kapitel "Denn nichts ist ohne Zeichen" als Digitalisat: www.culture.hu-berlin.de/hb/static/archiv/volltexte/texte/natsub/zeichen.html
Goetz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos. 2. Aufl. hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976
Heidegger, Martin, Sein und Zeit. 17. Aufl. Tübingen 1986
Paracelsus, Theophrastus, Werke. Hrsg. von Will-Erich Peuckert. 5 Bde. Darmstadt 1968
Saussure, Ferdinand de, Cours de linguistique générale. Paris 1916
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Subjektive und objektive Semiotik

1. Wir verwenden hier den Begriff "objektive Semiotik" im Sinne von nichtarbiträrer Zeichentheorie: "Paracelsus gründet das Wissen auf eine 'objektive Semiotik', die nicht der Analyse der menschlichen Sprache und unserer selbst als Sprachsubjekte entnommen wird, sondern umgekehrt: die semiotische Ordnung der Dinge ist der Sprache des Menschen vorgeordnet" (Böhme 1988, S. 16).

Erfahrungsgemäss muss an dieser Stelle jedoch sogleich dem Vorwurf eines "Pansemiotismus" begegnet werden, gegen den sich am aggressivsten und gleichzeitig am inkompetentesten Umberto Eco gewandt hatte. Nach unbegründeten Ausfällen gegen Pasolinis Filmsemiotik folgert er: "Es ist klar, dass dieses Buch [Eco 1977, A.T.] nur existiert, weil es eine solche Auffassung ablehnt: Wer sie akzeptiert, täte vielleicht besser daran, es nicht zu lesen" (1977, S. 115). Davon abgesehen, dass die meisten Semiotiken, die Eco in seinem Kapitel über "Die pansemiotischen Metaphysiken" zitiert, gar nicht "pansemiotisch" sind (Pasolinis Filsemiotik, Heideggers Derridas Schriften), sind Eco offenbar die Werke Gotthard Günthers unbekannt, in denen auf logischer und mathematischer Ebene die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt durchbrochen werden, und es besteht ein grundsätzlicher Unterschied zwischen "Pansemiotik" und polykontexturaler Semiotik. Ein anderes Problem, dem auch Eco mit seinem kurzen Kapitel nicht abhelfen konnte, ist das fast völlige Fehlen von Arbeiten zur Geschichte der nicht-arbiträren Semiotiken. Eine Ausnahme ist das hervorragende Buch von Meier-Oeser (1997).

2. Wie ich in Toth (2008a, b, c) gezeigt hatte, gibt es mindestens 6 gute Gründe dafür, dass die Relation von Zeichen und Objekt nicht-arbiträr ist:

2.1. Die kategoriale Reihenfolge bei der Semiose, d.h. der Transformation eines Objektes in ein Meta-Objekt (Bense 1967, S. 8) ist nicht willkürlich, sondern hat die folgende semiosisch-generative Ordnung: (.1.) > (.2.) > (.3.).

2.2. Schon in der ersten Phase der Semiose, nämlich der thetischen Setzung eines Mittels für ein Objekt, muss der Zeichensetzer sich entscheiden, aus welcher trichotomischen Erstheit er dieses Mittel wählt, d.h. (1.1), (1.2) oder (1.3).

2.3. Sowohl im Mittel-, Objekt- als auch im Interpretantenbezug muss sich der Zeichensetzer bei der Semiose für je ein trichotomisches Subzeichen zur Bildung einer triadisch-trichotomischen Zeichenrelation entscheiden. Die angebliche Willkürlichkeit von Zeichen ist hier also zunächst doppelt eingeschränkt: Erstens muss je ein monadisches, ein dyadisches und ein triadisches Subzeichen seligiert werden, und zweitens ist diese Wahl auf ein Repertoire von je drei verfügbaren Subzeichen pro Trichotomie beschränkt. Ferner kommt eine weitere Beschränkung dazu: Bei der Semiose müssen sich die ausgewählten trichotomischen Subzeichen auf die semiosische Inklusionsordnung ((1.a), (2.b), (3.c)) mit $a \geq b \geq c$ beschränken, wodurch also Pseudo-Zeichenklassen wie *(1.1, 2.2, 3.3) ausgeschlossen und damit die Wahlfreiheit weiter eingeschränkt wird.

2.4. Wenn ein Objekt dergestalt durch ein Zeichen substituiert wird, darf und muss verlangt werden, dass die Zeichenklasse, zu welcher das das Objekt repräsentierende Zeichen gehört, die qualitativen Eigenschaften des Objekts bestmöglich erhält. Dies wird eben durch die eingeschränkte Wahlfreiheit der Repräsentation des Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezugs in den Trichotomien bewerkstelligt.

2.5. Die Zuordnung von Zeichen zu Objekten ist insofern nicht willkürlich, als der theoretisch unendlichen Menge von Qualitäten der Welt nur 10 Zeichenklassen gegenüberstehen, welche diese Objekte der Welt im Einklang mit dem semiotischen Prinzip der maximalen Qualitätserhaltung von Objekten in Zeichen repräsentieren müssen.

2.6. Die Einführung der präsemiotischen Trichotomie von Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3) besagt, dass die trichotomische Struktur der monadischen, der dyadischen und der triadischen Zeichenrelation aus der präsemiotischen Phase zwischen Objekten und ihrer Einbindung in Semiosen in die semiotische Phase der repräsentierenden Substitution von Objekten durch Zeichen vererbt ist:

	.1	.2	.3	
0.	0.1	0.2	0.3	Trichotomisch gegliederte Objekte Kontexturgrenze
1.	1.1	1.2	1.3	
2.	2.1	2.2	2.3	Triadisch-trichotomische (Sub-)Zeichen
3.	3.1	3.2	3.3	

trichotomische Vererbung

3. Nachdem leider die bahnbrechende Arbeit von Ditterich (1990) in der Semiotik ebenfalls nicht zur Kenntnis genommen wurde, ist auch die folgende Kritik Ditterichs an der triadisch-trichotomischen Semiotik Peirce-Bensescher Prägung weitgehend unbekannt geblieben: “Ausdruck für die Dominanz der zweiwertigen Logik über das semiotische Schema sind: 1. Die Dualisierung der Matrix. 2. Die Kennzeichnung der Zeichen und Thematiken als allgemeine Invariantenschemata (in ihrem Abbildungscharakter). 3. Die Bindung des Interpretanten an den Objektbezug im Sinne von Konnexen bezeichneter Sachverhalte” (1990, S. 28). “Die Bedeutung bleibt als Superposition der Bezeichnung an deren dyadische Struktur gebunden” (Ditterich 1990, S. 37):

	.1	.2	.3
3.	3.1	3.2	3.3
2.	2.1	2.2	2.3
1.	3.1	3.2	3.3

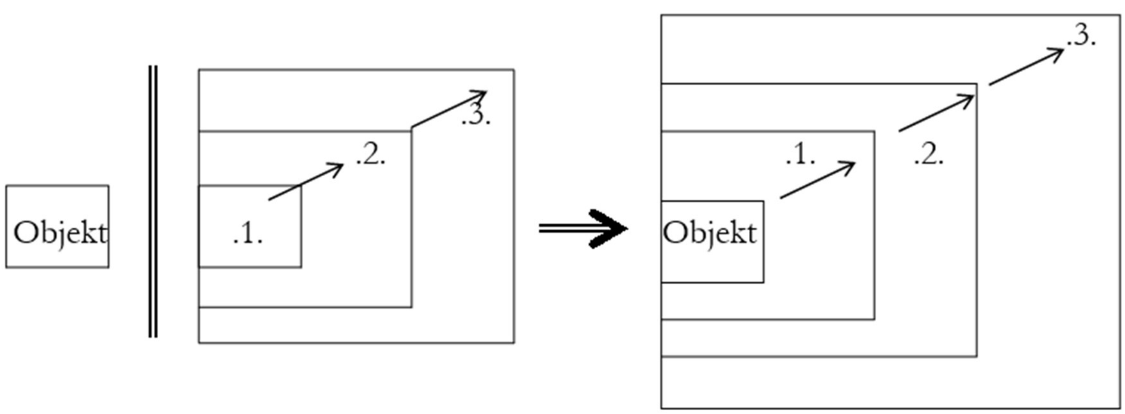
(Ditterich 1990, S. 28)

Wenn Ditterich jedoch ferner feststellt: “Mit einer Erweiterung der Systemkonzeption in den Bereich der ‘Subjektivität’ wird eine reine Struktur- und Prozesskonzeption intendiert” (1990, S. 28, Anm. 5), und: “Zu einer kontextsensitiven Zeichenkonzeption wird das triadisch-trichotome Schema, wenn man es im Rahmen einer drei-kontexturalen Logik im Sinne Günthers betrachtet. Die fehlende Kontextabhängigkeit im Zeichenbegriff hat enorme Konsequenzen für die Systemtheorie, so bleibt das Verhältnis von System und Umgebung völlig in einen Zusammenhang objektiver Bedeutung gestellt, in dem es keine Autonomie für das System gibt und in dem das Problem der Erkenntnis (Kognition) nicht als eine Systemleistung betrachtet werden kann”

(1990, S. 38), ergibt sich ein Widerspruch, denn nach Bense ist das vollständige Zeichen “eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das ‘Mittel’ (M), monadisch (einstellig), deren zweites, der ‘Objektbezug’ (O), dyadisch (zweistellig) und deren drittes, der ‘Interpretantenbezug’ (I), triadisch (dreistellig) gebaut ist. So ist also das vollständige Zeichen als eine triadisch gestufte Relation von Relationen zu verstehen” (Bense 1979, S. 67). Worin liegt nun also der Widerspruch zwischen Ditterichs und Benses Zeichenbegriffen? Da der die Subjektivität des Zeichenbegriffs verbürgende drittheitliche Interpretant des Zeichens selbst ein Zeichen ist und da die erstheitliche Mittel- und die zweitheitliche Objektrelation in ihm eingeschachtelt sind, ergibt sich ein rein subjektivistischer Zeichenbegriff Benses, der nicht allzu weit entfernt ist von der idealistischen Leugnung apriorischer Objekte. Denn Objekte existieren ja in der Peirce-Benseschen Zeichentheorie lediglich als Objekt-Bezüge, und obwohl sie zwar bei der thetischen Setzung eines Zeichens vorausgesetzt werden müssen, sind sie uns prinzipiell nur als Zeichen, d.h. nach vollzogener Transformation eines Objekts in ein Meta-Objekt zugänglich.

In der Peirce-Benseschen Semiotik wird also die Transzendenz eines Objekts dadurch “aufgehoben”, dass sie in die zweistellige Zeichenrelation zwischen Zeichen- und Realitätsthematik hineingenommen wird, so dass wir nicht erstaunt sind, wenn wir die folgenden Aussagen lesen: Für die Semiotik Peircescher Prägung ist “eine absolut vollständige Diversität von ‘Welten’ und ‘Weltstücken’, von ‘Sein’ und ‘Seiendem’ [...] einem Bewußtsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar” (Bense 1979, S. 59). Dessen ungeachtet wird jedoch das Bewußtsein verstanden als “ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor” (Bense 1976, S. 27), denn Peirce hält “den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet” (Walther 1989, S. 76). Genauer gesagt, gibt “der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse auch das erkenntnistheoretische Subjekt, der Realisationszusammenhang der Objektthematik auch das erkenntnistheoretische Objekt” an (Gfesser 1990, S. 133), und damit setzen Peirce und Bense “einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) ‘Welt’ und (erkennendem) ‘Bewußtsein’ zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die ‘Erkenntnisrelation’, herzustellen” (Bense 1976, S. 91). Trotzdem wird, wie gesagt, von apriorischen Objekten ausgegangen, denn sonst wäre ja alles Zeichen, und die thetische

Setzung wäre eine überflüssige semiotische Operation. Daraus folgt also, dass trotz der Tatsache, dass das Objekt als Objekt-Bezug in das verdoppelte Zeichenschema hineingenommen wird, dieses Objekt dem Zeichen in der Peirce-Benseschen Semiotik transzendent ist und bleibt. Dass diese Tatsache selbst für Bense unbehaglich war, taucht nur an einer einzigen Stelle in seinem Werk auf, nämlich dort, wo Bense den Unterschied zwischen Relational- und Kategorialzahlen einführt (Bense 1975, S. 65 f.). Dort schreibt er nämlich den Objekten die Kategorialzahl 0 zu, wodurch Objekte in die triadische Zeichenrelation einbettbar werden. Nur hat Bense selber diesen Schritt nicht vollzogen. Dennoch taucht die Kategorie der "Nullheit" sporadisch sowohl in Benses späterem Werk, vor allem aber bei seinen Schülern wieder auf (z.B. Götz 1982, S. 28; Stiebing 1984). Diese Idee der Einbettung eines Objekts in der Form von kategorialer Nullheit im Sinne von "Qualität" (Kronthaler 1992) oder "Lokalisation" (Toth 2008d) lässt uns die monokontexturale triadische Zeichenrelation von Peirce und Bense zu einer polykontexturalen tetradischen Zeichenrelation erweitern. In der letzteren ist also das Objekt seinem Zeichen nicht mehr transzendent, sondern als Objekt und nicht nur als Objektbezug wie in der monokontexturalen Semiotik in die tetradische Zeichenrelation hineingenommen:



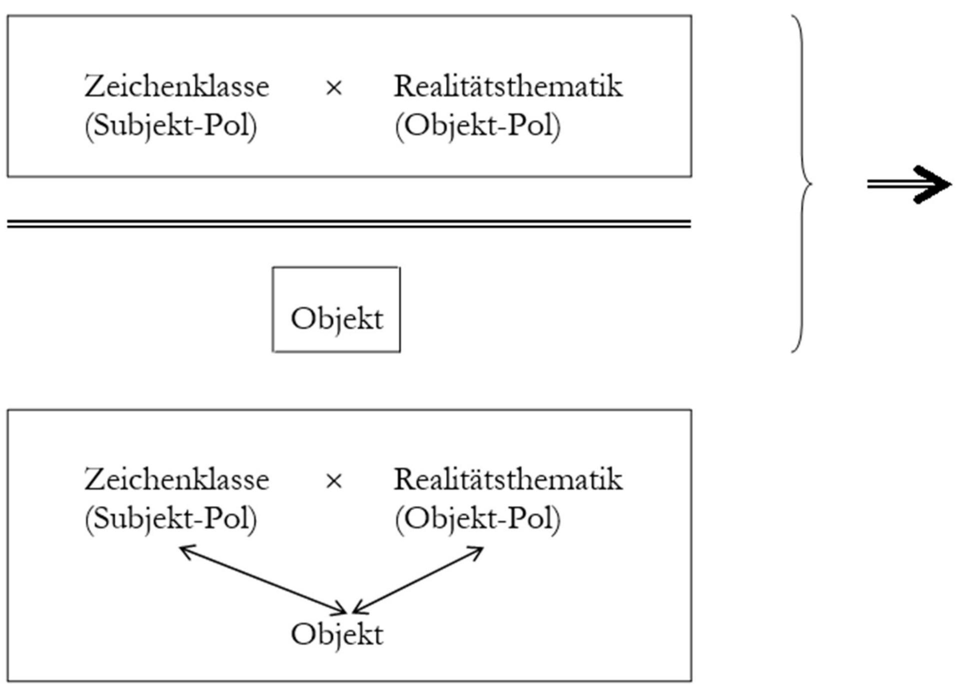
Monokontexturale triadische Semiotik

Polykontexturale tetradische Semiotik

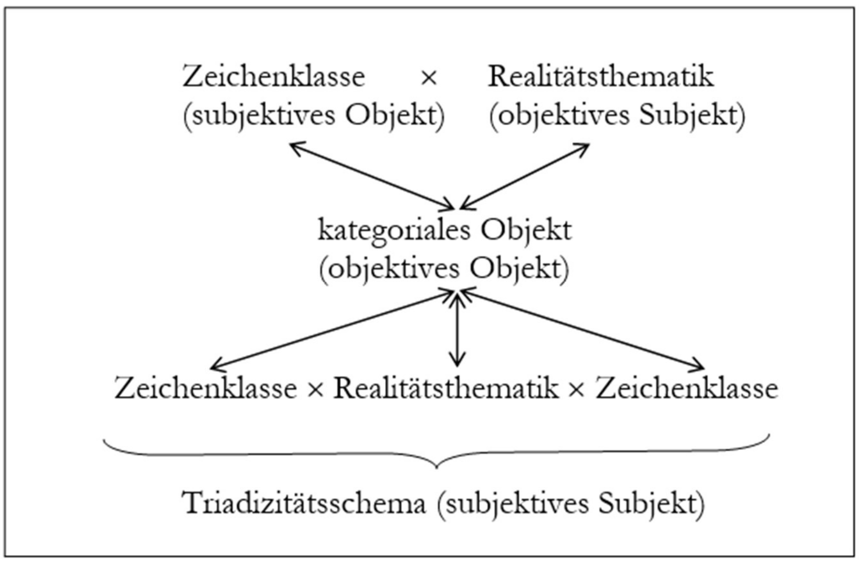
Diese tetradische Präsemiotik (Toth 2008a, b) ist also genau deshalb nicht "pansemiotisch", weil sie die thetische Setzung eines Zeichens nicht überflüssig macht, wie dies in den eher "pansemiotischen" Zeichenlehren von Paracelsus, Böhme, Hamann, Novalis und Benjamin der Fall ist. Die Präsemiotik geht wegen der eingangs aufgewiesenen Unmöglichkeit eines arbiträren Zeichens lediglich davon aus, dass bereits vorthetischen Objekten eine trichotomische

Kategorisierung imprägniert ist. Dies setzt jedoch nicht die thetische Einführung eines Zeichen ausser Kraft, denn im Rahmen der sechs oben aufgeführten Einschränkungen eröffnet sich für den Zeichensetzer ein beträchtlicher semiotischer Spielraum für die thetische Setzung von Zeichen. Im Gegensatz zu allen "Pansemiotiken" muss auch kein supranaturaler Zeichensetzer (Gott, Adam) angenommen werden, da die präsemiotische trichotomische Kategorisierung direkt den Objekten zugeschrieben wird.

Dabei muss natürlich auch das verdoppelte Zeichenschema, bestehend aus Zeichen- und Realitätsthematik, modifiziert werden. Streng genommen, repräsentiert in diesem ebenfalls monokontexturalen Schema die Realitätsthematik nicht den Objekt-Pol, sondern den Pol des bereits durch die Zeichenklasse repräsentierten Objekt-Bezugs, denn auch die Realitätsthematik repräsentiert ja eine Zeichenrealität, und ferner sind Zeichen- und Realitätsthematik eineindeutig aufeinander abgebildet mit Hilfe der Dualisationsoperation. Wenn wir also Objekte mit kategorialer Nullheit ins triadische Zeichenschema integrieren, kann man den Übergang von dem monokontexturalen verdoppelten Zeichenrealitätsschema zum entsprechenden polykontexturalen Realitätsschema wie folgt darstellen:

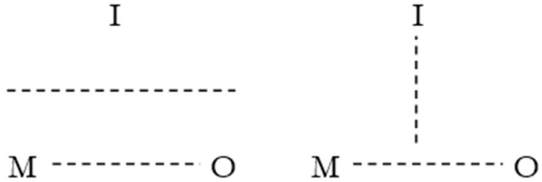


Das vorthetische Objekt, das in die tetradische präsemiotische Zeichenrelation eingebettet ist, wirkt hier also sowohl auf die den Subjektpol repräsentierende nachthetische Zeichenklasse wie auf die den Objektpol repräsentierende nachthetische Realitätsthematik. Damit ergibt sich also ein erweitertes semiotisches Dualitätsschema, in dem das kategoriale objektive Objekt im Sinne des präthetischen Objekts, das subjektive Objekt im Sinne der postthetischen Zeichenklasse und das objektive Subjekt im Sinne der postthetischen Realitätsthematik unterscheidbar werden. Zur semiotischen Darstellung des subjektiven Subjektes im Sinne einer sowohl objektives Objekt, subjektives Objekt als auch objektives Subjekt umgreifenden tetradischen und damit der tetradischen präsemiotischen Relation korrespondieren Zeichen-Realitätsrelation muss also das obige triadische Schema nochmals erweitert werden, so dass wir bekommen:

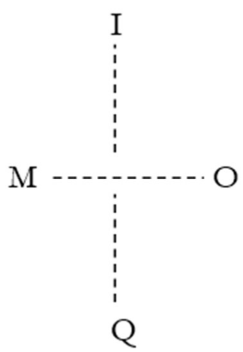


Der Dualisation in der triadischen monokontexturalen Semiotik entspricht also die bereits von Kronthaler (1992) geforderte Triadisation in der tetradischen polykontexturalen Semiotik.

Nun hatte Ditterich (1990, S. 29) innerhalb der triadischen Semiotik zwischen einem "vorsemiotischen, abstraktiven und dichotomen" und dem eigentlichen, "semiotischen, relationalen und triadischen" Zeichenrelation-Schema unterscheiden und die beiden Schemata wie folgt skizziert:



Das “vorsemiotische” dyadische Zeichenschema, das nach Ditterich etwa dem Saussureschen Zeichenbegriff zugrunde liegt, unterscheidet sich also vom Peirce-Benseschen Zeichenbegriff, insofern im letzteren die Interpretanten-relation als “Superposition” in das “rein objektale” Zeichenschema eingefügt wird. Wenn wir nun das triadische semiotische Zeichenmodell zu einem tetradischen präsemiotischen Zeichenmodell erweitern, können wir in das zweite Ditterichsche Schema die Nullheit im Sinne von kategorialer Qualität integrieren:



Wenn also der Interpretant der Bezeichnungsrelation (M $\Rightarrow$ O) relational-hyperthetisch superponiert wird, wird die Qualität der Bezeichnungsrelation kategorial-hypothetisch supponiert. Diese hypothetische Supposition (die natürlich nicht mit der logischen Supposition zu verwechseln ist) impliziert im obigen tetradischen Zeichen-Relations-Schema natürlich die Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt, die im Rahmen der behaupteten Objekttranszendenz des Zeichens in der triadischen Zeichen-relation aufrecht erhalten wird. Was wir damit also bekommen ist die Basis einer formalen Theorie der Präsemiotik im Sinne einer “objektiven” Semiotik im Sinne Böhmes oder einer polykontexturalen Semiotik im Sinne von Toth (2003). Diese objektive Semiotik umfasst dabei die “subjektive” Semiotik von Peirce und Bense als polykontexturales Fragment und relationstheoretisch als triadische Teilrelation der tetradischen polykontextural-semiotischen Vollrelation und verwirft also die “klassische” Semiotik nicht wie auch die polykontexturale Logik die aristotelische zweiwertige Logik nicht verwirft und wie ebenfalls die Mathematik der Qualitäten die rein quantitative Mathematik nicht verwirft. Die objektive Semiotik, die deshalb eine Präsemiotik ist, weil sie das formale Instrument zur Beschreibung der Phase zwischen vorthetischen Objekten und der durch die thetische Setzung von Zeichen einsetzenden Semiosen ist, ist damit eine wissenschaftliche Theorie, die zwar als nichtarbiträre Semiotik eine gewisse sympathetische Nähe zu den “pansemiotischen” Zeichenlehren aufweist, die aber weder zu transzendentalen Vorannahmen wie der Existenz eines Schöpfergottes, eines Ersten Menschen usw. gezwungen ist noch die Operation der thetischen Einführung von Zeichen ausser Kraft setzt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988. Kapitel “Denn nichts ist ohne Zeichen” als Digitalisat: www.culture.hu-berlin.de/hb/static/archiv/volltexte/texte/natsub/zeichen.html

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum “Zeichenband”. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Eco, Umberto, Zeichen. Eine Einführung in einen Begriff. Frankfurt am Main 1977

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Meier-Oeser, Stephan, Die Spur des Zeichens. Das Zeichen und seine Funktion in der Philosophie des Mittelalters und der frühen Neuzeit. Berlin und New York 1997

Steibing, Hans Michael, “Objekte” zwischen Natur und Kultur. In: Oehler, Klaus (Hrsg.), Zeichen und Realität. Bd. II. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Grundriss einer “objektiven” Semiotik. Ms. (2008c)

Toth, Alfred, Die reflexionale Struktur der Präsemiotik. Ms. (2008d)

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Die 1162 polykontextural-semiotischen Funktionen

1. Allgemeines zu polykontextural-semiotischen Funktionen

In Toth (2008b) wurden polykontextural-semiotische Handlungsschemata eingeführt. Sie basieren auf der polykonexturalen Zeichenrelation (PZR)

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d),

die sich von der monokontexturalen Peirce-Benseschen Zeichenrelation (ZR)

ZR = (3.a 2.b 1.c)

durch Einbettung oder Lokalisierung des kategorialen Objektes der Nullheit (0.d) in seiner trichotomischen Ausdifferenzierung als Sekanz (0.1), Semanz (0.2) oder Selektanz (0.3) unterscheidet. PZR ist polykontextural, weil damit die Grenze zwischen Zeichen und Objekt formal aufgehoben ist.

Polykontextural-semiotische tetradische Handlungsschemata basieren nun auf semiotischen triadischen Kreationsschemata der allgemeinen Form

$$
\begin{array}{lcl}
(c.d) & & (b.a) \\
\;\curlywedge \gg (e.f) & \times & \;\curlywedge \gg (f.e) \\
(a.b) & & (d.c)
\end{array}
$$

wobei also nicht nur die Trichotomien, sondern auch die Triaden verallgemeinert werden, da neben regulären triadischen Zeichenklassen der Form (3.a 2.b 1.c) auch deren 6 Permutationen definiert sind (vgl. Toth 2008a, S. 177 ff.), so dass also von der allgemeinen Form ZR = (a.b c.d e.f) von triadischen Zeichenklassen ausgegangen wird. Da für polykontexturale Zeichenklassen also von der allgemeinen Form PZR = (a.b c.d e.f g.h) für Zeichenklassen ausgegangen wird, haben wir die folgende Form polykontexturaler Handlungsschemata

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & & (c.d) & & & & & (f.e) & & \\
(a.b) & \gg & \curlyvee & \succ (g.h) & \times & (h.g) & \gg & \curlyvee & \succ (b.a) \\
 & & (e.f) & & & & & (d.c) & &
\end{array}
$$

so dass im tetradischen Falle also alle 24 Permutationen einer polykontexturalen Zeichenklasse definiert sind.

Der semiotische Funktionsbegriff wird nun als Abstraktion des semiotischen Handlungsbegriffs eingeführt, der seinerseits ja als Verallgemeinerung des semiotischen Kreationsbegriffs eingeführt worden war. Wir können nämlich die triadischen semiotischen Zeichenklassen nun wie folgt als monokontextural-semiotische Zeichenfunktionen schreiben

$(a.b, c.d, e.f) \equiv (e.f) = f(a.b, c.d)$,

wobei, wie gesagt, a, b, c, d, e, f alle Werte $\in \{1, 2, 3\}$ annehmen kann. Dasselbe gilt auch für die erweiterte Wertemenge a, ..., h $\in \{0, 1, 2, 3\}$ der tetradischen polykontexturalen Zeichenklassen, die wir nun wie folgt als polykontextural-semiotische Zeichenfunktionen einführen

$(a.b, c.d, e.f, g.h) = (g.h) = f(a.b, c.d, e.f)$.

Ich möchte betonen, dass die Tatsache, dass a, ..., h alle Werte annehmen können, zur Folge hat, dass durch polykontextural-semiotische Funktionen jedes Subzeichen "kreiert" wird, und zwar natürlich auch das kategoriale Objekt (0.d), d $\in \{.1, .2, .3\}$, so dass also sowohl ein Zeichen ein Objekt wie ein Objekt ein Zeichen erzeugen kann in Übereinstimmung mit der polykontexturalen Einführung der tetradischen Zeichenrelation PZR.

2. Bevor wir uns den 1162 möglichen polykontextural-semiotischen Funktionen, entsprechend der Anzahl der möglichen polykontextural-semiotischen Handlungsschemata, widmen, wollen wir noch auf eine allgemeine Besonderheiten dieser Funktionen hinweisen.

2.1. Es gibt homogene, homogen-heterogene und heterogene Funktionen. Beispiele:

$(0.1) = f(1.1, 2.1)$
$(2.1) = f(1.1, 0.1)$
$(0.1) = f(1.1, 2.1, 3.1)$

2.2. Es gibt komplementäre und nicht-komplementäre Funktionen. Beispiele:

(0.1) = f(1.1, 2.1)	vs.	(0.2) = f(1.1, 2.1)
(2.1) = f(2.2, 2.0)	vs.	(2.1) = f(2.0, 2.3)
(0.1) = f(1.1, 2.1, 3.1)	vs.	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.2)

2.3. Es gibt duale und nicht-duale Funktionen. Beispiele:

[((0.1) = f(1.1, 2.1)] × [(1.0) = f(1.2, 1.1)]
[(2.1) = f(0.3, 1.2)] × [(1.2) = f(2.1, 3.0)]
[(0.1) = f(1.1, 2.1, 3.1)] × [(1.0) = f(1.3, 1.2, 1.1)]

3. Die 1162 polykontextural-semiotischen Funktionen sind also Funktionen über 2 (im Falle von partiellen Funktionen) oder über 3 Variablen:

Minimales Schema: w = (x, y)
Maximales Schema: w = (x, y, z)

3.1. 12 Funktionen mit w = (0.1)

1. (0.1) = f(1.1, 2.1)
2. (0.1) = f(1.1, 2.1, 3.1) 2

3. (0.1) = f(1.1, 3.1)
4. (0.1) = f(1.1, 3.1, 2.1) 2

5. (0.1) = f(2.1, 1.1)
6. (0.1) = f(2.1, 1.1, 3.1) 2

7. (0.1) = f(2.1, 3.1)
8. (0.1) = f(2.1, 3.1, 1.1) 2

9. (0.1) = f(3.1, 1.1)
10. (0.1) = f(3.1, 1.1, 2.1) 2

11. (0.1) = f(3.1, 2.1)
12. (0.1) = f(3.1, 2.1, 1.1) 2

3.2. 41 Funktionen mit w = (0.2)

1. (0.2) = f(1.1, 2.1)
2. (0.2) = f(1.1, 2.1, 3.1) 2

3. (0.2) = f(1.1, 3.1)
4. (0.2) = f(1.1, 3.1, 2.1) 3
5. (0.2) = f(1.2, 2.1, 3.1) 3

6. (0.2) = f(1.2, 2.2)
7. (0.2) = f(1.2, 2.2, 3.1)
8. (0.2) = f(1.2, 2.2, 3.2) 3

9. (0.2) = f(1.2, 3.1)
10. (0.2) = f(1.2, 3.1, 2.1)
11. (0.2) = f(1.2, 3.1, 2.2) 3

12. (0.2) = f(1.2, 3.2)
13. (0.2) = f(1.2, 3.2, 2.2) 2

14. (0.2) = f(2.1, 1.1)
15. (0.2) = f(2.1, 1.1, 3.1) 2

16. (0.2) = f(2.1, 1.2)
17. (0.2) = f(2.1, 1.2, 3.1) 2

18. (0.2) = f(2.1, 3.1)
19. (0.2) = f(2.1, 3.1, 1.1)
20. (0.2) = f(2.1, 3.1, 1.2) 3

21. (0.2) = f(2.2, 1.2)
22. (0.2) = f(2.2, 1.2, 3.1)
23. (0.2) = f(2.2, 1.2, 3.2) 3

24. (0.2) = f(2.2, 3.1)
25. (0.2) = f(2.2, 3.1, 1.2) 2

26. (0.2) = f(2.2, 3.2)
27. (0.2) = f(2.2, 3.2, 1.2) 2

28. (0.2) = f(3.1, 1.1)
29. (0.2) = f(3.1, 1.1, 2.1) 2

30. (0.2) = f(3.1, 1.2)

31. (0.2) = f(3.1, 1.2, 2.1)
32. (0.2) = f(3.1, 1.2, 2.2) 3

33. (0.2) = f(3.1, 2.1)
34. (0.2) = f(3.1, 2.1, 1.1)
35. (0.2) = f(3.1, 2.1, 1.2) 3

36. (0.2) = f(3.1, 2.2)
37. (0.2) = f(3.1, 2.2, 1.2) 2

38. (0.2) = f(3.2, 1.2)
39. (0.2) = f(3.2, 1.2, 2.2) 2

40. (0.2) = f(3.2, 2.2)
41. (0.2) = f(3.2, 2.2, 1.2) 2

3.3. 92 Funktionen mit w = (0.3)

1. (0.3) = f(1.1, 2.1)
2. (0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1) 2

3. (0.3) = f(1.1, 3.1)
4. (0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1) 2

5. (0.3) = f(1.2, 2.1)
6. (0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1) 2

7. (0.3) = f(1.2, 2.2)
8. (0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
9. (0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2) 3

10. (0.3) = f(1.2, 3.1)
11. (0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
12. (0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2) 3

13. (0.3) = f(1.2, 3.2)
14. (0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2) 2

15. (0.3) = f(1.3, 2.1)
16. (0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1) 2

17. (0.3) = f(1.3, 2.2)
18. (0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
19. (0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2) 3

20. (0.3) = f(1.3, 2.3)
21. (0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
22. (0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
23. (0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3) 4

24. (0.3) = f(1.3, 3.1)
25. (0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
26. (0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
27. (0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3) 4

28. (0.3) = f(1.3, 3.2)
29. (0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
30. (0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3) 3

31. (0.3) = f(1.3, 3.3)
32. (0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3) 2

33. (0.3) = f(2.1, 1.1)
34. (0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
35. (0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1) 3

36. (0.3) = f(2.1, 1.3)
37. (0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1) 2

38. (0.3) = f(2.1, 3.1)
39. (0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
40. (0.3) = f(2.1, 3.1, 1.2)
41. (0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3) 4

42. (0.3) = f(2.2, 1.2)
43. (0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
44. (0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2) 3

45. (0.3) = f(2.2, 1.3)
46. (0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
47. (0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2) 3

48. (0.3) = f(2.2, 3.1)
49. (0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
50. (0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3) 3

51. (0.3) = f(2.2, 3.2)

52. (0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
53. (0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3) 3

54. (0.3) = f(2.3, 1.3)
55. (0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
56. (0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
57. (0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3) 4

58. (0.3) = f(2.3, 3.1)
59. (0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3) 2

60. (0.3) = f(2.3, 3.2)
61. (0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
62. (0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3) 3

63. (0.3) = f(3.1, 1.1)
64. (0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1) 2

65. (0.3) = f(3.1, 1.2)
66. (0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
67. (0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2) 3

68. (0.3) = f(3.1, 1.3)
69. (0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
70. (0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
71. (0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3) 4

72. (0.3) = f(3.1, 2.1)
73. (0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
74. (0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2) 3

75. (0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
76. (0.3) = f(3.1, 2.2)
77. (0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
78. (0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3) 4

79. (0.3) = f(3.1, 2.3)
80. (0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3) 2

81. (0.3) = f(3.2, 1.2)
82. (0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2) 2

83. (0.3) = f(3.2, 1.3)

84. (0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
85. (0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3) 3

86. (0.3) = f(3.2, 2.2)
87. (0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)
88. (0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3) 3

89. (0.3) = f(3.2, 2.3)
90. (0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
91. (0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
92. (0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3) 4

3.4. 12 Funktionen mit w = (1.0)

1. (1.0) = f(1.1, 1.2)
2. (1.0) = f(1.1, 1.2, 1.3) 2

3. (1.0) = f(1.1, 1.3)
4. (1.0) = f(1.1, 1.3, 1.2) 2

5. (1.0) = f(1.2, 1.1)
6. (1.0) = f(1.2, 1.1, 1.3) 2

7. (1.0) = f(1.2, 1.3)
8. (1.0) = f(1.2, 1.3, 1.1) 2

9. (1.0) = f(1.3, 1.1)
10. (1.0) = f(1.3, 1.1, 1.2) 2

11. (1.0) = f(1.3, 1.2)
12. (1.0) = f(1.3, 1.2, 1.1) 2

3.5. 64 Funktionen mit w = (1.1)

1. (1.1) = f(0.1, 2.1)
2. (1.1) = f(0.1, 2.1, 3.1) 2

3. (1.1) = f(0.1, 3.1)
4. (1.1) = f(0.1, 3.1, 2.1) 2

5. (1.1) = f(0.2, 2.1)
6. (1.1) = f(0.2, 2.1, 3.1) 2

7. (1.1) = f(0.2, 3.1)

8. (1.1) = f(0.2, 3.1, 2.1) 2

9. (1.1) = f(0.3, 2.1)
10. (1.1) = f(0.3, 2.1, 3.1) 2

11. (1.1) = f(0.3, 3.1)
12. (1.1) = f(0.3, 3.1, 2.1) 2

13. (1.1) = f(1.0, 1.2)
14. (1.1) = f(1.0, 1.2, 1.3) 2

15. (1.1) = f(1.0, 1.3)
16. (1.1) = f(1.0, 1.3, 1.2) 2

17. (1.1) = f(1.2, 1.0)
18. (1.1) = f(1.2, 1.0, 1.3) 2

19. (1.1) = f(1.2, 1.3)
20. (1.1) = f(1.2, 1.3, 1.0)
21. (1.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)
22. (1.1) = f(1.2, 1.3, 3.0) 4

23. (1.1) = f(1.2, 2.0)
24. (1.1) = f(1.2, 2.0, 1.3) 2

25. (1.1) = f(1.2, 3.0)
26. (1.1) = f(1.2, 3.0, 1.3) 2

27. (1.1) = f(1.3, 1.0)
28. (1.1) = f(1.3, 1.0, 1.2) 2

29. (1.1) = f(1.3, 1.2)
30. (1.1) = f(1.3, 1.2, 1.0)
31. (1.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)
32. (1.1) = f(1.3, 1.2, 3.0) 4

33. (1.1) = f(1.3, 2.0)
34. (1.1) = f(1.3, 2.0, 1.2) 2

35. (1.1) = f(1.3, 3.0)
36. (1.1) = f(1.3, 3.0, 1.2) 2

37. (1.1) = f(2.0, 1.2)

38. (1.1) = f(2.0, 1.2, 1.3) 2

39. (1.1) = f(2.0, 1.3)
40. (1.1) = f(2.0, 1.3, 1.2) 2

41. (1.1) = f(2.1, 0.1)
42. (1.1) = f(2.1, 0.1, 3.1) 2

43. (1.1) = f(2.1, 0.2)
44. (1.1) = f(2.1, 0.2, 3.1) 2

45. (1.1) = f(2.1, 0.3)
46. (1.1) = f(2.1, 0.3, 3.1) 2

47. (1.1) = f(2.1, 3.1)
48. (1.1) = f(2.1, 3.1, 0.1)
49. (1.1) = f(2.1, 3.1, 0.2)
50. (1.1) = f(2.1, 3.1, 0.3) 4

51. (1.1) = f(3.0, 1.2)
52. (1.1) = f(3.0, 1.2, 1.3) 2

53. (1.1) = f(3.0, 1.3)
54. (1.1) = f(3.0, 1.3, 1.2) 2

55. (1.1) = f(3.1, 0.1)
56. (1.1) = f(3.1, 0.1, 2.1) 2

57. (1.1) = f(3.1, 0.2)
58. (1.1) = f(3.1, 0.2, 2.1) 2

59. (1.1) = f(3.1, 0.3)
60. (1.1) = f(3.1, 0.3, 2.1) 2

61. (1.1) = f(3.1, 2.1)
62. (1.1) = f(3.1, 2.1, 0.1)
63. (1.1) = f(3.1, 2.1, 0.2)
64. (1.1) = f(3.1, 2.1, 0.3) 4

3.6. 115 Funktionen mit w = (1.2)

1. (1.2) = f(0.2, 2.1)
2. (1.2) = f(0.2, 2.1, 3.1)

3. (1.2) = f(0.2, 2.2)
4. (1.2) = f(0.2, 2.2, 3.1) 4

5. (1.2) = f(0.2, 2.2, 3.2)
6. (1.2) = f(0.2, 3.1)
7. (1.2) = f(0.2, 3.1, 2.1) 3

8. (1.2) = f(0.2, 3.1, 2.2)
9. (1.2) = f(0.2, 3.2)
10. (1.2) = f(0.2, 3.2, 2.2) 3

11. (1.2) = f(0.3, 2.1)
12. (1.2) = f(0.3, 2.1, 3.1) 2

13. (1.2) = f(0.3, 2.2)
14. (1.2) = f(0.3, 2.2, 3.1)
15. (1.2) = f(0.3, 2.2, 3.2) 3

16. (1.2) = f(0.3, 3.1)
17. (1.2) = f(0.3, 3.1, 2.1)
18. (1.2) = f(0.3, 3.1, 2.2) 3

19. (1.2) = f(0.3, 3.2)
20. (1.2) = f(0.3, 3.2, 2.2) 2

21. (1.2) = f(1.0, 1.1)
22. (1.2) = f(1.0, 1.1, 1.3) 2

23. (1.2) = f(1.0, 1.3)
24. (1.2) = f(1.0, 1.3, 1.1) 2

25. (1.2) = f(1.1, 1.0)
26. (1.2) = f(1.1, 1.0, 1.3) 2

27. (1.2) = f(1.1, 1.3)
28. (1.2) = f(1.1, 1.3, 1.0)
29. (1.2) = f(1.1, 1.3, 2.0)
30. (1.2) = f(1.1, 1.3, 3.0) 4

31. (1.2) = f(1.1, 2.0)
32. (1.2) = f(1.1, 2.0, 1.3) 2

33. (1.2) = f(1.1, 3.0)

34. (1.2) = f(1.1, 3.0, 1.3) 2

35. (1.2) = f(1.3, 1.0)
36. (1.2) = f(1.3, 1.0, 1.1) 2

37. (1.2) = f(1.3, 1.1)
38. (1.2) = f(1.3, 1.1, 1.0)
39. (1.2) = f(1.3, 1.1, 2.0)
40. (1.2) = f(1.3, 1.1, 3.0) 4

41. (1.2) = f(1.3, 2.0)
42. (1.2) = f(1.3, 2.0, 1.1) 2

43. (1.2) = f(1.3, 2.1)
44. (1.2) = f(1.3, 2.1, 2.0) 2

45. (1.2) = f(1.3, 3.0)
46. (1.2) = f(1.3, 3.0, 1.1)
47. (1.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)
48. (1.2) = f(1.3, 3.0, 3.1) 4

49. (1.2) = f(1.3, 3.1)
50. (1.2) = f(1.3, 3.1, 3.0) 2

51. (1.2) = f(2.0, 1.1)
52. (1.2) = f(2.0, 1.3 2.1) 2

53. (1.2) = f(2.0, 1.3)
54. (1.2) = f(2.0, 1.3, 1.1) 2

55. (1.2) = f(2.0, 2.1)
56. (1.2) = f(2.0, 2.1, 1.3) 2

57. (1.2) = f(2.1, 0.2)
58. (1.2) = f(2.1, 0.2, 3.1) 2

59. (1.2) = f(2.1, 0.3)
60. (1.2) = f(2.1, 0.3, 3.1) 2

62. (1.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)

64. (1.2) = f(2.1, 2.0)
65. (1.2) = f(2.1, 2.0, 1.3) 2

66. (1.2) = f(2.1, 3.0)

67. $(1.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)$ 2

68. $(1.2) = f(2.1, 3.1)$
69. $(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.2)$
70. $(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.3)$ 3

71. $(1.2) = f(2.2, 0.2)$
72. $(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.1)$
73. $(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.2)$ 3

74. $(1.2) = f(2.2, 0.3)$
75. $(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.1)$ 3

76. $(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.2)$
77. $(1.2) = f(2.2, 3.1)$
78. $(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.2)$ 3

79. $(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.3)$
80. $(1.2) = f(2.2, 3.2)$
81. $(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.2)$
82. $(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.3)$ 4

83. $(1.2) = f(3.0, 1.1)$
84. $(1.2) = f(3.0, 1.1, 1.3)$ 2

85. $(1.2) = f(3.0, 1.3)$
86. $(1.2) = f(3.0, 1.3, 1.1)$
87. $(1.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)$
88. $(1.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)$ 4

89. $(1.2) = f(3.0, 2.1)$
90. $(1.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)$ 2

91. $(1.2) = f(3.0, 3.1)$
92. $(1.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)$ 2

93. $(1.2) = f(3.1, 0.2)$
94. $(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.1)$
95. $(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.2)$ 3

96. $(1.2) = f(3.1, 0.3)$
97. $(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.1)$

98. (1.2) = f(3.1, 0.3, 2.2) 3

99. (1.2) = f(3.1, 1.3)
100. (1.2) = f(3.1, 1.3, 3.0) 2

101. (1.2) = f(3.1, 2.1)
102. (1.2) = f(3.1, 2.1, 0.2)
103. (1.2) = f(3.1, 2.1, 0.3) 3

104. (1.2) = f(3.1, 2.2)
105. (1.2) = f(3.1, 2.2, 0.2)
106. (1.2) = f(3.1, 2.2, 0.3) 3

107. (1.2) = f(3.1, 3.0)
108. (1.2) = f(3.1, 3.0, 1.3) 2

109. (1.2) = f(3.2, 0.2)
110. (1.2) = f(3.2, 0.2, 2.2) 2

111. (1.2) = f(3.2, 0.3)
112. (1.2) = f(3.2, 0.3, 2.2) 2

113. (1.2) = f(3.2, 2.2)
114. (1.2) = f(3.2, 2.2, 0.2)
115. (1.2) = f(3.2, 2.2, 0.3) 3

3.7. 154 Funktionen mit w = (1.3)

1. (1.3) = f(0.3, 2.1)
2. (1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1) 2

3. (1.3) = f(0.3, 2.2)
4. (1.3) = f(0.3, 2.2, 3.1) 2

5. (1.3) = f(0.3, 2.2, 3.2)
6. (1.3) = f(0.3, 2.3)
7. (1.3) = f(0.3, 2.3, 3.1)
8. (1.3) = f(0.3, 2.3, 3.2) 4

9. (1.3) = f(0.3, 2.3, 3.3)
10. (1.3) = f(0.3, 3.1)
11. (1.3) = f(0.3, 3.1, 2.1)
12. (1.3) = f(0.3, 3.1, 2.2) 4

13. (1.3) = f(0.3, 3.1, 2.3)
14. (1.3) = f(0.3, 3.2)
15. (1.3) = f(0.3, 3.2, 2.2)
16. (1.3) = f(0.3, 3.2, 2.3) 4

17. (1.3) = f(0.3, 3.3)
18. (1.3) = f(0.3, 3.3, 2.3) 2

19. (1.3) = f(1.0, 1.1)
20. (1.3) = f(1.0, 1.1, 1.2) 2

21. (1.3) = f(1.0, 1.2)
22. (1.3) = f(1.0, 1.2, 1.1) 2

23. (1.3) = f(1.1, 1.0)
24. (1.3) = f(1.1, 1.0, 1.2) 2

25. (1.3) = f(1.1, 1.2)
26. (1.3) = f(1.1, 1.2, 1.0)
27. (1.3) = f(1.1, 1.2, 2.0)
28. (1.3) = f(1.1, 1.2, 3.0) 4

29. (1.3) = f(1.1, 3.0)
30. (1.3) = f(1.1, 3.0, 1.2) 2

31. (1.3) = f(1.2, 1.0)
32. (1.3) = f(1.2, 1.0, 1.1) 2

33. (1.3) = f(1.2, 1.1)
34. (1.3) = f(1.2, 1.1, 1.0)
35. (1.3) = f(1.2, 1.1, 2.0) 3

36. (1.3) = f(1.2, 1.1, 3.0)
37. (1.3) = f(1.2, 2.0)
38. (1.3) = f(1.2, 2.0, 1.1) 3

39. (1.3) = f(1.2, 2.0, 2.1)
40. (1.3) = f(1.2, 2.1)
41. (1.3) = f(1.2, 2.1, 2.0)
42. (1.3) = f(1.2, 2.1, 3.0) 4

43. (1.3) = f(1.2, 3.0)
44. (1.3) = f(1.2, 3.0, 1.1)
45. (1.3) = f(1.2, 3.0, 2.1)

46.	(1.3) = f(1.2, 3.0, 3.1)	4
47.	(1.3) = f(1.2, 3.1)	
48.	(1.3) = f(1.2, 3.1, 3.0)	2
49.	(1.3) = f(2.0, 1.1)	
50.	(1.3) = f(2.0, 1.1, 1.2)	2
51.	(1.3) = f(2.0, 1.2)	
52.	(1.3) = f(2.0, 1.2, 1.1)	
53.	(1.3) = f(2.0, 1.2, 2.1)	3
54.	(1.3) = f(2.0, 2.1)	
55.	(1.3) = f(2.0, 2.1, 1.2)	
56.	(1.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	3
57.	(1.3) = f(2.0, 2.2)	
58.	(1.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	2
59.	(1.3) = f(2.1, 0.3)	
60.	(1.3) = f(2.1, 0.3, 3.1)	2
61.	(1.3) = f(2.1, 1.2)	
62.	(1.3) = f(2.1, 1.2, 2.0)	
63.	(1.3) = f(2.1, 1.2, 3.0)	3
64.	(1.3) = f(2.1, 2.0)	
65.	(1.3) = f(2.1, 2.0, 1.2)	
66.	(1.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	3
67.	(1.3) = f(2.1, 2.2)	
68.	(1.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	
69.	(1.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	3
70.	(1.3) = f(2.1, 3.0)	
71.	(1.3) = f(2.1, 3.0, 1.2)	
72.	(1.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	3
73.	(1.3) = f(2.1, 3.1)	
74.	(1.3) = f(2.1, 3.1, 0.3)	2
75.	(1.3) = f(2.2, 0.3)	
76.	(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.1)	
77.	(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.2)	3
78.	(1.3) = f(2.2, 2.0)	

79. (1.3) = f(2.2, 2.0, 2.1) 2

80. (1.3) = f(2.2, 2.1)
81. (1.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)
82. (1.3) = f(2.2, 2.1, 3.0) 3

83. (1.3) = f(2.2, 3.0)
84. (1.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)
85. (1.3) = f(2.2, 3.0, 3.1) 3

86. (1.3) = f(2.2, 3.1)
87. (1.3) = f(2.2, 3.1, 0.3)
88. (1.3) = f(2.2, 3.1, 3.0) 3

89. (1.3) = f(2.2, 3.2)
90. (1.3) = f(2.2, 3.2, 0.3) 2

91. (1.3) = f(2.3, 0.3)
92. (1.3) = f(2.3, 0.3, 3.1)
93. (1.3) = f(2.3, 0.3, 3.2)
94. (1.3) = f(2.3, 0.3, 3.3) 4

95. (1.3) = f(2.3, 3.1)
96. (1.3) = f(2.3, 3.1, 0.3) 2

97. (1.3) = f(2.3, 3.2)
98. (1.3) = f(2.3, 3.2, 0.3) 2

99. (1.3) = f(2.3, 3.3)
100. (1.3) = f(2.3, 3.3, 0.3) 2

101. (1.3) = f(3.0, 1.1)
102. (1.3) = f(3.0, 1.1, 1.2) 2

103. (1.3) = f(3.0, 1.2)
104. (1.3) = f(3.0, 1.2, 1.1)
105. (1.3) = f(3.0, 1.2, 2.1)
106. (1.3) = f(3.0, 1.2, 3.1) 4

107. (1.3) = f(3.0, 2.1)
108. (1.3) = f(3.0, 2.1, 1.2)
109. (1.3) = f(3.0, 2.1, 2.2) 3

110. (1.3) = f(3.0, 2.2)
111. (1.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)

112. (1.3) = f(3.0, 2.2, 3.1) 3

113. (1.3) = f(3.0, 3.1)
114. (1.3) = f(3.0, 3.1, 1.2)
115. (1.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)
116. (1.3) = f(3.0, 3.1, 3.2) 4

117. (1.3) = f(3.0, 3.2)
118. (1.3) = f(3.0, 3.2, 3.1) 2

119. (1.3) = f(3.1, 0.3)
120. (1.3) = f(3.1, 0.3, 2.1)
121. (1.3) = f(3.1, 0.3, 2.2)
122. (1.3) = f(3.1, 0.3, 2.3) 4

123. (1.3) = f(3.1, 1.2)
124. (1.3) = f(3.1, 1.2, 3.0) 2

125. (1.3) = f(3.1, 2.1)
126. (1.3) = f(3.1, 2.1, 0.3) 2

127. (1.3) = f(3.1, 2.2)
128. (1.3) = f(3.1, 2.2, 0.3)
129. (1.3) = f(3.1, 2.2, 3.0) 3

130. (1.3) = f(3.1, 2.3)
131. (1.3) = f(3.1, 2.3, 0.3) 2

132. (1.3) = f(3.1, 3.0)
133. (1.3) = f(3.1, 3.0, 1.2)
134. (1.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)
135. (1.3) = f(3.1, 3.0, 3.2) 4

136. (1.3) = f(3.1, 3.2)
137. (1.3) = f(3.1, 3.2, 3.0) 2

138. (1.3) = f(3.2, 0.3)
139. (1.3) = f(3.2, 0.3, 2.2)
140. (1.3) = f(3.2, 0.3, 2.3) 3

141. (1.3) = f(3.2, 2.2)
142. (1.3) = f(3.2, 2.2, 0.3) 2

143. (1.3) = f(3.2, 2.3)
144. (1.3) = f(3.2, 2.3, 0.3) 2

145. (1.3) = f(3.2, 3.0)
146. (1.3) = f(3.2, 3.0, 3.1) 2

147. (1.3) = f(3.2, 3.1)
148. (1.3) = f(3.2, 3.1, 3.0) 2

149. (1.3) = f(3.3, 0.3)
150. (1.3) = f(3.3, 0.3, 2.3) 2

151. (1.3) = f(3.3, 2.3)
152. (1.3) = f(3.3, 2.3, 0.3) 2

3.8. 41 Funktionen mit w = (2.0)

1. (2.0) = f(1.1, 1.2)
2. (2.0) = f(1.1, 1.2, 1.3) 2

3. (2.0) = f(1.1, 1.3)
4. (2.0) = f(1.1, 1.3, 1.2) 2

5. (2.0) = f(1.2, 1.1)
6. (2.0) = f(1.2, 1.1, 1.3) 2

7. (2.0) = f(1.2, 1.3)
8. (2.0) = f(1.2, 1.3, 1.1)
9. (2.0) = f(1.2, 1.3, 2.1)
10. (2.0) = f(1.2, 2.1, 1.3) 4

11. (2.0) = f(1.3, 1.1)
12. (2.0) = f(1.3, 1.1, 1.2) 2

13. (2.0) = f(1.3, 1.2)
14. (2.0) = f(1.3, 1.2, 1.1)
15. (2.0) = f(1.3, 1.2, 2.1) 3

16. (2.0) = f(1.3, 2.1)
17. (2.0) = f(1.3, 2.1, 1.2)
18. (2.0) = f(1.3, 2.1, 2.2) 3

19. (2.0) = f(1.3, 2.2)
20. (2.0) = f(1.3, 2.2, 2.1) 2

21. (2.0) = f(2.1, 1.2)

22. (2.0) = f(2.1, 1.2, 1.3) 2

23. (2.0) = f(2.1, 1.3)
24. (2.0) = f(2.1, 1.3, 1.2)
25. (2.0) = f(2.1, 1.3, 2.2) 3

26. (2.0) = f(2.1, 2.2)
27. (2.0) = f(2.1, 2.2, 1.3)
28. (2.0) = f(2.1, 2.2, 2.3) 3

29. (2.0) = f(2.1, 2.3)
30. (2.0) = f(2.1, 2.3, 2.2) 2

31. (2.0) = f(2.2, 1.3)
32. (2.0) = f(2.2, 1.3, 2.1) 2

33. (2.0) = f(2.2, 2.1)
34. (2.0) = f(2.2, 2.1, 1.3)
35. (2.0) = f(2.2, 2.1, 2.3) 3

36. (2.0) = f(2.2, 2.3)
37. (2.0) = f(2.2, 2.3, 2.1) 2

38. (2.0) = f(2.3, 2.1)
39. (2.0) = f(2.3, 2.1, 2.2) 2

40. (2.0) = f(2.3, 2.2)
41. (2.0) = f(2.3, 2.2, 2.1) 2

3.9. 116 Funktionen mit w = (2.1)

1. (2.1) = f(0.1, 1.1)
2. (2.1) = f(0.1, 1.1, 3.1) 2

3. (2.1) = f(0.2, 1.1)
4. (2.1) = f(0.2, 1.1, 3.1) 2

5. (2.1) = f(0.2, 1.2)
6. (2.1) = f(0.2, 1.2, 3.1) 2

7. (2.1) = f(0.2, 3.1)
8. (2.1) = f(0.2, 3.1, 1.1)

9. (2.1) = f(0.2, 3.1, 1.2) 3

10. (2.1) = f(0.3, 1.1)
11. (2.1) = f(0.3, 1.1, 3.1) 2

12. (2.1) = f(0.3, 1.2)
13. (2.1) = f(0.3, 1.2, 3.1) 2

14. (2.1) = f(0.3, 1.3)
15. (2.1) = f(0.3, 1.3, 3.1) 2

16. (2.1) = f(0.3, 3.1)
17. (2.1) = f(0.3, 3.1, 1.1)
18. (2.1) = f(0.3, 3.1, 1.2)
19. (2.1) = f(0.3, 3.1, 1.3) 4

20. (2.1) = f(1.1, 0.1)
21. (2.1) = f(1.1, 0.1, 3.1) 2

22. (2.1) = f(1.1, 0.2)
23. (2.1) = f(1.1, 0.2, 3.1) 2

24. (2.1) = f(1.1, 0.3)
25. (2.1) = f(1.1, 0.3, 3.1) 2

26. (2.1) = f(1.1, 3.1)
27. (2.1) = f(1.1, 3.1, 0.1)
28. (2.1) = f(1.1, 3.1, 0.2)
29. (2.1) = f(1.1, 3.1, 0.3) 4

30. (2.1) = f(1.2, 0.2)
31. (2.1) = f(1.2, 0.2, 3.1) 2

32. (2.1) = f(1.2, 0.3)
33. (2.1) = f(1.2, 0.3, 3.1)
34. (2.1) = f(1.2, 1.3, 3.0) 3

35. (2.1) = f(1.2, 1.3)
36. (2.1) = f(1.2, 1.3, 2.0) 2

37. (2.1) = f(1.2, 2.0)
38. (2.1) = f(1.2, 2.0, 1.3) 2

39. (2.1) = f(1.2, 3.0)
40. (2.1) = f(1.2, 3.0, 1.3) 2

41. (2.1) = f(1.2, 3.1)
42. (2.1) = f(1.2, 3.1, 0.2)
43. (2.1) = f(1.2, 3.1, 0.3) 3

44. (2.1) = f(1.3, 0.3)
45. (2.1) = f(1.3, 0.3, 3.1) 2

46. (2.1) = f(1.3, 1.2)
47. (2.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)
48. (2.1) = f(1.3, 1.2, 3.0) 3

49. (2.1) = f(1.3, 2.0)
50. (2.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)
51. (2.1) = f(1.3, 2.0, 2.2) 3

52. (2.1) = f(1.3, 2.2)
53. (2.1) = f(1.3, 2.2, 2.0)
54. (2.1) = f(1.3, 2.2, 3.0) 3

55. (2.1) = f(1.3, 3.0)
56. (2.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)
57. (2.1) = f(1.3, 3.0, 2.2) 3

58. (2.1) = f(1.3, 3.1)
59. (2.1) = f(1.3, 3.1, 0.3) 2

60. (2.1) = f(2.0, 1.2)
61. (2.1) = f(2.0, 1.2, 1.3) 2

62. (2.1) = f(2.0, 1.3)
63. (2.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)
64. (2.1) = f(2.0, 1.3, 2.2) 3

65. (2.1) = f(2.0, 2.2)
66. (2.1) = f(2.0, 2.2, 1.3)
67. (2.1) = f(2.0, 2.2, 2.3) 3

68. (2.1) = f(2.0, 2.3)
69. (2.1) = f(2.0, 2.3, 2.2) 2

70. (2.1) = f(2.2, 1.3)
71. (2.1) = f(2.2, 1.3, 2.0)
72. (2.1) = f(2.2, 1.3, 3.0) 3

73. (2.1) = f(2.2, 2.0)

74. (2.1) = f(2.2, 2.0, 1.3)
75. (2.1) = f(2.2, 2.0, 2.3) 3

76. (2.1) = f(2.2, 2.3)
77. (2.1) = f(2.2, 2.3, 2.0)
78. (2.1) = f(2.2, 2.3, 3.0) 3

79. (2.1) = f(2.2, 3.0)
80. (2.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)
81. (2.1) = f(2.2, 3.0, 2.3) 3

82. (2.1) = f(2.3, 2.0)
83. (2.1) = f(2.3, 2.0, 2.2) 2

84. (2.1) = f(2.3, 2.2)
85. (2.1) = f(2.3, 2.2, 2.0)
86. (2.1) = f(2.3, 2.2, 3.0) 3

87. (2.1) = f(2.3, 3.0)
88. (2.1) = f(2.3, 3.0, 2.2) 2
89. (2.1) = f(3.0, 1.2)
90. (2.1) = f(3.0, 1.2, 1.3) 2

91. (2.1) = f(3.0, 1.3)
92. (2.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)
93. (2.1) = f(3.0, 1.3, 2.2) 3

94. (2.1) = f(3.0, 2.2)
95. (2.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)
96. (2.1) = f(3.0, 2.2, 2.3) 3

97. (2.1) = f(3.0, 2.3)
98. (2.1) = f(3.0, 2.3, 2.2) 2

99. (2.1) = f(3.1, 0.1)
100. (2.1) = f(3.1, 0.1, 1.1) 2

101. (2.1) = f(3.1, 0.2)
102. (2.1) = f(3.1, 0.2, 1.1)
103. (2.1) = f(3.1, 0.2, 1.2) 3

104. (2.1) = f(3.1, 0.3)
105. (2.1) = f(3.1, 0.3, 1.1)
106. (2.1) = f(3.1, 0.3, 1.2)
107. (2.1) = f(3.1, 0.3, 1.3) 4

108. (2.1) = f(3.1, 1.1)
109. (2.1) = f(3.1, 1.1, 0.1)
110. (2.1) = f(3.1, 1.1, 0.2)
111. (2.1) = f(3.1, 1.1, 0.3) 4

112. (2.1) = f(3.1, 1.2)
113. (2.1) = f(3.1, 1.2, 0.2)
114. (2.1) = f(3.1, 1.2, 0.3) 3

115. (2.1) = f(3.1, 1.3)
116. (2.1) = f(3.1, 1.3, 0.3) 2

3.10. 99 Funktionen mit w = (2.2)

1. (2.2) = f(0.2, 1.2)
2. (2.2) = f(0.2, 1.2, 3.1)
3. (2.2) = f(0.2, 1.2, 3.2) 3
4. (2.2) = f(0.2, 3.1)
5. (2.2) = f(0.2, 3.1, 1.2) 2

6. (2.2) = f(0.2, 3.2)
7. (2.2) = f(0.2, 3.2, 1.2) 2

8. (2.2) = f(0.3, 1.2)
9. (2.2) = f(0.3, 1.2, 3.1)
10. (2.2) = f(0.3, 1.2, 3.2) 3

11. (2.2) = f(0.3, 1.3)
12. (2.2) = f(0.3, 1.3, 3.1)
13. (2.2) = f(0.3, 1.3, 3.2) 3

14. (2.2) = f(0.3, 3.1)
15. (2.2) = f(0.3, 3.1, 1.2)
16. (2.2) = f(0.3, 3.1, 1.3) 3

17. (2.2) = f(0.3, 3.2)
18. (2.2) = f(0.3, 3.2, 1.2)
19. (2.2) = f(0.3, 3.2, 1.3) 3

20. (2.2) = f(1.2, 0.2)
21. (2.2) = f(1.2, 0.2, 3.1)
22. (2.2) = f(1.2, 0.2, 3.2) 3

23. (2.2) = f(1.2, 0.3)
24. (2.2) = f(1.2, 0.3, 3.1)
25. (2.2) = f(1.2, 0.3, 3.2) 3

26. (2.2) = f(1.2, 3.1)
27. (2.2) = f(1.2, 3.1, 0.2)
28. (2.2) = f(1.2, 3.1, 0.3) 3

29. (2.2) = f(1.2, 3.2)
30. (2.2) = f(1.2, 3.2, 0.2)
31. (2.2) = f(1.2, 3.2, 0.3) 3

32. (2.2) = f(1.3, 0.3)
33. (2.2) = f(1.3, 0.3, 3.1)
34. (2.2) = f(1.3, 0.3, 3.2) 3

35. (2.2) = f(1.3, 2.0)
36. (2.2) = f(1.3, 2.0, 2.1) 2

37. (2.2) = f(1.3, 2.1)
38. (2.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)
39. (2.2) = f(1.3, 2.1, 3.0) 3

40. (2.2) = f(1.3, 3.0)
41. (2.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)
42. (2.2) = f(1.3, 3.0, 3.1) 3

43. (2.2) = f(1.3, 3.1)
44. (2.2) = f(1.3, 3.1, 0.3)
45. (2.2) = f(1.3, 3.1, 3.0) 3

46. (2.2) = f(1.3, 3.2)
47. (2.2) = f(1.3, 3.2, 0.3) 2

48. (2.2) = f(2.0, 1.3)
49. (2.2) = f(2.0, 1.3, 2.1) 2

50. (2.2) = f(2.0, 2.1)
51. (2.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)
52. (2.2) = f(2.0, 2.1, 2.3) 3

53. (2.2) = f(2.0, 2.3)
54. (2.2) = f(2.0, 2.3, 2.1) 2

55. (2.2) = f(2.1, 1.3)

56. (2.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)
57. (2.2) = f(2.1, 1.3, 3.0) 3

58. (2.2) = f(2.1, 2.0)
59. (2.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)
60. (2.2) = f(2.1, 2.0, 2.3) 3

61. (2.2) = f(2.1, 2.3)
62. (2.2) = f(2.1, 2.3, 2.0)
63. (2.2) = f(2.1, 2.3, 3.0) 3

64. (2.2) = f(2.1, 3.0)
65. (2.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)
66. (2.2) = f(2.1, 3.0, 2.3) 3

67. (2.2) = f(2.3, 2.0)
68. (2.2) = f(2.3, 2.0, 2.1) 2

69. (2.2) = f(2.3, 2.1)
70. (2.2) = f(2.3, 2.1, 2.0)
71. (2.2) = f(2.3, 2.1, 3.0) 3

72. (2.2) = f(2.3, 3.0)
73. (2.2) = f(2.3, 3.0, 2.1)
74. (2.2) = f(2.3, 3.0, 3.1) 3

75. (2.2) = f(2.3, 3.1)
76. (2.2) = f(2.3, 3.1, 3.0) 2

77. (2.2) = f(3.0, 1.3)
78. (2.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)
79. (2.2) = f(3.0, 1.3, 3.1) 3

80. (2.2) = f(3.0, 2.1)
81. (2.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)
82. (2.2) = f(3.0, 2.1, 2.3) 3

83. (2.2) = f(3.0, 2.3)
84. (2.2) = f(3.0, 2.3, 2.1)
85. (2.2) = f(3.0, 2.3, 3.1) 3

86. (2.2) = f(3.0, 3.1)
87. (2.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)
88. (2.2) = f(3.0, 3.1, 2.3) 3

89. (2.2) = f(3.1, 0.2)
90. (2.2) = f(3.1, 0.2, 1.2) 2

91. (2.2) = f(3.1, 0.3)
92. (2.2) = f(3.1, 0.3, 1.2)
93. (2.2) = f(3.1, 0.3, 1.3) 3

94. (2.2) = f(3.1, 1.2)
95. (2.2) = f(3.1, 1.2, 0.2)
96. (2.2) = f(3.1, 1.2, 0.3) 3

97. (2.2) = f(3.1, 1.3)
98. (2.2) = f(3.1, 1.3, 0.3)
99. (2.2) = f(3.1, 1.3, 3.0) 3

100. (2.2) = f(3.1, 2.3)
101. (2.2) = f(3.1, 2.3, 3.0) 2

102. (2.2) = f(3.1, 3.0)
103. (2.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)
104. (2.2) = f(3.1, 3.0, 2.3) 3

105. (2.2) = f(3.2, 0.2)
106. (2.2) = f(3.2, 0.2, 1.2) 2

107. (2.2) = f(3.2, 0.3)
108. (2.2) = f(3.2, 0.3, 1.2)
109. (2.2) = f(3.2, 0.3, 1.3) 3

110. (2.2) = f(3.2, 1.2)
111. (2.2) = f(3.2, 1.2, 0.2)
112. (2.2) = f(3.2, 1.2, 0.3) 3

113. (2.2) = f(3.2, 1.3)
114. (2.2) = f(3.2, 1.3, 0.3) 2

3.11. 74 Funktionen mit w = (2.3)

1. (2.3) = f(0.3, 1.3)
2. (2.3) = f(0.3, 1.3, 3.1)
3. (2.3) = f(0.3, 1.3, 3.2)
4. (2.3) = f(0.3, 1.3, 3.3) 4

5. (2.3) = f(0.3, 3.1)
6. (2.3) = f(0.3, 3.1, 1.3) 2

7. (2.3) = f(0.3, 3.2)
8. (2.3) = f(0.3, 3.2, 1.3) 2

9. (2.3) = f(0.3, 3.3)
10. (2.3) = f(0.3, 3.3, 1.3) 2

11. (2.3) = f(1.3, 0.3)
12. (2.3) = f(1.3, 0.3, 3.1)
13. (2.3) = f(1.3, 0.3, 3.2)
14. (2.3) = f(1.3, 0.3, 3.3) 4

15. (2.3) = f(1.3, 3.1)
16. (2.3) = f(1.3, 3.1, 0.3) 2

17. (2.3) = f(1.3, 3.2)
18. (2.3) = f(1.3, 3.2, 0.3) 2

19. (2.3) = f(1.3, 3.3)
20. (2.3) = f(1.3, 3.3, 0.3) 2

21. (2.3) = f(2.0, 2.1)
22. (2.3) = f(2.0, 2.1, 2.2) 2

23. (2.3) = f(2.0, 2.2)
24. (2.3) = f(2.0, 2.2, 2.1) 2

25. (2.3) = f(2.1, 2.0)
26. (2.3) = f(2.1, 2.0, 2.2) 2

27. (2.3) = f(2.1, 2.2)
28. (2.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)
29. (2.3) = f(2.1, 2.2, 3.0) 3

30. (2.3) = f(2.1, 3.0)
31. (2.3) = f(2.1, 3.0, 2.2) 2

32. (2.3) = f(2.2, 2.0)
33. (2.3) = f(2.2, 2.0, 2.1) 2

34. (2.3) = f(2.2, 2.1)
35. (2.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)
36. (2.3) = f(2.2, 2.1, 3.0) 3

37.	(2.3) = f(2.2, 3.0)	
38.	(2.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)	
39.	(2.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)	3
40.	(2.3) = f(2.2, 3.1)	
41.	(2.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)	2
42.	(2.3) = f(3.0, 2.1)	
43.	(2.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)	2
44.	(2.3) = f(3.0, 2.2)	
45.	(2.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)	
46.	(2.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)	3
47.	(2.3) = f(3.0, 3.1)	
48.	(2.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)	
49.	(2.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)	3
50.	(2.3) = f(3.0, 3.2)	
51.	(2.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)	2
52.	(2.3) = f(3.1, 0.3)	
53.	(2.3) = f(3.1, 0.3, 1.3)	2
54.	(2.3) = f(3.1, 1.3)	
55.	(2.3) = f(3.1, 1.3, 0.3)	2
56.	(2.3) = f(3.1, 2.2)	
57.	(2.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)	2
58.	(2.3) = f(3.1, 3.0)	
59.	(2.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)	
60.	(2.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)	3
61.	(2.3) = f(3.1, 3.2)	
62.	(2.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)	2
63.	(2.3) = f(3.2, 0.3)	
64.	(2.3) = f(3.2, 0.3, 1.3)	2
65.	(2.3) = f(3.2, 1.3)	
66.	(2.3) = f(3.2, 1.3, 0.3)	2
67.	(2.3) = f(3.2, 3.0)	
68.	(2.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)	2
69.	(2.3) = f(3.2, 3.1)	

70. (2.3) = f(3.2, 3.1, 3.0) 2

71. (2.3) = f(3.3, 0.3)
72. (2.3) = f(3.3, 0.3, 1.3) 2

73. (2.3) = f(3.3, 1.3)
74. (2.3) = f(3.3, 1.3, 0.3) 2

3.12. 92 Funktionen mit w = (3.0)

1. (3.0) = f(1.1, 1.2)
2. (3.0) = f(1.1, 1.2, 1.3) 2

3. (3.0) = f(1.1, 1.3)
4. (3.0) = f(1.1, 1.3, 1.2) 2

5. (3.0) = f(1.2, 1.1)
6. (3.0) = f(1.2, 1.1, 1.3) 2

7. (3.0) = f(1.2, 1.3)
8. (3.0) = f(1.2, 1.3, 1.1)
9. (3.0) = f(1.2, 1.3, 2.1)
10. (3.0) = f(1.2, 1.3, 3.1) 4

11. (3.0) = f(1.2, 2.1)
12. (3.0) = f(1.2, 2.1, 1.3) 2

13. (3.0) = f(1.2, 3.1)
14. (3.0) = f(1.2, 3.1, 1.3) 2

15. (3.0) = f(1.3, 1.1)
16. (3.0) = f(1.3, 1.1, 1.2) 2

17. (3.0) = f(1.3, 1.2)
18. (3.0) = f(1.3, 1.2, 1.1)
19. (3.0) = f(1.3, 1.2, 2.1)
20. (3.0) = f(1.3, 1.2, 3.1) 4

21. (3.0) = f(1.3, 2.1)
22. (3.0) = f(1.3, 2.1, 1.2)
23. (3.0) = f(1.3, 2.1, 2.2) 3

24. (3.0) = f(1.3, 2.2)
25. (3.0) = f(1.3, 2.2, 2.1)

26. (3.0) = f(1.3, 2.2, 3.1) 3

27. (3.0) = f(1.3, 3.1)
28. (3.0) = f(1.3, 3.1, 1.2)
29. (3.0) = f(1.3, 3.1, 2.2)
30. (3.0) = f(1.3, 3.1, 3.2) 4

31. (3.0) = f(1.3, 3.2)
32. (3.0) = f(1.3, 3.2, 3.1) 2

33. (3.0) = f(2.1, 1.2)
34. (3.0) = f(2.1, 1.2, 1.3) 2

35. (3.0) = f(2.1, 1.3)
36. (3.0) = f(2.1, 1.3, 1.2)
37. (3.0) = f(2.1, 1.3, 2.2) 3

38. (3.0) = f(2.1, 2.2)
39. (3.0) = f(2.1, 2.2, 1.3)
40. (3.0) = f(2.1, 2.2, 2.3) 3

41. (3.0) = f(2.1, 2.3)
42. (3.0) = f(2.1, 2.3, 2.2) 2

43. (3.0) = f(2.2, 1.3)
44. (3.0) = f(2.2, 1.3, 2.1)
45. (3.0) = f(2.2, 1.3, 3.1) 3

46. (3.0) = f(2.2, 2.1)
47. (3.0) = f(2.2, 2.1, 1.3)
48. (3.0) = f(2.2, 2.1, 2.3) 3

49. (3.0) = f(2.2, 2.3)
50. (3.0) = f(2.2, 2.3, 2.1)
51. (3.0) = f(2.2, 2.3, 3.1) 3

52. (3.0) = f(2.2, 3.1)
53. (3.0) = f(2.2, 3.1, 1.3)
54. (3.0) = f(2.2, 3.1, 2.3) 3

55. (3.0) = f(2.3, 2.1)
56. (3.0) = f(2.3, 2.1, 2.2) 2

57. (3.0) = f(2.3, 2.2)
58. (3.0) = f(2.3, 2.2, 2.1)

59. (3.0) = f(2.3, 2.2, 3.1) 3

60. (3.0) = f(2.3, 3.1)
61. (3.0) = f(2.3, 3.1, 2.2)
62. (3.0) = f(2.3, 3.1, 3.2) 3

63. (3.0) = f(2.3, 3.2)
64. (3.0) = f(2.3, 3.2, 3.1) 2

65. (3.0) = f(3.1, 1.2)
66. (3.0) = f(3.1, 1.2, 1.3) 2

67. (3.0) = f(3.1, 1.3)
68. (3.0) = f(3.1, 1.3, 1.2)
69. (3.0) = f(3.1, 1.3, 2.2)
70. (3.0) = f(3.1, 1.3, 3.2) 4

71. (3.0) = f(3.1, 2.2)
72. (3.0) = f(3.1, 2.2, 1.3)
73. (3.0) = f(3.1, 2.2, 2.3) 3

74. (3.0) = f(3.1, 2.3)
75. (3.0) = f(3.1, 2.3, 2.2)
76. (3.0) = f(3.1, 2.3, 3.2) 3

77. (3.0) = f(3.1, 3.2)
78. (3.0) = f(3.1, 3.2, 1.3)
79. (3.0) = f(3.1, 3.2, 2.3)
80. (3.0) = f(3.1, 3.2, 3.3) 4

81. (3.0) = f(3.2, 1.3)
82. (3.0) = f(3.2, 1.3, 3.1) 2

83. (3.0) = f(3.2, 2.3)
84. (3.0) = f(3.2, 2.3, 3.1)
85. (3.0) = f(3.2, 3.1, 1.3) 3

86. (3.0) = f(3.2, 3.1)
87. (3.0) = f(3.2, 3.1, 2.3)
88. (3.0) = f(3.2, 3.1, 3.3)
89. (3.0) = f(3.2, 3.3, 3.1) 4

90. (3.0) = f(3.3, 3.1)
91. (3.0) = f(3.3, 3.1, 3.2)

92. (3.0) = f(3.3, 3.2, 3.1) 3

3.13. 154 Funktionen mit w = (3.1)

1. (3.1) = f(0.1, 1.1)
2. (3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1) 2

3. (3.1) = f(0.1, 2.1)
4. (3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1) 2

5. (3.1) = f(0.2, 1.1)
6. (3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1) 2

7. (3.1) = f(0.2, 1.2)
8. (3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)
9. (3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2) 3
10. (3.1) = f(0.2, 2.1)
11. (3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)
12. (3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2) 3

13. (3.1) = f(0.2, 2.2)
14. (3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2) 2

15. (3.1) = f(0.3, 1.1)
16. (3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1) 2

17. (3.1) = f(0.3, 1.2)
18. (3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)
19. (3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2) 3

20. (3.1) = f(0.3, 1.3)
21. (3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)
22. (3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)
23. (3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3) 4

24. (3.1) = f(0.3, 2.1)
25. (3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)
26. (3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)
27. (3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3) 4

28. (3.1) = f(0.3, 2.2)
29. (3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)
30. (3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3) 3

31. (3.1) = f(0.3, 2.3)
32. (3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3) 2

33. (3.1) = f(1.1, 0.1)
34. (3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1) 2

35. (3.1) = f(1.1, 0.2)
36. (3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1) 2

37. (3.1) = f(1.1, 0.3)
38. (3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1) 2

39. (3.1) = f(1.1, 2.1)
40. (3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)
41. (3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)
42. (3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3) 4

43. (3.1) = f(1.2, 0.2)
44. (3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)
45. (3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2) 3

46. (3.1) = f(1.2, 0.3)
47. (3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)
48. (3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2) 3

49. (3.1) = f(1.2, 1.3)
50. (3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0) 2

51. (3.1) = f(1.2, 2.1)
52. (3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)
53. (3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3) 3

54. (3.1) = f(1.2, 2.2)
55. (3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)
56. (3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3) 3

57. (3.1) = f(1.2, 3.0)
58. (3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3) 2

59. (3.1) = f(1.3, 0.3)
60. (3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)
61. (3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)
62. (3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3) 4

63. (3.1) = f(1.3, 1.2)

64. (3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0) 2

65. (3.1) = f(1.3, 2.1)
66. (3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3) 2

67. (3.1) = f(1.3, 2.2)
68. (3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)
69. (3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0) 3

70. (3.1) = f(1.3, 2.3)
71. (3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3) 2

72. (3.1) = f(1.3, 3.0)
73. (3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)
74. (3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)
75. (3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2) 4

76. (3.1) = f(1.3, 3.2)
77. (3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0) 2

78. (3.1) = f(2.1, 0.1)
79. (3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1) 2

80. (3.1) = f(2.1, 0.2)
81. (3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)
82. (3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2) 3

83. (3.1) = f(2.1, 0.3)
84. (3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)
85. (3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)
86. (3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3) 4

87. (3.1) = f(2.1, 1.1)
88. (3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)
89. (3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)
90. (3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3) 4

91. (3.1) = f(2.1, 1.2)
92. (3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)
93. (3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3) 3

94. (3.1) = f(2.1, 1.3)
95. (3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3) 2

96. (3.1) = f(2.2, 0.2)

97. (3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2) 2

98. (3.1) = f(2.2, 0.3)
99. (3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)
100. (3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3) 3

101. (3.1) = f(2.2, 1.2)
102. (3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)
103. (3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3) 3

104. (3.1) = f(2.2, 1.3)
105. (3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)
106. (3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0) 3

107. (3.1) = f(2.2, 2.3)
108. (3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0) 2

109. (3.1) = f(2.2, 3.0)
110. (3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)
111. (3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3) 3

112. (3.1) = f(2.3, 0.3)
113. (3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3) 2

114. (3.1) = f(2.3, 1.3)
115. (3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3) 2

116. (3.1) = f(2.3, 2.2)
117. (3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0) 2

118. (3.1) = f(2.3, 3.0)
119. (3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)
120. (3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2) 3

121. (3.1) = f(2.3, 3.2)
122. (3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0) 2

123. (3.1) = f(3.0, 1.2)
124. (3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3) 2

125. (3.1) = f(3.0, 1.3)
126. (3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)
127. (3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)
128. (3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2) 4

129. (3.1) = f(3.0, 2.2)

130. (3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)
131. (3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)   3

132. (3.1) = f(3.0, 2.3)
133. (3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)
134. (3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)   3

135. (3.1) = f(3.0, 3.2)
136. (3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)
137. (3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)
138. (3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)   4

139. (3.1) = f(3.0, 3.3)
140. (3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)   2

141. (3.1) = f(3.2, 1.3)
142. (3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)   2

143. (3.1) = f(3.2, 2.3)
144. (3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)   2

145. (3.1) = f(3.2, 3.0)
146. (3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)
147. (3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)
148. (3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)   4

149. (3.1) = f(3.2, 3.3)
150. (3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)   2

151. (3.1) = f(3.3, 3.0)
152. (3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)   2

153. (3.1) = f(3.3, 3.2)
154. (3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)   2

3.14. 74 Funktionen mit w = (3.2)

1. (3.2) = f(0.2, 1.2)
2. (3.2) = f(0.2, 1.2, 2.2)   2

3. (3.2) = f(0.2, 2.2)
4. (3.2) = f(0.2, 2.2, 1.2)   2

5. (3.2) = f(0.3, 1.2)
6. (3.2) = f(0.3, 1.2, 2.2) 2

7. (3.2) = f(0.3, 1.3)
8. (3.2) = f(0.3, 1.3, 2.2)
9. (3.2) = f(0.3, 1.3, 2.3) 3

10. (3.2) = f(0.3, 2.2)
11. (3.2) = f(0.3, 2.2, 1.2)
12. (3.2) = f(0.3, 2.2, 1.3) 3

13. (3.2) = f(0.3, 2.3)
14. (3.2) = f(0.3, 2.3, 1.3) 2

15. (3.2) = f(1.2, 0.2)
16. (3.2) = f(1.2, 0.2, 2.2) 2

17. (3.2) = f(1.2, 0.3)
18. (3.2) = f(1.2, 0.3, 2.2) 2

19. (3.2) = f(1.2, 2.2)
20. (3.2) = f(1.2, 2.2, 0.2)
21. (3.2) = f(1.2, 2.2, 0.3) 3

22. (3.2) = f(1.3, 0.3)
23. (3.2) = f(1.3, 0.3, 2.2)
24. (3.2) = f(1.3, 0.3, 2.3) 3

25. (3.2) = f(1.3, 2.2)
26. (3.2) = f(1.3, 2.2, 0.3) 2

27. (3.2) = f(1.3, 2.3)
28. (3.2) = f(1.3, 2.3, 0.3) 2

29. (3.2) = f(1.3, 3.0)
30. (3.2) = f(1.3, 3.0, 3.1) 2

31. (3.2) = f(1.3, 3.1)
32. (3.2) = f(1.3, 3.1, 3.0) 2

33. (3.2) = f(2.2, 0.2)
34. (3.2) = f(2.2, 0.2, 1.2) 2

35. (3.2) = f(2.2, 0.3)
36. (3.2) = f(2.2, 0.3, 1.2)
37. (3.2) = f(2.2, 0.3, 1.3) 3

38. (3.2) = f(2.2, 1.2)
39. (3.2) = f(2.2, 1.2, 0.2)
40. (3.2) = f(2.2, 1.2, 0.3) 3

41. (3.2) = f(2.2, 1.3)
42. (3.2) = f(2.2, 1.3, 0.3) 2

43. (3.2) = f(2.3, 0.3)
44. (3.2) = f(2.3, 0.3, 1.3) 2

45. (3.2) = f(2.3, 1.3)
46. (3.2) = f(2.3, 1.3, 0.3) 2

47. (3.2) = f(2.3, 3.0)
48. (3.2) = f(2.3, 3.0, 3.1) 2

49. (3.2) = f(2.3, 3.1)
50. (3.2) = f(2.3, 3.1, 3.0) 2

51. (3.2) = f(3.0, 1.3)
52. (3.2) = f(3.0, 1.3, 3.1) 2

53. (3.2) = f(3.0, 2.3)
54. (3.2) = f(3.0, 2.3, 3.1) 2

55. (3.2) = f(3.0, 3.1)
56. (3.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)
57. (3.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)
58. (3.2) = f(3.0, 3.1, 3.3) 4

59. (3.2) = f(3.0, 3.3)
60. (3.2) = f(3.0, 3.3, 3.1) 2

61. (3.2) = f(3.1, 1.3)
62. (3.2) = f(3.1, 1.3, 3.0) 2

63. (3.2) = f(3.1, 2.3)
64. (3.2) = f(3.1, 2.3, 3.0) 2

65. (3.2) = f(3.1, 3.0)
66. (3.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)
67. (3.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)
68. (3.2) = f(3.1, 3.0, 3.3) 4

69. (3.2) = f(3.1, 3.3)

70. (3.2) = f(3.1, 3.3, 3.0) 2

71. (3.2) = f(3.3, 3.0)
72. (3.2) = f(3.3, 3.0, 3.1) 2

73. (3.2) = f(3.3, 3.1)
74. (3.2) = f(3.3, 3.1, 3.0) 2

3.15. 24 Funktionen mit w = (3.3)

1. (3.3) = f(0.3, 1.3)
2. (3.3) = f(0.3, 1.3, 2.3) 2

3. (3.3) = f(0.3, 2.3)
4. (3.3) = f(0.3, 2.3, 1.3) 2

5. (3.3) = f(1.3, 0.3)
6. (3.3) = f(1.3, 0.3, 2.3) 2

7. (3.3) = f(1.3, 2.3)
8. (3.3) = f(1.3, 2.3, 0.3) 2

9. (3.3) = f(2.3, 0.3)
10. (3.3) = f(2.3, 0.3, 1.3) 2

11. (3.3) = f(2.3, 1.3)
12. (3.3) = f(2.3, 1.3, 0.3) 2

13. (3.3) = f(3.0, 3.1)
14. (3.3) = f(3.0, 3.1, 3.2) 2

15. (3.3) = f(3.0, 3.2)
16. (3.3) = f(3.0, 3.2, 3.1) 2

17. (3.3) = f(3.1, 3.0)
18. (3.3) = f(3.1, 3.0, 3.2) 2

19. (3.3) = f(3.1, 3.2)
20. (3.3) = f(3.1, 3.2, 3.0) 2

21. (3.3) = f(3.2, 3.0)
22. (3.3) = f(3.2, 3.0, 3.1) 2

23. (3.3) = f(3.2, 3.1)
24. (3.3) = f(3.2, 3.1, 3.0) 2

4.1. Wir haben somit

3.1. 12 Funktionen mit w = (0.1)
3.2. 41 Funktionen mit w = (0.2)
3.3. 92 Funktionen mit w = (0.3)

3.4. 12 Funktionen mit w = (1.0)
3.5. 64 Funktionen mit w = (1.1)
3.6. 115 Funktionen mit w = (1.2)
3.7. 152 Funktionen mit w = (1.3)

3.8. 41 Funktionen mit w = (2.0)
3.9. 116 Funktionen mit w = (2.1)
3.10. 99 Funktionen mit w = (2.2)
3.11. 74 Funktionen mit w = (2.3)

3.12. 92 Funktionen mit w = (3.0)
3.13. 154 Funktionen mit w = (3.1)
3.14. 74 Funktionen mit w = (3.2)
3.15. 24 Funktionen mit w = (3.3)

4.2. Damit gehört also jede triadische polykontextural-semiotische Funktion zu einer tetradischen, oder, anders ausgedrückt: Partielle polykontextural-semiotische Funktion treten nicht isoliert auf, sondern in einer Familie, die von einer tetradischen polykontextural-semiotischen Funktion "angeführt" wird. Ob eine polykontextural-semiotische Funktion zu einer solchen "Funktionen-Familie" von 2, 3 oder 4 Mitgliedern gehört, bestimmt offensichtlich ganz einfach ihre Struktur, die in den obigen Listen freilich optisch durch die auftretenden Permutationen der "regulären" tetradischen Dualsysteme der abstrakten Form (3.a 2.b 1.c 0.d) × (d.0 c.1 b.2 a.3) etwas verdeckt ist:

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit $a \leq b \leq c \leq d$, wobei a, b, c, d $\in$ {.1, .2, .3}.

Man bedenke, dass wir im realitätstheoretischen Falle also haben

PZR° = (d.0 c.1 b.2 a.3),

wobei also wie im zeichentheoretischen Falle (PZR) wegen des von Bense eingeführten Unterscheides zwischen kategorialen und relationalen Zahlen (Bense 1975, S. 65 f.) $d \neq 0$ ist, was ja der Grund für die nicht-quadratische polykontextural-semiotische Matrix ist, denn die genuine, iterierte nullheitliche Kategorie "0.0" würde gerade dem durch die nicht-genuinen trichotomischen Kategorien (0.1), (0.2), (0.3) ausgedrückte Aufhebung der polykontexturalen Grenze zwischen Zeichen und Objekt widersprechen, insofern hier das kategoriale Objekt als "reines", nicht "Zeichen-infiziertes" Objekt erschiene.

Mit anderen Worten: Ausgehend von

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d) und PZR° = (d.0 c.1 b.2 a.3)

finden wir in den Listen die folgenden $2 \cdot 24$ Permutationen:

(3.a 2.b 1.c 0.d) × (d.0 c.1 b.2 a.3)
(2.b 3.a 1.c 0.d) × (d.0 c.1 a.3 b.2)
(2.b 1.c 3.a 0.d) × (d.0 a.3 c.1 b.2)
(1.c 2.b 3.a 0.d) × (d.0 a.3 b.2 c.1)
(3.a 1.c 2.b 0.d) × (d.0 b.2 c.1 a.3)
(1.c 3.a 2.b 0.d) × (d.0 b.2 a.3 c.1)

(2.b 3.a 0.d 1.c) × (c.1 d.0 a.3 b.2)
(3.a 2.b 0.d 1.c) × (c.1 d.0 b.2 a.3)
(2.b 1.c 0.d 3.a) × (a.3 d.0 c.1 b.2)
(1.c 2.b 0.d 3.a) × (a.3 d.0 b.2 c.1)
(3.a 1.c 0.d 2.b) × (b.2 d.0 c.1 a.3)
(1.c 3.a 0.d 2.b) × (b.2 d.0 a.3 c.1)

(2.b 0.d 3.a 1.c) × (c.1 a.3 d.0 b.2)
(3.a 0.d 2.b 1.c) × (c.1 b.2 d.0 a.3)
(2.b 0.d 1.c 3.a) × (a.3 c.1 d.0 b.2)
(1.c 0.d 2.b 3.a) × (a.3 b.2 d.0 c.1)
(3.a 0.d 1.c 2.b) × (b.2 c.1 d.0 a.3)
(1.c 0.d 3.a 2.b) × (b.2 a.3 d.0 c.1)

(0.d 2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2 d.0)
(0.d 3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3 d.0)
(0.d 1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1 d.0)
(0.d 2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2 d.0)
(0.d 3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3 d.0)
(0.d 1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1 d.0)

Wegen der trichotomischen Ordnung (a ≤ b ≤ c ≤ d) bestimmen also bei den partiellen Funktionen die "anwesenden" Funktionsglieder die "fehlenden". Wir hatten diese "fehlenden" Funktionsglieder ja weiter oben als "übersprungene" Kategorien bezeichnet, weil sie im polykontexturalen Sinne in eindeutig-mehrmöglicher Weise durch die "anwesenden" Funktionsglieder bestimmt werden. Wenn wir etwa die Nr. 18 aus Liste 3.2. nehmen

(0.2) = f(2.1, 3.1),

dann hat also die vollständige tetradische Zeichenrelation die beiden möglichen Formen

(0.2) = f(2.1, 3.1 1.c)
(0.2) = f(1.c, 2.1, 3.1).

Wegen (3.1 2.1) ergibt sich also c= 1 oder c = 2, d.h. 2 Möglichkeiten

(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.1) / (1.1, 2.1, 3.1)
(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.2) / (1.2, 2.1, 3.1),

und die vor dem Schrägstrich stehenden Funktionen sind tatsächlich die Nrn. 19 und 20 in Liste 3.2.

Die 3er-Familie der polykontextural-semiotischen Funktionen

Nr. 18 (0.2) = f(2.1, 3.1)
Nr. 19 (0.2) = f(2.1, 3.1, 1.1)
Nr. 20 (0.2) = f(2.1, 3.1, 1.2)

besagt wegen der Äquivalenz der polykontextural-semiotischen Funktionen aber auch, dass diese gegenseitig ersetzbar sind. Man könnte also auch sagen, die triadische polykontextural-semiotische Funktion Nr. 18 impliziere eine doppelte Option ihrer Substitution. Da die tetradische Zeichenklasse der partiellen Funktion Nr. 18 nicht eindeutig rekonstruierbar ist, ergeben sich also bei einer Rekonstruktion die beiden Alternativen Nr. 19 und Nr. 20, d.h. zwei verschiedene tetradische Zeichenklassen, und, da das kategoriale Objekt (0.2) konstant ist, nach der Entfernung der Faserung auch zwei verschiedene triadische, d.h. monokontexturale Zeichenklassen.

4.3. Die 15 Listen mit ihren 1162 polykontextural-semiotischen Funktionen besagen also vor allem, dass die 15 polykontexturalen monadischen Subzeichen der tetradischen semiotischen Matrix durch total 1162 dyadische (partielle) und triadische polykontextural-semiotische Funktionen substituiert werden können, wobei jede "Familie" von Funktionen 2, 3 oder 4 Optionen hat. Der Anwendung dieser funktionalen Substitutionen wird eine eigene Arbeit gewidmet sein.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Die Substituierbarkeit von Subzeichen in Repräsentationsklassen durch semiotische Funktionen

1. Gemäss Toth (2008c, S. 7 ff.) lässt sich eine abstrakte polykontextural-semiotische tetradisch-relationale Repräsentationsklasse, bestehend aus Zeichenklasse und dualer Realitätsematik, wie folgt notieren

PDS = ((((.0.), (.1.)), (.2.)), (.3.)) × (((.3.), ((.2.), ((.1.), (.0.))))).

Während nun eine logische 4-stellige Relation 6 2-stellige, 4 3-stellige und 1 4-stellige Partialrelation enthält (gemäss den Newtonschen Binominalkoeffizienten), enthält eine semiotische 4-stellige Relation die folgenden 4 + 15 + 24 + 24 = 67 Partialrelationen:

monadische Partialrelationen: (.0.), (.1.), (.2.), (.3.).

dyadische Partialrelationen: (0.1), (0.2), (0.3), (1.0), (2.0), (3.0), (1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3).

triadische Partialrelationen: (0., 2., 1.), (0., 1., 2.), (1., 2., 0.), (1., 0., 2), (2., 1., 0.), (2., 0., 1),
(3., 2., 1.), (3., 1., 2.), (2., 3., 1.), (2., 1., 3.), (1., 3., 2.), (1., 2., 3),
(0., 3., 2.), (0., 2., 3.), (2., 3., 0.), (2., 0., 3.), (3., 2., 0.), (3., 0., 2.),
(0., 3., 1.), (0., 1., 3.), (1., 3., 0.), (1., 0., 3.), (3., 1., 0.), (3., 0., 1.).

tetradische Partialrelationen: (3., 2., 1., 0.), (2., 3., 1., 0.), (2., 1., 3., 0.), (1., 2., 3., 0.),
(3., 1., 2., 0.), (1., 3., 2., 0.), (2., 3., 0., 1.), (3., 2., 0., 1.),
(2., 1., 0., 3.), (1., 2., 0., 3.), (3., 1., 0., 2.), (1., 3., 0., 2.),
(2., 0., 3., 1.), (3., 0., 2., 1.), (2., 0., 1., 3.), (1., 0., 2., 3.),
(3., 0., 1., 2.), (1., 0., 3., 2.), (0., 2., 3., 1.), (0., 3., 2., 1.),
(0., 1., 2., 3.), (0., 2., 1., 3.), (0., 3., 1., 2.), (0., 1., 3., 2.).

Die drei dyadischen Relationen (0.1), (0.2) und (0.3) treten allerdings ausschliesslich in Realitätsthematiken auf. In einer polykontexturalen

Semiotik, in der die Grenze zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben ist, sind also sämtliche Partialrelationen miteinander austauschbar. Während dies für die oben aufgeführten monadischen, dyadischen, triadischen und tetradischen Partialrelationen untereinander ohne weiteres einsichtig ist, zeigen wir in der vorliegenden Arbeit die Ersetzung der dyadischen Subzeichen polykontexturaler Zeichenklassen und Realitätsthematiken durch triadische monokontexturale Voll- und triadische polykontexturale Partialrelationen mit Hilfe der in Toth (2008d) eingeführten semiotischen Funktionen. Durch diese Substitutionen wird eine enorme Menge von semiotischen Verbindungen zwischen Zeichenklassen sichtbar gemacht, die bis anhin unzugänglich blieben (vgl. Toth 2008a, S. 28 ff.) und damit natürlich auch ein Teil jenes unsichtbaren "semiotic web", in das sämtliche kommunikativen, kreativen und repräsentativen Prozesse eingebunden sind.

1.

3.1	2.1	1.1	0.1
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.1, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.1, 2.1, 3.1)	(0.1) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.2, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.1, 3.1, 2.1)	(0.1) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.1) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.1) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.1)	(1.1) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.1) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.1) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.1) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.3, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.1) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.1) = f(1.0, 1.2, 1.3)	
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.1) = f(1.0, 1.3, 1.2)	
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.1)	(1.1) = f(1.2, 1.0, 1.3)	
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 1.0)	
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.1) = f(1.1, 0.1, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.1) = f(1.1, 0.2, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.1) = f(1.1, 0.3, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.1)	(1.1) = f(1.3, 1.0, 1.2)	

(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)

(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.2)
(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.3)
(2.1) = f(1.2, 0.2, 3.1)
(2.1) = f(1.2, 0.3, 3.1)
(2.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)
(2.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)
(2.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)
(2.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)
(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.2)
(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.3)
(2.1) = f(1.3, 0.3, 3.1)
(2.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)
(2.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)
(2.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)
(2.1) = f(1.3, 2.0, 2.2)
(2.1) = f(1.3, 2.2, 2.0)
(2.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)
(2.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)
(2.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)
(2.1) = f(1.3, 3.1, 0.3)
(2.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)
(2.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)
(2.1) = f(2.0, 1.3, 2.2)
(2.1) = f(2.0, 2.2, 1.3)
(2.1) = f(2.0, 2.2, 2.3)
(2.1) = f(2.0, 2.3, 2.2)
(2.1) = f(2.2, 1.3, 2.0)
(2.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)
(2.1) = f(2.2, 2.0, 1.3)

(1.1) = f(1.3, 1.2, 1.0)
(1.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)
(1.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)
(1.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)
(1.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)
(1.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)
(1.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)
(1.1) = f(2.1, 0.1, 3.1)
(1.1) = f(2.1, 0.2, 3.1)
(1.1) = f(2.1, 0.3, 3.1)
(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.1)
(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.2)
(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.3)
(1.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)
(1.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)
(1.1) = f(3.1, 0.1, 2.1)
(1.1) = f(3.1, 0.2, 2.1)
(1.1) = f(3.1, 0.3, 2.1)
(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.1)
(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.2)
(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.3)

$(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)$
$(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)$
$(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)$
$(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)$
$(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)$
$(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)$
$(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)$
$(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)$
$(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)$
$(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)$
$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)$
$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)$
$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)$
$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)$
$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)$
$(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)$
$(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)$
$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)$
$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)$
$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)$
$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)$
$(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)$
$(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)$
$(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)$
$(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)$
$(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)$
$(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)$
$(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)$
$(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$

$(2.1) = f(2.2, 2.0, 2.3)$
$(2.1) = f(2.2, 2.3, 2.0)$
$(2.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)$
$(2.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)$
$(2.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)$
$(2.1) = f(2.3, 2.0, 2.2)$
$(2.1) = f(2.3, 2.2, 2.0)$
$(2.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$
$(2.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$
$(2.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$
$(2.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$
$(2.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$
$(2.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$
$(2.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$
$(2.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$
$(2.1) = f(3.1, 0.1, 1.1)$
$(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.1)$
$(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.2)$
$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.1)$
$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.2)$
$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.3)$
$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.1)$
$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.2)$
$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.3)$
$(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.2)$
$(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.3)$
$(2.1) = f(3.1, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)$

$(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)$

2.

3.1	2.1	1.1	0.2
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.1, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.1, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.2, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.1, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.1) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.1)	(1.1) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.1) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.3, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.1) = f(1.0, 1.2, 1.3)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.1) = f(1.0, 1.3, 1.2)	(0.2) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.1)	(1.1) = f(1.2, 1.0, 1.3)	(0.2) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 1.0)	(0.2) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.1) = f(1.1, 0.1, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.1) = f(1.1, 0.2, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.1) = f(1.1, 0.3, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.1)	(1.1) = f(1.3, 1.0, 1.2)	(0.2) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.2)	(1.1) = f(1.3, 1.2, 1.0)	(0.2) = f(2-2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.3)	(1.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)	(0.2) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(1.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	(1.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	(1.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)	(0.2) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(1.1) = f(2.1, 0.1, 3.1)	(0.2) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.1) = f(2.1, 0.2, 3.1)	(0.2) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.1) = f(2.1, 0.3, 3.1)	

(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)	(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.2)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.3)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)	(1.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 2.2)	(1.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 2.0)	(1.1) = f(3.1, 0.1, 2.1)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(1.1) = f(3.1, 0.2, 2.1)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(1.1) = f(3.1, 0.3, 2.1)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.1)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.2)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)	(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)	
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 2.2)	
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 1.3)	
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 2.3)	
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(2.0, 2.3, 2.2)	
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 2.0)	
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 1.3)	
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 2.3)	
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 2.0)	
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.0, 2.2)	
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 2.0)	
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)	
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)	
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)	

$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)$

$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)$

$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)$

$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)$

$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)$

$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)$

$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)$

$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)$

$(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)$

$(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)$

$(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)$

$(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)$

$(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)$

$(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(2.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(2.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(2.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(2.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(2.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(2.1) = f(3.1, 0.1, 1.1)$

$(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.1)$

$(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.2)$

$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.1)$

$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.2)$

$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.3)$

$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.1)$

$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.2)$

$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.3)$

$(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.2)$

$(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.3)$

$(2.1) = f(3.1, 1.3, 0.3)$

(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)

(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)

(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)

(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)

(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)

(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)

(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)

(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)

(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)

(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)

3.

3.1 $\downarrow$	2.1 $\downarrow$	1.1 $\downarrow$	0.3 $\downarrow$
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.1, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.1, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.2, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.1, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.1) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.1)	(1.1) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.1) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.3, 1.1, 3.1)	(1.1) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.1) = f(1.0, 1.2, 1.3)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.1) = f(1.0, 1.3, 1.2)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.1)	(1.1) = f(1.2, 1.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)

(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.1) = f(1.1, 0.1, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.1) = f(1.1, 0.2, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.1) = f(1.1, 0.3, 3.1)	(1.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.1)	(1.1) = f(1.3, 1.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.2)	(1.1) = f(1.3, 1.2, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.3)	(1.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(1.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	(1.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	(1.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(1.1) = f(2.1, 0.1, 3.1)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.1) = f(2.1, 0.2, 3.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.1) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)	(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.2)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(1.1) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)	(1.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 2.2)	(1.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 2.0)	(1.1) = f(3.1, 0.1, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(1.1) = f(3.1, 0.2, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(1.1) = f(3.1, 0.3, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)	(1.1) = f(3.1, 2.1, 0.3)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 3.3)	
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 2.2)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)	
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 1.3)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)	
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 2.3)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)	

(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(2.0, 2.3, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 1.3)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 2.3)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)	(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)	(2.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)	(2.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)	(2.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)	(2.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)	(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)	(2.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)	(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 0.1, 1.1)	(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.1)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.2)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.1)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.2)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.1)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.2)	
(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.2)	

$(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)$ $(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)$ $(2.1) = f(3.1, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)$

$(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)$

4.

3.1	2.1	1.2	0.2
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.1, 1.1, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.2, 1.1, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.1)	(0.2) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.2)	(0.2) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.1)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.2)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.3, 1.1, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 3.2, 2.2)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.1)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.2) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.1) = f(1.1, 0.1, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.1) = f(1.1, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.1, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.1) = f(1.1, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.3, 1.1)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.1)	(1.2) = f(1.1, 1.0, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 1.0)	(0.2) = f(2-2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 2.0)	(0.2) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 3.0)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 2.0, 1.3)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(1.1, 3.0, 1.3)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 1.0, 1.1)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 1.0)	(0.2) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 2.0)	(0.2) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 3.0)	(0.2) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 2.0, 1.1)	
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	

(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 1.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 2.2)	(1.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 2.0)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 1.1)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(1.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(1.2) = f(2.1, 0.2, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(2.1, 0.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 2.2)	(1.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 2.3)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.2)
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(2.0, 2.3, 2.2)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.3)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.1)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 2.3)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 2.0)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.3)
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.2)
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.0, 2.2)	(1.2) = f(3.0, 1.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 2.0)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 1.1)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)	(1.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)	(2.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)	(1.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)

$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)$

$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)$

$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)$

$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)$

$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)$

$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)$

$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)$

$(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)$

$(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)$

$(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)$

$(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)$

$(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)$

$(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)$

$(2.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(2.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(2.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(2.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(2.1) = f(3.1, 0.1, 1.1)$

$(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.1)$

$(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.2)$

$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.1)$

$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.2)$

$(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.3)$

$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.1)$

$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.2)$

$(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.3)$

$(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.2)$

$(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.3)$

$(2.1) = f(3.1, 1.3, 0.3)$

$(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.1)$

$(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.2)$

$(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.1)$

$(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.2)$

$(1.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)$

$(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.2)$

$(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.3)$

$(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.2)$

$(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.3)$

$(1.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)$

$(1.2) = f(3.2, 0.2, 2.2)$

$(1.2) = f(3.2, 0.3, 2.2)$

$(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.2)$

$(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.3)$

(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)

(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)

(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)

(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)

(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)

(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)

(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)

(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)

(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)

5.

3.1	2.1	1.2	0.3
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.1, 1.1, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.2, 1.1, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.1)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.3, 1.1, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.1)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.1) = f(1.1, 0.1, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)

(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.1) = f(1.1, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.1, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.1) = f(1.1, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.1)	(1.2) = f(1.1, 1.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 2.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(1.1, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 2.2)	(1.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 2.0)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(1.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(1.2) = f(2.1, 0.2, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 2.2)	(1.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 2.3)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.2)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(2.0, 2.3, 2.2)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)

(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 2.3)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 2.0)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.0, 2.2)	(1.2) = f(3.0, 1.1, 1.3)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 2.0)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)	(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)	(1.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)	(2.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)	(1.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)	(2.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)	(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)	(2.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)	(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.2)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)	(2.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)	(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)	(2.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)	(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.2)	(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 0.1, 1.1)	(1.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.1)	(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.2)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.2)	(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.1)	(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.2)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.2)	(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.3)	(1.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.1)	(1.2) = f(3.2, 0.2, 2.2)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.2)	(1.2) = f(3.2, 0.3, 2.2)	
(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.3)	(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.2)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.2)	(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.3)		

$(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)$ $(2.1) = f(3.1, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)$

$(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)$

6.

3.1	2.1	1.3	0.3
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.1, 1.1, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.2, 1.1, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.1)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(0.3, 1.1, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.3)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.1)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.1) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.1) = f(1.1, 0.1, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 3.3, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.1) = f(1.1, 0.2, 3.1)	(1.3) = f(1.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.1) = f(1.1, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(1.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.1)	(1.3) = f(1.1, 1.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.1) = f(1.1, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.1) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(1.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 1.3, 2.0)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 2.0, 1.3)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)

(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 2.0)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 1.2)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(1.3, 2.0, 2.2)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 2.0)	(1.3) = f(1.2, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(1.3) = f(2.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 2.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(2.0, 1.2, 1.3)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 1.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 1.2)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.1) = f(2.0, 1.3, 2.2)	(1.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 1.3)	(1.3) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.1) = f(2.0, 2.2, 2.3)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.1) = f(2.0, 2.3, 2.2)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 2.0)	(1.3) = f(2.1, 2.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(1.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 1.3)	(1.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(2.1) = f(2.2, 2.0, 2.3)	(1.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 2.0)	(1.3) = f(2.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)	(2.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(1.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(1.3) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)	(2.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.0, 2.2)	(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 2.0)	(1.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)	(2.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)	(1.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)	(1.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)	(1.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)	(2.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)	(1.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)	(2.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)	(1.3) = f(2.2, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)

(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)	(2.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)	(1.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)	(2.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)	(1.3) = f(2.2, 3.2, 0.3)	(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)	(2.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)	(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 0.1, 1.1)	(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.1)	(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.3)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.1) = f(3.1, 0.2, 1.2)	(1.3) = f(2.3, 3.1, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.1)	(1.3) = f(2.3, 3.2, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.2)	(1.3) = f(2.3, 3.3, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(3.0, 1.1, 1.2)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.1)	(1.3) = f(3.0, 1.2, 1.1)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.2)	(1.3) = f(3.0, 1.2, 2.1)	
(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(2.1) = f(3.1, 1.1, 0.3)	(1.3) = f(3.0, 1.2, 3.1)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.2)	(1.3) = f(3.0, 2.1, 1.2)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(2.1) = f(3.1, 1.2, 0.3)	(1.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)	
(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.1) = f(3.1, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)	
(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)		(1.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)	
(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)		(1.3) = f(3.0, 3.1, 1.2)	
(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)		(1.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)	
(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)		(1.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)	
(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)		(1.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)	
(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)		(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.1)	
(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)		(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.2)	
(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)		(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.3)	
(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)		(1.3) = f(3.1, 1.2, 3.0)	
(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)		(1.3) = f(3.1, 2.1, 0.3)	
(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)		(1.3) = f(3.1, 2.2, 0.3)	
(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)		(1.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)	
(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)		(1.3) = f(3.1, 2.3, 0.3)	
(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)		(1.3) = f(3.1, 3.0, 1.2)	

(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)	(1.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)
(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)	(1.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)
(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)	(1.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)
(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)	(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.2)
(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)	(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)	(1.3) = f(3.2, 2.2, 0.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)	(1.3) = f(3.2, 2.3, 0.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)	(1.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)
(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)	(1.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)
(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)	(1.3) = f(3.3, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)	(1.3) = f(3.3, 2.3, 0.3)

7. 3.1 2.2 1.2 0.2

(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.1)	(0.2) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.2)	(0.2) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.2)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 3.2, 2.2)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.2) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.2)

(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.1, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.2)	(1.2) = f(1.0, 1.3, 1.1)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 1.0, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 1.0)	(0.2) = f(2-2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 2.0)	(0.2) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 3.0)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 2.0, 1.3)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 3.0, 1.3)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 1.0, 1.1)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 1.0)	(0.2) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 2.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 2.0)	(0.2) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 3.0)	(0.2) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 2.0, 1.1)	
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 1.1)	
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 1.1)	
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 2.3)	(1.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.2) = f(2.0, 2.3, 2.1)	(1.2) = f(2.1, 0.2, 3.1)	
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 0.3, 3.1)	
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 2.3)	(1.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.2)	
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.3)	

$(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)$	$(2.2) = f(2.1, 3.0, 2.3)$	$(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.1)$
$(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)$	$(2.2) = f(2.3, 2.0, 2.1)$	$(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.2)$
$(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)$	$(2.2) = f(2.3, 2.1, 2.0)$	$(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.1)$
$(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)$	$(2.2) = f(2.3, 2.1, 3.0)$	$(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.2)$
$(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)$	$(2.2) = f(2.3, 3.0, 2.1)$	$(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.2)$
$(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)$	$(2.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)$	$(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.3)$
$(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)$	$(2.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)$	$(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.2)$
$(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)$	$(2.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)$	$(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.3)$
$(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)$	$(2.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)$	$(1.2) = f(3.0, 1.1, 1.3)$
$(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)$	$(2.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)$	$(1.2) = f(3.0, 1.3, 1.1)$
$(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)$	$(2.2) = f(3.0, 2.1, 2.3)$	$(1.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)$
$(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)$	$(2.2) = f(3.0, 2.3, 2.1)$	$(1.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)$
$(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)$	$(2.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)$	$(1.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)$
$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)$	$(2.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)$	$(1.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)$
$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)$	$(2.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)$	$(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.1)$
$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)$	$(2.2) = f(3.1, 0.2, 1.2)$	$(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.2)$
$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)$	$(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.2)$	$(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.1)$
$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)$	$(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.3)$	$(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.2)$
$(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)$	$(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.2)$	$(1.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)$
$(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)$	$(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.3)$	$(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.2)$
$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)$	$(2.2) = f(3.1, 1.3, 0.3)$	$(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.3)$
$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)$	$(2.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)$	$(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.2)$
$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)$	$(2.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)$	$(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.3)$
$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)$	$(2.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)$	$(1.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)$
$(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)$	$(2.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)$	$(1.2) = f(3.2, 0.2, 2.2)$
$(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)$	$(2.2) = f(3.2, 0.2, 1.2)$	$(1.2) = f(3.2, 0.3, 2.2)$
$(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)$	$(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.2)$	$(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.2)$
$(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)$	$(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.3)$	$(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.3)$
$(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)$	$(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.2)$	

$(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)$ $(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)$ $(2.2) = f(3.2, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)$

$(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)$

$(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)$

$(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)$

$(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)$

8. 3.1 2.2 1.2 0.3

(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.1, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.2)	(1.2) = f(1.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 1.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 2.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 2.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.2)

(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 2.3)	(1.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.2) = f(2.0, 2.3, 2.1)	(1.2) = f(2.1, 0.2, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.2)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 2.3)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.2) = f(2.3, 2.0, 2.1)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.2) = f(2.3, 2.1, 2.0)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(2.2) = f(2.3, 2.1, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(2.2) = f(2.3, 3.0, 2.1)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)	(2.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)	(2.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)	(2.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)	(2.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(3.0, 1.1, 1.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)	(2.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)	(2.2) = f(3.0, 2.1, 2.3)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)	(2.2) = f(3.0, 2.3, 2.1)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)	(1.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)	(2.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)

(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)	(2.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)	(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 0.2, 1.2)	(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.2)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)	(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.2)	(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.3)	(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.2)	(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.2)	(1.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.3)	(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.2)	(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.2) = f(3.1, 1.3, 0.3)	(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.2)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)	(1.2) = f(3.2, 0.2, 2.2)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(2.2) = f(3.2, 0.2, 1.2)	(1.2) = f(3.2, 0.3, 2.2)	
(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.2)	(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.2)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.3)	(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.2)		
(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.3)		
(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(3.2, 1.3, 0.3)		
(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)			
(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)			
(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)			
(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)			
(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)			
(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)			
(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)			
(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)			
(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)			
(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)			
(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)			
(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)			

(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)

(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)

(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)

(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)

(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)

(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)

(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)

(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)

(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)

(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)

9.

3.1	2.2	1.3	0.3
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.2) = f(0.2, 3.2, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.3)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 3.3, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)

(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.3) = f(1.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.2)	(1.3) = f(1.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(1.1, 1.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.2)	(1.3) = f(1.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.3)	(1.3) = f(1.2, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 2.0, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(1.3) = f(2.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 2.3)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.2) = f(2.0, 2.3, 2.1)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 1.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	(1.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 2.0)	(1.3) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 3.0)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 2.3)	(1.3) = f(2.1, 2.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)

(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.2) = f(2.3, 2.0, 2.1)	(1.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.2) = f(2.3, 2.1, 2.0)	(1.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)	(2.2) = f(2.3, 2.1, 3.0)	(1.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)	(2.2) = f(2.3, 3.0, 2.1)	(1.3) = f(2.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)	(2.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)	(2.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)	(2.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)	(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)	(2.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)	(2.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)	(1.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)	(2.2) = f(3.0, 2.1, 2.3)	(1.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)	(2.2) = f(3.0, 2.3, 2.1)	(1.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)	(1.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)	(2.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(1.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)	(2.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)	(1.3) = f(2.2, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 0.2, 1.2)	(1.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)	(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.2)	(1.3) = f(2.2, 3.2, 0.3)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.2)	(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.3)	(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.3)	(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.2) = f(3.1, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(2.3, 3.1, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(1.3) = f(2.3, 3.2, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)	(1.3) = f(2.3, 3.3, 0.3)	
(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	(1.3) = f(3.0, 1.1, 1.2)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)	(1.3) = f(3.0, 1.2, 1.1)	
(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)	(2.2) = f(3.2, 0.2, 1.2)	(1.3) = f(3.0, 1.2, 2.1)	
(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)	(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.2)	(1.3) = f(3.0, 1.2, 3.1)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)	(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(3.0, 2.1, 1.2)	
(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)	(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.2)	(1.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)	
(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.3)	(1.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)	

(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(3.2, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)		(1.3) = f(3.0, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)		(1.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)		(1.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)
(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)		(1.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)
(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)		(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.1)
(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)		(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.2)
(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)		(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)		(1.3) = f(3.1, 1.2, 3.0)
(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)		(1.3) = f(3.1, 2.1, 0.3)
(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)		(1.3) = f(3.1, 2.2, 0.3)
(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)		(1.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)
(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)		(1.3) = f(3.1, 2.3, 0.3)
(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)		(1.3) = f(3.1, 3.0, 1.2)
(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)		(1.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)
(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)		(1.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)
(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)		(1.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)
(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)		(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.2)
(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)		(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)		(1.3) = f(3.2, 2.2, 0.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)		(1.3) = f(3.2, 2.3, 0.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)		(1.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)
(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)		(1.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)
(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)		(1.3) = f(3.3, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)		(1.3) = f(3.3, 2.3, 0.3)

10.

3.1	2.3	1.3	0.3
(3.1) = f(0.1, 1.1, 2.1)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.1, 2.1, 1.1)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 1.1, 2.1)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.3)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.1)	(2.3) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.3) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.1)	(2.3) = f(0.3, 3.3, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.3)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.2, 2.1, 1.2)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 1.1, 2.1)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.3)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.1)	(2.3) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.3) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.1)	(2.3) = f(1.3, 3.3, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.3, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	(1.3) = f(1.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.1) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	(1.3) = f(1.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.1)	(2.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	(1.3) = f(1.1, 1.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.2)	(2.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.1, 1.3)	(2.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.1) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)	(1.3) = f(1.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.1) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)	(1.3) = f(1.2, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.1) = f(1.1, 0.1, 2.1)	(2.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.2, 2.1)	(2.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 0.3, 2.1)	(2.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.1)	(2.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.2)	(2.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.1, 2.1, 0.3)	(2.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)

(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.1)	(2.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.1)	(2.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.2, 1.3, 3.0)	(2.3) = f(3.1, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(1.2, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.2)	(2.3) = f(3.1, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(2.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.1, 0.3)	(2.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 1.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.1) = f(1.2, 3.0, 1.3)	(2.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.1)	(2.3) = f(3.2, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(3.1) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.3) = f(3.2, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 1.2, 3.0)	(2.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.1, 0.3)	(2.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.3) = f(3.3, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(2.1, 2.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.2, 3.0)	(2.3) = f(3.3, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 2.3, 0.3)		(1.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 1.2)		(1.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 2.2)		(1.3) = f(2.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(1.3, 3.0, 3.2)		(1.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
(3.1) = f(1.3, 3.2, 3.0)		(1.3) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.1) = f(2.1, 0.1, 1.1)		(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.1)		(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.2, 1.2)		(1.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.1)		(1.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.2)		(1.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
(3.1) = f(2.1, 0.3, 1.3)		(1.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.1)		(1.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.2)		(1.3) = f(2.2, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)

$(3.1) = f(2.1, 1.1, 0.3)$

$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.2)$

$(3.1) = f(2.1, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.1, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 0.2, 1.2)$

$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.2)$

$(3.1) = f(2.2, 0.3, 1.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.2)$

$(3.1) = f(2.2, 1.2, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.2, 1.3, 3.0)$

$(3.1) = f(2.2, 2.3, 3.0)$

$(3.1) = f(2.2, 3.0, 1.3)$

$(3.1) = f(2.2, 3.0, 2.3)$

$(3.1) = f(2.3, 0.3, 1.3)$

$(3.1) = f(2.3, 1.3, 0.3)$

$(3.1) = f(2.3, 2.2, 3.0)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 2.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.0, 3.2)$

$(3.1) = f(2.3, 3.2, 3.0)$

$(3.1) = f(3.0, 1.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 1.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 1.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 1.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.2, 2.3)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 2.2)$

$(3.1) = f(3.0, 2.3, 3.2)$

$(3.1) = f(3.0, 3.2, 1.3)$

$(1.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)$

$(1.3) = f(2.2, 3.2, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.1)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.2)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.1, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.2, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.3, 0.3)$

$(1.3) = f(3.0, 1.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 1.1)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 2.1)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.0, 2.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)$

$(1.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)$

$(1.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.1)$

$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.2)$

$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.3)$

$(1.3) = f(3.1, 1.2, 3.0)$

$(1.3) = f(3.1, 2.1, 0.3)$

$(1.3) = f(3.1, 2.2, 0.3)$

$(1.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)$

$(1.3) = f(3.1, 2.3, 0.3)$

$(1.3) = f(3.1, 3.0, 1.2)$

$(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)$

$(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)$

$(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)$

$(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)$

$(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)$

(3.1) = f(3.0, 3.2, 2.3)	(1.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)
(3.1) = f(3.0, 3.2, 3.3)	(1.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)
(3.1) = f(3.0, 3.3, 3.2)	(1.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)
(3.1) = f(3.2, 1.3, 3.0)	(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.2)
(3.1) = f(3.2, 2.3, 3.0)	(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 1.3)	(1.3) = f(3.2, 2.2, 0.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 2.3)	(1.3) = f(3.2, 2.3, 0.3)
(3.1) = f(3.2, 3.0, 3.3)	(1.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)
(3.1) = f(3.2, 3.3, 3.0)	(1.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)
(3.1) = f(3.3, 3.0, 3.2)	(1.3) = f(3.3, 0.3, 2.3)
(3.1) = f(3.3, 3.2, 3.0)	(1.3) = f(3.3, 2.3, 0.3)

11. 3.2 2.2 1.2 0.2

(3.2) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.1)	(0.2) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.2)	(0.2) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.2)	(0.2) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 3.2, 2.2)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.2) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.2) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.2) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.2) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.2) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.2) = f(2.1, 3.1, 1.2)

(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.1, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.2)	(1.2) = f(1.0, 1.3, 1.1)	(0.2) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.2) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 1.0, 1.3)	(0.2) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.2) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 1.0)	(0.2) = f(2-2, 3.2, 1.2)
(3.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 2.0)	(0.2) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 3.0)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.2) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 2.0, 1.3)	(0.2) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 3.0, 1.3)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 1.0, 1.1)	(0.2) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 1.0)	(0.2) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 2.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 2.0)	(0.2) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(3.2) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 3.0)	(0.2) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(3.2) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 2.0, 1.1)	
(3.2) = f(2.3, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	
(3.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 1.1)	
(3.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	
(3.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	
(3.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	
(3.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(2.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	
(3.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 1.1)	
(3.2) = f(3.0, 3.1, 3.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 2.3)	(1.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	
(3.2) = f(3.0, 3.3, 3.1)	(2.2) = f(2.0, 2.3, 2.1)	(1.2) = f(2.1, 0.2, 3.1)	
(3.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 0.3, 3.1)	
(3.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	
(3.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	
(3.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 2.3)	(1.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	
(3.2) = f(3.1, 3.0, 3.3)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	
(3.2) = f(3.1, 3.3, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.2)	
(3.2) = f(3.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.3)	

$(3.2) = f(3.3, 3.1, 3.0)$	$(2.2) = f(2.1, 3.0, 2.3)$	$(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.1)$
	$(2.2) = f(2.3, 2.0, 2.1)$	$(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.2)$
	$(2.2) = f(2.3, 2.1, 2.0)$	$(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.1)$
	$(2.2) = f(2.3, 2.1, 3.0)$	$(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.2)$
	$(2.2) = f(2.3, 3.0, 2.1)$	$(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.2)$
	$(2.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)$	$(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.3)$
	$(2.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)$	$(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.2)$
	$(2.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)$	$(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.3)$
	$(2.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)$	$(1.2) = f(3.0, 1.1, 1.3)$
	$(2.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)$	$(1.2) = f(3.0, 1.3, 1.1)$
	$(2.2) = f(3.0, 2.1, 2.3)$	$(1.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)$
	$(2.2) = f(3.0, 2.3, 2.1)$	$(1.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)$
	$(2.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)$	$(1.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)$
	$(2.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)$	$(1.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)$
	$(2.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)$	$(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.1)$
	$(2.2) = f(3.1, 0.2, 1.2)$	$(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.2)$
	$(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.2)$	$(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.1)$
	$(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.3)$	$(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.2)$
	$(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.2)$	$(1.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)$
	$(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.3)$	$(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.2)$
	$(2.2) = f(3.1, 1.3, 0.3)$	$(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.3)$
	$(2.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)$	$(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.2)$
	$(2.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)$	$(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.3)$
	$(2.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)$	$(1.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)$
	$(2.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)$	$(1.2) = f(3.2, 0.2, 2.2)$
	$(2.2) = f(3.2, 0.2, 1.2)$	$(1.2) = f(3.2, 0.3, 2.2)$
	$(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.2)$	$(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.2)$
	$(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.3)$	$(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.3)$
	$(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.2)$	

(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.3)

(2.2) = f(3.2, 1.3, 0.3)

12.

3.2	2.2	1.2	0.3
(3.2) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.2) = f(0.2, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.2)	(1.2) = f(0.2, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.2) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.2) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.2)	(1.2) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.2) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.2) = f(1.0, 1.1, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.2)	(1.2) = f(1.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.2) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.1, 1.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.2) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.2)	(1.2) = f(1.1, 2.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.1, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 2.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)

(3.2) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(1.2) = f(1.3, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.2) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(2.3, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(1.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(1.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(2.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(1.2) = f(2.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 3.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 2.3)	(1.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.2) = f(3.0, 3.3, 3.1)	(2.2) = f(2.0, 2.3, 2.1)	(1.2) = f(2.1, 0.2, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(3.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)	(2.2) = f(2.1, 2.0, 2.3)	(1.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 3.3)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 2.0)	(1.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(3.2) = f(3.1, 3.3, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.2)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.2) = f(3.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.2) = f(3.3, 3.1, 3.0)	(2.2) = f(2.1, 3.0, 2.3)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
	(2.2) = f(2.3, 2.0, 2.1)	(1.2) = f(2.2, 0.2, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
	(2.2) = f(2.3, 2.1, 2.0)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
	(2.2) = f(2.3, 2.1, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 0.3, 3.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
	(2.2) = f(2.3, 3.0, 2.1)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
	(2.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)	(1.2) = f(2.2, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
	(2.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
	(2.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)	(1.2) = f(2.2, 3.2, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
	(2.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(1.2) = f(3.0, 1.1, 1.3)	(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
	(2.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 1.1)	(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
	(2.2) = f(3.0, 2.1, 2.3)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)

(2.2) = f(3.0, 2.3, 2.1)	(1.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
(2.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)	(1.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)
(2.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(1.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(2.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)	(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.1)	(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)
(2.2) = f(3.1, 0.2, 1.2)	(1.2) = f(3.1, 0.2, 2.2)	(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.2)	(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.1)	(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.3)	(1.2) = f(3.1, 0.3, 2.2)	(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)
(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.2)	(1.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	
(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.3)	(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.2)	
(2.2) = f(3.1, 1.3, 0.3)	(1.2) = f(3.1, 2.1, 0.3)	
(2.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.2)	
(2.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)	(1.2) = f(3.1, 2.2, 0.3)	
(2.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	(1.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	
(2.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)	(1.2) = f(3.2, 0.2, 2.2)	
(2.2) = f(3.2, 0.2, 1.2)	(1.2) = f(3.2, 0.3, 2.2)	
(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.2)	(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.2)	
(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.3)	(1.2) = f(3.2, 2.2, 0.3)	
(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.2)		
(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.3)		
(2.2) = f(3.2, 1.3, 0.3)		

13.

3.2	2.2	1.3	0.3
(3.2) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.2, 1.2, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 3.1, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.2) = f(0.2, 3.2, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)

(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.2) = f(0.3, 1.2, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.3)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.2) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.2) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.2) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.2)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 3.3, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.2) = f(1.2, 0.2, 3.2)	(1.3) = f(1.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.2) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(1.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.2) = f(1.2, 0.3, 3.2)	(1.3) = f(1.1, 1.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(2.2) = f(1.2, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.2) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.2) = f(1.2, 3.2, 0.3)	(1.3) = f(1.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.2) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 2.0, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 2.0)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.2) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.2) = f(1.3, 2.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(2.3, 1.3, 0.3)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)	(2.2) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(2.2) = f(2.0, 1.3, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 1.3)	(1.3) = f(1.2, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 3.3)	(2.2) = f(2.0, 2.1, 2.3)	(1.3) = f(2.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.2) = f(3.0, 3.3, 3.1)	(2.2) = f(2.0, 2.3, 2.1)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)

(3.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)
(3.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 3.3)
(3.2) = f(3.1, 3.3, 3.0)
(3.2) = f(3.3, 3.0, 3.1)
(3.2) = f(3.3, 3.1, 3.0)

(2.2) = f(2.1, 1.3, 2.0)
(2.2) = f(2.1, 1.3, 3.0)
(2.2) = f(2.1, 2.0, 1.3)
(2.2) = f(2.1, 2.0, 2.3)
(2.2) = f(2.1, 2.3, 2.0)
(2.2) = f(2.1, 2.3, 3.0)
(2.2) = f(2.1, 3.0, 1.3)
(2.2) = f(2.1, 3.0, 2.3)
(2.2) = f(2.3, 2.0, 2.1)
(2.2) = f(2.3, 2.1, 2.0)
(2.2) = f(2.3, 2.1, 3.0)
(2.2) = f(2.3, 3.0, 2.1)
(2.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)
(2.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)
(2.2) = f(3.0, 1.3, 2.1)
(2.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)
(2.2) = f(3.0, 2.1, 1.3)
(2.2) = f(3.0, 2.1, 2.3)
(2.2) = f(3.0, 2.3, 2.1)
(2.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)
(2.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)
(2.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)
(2.2) = f(3.1, 0.2, 1.2)
(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.2)
(2.2) = f(3.1, 0.3, 1.3)
(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.2)
(2.2) = f(3.1, 1.2, 0.3)
(2.2) = f(3.1, 1.3, 0.3)
(2.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)

(1.3) = f(2.0, 1.2, 2.1)
(1.3) = f(2.0, 2.1, 1.2)
(1.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)
(1.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)
(1.3) = f(2.1, 0.3, 3.1)
(1.3) = f(2.1, 1.2, 2.0)
(1.3) = f(2.1, 1.2, 3.0)
(1.3) = f(2.1, 2.0, 1.2)
(1.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)
(1.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)
(1.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)
(1.3) = f(2.1, 3.0, 1.2)
(1.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)
(1.3) = f(2.1, 3.1, 0.3)
(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.1)
(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.2)
(1.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)
(1.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)
(1.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)
(1.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)
(1.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)
(1.3) = f(2.2, 3.1, 0.3)
(1.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)
(1.3) = f(2.2, 3.2, 0.3)
(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.1)
(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.2)
(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.3)
(1.3) = f(2.3, 3.1, 0.3)
(1.3) = f(2.3, 3.2, 0.3)

(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)
(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)
(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)
(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)
(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)
(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)
(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)
(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)
(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)
(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)
(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)
(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)

(2.2) = f(3.1, 2.3, 3.0) (1.3) = f(2.3, 3.3, 0.3)

(2.2) = f(3.1, 3.0, 1.3) (1.3) = f(3.0, 1.1, 1.2)

(2.2) = f(3.1, 3.0, 2.3) (1.3) = f(3.0, 1.2, 1.1)

(2.2) = f(3.2, 0.2, 1.2) (1.3) = f(3.0, 1.2, 2.1)

(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.2) (1.3) = f(3.0, 1.2, 3.1)

(2.2) = f(3.2, 0.3, 1.3) (1.3) = f(3.0, 2.1, 1.2)

(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.2) (1.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)

(2.2) = f(3.2, 1.2, 0.3) (1.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)

(2.2) = f(3.2, 1.3, 0.3) (1.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)

(1.3) = f(3.0, 3.1, 1.2)

(1.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)

(1.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)

(1.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)

(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.1)

(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.2)

(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.3)

(1.3) = f(3.1, 1.2, 3.0)

(1.3) = f(3.1, 2.1, 0.3)

(1.3) = f(3.1, 2.2, 0.3)

(1.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)

(1.3) = f(3.1, 2.3, 0.3)

(1.3) = f(3.1, 3.0, 1.2)

(1.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)

(1.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)

(1.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)

(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.2)

(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.3)

(1.3) = f(3.2, 2.2, 0.3)

(1.3) = f(3.2, 2.3, 0.3)

(1.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)

(1.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)

(1.3) = f(3.3, 0.3, 2.3)

(1.3) = f(3.3, 2.3, 0.3)

14.

3.2	2.3	1.3	0.3
(3.2) = f(0.2, 1.2, 2.2)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.2, 2.2, 1.2)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 1.2, 2.2)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.3)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.2)	(2.3) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.2) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.3) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.2)	(2.3) = f(0.3, 3.3, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(0.3, 2.2, 1.3)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.3)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.2) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.2) = f(1.2, 0.2, 2.2)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.3)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 0.3, 2.2)	(2.3) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.2)	(2.3) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.2) = f(1.2, 2.2, 0.3)	(2.3) = f(1.3, 3.3, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.2)	(2.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	(1.3) = f(0.3, 3.3, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
(3.2) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	(1.3) = f(1.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
(3.2) = f(1.3, 2.2, 0.3)	(2.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	(1.3) = f(1.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
(3.2) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	(1.3) = f(1.1, 1.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
(3.2) = f(1.3, 3.0, 3.1)	(2.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
(3.2) = f(1.3, 3.1, 3.0)	(2.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
(3.2) = f(2.2, 0.2, 1.2)	(2.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)

(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.2)	(2.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)	(1.3) = f(1.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
(3.2) = f(2.2, 0.3, 1.3)	(2.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.2)	(2.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.2, 0.3)	(2.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
(3.2) = f(2.2, 1.3, 0.3)	(2.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
(3.2) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(2.3, 1.3, 0.3)	(2.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)
(3.2) = f(2.3, 3.0, 3.1)	(2.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 2.0)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)
(3.2) = f(2.3, 3.1, 3.0)	(2.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)	(1.3) = f(1.2, 2.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)
(3.2) = f(3.0, 1.3, 3.1)	(2.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 1.1)	(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)
(3.2) = f(3.0, 2.3, 3.1)	(2.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 1.3)	(2.3) = f(3.1, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(1.2, 3.0, 3.1)	(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 2.3)	(2.3) = f(3.1, 1.3, 0.3	(1.3) = f(1.2, 3.1, 3.0)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)
(3.2) = f(3.0, 3.1, 3.3)	(2.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)	(1.3) = f(2.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)
(3.2) = f(3.0, 3.3, 3.1)	(2.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)
(3.2) = f(3.1, 1.3, 3.0)	(2.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)	(1.3) = f(2.0, 1.2, 2.1)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)
(3.2) = f(3.1, 2.3, 3.0)	(2.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 1.2)	(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 1.3)	(2.3) = f(3.2, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 2.3)	(2.3) = f(3.2, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)
(3.2) = f(3.1, 3.0, 3.3)	(2.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(2.1, 0.3, 3.1)	(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)
(3.2) = f(3.1, 3.3, 3.0)	(2.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)
(3.2) = f(3.3, 3.0, 3.1)	(2.3) = f(3.3, 0.3, 1.3)	(1.3) = f(2.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)
(3.2) = f(3.3, 3.1, 3.0)	(2.3) = f(3.3, 1.3, 0.3)	(1.3) = f(2.1, 2.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)
		(1.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)
		(1.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)
		(1.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)
		(1.3) = f(2.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)
		(1.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)
		(1.3) = f(2.1, 3.1, 0.3)	(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)

$(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.1)$

$(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.2)$

$(1.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)$

$(1.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)$

$(1.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)$

$(1.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)$

$(1.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)$

$(1.3) = f(2.2, 3.1, 0.3)$

$(1.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)$

$(1.3) = f(2.2, 3.2, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.1)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.2)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.1, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.2, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.3, 0.3)$

$(1.3) = f(3.0, 1.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 1.1)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 2.1)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.0, 2.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)$

$(1.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)$

$(1.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.1)$

$(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)$

$(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)$

$(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)$

$(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)$

$(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)$

$(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)$

$(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)$

$(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)$

$(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)$

$(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)$

$(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)$

$$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.2)$$

$$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.3)$$

$$(1.3) = f(3.1, 1.2, 3.0)$$

$$(1.3) = f(3.1, 2.1, 0.3)$$

$$(1.3) = f(3.1, 2.2, 0.3)$$

$$(1.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)$$

$$(1.3) = f(3.1, 2.3, 0.3)$$

$$(1.3) = f(3.1, 3.0, 1.2)$$

$$(1.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)$$

$$(1.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)$$

$$(1.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)$$

$$(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.2)$$

$$(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.3)$$

$$(1.3) = f(3.2, 2.2, 0.3)$$

$$(1.3) = f(3.2, 2.3, 0.3)$$

$$(1.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)$$

$$(1.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)$$

$$(1.3) = f(3.3, 0.3, 2.3)$$

$$(1.3) = f(3.3, 2.3, 0.3)$$

15.

3.3	2.3	1.3	0.3
(3.3) = f(0.3, 1.3, 2.3)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 2.1, 3.1)
(3.3) = f(0.3, 2.3, 1.3)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 2.1, 3.1)	(0.3) = f(1.1, 3.1, 2.1)
(3.3) = f(1.3, 0.3, 2.3)	(2.3) = f(0.3, 1.3, 3.3)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.1, 3.1)
(3.3) = f(1.3, 2.3, 0.3)	(2.3) = f(0.3, 3.1, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.2, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.1)
(3.3) = f(2.3, 0.3, 1.3)	(2.3) = f(0.3, 3.2, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.1)	(0.3) = f(1.2, 2.2, 3.2)
(3.3) = f(2.3, 1.3, 0.3)	(2.3) = f(0.3, 3.3, 1.3)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.2)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.1)
(3.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.1)	(1.3) = f(0.3, 2.3, 3.3)	(0.3) = f(1.2, 3.1, 2.2)
(3.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.2)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.1)	(0.3) = f(1.2, 3.2, 2.2)
(3.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)	(2.3) = f(1.3, 0.3, 3.3)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.1, 3.1)
(3.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)	(2.3) = f(1.3, 3.1, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.1, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.1)
(3.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)	(2.3) = f(1.3, 3.2, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.2)	(0.3) = f(1.3, 2.2, 3.2)
(3.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)	(2.3) = f(1.3, 3.3, 0.3)	(1.3) = f(0.3, 3.2, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.1)
	(2.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)	(1.3) = f(0.3, 3.3, 2.3)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.2)
	(2.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)	(1.3) = f(1.0, 1.1, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 2.3, 3.3)
	(2.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)	(1.3) = f(1.0, 1.2, 1.1)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.1)
	(2.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)	(1.3) = f(1.1, 1.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.2)
	(2.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 1.0)	(0.3) = f(1.3, 3.1, 2.3)
	(2.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 2.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.2)
	(2.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)	(1.3) = f(1.1, 1.2, 3.0)	(0.3) = f(1.3, 3.2, 2.3)
	(2.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)	(1.3) = f(1.1, 3.0, 1.2)	(0.3) = f(1.3, 3.3, 2.3)
	(2.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 1.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 1.1, 3.1)
	(2.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 1.0)	(0.3) = f(2.1, 1.2, 3.1)
	(2.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 2.0)	(0.3) = f(2.1, 1.3, 3.1)
	(2.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)	(1.3) = f(1.2, 1.1, 3.0)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.1)
	(2.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 1.1)	(0.3) = f(2.1, 3.1, 1.3)
	(2.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)	(1.3) = f(1.2, 2.0, 2.1)	(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.1)

$(2.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)$	$(1.3) = f(1.2, 2.1, 2.0)$	$(0.3) = f(2.2, 1.2, 3.2)$
$(2.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)$	$(1.3) = f(1.2, 2.1, 3.0)$	$(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.1)$
$(2.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)$	$(1.3) = f(1.2, 3.0, 1.1)$	$(0.3) = f(2.2, 1.3, 3.2)$
$(2.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)$	$(1.3) = f(1.2, 3.0, 2.1)$	$(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.2)$
$(2.3) = f(3.1, 0.3, 1.3)$	$(1.3) = f(1.2, 3.0, 3.1)$	$(0.3) = f(2.2, 3.1, 1.3)$
$(2.3) = f(3.1, 1.3, 0.3$	$(1.3) = f(1.2, 3.1, 3.0)$	$(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.2)$
$(2.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)$	$(1.3) = f(2.0, 1.1, 1.2)$	$(0.3) = f(2.2, 3.2, 1.3)$
$(2.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)$	$(1.3) = f(2.0, 1.2, 1.1)$	$(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.1)$
$(2.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)$	$(1.3) = f(2.0, 1.2, 2.1)$	$(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.2)$
$(2.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)$	$(1.3) = f(2.0, 2.1, 1.2)$	$(0.3) = f(2.3, 1.3, 3.3)$
$(2.3) = f(3.2, 0.3, 1.3)$	$(1.3) = f(2.0, 2.1, 2.2)$	$(0.3) = f(2.3, 3.1, 1.3)$
$(2.3) = f(3.2, 1.3, 0.3)$	$(1.3) = f(2.0, 2.2, 2.1)$	$(0.3) = f(2.3, 3.2, 1.3)$
$(2.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)$	$(1.3) = f(2.1, 0.3, 3.1)$	$(0.3) = f(2.3, 3.3, 1.3)$
$(2.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)$	$(1.3) = f(2.1, 1.2, 2.0)$	$(0.3) = f(3.1, 1.1, 2.1)$
$(2.3) = f(3.3, 0.3, 1.3)$	$(1.3) = f(2.1, 1.2, 3.0)$	$(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.1)$
$(2.3) = f(3.3, 1.3, 0.3)$	$(1.3) = f(2.1, 2.0, 1.2)$	$(0.3) = f(3.1, 1.2, 2.2)$
	$(1.3) = f(2.1, 2.0, 2.2)$	$(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.1)$
	$(1.3) = f(2.1, 2.2, 2.0)$	$(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.2)$
	$(1.3) = f(2.1, 2.2, 3.0)$	$(0.3) = f(3.1, 1.3, 2.3)$
	$(1.3) = f(2.1, 3.0, 1.2)$	$(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.1)$
	$(1.3) = f(2.1, 3.0, 2.2)$	$(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.2)$
	$(1.3) = f(2.1, 3.1, 0.3)$	$(0.3) = f(3.1, 2.1, 1.3)$
	$(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.1)$	$(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.2)$
	$(1.3) = f(2.2, 0.3, 3.2)$	$(0.3) = f(3.1, 2.2, 1.3)$
	$(1.3) = f(2.2, 2.0, 2.1)$	$(0.3) = f(3.1, 2.3, 1.3)$
	$(1.3) = f(2.2, 2.1, 2.0)$	$(0.3) = f(3.2, 1.2, 2.2)$
	$(1.3) = f(2.2, 2.1, 3.0)$	$(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.2)$
	$(1.3) = f(2.2, 3.0, 2.1)$	$(0.3) = f(3.2, 1.3, 2.3)$
	$(1.3) = f(2.2, 3.0, 3.1)$	$(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.2)$

$(1.3) = f(2.2, 3.1, 0.3)$

$(1.3) = f(2.2, 3.1, 3.0)$

$(1.3) = f(2.2, 3.2, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.1)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.2)$

$(1.3) = f(2.3, 0.3, 3.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.1, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.2, 0.3)$

$(1.3) = f(2.3, 3.3, 0.3)$

$(1.3) = f(3.0, 1.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 1.1)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 2.1)$

$(1.3) = f(3.0, 1.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.0, 2.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 2.1, 2.2)$

$(1.3) = f(3.0, 2.2, 2.1)$

$(1.3) = f(3.0, 2.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 1.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 2.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.1, 3.2)$

$(1.3) = f(3.0, 3.2, 3.1)$

$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.1)$

$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.2)$

$(1.3) = f(3.1, 0.3, 2.3)$

$(1.3) = f(3.1, 1.2, 3.0)$

$(1.3) = f(3.1, 2.1, 0.3)$

$(1.3) = f(3.1, 2.2, 0.3)$

$(1.3) = f(3.1, 2.2, 3.0)$

$(1.3) = f(3.1, 2.3, 0.3)$

$(0.3) = f(3.2, 2.2, 1.3)$

$(0.3) = f(3.2, 2.3, 1.3)$

$(0.3) = f(3.3, 1.3, 2.3)$

$(0.3) = f(3.3, 2.3, 1.3)$

(1.3) = f(3.1, 3.0, 1.2)

(1.3) = f(3.1, 3.0, 2.2)

(1.3) = f(3.1, 3.0, 3.2)

(1.3) = f(3.1, 3.2, 3.0)

(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.2)

(1.3) = f(3.2, 0.3, 2.3)

(1.3) = f(3.2, 2.2, 0.3)

(1.3) = f(3.2, 2.3, 0.3)

(1.3) = f(3.2, 3.0, 3.1)

(1.3) = f(3.2, 3.1, 3.0)

(1.3) = f(3.3, 0.3, 2.3)

(1.3) = f(3.3, 2.3, 0.3)

Man kann sich leicht vorstellen, welche astronomische semiotische Komplexität entsteht, wenn nur schon zwei der fünfzehn polykontexturalen Repräsentationssysteme miteinander in Verbindung gesetzt werden. Ein vergleichsweise simples Beispiel findet man im 2. Teil von Toth (2008b, S. 143 ff.). Angesichts der enormen Komplexität dieser kleinen Ausschnitte aus dem "semiotic web", das natürlich durch jede kommunikative, kreative und repräsentative Handlung in einem Teil ihres Netzes aktiviert wird, wird man an Kafkas Diktum erinnert, dass man eigentlich tot zusammenbrechen müsste, würde man nur imstande sein, die ganze auf einen einströmende Information zu apperzipieren, sobald man nur einen Schritt vor seine Haustüre setzt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Grundzüge einer Semiotik des Hotelgewerbes. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Einführung polykontextural-semiotischer Funktionen. Ms. (2008d)

Kategoriale Überkreuzungen bei semiotischen Funktionen

1. Das Wesen der in diesem Buche eingeführten polykontextural-semiotischen Funktionen besteht natürlich in der Aufhebung des kontexturalen Abbruches zwischen Zeichen und Objekt. Ferner hatten wir gezeigt, dass entsprechend jedes Subzeichen durch jedes andere ersetzt werden kann, weil das Zeichen sozusagen von jeder seiner Partialrelationen aus zu seinem Objekt durchstossen kann, so dass also auch die semiotischen Kategorien ausgetauscht werden (Toth 2008a, 2008b). Es gibt jedoch noch einen anderen Weg, diese "kategorialen Überkreuzungen" darzustellen, und zwar mit Hilfe der polykontextural-semiotischen Funktionen selbst. Um dies zu zeigen, notieren wir zuerst die 2 mal 24 tetradischen und triadischen Partialrelationen in "halbabstrakter" Form, d.h. wie schon früher üblich mit variablen Trichotomienpositionen.

2.1. Qualitative Funktionen

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.a) & & \\ (1.c) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.d) \\ & & (2.b) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (b.2) & & \\ (d.0) & \gg & \curlyvee & \succ & (c.1) \\ & & (a.3) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (2.b) & & \\ (1.c) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.d) \\ & & (3.a) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (a.3) & & \\ (d.0) & \gg & \curlyvee & \succ & (c.1) \\ & & (b.2) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} & & (3.a) & & \\ (2.b) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.d) \\ & & (1.c) & & \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{ccccc} & & (c.1) & & \\ (d.0) & \gg & \curlyvee & \succ & (b.2) \\ & & (a.3) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.c) & & & & & & (a.3) & & \\ (2.b) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.d) & \times & (d.0) & \gg & \curlyvee & \succ & (b.2) \\ & & (3.a) & & & & & & (c.1) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.c) & & & & & & (b.2) & & \\ (3.a) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.d) & \times & (d.0) & \gg & \curlyvee & \succ & (a.3) \\ & & (2.b) & & & & & & (c.1) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.b) & & & & & & (c.1) & & \\ (3.a) & \gg & \curlyvee & \succ & (0.d) & \times & (d.0) & \gg & \curlyvee & \succ & (a.3) \\ & & (1.c) & & & & & & (b.2) & & \end{array}$$

2.2. Mediale Funktionen

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.a) & & & & & & (b.2) & & \\ (0.d) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.c) & \times & (c.1) & \gg & \curlyvee & \succ & (d.0) \\ & & (2.b) & & & & & & (a.3) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.b) & & & & & & (a.3) & & \\ (0.d) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.c) & \times & (c.1) & \gg & \curlyvee & \succ & (d.0) \\ & & (3.a) & & & & & & (b.2) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.d) & & & & & & (a.3) & & \\ (2.b) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.c) & \times & (c.1) & \gg & \curlyvee & \succ & (b.2) \\ & & (3.a) & & & & & & (d.0) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.a) & & & & & & (d.0) & & \\ (2.b) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.c) & \times & (c.1) & \gg & \curlyvee & \succ & (b.2) \\ & & (0.d) & & & & & & (a.3) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.d) & & & & & & (b.2) & & \\ (3.a) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.c) & \times & (c.1) & \gg & \curlyvee & \succ & (a.3) \\ & & (2.b) & & & & & & (d.0) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.b) & & & & & & (d.0) & & \\ (3.a) & \gg & \curlyvee & \succ & (1.c) & \times & (c.1) & \gg & \curlyvee & \succ & (a.3) \\ & & (0.d) & & & & & & (b.2) & & \end{array}$$

2.3. Objektale Funktionen

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.a) & & & & & & (c.1) & & \\ (0.d) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.b) & \times & (b.2) & \gg & \curlyvee & \succ & (d.0) \\ & & (1.c) & & & & & & (a.3) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.c) & & & & & & (a.3) & & \\ (0.d) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.b) & \times & (b.2) & \gg & \curlyvee & \succ & (d.0) \\ & & (3.a) & & & & & & (c.1) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.d) & & & & & & (a.3) & & \\ (1.c) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.b) & \times & (b.2) & \gg & \curlyvee & \succ & (c.1) \\ & & (3.a) & & & & & & (d.0) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (3.a) & & & & & & (d.0) & & \\ (1.c) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.b) & \times & (b.2) & \gg & \curlyvee & \succ & (c.1) \\ & & (0.d) & & & & & & (a.3) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.d) & & & & & & (c.1) & & \\ (3.a) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.b) & \times & (b.2) & \gg & \curlyvee & \succ & (a.3) \\ & & (1.c) & & & & & & (d.0) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.c) & & & & & & (d.0) & & \\ (3.a) & \gg & \curlyvee & \succ & (2.b) & \times & (b.2) & \gg & \curlyvee & \succ & (a.3) \\ & & (0.d) & & & & & & (c.1) & & \end{array}$$

2.4. Interpretative Funktionen

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (2.b) & & & & & & (c.1) & & \\ (0.d) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.a) & \times & (a.3) & \gg & \curlyvee & \succ & (d.0) \\ & & (1.c) & & & & & & (b.2) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (1.c) & & & & & & (b.2) & & \\ (0.d) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.a) & \times & (a.3) & \gg & \curlyvee & \succ & (d.0) \\ & & (2.b) & & & & & & (c.1) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & (0.d) & & & & & & (b.2) & & \\ (1.c) & \gg & \curlyvee & \succ & (3.a) & \times & (a.3) & \gg & \curlyvee & \succ & (c.1) \\ & & (2.b) & & & & & & (d.0) & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & (2.b) & & & & & (d.0) & \\ (1.c) & \gg & \curlyvee & \succ (3.a) & \times & (a.3) & \gg & \curlyvee & \succ (c.1) \\ & & (0.d) & & & & & (b.2) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & (0.d) & & & & & (c.1) & \\ (2.b) & \gg & \curlyvee & \succ (3.a) & \times & (a.3) & \gg & \curlyvee & \succ (b.2) \\ & & (1.c) & & & & & (d.0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & (1.c) & & & & & (d.0) & \\ (2.b) & \gg & \curlyvee & \succ (3.a) & \times & (a.3) & \gg & \curlyvee & \succ (b.2) \\ & & (0.d) & & & & & (c.1) & \end{array}$$

2.5. Partielle qualitative Funktionen

$$\begin{array}{lcl} (2.b) & & (c.1) \\ \curlywedge \gg (0.d) & \times & \curlywedge \gg (d.0) \\ (1.c) & & (b.2) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.a) & & (c.1) \\ \curlywedge \gg (0.d) & \times & \curlywedge \gg (d.0) \\ (1.c) & & (a.3) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.c) & & (b.2) \\ \curlywedge \gg (0.d) & \times & \curlywedge \gg (d.0) \\ (2.b) & & (c.1) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.a) & & (b.2) \\ \curlywedge \gg (0.d) & \times & \curlywedge \gg (d.0) \\ (2.b) & & (a.3) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.c) & & (a.3) \\ \curlywedge \gg (0.d) & \times & \curlywedge \gg (d.0) \\ (3.a) & & (c.1) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.b) & & (a.3) \\ \curlywedge \gg (0.d) & \times & \curlywedge \gg (d.0) \\ (3.a) & & (b.2) \end{array}$$

2.6. Partielle mediale Funktionen

$$\begin{array}{lcl} (2.b) & & (d.0) \\ \curlywedge \gg (1.c) & \times & \curlywedge \gg (c.1) \\ (0.d) & & (b.2) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.a) & & (d.0) \\ \curlywedge \gg (1.c) & \times & \curlywedge \gg (c.1) \\ (0.d) & & (a.3) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.d) & & (b.2) \\ \curlywedge \gg (1.c) & \times & \curlywedge \gg (c.1) \\ (2.b) & & (d.0) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (3.a) & & (b.2) \\ \curlywedge \gg (1.c) & \times & \curlywedge \gg (c.1) \\ (2.b) & & (a.3) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.d) & & (a.3) \\ \curlywedge \gg (1.c) & \times & \curlywedge \gg (c.1) \\ (3.a) & & (d.0) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (2.b) & & (a.3) \\ \curlywedge \gg (1.c) & \times & \curlywedge \gg (c.1) \\ (3.a) & & (b.2) \end{array}$$

2.7. Partielle objektale Funktionen

$$\begin{array}{l} (1.c) \\ \curlywedge \gg (2.b) \\ (0.d) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (d.0) \\ \curlywedge \gg (b.2) \\ (c.1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (3.a) \\ \curlywedge \gg (2.b) \\ (0.d) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (d.0) \\ \curlywedge \gg (b.2) \\ (a.3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (0.d) \\ \curlywedge \gg (2.b) \\ (1.c) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (c.1) \\ \curlywedge \gg (b.2) \\ (d.0) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (3.a) \\ \curlywedge \gg (2.b) \\ (1.c) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (c.1) \\ \curlywedge \gg (b.2) \\ (a.3) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1.c) \\ \curlywedge \gg (2.b) \\ (3.a) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (a.3) \\ \curlywedge \gg (b.2) \\ (c.1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (0.d) \\ \curlywedge \gg (2.b) \\ (3.a) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (a.3) \\ \curlywedge \gg (b.2) \\ (d.0) \end{array}$$

2.8. Partielle interpretative Funktionen

$$\begin{array}{l} (2.b) \\ \curlywedge \gg (3.a) \\ (0.d) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (d.0) \\ \curlywedge \gg (a.3) \\ (b.2) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1.c) \\ \curlywedge \gg (3.a) \\ (0.d) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (d.0) \\ \curlywedge \gg (a.3) \\ (c.1) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (2.b) \\ \curlywedge \gg (3.a) \\ (1.c) \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{l} (c.1) \\ \curlywedge \gg (a.3) \\ (b.2) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.d) & & (c.1) \\ \curlywedge \gg (3.a) & \times & \curlywedge \gg (a.3) \\ (1.c) & & (d.0) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (1.c) & & (b.2) \\ \curlywedge \gg (3.a) & \times & \curlywedge \gg (a.3) \\ (2.b) & & (c.1) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} (0.d) & & (b.2) \\ \curlywedge \gg (3.a) & \times & \curlywedge \gg (a.3) \\ (2.b) & & (d.0) \end{array}$$

3. Wenn wir nun schauen, welche Kategorien als Input und welche Kategorien als Output der polykonotextural-semiotischen Funktionen aufscheinen können, erhalten wir folgendes Schema für die obigen 48 Funktionen. Dabei kürzen wir (0.d) mit 0, (1.c) mit 1, (2.b) mit 2 und (3.a) mit 3 ab. Die spiegelbildlichen realitätsthematischen Funktionen können dann einfach aus den entsprechenden zeichenthematischen abgelesen werden.

$1 = f(0) \qquad 0 = f(1) \qquad 0 = f(2) \qquad 0 = f(3)$

$2 = f(0) \qquad 2 = f(1) \qquad 1 = f(2) \qquad 1 = f(3)$

$3 = f(0) \qquad 3 = f(1) \qquad 3 = f(2) \qquad 2 = f(3)$

Dies sind also alle kombinatorisch möglichen polykontexturalen Fälle von kategorialer Überschreitung mit Ausnahme der 4 möglichen monokontexturalen Fälle, wo eine Funktion (wie in der klassischen triadischen Semiotik) als eine Funktion von sich selbst aufgefasst wird, wo also keine kontexturelle Überschreitung stattfindet. Damit ist gezeigt, dass die Transgression von Zeichen und Objekt die gegenseitige Substitution der die polykontexturale Zeichenfunktion konstituierenden semiotischen Kategorien voraussetzt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Einführung polykontextural-semiotischer Funktionen. Ms. (2008a)

Toth, Alfred, Die 1162 polykontextural-semiotischen Funktionen. Ms. (2008b)

Die Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips

1. Das auch in der Stuttgarter Schule oft übersehene semiotische Invarianzprinzip wurde von Bense bereits 1975 formuliert: "Die Einführung des Zeichens als allgemeines Invariantenschema greift sehr viel weiter über die Basistheorie hinaus. Voraussetzung ist die Überlegung, dass ein Objekt, das in eine Semiose eingeführt und bezeichnet oder bedeutet wird, durch einen solchen präsentierenden, repräsentierenden und interpretierenden Prozess nicht verändert wird; d.h. ein Zeichen fixiert Unveränderlichkeiten, Invarianzen dessen, worauf es sich bezieht" (Bense 1975, S. 40).

Ein Zeichen, das sein Objekt nicht verändern kann, muss jedoch monokontextural sein, denn das semiotische Invarianzprinzip setzt eine kontexturale Trennung von Zeichen und Objekt voraus. Zuerst gesehen hat diese semiotische Restriktion Kronthaler: "Zeichen sind immer Zeichen für etwas, sie repräsentieren etwas, das sie selbst nie direkt erreichen. Zeichen und Bezeichnetes sind in dieser Konzeption dichotom geschieden als Zeichen/Bezeichnetes, gehören genauso wie Urbild/Abbild, Traum/Wachen verschiedenen Kontexturen an. Deshalb ist zum Erkennen ihrer Bedeutung unbedingt ZeichenKONSTANZ erforderlich (...). Zeichen sind hier (mindestens) doppeltbegrenzt: einmal durch ihre Materialität und Objekthaftigkeit, ferner durch das ihnen ewig transzendente Bezeichnete, das Objekt" (1992, S. 291 f.).

2. In Toth (2007, S. 49 f., S. 190 ff.) wurde zwischen zwei Typen polykontexturaler Semiotiken unterschieden:

1. Bei der "Kronthaler-Semiotik" sind sowohl das Prinzip der Objekttranszendenz als auch das Prinzip der Zeichenkonstanz aufgehoben. Wie jedoch in Toth (2008c) gezeigt wurde, muss eine solche Semiotik notwendig mit der von Günther begründeten Kenogrammatik zusammenfallen. Diese bildet die proömiale Basiskonzeption für Logik, Semiotik und Ontologie. Indem die Kenogrammatik aber noch abstrakter ist als die Logik, die ja bekanntlich rein syntaktisch fungiert, gibt es in einer solchen "kenogrammatischen Semiotik" (die freilich diesen Namen gar nicht mehr verdient) keinen Zeichenbegriff mehr, der etwas mit Sinn und Bedeutung zu tun hat, wodurch der Zeichenbegriff also ad absurdum geführt wird.

2. Bei der "Toth-Semiotik" ist dagegen nur das Prinzip der Objektttranszendenz aufgehoben. Das bedeutet jedoch nicht, dass die wesentliche Funktion des Zeichens, die Substitution eines Objektes, damit aufgehoben wird. Aufhebbar wird in einer Toth-Semiotik lediglich die Grenze zwischen Zeichen und Objekt. Das Objekt ist seinem Zeichen nicht mehr notwendig transzendent. Damit fällt aber auch das semiotische Invarianzprinzip weg, denn ein Zeichen, dessen kontexturale Grenze zu seinem Objekt aufgehoben ist, indem sowohl das Zeichen zu seinem Objekt als auch das Objekt zu seinem Zeichen werden kann, so dass also sowohl der Begriff Zeichenobjekt als auch der Begriff Objektzeichen sinnvoll werden, ein solches "schwächer" polykontexturales Zeichen kann natürlich seine Objekte verändern. Mit der Aufhebung des Prinzips der Objekttranszendenz allein kann also noch sinnvoll von einer Semiotik die Rede sein, die auf einem Zeichenbegriff mit Sinn und Bedeutung fundiert ist.

3. Die Aufhebung des Prinzips der Objekttranszendenz impliziert also die Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips. Eine auf dieser doppelten Aufhebung semiotischer Limitationsaxiome basierende Semiotik, Präsemiotik genannt, wurde in Toth (2008a) ausführlich entworfen. In der Präsemiotik werden nun die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt dadurch aufgehoben, dass das Objekt als kategoriales Objekt in die triadisch-monokontexturale Zeichenrelation eingebettet wird. Damit erhält man die tetradische polykontexturale Zeichenrelation

PZR = (3.a 2.b 1.c ∦ 0.d) bzw. (3.a 2.b 1.c 0.d),

wobei das Zeichen∦ die Aufhebung der Grenze zwischen dem Zeichen ZR = (3.a 2.b 1.c) und dem (kategorialen) Objekt (0.d) bezeichnet.

Da PZR als Relation zwar tetradische Haupt-, aber trichotomische Stellenwerte hat, da in (0.d) $d > 0$ sein muss (vgl. Bense 1975, S. 45), ergibt sich die nicht-quadratische polykontextural-semiotische Matrix

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

aus der man unter Berücksichtigung der inklusiven Ordnung ($a \leq b \leq c \leq d$) über PZR die folgenden 15 präsemiotischen Zeichenklassen erhält. Nach dem oben Gesagten handelt es sich hier also um alle Zeichenklassen (mit ihren dualen Realitätsthematiken), die in einer Toth-Semiotik möglich sind, also einer Semiotik, in der das Prinzip der Objekttranszendenz, nicht aber das Prinzip der Zeichenkonstanz aufgehoben wurde:

1 (3.1 2.1 1.1 ⇒ 0.1) × (1.0 ⇐ 1.1 1.2 1.3)
2 (3.1 2.1 1.1 ⇒ 0.2) × (2.0 ⇐ 1.1 1.2 1.3)
3 (3.1 2.1 1.1 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 1.1 1.2 1.3)
4 (3.1 2.1 1.2 ⇒ 0.2) × (2.0 ⇐ 2.1 1.2 1.3)
5 (3.1 2.1 1.2 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 2.1 1.2 1.3)
6 (3.1 2.1 1.3 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 3.1 1.2 1.3)
7 (3.1 2.2 1.2 ⇒ 0.2) × (2.0 ⇐ 2.1 2.2 1.3)
8 (3.1 2.2 1.2 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 2.1 2.2 1.3)
9 (3.1 2.2 1.3 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 3.1 2.2 1.3)
10 (3.1 2.3 1.3 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 3.1 3.2 1.3)
11 (3.2 2.2 1.2 ⇒ 0.2) × (2.0 ⇐ 2.1 2.2 2.3)
12 (3.2 2.2 1.2 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 2.1 2.2 2.3)
13 (3.2 2.2 1.3 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 3.1 2.2 2.3)
14 (3.2 2.3 1.3 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 3.1 3.2 2.3)
15 (3.3 2.3 1.3 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 3.1 3.2 3.3)
16

In dieser Tabelle wurde also die Tatsache, dass in einer Toth-Semiotik ein Zeichen sein Objekt verändern kann, sowohl im Teilsystem der Zeichen- als auch im Teilsystem der Realitätsthematiken durch die Pfeile ⇒ und ⇐ ausgedrückt.

4. Abschliessend wollen wir einige Beispiele für die Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips ansehen. Für weitere Fälle vgl. Toth (2008b, S. 67 ff.).

1 $(3.1\ 2.1\ 1.1 \Rightarrow 0.1) \times (1.0 \Leftarrow 1.1\ 1.2\ 1.3)$
2 $(3.1\ 2.1\ 1.1 \Rightarrow 0.2) \times (2.0 \Leftarrow 1.1\ 1.2\ 1.3)$
3 $(3.1\ 2.1\ 1.1 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 1.1\ 1.2\ 1.3)$

Hier erzeugt die Zeichenklasse der reinen Qualität ein Form-, Struktur- oder Funktions-Objekt. Vgl. Lewis Carroll's ausschliesslich aus Lauten, d.h. aus Qualitäten (Walther 1979, S. 100) aufgebautes Gedicht "Jabberwocky" (und hierzu Bense 2000, S. 63-83): "'Twas brillig, and the slithy toves / Did gyre and gimble in the wabe: / All mimsy were the borogoves, / And the mome raths outgrabe (...). Diese sinn- und bedeutungslosen Lautketten generieren aber das "Porträt" des Jabberwocky in der bekannten Illustration von John Tenniel:

Während Carrolls Gedicht immerhin wegen einiger erkennbarer englischer Morpheme eher ein Struktur- (0.2) oder sogar Funktions-Objekt (0.3) erzeugt, generiert das dadaistische Gedicht "Karawane" von Hugo Ball das Objekt "Karawane" ausschliesslich als Form:

KARAWANE

jolifanto bambla ô falli bambla
grossiga m'pfa habla horem
égiga goramen
higo bloiko russula huju
hollaka hollala
anlogo bung
blago bung
blago bung
bosso fataka
ü üü ü
schampa wulla wussa ólobo
hej tatta gôrem
eschige zunbada
wulubu ssubudu uluw ssubudu
tumba ba- umf
kusagauma
ba - umf

4 (3.1 2.1 1.2 ⇒ 0.2) × (2.0 ⇐ 2.1 1.2 1.3)

Hier generiert eine gleichzeitig iconische und singuläre Zeichenklasse, wofür Walther (1979, S. 82) als Beispiel "die Fierberkurve eines bestimmten Kranken" gibt, sein Objekt, also den bestimmten Kranken. Möglicherweise hierher gehört auch ein bekanntes Beispiel aus Carrolls "Through the Looking-Glass", das Nöth wie folgt kommentierte: "Eine andere merkwürdige Art der ikonischen Transformation sprachlicher Zeichen erlebt Alice in ihrer Begegnung mit der Mücke (Spiegel, Kap. III). Dort erzählt sie ihrem Gesprächspartner, mit welchen Namen die Insekten in ihrer Heimat bezeichnet werden, z.B. 'butterfly' (...). Im Wunderland begegnet Alice jedoch sogleich einer 'Bread-and-butter-fly': "Its wings are thin slices of bread-and-butter, its body is a crust, and its head is a lump of sugar". Damit wird Alice gezeigt, dass 'butter-fly' im Wunderland ein zum Ikon transformiertes Symbol ist" (Nöth 1980, S. 87).

5 (3.1 2.1 1.2 ⇒ 0.3) × (3.0 ⇐ 2.1 1.2 1.3)

Während das durch die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2) generierte Objekt (0.2) im Falle der "Brot-und-Butter-Fliege" rein strukturell ist, da man sich nämlich schlichtweg nicht vorstellen kann, wie es solches, von seiner Bezeichnung erzeugtes Objekt leben könnte, generiert dieselbe Zeichenklasse in dem folgenden Fall aus Carrolls "Through the Looking-Glass" ein funktionales Objekt, da hier Personifikation vorliegt: "Die Bilder neben dem Kamin zum Beispiel schienen alle lebendig zu sein, und sogar die Uhr auf dem Kaminsims (das wisst ihr ja, dass man im Spiegel nur ihre Rückseite sehen kann) hatte sich statt des Zifferblatts das Gesicht von einem alten Männlein aufgesetzt und grinste sie an" (Carroll, Hinter den Spiegeln, S. 22).

6 $(3.1\ 2.1\ 1.3 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 3.1\ 1.2\ 1.3)$

Walther (1979, S. 83) gibt als Beispiel für die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) "ein allgemeines Diagramm, das von seiner faktischen Aktualität unabhängig ist, zum Beispiel typische Fieberkurven". Hier würde also bei Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips die Fierberkurve das Fieber erzeugen. Einen verwandten Fall finden wir in Carroll's Werk "Sylvie and Bruno Concluded" (Kap. 11) . Dort "berichtet ein deutscher Professor über seine Arbeiten an Landkarten, die auf einer 1:1-Relation mit der abgebildeten Landschaft erstellt werden sollten: 'It has never been spread out, yet,' he says. 'The farmers objected: They said it would cover the whole country, and shut out the sunlight! So now we use the country itself, as its own map, and I assure you it does nearly as well.'" (Nöth 1980, S. 78).

7 $(3.1\ 2.2\ 1.2 \Rightarrow 0.2) \times (2.0 \Leftarrow 2.1\ 2.2\ 1.3)$
8 $(3.1\ 2.2\ 1.2 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 2.1\ 2.2\ 1.3)$

Diese Zeichenklasse bezeichnet "ein Objekt oder Ereignis direkter Erfahrung, das auf ein anderes Objekt verweist, mit dem es direkt verbunden ist, da es von diesem verursacht wird" (Walther 1979, S. 82). Das Objekt, das dabei erzeugt wird, kann entweder strukturell (0.2) oder funktional (0.3) sein. Wie man erkennt, handelt es sich hier also um die semiotische Repräsentation der physikalischen Kausalität, wobei die Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips also die Umkehrung der Kausalität impliziert, für die wir zahlreiche schöne Beispiele wiederum in Lewis Carrolls Werk finden: "Alice wollte gerade sagen: 'Irgend etwas stimmt da nicht', als die Königin so laut zu schreien anfing, dass sie mitten im Satz aufhören musste. 'Oh, oh, oh!' rief sie und schüttelte ihre Hand so heftig hin und her, als wollte sie haben, dass sie davonflöge. 'Mein Finger blutet. Oh, oh, oh!' – 'Was hat ihr nur' fragte [Alice], sobald wieder Aussicht war, sich vernehmlich zu machen. 'Habt ihr euch in den Finger gestochen?' – 'Noch nicht ganz', sagte die Königin, 'aber gleich ist es soweit – oh, oh, oh!' – 'Wann soll denn das Ganze stattfinden?' fragte Alice und hätte am liebsten herausgelacht. – 'Wenn ich meinen Schal wieder feststecke', ächzte die arme Königin; 'die Brosche wird sogleich aufgehen. Oh, oh!' Und während sie noch sprach, sprang die Brosche auch schon auf, und die Königin griff blindlings danach, um sie wieder einzuhaken. – ‘Seht Euch vor!’ rief Alice. ‘Ihr haltet sie ja ganz schief!’ Und dabei fasste sie nach der Brosche, aber es war schon zu spät: die Nadel war bereits ausgerutscht und hatte die Königin in den Finger gestochen. ‘Siehst du, daher das viele Blut’, sagte sie lächelnd zu Alice. ‘Jetzt weisst du, wie es hierzulande zugeht’. – ‘Aber warum schreit Ihr denn jetzt nicht?’ fragte Alice und hob vorsorglich die Hände zu den Ohren. – ‘Aber mit dem Schreien bin ich doch schon fertig’, sagte die Königin. ‘Wozu noch einmal von vorn damit anfangen?’” (Carroll, Spiegel, S. 72 f.).

9 $(3.1\ 2.2\ 1.3 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 3.1\ 2.2\ 1.3)$

Dies ist die eigenreale Zeichenklasse, deren ausserordentliche Bedeutung für die Semiotik Bense ein ganzes Buch gewidmet hatte (Bense 1992). Da diese auch die Zeichenklasse des Zeichens selbst ist, handelt es sich hier nach der Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips also um den Fall, da Zeichen und Objekt miteinander völlig austauschbar werden. Das beste Beispiel, das ich hierfür je gefunden habe, ist die folgende Illustration aus Hergés Album “Die sieben Kristallkugeln”. Für den etwas angetrunkenen Kapitän Haddock tritt sein verschollener Freund Professor Bienlein für einen Augenblick aus dessen Porträt:

10 $(3.1\ 2.3\ 1.3 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 3.1\ 3.2\ 1.3)$

Für diese Zeichenklasse gibt Walther (1979, S. 84) die “Wörter in einem Wörterbuch”. Als Beispiel kann man die linguistischen Tabu-Bezeichungen anführen. So wird im Ung. der Bär mit “medve” (vgl. russ. medvedj) bezeichnet, das eigentlich “Honigesser” bedeutet, und zwar im Glauben, dass der Bär, würde er mit “Bär” (d.h. seinem eigentlichen Namen in dem entsprechenden lokaltypischen Appellativ) gerufen, sogleich erschiene. Das Zeichen generiert hier also das Objekt, d.h. das Objekt wird nicht durch ein Zeichen willkürlich bezeichnet, sondern das Zeichen gehört notwendig zu seinem Objekt. Aus

Lewis Carroll kennt man die bekannte Episode aus dem “Wald, wo die Dinge keinen Namen haben”: Solange Alice und das Reh sich in Wald befinden, ist sich das Reh deshalb nicht bewusst, ein Reh zu sein, weil es seinen Namen “Reh” vergessen hat. Sobald sie aber aus dem Wald treten, kommt dem Reh sein Name in den Sinn und es entflieht, da somit die Assoziation “Reh” = “scheues Tier” zustandekommt.

11 $(3.2\ 2.2\ 1.2 \Rightarrow 0.2) \times (2.0 \Leftarrow 2.1\ 2.2\ 2.3)$
12 $(3.2\ 2.2\ 1.2 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 2.1\ 2.2\ 2.3)$

Dies ist die Zeichenklasse des vollständigen Objekts, wofür Walther (1979, S. 82 f.) den Wetterhahn anführt, da seine “aktuale (orts- und zeitabhängige) Stellung Information über die tatsächliche Windrichtung liefert”. Bei Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips wird das Zeichen also zum Objekt, d.h. der Wetterhahn zum Wetter. Diese Idee, die also nicht die vollständige Austauschbarkeit von Zeichen und Objekt wie im Falle der eigenrealen Zeichenklasse betrifft, mag der Personifikation von Wettererscheinungen durch Götter, Dämonen und Untiere zugrunde liegen, vgl. die Namen der Sternbilder und Fälle wie rätorom. dargun < DRACONE “Drache” für “Sturm”.

13 $(3.2\ 2.2\ 1.3 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 3.1\ 2.2\ 2.3)$

Nach Walther (1979, S. 83 f.) bezeichnet diese Zeichenklasse einen “Typus (oder ein allgemeines Gesetz), der eine bestimmte Information über sein Objekt liefert und den Interpreten zur Aktion oder Entscheidung drängt”. Als gutes Beispiel kann hier die Personifikation des Typus des “ewigen Juden” durch den Juden Peter Lorre dienen, der auf einem Filmplakat für den gleichnamigen NS-Propagandafilm von Dr. Fritz Hippler (1940) diente, wobei der Porpagandaaspekt gerade darin bestand, dass der Interpret, d.h. der Zuschauer des Films, zur Aktion bzw. Entscheidung gedrängt wurde:

14 $(3.2\ 2.3\ 1.3 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 3.1\ 3.2\ 2.3)$

Dies ist die Zeichenklasse des gewöhnlichen Aussagesatzes, aber auch einer logischen Prämisse (Walther 1979, S. 84). Unter Einhaltung des semiotischen Invarianzprinzips beschreibt ein Satz ein Objekt, wie z.B. "Diese Rose ist rot". In einer Welt, in der das Invarianzprinzip aufgehoben ist, kann der Satz "Diese Rose ist rot" z.B. eine gelbe Rose in eine rote verändern.

15 $(3.3\ 2.3\ 1.3 \Rightarrow 0.3) \times (3.0 \Leftarrow 3.1\ 3.2\ 3.3)$

Diese Zeichenklasse bezeichnet nach Walther logische "Schluss- oder Beweisfiguren", aber auch "poetische Formen". Nach Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips erzeugt also z.B. eine poetische Form das von ihr beschriebene Objekt. Der Ausgangspunkt für eine solche Umkehrung des Verhältnisses von Zeichen und Objekt bildet die Affinität bestimmter poetischer Formen für bestimmte Inhalte oder Genres, wie etwa das Sonett für Liebesgedichte oder die Ballade für dramatische und häufig historische Ereignisse. Ferner zwingt eine vorgegebene Form, d.h. in diesem Fall (3.3 2.3 1.3), den Dichter, die Wahl der Wörter und Satzkonstruktionen dieser Form anzupassen, wodurch sich also eine Veränderung oder Einschränkung der möglichen Inhalte und damit der zu beschreibenden Objekte, Ereignisse usw. ergibt. Ein deutlicheres Beispiel ist jedoch die ebenfalls durch die argumentische Zeichenklasse repräsentierte "Theorie". Die Aufhebung des semiotischen Invarianzprinzips würde hier besagen, dass die Theorie die Realität erzeugt statt nur beschreibt, was in unserer Zeit immerhin für die von Bense so genannte "Technische Realität" unserer Zivilisation tatsächlich der Fall ist.

Bibliographie

Ball, Hugo, Gesammelte Gedichte. Zürich 1963

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Bense, Max, Radiotexte. Heidelberg 2000

Carroll, Lewis, Alice im Wunderland. Übers. von Christian Enzensberger. Frankfurt am Main 1981

Carroll, Lewis, Alice hinter den Spiegeln. Übers. von Christian Enzensberger. Frankfurt am Main 1974

Hergé, Die sieben Kristallkugeln. Hamburg 1998

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Die präsemiotischen Strukturbereiche. Ms. (2008c)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Fuzzy semiotic sets

1. Fuzzy set theory has been introduced into theoretical semiotics by Nadin (1977, 1978, 1980, 1983), but never continued later. However, there are at least three good reasons to apply the concept of fuzzy sets to semiotics: 1. Fuzzy sets allow a semiotic analysis of reality thematics primarily independent of sign classes. 2. By aid of fuzzy sets, the continuous character of semiosis can be displayed much better than with ordinary sets. 3. Fuzzy set theory is compatible with category theory that had been introduced into theoretical semiotics already by Marty (1977) and Bense (1981, pp. 124 ss.).

2. In the following, we shall show that the system of structural realities as presented in the reality thematics of the sign classes can be understood as systems of fuzzy sets. The basic idea behind that is that the system of structural realities can be divided into two discrete groups:

- homogeneous reality thematics, f. ex.

(3.1 2.1 1.1) × (1.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	M-them. M (complete M)
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	O-them. O (complete O)
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)	I-them. I (complete I)

- heterogeneous reality thematics, f. ex.

(3.1 2.1 1.2) × (2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	M-them. O (2/3 M, 1/3 O)
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	M-them. I (2/3 M, 1/3 I)
(3.2 2.3 1.3) × ($\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3)	I-them. O (2/3 I, 1/3 O), etc.

The counting of the thematizing and thematized part-realities of the structural realities as thirds goes already back to Walther (1979, p. 108) and seems to be independent of the introduction of fuzzy sets into semiotics. According to Walther, the system of the 10 sign classes can thus be displayed as follows:

1. (3.1 2.1 1.1) × (1.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	3/3 M	—	—
2. (3.1 2.1 1.2) × (2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	2/3 M	1/3 O	—
3. (3.1 2.1 1.3) × (3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	2/3 M	—	1/3 I
4. (3.1 2.2 1.2) × ($\underline{2.1\ 2.2}$ 1.3)	—	2/3 O	1/3 M
5. (3.1 2.2 1.3) × ($\underline{3.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{1.3}$)	1/3 M	1/3 O	1/3 I
6. (3.1 2.3 1.3) × ($\underline{3.1\ 3.2}$ 1.3)	1/3 M	—	2/3 I
7. (3.2 2.2 1.2) × (2.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	—	3/3 O	—
8. (3.2 2.2 1.3) × (3.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	—	2/3 O	1/3 I
9. (3.2 2.3 1.3) × ($\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3)	—	1/3 O	2/3 I
10. (3.3 2.3 1.3) × (3.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)	—	—	3/3 I

If we apply this classification to trichotomic triads, introduced by Walther (1981, 1982), we recognize that a certain number of reality thematics can be combined in such a way that their thematized realities present M, O, and I respectively and thus as a system a triadic sign relation, f. ex.

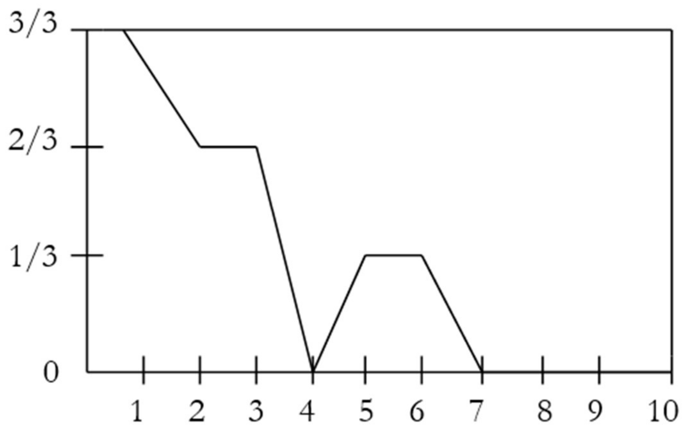
(3.1 2.1 1.1) × (1.1 <u>1.2 1.3</u>)	M-them. M	**3/3 M**	—	—
(3.1 2.1 1.2) × (2.1 <u>1.2 1.3</u>)	O-them. O	2/3 M	**1/3 O**	—
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 <u>1.2 1.3</u>)	I-them. I	2/3 M	—	**1/3 I**

Therefore, the above trichotomic triad contains 7/3 M, 1/3 O and 1/3 I and thus 1/3 of each triad of a complete sign relation plus 6/3 of additional M.

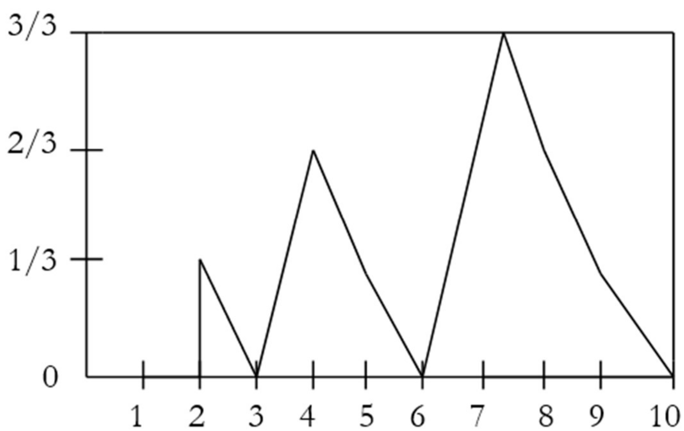
3. Already the above classification of reality thematics by thirds leads to the concept of a membership function for semiotic sets, but this has never been done up to now. Although the semiotic sets are in the above examples the reality thematics and thus the trichotomies of a sign relation, membership functions can of course be applied to the sign classes as the triads of sign relations as well. More precisely: A fuzzy set is a pair (A, μ) where A is a set and $\mu: A \rightarrow [0, 1]$. For each $x \in A$, $\mu(x)$ is the grade of membership of x. Thus, $x \in (A, \mu) \Leftrightarrow x \in A \wedge \mu(x) \neq 0$. An element mapping to the value 0 means that the member is not included in the fuzzy set, 1 describes a fully included member. Values strictly between 0 and 1 characterize the fuzzy members. Thus, if $x = 1$ or $x = 0$, the respective set is an ordinary set and μ its characteristic function (cf. Zadeh 1965, p. 339).

Let now A be the set of the reality thematics, $x_i \in A$ the single reality thematics according to the above table (i.e. $i = 1 \dots 10$) and $\mu(x_i)$ their membership function according to the above classification of the structural realities by thirds. Then we can turn Walther's above diagram into the following three graphs in which the abscissa denotes the reality thematics and the ordinate $\mu(x_i)$:

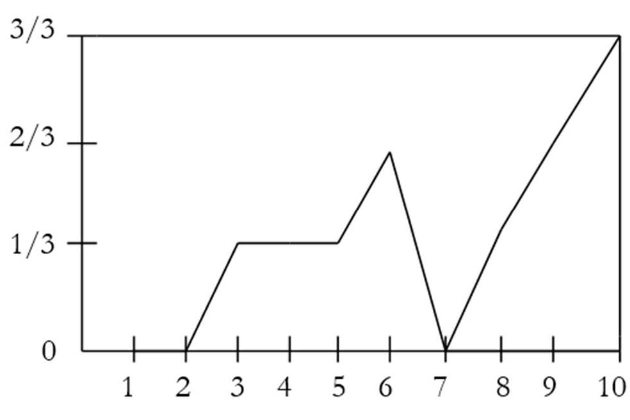
1. Semiotic fuzzy set for structural M (M ⊂ A)



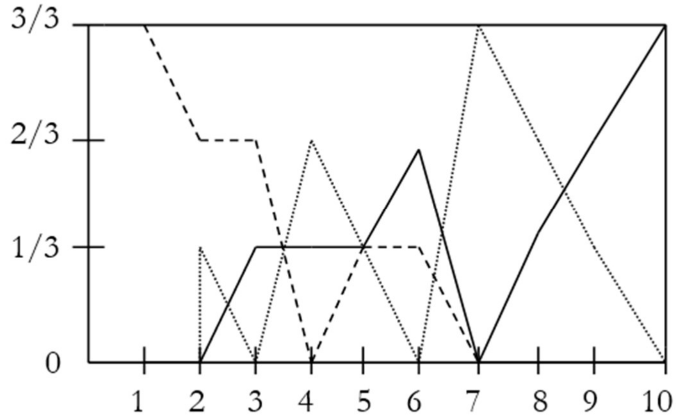
2. Semiotic fuzzy set for structural O (O ⊂ A)



3. Semiotic fuzzy set for structural I (I ⊂ A)



Thus, all three sub-sets M, O, I ⊂ A are non-convex. In the case of the union M ∪ O ∪ I = A, A is a non-convex set, too. In the following graph, the sub-set M is marked dashed, the sub-set O dotted, and the sub-set I straight:



4. However, in mathematical semiotics, two special problems arise. First, reality thematics and sign classes are ordered sets, and we therefore have to take account of that in introducing them as fuzzy sets. Second, each reality thematic and each sign class has 6 transpositions (cf. Toth 2008a, pp. 177 ss.). The second problem implies the first one insofar as transpositions differ from their "unmarked" sign classes and reality thematics only by the order of their constitutive sub-signs and thus by the order of their sub-sets. We may take account of both problems in drawing graphs whose abscissa represents the 6 transpositions of a sign class or reality thematic and whose ordinate represents the three (thematizing and thematized) part-realities of the structural realities. As example, we show the reality thematic (3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$) of the sign class (3.1 2.1 1.3) which presents the following transpositional realities:

(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) → {(3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$), (3.1 $\underline{1.3\ 1.2}$), ($\underline{1.2}$ 3.1 $\underline{1.3}$), ($\underline{1.2\ 1.3}$ 3.1), ($\underline{1.3}$ 3.1 $\underline{1.2}$), ($\underline{1.3\ 1.2}$ 3.1)}

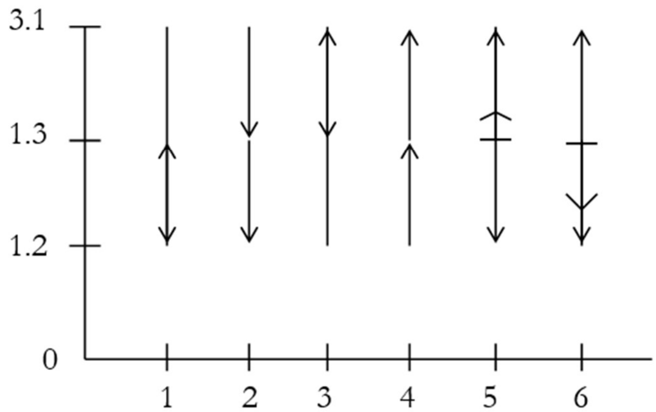
Generally, each semiotic dual system (a.b c.d e.f) × (f.e d.c b.a) (a, c, e ∈ {1., 2., 3.}, b, d, f ∈ {.1, .2, .3}) presents the following system of transpositional structural realities:

(a.b c.d e.f) × (f.e d.c b.a) → {(f.e $\underline{d.c\ b.a}$), (f.e $\underline{b.a\ d.c}$), ($\underline{d.c}$ f.e $\underline{b.a}$), ($\underline{d.c\ b.a}$ f.e), ($\underline{b.a}$ f.e $\underline{d.c}$), ($\underline{b.a\ d.c}$ f.e)}

Thus, the general structure of transpositional realities of all 10 reality thematics can be schematized as follows:

$$\begin{array}{lll} Z \leftarrow (X, Y) & (X, Y) \rightarrow Z & \\ Z \leftarrow (Y, X) & Y \rightarrow Z \leftarrow X & \\ X \rightarrow Z \leftarrow Y & (Y, X) \rightarrow Z & (X, Y, Z \in \{(1.1), (1.2), (1.3), ..., (3.3)\}) \end{array}$$

The graph for $\{(3.1\ \underline{1.2\ 1.3}), (3.1\ \underline{1.3\ 1.2}), (\underline{1.2}\ 3.1\ \underline{1.3}), (\underline{1.2\ 1.3}\ 3.1), (\underline{1.3}\ 3.1\ \underline{1.2}), (\underline{1.3\ 1.2}\ 3.1)\}$ is:



As one sees, this kind of graph leads to 6 sub-graphs that are nothing else than Hasse diagrams used for the visualization of posets (cf. Toth 2007a, pp. 84 ss.). Since the sign relations can be defined as posets (cf. Toth 1996; 2007a, pp. 85 ss.; 2008b), the above graphs have also the advantage that they are convertible into the language of category theory (cf. Harris 1983). However, in order to take account for the above mentioned two semiotic problems, we will recur to the so-called "dynamic semiotic morphisms" introduced in Toth (2008a, pp. 159 ss.), because they fully consider the fact that a sign relation is a triadic relation over a dyadic and a monadic relation, too, and thus are capable of dealing with the intricate relational structures of sign classes and reality thematics.

For instance, in our sign class (3.1 2.1 1.3), we will not assign a semiotic "static" morphism to each sub-sign, because such morphisms would not take care of the general relational sign structure (3.a 2.b 1.c) with $a \leq b \leq c$. Therefore, we will assign dynamic morphisms to ((3.2), (1.1)) and ((2.1), (1.3)), which is legitimated by the fact that the triadic sign relation can be understood as concatenation of two dyads; in our example: (3.1 2.1 1.3) = (3.1 2.1) ○ (2.1 1.3), cf. Walther (1979, p. 79). More generally, for the abstract sign relation ((a.b), ((c.d), (e.f)) we will assign two pairs of morphisms to ((a.c), (b.d)) and ((c.e), (d.f)).

We shall further agree that, in order to disambiguate cases like (1.1 1.2 1.3) and (1.1 1.3 1.2), which differ solely by the reverse order of the thematizing sub-signs, we will use the symbols “<” and “>” right above the first thematizing sub-sign in order to express that the sub-sign that carries the respective symbol is of lower or higher semiosic order than the following second thematizing sub-sign.

Moreover, we will use the notational system for reality thematics introduced in Toth (2007b, p. 177 ss.), in which the “basis” for a sub-sign gives its triadic value and the “exponent” its frequency; thus, “12” means the twice occurrence of a sub-sign of monadic value (1.), f. ex. (1.2 1.3). “12,<” thus means, f. e.x., (1.2 1.3), and “12,>” means, f. ex., (1.3 1.2). The arrows indicate the direction of thematization, whereby the general usual rule is that two sub-signs of the same triadic value thematize a sub-sign of the same (in homogeneous sign-class) or of different triadic value (in heterogeneous sign-classes).

It had been shown in Toth (2008a, pp. 272 ss.) that the system of the 10 sign classes and their dual reality thematics is only a fragment of the complete system of the 27 sign classes (and reality thematics). In the latter system, in the general sign structure (3.a 2.b 1.c), to a, b and c, all 9 sub-signs from the semiotic matrix can be assigned. Thus the semiotic order is total, namely partial like the order (a ≤ b ≤ c) of the system of the 10 sign classes, but in addition to that also total (a ≤ b or b≤ a). In other words, unlike the system of the 10 sign classes, the system of the 27 sign classes is solely restricted by the fact that in the abstract sign relation (a.b c.d e.f), a = 3., c = 2., and e = 1. Therefore, finally, we substitute the fragmentary system of the 10 sign classes by the complete system of the 27 sign classes in order to show all possible types of structural realities, amongst them structural realities which are “hidden” from the standpoint of the system of the 10 sign classes. We shall mark the 17 sign classes that do not belong to the “classical” system of 10 sign classes by an asterisk. In the following schemes, the first line shows the 6 transpositional realities of each reality thematic in the numerical version. The second line presents the structure of thematization of each transpositional reality. The third line displays all transpositional realities in the category theoretic version, using “dynamic” morphisms and thus disclosing their fuzziness. (The order of the transpositions is the same in all 3 lines.)

4.1. The structural realities of the sign class (3.1 2.1 1.1)

$1.1\ \underline{1.2\ 1.3}$	$\underline{1.2}\ 1.1\ \underline{1.3}$	$1.1\ \underline{1.3\ 1.2}$	$\underline{1.3}\ 1.1\ \underline{1.2}$	$\underline{1.2\ 1.3}\ 1.1$	$\underline{1.3\ 1.2}\ 1.1$
$1^1 \leftarrow 1^{2,<}$	$1^{1,<} \rightarrow 1^1 \leftarrow 1^1$	$1^1 \leftarrow 1^{2,>}$	$1^{1,>} \rightarrow 1^1 \leftarrow 1^1$	$1^{2,<} \rightarrow 1^1$	$1^{2,>} \rightarrow 1^1$

[[id1, α], [id1, β]]; [[id1, α°], [id1, βα]]; [[id1, βα], [id1, β°]]; [[id1, α°β°], [id1, α]]; [[id1, β], [id1, α°β°]]; [[id1, β°], [id1, α°]].

4.2. The structural realities of the sign class (3.1 2.1 1.2)

$2.1\ \underline{1.2\ 1.3}$	$\underline{1.2}\ 2.1\ \underline{1.3}$	$2.1\ \underline{1.3\ 1.2}$	$\underline{1.3}\ 2.1\ \underline{1.2}$	$\underline{1.2\ 1.3}\ 2.1$	$\underline{1.3\ 1.2}\ 2.1$
$2^1 \leftarrow 1^{2,<}$	$1^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$	$2^1 \leftarrow 1^{2,>}$	$1^{1,>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$	$1^{2,<} \rightarrow 2^1$	$1^{2,>} \rightarrow 2^1$

[[α°, α], [id1, β]]; [[α, α°], [α°, βα]]; [[α°, βα], [id1, β°]]; [[α, α°β°], [α°, α]]; [[id1, β], [α, α°β°]]; [[id1, β°], [α, α°]].

4.3. The structural realities of the sign class (3.1 2.1 1.3)

$3.1\ \underline{1.2\ 1.3}$	$\underline{1.2}\ 3.1\ \underline{1.3}$	$3.1\ \underline{1.3\ 1.2}$	$\underline{1.3}\ 3.1\ \underline{1.2}$	$\underline{1.2\ 1.3}\ 3.1$	$\underline{1.3\ 1.2}\ 3.1$
$3^1 \leftarrow 1^{2,<}$	$1^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$3^1 \leftarrow 1^{2,>}$	$1^{1,>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$1^{2,<} \rightarrow 3^1$	$1^{2,>} \rightarrow 3^1$

[[α°β°, α], [id1, β]]; [[βα, α°], [α°β°, βα]]; [[α°β°, βα], [id1, β°]]; [[βα, α°β°], [α°β°, α]]; [[id1, β], [βα, α°β°]]; [[id1, β°], [βα, α°]].

4.4. The structural realities of the sign class *(3.1 2.2 1.1)

$\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3}$	$2.2\ \underline{1.1\ 1.3}$	$\underline{1.1\ 1.3}\ 2.2$	$\underline{1.3\ 1.1}\ 2.1$	$2.2\ \underline{1.3\ 1.1}$	$\underline{1.3}\ 2.2\ \underline{1.1}$
$1^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$	$1^1 \leftarrow 1^{2,<}$	$1^{2,<} \rightarrow 2^1$	$1^{2,>} \rightarrow 2^1$	$2^1 \leftarrow 1^{2,>}$	$1^{1,>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

[[α, α], [α°, β]]; [[α°, α°], [id1, βα]]; [[id1, βα], [α, β°]]; [[id1, α°β°], [α, id1]]; [[α°, β], [id1, α°β°]]; [[α, β°], [α°, α°]].

4.5. The structural realities of the sign class (3.1 2.2 1.2)

$\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3$	$\underline{2.2\ 2.1}\ 1.3$	$\underline{2.1}\ 1.3\ \underline{2.2}$	$1.3\ \underline{2.1\ 2.2}$	$\underline{2.2}\ 1.3\ \underline{2.1}$	$1.3\ \underline{2.2\ 2.1}$
$2^{2,<} \rightarrow 1^1$	$2^{2,>} \rightarrow 1^1$	$2^{1,<} \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$1^1 \leftarrow 2^{2,<}$	$2^{1,>} \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$1^1 \leftarrow 2^{2,>}$

[[id2, α], [α°, β]]; [[id2, α°], [α°, βα]]; [[α°, βα], [α, β°]]; [[α, α°β°], [id2, α]]; [[α°, β], [α, α°β°]]; [[α, β°], [id2, α°]].

4.6. The structural realities of the sign class (3.1 2.2 1.3)

$\underline{3.1\ 2.2}\ 1.3$ $\underline{2.2\ 3.1}\ 1.3$ $\underline{3.1\ 1.3}\ 2.2$ $\underline{1.3\ 3.1}\ 2.2$ $\underline{2.2\ 1.3}\ 3.1$ $\underline{1.3\ 2.2}\ 3.1$

$3.1\ \underline{2.2\ 1.3}$ $2.2\ \underline{3.1\ 1.3}$ $3.1\ \underline{1.3\ 2.2}$ $1.3\ \underline{3.1\ 2.2}$ $2.2\ \underline{1.3\ 3.1}$ $1.3\ \underline{2.2\ 3.1}$

$\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{1.3}$ $\underline{2.2}\ 3.1\ \underline{1.3}$ $\underline{3.1}\ 1.3\ \underline{2.2}$ $\underline{1.3}\ 3.1\ \underline{2.2}$ $\underline{2.2}\ 1.3\ \underline{3.1}$ $\underline{1.3}\ 2.2\ \underline{3.1}$

$$\begin{array}{llllll}
3^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 1^1 & 2^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 1^1 & 3^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 2^1 & 1^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 2^1 & 2^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 3^1 & 1^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 3^1 \\
3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1 & 2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1 & 3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1 & 1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 & 2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1 & 1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \\
3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 & 2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 & 3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1 & 1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1 & 2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1 & 1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1
\end{array}$$

[[β°, α], [α°, β]]; [[β, α°], [α°β°, βα]]; [[α°β°, βα], [α, β°]]; [[βα, α°β°], [β°, α]; [[α°, β], [βα, α°β°]]; [[α, β°], [β, α°]].

Here, we have the first of several cases of triadic structural reality, whose condition is that all three trichotomic values of a sign class are different, i.e. (3.a 2.b 1.c) with a ≠ b ≠ c. In the system of the 10 sign classes, this happens only in the case of the dual-invariant sign class whose reality thematic is thus identical with the sign class itself.

4.7. The structural realities of the sign class *(3.1 2.3 1.1)

$\underline{1.1}\ 3.2\ \underline{1.3}$ $3.2\ \underline{1.1\ 1.3}$ $\underline{1.1\ 1.3}\ 3.2$ $\underline{1.3\ 1.1}\ 3.2$ $3.2\ \underline{1.3\ 1.1}$ $\underline{1.3}\ 3.2\ \underline{1.1}$

$1^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$ $3^1 \leftarrow 1^{2,<}$ $1^{2,<} \rightarrow 3^1$ $1^{2,>} \rightarrow 3^1$ $3^1 \leftarrow 1^{2,>}$ $1^{1,>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$

[[βα, α], [α°β°, β]]; [[α°β°, α°], [id1, βα]]; [[id1, βα], [βα, β°]]; [[id1, α°β°], [βα, α]; [[α°β°, β], [id1, α°β°]]; [[βα, β°], [α°β°, α°]].

4.8. The structural realities of the sign class *(3.1 2.3 1.2)

$\underline{2.1\ 3.2}\ 1.3$ $\underline{3.2\ 2.1}\ 1.3$ $\underline{2.1\ 1.3}\ 3.2$ $\underline{1.3\ 2.1}\ 3.2$ $\underline{3.2\ 1.3}\ 2.1$ $\underline{1.3\ 3.2}\ 2.1$

$2.1\ \underline{3.2\ 1.3}$ $3.2\ \underline{2.1\ 1.3}$ $2.1\ \underline{1.3\ 3.2}$ $1.3\ \underline{2.1\ 3.2}$ $3.2\ \underline{1.3\ 2.1}$ $1.3\ \underline{3.2\ 2.1}$

$\underline{2.1}\ 3.2\ \underline{1.3}$ $\underline{3.2}\ 2.1\ \underline{1.3}$ $\underline{2.1}\ 1.3\ \underline{3.2}$ $\underline{1.3}\ 2.1\ \underline{3.2}$ $\underline{3.2}\ 1.3\ \underline{2.1}$ $\underline{1.3}\ 3.2\ \underline{2.1}$

$$\begin{array}{llllll}
2^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 1^1 & 3^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 1^1 & 2^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 3^1 & 1^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 3^1 & 3^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 2^1 & 1^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 2^1 \\
2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1 & 3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1 & 2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1 & 1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 & 3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1 & 1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \\
2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 & 3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 & 2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1 & 1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1 & 3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1 & 1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1
\end{array}$$

[[β, α], [α°β°, β]]; [[β°, α°], [α°, βα]]; [[α°, βα], [βα, β°]]; [[α, α°β°], [β, α]]; [[α°β°, β], [α, α°β°]]; [[βα, β°], [β°, α°]].

4.9. The structural realities of the sign class (3.1 2.3 1.3)

$\underline{3.1\ 3.2}$ 1.3 $\quad$ $\underline{3.2\ 3.1}$ 1.3 $\quad$ $\underline{3.1}$ 1.3 $\underline{3.2}$ $\quad$ 1.3 $\underline{3.1\ 3.2}$ $\quad$ $\underline{3.2}$ 1.3 $\underline{3.1}$ $\quad$ 1.3 $\underline{3.2\ 3.1}$

$3^{2,<} \to 1^1 \quad 3^{2,>} \to 1^1 \quad 3^{1,<} \to 1^1 \leftarrow 3^1 \quad 1^1 \leftarrow 3^{2,<} \quad 3^{1,>} \to 1^1 \leftarrow 3^1 \quad 1^1 \leftarrow 3^{2,>}$

[[id3, α], [α°β°, β]]; [[id3, α°], [α°β°, βα]]; [[α°β°, βα], [βα, β°]]; [[βα, α°β°], [id3, α]]; [[α°β°, β], [βα, α°β°]]; [[βα, β°], [id3, α°]].

4.10. The structural realities of the sign class *(3.2 2.1 1.1)

$\underline{1.1\ 1.2}$ 2.3 $\quad$ $\underline{1.2\ 1.1}$ 2.3 $\quad$ $\underline{1.1}$ 2.3 $\underline{1.2}$ $\quad$ 2.3 $\underline{1.1\ 1.2}$ $\quad$ $\underline{1.2}$ 2.3 $\underline{1.1}$ $\quad$ 2.3 $\underline{1.2\ 1.1}$

$1^{2,<} \to 2^1 \quad 1^{2,>} \to 2^1 \quad 1^{1,<} \to 2^1 \leftarrow 1^1 \quad 2^1 \leftarrow 1^{2,<} \quad 1^{1,>} \to 2^1 \leftarrow 1^1 \quad 2^1 \leftarrow 1^{2,>}$

[[id1, α], [α, β]]; [[id1, α°], [α, βα]]; [[α, βα], [α°, β°]]; [[α°, α°β°], [id1, α]]; [[α, β], [α°, α°β°]]; [[α°, β°], [id1, α°]].

4.11. The structural realities of the sign class *(3.2 2.1 1.2)

$\underline{2.1}$ 1.2 $\underline{2.3}$ $\quad$ 1.2 $\underline{2.1\ 2.3}$ $\quad$ $\underline{2.1\ 2.3}$ 1.2 $\quad$ $\underline{2.3\ 2.1}$ 1.2 $\quad$ 1.2 $\underline{2.3\ 2.1}$ $\quad$ $\underline{2.3}$ 1.2 $\underline{2.1}$

$2^{1,<} \to 1^1 \leftarrow 2^1 \quad 1^1 \leftarrow 2^{2,<} \quad 2^{2,<} \to 1^1 \quad 2^{2,>} \to 1^1 \quad 1^1 \leftarrow 2^{2,>} \quad 2^{1,>} \to 1^1 \leftarrow 2^1$

[[α°, α], [α, β]]; [[α, α°], [id2, βα]]; [[id2, βα], [α°, β°]]; [[id2, α°β°], [α°, α]]; [[α, β], [id2, α°β°]]; [[α°, β°], [α, α°]].

4.12. The structural realities of the sign class *(3.2 2.1 1.3)

$\underline{3.1\ 1.2}$ 2.3 $\quad$ $\underline{1.2\ 3.1}$ 2.3 $\quad$ $\underline{3.1\ 2.3}$ 1.2 $\quad$ $\underline{2.3\ 3.1}$ 1.2 $\quad$ $\underline{1.2\ 2.3}$ 3.1 $\quad$ $\underline{2.3\ 1.2}$ 3.1

3.1 $\underline{1.2\ 2.3}$ $\quad$ 1.2 $\underline{3.1\ 2.3}$ $\quad$ 3.1 $\underline{2.3\ 1.2}$ $\quad$ 2.3 $\underline{3.1\ 1.2}$ $\quad$ 1.2 $\underline{2.3\ 3.1}$ $\quad$ 2.3 $\underline{1.2\ 3.1}$

$\underline{3.1}$ 1.2 $\underline{2.3}$ $\quad$ $\underline{1.2}$ 3.1 $\underline{2.3}$ $\quad$ $\underline{3.1}$ 2.3 $\underline{1.2}$ $\quad$ $\underline{2.3}$ 3.1 $\underline{1.2}$ $\quad$ $\underline{1.2}$ 2.3 $\underline{3.1}$ $\quad$ $\underline{2.3}$ 1.2 $\underline{3.1}$

$3^1 \leftrightarrow 1^1 \to 2^1 \quad 1^1 \leftrightarrow 3^1 \to 2^1 \quad 3^1 \leftrightarrow 2^1 \to 1^1 \quad 2^1 \leftrightarrow 3^1 \to 1^1 \quad 1^1 \leftrightarrow 2^1 \to 3^1 \quad 2^1 \leftrightarrow 1^1 \to 3^1$

$3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1 \quad 1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \quad 3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1 \quad 2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1 \quad 1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \quad 2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$

$3^1 \to 1^1 \leftarrow 2^1 \quad 1^1 \to 3^1 \leftarrow 2^1 \quad 3^1 \to 2^1 \leftarrow 1^1 \quad 2^1 \to 3^1 \leftarrow 1^1 \quad 1^1 \to 2^1 \leftarrow 3^1 \quad 2^1 \to 1^1 \leftarrow 3^1$

[[α°β°, α], [α, β]]; [[βα, α°], [β°, βα]]; [[β°, βα], [α°, β°]]; [[β, α°β°], [α°β°, α]]; [[α, β], [β, α°β°]]; [[α°, β°], [βα, α°]].

4.13. The structural realities of the sign class *(3.2 2.2 1.1)

$1.1\ \underline{2.2\ 2.3}$	$\underline{2.2}\ 1.1\ \underline{2.3}$	$1.1\ \underline{2.3\ 2.2}$	$\underline{2.3}\ 1.1\ \underline{2.2}$	$\underline{2.2\ 2.3}\ 1.1$	$\underline{2.3\ 2.2}\ 1.1$
$1^1 \leftarrow 2^{2,<}$	$2^{1,<} \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$1^1 \leftarrow 2^{2,>}$	$2^{1,>} \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$2^{2,<} \rightarrow 1^1$	$2^{2,>} \rightarrow 1^1$

[[α, α], [id2, β]]; [[α°, α°], [α, βα]]; [[α, βα], [id2, β°]]; [[α°, α°β°], [α, α]]; [[id2, β], [α°, α°β°]]; [[id2, β°], [α°, α°]].

4.14. The structural realities of the sign class (3.2 2.2 1.2)

$\underline{2.1\ 2.2}\ 2.3$	$\underline{2.2\ 2.1}\ 2.3$	$\underline{2.1}\ 2.3\ \underline{2.2}$	$2.3\ \underline{2.1\ 2.2}$	$\underline{2.2}\ 2.3\ \underline{2.1}$	$2.3\ \underline{2.2\ 2.1}$
$2^{2,<} \rightarrow 2^1$	$2^{2,>} \rightarrow 2^1$	$2^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 2^1$	$2^1 \leftarrow 2^{2,<}$	$2^{1,>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 2^1$	$2^1 \leftarrow 2^{2,>}$

[[id2, α], [id2, β]]; [[id2, α°], [id2, βα]]; [[id2, βα], [id2, β°]]; [[id2, α°β°], [id2, α]]; [[id2, β], [id2, α°β°]]; [[id2, β°], [id2, α°]].

4.15. The structural realities of the sign class (3.2 2.2 1.3)

$3.1\ \underline{2.2\ 2.3}$	$\underline{2.2}\ 3.1\ \underline{2.3}$	$3.1\ \underline{2.3\ 2.2}$	$\underline{2.3}\ 3.1\ \underline{2.2}$	$\underline{2.2\ 2.3}\ 3.1$	$\underline{2.3\ 2.2}\ 3.1$
$3^1 \leftarrow 2^{2,<}$	$2^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3^1 \leftarrow 2^{2,>}$	$2^{1,>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$2^{2,<} \rightarrow 3^1$	$2^{2,>} \rightarrow 3^1$

[[β°, α], [id2, β]]; [[β, α°], [β°, βα]]; [[β°, βα], [id2, β°]]; [[β, α°β°], [β°, α]]; [[id2, β], [β, α°β°]]; [[id2, β°], [β, α°]].

4.16. The structural realities of the sign class *(3.2 2.3 1.1)

$\underline{1.1\ 3.2}\ 2.3$	$\underline{3.2\ 1.1}\ 2.3$	$\underline{1.1\ 2.3}\ 3.2$	$\underline{2.3\ 1.1}\ 3.2$	$\underline{3.2\ 2.3}\ 1.1$	$\underline{2.3\ 3.2}\ 1.1$
$1.1\ \underline{3.2\ 2.3}$	$3.2\ \underline{1.1\ 2.3}$	$1.1\ \underline{2.3\ 3.2}$	$2.3\ \underline{1.1\ 3.2}$	$3.2\ \underline{2.3\ 1.1}$	$2.3\ \underline{3.2\ 1.1}$
$\underline{1.1}\ 3.2\ \underline{2.3}$	$\underline{3.2}\ 1.1\ \underline{2.3}$	$\underline{1.1}\ 2.3\ \underline{3.2}$	$\underline{2.3}\ 1.1\ \underline{3.2}$	$\underline{3.2}\ 2.3\ \underline{1.1}$	$\underline{2.3}\ 3.2\ \underline{1.1}$

$1^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 2^1$	$3^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 2^1$	$1^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 3^1$	$2^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 3^1$	$3^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 1^1$	$2^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 1^1$
$1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1$	$3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$	$1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1$	$2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$	$3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1$	$2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1$
$1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$	$2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$

[[βα, α], [β°, β]]; [[α°β°, α°], [α, βα]]; [[α, βα], [β, β°]]; [[α°, α°β°], [βα, α]]; [[β°, β], [α°, α°β°]]; [[β, β°], [α°β°, α°]].

4.17. The structural realities of the sign class *(3.2 2.3 1.2)

$\underline{2.1}$ 3.2 $\underline{2.3}$	3.2 $\underline{2.1\ 2.3}$	$\underline{2.1\ 2.3}$ 3.2	$\underline{2.3\ 2.1}$ 3.2	3.2 $\underline{2.3\ 2.1}$	$\underline{2.3}$ 3.2 $\underline{2.1}$
$2^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3^1 \leftarrow 2^{2,<}$	$2^{2,<} \rightarrow 3^1$	$2^{2,>} \rightarrow 3^1$	$3^1 \leftarrow 2^{2,>}$	$2^{1,>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$

[[β, α], [β°, β]]; [[β°, α°], [id2, βα]]; [[id2, βα], [β, β°]]; [[id2, α°β°], [β, α]]; [[β°, β], [id2, α°β°]]; [[β, β°], [β°, α°]].

4.18. The structural realities of the sign class (3.2 2.3 1.3)

$\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3	$\underline{3.2\ 3.1}$ 2.3	$\underline{3.1}$ 2.3 $\underline{3.2}$	2.3 $\underline{3.1\ 3.2}$	$\underline{3.2}$ 2.3 $\underline{3.1}$	2.3 $\underline{3.2\ 3.1}$
$3^{2,<} \rightarrow 2^1$	$3^{2,>} \rightarrow 2^1$	$3^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2^1 \leftarrow 3^{2,<}$	$3^{1,>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2^1 \leftarrow 3^{2,>}$

[[id3, α], [β°, β]]; [[id3, α°], [β°, βα]]; [[β°, βα], [β, β°]]; [[β, α°β°], [id3, α]]; [[β°, β], [β, α°β°]]; [[β, β°], [id3, α°]].

4.19. The structural realities of the sign class *(3.3 2.1 1.1)

$\underline{1.1\ 1.2}$ 3.3	$\underline{1.2\ 1.1}$ 3.3	$\underline{1.1}$ 3.3 $\underline{1.2}$	3.3 $\underline{1.1\ 1.2}$	$\underline{1.2}$ 3.3 $\underline{1.1}$	3.3 $\underline{1.2\ 1.1}$
$1^{2,<} \rightarrow 3^1$	$1^{2,>} \rightarrow 3^1$	$1^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$3^1 \leftarrow 1^{2,<}$	$1^{1,>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$3^1 \leftarrow 1^{2,>}$

[[id1, α], [βα, β]]; [[id1, α°], [βα, βα]]; [[βα, βα], [α°β°, β°]]; [[α°β°, α°β°], [id1, α]]; [[βα, β], [α°β°, α°β°]]; [[α°β°, β°], [id1, α°]].

4.20. The structural realities of the sign class *(3.3 2.1 1.2)

$\underline{2.1\ 1.2}$ 3.3	$\underline{1.2\ 2.1}$ 3.3	$\underline{2.1\ 3.3}$ 1.2	$\underline{3.3\ 2.1}$ 1.2	$\underline{1.2\ 3.3}$ 2.1	$\underline{3.3\ 1.2}$ 2.1
2.1 $\underline{1.2\ 3.3}$	1.2 $\underline{2.1\ 3.3}$	2.1 $\underline{3.3\ 1.2}$	3.3 $\underline{2.1\ 1.2}$	1.2 $\underline{3.3\ 2.1}$	3.3 $\underline{1.2\ 2.1}$
$\underline{2.1}$ 1.2 $\underline{3.3}$	$\underline{1.2}$ 2.1 $\underline{3.3}$	$\underline{2.1}$ 3.3 $\underline{1.2}$	$\underline{3.3}$ 2.1 $\underline{1.2}$	$\underline{1.2}$ 3.3 $\underline{2.1}$	$\underline{3.3}$ 1.2 $\underline{2.1}$

$2^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 3^1$	$1^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 3^1$	$2^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 1^1$	$3^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 1^1$	$1^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 2^1$	$3^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 2^1$
$2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$	$1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1$	$2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1$	$3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1$	$1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1$	$3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$
$2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$	$1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$

[[α°, α], [βα, β]]; [[α, α°], [β, βα]]; [[β, βα], [α°β°, β°]]; [[β°, α°β°], [α°, α]]; [[βα, β], [β°, α°β°]]; [[α°β°, β°], [α, α°]].

4.21. The structural realities of the sign class *(3.3 2.1 1.3)

$\underline{3.1}$ 1.2 $\underline{3.3}$	1.2 $\underline{3.1\ 3.3}$	$\underline{3.1\ 3.3}$ 1.2	$\underline{3.3\ 3.1}$ 1.2	1.2 $\underline{3.3\ 3.1}$	$\underline{3.3}$ 1.2 $\underline{3.1}$
$3^{1,<} \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$1^1 \leftarrow 3^{2,<}$	$3^{2,<} \rightarrow 1^1$	$3^{2,>} \rightarrow 1^1$	$1^1 \leftarrow 3^{2,>}$	$3^{1,>} \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$

[[α°β°, α], [βα, β]]; [[βα, α°], [id3, βα]]; [[id3, βα], [α°β°, β°]]; [[id3, α°β°], [α°β°, α]]; [[βα, β], [id3, α°β°]]; [[α°β°, β°], [βα, α°]].

4.22. The structural realities of the sign class *(3.3 2.2 1.1)

$\underline{1.1\ 2.2}$ 3.3	$\underline{2.2\ 1.1}$ 3.3	$\underline{1.1\ 3.3}$ 2.2	$\underline{3.3\ 1.1}$ 2.2	$\underline{2.2\ 3.3}$ 1.1	$\underline{3.3\ 2.2}$ 1.1
1.1 $\underline{2.2\ 3.3}$	2.2 $\underline{1.1\ 3.3}$	1.1 $\underline{3.3\ 2.2}$	3.3 $\underline{1.1\ 2.2}$	2.2 $\underline{3.3\ 1.1}$	3.3 $\underline{2.2\ 1.1}$
$\underline{1.1}$ 2.2 $\underline{3.3}$	$\underline{2.2}$ 1.1 $\underline{3.3}$	$\underline{1.1}$ 3.3 $\underline{2.2}$	$\underline{3.3}$ 1.1 $\underline{2.2}$	$\underline{2.2}$ 3.3 $\underline{1.1}$	$\underline{3.3}$ 2.2 $\underline{1.1}$

$1^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 3^1$	$2^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 3^1$	$1^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 2^1$	$3^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 2^1$	$2^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 1^1$	$3^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 1^1$
$1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1$	$2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$	$1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1$	$3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$	$2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1$	$3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1$
$1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

[[α, α], [β, β]]; [[α°, α°], [βα, βα]]; [[βα, βα], [β°, β°]]; [[α°β°, α°β°], [α, α]]; [[β, β], [α°β°, α°β°]]; [[β°, β°], [α°, α°]].

4.23. The structural realities of the sign class *(3.3 2.2 1.2)

$\underline{2.1\ 2.2}$ 3.3	$\underline{2.2\ 2.1}$ 3.3	$\underline{2.1}$ 3.3 $\underline{2.2}$	3.3 $\underline{2.1\ 2.2}$	$\underline{2.2}$ 3.3 $\underline{2.1}$	3.3 $\underline{2.2\ 2.1}$
$2^{2,<} \rightarrow 3^1$	$2^{2,>} \rightarrow 3^1$	$2^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3^1 \leftarrow 2^{2,<}$	$2^{1,>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3^1 \leftarrow 2^{2,>}$

[[id2, α], [β, β]]; [[id2, α°], [β, βα]]; [[β, βα], [β°, β°]]; [[β°, α°β°], [id2, α]]; [[β, β], [β°, α°β°]]; [[β°, β°], [id2, α°]].

4.24. The structural realities of the sign class *(3.3 2.2 1.3)

$\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{3.3}$	2.2 $\underline{3.1\ 3.3}$	$\underline{3.1\ 3.3}$ 2.2	$\underline{3.3\ 3.1}$ 2.2	2.2 $\underline{3.3\ 3.1}$	$\underline{3.3}$ 2.2 $\underline{3.1}$
$3^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2^1 \leftarrow 3^{2,<}$	$3^{2,<} \rightarrow 2^1$	$3^{2,>} \rightarrow 2^1$	$2^1 \leftarrow 3^{2,>}$	$3^{1,>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$

[[β°, α], [β, β]]; [[β, α°], [id3, βα]; [[id3, βα], [β°, β°]]; [[id3, α°β°], [β°, α]]; [[β, β], [id3, α°β°]]; [[β°, β°], [β, α°]].

4.25. The structural realities of the sign class *(3.3 2.3 1.1)

$1.1\ \underline{3.2\ 3.3}$	$\underline{3.2}\ 1.1\ \underline{3.3}$	$1.1\ \underline{3.3\ 3.2}$	$\underline{3.3}\ 1.1\ \underline{3.2}$	$\underline{3.2\ 3.3}\ 1.1$	$\underline{3.3\ 3.2}\ 1.1$
$1^1 \leftarrow 3^{2,<}$	$3^{1,<} \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$1^1 \leftarrow 3^{2,>}$	$3^{1,>} \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$3^{2,<} \rightarrow 1^1$	$3^{2,>} \rightarrow 1^1$

$[[\beta\alpha, \alpha], [id3, \beta]]$; $[[\alpha°\beta°, \alpha°], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$; $[[\beta\alpha, \beta\alpha], [id3, \beta°]]$; $[[\alpha°\beta°, \alpha°\beta°], [\beta\alpha, \alpha]]$; $[[id3, \beta], [\alpha°\beta°, \alpha°\beta°]]$; $[[id3, \beta°], [\alpha°\beta°, \alpha°]]$.

4.26. The structural realities of the sign class *(3.3 2.3 1.2)

$2.1\ \underline{3.2\ 3.3}$	$\underline{3.2}\ 2.1\ \underline{3.3}$	$2.1\ \underline{3.3\ 3.2}$	$\underline{3.3}\ 2.1\ \underline{3.2}$	$\underline{3.2\ 3.3}\ 2.1$	$\underline{3.3\ 3.2}\ 2.1$
$2^1 \leftarrow 3^{2,<}$	$3^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2^1 \leftarrow 3^{2,>}$	$3^{1,>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$3^{2,<} \rightarrow 2^1$	$3^{2,>} \rightarrow 2^1$

$[[\beta, \alpha], [id3, \beta]]$; $[[\beta°, \alpha°], [\beta, \beta\alpha]]$; $[[\beta, \beta\alpha], [id3, \beta°]]$; $[[\beta°, \alpha°\beta°], [\beta, \alpha]]$; $[[id3, \beta], [\beta°, \alpha°\beta°]]$; $[[id3, \beta°], [\beta°, \alpha°]]$.

4.27. The structural realities of the sign class (3.3 2.3 1.3)

$\underline{3.1\ 3.2}\ 3.3$	$\underline{3.2\ 3.1}\ 3.3$	$\underline{3.1}\ 3.3\ \underline{3.2}$	$3.3\ \underline{3.1\ 3.2}$	$\underline{3.2}\ 3.3\ \underline{3.1}$	$3.3\ \underline{3.2\ 3.1}$
$3^2 \rightarrow 3^1$	$3^2 \rightarrow 3^1$	$3^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3^1 \leftarrow 3^2$	$3^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3^1 \leftarrow 3^2$
$3^{2,<} \rightarrow 3^1$	$3^{2,>} \rightarrow 3^1$	$3^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3^1 \leftarrow 3^{2,<}$	$3^{1,>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3^1 \leftarrow 3^{2,>}$

$[[id3, \alpha], [id3, \beta]]$; $[[id3, \alpha°], [id3, \beta\alpha]]$; $[[id3, \beta\alpha], [id3, \beta°]]$; $[[id3, \alpha°\beta°], [id3, \alpha]]$; $[[id3, \beta], [id3, \alpha°\beta°]]$; $[[id3, \beta°], [id3, \alpha°]]$.

---

5. Using dynamic category theoretic morphisms, also the transitions between the fuzzy semiotic sets can now easily be indicated; f. ex.

$[[id1, \alpha], \ldots. [id1, \beta]]$	_	$[[id1, \beta\alpha],$	$[id1, \beta°]]$	$[[id1, \beta],$	$[id1, \alpha°\beta°]]$
$\downarrow ID \downarrow D \ldots\ \downarrow\ \downarrow A$	_	$\downarrow\ \ \downarrow D$	$\downarrow ID\ \downarrow DS$	$\downarrow\ \ \downarrow D$	$\downarrow ID\ \ DA$
$[[id1, \alpha°], \ldots [id1, \beta\alpha]]$	_	$[[id1, \alpha°\beta°],$	$[id1, \alpha]]$	$[[id1, \beta°],$	$[id1, \alpha°]]$

Thus, all we need to fully describe all possible transitions between fuzzy category theoretic semiotic sets, are the following four semiotic functors:

- ID: maps a morphism onto itself
- D: dualization; turns a category into its dual category, i.e. $X \rightarrow X°$; $X° \rightarrow X$
- A: adjunction: $X \rightarrow XY$, $Y \rightarrow YX$. For the difference between A and DA cf. $X = \alpha$, then $AX = \beta\alpha$, $DAX = \alpha°\beta°$; if $X = \beta$, then $AX = \beta\alpha$, $DAX = \alpha°\beta°$
- S: substitution: $X \rightarrow Y$; $Y \rightarrow X$, whereby $X, Y \in \{\alpha, \beta\}$

Bibliography

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Harris, Joe K., Invariants of Posets under F-Morphisms. PhD dissertation, University of Alabama, 1983

Marty, Robert, Catégories et foncteurs en sémiotique. In: Semiosis 6, 1977, pp. 5-15

Nadin, Mihai, Sign and fuzzy automata. In: Semiosis 1, 1977, pp. 19-26

Nadin, Mihai, Zeichen und Wert. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 19/1, 1978, pp. 19-28

Nadin, Mihai, The logic of vagueness and the category of synechism. In: The Monist 63/3, 1980, pp. 351-363

Nadin, Mihai, Sign fuzzy processes and the value continuum. In: Borbé, Tasso (ed.), Semiotics Unfolding, vol. 1. Berlin/New York 1983, pp. 201-211

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007 (2007a)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007 (2007b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, The transpositions of sign classes as partially ordered sets. Ch. 25 (2008b)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2nd ed. Stuttgart 1979

Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, pp. 29-39

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semosis 27, 1982, pp. 15-20

Zadeh, Lotfi A., Fuzzy sets. In: Information and Control 8, 1965, pp. 338-353

Predictability in semiotics

1. In logic, a sentence like "Tomorrow, it will rain" is neither true nor false, on the simple reason because logic has nothing to say about the future. And neither does semiotics. However, since each event, like every object, must fit into the frame of the semiotic system of the 10 sign classes and their dual reality thematics, we can establish a semiotic framework about any events and thus also those that may happen in the future. Therefore, we understand semiotic predictability as the semiotic space of sign classes, in which events have happened, happen and will happen. In other words, by calculating the **transitions** between two or more sign classes, we get a certain forecast of the semiotic system's state up to the degree of exactness given by the semiotic dual representation systems. Since a sign class is considered poly-affine because it represents a theoretically infinite number of real or virtual objects and events (cf. Bense 1983, p. 45; Toth 2008a), the exactness of semiotic predictability is bound by the vagueness inherent in poly-representative semiotic systems.

2. Roughly speaking, a two-dimensional semiotic space is spanned to its maximal distance by the pair of the sign-class with the lowest degree of semioticity (3.1 2.1 1.1) and the sign-class with highest degree of semioticity (3.3 2.3 1.1). The difference between (3.1 2.1 1.1) and (3.3 2.3 1.3) is therefore the **maximal semiotic distance** and the **maximal degree of semiotic predictability** that can be measured either by representation values (Rpv) or by category theoretic transition schemes (TS) (cf. Toth 2008b, pp. 139 ss.):

Rpv(3.1 2.1 1.1) = 9
Rpv(3.3 2.3 1.3) = 15, Δ(Rpv) = 6

(3.1 2.1 1.1) ≡ [[$\beta°$, id1], [$\alpha°$, id1]]
(3.3 2.3 1.3) ≡ [[$\beta°$, id3], [$\alpha°$, id3]], TS = [[ID, (ID1$\rightarrow$ID3)], [ID, (ID1$\rightarrow$ID3)]]

The transition schemes, however, are not to be understood – as the morphisms of the sign classes are – as representation schemes, but as ordered sets of operators that work on the input sign classes; e.g.

[[ID, (ID1$\rightarrow$ID3)], [ID, (ID1$\rightarrow$ID3)]](3.1 2.1 1.1) = (3.3 2.3 1.3).

However, since the input sign classes have always to be indicated, the specifications in the above category theoretic scheme are obsolete; we may therefore simply write them as [[ID, ID], [ID, ID]].

Now, in Toth (2008c), I had proposed a system of four category theoretic operators that are capable of producing each output sign class from every input sign class. Since these operators describe all possible transitions between sign classes and their dual reality thematics, they are semiotic functors:

1. ID: maps a morphism onto itself
2. D: dualization; turns a category into its dual category, i.e. $X \rightarrow X°$; $X° \rightarrow X$
3. A: adjunction: $X \rightarrow XY$, $Y \rightarrow YX$. For the difference between A and DA cf. $X = \alpha$, then $AX = \beta\alpha$, $DAX = \alpha°\beta°$; if $X = \beta$, then $AX = \beta\alpha$, $DAX = \alpha°\beta°$
4. S: substitution: $X \rightarrow Y$; $Y \rightarrow X$, whereby $X, Y \in \{\alpha, \beta\}$

The following random examples may illustrate the semiotic functors:

$$\begin{array}{llllllll}
[\mathrm{id1}, \alpha], & \ldots [\mathrm{id1}, \beta]] & _ & [\mathrm{id1}, \beta], & [\mathrm{id1}, & \beta\alpha] & [\mathrm{id1}, & \alpha°\beta°] \\
\downarrow\mathrm{ID}\ \downarrow\mathrm{D} & \downarrow\mathrm{ID}\ \downarrow\mathrm{A} & _ & \downarrow\mathrm{ID}\ \downarrow\mathrm{S} & \downarrow\mathrm{ID} & \downarrow\mathrm{D} & \downarrow\mathrm{ID} & \downarrow\mathrm{SD} \\
[\mathrm{id1}, \alpha°], & \ldots [\mathrm{id3}, \beta\alpha]] & _ & [\mathrm{id1}, \alpha], & [\mathrm{id1}, & \alpha°\beta°] & [\mathrm{id1}, & \beta]
\end{array}$$

The system of the four semiotic functors is the smallest possible, although one could object, e.g. that a tansition like $[\beta] \rightarrow [\beta\alpha]$ could be handled by substitution (S) alone. However, in this case, the composition of morphisms would turn obsolete; moreover, a transition like $[\beta\alpha] \rightarrow [\alpha°\beta°]$ would have to be described as [SD] which would presuppose that $[\beta\alpha] = [[\beta], \alpha]]$ and $[\alpha°\beta°] = [[\alpha°], [\beta°]]$, which is wrong. A more serious problem seems to be the lacking of the counterpart of A(djunction) which would be needed in a transition like $[\beta\alpha] \rightarrow [\beta]$; however, here, too, we have the problem that $[\beta\alpha] \neq [[\beta], [\alpha]]$, but $[[\alpha], [\beta]]$, so that the introduction of an operation "De-Adjunction" would lead to nonsense.

Remains the question of the measuring of the semiotic distances and thus of the semiotic predictability by representation values. Here, we are quickly done, since the mapping of the representation values to sign classes and reality thematics is not bijective. We will thus restrict ourselves in presenting the fundamentals of semiotic predictability by using transition schemes of semiotic functors.

3. Further, in this study, we will restrict ourselves to combinations of two sign classes, though the methodic framework presented here can be expanded

without problems to distances between n > 2 sign classes and reality thematics. Between two of the 10 sign classes the following 55 combinations are possible:

1-1									
1-2	2-2								
1-3	2-3	3-3							
1-4	2-4	3-4	4-4						
1-5	2-5	3-5	4-5	5-5					
1-6	2-6	3-6	4-6	5-6	6-6				
1-7	2-7	3-7	4-7	5-7	6-7	7-7			
1-8	2-8	3-8	4-8	5-8	6-8	7-8	8-8		
1-9	2-9	3-9	4-9	5-9	6-9	7-9	8-9	9-9	
1-10	2-10	3-10	4-10	5-10	6-10	7-10	8-10	9-10	10-10

We will now examine all combinations of sign classes and reality thematics in numerical and category theoretical notations and indicate the transition classes of semiotic functors both for the sign classes and the reality thematics.

1-1 $(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [id1, id1]] \times [[id1, \alpha], [id1, \beta]]$
$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [id1, id1]] \times [[id1, \alpha], [id1, \beta]]$
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

The symbol " ‖ " emphasizes that the sets of semiotic functors of a sign class and its dual reality thematic are usually non-dual.

1-2 $(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [id1, id1]] \times [[id1, \alpha], [id1, \beta]]$
$(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [\alpha°, \alpha]] \times [[\alpha°, \alpha], [id1, \beta]]$
[[ID, ID], [SD, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

1-3 $(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [id1, id1]] \times [[id1, \alpha], [id1, \beta]]$
$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]] \times [[\alpha°\beta°, \alpha], [id1, \beta]]$
[[ID, ID], [SD, SA]] ‖ [[SAD, ID], [ID, ID]]

1-4 $(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [id1, id1]] \times [[id1, \alpha], [id1, \beta]]$
$(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
[[ID, S], [SD], ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

1-5 $(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [id1, id1]] \times [[id1, \alpha], [id1, \beta]]$
$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \times [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
[[ID, S], [SD, S]] ‖ [[SD, ID], SD, ID]]

1-6 (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [id1, id1]] × [[id1, α], [id1, β]]
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
[[ID, SA], [SD, ID]] ‖ [[ID, ID], [SDAD, ID]]

1-7 (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [id1, id1]] × [[id1, α], [id1, β]]
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [SD, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

1-8 (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [id1, id1]] × [[id1, α], [id1, β]]
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [SD, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

1-9 (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [id1, id1]] × [[id1, α], [id1, β]]
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
[[ID, S], [SD, ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

1-10 (3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [id1, id1]] × [[id1, α], [id1, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, ID], [SD, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

2-2 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

2-3 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
[[ID, ID], [ID, A]] ‖ [[AD, ID], [ID, ID]]

2-4 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, id2]] × [[id2, α], [α°, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

2-5 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, β]] × [[β°, α], [α°, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[S, ID], [SD, ID]]

2-6 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
[[ID, SA], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SDAD, ID]]

2-7 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

2-8 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ × [[S, ID], [ID, ID]]

2-9 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

2-10 (3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, α]] × [[α°, α], [id1, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

3-3 (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

3-4 (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
(3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, id2]] × [[id2, α], [α°, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ × [[SD, ID], [SD, ID]]

3-5 (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, β]] × [[β°, α], [α°, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[S, ID], [SD, ID]]

3-6 (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
[[ID, SA], [ID, S]] ‖ [[S, ID], [ADAD, ID]]

3-7 (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[S, ID], [ID, ID]]

3-8 (3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3) ≡ [[β°, id1], [α°, βα]] × [[α°β°, α], [id1, β]]
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[S, ID], [ID, ID]]

3-9 $(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]] \times [[\alpha°\beta°, \alpha], [id1, \beta]]$
$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3) \equiv [[\beta°, \beta], [\alpha°, id3]] \times [[id3, \alpha], [\beta°, \beta]]$
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

3-10 $(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]] \times [[\alpha°\beta°, \alpha], [id1, \beta]]$
$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3) \equiv [[\beta°, id3], [\alpha°, id3]] \times [[id3, \alpha], [id3, \beta]]$
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

4-4 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

4-5 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \times [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

4-6 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, id3]] \times [[id3, \alpha], [\alpha°\beta°, \beta]]$
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [AD, ID]]

4-7 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3) \equiv [[\beta°, id2], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [id2, \beta]]$
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

4-8 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3) \equiv [[\beta°, id2], [\alpha°, \beta]] \times [[\beta°, \alpha], [id2, \beta]]$
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

4-9 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3) \equiv [[\beta°, \beta], [\alpha°, id3]] \times [[id3, \alpha], [\beta°, \beta]]$
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [S, ID]]

4-10 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id2]] \times [[id2, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3) \equiv [[\beta°, id3], [\alpha°, id3]] \times [[id3, \alpha], [id3, \beta]]$
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

5-5 $(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \times [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3) \equiv [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]] \times [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

5-6 (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, β]] × [[β°, α], [α°, β]]
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
[[ID, A], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [AD, ID]]

5-7 (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, β]] × [[β°, α], [α°, β]]
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

5-8 (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, β]] × [[β°, α], [α°, β]]
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

5-9 (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, β]] × [[β°, α], [α°, β]]
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [S, ID]]

5-10 (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) ≡ [[β°, α], [α°, β]] × [[β°, α], [α°, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

6-6 (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

6-7 (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

6-8 (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

6-9 (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [S, ID]]

6-10 (3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3) ≡ [[β°, βα], [α°, id3]] × [[id3, α], [α°β°, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [S, ID]]

7-7 (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

7-8 (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

7-9 (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

7-10 (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, id2]] × [[id2, α], [id2, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

8-8 (3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

8-9 (3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
[[ID, S], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [SD, ID]]

8-10 (3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3) ≡ [[β°, id2], [α°, β]] × [[β°, α], [id2, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, ID], [ID, S]] ‖ [[SD, ID], [ID, ID]]

9-9 (3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

9-10 (3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3) ≡ [[β°, β], [α°, id3]] × [[id3, α], [β°, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, S], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [SD, ID]]

10-10 (3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]] × [[id3, α], [id3, β]]
[[ID, ID], [ID, ID]] ‖ [[ID, ID], [ID, ID]]

4. Yet, besides the combinations of 2 sign classes with one another, we have also to look at the semiotic predictability in the combinations of the transpositions of sign classes (cf. Toth 2008b, pp. 223 ss.). Since we have already shown combinations of 2 identical sign classes and reality thematics, we give here as an example the 6 possible transpositions of the sign class (3.1 2.1 1.1) and its dual reality thematic (1.1 1.2 1.3):

3.1 2.1 1.1   3.1 1.1 2.1   2.1 3.1 1.1   2.1 1.1 3.1   1.1 3.1 2.1   1.1 2.1 3.1

1.1 1.2 1.3   1.2 1.1 1.3   1.1 1.3 1.2   1.3 1.1 1.2   1.2 1.3 1.1   1.3 1.2 1.1

The respective category theoretic representation schemes are:

For SCl(3.1 2.1 1.1): $[[\beta°, id1], [\alpha°, id1]], [[\alpha°\beta°, id1], [\alpha, id1]], [[\beta, id1], [\alpha°\beta°, id1]], [[\alpha°, id1], [\beta\alpha, id1]], [[\beta\alpha, id1], [\beta°, id1]], [[\alpha, id1], [\beta, id1]]$

For RTh(1.1 1.2 1.3): $[[id1, \alpha], [id1, \beta]], [[id1, \alpha°], [id1, \beta\alpha]], [[id1, \beta\alpha], [id1, \beta°]], [[id1, \alpha°\beta°], [id1, \alpha]], [[id1, \beta], [id1, \alpha°\beta°]], [[id1, \beta°], [id1, \alpha°]]$

Generally, if a sign class has the structure (3.a 2.b 1.c) and its reality thematic has the structure (c.1 b.2 a.3), then the two systems of transpositions are as follows:

SCl(3.a 2.b 1.c): (3.a 1.c 2.b), (2.b 3.a 1.c), (2.b 1.c 3.a), (1.c 3.a 2.b), (1.c 2.b 3.a)
RTh(c.1 b.2 a.3): (b.2 c.1 a.3), (c.1 a.3 b.2), (a.3 c.1 b.2), (b.2 a.3 c.1), (a.3 b.2 c.1)

Therefore, the set sets of semiotic morphisms for the general sign class structure is:

[[3.2, a.b], [2.1, b.c]], [[3.1, a.c], [1.2, c.b]], [[2.3, b.a], [3.1, a.c]], [[2.1, b.c], [1.3, c.a]], [[1.3, c.a], [3.2, a.b]], [[1.2, c.b], [2.3, b.a]]

and the set of semiotic morphisms for the general reality thematic structure is:

[[c.b, 1.2], [b.a, 2.3]], [[b.c, 2.1], [c.a, 1.3]], [[c.a, 1.3], [a.b, 3.2]], [[a.c, 3.1], [c.b, 1.2]], [[b.a, 2.3], [a.c, 3.1]], [[a.b, 3.2], [b.c, 2.1]]

From this way of notation, we also see that the following semiotic morphisms in their respective positions in the semiotic functors are constant:

SCl: $[[\beta°, a.b], [\alpha°, b.c]], [[\alpha°\beta°, a.c], [\alpha, c.b]], [[\beta, b.a], [\alpha°\beta°, a.c]], [[\alpha°, b.c], [\beta\alpha, c.a]], [[\beta\alpha, c.a], [\beta°, a.b]], [[\alpha, c.b], [\beta, b.a]]$

RTh: $[[c.b, \alpha], [b.a, \beta]], [[b.c, \alpha°], [c.a, \beta\alpha]], [[c.a, \beta\alpha], [a.b, \beta°]], [[a.c, \alpha°\beta°], [c.b, \alpha]], [[b.a, \beta], [a.c, \alpha°\beta°]], [[a.b, \beta°], [b.c, \alpha°]]$

Now, we can combine first all transpositions of a sign class with one another; then all transpositions of a reality thematics; then all transpositions of a sign class with the transpositions of a reality thematics and finally the sign classes and reality thematics as shown above (3.) with all transpositions of the sign classes and of the reality thematics. One sees easily that the very great number of possible combinations will result in a huge wealth of semiotic structures (cf. Toth 2008d, pp. 28 ss.).

Thus, the semiotic predictability inherent in transpositions of sign classes and reality thematics reduces to the variables for sub-signs in the above representations schemes. Naturally, transpositions of sign classes and reality thematics have the same representation values like their respective sign classes and reality thematics. If we have again a look at the category theoretic schemes of the transpositions of a general sign class:

[[$\beta°$, a.b], [$\alpha°$, b.c]], [[$\alpha°\beta°$, a.c], [α, c.b]], [[β, b.a], [$\alpha°\beta°$, a.c]], [[$\alpha°$, b.c], [$\beta\alpha$, c.a]],

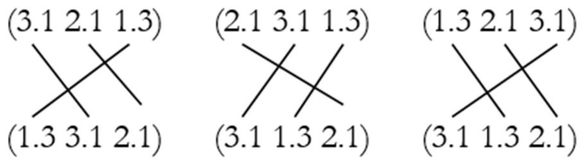
[[$\beta\alpha$, c.a], [$\beta°$, a.b]], [[α, c.b], [β, b.a]],

we recognize immediately, that the greatest semiotic distance is between those pairs of transpositions in which the order of the sub-signs of the original sign class or reality thematic is maximally scrambled:

(3.1 2.1 1.3) (2.1 3.1 1.3) (1.3 2.1 3.1)

(1.3 3.1 2.1) (3.1 1.3 2.1) (3.1 1.3 2.1), etc.

From the logical-semiotic viewpoint, these are thus those pairs of transpositions in which all sub-signs stand in chiastic relation to one another (cf. Toth 2008b, pp. 191 ss.). A look at our three examples from above shows, too, that these are precisely those transpositions in which one pair of semiotic connections is parallel:



However, generally speaking, the maximal degree of semiotic predictability holds again – like between sign classes and reality thematics – between the transpositions of the sign class with the lowest and the transpositions of the sign class with the highest degree of semioticity. If we restrict ourselves again to combinations of 2 transpositions, then the following 78 combinations are possible:

a-a											
a-b	b-b										
a-c	b-c	c-c									
a-d	b-d	c-d	d-d								
a-e	b-e	c-e	d-e	e-e							
a-f	b-f	c-f	d-f	e-f	f-f						
a-g	b-g	c-g	d-g	e-g	f-g	g-g					
a-h	b-h	c-h	d-h	e-h	f-h	g-h	h-h				
a-i	b-i	c-i	d-i	e-i	f-i	g-i	h-i	i-i			
a-j	b-j	c-j	d-j	e-j	f-j	g-j	h-j	i-j	j-j		
a-k	b-k	c-k	d-k	e-k	f-k	g-k	h-k	i-k	j-k	k-k	
a-l	b-l	c-l	d-l	e-l	f-l	g-l	h-l	i-l	j-l	k-l	l-l

In order to show some examples for maximal semiotic predictability, let us again take our above examples:

(3.1 2.1 1.1) ≡ [[β°, id1], [α°, id1]]
(1.1 3.1 2.1) ≡ [[βα, id1], [β°, id1]]
[[DA, ID], [S, ID]]

(2.1 3.1 1.1) ≡ [[β, id1], [α°β°, id1]]
(3.1 1.1 2.1) ≡ [[α°β°, id1], [α, id1]]
[[AD, ID], [S, ID]]

(1.3 2.3 3.3) ≡ [[α, id3], [β, id3]]
(3.3 1.3 2.3) ≡ [[α°β°, id3], [α, id3]]
[[AD, ID], [S, ID]]

(3.3 2.3 1.3) ≡ [[β°, id3], [α°, id3]]
(1.3 3.3 2.3) ≡ [[βα, id3], [β°, id3]]
[[DA, ID], [S, ID]]

(2.3 3.3 1.3) ≡ [[β, id3], [α°β°, id3]]
(3.3 1.3 2.3) ≡ [[α°β°, id3], [α, id3]]
[[DA, ID], [S, ID]]

(1.3 2.3 3.3) ≡ [[α, id3], [β, id3]]
(3.3 1.3 2.3) ≡ [[α°β°, id3], [α, id3]]
[[DA, ID], [S, ID]]

Summing up, we have gotten two results:

1. The greatest semiotic predictability holds between the transpositions of the sign class with the lowest (3.1 2.1 1.1) and the sign class with the highest degree of semioticity (3.3 2.3 1.3).

2. From the standpoint of the transpositions, the greatest semiotic predictability holds between those pairs of transpositions in which all three semiotic connections are chiastic.

From this, it follows:

3. The lowest semiotic predictability holds between those transpositions of the sign class with the lowest degree of semioticity, i.e. (3.1 2.1 1.1), which do not contain any chiastic semiotic connection. The highest degree of semiotic predictability holds between the transpositions of the sign class with the highest degree of semioticity, i.e. (3.3 2.3 1.3), which contain exclusively chiastic semiotic connections.

With this semiotic axiom, we have also given a new definition of semiotic space as the space of semiotic predictability, based on sign classes, their transpositions, their representation values and the semiotic connections between them.

Bibliography

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Toth, Alfred, Verdünnung und Polysynthese. Zu einer Semiotik des Fragmentarischen. Dortmund 2008 (2008a)
Toth, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Fuzzy semiotic sets. Ch. 27 (2008c)
Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008d)

Elements of a recursive semiotics

1. In Toth (2008c), we have shown that mathematical semiotics can be based on Zermelo-Fraenkel set theory with anti-foundation axiom (cf. also Toth 2007, pp. 14 ss.), thus explicitly allowing recursivity (cf. Mirimanoff 1917; Barwise/Etchemendy 1987; Aczel 1988). In the present study, we introduce a complete substitution for the sign relation as ordered relation over relations (cf. Toth 2008b) by unordered sets in continuation of Wiener (1914). On this basis, we further make explicit the extremely intricate semiotic relations between sign classes and their transpositions as well as other recursive semiotic functions.

2. A sign (S) is an ordered relation between three objects x, y, z:

$S = \langle x, y, z \rangle$

Yet, these objects x, y and z are considered relations themselves, and x is a monadic, y a dyadic and z a triadic relation:

$y = \langle x, y \rangle$
$z = \langle x, y, z \rangle$

Therefore, we have

$S = \langle x, \langle x, y \rangle, \langle x, y, z \rangle$

Now, we can substitute ordered relations by unordered sets. With $\langle x, y \rangle = \{x, \{x, y\}\}$ (Wiener 1914), we get

$y = \{x, \{x, y\}\}$
$z = \{x, \{x, \{x, y\}\}, \{x, \{y, z\}, \{y, \{y, z\}\}\}$

$S = \{x, \{x, \{x, y\}\}, \{x, \{x, \{x, y\}\}, \{x, \{y, z\}, \{y, \{y, z\}\}\}\}$

As an example, we take the sign class (3.1 2.1 1.3) which we thus may rewrite as unordered set over unordered sets:

S = {<1.3>, {<1.3>, {<1.3>, <2.1>}}, {<1.3>, {<1.3>, {<1.3>, <2.1>}}, {<1.3>, {<2.1>, <3.1>}, {<2.1>, {<2.1>, <3.1>}}}}

Further, we can reduce the sub-signs to their constitutive prime-signs by the same method:

x = <a.b> = {a, {a, b}}
y = <c.d> = {c, {c, d}}
z = <e.f> = {e, {e, f}}

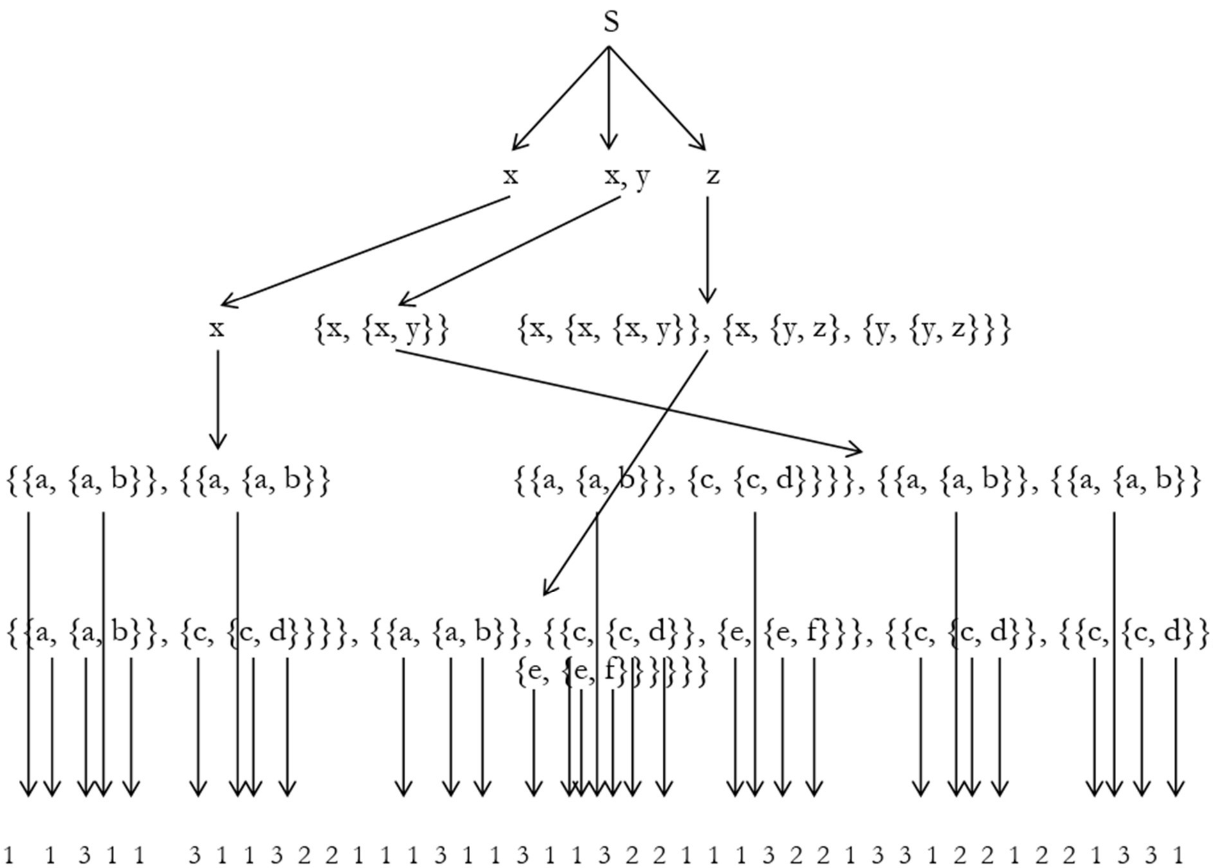
Thus,

S = {{a, {a, b}}, {{a, {a, b}}, {{a, {a, b}}, {c, {c, d}}}}, {{a, {a, b}}, {{a, {a, b}}, {{a, {a, b}}, {c, {c, d}}}}, {{a, {a, b}}, {{c, {c, d}}, {e, {e, f}}}, {{c, {c, d}}, {{c, {c, d}}, {e, {e, f}}}}}}

Since in the above example, x = <1.3>, y = <2.1>, and z = <3.1>, we get

S = {{1, {1, 3}}, {{1, {1, 3}}, {{1, {1, 3}}, {2, {2, 1}}}}, {{1, {1, 3}}, {{1, {1, 3}}, {{1, {1, 3}}, {2, {2, 1}}}}, {{1, {1, 3}}, {{2, {2, 1}}, {3, {3, 1}}}, {{2, {2, 1}}, {{2, {2, 1}}, {3, {3, 1}}}}}}

We may now visualize the sign relation as a triadic relation over a monadic, a dyadic and a triadic relation using strictly unordered sets, in the following diagram, showing again the example of the sign class (3.1 2.1 1.3):



3. We have already shown in earlier studies, that a sign class is nothing but a special case of six possible permutations or transpositions of the semiotic order structure (X. $\rightarrow$ Y. $\rightarrow$ Z.) with X, Y, Z $\in$ {1, 2, 3}. Therefore, the following 6 possible transpositions of a sign class, obeying the 6 possible semiotic order structures, are possible. As an example, we use again the sign class (3.1 2.1 1.3):

(3.1 2.1 1.3)	(3. $\rightarrow$ 2. $\rightarrow$ 1.)
(3.1 1.3 2.1)	(3. $\rightarrow$ 1. $\rightarrow$ 2.)
(2.1 3.1 1.3)	(2. $\rightarrow$ 3. $\rightarrow$ 1.)
(2.1 1.3 3.1)	(2. $\rightarrow$ 1. $\rightarrow$ 3.)
(1.3 3.1 2.1)	(1. $\rightarrow$ 3. $\rightarrow$ 2.)
(1.3 2.1 3.1)	(1. $\rightarrow$ 2. $\rightarrow$ 3.)

If we now transform the transpositions into unordered sets of unordered sets, we get

1. (3.1 2.1 1.3)
1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 2 2 3 1 1 1 2 2 3 1 1 3 1 1 3 1 1 1 2 2 3
1 1 3 1 1 3 1 1

2. (1.3 2.1 3.1)
1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1

3. (3.1 1.3 2.1)
1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3

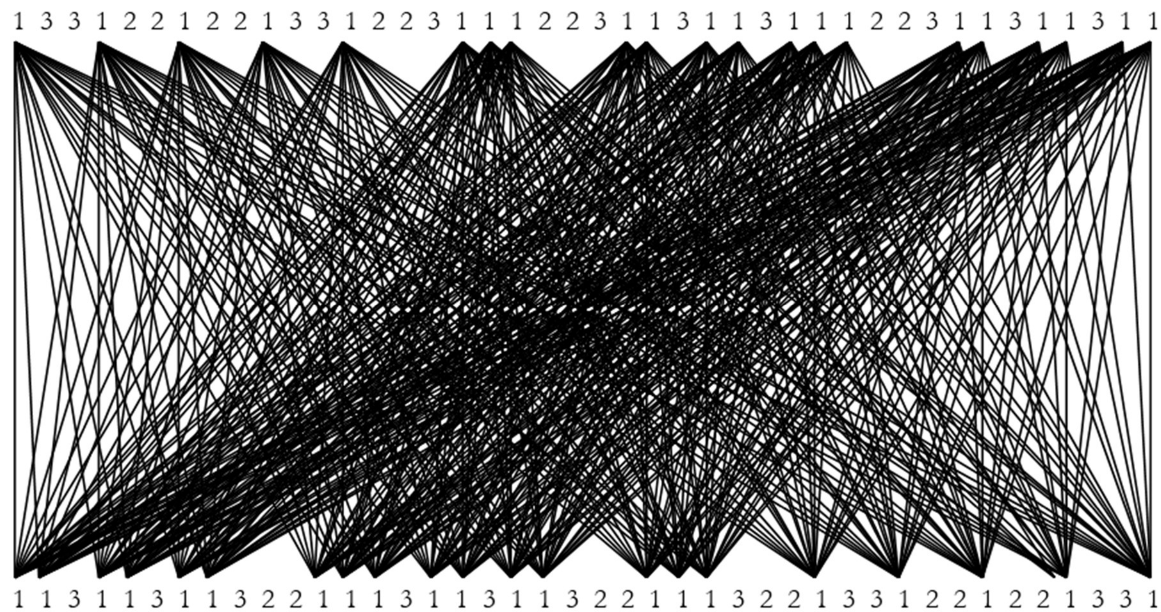
4. (2.1 1.3 3.1)
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1

5. (2.1 3.1 1.3)
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 1 1 3

6. (1.3 3.1 2.1)
1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3

Totally, 15 combinations of transpositions are possible. A small fragment of the extremely intricate recursive structure between the two transpositions (3.1 2.1 1.3) and (1.3 2.1 3.1) is shown in the following diagram, omitting the relations between secondness (2) and thirdness (3) for the sake of avoiding even more complexity:

(Diagram of the combination of transpositions no. 1 and 2:)



For the 14 remaining possible combinations of transpositions of a sign class, we restrict ourselves to indicate the order of the prime-signs. By "1-2", "1-3", etc., we denote combinations of the transpositions of the sign class (3.1 2.1 1.3) in the above numbering:

1-3

1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 2 2 3 1 1 1 2 2 3 1 1 3 1 1 3 1 1 1 2 2 3
1 1 3 1 1 3 1 1
1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3

1-4

1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 2 2 3 1 1 1 2 2 3 1 1 3 1 1 3 1 1 1 2 2 3
1 1 3 1 1 3 1 1
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1

1-5

1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 2 2 3 1 1 1 2 2 3 1 1 3 1 1 3 1 1 1 2 2 3
1 1 3 1 1 3 1 1

1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3
3 1 1 1 3 1 1 3

1-6

1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 2 2 3 1 1 1 2 2 3 1 1 3 1 1 3 1 1 1 2 2 3
1 1 3 1 1 3 1 1
1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3

2-3

1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1
1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3

2-4

1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1

2-5

1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3
3 1 1 1 3 1 1 3

2-6

1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1
1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3

3-4

1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1

3-5

1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3
3 1 1 1 3 1 1 3

3-6

1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3
1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3

4-5

1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1
1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3
3 1 1 1 3 1 1 3

4-6

1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2
2 1 2 2 1 3 3 1
1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 2
2 1 1 1 3 1 1 3

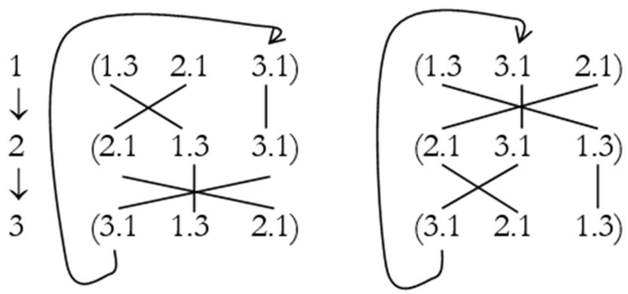
5-6

1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3
3 1 1 1 3 1 1 3

1 1 3 1 1 3 1 1 3 2 2 1 1 1 3 2 2 1 3 3 1 2 2 1 2 2 1 3 3 1 1 1 3 2 2 1 1 1 3 1 1 3

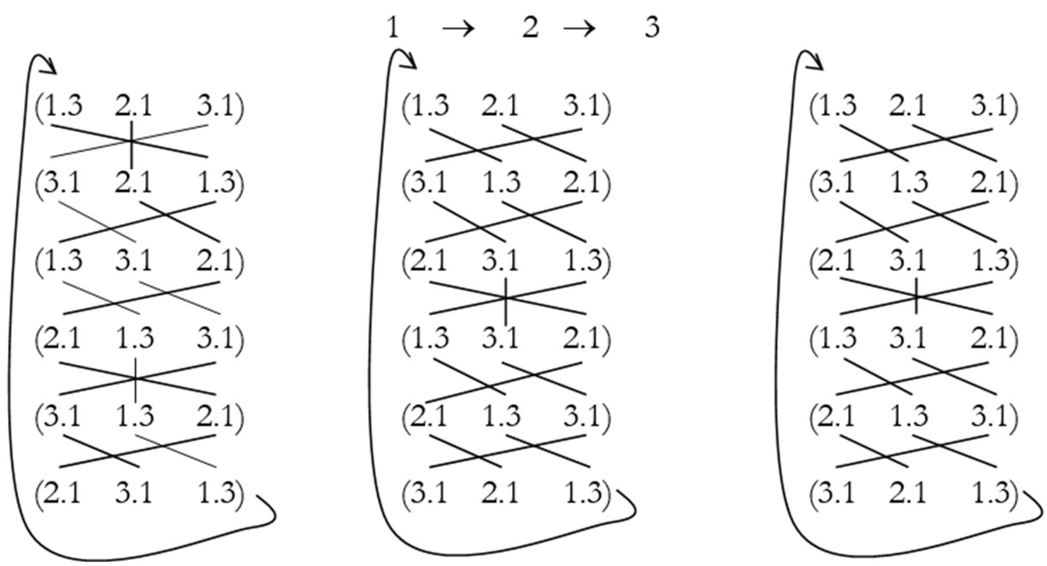
4. We shall now have a look at possible recursive structures built from transpositions of sign classes (or their dual reality thematics).

4.1. First, we may induce recursion by ordering the transpositions according to the natural numbers corresponding to prime-signs in triadic relations. In this case, there are 2 possibilities:



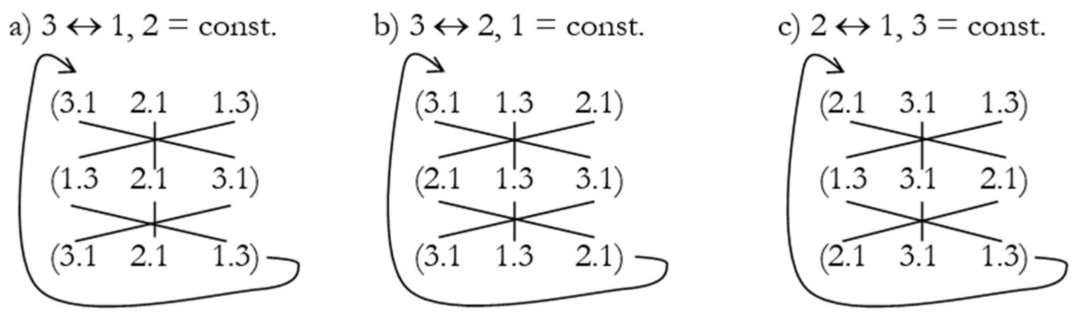
In this case, the recursive cycles contain 3 transpositions each.

4.2. Second, we may also induce recursion by ordering the transpositions according to the natural numbers corresponding to prime-signs in trichotomic relations. In this case, there are 15 possibilities amongst which we show the following 3:



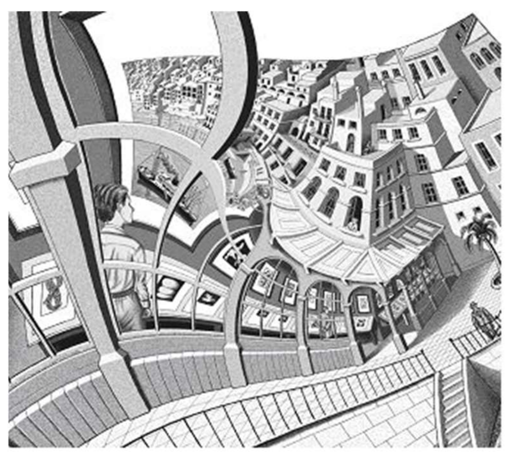
Here, the recursive cycles contain all 6 transpositions each.

4.3. Using some results presented in Toth (2008a), recursive structures are often induced by ordering the transpositions according to their orthogonal (mirroring) counterparts, which behave like the three pairs of opposite sides of a cube. To these type also belongs our above diagram with its heavily complicated structure:



In this case, we get recursive cycles of 3 transpositions each.

To conclude, we show M.C. Escher’s famous lithography “Print Gallery” (1956) which is an artistic visualization of the recursive semiotic structures investigated in this present study, but hitherto neglected by the merely monadic mathematical works dedicated to Escher’s oeuvre.



Bibliography

Aczel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Stanford 1988

Barwise, Jon/Etchemendy, John, The Liar: An Essay on Truth and Circular Propositions. Oxford 1987

Mirimanoff, Dmitry, Les antinomies de Russell et de Burali-Forti et le problème fondamental de la théorie des ensembles. In: L'Enseignement Mathématique 19, 1917, pp. 37-52.

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotic perspectives from Another World. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, The sign as relation over relations. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, The Droste effect in semiotics. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17, 1914, S. 387-390

A semiotic Satan's tango

1. Renowned Hungarian film director Béla Tarr completed his masterpiece "Sátántangó" in 1994, and since then this movie is considered a cult movie, comparable to Rainer Werner Fassbinder's "Berlin Alexanderplatz" (1980). The following description of the movie's content, I take from an interview with of the British newspaper "Guardian" with Tarr: "The plot deals with the collapse of a collective farm in Hungary near the end of Communism. Several people on the farm are eager to leave with the cash they will receive for closing down the community, but they hear that the smooth-talking and charismatic Irimiás, who had disappeared over two years ago and whom they thought to be dead, is returning. Much of the film's plot concentrate on the impact and consequences of Irimiás' return through multiple POV's as the communers must cope not only with Irimiás' scheming, but that of each other" (Tarr 2001).

The structure of the film is based on that of the novel by László Krasznohorkai, which borrows, as its title says, from tango. That is, the film is broken into twelve parts, and does not necessarily move chronologically (cf. Toth 2008b), as it follows the tango scheme of going 6 moves forward, then 6 back (hence $6 + 6 = 12$ parts in total). The twelve parts are titled as follows (in original Hungarian and translation). Highlighted are the 1st, the 6th, and the 12th title, as they refer to the semiotic tango structure to be discussed above:

1. A hír, hogy jönnek [**The News that They are Coming**]
2. Feltámadunk [We are Resurrected]
3. Valamit tudni [Knowing Something]
4. A pók dolga I. [The Work of the Spider I]
5. Felfeslők [The Net Tears]
6. A pók dolga II (Ördögcsecs, **sátántangó**) [The Work of the Spider II]

---

7. Irimiás beszédet mond [Irimiás Speaks]

8. A távlat, ha szemből [The Perspective, when from the Front]

9. Mennybe menni? Lázálmodni? [Ascension? Feverdream?]

10. A távlat, ha hátulról [The Perspective, when from Behind]

11. Csak a gond, a munka [Nothing but Worries, Nothing but Work]

12. A kör bezárul [**The Circle Closes**]

2. A dyadic semiotics, like that of de Saussure, based on a sign model that consists of "signifiant" and "signifié", is insofar compatibel with classical two-valued logic, as the pre-semiotic dichotomy of expression and content repeats the logical dichotomy of form and substance and the semiotic dichotomy of sign and object (cf. Toth 1991). However, the dichotomoy of sign and object is just a dyadic part-relation of the complete triadic sign relation of the Peircean sign model. Thus, from the standpoint of non-classical polycontextural logic, the third semiotic value adds subjectivity to the basic dyadic distinction between sign and object in the notion of the Peircean "interpretant" (cf. also Ditterich 1990, pp. 28 ss.).

A pre-semiotic sign class based on only 2 values has only 4 permutations. However, a complete semiotic sign class based on 3 values has 6 permutations. The third logic value, which is represented in semiotics by the interpretant relation, must be, from the viewpoint of classical two-value logic, qua subjectivity, the main representative of evil: the Satan, since it is clear that logical objectivity corresponds with ethical goodness. Since the tango is a pair dance, its is Satan who is the third party in the dance. Therefore, the 6 tango steps forward correspond to the 6 permutations of a semiotic sign class of the general form (3.a 2.b 1.c):

(3.a 2.b 1.c), (3.a 1.c 2.b), (1.c 3.a 2.b), (2.b 3.a 1.c), (2.b 1.c 3.a), (1.c 3.a 2.b), (1.c 2.b 3.a),

and the 6 tango steps backward correspond to the 6 permutations of a reality thematic of the general form (c.1 b.2 a.3):

(c.1 b.2 a.3), (b.2 c.1 a.3), (b.2 a.3 c.1), (c.1 a.3 b.2), (a.3 c.1 b.2), (b.2 a.3 c.1), (a.3 b.2 c.1).

3. However, we can distinguish between different forms of non-permutated and permutated semiotic tangos:

3.1. Semiotic tango with sign classes without substitutions

(3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.3 2.1) → (2.1 3.1 1.3) → (2.1 1.3 3.1) → (1.3 3.1 2.1) → (1.3 2.1 3.1)

(1.3 2.1 3.1) → (1.3 3.1 2.1) → (2.1 1.3 3.1) → (2.1 3.1 1.3) → (3.1 1.3 2.1) → (3.1 2.1 1.3)

3.2. Semiotic tango with reality thematics without substitutions

(3.1 1.2 1.3) → (1.2 3.1 1.3) → (3.1 1.3 1.2) → (1.3 3.1 1.2) → (1.2 1.3 3.1) → (1.3 2.1 3.1)

(1.3 1.2 3.1) → (1.2 1.3 3.1) → (1.3 3.1 1.2) → (3.1 1.3 1.2) → (1.2 3.1 1.3) → (3.1 1.2 1.3)

3.3. Semiotic tango with sign classes with substitutions

(3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.2 2.1) → (2.2 3.1 1.3) → (2.1 1.2 3.1) → (1.3 3.2 2.2) → (1.2 2.2 3.2)

(1.3 2.1 3.1) → (1.2 3.1 2.1) → (2.2 1.3 3.1) → (2.1 3.1 1.2) → (3.2 1.3 2.2) → (3.2 2.2 1.2)

3.4. Semiotic tango with reality thematics with substitutions

(3.1 1.2 1.3) → (1.2 2.1 1.3) → (3.1 1.3 2.2) → (1.3 2.1 1.2) → (2.2 2.3 3.1) → (2.3 2.2 2.1)

(1.3 1.2 3.1) → (1.2 1.3 2.1) → (1.3 3.1 2.2) → (2.1 1.3 1.2) → (2.2 3.1 2.3) → (2.1 2.2 2.3)

3.5. Semiotic tango with sign classes, with substitutions and permutated steps (cf. Toth 2008a):

3.5.1. Third sub-sign is moved to first place

(3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.2 2.1) → (2.2 3.1 1.3) → (2.1 1.2 3.1) → (1.3 3.2 2.2) → (1.2 2.2 3.2)

(3.1 1.3 2.1) → (2.1 1.2 3.1) → (3.1 2.2 1.3) → (1.2 2.1 3.1) → (2.2 3.2 1.3) → (1.2 3.2 2.2)

3.5.2. 2 Second and third sub-signs are moved to first and second place

(3.1 2.1 1.3) → (3.1 1.2 2.1) → (2.2 3.1 1.3) → (2.1 1.2 3.1) → (1.3 3.2 2.2) → (1.2 2.2 3.2)

(2.1 3.1 1.3) → (3.1 2.1 1.2) → (1.3 3.1 2.2) → (3.1 1.2 2.1) → (1.3 2.2 3.2) → (2.2 1.2 3.2)

As one recognizes, the semiotic tango pattern is, up to permutation, always the same for each of the 6 types, and in each type, the semiotic symmetry axis is located between the third and the fourth, and the eight and ninth steps, respectively.

Bibliography

Ditterich, Joseph, Selbstreferentielle Modellierungen. Klagenfurt 1990

Tarr, Béla, Out of the shadows. 2001 http://film.guardian.co.uk/interview/interviewpages/0,6737,461921,00.html

Toth, Alfred, Bemerkungen zum Saussureschen Arbitraritätsgesetz und Zeichenmodell. In: Semiosis 63/64, 1991, pp. 43-62. Reprinted in: Eckhardt, Michael/Engell, Lorenz (eds.), Das Programm des Schönen. Weimar 2002, pp. 71-88

Toth, Alfred, Cyclic groups of semiotic transpositions. In: Electronic Journal for Mathematical semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Linear, nonlinear and multi-linear semiotic time. In: Electronic Journal for Mthematical semiotics, 2008b

Semiotische Informationsraffung I

1. In einem der vielen übersehenen Passagen der dreibändigen Werkedition der Güntherschen Arbeiten zur polykontexturalen Logik findet sich die folgende bemerkenswerte Äusserung: "Verstehen bedeutet, dass aus einem quantitativ nicht mehr zu bewältigenden Reichtum von Information Struktureigenschaften ausgesondert werden, die für einen gegebenen Fall allein relevant sind. Eine solche Struktur vertritt dann das gesamte Informationsmaterial, das sich ihren Bedingungen fügt" (Günther 1976, S. 167). Man erinnert sich einerseits an Kafkas Satz, dass jemand, dessen Bewusstsein fähig wäre, beim Öffnen seiner Haustür alle auf ihn einstürzenden Eindrücke zu verarbeiten, augenblicklich tot zusammenfallen müsste. Anderseits erinnert man sich an Günthers nicht in seine Werkausgabe aufgenommenen Aufsatz "Bewusstsein als Informationsraffer" (Günther 1969).

2. Eine Theorie von Informationsraffern ist immer eine reduktive Theorie. Im Zusammenhang mit der polykontexturalen Logik können wir gegenwärtig mindestens drei solcher Reduktionstheorien unterscheiden:

2.1. Die polykontxturale Logik selbst. Das Konzept der qualitativen Zahl wurde vor allem deshalb eingeführt, um mit astronomischen Zahlen überhaupt operieren zu können (vgl. Günther 1980, S. 136 ff.), denn eine durchschnittliche Theorie des objektiven Geistes benötigt nach Günther (1980, S. 158) eine 65-wertige Logik! Nun ist es aber so, dass wir in der Hermeneutik "philosophischer Tiefe (begegnen), aber ohne Ansprüche auf Präzision. In den analytisch-mathematisierenden Disziplinen muss ein Verlust dieser Tiefe in Kauf genommen werden, aber der Denker wird dafür durch einen erheblichen Zuwachs an Präzision belohnt" (1980, S. 163). Nur ist es so, dass die Basiseinheit der polykontexturalen Logik, das Kenogramm, auf der Basis der Ablehnung der drei Fundamentalgesetze der Logik, des Identitätssatzes, des Drittensatzes und des Satzes der absoluten Zweiwertigkeit, gegründet ist, denn "the relation between place and mapping values corresponds to the distinction between form and matter" (Günther 1979, S. 303), und "jede Materialgebundenheit muss einen Formalismus logisch schwächen" (1976, S. 213), so dass also mit der Aufgabe der logischen Werte in Kenogrammen zugleich die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben werden. Damit fallen aber streng genommen nicht nur die semantische und die pragmatische Dimension des Zeichens dahin, sondern sogar deren syntaktische Seite, die ja gerade durch das Festhalten der klassischen Logik an der Form-Inhalt-Unterscheidung im Rahmen der Zweiwertigkeit garantiert wird. Es folgt also, dass die polykontexturale Logik und die mit ihr engstens verknüpfte polykontexturale Ontologie mit der Aufhebung der klassischen Gesetze des Denkens den Zeichenbegriff und mit ihm jede Materialität des Zeichenträgers und die an ihn assoziierten Bedeutungen und Sinne eliminieren. Der Günthersche Gewinn an Präzision durch Einführung einer Mathematik der Qualitäten führt also nicht nur zum Verlust hermeneutischer Tiefe, sondern zum völligen Verlust jeglicher Begriffe, die mit Verstehen assoziiert sind. Da der Begriff der Information von Bense (1962) zurecht auf den Begriff des Zeichens zurückgeführt worden war, stellt also die polykontexturale Logik keinen Informationsraffer, sondern einen Informationseliminierer dar.

2.2. Die klassische Logik. Vom Standpunkt der soeben geschilderten Polykontexturalitätstheorie nimmt sie eine Mittelstellung zwischen dieser und der in 2.3. zu schildernden Semiotik ein. Vom Standpunkt der Semiotik aus ist sie deshalb eine reduktive Theorie, weil sie zwar auf einem Zeichenbegriff basiert (Hermes 1938 spricht ausdrücklich von der Semiotik als einer "Theorie der Zeichengestalten"), diesen aber unter Verlust der Dimensionen der Bedeutung und des Sinnes auf die syntaktische Dimension reduziert. Vom Standpunkt der polykontexturalen Logik steht ist sie hingegen auf der einen Seite ausserhalb der Polykontexturalitätstheorie, da sie die Kenogramme mit Werten belegt und damit monokontexturalisiert. Auf der anderen Seite ist sie aber gleichzeitig ein Teil der Polykontexturalitätstheorie, da jede der disseminierten polykontexturalen Verbundkontexturen selber zweiwertig sind. Wieviel die klassische Logik mit "Verstehen" zu tun hat, zeigt sich am besten in der letztlich auf ihr und der Booleschen Algebra gründenden Informationstheorie, wo semantische und pragmatische Information ganz einfach auf syntaktische reduziert wird (vgl. Kronthaler (1969), wo also im Grunde dasselbe Prinzip angewandt wird wie in der etwa zur gleichen Zeit entstandenen Generativen Grammatik (vgl. Toth 1993). Kurz gesagt: Was wir verstehen, ist Information, und wenn Information auf Zeichen basiert, folgt, dass wir alle drei Dimensionen des Zeichenbegriffs benötigen, solange wir unter Information das verstehen, was landläufig darunter verstanden wird, nämlich nicht die Umkehrung des thermodynamischen Hauptsatzes, der die chaotische Verteilung von Gasmolekülen im

Vaccuum voraussagt. Auch die klassische Logik sollte man also nicht als Informationsraffer, sondern als zu weiten Teilen als Informationszerstörer bezeichnen.

2.3. Dass die Semiotik selber polykontextural sei, wurde explizit z.B. von Bense (1980) und Bayer (1994) behauptet. Vorsichtiger war Maser (1973, S. 29 ff.), der sie in einer Grauzone zwischen klassischen und transklassischen Wissenschaften ansiedelte. Tatsache ist, dass die drei Gesetze des Denkens in keiner der bisher entwickelten Semiotiken aufgehoben sind, dass aber alle Semiotiken trotzdem sowohl heterarchisch wie hierarchisch organisiert sind und Stufensysteme von Realitäten besitzen. Ferner macht die Einführung von Kontexturen in der Semiotik Sinn (vgl. z.B. Toth 2007a, S. 66 ff., S. 82 ff.; Toth 2008a, S. 151 ff., S. 155 ff.; Toth 2008b, c). Schliesslich ist es möglich, polykontexturale Zeichenrelationen zu konstruieren, bei denen die Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben ist (Toth 2003, 2007a, 2008d, e). Deshalb ist es zwar sicherlich richtig, dass die Semiotik mit keinem ihrer Zeichenbegriffe jemals die abstrakte Tiefe der Kenogramme erreichen kann, aber es ist auch klar, dass es auf kenogrammatischer Ebene keinen vernünftigen Zeichenbegriff mehr gibt, der etwas mit der grundlegenden Idee des Zeichens als einer Substitution eines Objektes zu tun hat, denn diese Idee beruht auf der mathematischen Nachfolgerelation und ist als Hauptbestandteil der Peano-Arithmetik natürlich monokontextural. Die letztere Tatsache ermöglicht es aber umgekehrt, die Semotik als Teil der quantitativen Mathematik zu begründen (vgl. Toth 2007b). Da die Semiotik jedoch trotz der weiterbestehenden Hauptsätze des Denkens starke polykontexturale Strukturen aufweist, sind auch grosse Teile der qualitativen Mathematik auf die Semiotik anwendbar. Nun ist es zwar richtig, dass auch die Semiotik reduktiv ist – wie übrigens praktisch alle klassfikatorischen Wissenschaften, die (quantitative) Mathematik und die auf ihr gründende Physik nicht ausgeschlossen -, aber die Semiotik rechnet mit Sinn und Bedeutung, d.h. sie eliminiert sie nicht völlig, wie es die Polykontexturalitätstheorie tut und reduziert sie auch nicht auf die Syntax, wie dies die klassische Logik macht, aber freilich "quetscht" sie die theoretisch unendliche Menge der Qualitäten dieser Welt in die Prokrustesbetten von Mengen von Zeichenklassen, abhängig von der logischen Wertigkeit der zugrunde liegenden Zeichenrelation. Insofern ist die Semiotik also als einzige der drei hier miteinander in diesem Hinblick verglichenen Wissenschaften ein echtes Informationsraffer-System. Wie aus dem oben Gesagten hervorgegangen sein sollte, wäre es unsinnig, von der Semiotik mehr erwarten zu wollen: Wenn man sie zwänge, mehr Qualitäten zu erhalten, als sie in das Prokrustesbett ihrer Zeichenklassen pressen kann, würde sie aufhören, eine Semiotik zu sein, weil man zur unwissenschaftlichen Beschreibung der Qualitäten ja keine Semiotik braucht. Kein Weinverkoster musste je Semiotik studieren, um bis zu hunderte von Weinsorten blind bestimmen zu können, und kein Kind, das aberhunderte von Murmeln unterscheiden kann, braucht hierfür die Kenntnis von Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In diesem Sinne rafft also die Semiotik in ihren Zeichenklassen die in ihren Objekten enthaltenen Informationen zu Äquivenzklassen zusammen, die sowohl die syntaktische, die semantische als auch die pragmatische Dimension der Zeichen besitzen, auf denen diese Informationen basiert sind. Semiotisches Verstehen rafft also durch fundamentalkategoriale Reduktion den in seiner qualitativen Verschiedenheit quantitativ nicht mehr zu bewältienden Reichtum von Information anhand von semiotischen Struktureigenschaften zusammen, die selber nicht-reduktiv sind, insofern Bedeutung und Sinn als qualitative Eigenschaften nicht der reinen Quantität geopfert werden. Und, um mit Günther zu sprechen: Eine solche Struktur vertritt dann wirklich das gesamte Informationsmaterial, das sich ihren Bedingungen fügt, denn diese Bedingungen sind die modelltheoretischen Anforderung an reale Objekte dieser Welt, durch Zeichen insofern substituiert werden zu können, als sie in diskreten Zeichenklassen, welche die Strukturmerkmale semiotisch äquivalenter Objekte vereinigen, repräsentiert werden können.

Bibliographie

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max, Nachwort. In: Günther 1980, S. 297-302

Günther, Gotthard, Bewusstsein als Informationsraffer. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 10, 1969, S. 1-6

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976, 1979, 1980

Hermes, Hans, Semiotik. Leipzig 1938

Kronthaler, Engelbert, Syntaktische, semantische und pragmatische Information. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 10/4, 1969, S. 99-109

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007 (= 2007a)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007 (= 2007b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Die semiotischen Zahlbereiche. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008b

Toth, Alfred, Die semiotischen Zwischenzahlbereiche. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008c

Toth, Alfred, Die Aufhebung des Invarianzprinzips und die Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008d

Toth, Alfred, Die Überschreitung semiotischer Kontexturgrenzen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008e

Semiotische Informationsraffung II

1. In "Semiotische Informationsraffung I" hatten wir gezeigt, dass weder die klassische noch die polykontexturale Logik *sensu proprio* als Informationsraffer bezeichnet werden können, da sie nämlich Information nicht nur raffen, sondern vor allem eliminieren. In der klassischen zweiwertigen Logik wird der triadische Zeichenbegriff, davon abgesehen, dass dieser nach Peirce einer ternären Logik bedürfte (vgl. Görhely 1975), um zwei von drei semiotischen Werten, nämlich die Designationen für Semantik und Pragmatik (Morris 1988), auf einen einzigen semiotischen Wert, nämlich die Designation für Syntaktik bzw. Syntax, reduziert (vgl. auch Toth 1993, S. 29 ff.). Da die zweiwertige Logik mit ihrem semiotisch ein-wertigen Zeichenbegriff die Basis der gesamten (quantitativen) Mathematik und also auch der Informationstheorie darstellt, wird daher in letzterer unter "Information" etwas ganz anderes verstanden als die übliche Bedeutung dieses Begriffes, nämlich die unwahrscheinliche Verteilung von Zeichen in einem Zeichenraum – also die Umkehrung des 2. Hautpsatzes der Thermodynamik, wo unter Entropie die wahrscheinliche, nämlich chaotische, Verteilung von Gasmolekülen im Vacuum verstanden wird. Mathematische Information ist daher negative Entropie oder "Negentropie" (Bense 1969, S. 43 ff.), aber sie basiert nicht auf Zeichen, sondern auf "Signalen", denn diese sind bei Bense im Anschluss an Meyer-Eppler (1969) definiert als pure Zeichenträger in Funktion eines vierdimensionalen Raumes mit drei Ortskoordinaten und geometrisierter Zeit (Bense 1969, S. 42). Zeichenträger stellen aber nur den Mittelbezug der vollständigen triadischen Zeichenrelation dar, und die von Bense hypostasierte Transformation

$$\mathrm{Sig} = f(x, y, z, t) \rightarrow Z = f(M, O, I),$$

die er allein dadurch zu begründen suchte, dass "die Selektion innovationserzeugend" sei (1969, S. 42), ist unmöglich, da unter "Innovation" hier wiederum nur die unwahrscheinliche, d.h. negentropische Distribution von repertoiriellen Elementen verstanden wird. Ferner verwendet die Informationstheorie einen falschen Signal-Begriff, denn ein Signal ist nach landläufiger Auffassung ein Zeichen mit Appellfunktion (Bühler), und als solches kausal oder final mit dem von ihm designierten Objekt verknüpft. Z.B. involviert also der Warnpfiff des Murmeltiers als Pfiff ein Mittel; indem er vor einer Gefahr warnt, einen Objektbezug; und insofern er sich an andere Murmeltiere richtet, einen Interpretantenbezug. Mit anderen Worten: Ein Signal ist eine triadische Zeichenrelation und nicht nur eine bedeutungs- und sinnlose Monade mit nicht-designiertem Objekt und Interpretanten. Es bleibt also nur die Folgerung, dass es die Information nicht mit Signalen, sondern mit Zeichen zu tun hat. Dies steht übrigens bereits in nicht mehr zu überbietender Klarheit bei Maser: "Kommunikation ist die Übermittlung einer Information. Information ist die Neuigkeit einer Nachricht. Eine Nachricht ist eine Anordnung von Zeichen" (1973, S. 14). Man beachte, dass hier die Bestimmung der Information als die Neuigkeit einer Nachricht insofern nicht der Definition des Zeichens als einer triadischen Relation widerspricht, als die Neuigkeit als stochastische Verteilung repertoirieller Elemente ja den Mittelbezug des Zeichens betrifft, und dieser ist als monadische Relation Teil der verschachtelten triadischen Zeichenrelation.

2. In "Semiotische Informationsraffung I" wurde ebenfalls gezeigt, dass die repräsentative Substitution von Objekten (Ereignissen, Vorgängen, usw.) der realen Welt entweder als Wahrnehmung oder als Kreation die Abbildung der hierdurch entstehenden Zeichen in semiotische Äquivalenzklassen, genannt Zeichenklassen, nach sich zieht. Obwohl der Begriff der semiotischen Äquivalenzklasse bei Bense nicht auftaucht, muss er ihm vorgeschwebt haben, wenn er schreibt, "dass jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik **vielfach** bestimmend (poly-repräsentativ) ist, so dass, wenn eine bestimmte triadische Zeichenrelation (bzw. Zeichenklasse oder Realitätsthematik) eines gewissen vorgegebenen Sachverhaltes (z.B. des 'Verkehrszeichens') feststeht, auf die entsprechend äquivalente Zeichenrelation eines entsprechend **affinen** Sachverhaltes (z.B. der 'Regel') geschlossen werden darf" (Bense 1983, S. 45). Dies bedeutet aber, dass ein Objekt der realen Welt zwar durch die Semiose als Zeichen und dessen anschliessende Einordnung in eine semiotische Äquivalenzklasse "verdünnt" wird, insofern von den theoretisch unendlich vielen Qualitäten der Welt eben nur jene übrigbleiben, die ins Prokrustesbett der zehn Zeichenklassen über der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation hineinpassen, dass diese Zeichen als Elemente dieser semiotischen Äquivalenzklassen aber qua Polyrepräsentativität bzw. **Polyaffinität** INNERHALB sowie qua **Polyassoziativität** ZWISCHEN ihren dualen Realitätsthematiken es jederzeit erlauben, diese Informationsraffung wenigstens teilweise wieder rückgängig zu machen bzw. zu entfalten. So wies bereits Bense (1992, *passim*) darauf hin,

dass die Realitätsthematik des vollständigen Objektes den gleichen Repräsentationswert hat wie die eigenreale Zeichenklasse der Zahl, des Zeichens selbst und des ästhetischen Zustandes sowie wie die Klasse der genuinen Kategorien, als dessen Modell Bense die Turingmaschine bestimmte (1992, S. 23). Eine sinnvolle Informationstheorie, d.h. eine Informationstheorie, in welcher der Begriff Information in Übereinstimmung mit der umgangssprachlichen Verwendung dieses Begriffes steht, darf daher nicht mit semiotischen Monaden, sondern muss mit vollständigen triadischen Zeichenrelationen operieren, deren zugehörige Zeichenklassen und Realitätsthematiken als semiotische Äquivalenzklassen zwar eine reduktive Einfaltung qua qualitativer Reduktion der Objektwelt in Zeichen und also als semiotische Informationsraffer bedingen, die aber gleichzeitig durch Polyaffinität innerhalb und durch Polyassoziation zwischen diesen Zeichenklassen und Realitätsthematiken eine rekonstitutive Entfaltung der zuvor gerafften semiotischen Information ermöglichen. Das Modell, das einer hiermit sehr knapp skizzierten zukünftigen semiotischen Informationstheorie vorschwebt, ist also den aus der mathematischen Kategorientheorie bekannten "**Vergissfunktoren**" verwandt. Nur werden ihnen innerhalb der semiotischen Informationstheorie (polyaffin und polyassoziativ wirkende) semiotische "**Erinnerungsfunktoren**" zur Seite gestellt. Ein erstes formales Modell einer semiotischen Informationstheorie, der eine semiotische Schaltalgebra und Automatentheorie sowie eine semiotische Transformationstheorie zur Seite gestellt wurden, allerdings noch ohne die zu den semiotischen Vergissfunktoren komplementären Erinnerungsfunktoren, wurde in Toth (2007) vorgelegt.

Bibliographie

Bense, Max Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Görhely, Ildikó, Kritische Darstellung der drei- und mehrwertigen Systeme der Logik von J. Łukasiewicz und E. Post mit besonderer Berücksichtigung der triadischen Logik von Charles Sanders Peirce. Magisterarbeit im Fach Philosophie, Universität Stuttgart, Juni 1975

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Meyer-Eppler, W., Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Morris, Charles W., Grundlagen der Zeichentheorie. Frankfurt am Main 1988

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübigen 1993

Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Tucson, AZ, 2007. Digitalisat: http://www.mathematical-semiotics.com/books.html

Toth, Alfred, Semiotische Informationsraffung I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Die Verteilung der Wahrscheinlichkeitswerte auf die dyadischen Subzeichen der triadischen Zeichenrelationen

1. In einer dimensionierten Zeichenklasse der allgemeinen fundamentalkategorialen Form

ZR = (a.3.b c.2.d e.1.f)

sind die einzigen Konstanten die triadischen Hauptwerte (3., 2., 1.). Die Variablen der Dimensionszahlen (a, c, e) sind theoretisch frei, und für die trichotomischen Stellenwerte (b, d, f) können Werte aus der Menge (.1, .2, .3) so gewählt werden, dass die Ordnung ($a \leq d \leq f$) erfüllt ist.

Entsprechend gilt für eine dimensionierte Zeichenklasse der allgemeinen modalkategorialen Form

ZR = (a.N.b c.W.d e.M.f)

<.N., .W., .M.> = const.; a, c, e $\in$ {M, W, N} und ($a \leq d \leq f$)

Wenn wir die Dimensionsslots weglassen, können wir nach diesen Vorgaben 3 minimale Zeichenschemata konstruieren, in denen (1) N nur ein einziges Mal aufscheint, (2) W nur ein einziges Mal aufscheint, und (3) M nur ein einziges Mal aufscheint:

(1) ZR = (N.a W.b M.c), mit a, b, c $\in$ {W, M}

(2) ZR = (N.a W.b M.c), mit a, b, c $\in$ {N, M}

(3) ZR = (N.a W.b M.c), mit a, b, c $\in$ {N, W}

Wegen ($a \leq d \leq f$) können (1) – (3) nur wie folgt aussehen:

(1') ZR = (N.W W.W M.W)

(1'') ZR = (N.M W.M M.M)

(2') ZR = (N.N W.N M.N)

(2'') ZR = (N.M W.M M.M)

(3') ZR = (N.N W.N M.N), mit a, b, c $\in$ {N, W}

(3'') ZR = (N.W W.W M.W), mit a, b, c $\in$ {N, W}, d.h. aber, es gibt nur folgende 3 Typen:

(1’’’) (N.M W.M M.M)

(2’’’) (N.W W.W M.W),

(3’’’) ZR = (N.N W.N M.N)

wobei (1’’’) und (3’’’) offenbar die untere und die oberen Schranke des modalkategorialen semiotischen Verbands sind. Wiederum wegen (a ≤ d ≤ f) können wir also die zwischen (1’’’) und (3’’’) liegenden Zeichenklassen wie folgt konstruieren. Wir beginnen mit der unteren Schranke:

1. <u>(NM WM MM) untere Schranke</u>

Von hier aus kann es nur die beiden folgenden Substitutionen geben (von rechts nach links):

2. (NM WM MW)
4. (NM WW MW)

Substituieren wir auch das M in der ersten Dyade (links), dann bekommen wir die dritte, zwischen der unteren und der oberen Schranke liegende homogene Trichotomie:

7. (NW WW MW) 32 22 1.2

Damit sind wir mit den M-Substitutionen fertig. Wir beginnen also den zweiten und letzten Zyklus und ersetzen, wiederum von rechts nach links, nun zuerst die M’s und dann die restlichen W’s durch N’s:

3. (NM WM MN)
5. (NM WW MN)
6. (NM WN MN)
8. (NW WW MN)
9. (NW WN MN)

Nun brauchen wir nur noch das W der Dyade ganz links durch N zu ersetzen, und die obere Schranke ist erreicht:

10. (NN WN MN) obere Schranke

2. Damit haben wir alle modalontologischen Zeichenklassen hergestellt, die wir unter der Bedingung (a ≤ d ≤ f) herstellen können. Wenn wir sie zusammenstellen und die Rekurrenzen der Modalkategorien notieren, bekommen wir 4 semiotische Zyklen der Längen 4, 3, 2 und 1:

1. Eine erste Gruppe mit N = 1 = const. und der systematischen Subtraktion eines Wertes von M und seiner Addition zu W. Die Werte können hier 1, 2, 3 oder 4 sein. Der Zyklus ist abgeschlossen, wenn a(W), b(M) zu b(W), a(M) gedreht ist:

1. (NM WM MM): 1 N, 1 W, 4 M

2. (NM WM MW): 1 N, 2 W, 3 M

4. (NM WW MW): 1 N, 3 W, 2 M

7. (NW WW MW): 1 N, 4 W, 1 M

2. Eine zweite Gruppe mit N = 2 = const. und der systematischen Ersetzung eines Wertes von M und seiner Addition zu W. Die Werte können hier nur noch 1, 2 und 3 sein. Für die Abgeschlossenheit des Zyklus gilt dasselbe wie oben.

8. (NW WW MN): 2 N, 3 W, 1 M

5. (NM WW MN): 2 N, 2 W, 2 M

3. (NM WM MN): 2 N, 1 W, 3 M

3. Eine dritte Gruppe mit N = 3 = const. und der systematischen Ersetzung eines Wertes von M und seiner Addition zu W. Die Werte können hier nur noch 1 und 2 sein. Für die Abgeschlossenheit des Zyklus gilt dasselbe wie oben.

6. (NM WN MN): 3 N, 1 W, 2 M

9. (NW WN MN): 3 N, 2 W, 1 M

4. Eine vierte Gruppe mit N = 4 = const. Da die verbleibenden Werte nur noch 1 sein können, kann hier keine Ersetzung mehr stattfinden:

10. (NN WN MN): 4 N, 1 W, 1 M

3. Wir gehen nun von den Modalkategorien zu den ihnen inhärenten Repräsentationswerten über. Da N für eine triadische Relation steht, ist also N = 3, da W für eine dyadische Relation steht, ist W = 2, und da M für eine monadische Relation steht, ist M = 1. In Repräsentationswerten gezählt, haben wir nun also

1. (NM WM MM): <3, 2, 4>

2. (NM WM MW): <3, 4, 3>

4. (NM WW MW): <3, 6, 2>

7. (NW WW MW): <3, 8, 1>

8. (NW WW MN): <6, 6, 1>

5. (NM WW MN): <6, 4, 2>

3. (NM WM MN): <6, 2, 3>

6. (NM WN MN): <9, 2, 2>

9. (NW WN MN): <9, 4, 1>

10. (NN WN MN): <12, 2, 1>

Aus dieser Tabelle sehen wir, dass

max(Rpw(N)) = 12

max(Rpw(W)) = 8

max(Rpw(M)) = 4,

und somit können wir aufgrund der Repräsentationswerte die Prozentzahlen ermitteln:

1. (NM WM MM): <¼, ¼, 1>

2. (NM WM MW): <¼, ½, ¾>

4. (NM WW MW): <¼, ¾, ½>

7. (NW WW MW): <¼, 1, ¼>

8. (NW WW MN): <½ , ¾, ¼>

5. (NM WW MN): <½, ½, ½>

3. (NM WM MN): <½, ¼, ¾>
6. (NM WN MN): <¾, ¼, ½>
9. (NW WN MN): <¾, ½, ¼>
10. (NN WN MN): <1, ¼, ¼>

Daraus folgt, dass die 3 Intervalle der 3 Modalkategorien identisch sind:

I_M = [¼, ½, ¾, 1]

I_W = [¼, ½, ¾, 1]

I_N = [¼, ½, ¾, 1]

Wie man allerdings sieht, sind die Summen der Wahrscheinlichkeitswerte Σp = 1 ½ für jede der 10 Zeichenklassen. Wenn wir also 1 ½ = 100% setzen, bekommen wir die relativen Wahrscheinlichkeitswerte für jede der drei Modalkategorien pro Zeichenklasse:

1. (3.1 2.1 1.1) → (NM WM MM): N = 16.66%, W = 16.66%, M = 66.66%
2. (3.1 2.1 1.2) → (NM WM MW): N = 16.66%, W = 33.33%, M = 49.99
3. (3.1 2.1 1.3) → (NM WM MN): N = 33.33%, W = 16.66%, M = 49.99
4. (3.1 2.2 1.2) → (NM WW MW): N = 16.66%, W = 49.99, M = 33.33%
5. (3.1 2.2 1.3) → (NM WW MN): N = 33.33%, W = 33.33%, M = 33.33%
6. (3.1 2.3 1.3) → (NM WN MN): N = 49.99, W = 16.66%, M = 33.33%
7. (3.2 2.2 1.2) → (NW WW MW): N = 16.66%, W = 66.66, M = 16.66%
8. (3.2 2.2 1.3) → (NW WW MN): N = 33.33%, W = 49.99, M = 16.66%
9. (3.2 2.3 1.3) → (NW WN MN): N = 49.99, W = 33.33%, M = 16.66%
10. (3.3 2.3 1.3) → (NN WN MN): N =66.66, W = 16.66%, M = 16.66%

Damit sind wir also nach einem ziemlich aufwendigen Verfahren am Ziel unserer Untersuchung angelangt und haben, ausgehend von der modalkategorialen Struktur der abstrakten Zeichenklasse ZR = (a.N.b c.W.d e.M.f), die Verteilung der Wahrscheinlichkeitswerte auf die dyadischen Subzeichen der konkreten Zeichenrelationen ermittelt.

Literatur

Toth, Alfred, Semiotik und Wahrscheinlichkeitslogik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Eigendimensionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiotische Norm- und Eigendimensionen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Semiotisch-wahrscheinlichkeitstheoretische Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Das Zeichen als “Symbol für ein Anderes” (Vaihinger)

1. In seiner “Philosophie des Als Ob”, in der Hans Vaihinger auf fast 800 Druckseiten alle erdenklichen Formen von Fiktionen behandelt, kommt das Stichwort “Semiotik” ein einziges Mal vor, auf S. 416, wo es heisst: “Die sogenannte semiotische Phantasie bringt Zeichen hervor, welche an Stelle irgend eines Bezeichneten stehen”. Gleichsam als vorgeschaltete Erläuterung steht oben auf der selben Seite: “Es können sogar alle Fiktionen als Substitutionen im weiteren Sinn betrachtet werden, indem ja an Stelle der Wirklichkeit irgend ein Unwirkliches provisorisch gesetzt wird. Als Substitutionen im engeren Sinn sind hier solche logischen Operationen aufzuzählen, bei denen eine Vorstellung stellvertretender Weise als Symbol für ein Anderes fungiert”. Für Vaihinger ist damit ein Symbol bzw. ein Zeichen nicht nur arbiträr im Sinne von unmotiviert, sondern auch provisorisch, genauer ein Stück Unwirklichkeit, das das Andere der Wirklichkeit substituieren soll.

2. Vaihinger bringt unter den Symbolen z.B., dass “für x + y etwa u gesetzt wird” (S. 416). Natürlich hat Vaihinger recht, dass man statt u irgendeinen Buchstaben verwenden kann, dem nicht bereits ein konventioneller Sinn zugelegt ist (wie etwa “t” für die Zeit, “v” für die Geschwindkeit” oder “l” für die Länge, usw.), insofern ist die Wahl des Substituens frei, aber das Repertoire ist nicht frei, auch wenn uns Hilbert in der berühmten Einleitung seiner Geometrie versichert, man könne statt dessen auch Stöcke oder Bierseidel nehmen. Semiotisch ausgedrückt, ist also der Mittelbezug des substituierenden Zeichens frei, nicht aber das Mittel selbst, denn sowohl u als auch a, b, c, ... sind ja Buchstaben, also Variablen oder Leerzeichen, die gerade deswegen mit “irgendetwas” belegt werden können.

3. Damit kommen wir zu Vaihingers “irgendein Unwirkliches”. Zunächst ist das “irgendein” zu korrigieren, denn auch das Objekt, auf das sich das substituierende Zeichen beziehen soll, ist nicht frei. In Vahingers Beispiel x + y = u steht ja u (oder welches Mittel immer) für eine Gleichung und nicht für eine Verkehrssituation, eine Person oder sonst etwas. Allerdings ist auch der Objektbezug nicht wirklich frei, da theoretisch zwar mit u (oder einem anderen Buchstaben) auch eine andere Operation, eine Gleichung usw. substituiert werden kann, niemals aber ein Stopschild oder eine Wassermelone. Ferner ist

das durch das Zeichen bezeichnete externe Objekt niemals “unwirklich”. Selbst in den bekannten Fällen, wo Zeichen “irreale” Objekte wie Einhörner, Meerjungfrauen oder Engel bezeichnen, steckt im Kern der Irrealität ein reales Substrat wie etwa das Reh, ein Fisch oder ein Vogel. Vermutlich ist das menschliche Hirn gar nicht im Stande, sich etwas auszudenken, das völlig unabhängig von einem realen Substrat besteht.

4. Wenn wir kurz zusammenfassen dürfen, haben wir also bisher festgestellt, dass das Mittel eines Zeichens nicht frei ist, aber der Mittelbezug ist frei. Ferner sind weder das bezeichnete Objekt frei noch der Bezug eines Mittels zu diesem Objekt. Somit bleibt also die Frage nach dem Interpretanten und dem Interpretantenbezug. Bei einer ursprünglichen Zeichensetzung, also etwa dann, wenn jemand zur Erinnerung an ein bevorstehendes Eregnis sein Taschentuch zusammenknotet, dann ist der Interpretant im Hinblick auf den Knoten natürlich frei, denn den Brauch des Verknotens eines Taschentuches als bekannt vorausgesetzt, kann natürlich im Prinzip jeder sein Taschentuch als Erinnerungsstütze verknoten. Allerdings folgt gerade aus der Freiheit des Interpretanten die Unfreiheit des Interpretantenbezugs, denn dieser steht und fällt mit der individuellen Bedeutung, die jeder Interpretant dem Akt des Verknoten bzw. dem Knoten selber zuschreibt.

5. Wir haben also:

M = frei

M-Bezug = unfrei

O = unfrei

O-Bezug = unfrei

I = frei

I-Bezug = unfrei

Frei an einem Zeichen sind also lediglich das bezeichnende Mittel und der zeichensetzende Interpretant. Ist es diese bisher kaum untersuchte Relation, die der Saussureschen Behauptung zugrunde liegt, das “Band” zwischen Signifikat und Signifikant sei arbiträr (Saussure 19116, S. 164 ff.)? Ist also der Signifikant nicht der Mittelbezug, sondern das Mittel und das Signifikat nicht weder das Objekt noch der Objektbezug, sondern der Interpretant, also grob gesagt das Bewusstsein des Interpreten als Zeichenstifter?

6. Aber auch dann, wenn diese Reinterpretation Saussures korrekt sein sollte, darf das diesen Betrachtungen im Anschluss an Vaihinger zugrunde gelegte Zeichenmodell solange keine Universalität beansprachen, als nicht auch natürliche Zeichen untersucht werden. Bislang hatten wir nämlich nur künstliche, oder wie man besser sagen sollte: willkürliche Zeichen untersucht, und wenn man feststellt, dass willkürlichen Zeichen Willkürlichkeit anhafte – hier bei uns in Bezug auf die "Freiheit" des Mittels und des Interpretanten -, dann liegt bloss ein circulus vitiosus vor. Denn in der Tat ist Vaihingers Beispiel $x + y = u$ sehr gut gewählt, da es sich hier um eine willkürliche (und dadurch künstliche) Festsetzung gilt. Anders aber verhält es sich bei den sogenannten natürlichen Zeichen, etwa Eisblumen: Dort gibt es keinen Zeichensetzer, es sei denn, man hypostasiere Gott oder "die Natur" als Zeichenstifter. Trotzdem ist es sinnvoll, auch im Falle von natürlichen Zeichen von Interpretanten und Interpretantenbezug zu sprechen: In diesen Fällen ist nämlich Interpretant der Interpret und der Interpretantenbezug die Relation des Interpretierens. Die thetische Setzung wird sozusagen durch die Interpretation ersetzt, das Zeichen ist also quasi vorgegeben wie das Objekt, das normalerweise erst zum Zeichen erklärt werden muss. Der Interpret ist indessen auch hier frei, und zwar deshalb, weil das natürliche Zeichen von ihm unabhängig ist, aber der Interpretantenbezug ist nicht frei, denn die Relation zwischen dem Interpreten und dem Zeichen ist vorgegeben und daher unveränderlich. Wie steht es also um die Freiheit des Mittels des künstlichen Zeichens bei natürlichen Zeichen? Dieses ist in diesem natürlich ebenfalls unfrei.

7. Wir können also unser obiges Schema vervollständigen:

Willkürliche (künstliche) Zeichen:	Unwillkürliche (natürliche) Zeichen:
M = frei	M = unfrei
M-Bezug = unfrei	M-Bezug = unfrei
O = unfrei	O = unfrei
O-Bezug = unfrei	O-Bezug = unfrei
I = frei	I = frei
I-Bezug = unfrei	I-Bezug = unfrei

D.h. beiden Haupttypen von Zeichen gemeinsam ist nur die Freiheit des Interpretanten, und zwar als thetischer Setzer bei willkürlichen (künstlichen) Zeichen und als Interpret bei unwillkürlichen (natürlichen) Zeichen.

8. Abschliessend stellt sich nun die Frage, ob Benses berühmtes Axiom "Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden" (1967, S. 9) angesichts dieser Untersuchung noch haltbar ist. Man muss nun sagen: Benses Axiom ist haltbar, allerdings mit der Einschränkung, **dass zwar prinzipiell jedes beliebige Etwas zum Zeichen, aber nicht zum Zeichen für jedes beliebige Etwas erklärt werden kann.** Das bedeutet im Grunde nichts anderes, als dass niemand ein nicht-indexikalisches Zeichen als Wegweiser oder umgekehrt ein direktionales Zeichen anstelle eines Abbildes (Photo, Portrait, Büste u. dergl.) verwenden wird. Das bedeutet aber auch, wie schon in Toth (2009) festgestellt, dass es eine **gegenseitige Affinitität** zwischen Zeichen und dem von ihnen bezeichneten "Anderen" gibt, denn sonst wäre der nicht untergliederte Zeichenbegriff ausreichend, und es müssten nicht die 10 Peirceschen Zeichenklassen herangezogen zu werden. Diese 10 Zeichenklassen garantieren ja gerade, dass nicht jedes beliebige Etwas zum Zeichen für alles Beliebige erklärt wird. So wird, um auf auf unsere Beispiele zurückzukommen, der Wegweiser durch eine andere Zeichenklasse repräsentiert als das Abbild und das Verkehrzeichen durch eine andere Zeichenklasse als der Wetterhahn, usw. Wie man also sieht, wird damit sogar die Freiheit des Interpreten, wenn zwar nicht unterbunden, so doch eingeschränkt, denn anders bei mathematischen Klassen ist die Menge der semiotischen Klassen nicht beliebig erweiterbar.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Zeichen- und Objektaffinität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Vaihinger, Hans, Die Philosophie des Als Ob. 7./8. Aufl. Leipzig 1922

A short consideration on qualitative preservation

> Aber das Denken, wo geht das, Verfechter des Prinzips der Erhaltung der Kraft, hin?
>
> Oskar Panizza, *Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit*, Leipzig 1895, § 23

1. (Quantitative) preservation means that an object (Erhaltungsgrösse) does not change in time. According to the Noether theorem, to quantitative preservation there belongs a continuous symmetry of effect, and conversely to each continuous symmetry of effect there is a preservation law. Qualities are thereby normally lost. For example, a mass of one kilogram of earth and a mass of one kilogram of gold "survive" their different qualities in their quantitative equivalents between mass and energy according to Einstein's Law.

2. For qualitative preservation, as required by Oskar Panizza, we would await that there are not physical, but semiotic symmetry laws that guarantee that qualities survive – the question is with or without their quantities. Since qualities are signs and since signs need sign-carriers, it is to assume that the quantity must survive, too. Now let us have a look at the 10 Peircean sign classes. In them and in their 10 dual reality thematics, the qualities survive only "filtered", i.e. the theoretically infinite qualities of the ontological space is filtered into exactly 10 sign classes, whereby semiotic model-theoretic conditions and restrictions decide, up to which degree the qualities survive. Already in an early text of Bense, we read: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (1952, p. 80). However, if Being can only survive in the form of signs, then the sign model which seems to be the only device for qualitative preservation, must be optimal.

3. Therefore, a complete, quantitative-qualitative preservation would require a physical semiotics, or semiotic physics, respectively, to which there are up to now not more than a hand-full of papers published (cf. Toth 2009).

4. The physics of a sign concerns its sign-carrier or medium, and the semiotics of an object concern its transformation into a meta-object qua substitution (Bense 1967, p. 9). Even in the case where actually "a piece of the ontological space" is used as a sign (for itself or for anything), there has been a substitution

of the epistemological status of the object for the interpretant (sign-setter or sign-interpreter). Therefore, the position of the object is crucial for semiosis and thus for the relation between the physics of ontological space and the semiotics of semiotic space in the process of changing the epistemological status of the object. The problem is that the object remains a physical-ontological factum brutum with or without semiosis. Thus, in a certain sense, it is correct to say that semiosis is a doubling of the world. However, it is only a doubling with changed epistemological (and logical) categories of the object to be doubled. Insofar it would be more appropriate to say that each object that is declared a sign, opens a new world (or "sub-world") of the semiotic space.

5. The basic situation between an object and a sign can be reconstructed as follows:

This means that the black bar stands for an absolute border between the sign to the left (the portrait of Professor Tournesol) and the "real" professor to the right. The comical effect in this cartoon is due to the bridge between the semiotic and the ontological space.

Thus,

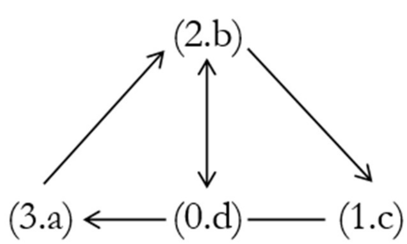
Sign ‖ Object (monocontextural situation)

Sign ╫ Object (polycontextural situation).

In a next step, we must ask, in which order the three fundamental categories of the Peircean sign relation, i.e. medium or (1.c), object relation or (2.b), and interpretant relation or (3.a) are working together in the process of semiosis between the object (0.d) and the sign (3.a 2.b 1.c).

Since signs are not given (vorgegeben), but thetically introduced or interpreted, the interpreter comes first who establishes later the interpretant relation. It is then clear, that second, there is the object as categorial or disposable object (cf. Bense 1975, pp. 45 s., 65 s.) which is not in an interpretant relation with the interpreter. However, the categorial object is not yet in a denomination relation with the interpretant, since a medium has not yet been selected! Therefore, third, there is the selection of a medium by the interpreter for the categorial object. Only after this selection is done, in which disposable media are turned into relational media (Bense 1975, pp. 45 s.), an object-relation can establish, and this object-relation established between the interpreter, the categorial object and the relational media. During this establishing process, the interpreter becomes the interpretant relation, so that relational media, object relation and interpretant relation form the elementary monocontextural sign model that is transcendent to its categorial object. However, since in our model of semiosis the categorial object was part of sign relations from the beginning, we have the elementary tetradic polycontextural sign model, in which, however, the categorial object does not stand in any relational, but only in categorial relation to the three relation of the monocontextural sign.

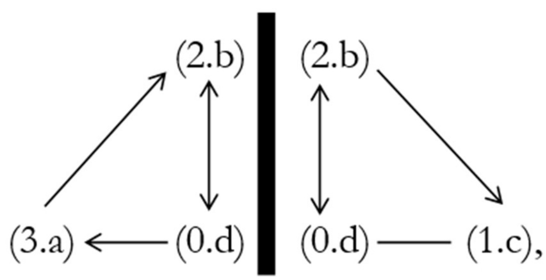
We thus come to the following 4-adic sign model



Only the relation between (2.b) ↔ (0.d) is bilateral, since this is the mutual exchange (substitution) relation between the categorial object and the object relation of the sign. In the relation (3.a) ← (0.d) the arrow points only to the interpretant, given the fact that already categorial objects possess an intrinsic pre-semiotic trichotomy which is later inherited by the semiotic trichotomies (cf. Toth 2008, pp. 166 ss.). No direction of the relation is indicated in (0.d) –

(1.c), since the choice of a media is arbitrary in that sense that the media is not obliged to choose a quality, quantity or relation to have in common with the categorial object. However, as soon as the bilateral relation between categorial object and object relation is established, the direction of the relation between object relation and media (2.b) → (1.c) point to the media, because the pre-semiotic trichotomy has now already established from (0.d) to (2.b), whereby d, b ∈ {.1, .2, .3}, so that these three trichotomic values are pre-given and the choise of the media from the object relation is now in this respect not fully free anymore, but determined, as the inclusive semiotic order (a ≤ b ≤ c) has also been inherited with the pre-semiotic trichotomoties from the level of the categorial object. The last remaining relation (3.a) → (2.b) says that the interpretant relation as a connex establishes a relation of sense over the relation of meaning that has already established at this point by the semiosis.

If we now split our pre-semiotic sign model into two halfs:



we get two very interesting new sign models: To the left

SM1 = (3.a 2.b 0.d),

which is a sign model without sign carrier, but whose material function is taken over by the embedded categorial object itself. To the right

SM2 = (2.b 1.c 0.d),

which is a sign model without interpretant/designation connex. This is a variation of the dyadic Saussurean sign model enlarged by the embedded categorial object into a triadic sign relation.

It is needless to say that the above sign model consisting of the two sign models 1 and 2 is of high interest for category theoretic (and possibly also for saltatory theoretic [Kaehr]) semiotic. We will deal with details in one of the next publications.

Bibliography

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Mehrdimensionale Semiotik. 2 vols. Klagenfurt 2009

Are there polycontextural signs?

1. After having published several dozens of articles about polycontextural semiotics, we finally come to the basic question if there are polycontextural signs. This may sound strange, but the question is necessary. Classical Peirce-Bensean semiotics has a system of reality which includes 10 levels, corresponding to the 10 reality thematics that are constructed by dualization from the 10 sign classes. Since each of the 10 sign classes has a subject-position, taken by the interpretant relation, it is not false to say that the 10 semiotic realities are contextures – and contextures each of which are monocontextural like the disseminated single contextures of polycontextural logic.

2. However, representatitives of polycontextural theory have often pointed out that semiotics is clearly a monocontextural system in which the logical Law of Identity (and the other 2-3 fundamental laws of classical thinking) are valid without restrictions. Now let us have a look at the 10 semiotic dual systems. Amongst them there is one sign class that is identical with its dualized structure:

$(3.1\ 2.2\ 1.3) = \times(3.1\ 2.2\ 1.3)$

True, this looks like identity, but compare this dual system with the following

$(3.1\ 2.3\ 1.3) \neq \times(3.1\ 3.2\ 1.3)$.

The latter disequation says:

$(3.1) \neq (3.1)$

$(2.3) \neq (3.2)$

$(1.3) \neq (1.3)$,

and we learn that $(3.1) = (1.3)^\circ$ and $(1.3) = (3.1)^\circ$ as is $(2.3) = (3.2)^\circ$. What did we win by that? We win by that that we can replace the disequality sign by the equality sign and obtain either

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \neq (3.1\ 2.2\ 1.3)$

or

$(3.1\ 2.3\ 1.3) = (3.1\ 3.2\ 1.3)$,

since we have already proven that

$(3.1) \neq (3.1)$

$(2.2) \neq (2.2)$

$(1.3) \neq (1.3)$.

It follows that classical semiotics has no identity and is thus polycontextural. The case is just so that the fundamental non-identity of classical semiotics is hidden behind a too low number of contextures involved. Since, if we go from C =1 up to C = 3, we have

$(3.1_{3}) \neq (3.1_{3})$

$(2.2_{1,2}) \neq (2.2_{2,1})$

$(1.3_{3}) \neq (1.3_{3})$

and for C = 4 even

$(3.1_{3,4}) \neq (3.1_{4,3})$

$(2.2_{1,2,4}) \neq (2.2_{4,2,1})$

$(1.3_{3,4}) \neq (1.3_{4,3})$

i.e. now, all arrows are turned around. So, from here, the question should not be if there are polycontextural signs, but if there are monocontextural signs. In classical semiotics, polycontexturality is hidden in the triadic-trichotomic structure of a seeming monocontexturality.

3. But let us ask the question what we do, when we write

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$

instead of

(3.1 2.2 1.3).

Of course, one can say: We localize the sign in one or more contextures, whereby the genuine sub-signs, the identical morphisms, play a special role insofar as they are always located in +1 contexture compared to the other sub-signs. But can signs even be in contextures? What is in a contexture? - Kenograms and kenogram-sequences, so-called morphograms are in contextures. However, in kenograms, not only the contextural borders between sign and object (the three transcendences of the sign, respectively, cf. Toth 2009) are abolished, but also the law of materiality or sign-constancy (cf. Kronthaler 1992, pp. 292 ss.) is abolished (and replaced by structure-constancy). Kenograms are nothing but placeholders for later insertions of numbers, logical values or signs. So, if we have a thing like

$(3.1_{3,4}\ 2.2_{1,2,4}\ 1.3_{3,4})$,

then what we have here is an already filled (hidden) kenogram-structure, filled with sub-signs referring each of them to more than 1 contextures.

On the other side, in Toth (2003), I have tried to define signs directly on trito-numbers, i.e. polycontextural trito-structures, which have filled with quali-quantitative numbers. If you compare a thing like

(0000123)

with the contextuated sign relation above, then the huge difference becomes apparent. But let me avoid getting into more technical trouble and directly jump to the conclusion, which seems to get more and more evident anyway. As Kronthaler once correctly stated, the system of Mathematics of the Qualities (Kronthaler 1986) is, from the standpoint of quantitative mathematics, not even worth a groupoid. Now, a sign is defined on the basis of Peano numbers and the successor (and predecessor) relations according to Complete Induction (cf. Bense 1975, pp. 167 ss.; 1983, pp. 192 [on Peirce's "Axioms of Numbers"]). What then is a sign if it is no longer based on Peano numbers, but on a notion of number that is not even a groupoid? The answer is clear: Nothing. *Reduce the notion of sign deeper than on Peirce's fundamental categories, and you find yourself in a rain-forest, where there is absolutely no orientation any more possible.*

How should a sign, whose basic function is to substitute an object (and thereby establish the most important metaphysical border we know) be reduced to a "keno-sign" (Kronthaler 1992, p. 296), which cannot substitute and thus represent and which cannot even present because it is essentially nothing (a placeholder for anything), how could such a thing like a "keno-sign" even exist?

The conclusion of this paragraph is that something insane like a poly-contextural sign (and thus a polycontextural semiotics) cannot exist. However, the conclusions of the former paragraphs were that semiotics is an essentially polycontextural system whose polycontexturality is just hidden for the border case of C = 2 (i.e. monocontexturality).

Now, we finally have the problem clearly lying before us. As nobody can seriously deny that semiotics – unlike logic and any other formal philosophical or mathematical theory - is based on a multiple and irreducible system of reality, nobody can deny, too, that a sign whose primary function is the substitution and representation of an object, can be based on a proto-logical concept which is unable to substitute and represent, which cannot even present (itself), because it is nothing but a placeholder. In the shortest possible way: **Since there is no induction of emptiness, there is no "keno-sign".**

As we see, we are able to contextuate signs and even prove that there is no eigenreality sensu stricto, because the order of the contextural indices (i, j, k) is turned around to (k, j, i), but what we really do, when we deal with polycontextural (or even monocontextural??) semiotics, is most highly unclear.

Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, pp. 282-302

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Transzendentale und nicht-transzendentale Zeichenklassen

1. Wie ich bereits in einigen Arbeiten, z.B. am ausführlichsten in Toth (2008a) gezeigt hatte, basiert der **Repräsentations**charakter eines Zeichens essentiell auf seinem **Substitutions**charakter. Ein Zeichen soll ja ein Objekt möglichst unabhängig von Raum und Zeit bezeichnen können. Die Gestalt eines Apfels als Icon sollte punkto Farbe des Apfels (Reifegrad, Sorte) und Form (Sorte) so allgemein sein, dass Äpfel auf allen Teilen der Welt, wo sie bekannt sind, bezeichnet werden können. Die praktische Anwendung eines Wegweigers als Index, der auf einen Ort verweist, wächst mit dem geographischen Abstand des Wegweisers zu diesem Ort. Die Wörter einer Sprache als Symbole sollten im ganzen Sprachgebiet verstanden werden können.

2. Der Unterschied zwischen Repräsentations- und Substitutionscharakter eines Zeichens ist wesentlich. Ein Zeichen repräsentiert nur ein Objekt, nicht aber ein Mittel oder einen Interpretanten. Genau genommen ist also das Zeichen qua Repräentativität monadisch (Leibniz), denn es wäre sinnlos, wenn das Zeichen etwa seinen Zeichenstifter mit-repräsentieren würde, dies ist nur in wenigen linguistischen Fällen so, nämlich bei den sogenannten Eponymen, wo das Zeichen einer Marke entspricht (sich eine "Davidoff" anzünden, mit einem "Zeppelin" fliegen (mit einem "Porsche" fahren), mit einem Ortseponym: einen "Cognac" ("Armagnac", "Montbazillac", "Tokaier", "Kretzer", etc.) trinken. Genau sinnlos wäre es, wenn das Zeichen sein Mittel repräsentiert, denn das wäre eine contradiction in adiecto, da das Mittel als Träger des Zeichens dient, da Zeichen, wenigstens als manifestierte, immer eines Mittels bedürfen, um geäussert bzw. wahrgenommen zu werden.

Vom Standpunkt des Substitutionscharakters her ist das Zeichen allerdings triadisch: Zunächst soll ein Objekt durch ein Zeichen vertreten werden. Das dient also etwa das altbekannte Taschentuch, das zu diesem Zwekc verknotet wird. Wenn aber jemand ein verknotetes Taschentuch findet, das nicht der Finder selbst verknotet hat, ist dieses Zeichen bedeutungslos, denn das Zeichen substituiert ebenfalls den Interpretanten, für den und durch den es in diesem Fall ein Zeichen für ein Anderes ist. Schliesslich substituiert das verknotete Taschentuch aus trivialen Gründen ebenfalls ein Mittel, denn dieses wird durch einen Mittel-Bezug substituiert, d.h. durch etwas nicht-Stoffliches. Das

Stoffliche des Mittels wird sekundär, seine Funktion wird primär physikalisch (der Knoten sollte sich bis zum Erlöschen des Zeichens nicht in Luft auflösen, also z.B. so lange bestehen, bis das Referenzobjekt des Zeichens eingelöst ist, d.h. etwa der Anruf getätigt, das Essen aus dem Kühlschrank geholt ist, usw..

3. Vom Repräsentationscharakter des Zeichens her ergibt sich also folgendes triviales Schema:

Zeichen = Repr(Obj) (monadische Funktion)

Vom Substitutionscharakter des Zeichens her ergibt sich allerdings folgendes gar nicht-triviales Schema:

Zeichen = Subst(Mittel, Objekt, Interpretant) (triadische Funktion)

(Gibt es Zeichen, die dyadische Funktionen darstellen?)

Nun macht man sich schnell klar, dass es wieder die Substitutions- und nicht die Repräsentationsfunktion des Zeichens ist, die dafür verantwortlich ist, dass bei der Zeichengenese (Semiose) Objekt und Zeichen einander transzendent werden, denn auch bei natürlichen Zeichen repräsentiert ja etwa die Eisblume gewisse klimatische Parameter wie Temperatur oder Feuchtigkeit der Luft, allerdings kann in diesem Fall nicht die Rede davon sein, dass Zeichen (Eisblume) und Objekt (Klima) einander transzendent sind. Im Gegenteil ist die Eisblume Teil des Klimas, also sozusagen eine "Teilmenge" des Objektes, die sich von Objekt einzig dadurch unterscheidet, dass sie durch einen Interpretanten in einen Kausalzusammenhang zum Klima gebracht und dadurch in einem gewissen Sinne "interpretiert" wird.

Durch die triadische Substitutionsfunktion des Zeichens werden also 3 Objekte des ontischen Raumes (zur Unterscheidung von ontischem und semiotischem Raume vgl. Bense 1975, S. 45f., 65 ff.) zu 3 Kategorien des semiotischen Raumes für diese 3 Objekte sozusagen kopiert, wobei sich die Objekte und die Kopien einander paarweise als transzendent gegenüberstehen. Wir wollen hier vereinbaren, dass wir durchwegs den Standpunkt des Zeichens einnehmen, d.h. wir wollen nicht sagen, dass ein Zeichen seinem Objekt transzendent ist, sondern dass ein Objekt seinem Zeichen transzendent ist. Das bedeutet, dass wir unter einer transzendenten Zeichenklasse eine Zeichenklasse mit 6 Gliedern verstehen, nämlich die 3 Fundamentalkategorien des Peirceschen Zeichens zuzüglich ihrer 3 transzendenten Objekte. Dementsprechend meinen wir mit einer nicht-transzendenten Zeichenklasse einfach eine Peircesche Zeichenklasse mit den 3 Fundamentalkategorien:

Nicht-transzendente Zkl = (3.a 2.b 1.c)

Transzendente Zkl = (3.a 2.b 1.c 0.d ◉.e ◎.f).

wobei also die Korrespondenzhierarchie zwischen transzendenten und nicht-transzendenten Objekten (Kategorien) wie folgt ist:

$$\begin{array}{ccccc} (3.a) & \rightarrow & (2.b) & \rightarrow & (1.c) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (◉.e) & \rightarrow & (0.d) & \rightarrow & (◎.f) \end{array}$$

4. Diese Korrespondenzen ergeben sich also daraus, dass das jeweils obere Glied das untere **substituiert**. Allerdings stehen wir im Grunde jetzt vor einem Berg, da die oberen Glieder Relationen sind, aber die unteren Kategorien. Nach Bense (1975, S. 65 f.) haben daher die unteren Glieder nur Kategorialzahlen, die oberen aber zusätzlich Relationszahlen. Oder anders gesagt: Kategorien sind Relationen mit Relationszahl r = 0. Mit diesem "Trick" und der von Bense vorgeschlagenen Schreibweise $Z^r{}_k$ für "Zeichen" mit r ≥ 0, können wir unser Korrespondenzschema also viel besser wie folgt notieren

$$\left.\begin{array}{ccccc} (Z^3{}_a) & \rightarrow & (Z^2{}_b) & \rightarrow & (Z^1{}_c) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ (Z^0{}_a) & \rightarrow & (Z^0{}_b) & \rightarrow & (Z^0{}_c) \end{array}\right\} \quad a, b, c \in \{.1, .2, .3\}.$$

Somit haben wir das Problem gelöst; die Zeichen (◉, 0, ◎) sind einfach Memoranda für die transzendentalen Entsprechungen von ((.1.), (.2.), (.3.)), aber im Grunde gibt es keinen Zwang ihrer Reihenfolge innerhalb einer transzendenten Zeichenrelation, d.h. wir haben

(3.a 2.b 1.c 0.d ◉.e ◎.f) ~ (3.a 2.b 1.c ◉.e 0.d ◎.f) ~ (3.a 2.b 1.c ◎.f ◉.e 0.d) ~ (3.a ◎.f 2.b 1.c ◉.e 0.d) ~ (0.d 3.a ◎.f 2.b ◉.e 1.c) ~ etc.

Wie man anhand der letzten zwei Äquivalenzen sieht, spricht rein formal sogar nichts dagegen, etwa die Ordnung (3.a → 2.b) oder die komplexe Ordnung (3.a → 2.b → 1.c) durch zwischengeschobene Kategorien mit r = 1 zu unterbrechen.

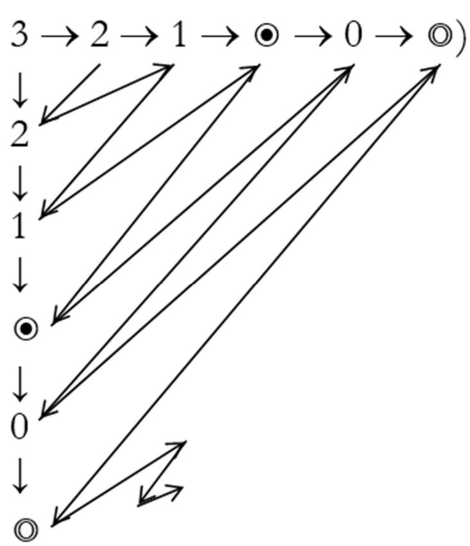
Wie ich in Toth (2008b, c, d, e) gezeigt hatte, ergeben sich daraus (höchst interessante) semotische “Zwischenzahlbereiche”, die einiges mit den transzendentalen Zahlen der quantitativen Mathematik zu tun zu haben scheinen, die ja auch die lineare Reihe der natürlichen Zahlen in gewissen Sinne “unterbrechen”, wobei der meistaus grösste Teil dieser transzendentalen Zahlen gar nicht bekannt ist. Ebenso unterbrechen die transzendenten (oder besser transzendentalen ?) qualitativen Kategorien die lineare Reihe der “Primzeichen”, wobei auch diese semiotischen Zwischenzahlbereiche zum allergrössten Teil noch unbekannt sind.

5. Wir können damit hinsichtlich Transzendentalität der Zeichenklassen unterscheiden zwischen der minimalen, vollständig nicht-transzendenten Zeichenklasse $Zkl_{3,3}$ und der maximalen, vollständig transzendenten Zeichenklasse $ZR_{6,6}$.

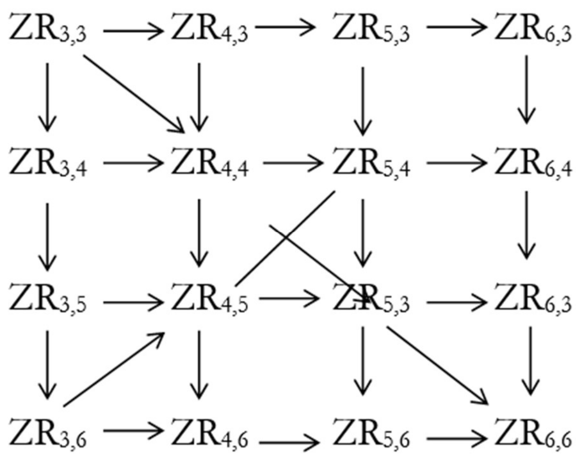
$Zkl_{3,3}$ = (3.a 2.b 1.c)

$Zkl_{6,3}$ = (3.a 2.b 1.c 0.d ⦿.e ◎.f)

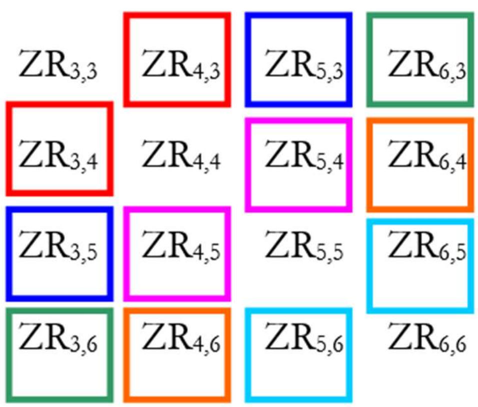
Wie man sieht, gibt es jedoch im Gegensatz zur Linearität natürlicher und transzendenter Zahlen einen “flächigen Weg” zwischen $Zkl_{3,3}$ und $Zkl_{6,3,}$ und zwar den triadischen und den trichotomischen Werten nach:



Wenn man die semiotischen Zeichenzahlen und ihre Zwischen-Zahlen als quadratische Matrix ihrer Zeichenrelationen anordnet, so bekommt folgendes Schema, worin das horizontale und das vertikale Zeichen-Zahlen-Wachstum direkt aus den den semiotischen Systemen zugrunde liegenden Matrizen abgelesen werden kann:



Die Matrix über Zeichenrelationen enthält also selbst wiederum Matrizen, und zwar solche der Gestalt n×n, m×n und n×m. In der folgenden Figur sind die zu einander transpositionellen Matrizen durch die gleiche Farbe markiert:



Demzufolge erhalten wir auch eine neue Eigenrealität

ER = ($ZR_{3,6}$, $ZR_{4,5}$, $ZR_{5,4}$, $ZR_{6,3}$)

sowie eine neue Kategorienrealität

KR = ($ZR_{3,3}$, $ZR_{4,4}$, $ZR_{5,5}$, $ZR_{6,6}$).

6. In Toth (2008f) wurden nun die total 16 semiotischen Systeme, die über den $ZR_{3,3}$, ..., $ZR_{6,6}$ konstruierbar sind, ausführlich in Form von Zeichenklassen und Realitätsthematiken dargestellt, wobei die Systeme folgende Mengen von Repräsentationssystemen enthalten.

(m×m): $S_{ZR3,3} = 10$; $S_{ZR4,4} = 35$; $S_{ZR5,5} = 64$; $S_{ZR6,6} = 95$

(m×n): $S_{ZR4,3} = 15$; $S_{ZR5,3} = 21$; $S_{ZR6,3} = 28$; $S_{ZR5,4} = 53$; $S_{ZR6,4} = 64$;

$S_{ZR6,5} = 100$

(n×m): $S_{ZR3,4} = 20$; $S_{ZR3,5} = 35$; $S_{ZR3,6} = 56$; $S_{ZR4,5} = 60$; $S_{ZR4,6} = 95$;

$S_{ZR5,6} = 95$

Die Frage, die sich jetzt natürlich stellt, ist diejenige der mengentheoretischen Inklusion resp. der qualitativen Fragment-Relation von $S_{x,y}$ mit $y < x$ (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.). Es geht also im wesentlichen um folgende beiden mengentheoretischen Typen, die sich aus rein quantitativ imitieren lassen:

$M = \{0, 1, 3, 4, 5, 8\}$

$N = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

$O = \{1, 3, 5, 8\}$

Zur Betrachtung unserer polykontexturalen Mengen schreiben wir

$O \subset M$ $\quad$ $O \sqsubset M$

$O \not\subset N$ $\quad$ $N \sqsubset M$,

wobei das Zeichen $\subset$ die mengentheoretische Inklusion, das Zeichen $\sqsubset$ die polykontextuarale Fragmentrelation bezeichnet.

Wenn wir Frakturbuchstaben für semiotische Systeme verwenden, können wir folgende drei Theoreme formulieren für transzendente, nicht-transzendente und gemischt transzendent-nicht-transzendente Zeichenklassen, deren Matrizen den Typen m×m, m × n und n×m entsprechen:

Theorem 1: $\mathcal{E}(Zkl_{n \times n}) \subset \mathcal{F}(Zkl_{n+m \times n+m})$ für $m \geq 0$.

(Alle diagonalen Systeme von Zeichenklassen sind abwärts gerichtet ineinander enthalten.)

Theorem 2: $\mathcal{E}(Zkl_{n \times m}) \subset \mathcal{F}(Zkl_{n+i \times m+j})$ für $((n+i)\times(m+j)) \geq (n\times m)$.

(Nur solche Systeme von Zeichenklassen sind ineinander enthalten, bei denen sowohl das m als auch das n ineinander enthalten sind.)

Theorem 3: $\mathcal{E}(Zkl_{n\times m}) \sqsubset \mathcal{F}\ (Zkl_{n+i\times m+j})$ für $i \geq 0$, $j \geq 1$.

(Das System $\mathcal{F}$ darf also im m seiner Matrix mindestens 1 Element mehr enthalten.)

Im folgenden stellen wir die beiden semiotischen Systeme $ZR_{3,5}$ und $ZR_{4,6}$ einander gegenüber. Da die Bedingung $\mathcal{E}(Zkl_{n\times m}) \subset \mathcal{F}\ (Zkl_{n+i\times m+j})$ für $i \geq 0$, $j \geq 1$,für $j = 2$ erfüllt ist, gilt also Theorem 3, und es ist $\mathcal{E}(Zkl_{3\times 5}) \sqsubset \mathcal{F}\ (Zkl_{4\times 6})$. Wir deuten aus praktischen Gründen lediglich einige der Fragmentrelationen mit Verbindungslinien an.

3. ZR3,5 = (3.a 2.b 1.c)	8. ZR4,6 = (3.a 2.b 1.c 0.d)
mit a, b, c, d, e ∈	mit a, b, c, d, e, f ∈
1 (3.0 2.0 1.0)	1 (3.0 2.0 1.0 0.0)
2 (3.0 2.0 1.⊙)	2 (3.0 2.0 1.0 0.⊙)
3 (3.0 2.0 1.1)	3 (3.0 2.0 1.0 0.◎)
4 (3.0 2.0 1.2)	4 (3.0 2.0 1.0 0.1)
5 (3.0 2.0 1.3)	5 (3.0 2.0 1.0 0.2)
6 (3.0 2.⊙ 1.⊙)	6 (3.0 2.0 1.0 0.3)
7 (3.0 2.⊙ 1.1)	7 (3.0 2.0 1.⊙ 0.⊙)
8 (3.0 2.⊙ 1.2)	8 (3.0 2.0 1.⊙ 0.◎)
9 (3.0 2.⊙ 1.3)	9 (3.0 2.0 1.◎ 0.◎)
10 (3.0 2.1 1.1)	10 (3.0 2.0 1.◎ 0.1)
11 (3.0 2.1 1.2)	11 (3.0 2.0 1.◎ 0.1)
12 (3.0 2.1 1.3)	12 (3.0 2.0 1.1 0.1)
13 (3.0 2.2 1.2)	13 (3.0 2.0 1.◎ 0.2)
14 (3.0 2.2 1.3)	14 (3.0 2.0 1.◎ 0.2)
15 (3.0 2.3 1.3)	15 (3.0 2.0 1.1 0.2)
16 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙)	16 (3.0 2.0 1.2 0.2)
17 (3.⊙ 2.⊙ 1.1)	17 (3.0 2.0 1.⊙ 0.3)
18 (3. ⊙ 2.1 1.1)	18 (3.0 2.0 1.◎ 0.3)
19 (3.⊙ 2.⊙ 1.2)	19 (3.0 2.0 1.1 0.3)
20 (3.⊙ 2.⊙ 1.3)	20 (3.0 2.0 1.2 0.3)
21 (3.⊙ 2.1 1.2)	21 (3.0 2.0 1.3 0.3)

22 (3.⊙ 2.1 1.3)
23 (3.⊙ 2.2 1.2)
24 (3.⊙ 2.2 1.3)
25 (3.⊙ 2.3 1.3)
26 (3.1 2.1 1.1)
27 (3.1 2.1 1.2)
28 (3.1 2.1 1.3)
29 (3.1 2.2 1.2)
30 (3.1 2.2 1.3)
31 (3.1 2.3 1.3)
32 (3.2 2.2 1.2)
33 (3.2 2.2 1.3)
34 (3.2 2.3 1.3)
35 (3.3 2.3 1.3)

22 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)
23 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.◎)
24 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
25 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
26 (3.0 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
27 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.◎)
28 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.1)
29 (3.0 2.⊙ 1.1 0.1)
30 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.2)
31 (3.0 2.⊙ 1.1 0.2)
32 (3.0 2.⊙ 1.2 0.2)
33 (3.0 2.⊙ 1.◎ 0.3)
34 (3.0 2.⊙ 1.1 0.3)
35 (3.0 2.⊙ 1.2 0.3)
36 (3.0 2.⊙ 1.3 0.3)
37 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.◎)
38 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.1)
39 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.2)
40 (3.0 2.◎ 1.◎ 0.3)
41 (3.0 2.◎ 1.1 0.1)
42 (3.0 2.◎ 1.1 0.2)
43 (3.0 2.◎ 1.2 0.2)
44 (3.0 2.◎ 1.1 0.3)
45 (3.0 2.◎ 1.2 0.3)
46 (3.0 2.◎ 1.3 0.3)
47 (3.0 2.1 1.1 0.1)
48 (3.0 2.1 1.1 0.2)
49 (3.0 2.1 1.1 0.3)
50 (3.0 2.1 1.2 0.2)
51 (3.0 2.1 1.2 0.3)
52 (3.0 2.1 1.3 0.3)
53 (3.0 2.2 1.2 0.2)
54 (3.0 2.2 1.2 0.3)
55 (3.0 2.3 1.3 0.3)
56 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.⊙)

57 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.⊜)
58 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.1)
59 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.2)
60 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊙ 0.3)
61 (3.⊙2.⊙ 1.⊜ 0.⊜)
62 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊜ 0.1)
63 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.1)
64 (3.⊙ 2.⊙ 1.⊜ 0.2)
65 (3.⊙ 2.⊙ 1.1 0.2)
66 (3.⊙ 2.⊙ 1.2 0.2)
67 (3.⊙2.⊙ 1.1 0.3)
69 (3.⊙ 2.⊙ 1.2 0.3)
70 (3.⊙ 2.⊜ 1.3 0.3)
71 (3.⊙ 2.1 1.1 0.1)
72 (3.⊙ 2.1 1.1 0.2)
73 (3.⊙ 2.1 1.1 0.3)
74 (3.⊙ 2.1 1.2 0.2)
75 (3.⊙ 2.1 1.2 0.3)
76 (3.⊙ 2.1 1.3 0.3)
77 (3.⊙ 2.2 1.2 0.2)
78 (3.⊙ 2.2 1.2 0.3)
79 (3.⊙ 2.2 1.3 0.3)
80 (3.⊙ 2.3 1.3 0.3)
81 (3.1 2.1 1.1 0.1)
82 (3.1 2.1 1.1 0.2)
83 (3.1 2.1 1.1 0.3)
84 (3.1 2.1 1.2 0.2)
85 (3.1 2.1 1.2 0.3)
86 (3.1 2.1 1.3 0.3)
87 (3.1 2.2 1.2 0.2)
88 (3.1 2.2 1.2 0.3)
89 (3.1 2.2 1.3 0.3)
90 (3.1 2.3 1.3 0.3)
91 (3.2 2.2 1.2 0.2)
92 (3.2 2.2 1.2 0.3)

93 (3.2 2.2 1.3 0.3)
94 (3.2 2.3 1.3 0.3)
95 (3.3 2.3 1.3 0.3)

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Wie viele Kontexturgrenzen hat ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Die semiotischen Zahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlbereiche und Transzendenzen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c

Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008d

Toth, Alfred, Semiotische Zwischenzahlbereiche II. . In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008e

Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008f

Das Bühlersche und das Peircesche Zeichenmodell

1. “Der Bezug, in dem das Zeichen als Mittel fungiert, wird ‘Mittelbezug’ genannt (Walther 1979, S. 58). “Ein als Mittel eingeführtes Zeichen bezieht sich auf ein Objekt, hat einen Objektbezug, d.h. es repräsentiert, bezeichnet bzw. steht für ein Objekt, das durch das Mittel bezeichnet bzw. benannt wird” (Walther 1979, S. 62). “Jedes Zeichen als triadische Relation ist nur dann ein vollständiges Zeichen, wenn ein Mittel ein Objekt für jemanden bezeichnet oder – anders ausgedrückt – wenn jemand ein Mittel zur Bezeichnung eines Objektes verwendet” (Walther 1979, S. 73). Allen drei Definitionen ist gemeinsam, dass der Zeichenbegriff undefiniert bereits verwendet wird. Bereits im Mittelbezug wird das Zeichen vorausgesetzt, ohne definiert zu werden. Es ist also **nicht** so, dass das Zeichen wie folgt definiert wird:

1.1. Ein Mittel ist ein ein von einem Interpreten selektiertes reales Objekt.

1.2. Die Relation zwischen dem ursprünglichen und dem selektierten Objekt heisst Mittelbezug.

1.3. Ein Objektbezug entsteht zwischen diesem Mittel und einem (gleichen oder anderen) Objekt, wenn der Interpret eine Substitutionsfunktion zwischen dem Mittel-Objekt und dem zu repräsentierenden Objekt festsetzt.

1.4. Demzufolge kann ein Objekt sowohl ein Teil des Repertoires sein, aus dem das Mittel selektiert wurde, als auch das Objekt, auf das das Mittel im Objektbezugbezug referiert.

1.5. Der Interpretantenbezug ist die Vereinbarung des Interpreten, dass ein Mittel ein Objekt substituiert, d.h. es repräsentiert.

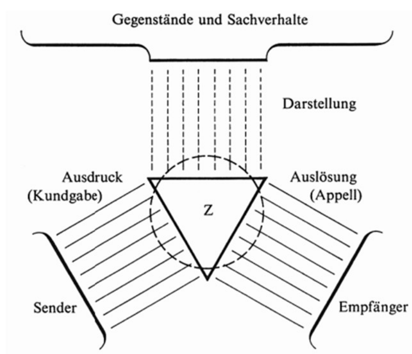
Diese 5 “semiotischen Basisaxiome” sind nicht nur nicht-zirkulär, sondern sie berücksichtigen explizit die Semiose, d.h. Zeichengenese, insofern die Interpretation oder Setzung eines Zeichens als nicht-materielle Relation über Relationen die materiellen Korrelate, welche für die Semiose nötig sind, berücksichtigt. Da der Übergang von der materialen zur relationalen Welt oder, wie sich Bense (1975, S. 45 f., 65 ff.) ausdrückte, vom “ontologischen” zum “semiotischen Raum”, im Rahmen der Präsemiotik abspielt, handelt es sich bei den obigen Axiomen genauer um die präsemiotisch-semiotischen Basisaxiome.

Als Zusatzlemma zum Aufbau der Semiotik benötigt man dann nur noch:

1.6. Der Interpret ist entweder ein Zeichen-Interpret oder ein Zeichen-Setzer. Im ersten Fall handelt es sich um natürliche, im zweiten Fall um künstliche Zeichen.

Ein Zeichen ist danach eine triadische Relation, genannt, Interpretantenbezug, welche eine dyadische Relation, genannt Objektbezug, und eine monadische Relation, genannt Mittelbezug enthält. Da eine Relation eine Teilmenge eines kartesischen Produktes ist, kann man auch sagen, das Zeichen sei eine Teilmenge von Teilmengen von kartesischen Produkten.

2. Nach Bühler ist ein Zeichen eine der drei Relationen eines akustischen Zeichens Z zu Gegenständen und Sachverhalten, einem mpfänger oder einem Sender:



Bezeichnen wir Gegenstände und Sachverhalte mit Ω, Sender mit € und Empfänger mit $\mathcal{R}$ dann können wir das Organonmodell wie folgt skizzieren (vgl. Toth 2009):

$$\begin{array}{ccccc} & & \Omega & & \\ & & \uparrow & & \\ & & (2.3) & & \\ & & \uparrow & & \\ & & Z & & \\ & \swarrow & & \searrow & \\ & (2.1) & & (2.2) & \\ € \quad \swarrow & & & & \searrow \quad \mathcal{R} \end{array}$$

Wir haben dann

2.1. $Z \rightarrow_{(2.1)} €$

2.2. $Z \rightarrow_{(2.2)} \mathcal{R}$

2.3. $Z \rightarrow_{(2.3)} \Omega$

Dann ist 2.1. die Teilklasse der iconischen Zeichen in ihrer Relation zu einem Sender, 2.2. die Teilklasse der indexikalischen Zeichen in ihrer Relation zu einem Empfänger, und 2.3. die Teiklasse der symbolischen Zeichen in ihrer Relation zu Gegenständen und Sachervalten, d.h.

2.1.' $\mathcal{F}_{(2.1)}$: $\{(3.1\ 2.1\ 1.1), (3.1\ 2.1\ 1.2), (3.1\ 2.1\ 1.3)\} \rightarrow €$

2.2.' $\mathcal{F}_{(2.2)}$: $\{(3.1\ 2.2\ 1.2), (3.1\ 2.2\ 1.3), (3.2\ 2.2\ 1.2), (3.2\ 2.2\ 1.3)\} \rightarrow \mathcal{R}$

2.3.' $\mathcal{F}_{(2.3)}$: $\{(3.1\ 2.3\ 1.3), (3.2\ 2.3\ 1.3), (3.3\ 2.3\ 1.3)\} \rightarrow \Omega$

Hier werden also fertige (triadische) Zeichenrelationen des semiotischen Raumes auf reale Kategorien des ontologischen Raumes abgebildet. Das ist also eine Klassifikation der realen Welt mit Hilfe der 10 Zeichenklassen, unterteilt nach ihrem drei Teilklassen aufgrund der drei Objektbezüge – aber keine Definition des Zeichens. Das Zeichen selbst liegt bei Bühler also im "Z", das er im Rahmen seiner Sprachtheorie als akustisches Zeichen definiert. Es bleibt allerdings undefiniert. Gesagt wird im Rahmen des Bühlerschen Organonmodells lediglich, dass sich die Menge der Zeichen in drei "Feldern" (von denen Bühler allerdings nur zwei unterscheidet, cf. Toth 2009) auf die drei realen Kategorien des Sender, des Empfüngers und der Gegenstände/Sachverhalte beziehen kann. Diese Aufgabe kann natürlich auch durch ein dyadisches Zeichen wie dasjenige Saussure (das einzige, das Bühler zu kennen scheint) erfüllt werden. Damit fehlen in Bühlers Sprachtheorie – die doch den Anspruch der "Tieferlegung der Fundamente" (1982, S. 20) und der damit verbundenen Betrachtung "der Sprachtheorie als eines Teiles der Wissenschaftslehre", ja sogar wegen der "Zeichennatur der Sprache" (1982, S. 33) als eines Teils der "Sematologie (1982, S. 34 f.), erhebt, jegliche Grundlagen der Zeichenbildung oder Semiose, wie wir sie oben in 5 Axiomen plus 1 Lemma dargestellt haben. Da diese Axiome fehlen, geht auch der Bezug des Zeichens zum Objekt, das zum Zeichen erklärt wird, d.h. der von Bense (1967, S. 9) so bezeichnete Übergang vom Status des Objektes zum Status des Metaobjekts, verloren. Die ontologischen Korrelate des relationalen Zeichens fehlen, wobei das Zeichen selbst nicht definiert wird. Noch schlimmer: Aufgrund der Tatsache, dass Bühler ausschliesslich, was die “sematologische” Seite seiner Untersuchungen betrifft, auf Saussure referiert, ist nicht einmal klar, ob die relationale Konzeption, die er mit Hilfe seiner “Linienscharen” (1982, S 28) für die Beziehungen des akustischen Zeichens zu den drei ausserlinguistisches Korrelaten festsetzt, auch für die Definition des Zeichens selbst gilt; das Saussuresche Zeichen selbst kann ja nur mühsam in ein relationales Gebilde umhalluziniert werden.

Falls also, wie anzunehmen ist, Z das Saussuresche Zeichen ist (Bühlers Verwendung von “Lautbild”, was wohl die Übersetzung von Saussures “image acoustique” ist, deutet darauf hin), ergeben sich aus seinem Organonmodell lediglich die obigen Bestimmungen 2.1, 2.2 und 2.3, nicht aber 2.1’, 2.2’ und 2.3’. Daraus folgt, dass die Linienscharen sich im Gegensatz zur postulierten Tierferlegung der Fundamente der Sprachtheorie nicht auf die “Sematologie”, sondern auf die Linguistik beziehen – im Rahmen der von Bühler referierten junggrammatisch-indogermanistischen Errungenschaften, gemäss welchen die Sprachtheorie bei den Deiktika, d.h. semiotisch bei den Indizes anfängt, was sogar hinsichtlich der Saussureschen Semiotik und ihrer Behandlung der Onomatopoetika einen Rückschritt darstellt (bei Bühler fehlt ein “Bildfeld”, das aus seiner Zeifeldtheorie eine Dreifeldtheorie hätte entstehen lassen; vgl. Toth 2008) und wegen der Unkenntnis der seit Anton Marty und Havers bekannten syntaktischen und morphologischen Iconismen sogar defizitär ist. Im Grunde genommen kommt aber Bühlers Organonmodell einer zirkulären Definition der Korrelate des Zeichens nahe, wie sie am Anfang nach Walther referiert wurde. Auf diese Weise erhält man aber, wie bereits gezeigt, eine Zeichenklassifikation und keine Zeichendefinition und damit eine phänomenologische Pseudosemiotik und keine echte Zeichentheorie.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1934, Neudruck Stuttgart 1982

Havers, Wilhelm, Handbuch der erklärenden Syntax. Heidelberg 1931

Marty, Anton, Untersuchungen zur Grundlegung der allgemeinen Grammatik und Sprachphilosophie. Halle a.d. Saale 1908

Toth, Alfred, Bühlers Zweifelderlehre und das Organonmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Axiome des Werkzeugs und die Axiome des Zeichens

1. Das Zeichen repräsentiert sein Objekt. So ungefähr lautet eines der basalen Axiome der Semiotik. Wenn ein Zeichen sein Objekt repräsentiert, ersetzt es es, d.h. es steht für das Objekt. Das Zeichen ist damit, wie Bense (1967, S. 9) schön gesagt hatte, im Verhältnis zu seinem Objekt ein Meta-Objekt. Stimmt das aber auch? Ein Zeichen, das sein Objekt iconisch abbildet, repräsentiert es durch eine gewisse Auswahl von Qualitäten dieses Objekts; diese müssen funktional sein; genau darauf basiert Bühlers "Prinzip der abstraktiven Relevanz" (1982, S. 44 ff.). Ein Zeichen, das sein Objekt symbolisch ersetzt, hat mit diesem keine Merkmale gemein, sowohl es, d.h. das Zeichen, als auch die Zuordnung, d.h. das Saussuresche "Band" zwischen Zeichen und Objekt sind also arbiträr, und weil sie arbiträr sind, müssen sie behuf einer kommunikativen Funktion konventionell festgesetzt werden, erst dann ist garantiert, dass das Zeichen sein Objekt wirklich repräsentiert, indem es es substituiert. Wie ist es aber beim indexikalischen Zeichen? Der Index zeigt, verweist auf ein Objekt, aber ersetzt es doch nicht, und damit repräsentiert es vom Zeichen bestenfalls seine geographische Lage, aber nicht das Objekt selbst, wie man etwa anhand eines Wegweisers überlegen kann. Ausserdem könnte man schwerlich behaupten, der Wegweiser sei ein Metaobjekt der Stadt, auf die er verweist.

2. Allen drei Arten von Objektbezügen – dem iconischen, indexikalischen und symbolischen – gemeinsam ist also nur die Verweisfunktion des Zeichens. Denn auch das Bild verweist auf die abgebildete Person, auch das Wort verweist einen Begriff, ein Subjekt oder ein Prädikat, das es lautlich oder schriftlich ersetzt. Ist also alles Zeichen, was verweist? Fast scheint es so, wenn man sich auf die Etymologie von "Zeichen", "Zeug", griech. δείκνυμι "zeigen", altind. diśáti "zeigt, weist", lat. dicere "sagen", got. ga-teihan "anzeigen", dt. zeihen "anschuldigen", zeigen, verlässt, wo also die deiktische Funktion als semiotische Primärfunktion betrachtet wird. Dagegen gehört engl. sign, franz. signe usw. zu lat. secare "abschneiden", dt. Säge, dessen Stamm ausserhalb des Italischen nur noch Altirischen nachgewiesen ist, wo also als Primärfunktion des Abschneiden eines Objektes zum Zwecke der Einführung eines Mittels oder "Repräsentemens" für Etwas, d.h. also wiederum die Substitutionsfunktion, im Zentrum steht.

3. Die Idee, wohl angeregt durch die Etymologie, einen Zusammenhang zwischen Zeichen und Zeug, genauer: Werkzeug, aufzuweisen, geht wohl zurück auf Heidegger (1986, S. 78 ff.): "Das 'Verweisen' als Zeigen gründet vielmehr in der Seinsstruktur von Zeug, in der Dienlichkeit zu. Diese macht ein Seiendes nicht schon zum Zeichen. Auch das Zeug 'Hammer' ist durch eine Dienlichkeit konstituiert, dadurch wird aber der Hammer nicht zum Zeichen. Die 'Verweisung' Zeigen ist die ontische Konkretion des Wozu einer Dienlichkeit und bestimmt ein Zeug zu diesem. Die Verweisung 'Dienlichkeit zu' ist dagegen eine ontologisch-kategoriale Bestimmtheit des Zeugs *als* Zeug. Dass das Wozu der Dienlichkeit im Zeigen seine Konkretion erhält, ist der Zeugverfassung als solcher zufällig. Im rohen wird schon an diesem Beispiel des Zeichens der Unterschied zwischen Verweisung als Dienlichkeit und Verweisung als Zeigen sichtbar. Beide fallen so wenig zusammen, dass sie in ihrer Einheit die Konkretion einer bestimmten Zeugart erst ermöglichen. So gewiss nun aber das Zeigen vom Verweisen als Zeugverfassung grundsätzlich verschieden ist, so unbestreitbar hat doch wieder das Zeichen einen eigentümlichen und sogar ausgezeichneten Bezug zur Seinsart des je umweltlich zuhandenen Zeugganzen und seiner Weltmässigkeit. Zeigzeug hat im besorgenden Umgang eine *vorzügliche* Verwendung".

Später haben Böttner (1980) sowie Bense (1981, S. 33 ff.) semiotische und präsemiotische Bestimmungen der "Werkzeugrelation" versucht:

WkR (Mittel, "Gegenstand", Gebrauch) (Bense 1981, S. 33)

und die WkR als präsemiotisch bestimmt.

Nun ist aber ein Werkzeug kein Objekt, das irgendwas substiuiert noch auf etwas verweist und eben darum primär kein Zeichen. Allerdings unterscheidet sich ein Werkzeug vom blossen Objekt dadurch, dass für andere Objekte zurechtgemacht und also "de-naturiert" oder besser "de-realisiert" ist, und zwar indem es mit dem Objekt, für das es Verwendung finden soll, gewisse Übereinstimmungsmerkmale verliehen bekommt, was Arin und Walther als "Anpassungsiconismen" bezeichnet hatten. Anpassungsiconismen beschreiben also etwa semiotisch die materiale Relationen zwischen Schlüssel und Schloss, Hammer und Nagel, usw.. Ein Schlüssel ist danach ein reales Objekt (zweitheitliche WkR), ein Stück Metall, das zu einem bestimmten Gebrauch (drittheitliche WkR) als Mittel bestimmt wird, ein "geformter Mittler" (erstheitliche WkR), wie Bühler (1982, S.xxi) sagte. Die gemeinsame Etymologie von “zeigen” und “Zeug” rührt also wohl daher, dass es sich hier um aufeinander verweisende Paare handelt (Schlüssel/Schloss, Hammer/Nagel, Säge/Holz, Anzünder/Glimmstengel, Kleiderbügel/Kleid, Türe/Rahmen), die aber trotzdem nicht zu den Dichotomien von Urbild/Abbild, Subjekt/Objekt, Zeichen/Objekt usw. gehört, also deswegen trotz ihres semiotischen Namens nicht primär iconisch, sondern indexikalisch sind.

4. Die Axiome der Semiose sind:

4.1. Ein Mittel ist ein ein von einem Interpreten selektiertes reales Objekt.

4.2. Die Relation zwischen dem ursprünglichen und dem selektierten Objekt heisst Mittelbezug.

4.3. Ein Objektbezug entsteht zwischen diesem Mittel und einem (gleichen oder anderen) Objekt, wenn der Interpret eine Substitutionsfunktion zwischen dem Mittel-Objekt und dem zu repräsentierenden Objekt festsetzt.

4.4. Demzufolge kann ein Objekt sowohl ein Teil des Repertoires sein, aus dem das Mittel selektiert wurde, als auch das Objekt, auf das das Mittel im Objektbezugbezug referiert.

4.5. Der Interpretantenbezug ist die Vereinbarung des Interpreten, dass ein Mittel ein Objekt substituiert, d.h. es repräsentiert.

Diese Axiome gelten gleicherweise für iconische wie für symbolische Zeichen.
Für indexikalische Zeichen muss wie folgt abgeändert werden:

4.3.’ Subsitutionsfunktion → Verweisfunktion

4.4.’ Es gilt nur die zweite Hälfte der Alternative.

Ersetzt man also 4.3 durch 4.3’ und 4.4 durch 4.4’, erhält man ein semiotisches Axiomenschema, das auch für Indizes gilt.

5. Die Axiome der Werkzeugrelation sind:

5.1. Ein Mittel ist ein ein von einem Interpreten selektiertes reales Objekt.

5.2. Die Relation zwischen dem ursprünglichen und dem selektierten Objekt heisst Mittelbezug.

5.3. Ein Gegenstandsbezug entsteht zwischen diesem Mittel und einem (gleichen oder anderen) Objekt, wenn der Interpret eine Gebrauchsfunktion zwischen dem Mittel-Objekt und dem zu verweisenden Objekt festsetzt.

5.4. Demzufolge kann ein Objekt sowohl ein Teil des Repertoires sein, aus dem das Mittel selektiert wurde, als auch das Objekt, auf das das Mittel im Objektbezugbezug referiert.

5.5. Der Interpretantenbezug ist die Vereinbarung des Interpreten, dass ein Mittel auf ein Objekt verweist, aber es weder substituiert noch repräsentiert.

Die 5 Axiome der WkR weichen nur in den unterstrichenen Passagen von den 5 Axiomen der Zeichenrelation ab. Ersetzt man also in den allgemeinen semiotischen Axiomen "Repräsentation" bzw. "Substitution" durch "Verweis" oder "Referenz" und lässt man neben thetischer Setzung und Interpretation den Gebrauch eines Objektes als Einführung einer Semiose zu, dann können das Werkzeug und das Zeichen durch die gleichen Axiome erfasst werden. Der Heideggersche Einwand, dass die "Dienlichkeit" bzw. "Zuhandenheit" im einen Fall zu einem Werkzeug, im andern Fall zu einem Zeichen führt, fällt weg, da wir ja nicht von "Dienlichkeit", sondern von "Verweis", also einer a priori semiotischen Funktion ausgehen. Der Unterschied zwischen Werkzeug und Zeichen besteht dann mit der Zulassung des Gebrauchs als zeichenstiftender Handlung nur noch darin, wie Bühler sagt: "Nur sind es nicht die materiellen Dinge, die auf den sprachlichen Mittler reagieren, sondern es sind die lebenden Wesen, mit denen wir verkehren" (1982, S. xxi).

Bibliographie

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1934, Neudruck Stuttgart 1982

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Böttner, Marguerite, Notes sémiotiques et parasémiotiques sur l'outil. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 67-73

Heidegger, Sein und Zeit. Nachdruck der 16. Aufl. Tübingen 1986

Vom Nutzen und Nachteil der Zeichen

1. Wozu nützen Zeichen? Nach Bense (1967, S. 9) sind Zeichen Meta-Objekte, die Antwort auf die Frage ergibt sich daher aus den Objektbezügen der Zeichen. Im Falle eines Icons bildet ein Zeichen das Objekt ab, d.h. es substituiert es. Im Falle eines Symbols substituiert das Zeichen ein Objekt ebenfalls, allerdings nicht aufgrund gemeinsamer Merkmale mit seinem Objekt, sondern rein konventionell oder arbiträr, wie Saussure betonte. Allerdings lässt sich die Funktion der Substitution für den Index nicht anwenden, denn man wird schwerlich behaupten können, ein in die Richtung einer Stadt weisender Wegweiser würde die Stadt ersetzen. Was also macht der Index? Er ersetzt nicht ein Objekt, sondern eine sprachliche Aussage über ein Objekt – etwa die Antwort auf die Frage, wo die betreffende Stadt liege. Dennoch wird man aber den Index nicht als meta-semiotisches, d.h. sprachliches Zeichen bezeichnen dürfen, denn er bedarf ja der Sprache nicht, um wirksam zu sein. Allerdings folgt aus dem Vergleich von Icon, Index und Symbol, dass wir eine neue, und zwar allen drei Objektbezügen gemeinsame, Funktion von Zeichen benötigen. Und zwar möchte ich hier den Begriff der "**Vermittlung**" vorschlagen: Ein Icon **vermittelt** z.B. eine lebende Person in einem Bild oder eine Statue, ein Index **vermittelt** Orientierungen, z.B. den Weg in eine Stadt, und ein Symbol **vermittelt** abstrakte Begriffe, indem es konventionell festgesetzte Begriffe für sie einsetzt.

2. Zwischen was vermittelt ein Zeichen? Der Begriff der Vermittlung setzt mindestens zwei Dinge voraus, zwischen denen vermittelt wird. Bense hatte wiederholt darauf hingewiesen, dass das Zeichen zwischen "Welt" und "Bewusstsein" vermittle. Das Zeichen ist dabei das Dritte. In meinem Buch "Grundlegung einer mathematischen Semiotik" (Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008) hatte ich einige Zitate hierzu aus der Stuttgarter Schule zusammengestellt:

> Für die Semiotik Peircescher Prägung ist "eine absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' […] einem Bewußtsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979, S. 59). Dennoch wird das Bewußtsein verstanden als "ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor" (Bense 1976, S. 27), denn Peirce hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er

> beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet” (Walther 1989, S. 76). Genauer gesagt, gibt “der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse auch das erkenntnistheoretische Subjekt, der Realisationszusammenhang der Objektthematik auch das erkenntnistheoretische Objekt” an (Gfesser 1990, S. 133): “Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) ‘Welt’ und (erkennendem) ‘Bewußtsein’ zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die ‘Erkenntnisrelation’, herzustellen” (Bense 1976, S. 91).

Aus den genannten Textstellen folgt, dass das Zeichen zwei Transzendenzen besitzt: Die Transzendenz des Objektes und die Transzendenz des Interpretanten, die man mit Günther vielleicht besser als “Introszendenz” bezeichnete. Jedenfalls sind vom Zeichen als Vermittlungsfunktion zwischen Welt und Bewusstsein her beide unerreichbar, und zwar deshalb, weil sie vom Zeichen durch Kontexturgrenzen geschieden sind. Wie steht es aber um den Mittelbezug? Da wenigstens das realisierte, konkrete Zeichen mit dem Mittel seines Mittelbezugs in der Welt der Objekte verankert ist, ist die Beziehung zwischen dem Zeichen und seinem Träger immanent. Von hier ergibt sich also die Sonderstellung der Zeichen zwischen Immanenz und Transzendenz (sowie Introszendenz). Zeichen werden also benötigt, um etwas Abwesendes abzubilden, auf etwas Fernes hinzuweisen, um Begriffe, die sich sowohl des Bildes als auch des Hinweises entziehen, mit Namen zu versehen. Ohne Zeichen gäbe es nicht nur keine Kommunikation, sondern Kommunikation ohne Zeichen, d.h. allein mit Objekten ist unmöglich.

3. Und damit kommen wir zum Nachteil der Zeichen. Zeichen sind begrenzt durch das ihnen ewig transzendente Objekt und das ihnen ebenfalls ewig introszendente Bewusstsein. Niemals gelingt es, mit einem Zauberspruch das Photo der Geliebten in die Geliebte selbst zu verwandeln bzw. umgekehrt. Niemals wird sich durch ein Simsalabim an der Stelle des Wegweisers die verwiesene Stadt einfinden bzw. umgekehrt, und niemals wird der Begriff “Liebe” fühlbar durch Aussprechen des Wortes “Liebe” bzw. umgekehrt. Niemals können aber auch durch Zeichen keine Rückschlüsse auf den Interpretanten gewonnen werden, da Zeichen von allen benutzt werden können (bzw. sollen) und daher überindividuell sind.

Streng genommen ist all dies auch völlig unnötig, denn die Zeichen wurden ja dazu geschaffen, um Objekte, wenigstens im oben abgesteckten begrenzten Rahmen, zu ersetzen und das Sich-Beklagen über die metaphysischen Limitationen des Zeichens ist also ein Hysteron-Proteron. Will man daher die Objekte, greift man auf diese zurück und lässt die Zeichen Zeichen sein. Wer so argumentiert, vergisst allerdings eines: Zeichen sind aus einer gewissen Not geschaffen, das Abwende anwesend, das Ferne nah und das Nichtfassbare fassbar zu machen. Als solche erfüllen sie eminent praktische (Icon und Index) als auch eminent theoretische Funktionen (Symbol). Der Mensch, der eine Sprache lernt, lernt mit den Zeichen bzw. ihren Objektbezügen unter Umständen auch von Objekten, die er nie real wahrgenommen hat und daher wahrnehmen können möchte. Und wenn die Objekte schlichtweg nicht da sind, haben wir zwar noch die Zeichen, aber diese sind durch ihren Weder-Fisch-noch-Vogel-Status als Vermittlungsfunktion eben kein wirklicher Ersatz für das anwesende, konkrete und greifbare Objekt. Man entsinne sich des liebeskranken Soldaten auf seiner Pritsche in der Kaserne, das Photo oder die Haarlocke der fernen Geliebten küssend. Oder man erkläre sich die Tausenden von Touristen, die als "Spurenjäger" die Wohnhäuser berühmter verstorbener Personen besuchen, als würde noch der "Geist" dieser Berühmten darin hausen. In Doris Dörries Film "Kirschblüten – Hanami" (2008) geht das soweit, dass der Mann der Frau, die stirbt, bevor sie ihren Wunsch, den Fudschijama zu sehen, angetan mit den Kleidern seiner Frau unter den seinen und ihren Photos im Gepäck nach Japan reist und dabei völlig überzeugt ist, er hole die ersehnte Reise für die Verstorbene nach.

4. In all diesen Beispielen zeigt sich die dem Menschen offenbar immanente oder sogar innative Sehnsucht, die Transzendenz aufzuheben und über eine Brücke ein jeweiliges Jenseits zu betreten. Gotthard Günther sagte in seinem "Selbstbildnis im Spiegel Amerikas" (Hamburg 1975) sehr richtig, dass die Abgründe, die das irdische Diesseits vom himmlischen Jenseits trennen nicht grösser und nicht kleiner sind als der Abgrund, den ein Ich von einem Du trennt. Er zeigte ferner in seinen übrigen Schriften eindrücklich, wie man einen Zählprozess im Diesseits beginnen und im Jenseits weiterführen kann. Ferner wies er nach, dass es nicht nur ein, sondern unendlich viele Jenseitse gibt. Diese können dadurch ermittelt werden, dass man Grenzen findet, die Kontexturengrenzen sind und nicht nur Grenzen, die zwei Teile des Diesseits voneinander trennen. Mit Hilfe der von Günther im Anschluss an Natorps platonische

Zahlkonzeption zuerst so bezeichneten “Mathematik der Qualitäten” ist es also möglich, die Grenzen zwischen Diesseits und Jenseits zu überwinden.

Und damit kommen wir wieder auf das Zeichen zurück: Zeichen evozieren Sehnsüchte nach ihren Objekten, und diese Sehnsüchte können nur dadurch überwunden werden, dass die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt abgebrochen werden. Gibt es also eine “Semiotik der Qualitäten”? Oder ist Semiotik nicht schon per se eine Wissenschaft der Qualität? Doch bevor wir auf diese Fragen kommen, eine wichtigere Frage zunächst: Die von Peirce eingeführte Semiotik ist auf die mathematisch-logische Relationentheorie gegründet. Wenn aber danach die Semiotik ein Teil der Mathematik ist, müsste es dann nicht ebenfalls möglich sein, dass die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben werden können? Nun aber zurück zur Frage: Was für Gebilde sich eigentlich Zeichenklassen und Realitätsthematiken? Die triviale Antwort lautet: Da es keine quantitativen Gebilde sind, müssen es qualitative sein. Daraus aber folgt ein Paradox: Wenn die Semiotik also eine Theorie qualitativer Zeichen ist, sind dann nicht schon die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekten aufgehoben? Schliesslich vermittelt das Zeichen ja zwischen Welt und Bewusstsein, und obwohl sie diese nie erreicht, steht ja in einem semiotischen Erkenntnisschema nach einem obigen Zitat die Zeichenklasse für den Subjektpol und die Realitätsthematik für den Objektpol der Erkenntnisrelation.

Nun ist es eine Tatsache, dass ein Photo ein Photo und nicht das darauf abgebildete Objekt ist, und entsprechend vermittelt das Photo als Zeichen zwischen mir und der abgebildeten Person. Wenn ich also via Photo zur Person gelangen will, muss ich die Kontexturgrenzen zwischen dem Photo und der Person aufheben. Was passiert aber dann mit dem ohnehin qualitativen Zeichen? Offenbar etwas anderes als mit der ursprünglich quantitativen Zahl, welche durch Öffnung der Kontexturgrenzen qualitativ bzw. quanti-qualitativ/ quali-quantitativ wird.

5. Ich denke, dass genau hier ein immens wichtiger Punkt erreicht ist. In meinen bisherigen Arbeiten wird nämlich der Übergang von der monokontexturalen zur polykontexturalen Zeichenrelation durch Kontexturierung der die Zeichenrelation konstituierenden Subzeichen erreicht:

$(3.a\ 2.b\ 1.c\ ) \rightarrow (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q})$ mit $i, ..., q \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$ und $K = 4$

R. Kaehr hat in seinem jüngsten Aufsatz "Polycontexturality of Signs" die Existenz polykontexturaler Zeichen in Frage gestellt. In teilweiser Übereinstimmung mit der Ansicht Kaehrs möchte ich hier wie folgt argumentieren: Polykontexturale Systeme müssen disseminiert sein, und zwar über der kenomischen Matrix. Nun gibt es natürlich keine "Keno-Zeichen", wie sie Kronthaler sich einmal ausgedacht hatte, denn das Zeichen als Relation basiert auf der Peanoschen Nachfolgerelation und diese ist in der Kenogrammatik aufgehoben. Ausserdem könnte ein "leeres" Zeichen weder etwas abbilden, noch auf etwas hinweisen, noch etwas ersetzen, denn ein Kenogramm ist ja nur ein Platzhalter. Trotzdem ist die Idee, die Kontexturengrenzen, die das Zeichen in seinem semiotischen Raum von den Objekten in deren ontologischem Raum trennen, keineswegs absurd.

Ich hatte schon in meinen zwei Bänden "Semiotics and Pre-Semiotics" und in dem Prodromus "Der sympathische Abgrund" (alle Klagenfurt 2008) vorgeschlagen, das Problem dadurch zu lösen, dass das Objekt des Zeichens als kategoriales (und 0-relationales) Objekt in die triadische Zeichenrelation eingebettet wird, welche dadurch zu einer tetradischen Zeichenrelation wird:

$(3.a\ 2.b\ 1.c) \parallel (0.d) \rightarrow (3.a\ 2.b\ 1.c\ \nparallel\ 0.d)$

Das Zeichen "$\parallel$" bezeichnet die Kontexturengrenze zwischen der Zeichenrelation und dem kategorialen Objekt, und das Zeichen "$\nparallel$" damit deren Aufhebung.

Da das Zeichen selbst eine qualitative Grösse ist, genügt im Prinzip die Inkorporation des kategorialen Objektes, um es zu einer mehr-kontexturalen Grösse zu machen, d.h. einer Grösse, die Platz für die Kontextur des Zeichens und des Objektes hat.

Man kann nun einen Schritt weitergehen und sich fragen, was die folgende Transformation bedeute:

$(3.a\ 2.b\ 1.c\ \nparallel\ 0.d) \rightarrow (3.a_{i,j,k}\ 2.b_{l,m,n}\ 1.c_{o,p,q}\ \nparallel\ 0.d_{r,s,t})$ mit $i, ..., t \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$ und $K = 4$

Davon abgesehen, dass hiermit das logische Identitätsgesetz aufgehoben wird, garantiert diese Schreibung im Grunde nur, dass die linke Seite der Transformationsbeziehung sozusagen ein statischer Ausschnitt aus dem dynamischen Vermittlungssystem polykontexturaler Zeichenklassen ist.

6. Damit kommen wir zu der weiteren entscheidenden Frage, was es eigentlich für ein Zeichen bedeutet, wenn das Identitätsgesetz aufgehoben ist. Nach Bense ist das Zeichen an sich eigenreal, d.h. es bezieht sich nur auf sich selbst und nicht auf eine nicht-zeichenhafte Realität. Wie er in seinem letzten Buch "Die Eigenrealität des Zeichens" (Baden-Baden 1992) gezeigt hatte, können konkrete Zeichen nur deshalb ein thematisch Anderes, d.h. ein Objekt bezeichnen, weil sie zunächst als abstrakte Zeichen selbst-identisch sind. Dies wird ausgedrückt in Benses berühmter Formel von der "Eigenrealität der Zeichen" in Form der dualinversen Identität von Zeichenrelation und Realitätsthematik der Zeichenklasse

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$ bzw.

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$

Weiter hat Bense gezeigt, dass der semiotische Fundamentalsatz von Peirce, dass kein Zeichen alleine auftreten kann und dass daher Zeichen immer in Konnexen gebunden sind, an diese Eigenschaft der Eigenrealität gebunden ist, indem diese erst die Autoreproduktivität des Zeichens ermöglicht. Nun hat aber Kaehr gezeigt, dass bereits für K = 3 gilt

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$ bzw.

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

D.h. es gibt schon in einer 3-kontexturalen Semiotik keine Eigenrealität und damit keine Zeichenkonnexe mehr, denn die 3-kontexturale Zeichenklasse $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$ hängt im Gegensatz zur 1-kontexturalen Zeichen nicht mehr in mindestens 1 Subzeichen mit jeder der 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realiätsthematiken zusammen, wie dies innerhalb des von Elisabeth Walther formalisierten determinantensymmetrischen Dualsystems gefordert wird (Semiosis 27, 1982). Damit fällt aber im Grunde der Begriff des Zeichens dahin.

7. Ist aber darum ein Ausdruck wie

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$

a priori sinnlos? Ich denke, nein, denn alles hängt ab von der Interpretation des Begriffes "(semiotische) Kontextur". Z.B. ist es ja möglich, die Zeit kontexturell zu gliedern, wie dies bereits Günther in einem New Yorker Vortrag in den 60er Jahren aufgezeigt hatte. Kaehr hatte in einer rezenten Publikation auf die Verteilung deiktischer Pronomina bzw. epistemischer Relationen (subjektives/ objektives Subjekt und Objekt) hingewiesen. Gerade der wie in der traditionellen Logik so auch in der klassischen Semiotik fehlende Zeitbegriff könnte durch Kontexturierung der Zeichenklassen in die Semiotik eingeführt werden. Ausserdem könnte man mit Kaehrs Vorschlag Sprachen auf die semiotischen Basistheorie zurückführen, deren Verbalkonstruktionen nicht nur wie üblich Subjekte, sondern zugleich Objekte kodieren (vgl. ungarisch

szeretek "ich liebe/ich liebe etw." vs. szeretem "ich liebe ihn/sie" vs. szeretlek "ich liebe Dich"). Im Mordwinischen etwa kann die ganze Palette von "ich", "du, "er/sie", "wir", "ihr", "sie" mit und ohne direktes Objekt (= logisches objektives Objekt) paradigmatisch durchgespielt werden, vgl. auch die noch komplizierteren Verhältnisse im Gröndländischen. Auf ein besonders interessantes Anwendungsgebiet semiotischer Kontexturen weise ich nur am Rande hin: Die 10 Peirceschen Realitätsthematiken präsentieren jeweils zwei Typen thematisierter und thematisierenden Realitäten, die folgende Form haben:

1. $\times(3.1\ 2.1\ 1.3) = (3.1\ 1.2\ 1.3) \rightarrow (X \leftarrow (AB))$

2. $\times(3.1\ 2.3\ 1.3) = (3.1\ 3.2\ 1.3) \rightarrow ((AB) \rightarrow (X))$

Nur in der Differenzmenge der 27-10 = 17 "irregulären" Zeichenklassen treten von mir so genannte Sandwich-Thematisationen der folgenden Form auf:

3. $\times(3.1\ 2.2\ 1.1) = (1.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (A \rightarrow X \leftarrow B)$,

wobei in allen Fällen A und B zur gleichen Trichotomie gehören (und daher als thematisierend angesehen werden).

In allen diesen sowie noch mehr verzwickten Fällen (die alle von tetradischen Zeichenklassen an auftreten) könnten mit Hilfe semiotischer Kontexturen thematische Prioritätenhierarchien definiert werden. Dies wäre deswegen von Interesse, weil wir bei Permutationen z.B. folgende Strukturen vorfinden:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.2\ 1.3}) = (X \leftarrow (AB))$

$(2.1\ 3.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.3\ 1.2}) = (X \leftarrow (BA))$

$(3.1\ 1.3\ 2.1) \times (\underline{1.2}\ 3.1\ \underline{1.3}) = (A \rightarrow X \leftarrow B)$

$(2.1\ 1.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.1\ \underline{1.2}) = (B \rightarrow X \leftarrow A)$

$(1.3\ 3.1\ 2.1) \times (\underline{1.2\ 1.3}\ 3.1) = ((AB) \rightarrow X)$

$(1.3\ 2.1\ 3.1) \times (\underline{1.3\ 1.2}\ 3.1) = ((BA) \rightarrow X)$.

8. Eine ganz kurze Zusammenfassung könnte wie folgt lauten: Die Auffassung der Stuttgarter Schule, das Peircesche Zeichen sei a priori polykontextural, ist nicht ganz von der Hand zu weisen. So thematisieren die 10 Zeichenklassen 10 Realitäten, was sowohl der monokontexturalen Ontologie wie Logik widerspricht. Ausserdem ist der Zeichenbegriff ebenfalls a priori qualitativ, und die quantitative (numerische) Fassung der Zeichenrelationen, wenigstens in dem Rahmen, als sie Peirce gegeben hatte, benutzt lediglich einige Elemente der Sprache der Mathematik und nicht mehr. Trotzdem ist es richtig, dass auch beim System der 10 Realitäten die logische Identität gewahrt bleibt. Ausserdem folgt die Definition der Zeichenrelation als Relation über Relationen der Peanoschen Induktion und ist natürlich auch von hier aus monokontextural. Kontexturiert man aber diese Zeichenrelationen, eröffnen sich einem ungeahnte Anwendungsmöglichkeiten, von denen die Semiotik bisher nur träumen konnte. Es ist R. Kaehrs Verdienst, darauf hingewiesen zu haben. Der Zeichenbegriff selbst entspringt wohl dem dem Menschen an- und eingeborenen Bedürfnis, sich auszudrücken und mitzuteilen, indem es abwesende, ferne und abstrakte Objekte auf der Basis von Abbildung, Hinweis und Konvention verfügbar macht. Von hier aus kann sich in der Form eines Hysteron-Proterons das Bedürfnis des Menschen an die hinter den Zeichen steckenden Objekte zu kommen in der magischen Form bemerkbar gemacht haben, die Zeichen selbst in die von ihnen bezeichneten Objekten zu transformieren und also eine polykontexturale Operation durch Aufhebung der Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt vorzunehmen. Deshalb ist es trotz der von Kaehr wohl zu Recht geäusserten Bedenken sinnvoll, Zeichenklassen zu kontexturieren, zumal es von der Interpretation der semiotischen Kontexturen abhängt, welche Anwendungen für die Semiotik daraus resultieren.

Die qualitativen polykontextural-semiotischen Funktionen

1. Allgemeines zu polykontextural-semiotischen Funktionen

In Toth (2008b) wurden polykontextural-semiotische Handlungsschemata eingeführt. Sie basieren auf der polykonexturalen Zeichenrelation (PZR)

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d),

die sich von der monokontexturalen Peirce-Benseschen Zeichenrelation (ZR)

ZR = (3.a 2.b 1.c)

durch Einbettung oder Lokalisierung des kategorialen Objektes der Nullheit (0.d) in seiner trichotomischen Ausdifferenzierung als Sekanz (0.1), Semanz (0.2) oder Selektanz (0.3) unterscheidet. PZR ist polykontextural, weil damit die Grenze zwischen Zeichen und Objekt formal aufgehoben ist.

Aufgrund von Toth (2009a, b, c, d) kann ZR in Form einer qualitativen Zeichenrelation geschrieben werden:

ZR = {△, ◭ , ▲, ◽, ◨ , ■, ○, ◑, ●}

Wenn wir vereinbaren, dass ⊓ für (0.1), ⊔ für (0.2) und ⊏ für (0.3) stehe, dann können wir also PZR wie folgt notieren:

PZR = {⊓, ⊔, ⊏, △, ◭ , ▲, ◽, ◨ , ■, ○, ◑, ●}

Polykontextural-semiotische tetradische Handlungsschemata basieren nun auf semiotischen triadischen Kreationsschemata der allgemeinen Form

$$\begin{array}{lll} (c.d) & & (b.a) \\ \curlywedge \gg (e.f) & \times & \curlywedge \gg (f.e) \\ (a.b) & & (d.c) \end{array}$$

wobei also nicht nur die Trichotomien, sondern auch die Triaden verallgemeinert werden, da neben regulären triadischen Zeichenklassen der Form (3.a 2.b 1.c) auch deren 6 Permutationen definiert sind (vgl. Toth 2008a, S. 177

ff.), so dass also von der allgemeinen Form ZR = (a.b c.d e.f) von triadischen Zeichenklassen ausgegangen wird. Da für polykontexturale Zeichenklassen also von der allgemeinen Form PZR = (a.b c.d e.f g.h) für Zeichenklassen ausgegangen wird, haben wir die folgende Form polykontexturaler Handlungsschemata

$$\begin{array}{ccccccccc} & & (c.d) & & & & & (f.e) & \\ (a.b) & \gg & \curlyvee & \succ (g.h) & \times & (h.g) & \gg & \curlyvee & \succ (b.a) \\ & & (e.f) & & & & & (d.c) & \end{array}$$

so dass im tetradischen Falle also alle 24 Permutationen einer polykontexturalen Zeichenklasse definiert sind.

Der semiotische Funktionsbegriff wird nun als Abstraktion des semiotischen Handlungsbegriffs eingeführt, der seinerseits ja als Verallgemeinerung des semiotischen Kreationsbegriffs eingeführt worden war. Wir können nämlich die triadischen semiotischen Zeichenklassen nun wie folgt als monokontextural-semiotische Zeichenfunktionen schreiben

$$(a.b, c.d, e.f) \equiv (e.f) = f(a.b, c.d),$$

wobei, wie gesagt, a, b, c, d, e, f alle Werte $\in \{1, 2, 3\}$ annehmen kann. Dasselbe gilt auch für die erweiterte Wertemenge a, ..., h $\in \{0, 1, 2, 3\}$ der tetradischen polykontexturalen Zeichenklassen, die wir nun wie folgt als polykontextural-semiotische Zeichenfunktionen einführen

$$(a.b, c.d, e.f, g.h) = (g.h) = f(a.b, c.d, e.f).$$

Ich möchte betonen, dass die Tatsache, dass a, ..., h alle Werte annehmen können, zur Folge hat, dass durch polykontextural-semiotische Funktionen jedes Subzeichen “kreiert” wird, und zwar natürlich auch das kategoriale Objekt (0.d), d $\in \{.1, .2, .3\}$, so dass also sowohl ein Zeichen ein Objekt wie ein Objekt ein Zeichen erzeugen kann in Übereinstimmung mit der polykontexturalen Einführung der tetradischen Zeichenrelation PZR.

2. Bevor wir uns den 1162 möglichen polykontextural-semiotischen Funktionen, entsprechend der Anzahl der möglichen polykontextural-semiotischen

Handlungsschemata, widmen, wollen wir noch auf eine allgemeine Besonderheit dieser Funktionen hinweisen.

2.1. Es gibt homogene, homogen-heterogene und heterogene Funktionen. Beispiele:

(⊓) = f(△, ◻)
(◻) = f(△, ⊓)
(⊓) = f(△, ◻, ○)

2.2. Es gibt komplementäre und nicht-komplementäre Funktionen. Beispiele:

(⊓) = f(△, ◻)	vs.	(⊔) = f(△, ◻)
(◻) = f(◨, ⊔*)	vs.	(◻) = f(⊔*, ■)
(⊓) = f(△, ◻, ○)	vs.	(⊔) = f(◭, ○, ◨)

2.3. Es gibt duale und nicht-duale Funktionen. Beispiele:

[((⊓) = f(△, ◻)] × [(⊓*) = f(◭, △)]
[(◻) = f(⊏, ◭)] × [(◭) = f(◻, ⊏*)]
[(⊓) = f(△, ◻, ○)] × [(⊓*) = f(▲, ◭, △)]

3. Die 1162 polykontextural-semiotischen Funktionen sind also Funktionen über 2 (im Falle von partiellen Funktionen) oder über 3 Variablen:

Minimales Schema: w = (x, y)
Maximales Schema: w = (x, y, z)

3.1. 12 Funktionen mit w = (⊓)

1. (⊓) = f(△, ◻)

2. (⊓) = f(△, ◻, ○)

3. (⊓) = f(△, ○)

4. (⊓) = f(△, ○, ◻)

5. (⊓) = f(◻, △)

6. (⊓) = f(◻, △, ○)

7. (⊓) = f(◻, ○)

8. (⊓) = f(◻, ○, △)

9. (⊓) = f(○, △)

10. (⊓) = f(○, △, ◻)

11. (⊓) = f(○, ◻)

12. (⊓) = f(○, ◻, △)

3.2. 41 Funktionen mit w = (⊔)

1. (⊔) = f(△, ◻)

2. (⊔) = f(△, ◻, ○)

3. (⊔) = f(△, ○)

4. (⊔) = f(△, ○, ◻)

5. (⊔) = f(◭, ◻, ○)

6. (⊔) = f(◭, ◨)

7. (⊔) = f(◭, ◨, ○)

8. (⊔) = f(◭, ◨, ◑)

9. (⊔) = f(◭, ○)

10. (⊔) = f(◭, ○, ◻)

11. (⊔) = f(◭, ○, ◨)

12. (⊔) = f(◭, ◑)

13. (⊔) = f(◭, ◑, ◨)

14. (⊔) = f(◻, △)

15. (⊔) = f(◻, △, ○)

16. (⊔) = f(◻, ◭)

17. (⊔) = f(◻, ◭, ○)

18. (⊔) = f(◻, ○)

19. (⊔) = f(◻, ○, △)

20. (⊔) = f(◻, ○, ◭)

21. (⊔) = f(◨, ◭)

22. (⊔) = f(◨, ◭, ○)

23. (⊔) = f(◨, ◭, ◑)

24. (⊔) = f(◨, ○)

25. (⊔) = f(◨, ○, ◭)

26. (⊔) = f(◨, ◑)

27. (⊔) = f(◨, ◑, ◭)

28. (⊔) = f(○, △)

29. (⊔) = f(○, △, ◻)

30. (⊔) = f(○, ◭)

31. (⊔) = f(○, ◭, ◻)

32. (⊔) = f(○, ◭, ◨)

33. (⊔) = f(○, ◻)

34. (⊔) = f(○, ◻, △)

35. (⊔) = f(○, ◻, ◭)

36. (⊔) = f(○, ◨)

37. (⊔) = f(○, ◨, ◭)

38. (⊔) = f(◑, ◭)

39. (⊔) = f(◑, ◭, ◨)

40. (⊔) = f(◑, ◨)

41. (⊔) = f(◑, ◨, ◭)

3.3. 92 Funktionen mit w = (⊏)

1. (⊏) = f(△, ◻)

2. (⊏) = f(△, ◻, ○)

3. (⊏) = f(△, ○)

4. (⊏) = f(△, ○, ◻)

5. (⊏) = f(◭, ◻)

6. (⊏) = f(◭, ◻, ○)

7. (⊏) = f(◭, ◨)

8. (⊏) = f(◭, ◨, ○)

9. (⊏) = f(◭, ◨, ◑)

10. (⊏) = f(◭, ○)

11. (⊏) = f(◭, ○, ◻)

12. (⊏) = f(◭, ○, ◨)

13. (⊏) = f(◭, ◑)

14. (⊏) = f(◭, ◑, ◨)

15. (⊏) = f(▲, ◻)

16. (⊏) = f(▲, ◻, ○)

17. (⊏) = f(▲, ◨)

18. (⊏) = f(▲, ◨, ○)

19. (⊏) = f(▲, ◨, ◑)

20. (⊏) = f(▲, ■)

21. (⊏) = f(▲, ■, ○)

22. (⊏) = f(▲, ■, ◑)

23. (⊏) = f(▲, ■, ●)

24. (⊏) = f(▲, ○)

25. (⊏) = f(▲, ○, ◻)

26. (⊏) = f(▲, ○, ◨)

27. (⊏) = f(▲, ○, ■)

28. (⊏) = f(▲, ◑)

29. (⊏) = f(▲, ◑, ◨)

30. (⊏) = f(▲, ◑, ■)

31. (⊏) = f(▲,●)

32. (⊏) = f(▲, ●, ■)

33. (⊏) = f(◻, △)

34. (⊏) = f(◻, △, ○)

35. (⊏) = f(◻, ◭, ○)

36. (⊏) = f(◻, ▲)

37. (⊏) = f(◻, ▲, ○)

38. (⊏) = f(◻, ○)

39. (⊏) = f(□, ○, △)

40. (⊏) = f(□, ○, ◭)

41. (⊏) = f(□, ○, ▲)

42. (⊏) = f(◨, ◭)

43. (⊏) = f(◨, ◭, ○)

44. (⊏) = f(◨, ◭, ◑)

45. (⊏) = f(◨, ▲)

46. (⊏) = f(◨, ▲, ○)

47. (⊏) = f(◨, ▲, ◑)

48. (⊏) = f(◨, ○)

49. (⊏) = f(◨, ○, ◭)

50. (⊏) = f(◨, ○, ▲)

51. (⊏) = f(◨, ◑)

52. (⊏) = f(◨, ◑, ◭)

53. (⊏) = f(◨, ◑, ▲)

54. (⊏) = f(■, ▲)

55. (⊏) = f(■, ▲, ○)

56. (⊏) = f(■, ▲, ◑)

57. (⊏) = f(■, ▲, ●)

58. (⊏) = f(■, ○)

59. (⊏) = f(■, ○, ▲)

60. (⊏) = f(■, ◑)

61. (⊏) = f(■, ◑, ▲)

62. (⊏) = f(■, ●, ▲)

63. (⊏) = f(○, △)

64. (⊏) = f(○, △, □)

65. (⊏) = f(○, ◭)

66. (⊏) = f(○, ◭, □)

67. (⊏) = f(○, ◭, ◨)

68. (⊏) = f(○, ▲)

69. (⊏) = f(○, ▲, □)

70. (⊏) = f(○, ▲, ◨)

71. (⊏) = f(○, ▲, ■)

72. (⊏) = f(○, □)

73. (⊏) = f(○, □, △)

74. (⊏) = f(○, □, ◭)

75. (⊏) = f(○, □, ▲)

76. (⊏) = f(○, ◨)

77. (⊏) = f(○, ◨, ◭)

78. (⊏) = f(○, ◨, ▲)

79. (⊏) = f(○, ■)

80. (⊏) = f(○, ■, ▲)

81. (⊏) = f(◑, ◭)

82. (⊏) = f(◑, ◭, ◨)

83. (⊏) = f(◑, ▲)

84. (⊏) = f(◑, ▲, ◨)

85. (⊏) = f(◑, ▲, ■)

86. (⊏) = f(◑, ◨)

87. (⊏) = f(◑, ◨, ◭)

88. (⊏) = f(◑, ◨, ▲)

89. (⊏) = f(◑, ■)

90. (⊏) = f(◑, ■, ▲)

91. (⊏) = f(●, ▲, ■)

92. (⊏) = f(●, ■, ▲)

3.4. 12 Funktionen mit w = (⊓*)

1. (⊓*) = f(△, ◭)

2. (⊓*) = f(△, ◭, ▲)

3. (⊓*) = f(△, ▲)

4. (⊓*) = f(△, ▲, ◭)

5. (⊓*) = f(◭, △)

6. (⊓*) = f(◭, △, ▲)

7. (⊓*) = f(◭, ▲)

8. (⊓*) = f(◭, ▲, △)

9. (⊓*) = f(▲, △)

10. (⊓*) = f(▲, △, ◭)

11. (⊓*) = f(▲, ◭)

12. (⊓*) = f(▲, ◭, △)

3.5. 64 Funktionen mit w = (△)

1. (△) = f(⊓, ◻)

2. (△) = f(⊓, ◻, ○)

3. (△) = f(⊓, ○)

4. (△) = f(⊓, ○, ◻)

5. (△) = f(⊔, ◻)

6. (△) = f(⊔, ◻, ○)

7. (△) = f(⊔, ○)

8. (△) = f(⊔, ○, ◻)

9. (△) = f(⊏, ◻)

10. (△) = f(⊏, ◻, ○)

11. (△) = f(⊏, ○)

12. (△) = f(⊏, ○, ◻)

13. (△) = f(⊓*, ◭)

14. (△) = f(⊓*, ◭, ▲)

15. (△) = f(⊓*, ▲)

16. (△) = f(⊓*, ▲, ◭)

17. (△) = f(◭, ⊓*)

18. (△) = f(◭, ⊓*, ▲)

19. (△) = f(◭, ▲)

20. $(\triangle) = f(\text{◭}, \blacktriangle, \sqcap^*)$

21. $(\triangle) = f(\text{◭}, \blacktriangle, \sqcup^*)$

22. $(\triangle) = f(\text{◭}, \blacktriangle, \sqsubset^*)$

23. $(\triangle) = f(\text{◭}, \sqcup^*)$

24. $(\triangle) = f(\text{◭}, \sqcup^*, \blacktriangle)$

25. $(\triangle) = f(\text{◭}, \sqsubset^*)$

26. $(\triangle) = f(\text{◭}, \sqsubset^*, \blacktriangle)$

27. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \sqcap^*)$

28. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \sqcap^*, \text{◭})$

29. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \text{◭})$

30. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \text{◭}, \sqcap^*)$

31. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \text{◭}, \sqcup^*)$

32. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \text{◭}, \sqsubset^*)$

33. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \sqcup^*)$

34. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \sqcup^*, \text{◭})$

35. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \sqsubset^*)$

36. $(\triangle) = f(\blacktriangle, \sqsubset^*, \text{◭})$

37. $(\triangle) = f(\sqcup^*, \text{◭})$

38. $(\triangle) = f(\sqcup^*, \text{◭}, \blacktriangle)$

39. $(\triangle) = f(\sqcup^*, \blacktriangle)$

40. $(\triangle) = f(\sqcup^*, \blacktriangle, \text{◭})$

41. $(\triangle) = f(\square, \sqcap)$

42. (△) = f(◻, ⊓, ○)

43. (△) = f(◻, ⊔)

44. (△) = f(◻, ⊔, ○)

45. (△) = f(◻, ⊏)

46. (△) = f(◻, ⊏, ○)

47. (△) = f(◻, ○)

48. (△) = f(◻, ○, ⊓)

49. (△) = f(◻, ○, ⊔)

50. (△) = f(◻, ○, ⊏)

51. (△) = f(⊏*, ◭)

52. (△) = f(⊏*, ◭, ▲)

53. (△) = f(⊏*, ▲)

54. (△) = f(⊏*, ▲, ◭)

55. (△) = f(○, ⊓)

56. (△) = f(○, ⊓, ◻)

57. (△) = f(○, ⊔)

58. (△) = f(○, ⊔, ◻)

59. (△) = f(○, ⊏)

60. (△) = f(○, ⊏, ◻)

61. (△) = f(○, ◻)

62. (△) = f(○, ◻, ⊓)

63. (△) = f(○, ◻, ⊔)

64. (△) = f(○, ◻, ⊏)

3.6. 115 Funktionen mit w = (◭)

1. (◭) = f(⊔, ◻)

2. (◭) = f(⊔, ◻, ○)

3. (◭) = f(⊔, ◨)

4. (◭) = f(⊔, ◨, ○)

5. (◭) = f(⊔, ◨, ◑)

6. (◭) = f(⊔, ○)

7. (◭) = f(⊔, ○, ◻)

8. (◭) = f(⊔, ○, ◨)

9. (◭) = f(⊔, ◑)

10. (◭) = f(⊔, ◑, ◨)

11. (◭) = f(⊏, ◻)

12. (◭) = f(⊏, ◻, ○)

13. (◭) = f(⊏, ◨)

14. (◭) = f(⊏, ◨, ○)

15. (◭) = f(⊏, ◨, ◑)

16. (◭) = f(⊏, ○)

17. (◭) = f(⊏, ○, ◻)

18. (◭) = f(⊏, ○, ◨)

19. (◭) = f(⊏, ◑)

20. (◭) = f(⊏, ◑, ◨)

21. (◭) = f(⊓*, △)

22. (◭) = f(⊓*, △, ▲)

23. (◭) = f(⊓*, ▲)

24. (◭) = f(⊓*, ▲, △)

25. (◭) = f(△, ⊓*)

26. (◭) = f(△, ⊓*, ▲)

27. (◭) = f(△, ▲)

28. (◭) = f(△, ▲, ⊓*)

29. (◭) = f(△, ▲, ⊔*)

30. (◭) = f(△, ▲, ⊏*)

31. (◭) = f(△, ⊔*)

32. (◭) = f(△, ⊔*, ▲)

33. (◭) = f(△, ⊏*)

34. (◭) = f(△, ⊏*, ▲)

35. (◭) = f(▲, ⊓*)

36. (◭) = f(▲, ⊓*, △)

37. (◭) = f(▲, △)

38. (◭) = f(▲, △, ⊓*)

39. (◭) = f(▲, △, ⊔*)

40. (◭) = f(▲, △, ⊏*)

41. (◭) = f(▲, ⊔*)

42. (◭) = f(▲, ⊔*, △)

43. (◭) = f(▲, ◻)

44. (◭) = f(▲, ◻, ⊔*)

45. (◭) = f(▲, ⊏*)

46. (◭) = f(▲, ⊏*, △)

47. (◭) = f(▲, ⊏*, ◻)

48. (◭) = f(▲, ⊏*, ○)

49. (◭) = f(▲, ○)

50. (◭) = f(▲, ○, ⊏*)

51. (◭) = f(⊔*, △)

52. (◭) = f(⊔*, ▲ ◻)

53. (◭) = f(⊔*, ▲)

54. (◭) = f(⊔*, ▲, △)

55. (◭) = f(⊔*, ◻)

56. (◭) = f(⊔*, ◻, ▲)

57. (◭) = f(◻, ⊔)

58. (◭) = f(◻, ⊔, ○)

59. (◭) = f(◻, ⊏)

60. (◭) = f(◻, ⊏, ○)

61. (◭) = f(◻, ▲)

62. (◭) = f(◻, ▲, ⊔*)

63. (◭) = f(◻, ▲, ⊏*)

64. (◭) = f(◻, ⊔*)

65. (◭) = f(◻, ⊔*, ▲)

66. (◭) = f(◻, ⊏*)

67. (◭) = f(◻, ⊏*, ▲)

68. (◭) = f(◻, ○)

69. (◭) = f(◻, ○, ⊔)

70. (◭) = f(◻, ○, ⊏)

71. (◭) = f(◨, ⊔)

72. (◭) = f(◨, ⊔, ○)

73. (◭) = f(◨, ⊔, ◑)

74. (◭) = f(◨, ⊏)

75. (◭) = f(◨, ⊏, ○)

76. (◭) = f(◨, ⊏, ◑)

77. (◭) = f(◨, ○)

78. (◭) = f(◨, ○, ⊔)

79. (◭) = f(◨, ○, ⊏)

80. (◭) = f(◨, ◑)

81. (◭) = f(◨, ◑, ⊔)

82. (◭) = f(◨, ◑, ⊏)

83. (◭) = f(⊏*, △)

84. (◭) = f(⊏*, △, ▲)

85. (◭) = f(⊏*, ▲)

86. (◭) = f(⊏*, ▲, △)

87. (◭) = f(⊏*, ▲, ◻)

88. (◭) = f(⊏*, ▲, ○)

89. (◭) = f(⊏*, ◻)

90. (◭) = f(⊏*, ◻, ▲)

91. (◭) = f(⊏*, ○)

92. (◭) = f(⊏*, ○, ▲)

93. (◭) = f(○, ⊔)

94. (◭) = f(○, ⊔, ◻)

95. (◭) = f(○, ⊔, ◨)

96. (◭) = f(○, ⊏)

97. (◭) = f(○, ⊏, ◻)

98. (◭) = f(○, ⊏, ◨)

99. (◭) = f(○, ▲)

100. (◭) = f(○, ▲, ⊏*)

101. (◭) = f(○, ◻)

102. (◭) = f(○, ◻, ⊔)

103. (◭) = f(○, ◻, ⊏)

104. (◭) = f(○, ◨)

105. (◭) = f(○, ◨, ⊔)

106. (◭) = f(○, ◨, ⊏)

107. (◭) = f(○, ⊏*)

108. (◭) = f(○, ⊏*, ▲)

109. (◭) = f(◑, ⊔)

110. (◭) = f(◑, ⊔, ◨)

111. (◭) = f(◑, ⊏)

112. (◭) = f(◑, ⊏, ◨)

113. (◭) = f(◑, ◨)

114. (◭) = f(◑, ◨, ⊔)

115. (◭) = f(◑, ◨, ⊏)

3.7. 154 Funktionen mit w = (▲)

1. (▲) = f(⊏, ◻)
2. (▲) = f(⊏, ◻, ○)
3. (▲) = f(⊏, ◨)
4. (▲) = f(⊏, ◨, ○)
5. (▲) = f(⊏, ◨, ◑)
6. (▲) = f(⊏, ■)
7. (▲) = f(⊏, ■, ○)
8. (▲) = f(⊏, ■, ◑)
9. (▲) = f(⊏, ■, ●)
10. (▲) = f(⊏, ○)
11. (▲) = f(⊏, ○, ◻)
12. (▲) = f(⊏, ○, ◨)

13. (▲) = f(⊏, ○, ■)

14. (▲) = f(⊏, ◑)

15. (▲) = f(⊏, ◑, ◨)

16. (▲) = f(⊏, ◑, ■)

17. (▲) = f(⊏, ●)

18. (▲) = f(⊏, ●, ■)

19. (▲) = f(⊓*, △)

20. (▲) = f(⊓*, △, ◭)

21. (▲) = f(⊓*, ◭)

22. (▲) = f(⊓*, ◭, △)

23. (▲) = f(△, ⊓*)

24. (▲) = f(△, ⊓*, ◭)

25. (▲) = f(△, ◭)

26. (▲) = f(△, ◭, ⊓*)

27. (▲) = f(△, ◭, ⊔*)

28. (▲) = f(△, ◭, ⊏*)

29. (▲) = f(△, ⊏*)

30. (▲) = f(△, ⊏*, ◭)

31. (▲) = f(◭, ⊓*)

32. (▲) = f(◭, ⊓*, △)

33. (▲) = f(◭, △)

34. (▲) = f(◭, △, ⊓*)

35. (▲) = f(◭, △, ⊔*)
36. (▲) = f(◭, △, ⊏*)
37. (▲) = f(◭, ⊔*)
38. (▲) = f(◭, ⊔*, △)
39. (▲) = f(◭, ⊔*, ◻)
40. (▲) = f(◭, ◻)
41. (▲) = f(◭, ◻, ⊔*)
42. (▲) = f(◭, ◻, ⊏*)
43. (▲) = f(◭, ⊏*)
44. (▲) = f(◭, ⊏*, △)
45. (▲) = f(◭, ⊏*, ◻)
46. (▲) = f(◭, ⊏*, ○)
47. (▲) = f(◭, ○)
48. (▲) = f(◭, ○, ⊏*)
49. (▲) = f(⊔*, △)
50. (▲) = f(⊔*, △, ◭)
51. (▲) = f(⊔*, ◭)
52. (▲) = f(⊔*, ◭, △)
53. (▲) = f(⊔*, ◭, ◻)
54. (▲) = f(⊔*, ◻)
55. (▲) = f(⊔*, ◻, ◭)
56. (▲) = f(⊔*, ◻, ◨)
57. (▲) = f(⊔*, ◨)

58. (▲) = f(⊔*, ◨, ◻)

59. (▲) = f(◻, ⊏)

60. (▲) = f(◻, ⊏, ○)

61. (▲) = f(◻, ◭)

62. (▲) = f(◻, ◭, ⊔*)

63. (▲) = f(◻, ◭, ⊏*)

64. (▲) = f(◻, ⊔*)

65. (▲) = f(◻, ⊔*, ◭)

66. (▲) = f(◻, ⊔*, ◨)

67. (▲) = f(◻, ◨)

68. (▲) = f(◻, ◨, ⊔*)

69. (▲) = f(◻, ◨, ⊏*)

70. (▲) = f(◻, ⊏*)

71. (▲) = f(◻, ⊏*, ◭)

72. (▲) = f(◻, ⊏*, ◨)

73. (▲) = f(◻, ○)

74. (▲) = f(◻, ○, ⊏)

75. (▲) = f(◨, ⊏)

76. (▲) = f(◨, ⊏, ○)

77. (▲) = f(◨, ⊏, ◑)

78. (▲) = f(◨, ⊔*)

79. (▲) = f(◨, ⊔*, ◻)

80. (▲) = f(◨, ◻)

81. (▲) = f(◨, ◻, ⊔*)

82. (▲) = f(◨, ◻, ⊏*)

83. (▲) = f(◨, ⊏*)

84. (▲) = f(◨, ⊏*, ◻)

85. (▲) = f(◨, ⊏*, ○)

86. (▲) = f(◨, ○)

87. (▲) = f(◨, ○, ⊏)

88. (▲) = f(◨, ○, ⊏*)

89. (▲) = f(◨, ◑)

90. (▲) = f(◨, ◑, ⊏)

91. (▲) = f(■, ⊏)

92. (▲) = f(■, ⊏, ○)

93. (▲) = f(■, ⊏, ◑)

94. (▲) = f(■, ⊏, ●)

95. (▲) = f(■, ○)

96. (▲) = f(■, ○, ⊏)

97. (▲) = f(■, ◑)

98. (▲) = f(■, ◑, ⊏)

99. (▲) = f(■, ●)

100. (▲) = f(■, ●, ⊏)

101. (▲) = f(⊏*, △)

102. (▲) = f(⊏*, △, ◭)

103. (▲) = f(⊏*, ◭)
104. (▲) = f(⊏*, ◭, △)
105. (▲) = f(⊏*, ◭, ◻)
106. (▲) = f(⊏*, ◭, ○)
107. (▲) = f(⊏*, ◻)
108. (▲) = f(⊏*, ◻, ◭)
109. (▲) = f(⊏*, ◻, ◨)
110. (▲) = f(⊏*, ◨)
111. (▲) = f(⊏*, ◨, ◻)
112. (▲) = f(⊏*, ◨, ○)
113. (▲) = f(⊏*, ○)
114. (▲) = f(⊏*, ○, ◭)
115. (▲) = f(⊏*, ○, ◨)
116. (▲) = f(⊏*, ○, ◑)
117. (▲) = f(⊏*, ◑)
118. (▲) = f(⊏*, ◑, ○)
119. (▲) = f(○, ⊏)
120. (▲) = f(○, ⊏, ◻)
121. (▲) = f(○, ⊏, ◨)
122. (▲) = f(○, ⊏, ■)
123. (▲) = f(○, ◭)
124. (▲) = f(○, ◭, ⊏*)
125. (▲) = f(○, ◻)

126. (▲) = f(○, ◻, ⊏)

127. (▲) = f(○, ◨)

128. (▲) = f(○, ◨, ⊏)

129. (▲) = f(○, ◨, ⊏*)

130. (▲) = f(○, ■)

131. (▲) = f(○, ■, ⊏)

132. (▲) = f(○, ⊏*)

133. (▲) = f(○, ⊏*, ◭)

134. (▲) = f(○, ⊏*, ◨)

135. (▲) = f(○, ⊏*, ◑)

136. (▲) = f(○, ◑)

137. (▲) = f(○, ◑, ⊏*)

138. (▲) = f(◑, ⊏)

139. (▲) = f(◑, ⊏, ◨)

140. (▲) = f(◑, ⊏, ■)

141. (▲) = f(◑, ◨)

142. (▲) = f(◑, ◨, ⊏)

143. (▲) = f(◑, ■)

144. (▲) = f(◑, ■, ⊏)

145. (▲) = f(◑, ⊏*)

146. (▲) = f(◑, ⊏*, ○)

147. (▲) = f(◑, ○)

148. (▲) = f(◑, ○, ⊏*)

149. (▲) = f(●, ⊏)

150. (▲) = f(●, ⊏, ■)

151. (▲) = f(●, ■)

152. (▲) = f(●, ■, ⊏)

3.8. 41 Funktionen mit w = (⊔*)

1. (⊔*) = f(△, ◭)
2. (⊔*) = f(△, ◭, ▲)
3. (⊔*) = f(△, ▲)
4. (⊔*) = f(△, ▲, ◭)
5. (⊔*) = f(◭, △)
6. (⊔*) = f(◭, △, ▲)
7. (⊔*) = f(◭, ▲)
8. (⊔*) = f(◭, ▲, △)
9. (⊔*) = f(◭, ▲, ◻)
10. (⊔*) = f(◭, ◻, ▲)
11. (⊔*) = f(▲, △)
12. (⊔*) = f(▲, △, ◭)
13. (⊔*) = f(▲, ◭)
14. (⊔*) = f(▲, ◭, △)
15. (⊔*) = f(▲, ◭, ◻)
16. (⊔*) = f(▲, ◻)

17. (⊔*) = f(▲, □, ◭)
18. (⊔*) = f(▲, □, ◨)
19. (⊔*) = f(▲, ◨)
20. (⊔*) = f(▲, ◨, □)
21. (⊔*) = f(□, ◭)
22. (⊔*) = f(□, ◭, ▲)
23. (⊔*) = f(□, ▲)
24. (⊔*) = f(□, ▲, ◭)
25. (⊔*) = f(□, ▲, ◨)
26. (⊔*) = f(□, ◨)
27. (⊔*) = f(□, ◨, ▲)
28. (⊔*) = f(□, ◨, ■)
29. (⊔*) = f(□, ■)
30. (⊔*) = f(□, ■, ◨)
31. (⊔*) = f(◨, ▲)
32. (⊔*) = f(◨, ▲, □)
33. (⊔*) = f(◨, □)
34. (⊔*) = f(◨, □, ▲)
35. (⊔*) = f(◨, □, ■)
36. (⊔*) = f(◨, ■)
37. (⊔*) = f(◨, ■, □)
38. (⊔*) = f(■, □)

39. (⊔*) = f(■, ◻, ◨)

40. (⊔*) = f(■, ◨)

41. (⊔*) = f(■, ◨, ◻)

3.9. 116 Funktionen mit w = (◻)

1. (◻) = f(⊓, △)

2. (◻) = f(⊓, △, ○)

3. (◻) = f(⊔, △)

4. (◻) = f(⊔, △, ○)

5. (◻) = f(⊔, ◭)

6. (◻) = f(⊔, ◭, ○)

7. (◻) = f(⊔, ○)

8. (◻) = f(⊔, ○, △)

9. (◻) = f(⊔, ○, ◭)

10. (◻) = f(⊏, △)

11. (◻) = f(⊏, △, ○)

12. (◻) = f(⊏, ◭)

13. (◻) = f(⊏, ◭, ○)

14. (◻) = f(⊏, ▲)

15. (◻) = f(⊏, ▲, ○)

16. (◻) = f(⊏, ○)

17. (◻) = f(⊏, ○, △)

18. (◻) = f(⊏, ○, ◭)

19. (◻) = f(⊏, ○, ▲)

20. (◻) = f(△, ⊓)

21. (◻) = f(△, ⊓, ○)

22. (◻) = f(△, ⊔)

23. (◻) = f(△, ⊔, ○)

24. (◻) = f(△, ⊏)

25. (◻) = f(△, ⊏, ○)

26. (◻) = f(△, ○)

27. (◻) = f(△, ○, ⊓)

28. (◻) = f(△, ○, ⊔)

29. (◻) = f(△, ○, ⊏)

30. (◻) = f(◭, ⊔)

31. (◻) = f(◭, ⊔, ○)

32. (◻) = f(◭, ⊏)

33. (◻) = f(◭, ⊏, ○)

34. (◻) = f(◭, ▲, ⊏*)

35. (◻) = f(◭, ▲)

36. (◻) = f(◭, ▲, ⊔*)

37. (◻) = f(◭, ⊔*)

38. (◻) = f(◭, ⊔*, ▲)

39. (◻) = f(◭, ⊏*)

40. (◻) = f(◭, ⊏*, ▲)

41. (◻) = f(◭, ○)

42. (◻) = f(◭, ○, ⊔)

43. (◻) = f(◭, ○, ⊏)

44. (◻) = f(▲, ⊏)

45. (◻) = f(▲, ⊏, ○)

46. (◻) = f(▲, ◭)

47. (◻) = f(▲, ◭, ⊔*)

48. (◻) = f(▲, ◭, ⊏*)

49. (◻) = f(▲, ⊔*)

50. (◻) = f(▲, ⊔*, ◭)

51. (◻) = f(▲, ⊔*, ◨)

52. (◻) = f(▲, ◨)

53. (◻) = f(▲, ◨, ⊔*)

54. (◻) = f(▲, ◨, ⊏*)

55. (◻) = f(▲, ⊏*)

56. (◻) = f(▲, ⊏*, ◭)

57. (◻) = f(▲, ⊏*, ◨)

58. (◻) = f(▲, ○)

59. (◻) = f(▲, ○, ⊏)

60. (◻) = f(⊔*, ◭)

61. (◻) = f(⊔*, ◭, ▲)

62. (◻) = f(⊔*, ▲)

63. (◻) = f(⊔*, ▲, ◭)

64. (◻) = f(⊔*, ▲, ◨)

65. (◻) = f(⊔*, ◨)

66. (◻) = f(⊔*, ◨, ▲)

67. (◻) = f(⊔*, ◨, ■)

68. (◻) = f(⊔*, ■)

69. (◻) = f(⊔*, ■, ◨)

70. (◻) = f(◨, ▲)

71. (◻) = f(◨, ▲, ⊔*)

72. (◻) = f(◨, ▲, ⊏*)

73. (◻) = f(◨, ⊔*)

74. (◻) = f(◨, ⊔*, ▲)

75. (◻) = f(◨, ⊔*, ■)

76. (◻) = f(◨, ■)

77. (◻) = f(◨, ■, ⊔*)

78. (◻) = f(◨, ■, ⊏*)

79. (◻) = f(◨, ⊏*)

80. (◻) = f(◨, ⊏*, ▲)

81. (◻) = f(◨, ⊏*, ■)

82. (◻) = f(■, ⊔*)

83. (◻) = f(■, ⊔*, ◨)

84. (◻) = f(■, ◨)

85. (◻) = f(■, ◨, ⊔*)

86. (◻) = f(■, ◨, ⊏*)

87. (◻) = f(■, ⊏*)

88. (◻) = f(■, ⊏*, ◨)

89. (◻) = f(⊏*, ◭)

90. (◻) = f(⊏*, ◭, ▲)

91. (◻) = f(⊏*, ▲)

92. (◻) = f(⊏*, ▲, ◭)

93. (◻) = f(⊏*, ▲, ◨)

94. (◻) = f(⊏*, ◨)

95. (◻) = f(⊏*, ◨, ▲)

96. (◻) = f(⊏*, ◨, ■)

97. (◻) = f(⊏*, ■)

98. (◻) = f(⊏*, ■, ◨)

99. (◻) = f(○, ⊓)

100. (◻) = f(○, ⊓, △)

101. (◻) = f(○, ⊔)

102. (◻) = f(○, ⊔, △)

103. (◻) = f(○, ⊔, ◭)

104. (◻) = f(○, ⊏)

105. (◻) = f(○, ⊏, △)

106. (◻) = f(○, ⊏, ◭)

107. (◻) = f(○, ⊏, ▲)

108. (◻) = f(○, △)

109. (◻) = f(○, △, ⊓)

110. (◻) = f(○, △, ⊔)

111. (◻) = f(○, △, ⊏)

112. (□) = f(○, ◭)

113. (□) = f(○, ◭, ⊔)

114. (□) = f(○, ◭, ⊏)

115. (□) = f(○, ▲)

116. (□) = f(○, ▲, ⊏)

3.10. 99 Funktionen mit w = (◨)

1. (◨) = f(⊔, ◭)
2. (◨) = f(⊔, ◭, ○)
3. (◨) = f(⊔, ◭, ◑)
4. (◨) = f(⊔, ○)
5. (◨) = f(⊔, ○, ◭)
6. (◨) = f(⊔, ◑)
7. (◨) = f(⊔, ◑, ◭)
8. (◨) = f(⊏, ◭)
9. (◨) = f(⊏, ◭, ○)
10. (◨) = f(⊏, ◭, ◑)
11. (◨) = f(⊏, ▲)
12. (◨) = f(⊏, ▲, ○)
13. (◨) = f(⊏, ▲, ◑)
14. (◨) = f(⊏, ○)
15. (◨) = f(⊏, ○, ◭)
16. (◨) = f(⊏, ○, ▲)

17. (◨) = f(⊏, ◑)

18. (◨) = f(⊏, ◑, ◭)

19. (◨) = f(⊏, ◑, ▲)

20. (◨) = f(◭, ⊔)

21. (◨) = f(◭, ⊔, ○)

22. (◨) = f(◭, ⊔, ◑)

23. (◨) = f(◭, ⊏)

24. (◨) = f(◭, ⊏, ○)

25. (◨) = f(◭, ⊏, ◑)

26. (◨) = f(◭, ○)

27. (◨) = f(◭, ○, ⊔)

28. (◨) = f(◭, ○, ⊏)

29. (◨) = f(◭, ◑)

30. (◨) = f(◭, ◑, ⊔)

31. (◨) = f(◭, ◑, ⊏)

32. (◨) = f(▲, ⊏)

33. (◨) = f(▲, ⊏, ○)

34. (◨) = f(▲, ⊏, ◑)

35. (◨) = f(▲, ⊔*)

36. (◨) = f(▲, ⊔*, ◻)

37. (◨) = f(▲, ◻)

38. (◨) = f(▲, ◻, ⊔*)

39. (◨) = f(▲, ◻, ⊏*)

40. (◨) = f(▲, ⊏*)

41. (◨) = f(▲, ⊏*, ◻)

42. (◨) = f(▲, ⊏*, ○)

43. (◨) = f(▲, ○)

44. (◨) = f(▲, ○, ⊏)

45. (◨) = f(▲, ○, ⊏*)

46. (◨) = f(▲, ◑)

47. (◨) = f(▲, ◑, ⊏)

48. (◨) = f(⊔*, ▲)

49. (◨) = f(⊔*, ▲, ◻)

50. (◨) = f(⊔*, ◻)

51. (◨) = f(⊔*, ◻, ▲)

52. (◨) = f(⊔*, ◻, ■)

53. (◨) = f(⊔*, ■)

54. (◨) = f(⊔*, ■, ◻)

55. (◨) = f(◻, ▲)

56. (◨) = f(◻, ▲, ⊔*)

57. (◨) = f(◻, ▲, ⊏*)

58. (◨) = f(◻, ⊔*)

59. (◨) = f(◻, ⊔*, ▲)

60. (◨) = f(◻, ⊔*, ■)

61. (◨) = f(◻, ■)

62. (◨) = f(◻, ■, ⊔*)

63. (◨) = f(◻, ■, ⊏*)

64. (◨) = f(◻, ⊏*)

65. (◨) = f(◻, ⊏*, ▲)

66. (◨) = f(◻, ⊏*, ■)

67. (◨) = f(■, ⊔*)

68. (◨) = f(■, ⊔*, ◻)

69. (◨) = f(■, ◻)

70. (◨) = f(■, ◻, ⊔*)

71. (◨) = f(■, ◻, ⊏*)

72. (◨) = f(■, ⊏*)

73. (◨) = f(■, ⊏*, ◻)

74. (◨) = f(■, ⊏*, ○)

75. (◨) = f(■, ○)

76. (◨) = f(■, ○, ⊏*)

77. (◨) = f(⊏*, ▲)

78. (◨) = f(⊏*, ▲, ◻)

79. (◨) = f(⊏*, ▲, ○)

80. (◨) = f(⊏*, ◻)

81. (◨) = f(⊏*, ◻, ▲)

82. (◨) = f(⊏*, ◻, ■)

83. (◨) = f(⊏*, ■)

84. (◨) = f(⊏*, ■, ◻)

85. (◨) = f(⊏*, ■, ○)

86. (◨) = f(⊏*, ○)

87. (◨) = f(⊏*, ○, ▲)

88. (◨) = f(⊏*, ○, ■)

89. (◨) = f(○, ⊔)

90. (◨) = f(○, ⊔, ◭)

91. (◨) = f(○, ⊏)

92. (◨) = f(○, ⊏, ◭)

93. (◨) = f(○, ⊏, ▲)

94. (◨) = f(○, ◭)

95. (◨) = f(○, ◭, ⊔)

96. (◨) = f(○, ◭, ⊏)

97. (◨) = f(○, ▲)

98. (◨) = f(○, ▲, ⊏)

99. (◨) = f(○, ▲, ⊏*)

100. (◨) = f(○, ■)

101. (◨) = f(○, ■, ⊏*)

102. (◨) = f(○, ⊏*)

103. (◨) = f(○, ⊏*, ▲)

104. (◨) = f(○, ⊏*, ■)

105. (◨) = f(◑, ⊔)

106. (◨) = f(◑, ⊔, ◭)

107. (◨) = f(◑, ⊏)

108. (◨) = f(◑, ⊏, ◭)

109. (◨) = f(◑, ⊏, ▲)

110. (◨) = f(◑, ◭)

111. (◨) = f(◑, ◭, ⊔)

112. (◨) = f(◑, ◭, ⊏)

113. (◨) = f(◑, ▲)

114. (◨) = f(◑, ▲, ⊏)

3.11. 74 Funktionen mit w = (■)

1. (■) = f(⊏, ▲)
2. (■) = f(⊏, ▲, ○)
3. (■) = f(⊏, ▲, ◑)
4. (■) = f(⊏, ▲, ●)
5. (■) = f(⊏, ○)
6. (■) = f(⊏, ○, ▲)
7. (■) = f(⊏, ◑)
8. (■) = f(⊏, ◑, ▲)
9. (■) = f(⊏,●)
10. (■) = f(⊏,●, ▲)
11. (■) = f(▲, ⊏)
12. (■) = f(▲, ⊏, ○)
13. (■) = f(▲, ⊏, ◑)
14. (■) = f(▲, ⊏, ●)

15. (■) = f(▲, ○)

16. (■) = f(▲, ○, ⊏)

17. (■) = f(▲, ◑)

18. (■) = f(▲, ◑, ⊏)

19. (■) = f(▲, ●)

20. (■) = f(▲, ●, ⊏)

21. (■) = f(⊔*, ◻)

22. (■) = f(⊔*, ◻, ◨)

23. (■) = f(⊔*, ◨)

24. (■) = f(⊔*, ◨, ◻)

25. (■) = f(◻, ⊔*)

26. (■) = f(◻, ⊔*, ◨)

27. (■) = f(◻, ◨)

28. (■) = f(◻, ◨, ⊔*)

29. (■) = f(◻, ◨, ⊏*)

30. (■) = f(◻, ⊏*)

31. (■) = f(◻, ⊏*, ◨)

32. (■) = f(◨, ⊔*)

33. (■) = f(◨, ⊔*, ◻)

34. (■) = f(◨, ◻)

35. (■) = f(◨, ◻, ⊔*)

36. (■) = f(◨, ◻, ⊏*)

37. (■) = f(◨, ⊏*)

38. (■) = f(◨, ⊏*, ◻)

39. (■) = f(◨, ⊏*, ○)

40. (■) = f(◨, ○)

41. (■) = f(◨, ○, ⊏*)

42. (■) = f(⊏*, ◻)

43. (■) = f(⊏*, ◻, ◨)

44. (■) = f(⊏*, ◨)

45. (■) = f(⊏*, ◨, ◻)

46. (■) = f(⊏*, ◨, ○)

47. (■) = f(⊏*, ○)

48. (■) = f(⊏*, ○, ◨)

49. (■) = f(⊏*, ○, ◑)

50. (■) = f(⊏*, ◑)

51. (■) = f(⊏*, ◑, ○)

52. (■) = f(○, ⊏)

53. (■) = f(○, ⊏, ▲)

54. (■) = f(○, ▲)

55. (■) = f(○, ▲, ⊏)

56. (■) = f(○, ◨)

57. (■) = f(○, ◨, ⊏*)

58. (■) = f(○, ⊏*)

59. (■) = f(○, ⊏*, ◨)

60. (■) = f(○, ⊏*, ◑)

61. (■) = f(○, ◑)

62. (■) = f(○, ◑, ⊏*)

63. (■) = f(◑, ⊏)

64. (■) = f(◑, ⊏, ▲)

65. (■) = f(◑, ▲)

66. (■) = f(◑, ▲, ⊏)

67. (■) = f(◑, ⊏*)

68. (■) = f(◑, ⊏*, ○)

69. (■) = f(◑, ○)

70. (■) = f(◑, ○, ⊏*)

71. (■) = f(●, ⊏)

72. (■) = f(●, ⊏, ▲)

73. (■) = f(●, ▲)

74. (■) = f(●, ▲, ⊏)

3.12. 92 Funktionen mit w = (⊏*)

1. (⊏*) = f(△, ◭)

2. (⊏*) = f(△, ◭, ▲)

3. (⊏*) = f(△, ▲)

4. (⊏*) = f(△, ▲, ◭)

5. (⊏*) = f(◭, △)

6. (⊏*) = f(◭, △, ▲)

7. (⊏*) = f(◭, ▲)

8. (⊏*) = f(◭, ▲, △)

9. (⊏*) = f(◭, ▲, ◻)

10. (⊏*) = f(◭, ▲, ○)

11. (⊏*) = f(◭, ◻)

12. (⊏*) = f(◭, ◻, ▲)

13. (⊏*) = f(◭, ○)

14. (⊏*) = f(◭, ○, ▲)

15. (⊏*) = f(▲, △)

16. (⊏*) = f(▲, △, ◭)

17. (⊏*) = f(▲, ◭)

18. (⊏*) = f(▲, ◭, △)

19. (⊏*) = f(▲, ◭, ◻)

20. (⊏*) = f(▲, ◭, ○)

21. (⊏*) = f(▲, ◻)

22. (⊏*) = f(▲, ◻, ◭)

23. (⊏*) = f(▲, ◻, ◨)

24. (⊏*) = f(▲, ◨)

25. (⊏*) = f(▲, ◨, ◻)

26. (⊏*) = f(▲, ◨, ○)

27. (⊏*) = f(▲, ○)

28. (⊏*) = f(▲, ○, ◭)

29. (⊏*) = f(▲, ○, ◨)

30. (⊏*) = f(▲, ○, ◑)

31. (⊏*) = f(▲, ◑)

32. (⊏*) = f(▲, ◑, ○)

33. (⊏*) = f(◻, ◭)

34. (⊏*) = f(◻, ◭, ▲)

35. (⊏*) = f(◻, ▲)

36. (⊏*) = f(◻, ▲, ◭)

37. (⊏*) = f(◻, ▲, ◨)

38. (⊏*) = f(◻, ◨)

39. (⊏*) = f(◻, ◨, ▲)

40. (⊏*) = f(◻, ◨, ■)

41. (⊏*) = f(◻, ■)

42. (⊏*) = f(◻, ■, ◨)

43. (⊏*) = f(◨, ▲)

44. (⊏*) = f(◨, ▲, ◻)

45. (⊏*) = f(◨, ▲, ○)

46. (⊏*) = f(◨, ◻)

47. (⊏*) = f(◨, ◻, ▲)

48. (⊏*) = f(◨, ◻, ■)

49. (⊏*) = f(◨, ■)

50. (⊏*) = f(◨, ■, ◻)

51. (⊏*) = f(◨, ■, ○)

52. (⊏*) = f(◨, ○)

53. (⊏*) = f(◨, ○, ▲)

54. (⊏*) = f(◨, ○, ■)

55. (⊏*) = f(■, ◻)

56. (⊏*) = f(■, ◻, ◨)

57. (⊏*) = f(■, ◨)

58. (⊏*) = f(■, ◨, ◻)

59. (⊏*) = f(■, ◨, ○)

60. (⊏*) = f(■, ○)

61. (⊏*) = f(■, ○, ◨)

62. (⊏*) = f(■, ○, ◑)

63. (⊏*) = f(■,(⊏*) = f(○, ◭)

64. (⊏*) = f(○, ◭, ▲)

65. (⊏*) = f(○, ▲)

66. (⊏*) = f(○, ▲, ◭)

67. (⊏*) = f(○, ▲, ◨)

68. (⊏*) = f(○, ▲, ◑)

69. (⊏*) = f(○, ◨)

70. (⊏*) = f(○, ◨, ▲)

71. (⊏*) = f(○, ◨, ■)

72. (⊏*) = f(○, ■)

73. (⊏*) = f(○, ■, ◨)

74. (⊏*) = f(○, ■, ◑)

75. (⊏*) = f(○, ◑)

76. (⊏*) = f(○, ◑, ▲)

77. (⊏*) = f(○, ◑, ■)

78. (⊏*) = f(○, ◑, ●)

79. (⊏*) = f(◑, ▲)

80. (⊏*) = f(◑, ▲, ○)

81. (⊏*) = f(◑, ■)

82. (⊏*) = f(◑, ■, ○)

83. (⊏*) = f(◑, ○, ▲)

84. (⊏*) = f(◑, ○)

85. (⊏*) = f(◑, ○, ■)

86. (⊏*) = f(◑, ○, ●)

87. (⊏*) = f(◑, ●, ○)

88. (⊏*) = f(●, ○)

89. (⊏*) = f(●, ○, ◑)

90. (⊏*) = f(●, ◑, ○)

3.13. 154 Funktionen mit w = (○)

1. (○) = f(⊓, △)

2. (○) = f(⊓, △, ◻)

3. (○) = f(⊓, ◻)

4. (○) = f(⊓, ◻, △)

5. (○) = f(⊔, △)

6. (○) = f(⊔, △, ◻)
7. (○) = f(⊔, ◭)
8. (○) = f(⊔, ◭, ◻)
9. (○) = f(⊔, ◭, ◨)
10. (○) = f(⊔, ◻)
11. (○) = f(⊔, ◻, △)
12. (○) = f(⊔, ◻, ◭)
13. (○) = f(⊔, ◨)
14. (○) = f(⊔, ◨, ◭)
15. (○) = f(⊏, △)
16. (○) = f(⊏, △, ◻)
17. (○) = f(⊏, ◭)
18. (○) = f(⊏, ◭, ◻)
19. (○) = f(⊏, ◭, ◨)
20. (○) = f(⊏, ▲)
21. (○) = f(⊏, ▲, ◻)
22. (○) = f(⊏, ▲, ◨)
23. (○) = f(⊏, ▲, ■)
24. (○) = f(⊏, ◻)
25. (○) = f(⊏, ◻, △)
26. (○) = f(⊏, ◻, ◭)
27. (○) = f(⊏, ◻, ▲)
28. (○) = f(⊏, ◨)

29. (○) = f(⊏, ◨, ◭)

30. (○) = f(⊏, ◨, ▲)

31. (○) = f(⊏, ■)

32. (○) = f(⊏, ■, ▲)

33. (○) = f(△, ⊓)

34. (○) = f(△, ⊓, ◻)

35. (○) = f(△, ⊔)

36. (○) = f(△, ⊔, ◻)

37. (○) = f(△, ⊏)

38. (○) = f(△, ⊏, ◻)

39. (○) = f(△, ◻)

40. (○) = f(△, ◻, ⊓)

41. (○) = f(△, ◻, ⊔)

42. (○) = f(△, ◻, ⊏)

43. (○) = f(◭, ⊔)

44. (○) = f(◭, ⊔, ◻)

45. (○) = f(◭, ⊔, ◨)

46. (○) = f(◭, ⊏)

47. (○) = f(◭, ⊏, ◻)

48. (○) = f(◭, ⊏, ◨)

49. (○) = f(◭, ▲)

50. (○) = f(◭, ▲, ⊏*)

51. (○) = f(◭, ◻)

52. (○) = f(◭, □, ⊔)

53. (○) = f(◭, □, ⊏)

54. (○) = f(◭, ◨)

55. (○) = f(◭, ◨, ⊔)

56. (○) = f(◭, ◨, ⊏)

57. (○) = f(◭, ⊏*)

58. (○) = f(◭, ⊏*, ▲)

59. (○) = f(▲, ⊏)

60. (○) = f(▲, ⊏, □)

61. (○) = f(▲, ⊏, ◨)

62. (○) = f(▲, ⊏, ■)

63. (○) = f(▲, ◭)

64. (○) = f(▲, ◭, ⊏*)

65. (○) = f(▲, □)

66. (○) = f(▲, □, ⊏)

67. (○) = f(▲, ◨)

68. (○) = f(▲, ◨, ⊏)

69. (○) = f(▲, ◨, ⊏*)

70. (○) = f(▲, ■)

71. (○) = f(▲, ■, ⊏)

72. (○) = f(▲, ⊏*)

73. (○) = f(▲, ⊏*, ◭)

74. (○) = f(▲, ⊏*, ◨)

75. (○) = f(▲, ⊏*, ◑)

76. (○) = f(▲, ◑)

77. (○) = f(▲, ◑, ⊏*)

78. (○) = f(◻, ⊓)

79. (○) = f(◻, ⊓, △)

80. (○) = f(◻, ⊔)

81. (○) = f(◻, ⊔, △)

82. (○) = f(◻, ⊔, ◭)

83. (○) = f(◻, ⊏)

84. (○) = f(◻, ⊏, △)

85. (○) = f(◻, ⊏, ◭)

86. (○) = f(◻, ⊏, ▲)

87. (○) = f(◻, △)

88. (○) = f(◻, △, ⊓)

89. (○) = f(◻, △, ⊔)

90. (○) = f(◻, △, ⊏)

91. (○) = f(◻, ◭)

92. (○) = f(◻, ◭, ⊔)

93. (○) = f(◻, ◭, ⊏)

94. (○) = f(◻, ▲)

95. (○) = f(◻, ▲, ⊏)

96. (○) = f(◨, ⊔)

97. (○) = f(◨, ⊔, ◭)

98. (○) = f(◨, ⊏)

99. (○) = f(◨, ⊏, ◭)

100. (○) = f(◨, ⊏, ▲)

101. (○) = f(◨, ◭)

102. (○) = f(◨, ◭, ⊔)

103. (○) = f(◨, ◭, ⊏)

104. (○) = f(◨, ▲)

105. (○) = f(◨, ▲, ⊏)

106. (○) = f(◨, ▲, ⊏*)

107. (○) = f(◨, ■)

108. (○) = f(◨, ■, ⊏*)

109. (○) = f(◨, ⊏*)

110. (○) = f(◨, ⊏*, ▲)

111. (○) = f(◨, ⊏*, ■)

112. (○) = f(■, ⊏)

113. (○) = f(■, ⊏, ▲)

114. (○) = f(■, ▲)

115. (○) = f(■, ▲, ⊏)

116. (○) = f(■, ◨)

117. (○) = f(■, ◨, ⊏*)

118. (○) = f(■, ⊏*)

119. (○) = f(■, ⊏*, ◨)

120. (○) = f(■, ⊏*, ◑)

121. (○) = f(■, ◑)

122. (○) = f(■, ◑, ⊏*)

123. (○) = f(⊏*, ◭)

124. (○) = f(⊏*, ◭, ▲)

125. (○) = f(⊏*, ▲)

126. (○) = f(⊏*, ▲, ◭)

127. (○) = f(⊏*, ▲, ◨)

128. (○) = f(⊏*, ▲, ◑)

129. (○) = f(⊏*, ◨)

130. (○) = f(⊏*, ◨, ▲)

131. (○) = f(⊏*, ◨, ■)

132. (○) = f(⊏*, ■)

133. (○) = f(⊏*, ■, ◨)

134. (○) = f(⊏*, ■, ◑)

135. (○) = f(⊏*, ◑)

136. (○) = f(⊏*, ◑, ▲)

137. (○) = f(⊏*, ◑, ■)

138. (○) = f(⊏*, ◑, ●)

139. (○) = f(⊏*,●)

140. (○) = f(⊏*, ●, ◑)

141. (○) = f(◑, ▲)

142. (○) = f(◑, ▲, ⊏*)

143. (○) = f(◑, ■)

144. (○) = f(◑, ■, ⊏*)

145. (○) = f(◑, ⊏*)

146. (○) = f(◑, ⊏*, ▲)

147. (○) = f(◑, ⊏*, ■)

148. (○) = f(◑, ⊏*, ●)

149. (○) = f(◑, ●)

150. (○) = f(◑, ●, ⊏*)

151. (○) = f(●, ⊏*)

152. (○) = f(●, ⊏*, ◑)

153. (○) = f(●, ◑)

154. (○) = f(●, ◑, ⊏*)

3.14. 74 Funktionen mit w = (◑)

1. (◑) = f(⊔, ◭)

2. (◑) = f(⊔, ◭, ◨)

3. (◑) = f(⊔, ◨)

4. (◑) = f(⊔, ◨, ◭)

5. (◑) = f(⊏, ◭)

6. (◑) = f(⊏, ◭, ◨)

7. (◑) = f(⊏, ▲)

8. (◑) = f(⊏, ▲, ◨)

9. (◑) = f(⊏, ▲, ■)
10. (◑) = f(⊏, ◨)
11. (◑) = f(⊏, ◨, ◭)
12. (◑) = f(⊏, ◨, ▲)
13. (◑) = f(⊏, ■)
14. (◑) = f(⊏, ■, ▲)
15. (◑) = f(◭, ⊔)
16. (◑) = f(◭, ⊔, ◨)
17. (◑) = f(◭, ⊏)
18. (◑) = f(◭, ⊏, ◨)
19. (◑) = f(◭, ◨)
20. (◑) = f(◭, ◨, ⊔)
21. (◑) = f(◭, ◨, ⊏)
22. (◑) = f(▲, ⊏)
23. (◑) = f(▲, ⊏, ◨)
24. (◑) = f(▲, ⊏, ■)
25. (◑) = f(▲, ◨)
26. (◑) = f(▲, ◨, ⊏)
27. (◑) = f(▲, ■)
28. (◑) = f(▲, ■, ⊏)
29. (◑) = f(▲, ⊏*)

30. (◑) = f(▲, ⊏*, ○)

31. (◑) = f(▲, ○)

32. (◑) = f(▲, ○, ⊏*)

33. (◑) = f(◨, ⊔)

34. (◑) = f(◨, ⊔, ◭)

35. (◑) = f(◨, ⊏)

36. (◑) = f(◨, ⊏, ◭)

37. (◑) = f(◨, ⊏, ▲)

38. (◑) = f(◨, ◭)

39. (◑) = f(◨, ◭, ⊔)

40. (◑) = f(◨, ◭, ⊏)

41. (◑) = f(◨, ▲)

42. (◑) = f(◨, ▲, ⊏)

43. (◑) = f(■, ⊏)

44. (◑) = f(■, ⊏, ▲)

45. (◑) = f(■, ▲)

46. (◑) = f(■, ▲, ⊏)

47. (◑) = f(■, ⊏*)

48. (◑) = f(■, ⊏*, ○)

49. (◑) = f(■, ○)

50. (◑) = f(■, ○, ⊏*)

51. (◑) = f(⊏*, ▲)

52. (◑) = f(⊏*, ▲, ○)

53. (◑) = f(⊏*, ■)

54. (◑) = f(⊏*, ■, ○)

55. (◑) = f(⊏*, ○)

56. (◑) = f(⊏*, ○, ▲)

57. (◑) = f(⊏*, ○, ■)

58. (◑) = f(⊏*, ○, ●)

59. (◑) = f(⊏*,●)

60. (◑) = f(⊏*, ●, ○)

61. (◑) = f(○, ▲)

62. (◑) = f(○, ▲, ⊏*)

63. (◑) = f(○, ■)

64. (◑) = f(○, ■, ⊏*)

65. (◑) = f(○, ⊏*)

66. (◑) = f(○, ⊏*, ▲)

67. (◑) = f(○, ⊏*, ■)

68. (◑) = f(○, ⊏*, ●)

69. (◑) = f(○,●)

70. (◑) = f(○,●, ⊏*)

71. (◑) = f(●, ⊏*)

72. (◑) = f(●, ⊏*, ○)

73. (◑) = f(●3, ○)

74. (◑) = f(●, ○, ⊏*)

3.15. 24 Funktionen mit w = ●

1. (●) = f(⊏, ▲)
2. (●) = f(⊏, ▲, ■)
3. (●) = f(⊏, ■)
4. (●) = f(⊏, ■, ▲)
5. (●) = f(▲, ⊏)
6. (●) = f(▲, ⊏, ■)
7. (●) = f(▲, ■)
8. (●) = f(▲, ■, ⊏)
9. (●) = f(■, ⊏)
10. (●) = f(■, ⊏, ▲)
11. (●) = f(■, ▲)
12. (●) = f(■, ▲, ⊏)
13. (●) = f(⊏*, ○)
14. (●) = f(⊏*, ○, ◑)
15. (●) = f(⊏*, ◑)
16. (●) = f(⊏*, ◑, ○)
17. (●) = f(○, ⊏*)
18. (●) = f(○, ⊏*, ◑)

19. (●) = f(○, ◑)

20. (●) = f(○, ◑, ⊏*)

21. (●) = f(◑, ⊏*)

22. (●) = f(◑, ⊏*, ○)

23. (●) = f(◑, ○)

24. (●) = f(◑, ○, ⊏*)

4.1. Wir haben somit

3.1. 12 Funktionen mit w = (⊓)

3.2. 41 Funktionen mit w = (⊔)

3.3. 92 Funktionen mit w = (⊏)

3.4. 12 Funktionen mit w = (⊓*)

3.5. 64 Funktionen mit w = (△)

3.6. 115 Funktionen mit w = (◭)

3.7. 152 Funktionen mit w = (▲)

3.8. 41 Funktionen mit w = (⊔*)

3.9. 116 Funktionen mit w = (◻)

3.10. 99 Funktionen mit w = (◨)

3.11. 74 Funktionen mit w = (■)

3.12. 92 Funktionen mit w = (⊏*)

3.13. 154 Funktionen mit w = (○)

3.14. 74 Funktionen mit w = (◑)

3.15. 24 Funktionen mit w = (●)

4.2. Damit gehört also jede triadische polykontextural-semiotische Funktion zu einer tetradischen, oder, anders ausgedrückt: Partielle polykontextural-semiotische Funktion treten nicht isoliert auf, sondern in einer Familie, die von einer tetradischen polykontextural-semiotischen Funktion "angeführt" wird. Ob eine polykontextural-semiotische Funktion zu einer solchen "Funktionen-Familie" von 2, 3 oder 4 Mitgliedern gehört, bestimmt offensichtlich ganz einfach ihre Struktur, die in den obigen Listen freilich optisch durch die auftretenden Permutationen der "regulären" tetradischen Dualsysteme der abstrakten Form (3.a 2.b 1.c 0.d) × (d.0 c.1 b.2 a.3) etwas verdeckt ist:

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d) mit $a \leq b \leq c \leq d$, wobei $a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}$.

Man bedenke, dass wir im realitätstheoretischen Falle also haben

PZR° = (d.0 c.1 b.2 a.3),

wobei also wie im zeichentheoretischen Falle (PZR) wegen des von Bense eingeführten Unterscheides zwischen kategorialen und relationalen Zahlen (Bense 1975, S. 65 f.) $d \neq 0$ ist, was ja der Grund für die nicht-quadratische polykontextural-semiotische Matrix ist, denn die genuine, iterierte nullheitliche Kategorie "0.0" würde gerade dem durch die nicht-genuinen trichotomischen Kategorien (0.1), (0.2), (0.3) ausgedrückte Aufhebung der polykontexturalen Grenze zwischen Zeichen und Objekt widersprechen, insofern hier das kategoriale Objekt als "reines", nicht "Zeichen-infiziertes" Objekt erschiene.

Mit anderen Worten: Ausgehend von

PZR = (3.a 2.b 1.c 0.d) und PZR° = (d.0 c.1 b.2 a.3)

finden wir in den Listen die folgenden $2 \cdot 24$ Permutationen:

(3.a 2.b 1.c 0.d) × (d.0 c.1 b.2 a.3)

(3.a 1.c 2.b 0.d) × (d.0 b.2 c.1 a.3)

(2.b 3.a 1.c 0.d) × (d.0 c.1 a.3 b.2)

(2.b 1.c 3.a 0.d) × (d.0 a.3 c.1 b.2)

(1.c 2.b 3.a 0.d) × (d.0 a.3 b.2 c.1)

(1.c 3.a 2.b 0.d) × (d.0 b.2 a.3 c.1)

(3.a 2.b 0.d 1.c) × (c.1 d.0 b.2 a.3)

(3.a 1.c 0.d 2.b) × (b.2 d.0 c.1 a.3)

(2.b 3.a 0.d 1.c) × (c.1 d.0 a.3 b.2)

(2.b 1.c 0.d 3.a) × (a.3 d.0 c.1 b.2)

(1.c 2.b 0.d 3.a) × (a.3 d.0 b.2 c.1)

(1.c 3.a 0.d 2.b) × (b.2 d.0 a.3 c.1)

(3.a 0.d 1.c 2.b) × (b.2 c.1 d.0 a.3)

(3.a 0.d 2.b 1.c) × (c.1 b.2 d.0 a.3)

(2.b 0.d 1.c 3.a) × (a.3 c.1 d.0 b.2)

(2.b 0.d 3.a 1.c) × (c.1 a.3 d.0 b.2)

(1.c 0.d 2.b 3.a) × (a.3 b.2 d.0 c.1)

(1.c 0.d 3.a 2.b) × (b.2 a.3 d.0 c.1)

(0.d 2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2 d.0)

(0.d 3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3 d.0)

(0.d 1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1 d.0)

(0.d 2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2 d.0)

(0.d 3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3 d.0)

(0.d 1.c 3.a 2.b) × (b.2 a.3 c.1 d.0)

Wegen der trichotomischen Ordnung ($a \leq b \leq c \leq d$) bestimmen also bei den partiellen Funktionen die "anwesenden" Funktionsglieder die "fehlenden". Wir hatten diese "fehlenden" Funktionsglieder ja weiter oben als "übersprungene" Kategorien bezeichnet, weil sie im polykontexturalen Sinne in eindeutig-mehrmöglicher Weise durch die "anwesenden" Funktionsglieder bestimmt werden. Wenn wir etwa die Nr. 18 aus Liste 3.2. nehmen

(⊔) = f(◻, ○),

dann hat also die vollständige tetradische Zeichenrelation die beiden möglichen Formen

(⊔) = f(◻, ○ 1.c)
(⊔) = f(1.c, ◻, ○).

Wegen (○ ◻) ergibt sich also c= 1 oder c = 2, d.h. 2 Möglichkeiten

(⊔) = f(◻, ○, △) / (△, ◻, ○)
(⊔) = f(◻, ○, ◭) / (◭, ◻, ○),

und die vor dem Schrägstrich stehenden Funktionen sind tatsächlich die Nrn. 19 und 20 in Liste 3.2.

Die 3er-Familie der polykontextural-semiotischen Funktionen

Nr. 18	(⊔) = f(◻, ○)
Nr. 19	(⊔) = f(◻, ○, △)
Nr. 20	(⊔) = f(◻, ○, ◭)

besagt wegen der Äquivalenz der polykontextural-semiotischen Funktionen aber auch, dass diese gegenseitig ersetzbar sind. Man könnte also auch sagen, die triadische polykontextural-semiotische Funktion Nr. 18 impliziere eine doppelte Option ihrer Substitution. Da die tetradische Zeichenklasse der partiellen Funktion Nr. 18 nicht eindeutig rekonstruierbar ist, ergeben sich also bei einer Rekonstruktion die beiden Alternativen Nr. 19 und Nr. 20, d.h. zwei verschiedene tetradische Zeichenklassen, und, da das kategoriale Objekt (⊔) konstant ist, nach der Entfernung der Faserung auch zwei verschiedene triadische, d.h. monokontexturale Zeichenklassen.

4.3. Die 15 Listen mit ihren 1162 qualitativen polykontextural-semiotischen Funktionen besagen also vor allem, dass die 15 polykontexturalen monadischen Subzeichen der tetradischen semiotischen Matrix durch total 1162 dyadische (partielle) und triadische polykontextural-semiotische qualitative Funktionen substituiert werden können, wobei jede "Familie" von Funktionen 2, 3 oder 4 Optionen hat.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Die 1162 polykontextural-semiotischen Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008c

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Qualitäten und Bindungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Zur semiotischen quantitativ-qualitativen Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Intermediäre semiotische Qualitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Die Substituierbarkeit von Subzeichen durch qualitative semiotische Funktionen

1. Gemäss Toth (2008c, S. 7 ff.) lässt sich eine abstrakte polykontextural-semiotische tetradisch-relationale Repräsentationsklasse, bestehend aus Zeichenklasse und dualer Realitätsematik, wie folgt notieren

PDS = ((((.0.), (.1.)), (.2.)), (.3.)) × (((.3.), ((.2.), ((.1.), (.0.))))).

Während nun eine logische 4-stellige Relation 6 2-stellige, 4 3-stellige und 1 4-stellige Partialrelation enthält (gemäss den Newtonschen Binominalkoeffizienten), enthält eine semiotische 4-stellige Relation die folgenden 4 + 15 + 24 + 24 = 67 qualitativen Partialrelationen:

monadische Partialrelationen: (.0.), (.1.), (.2.), (.3.).

dyadische Partialrelationen: (⊓), (⊔), (⊏), (⊓*), (⊔*), (⊏*), (△), (◭), (▲), (◽), (◨), (■), (○), (◑), (●).

triadische Partialrelationen: (0., 2., 1.), (0., 1., 2.), (1., 2., 0.), (1., 0., 2), (2., 1., 0.), (2., 0., 1),
(3., 2., 1.), (3., 1., 2.), (2., 3., 1.), (2., 1., 3.), (1., 3., 2.), (1., 2., 3),
(0., 3., 2.), (0., 2., 3.), (2., 3., 0.), (2., 0., 3.), (3., 2., 0.), (3., 0., 2.),
(0., 3., 1.), (0., 1., 3.), (1., 3., 0.), (1., 0., 3.), (3., 1., 0.), (3., 0., 1.).

tetradische Partialrelationen: (3., 2., 1., 0.), (2., 3., 1., 0.), (2., 1., 3., 0.), (1., 2., 3., 0.),
(3., 1., 2., 0.), (1., 3., 2., 0.), (2., 3., 0., 1.), (3., 2., 0., 1.),
(2., 1., 0., 3.), (1., 2., 0., 3.), (3., 1., 0., 2.), (1., 3., 0., 2.),
(2., 0., 3., 1.), (3., 0., 2., 1.), (2., 0., 1., 3.), (1., 0., 2., 3.),
(3., 0., 1., 2.), (1., 0., 3., 2.), (0., 2., 3., 1.), (0., 3., 2., 1.),

(0., 1., 2., 3.), (0., 2., 1., 3.), (0., 3., 1., 2.), (0., 1., 3., 2.).

Die drei dyadischen Relationen (⊓*), (⊔*) und (⊏*) treten allerdings ausschliesslich in Realitätsthematiken auf. In einer polykontexturalen Semiotik, in der die Grenze zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben ist, sind also sämtliche Partialrelationen miteinander austauschbar. Während dies für die oben aufgeführten monadischen, dyadischen, triadischen und tetradischen Partialrelationen untereinander ohne weiteres einsichtig ist, zeigen wir in der vorliegenden Arbeit die Ersetzung der dyadischen Subzeichen polykontexturaler Zeichenklassen und Realitätsthematiken durch triadische monokontexturale Voll- und triadische polykontexturale qualitative Partialrelationen mit Hilfe der in Toth (2008d) eingeführten semiotischen Funktionen. Durch diese Substitutionen wird eine enorme Menge von semiotischen Verbindungen zwischen Zeichenklassen sichtbar gemacht, die bis anhin unzugänglich blieben (vgl. Toth 2008a, S. 28 ff.) und damit natürlich auch ein Teil jenes unsichtbaren "semiotic web", in das sämtliche kommunikativen, kreativen und repräsentativen Prozesse eingebunden sind.

1.

○	□	△	⊓
(○) = f(⊓, △, □)	(□) = f(⊓, △, ○)	(△) = f(⊓, □, ○)	(⊓) = f(△, □, ○)
(○) = f(⊓, □, △)	(□) = f(⊔, △, ○)	(△) = f(⊓, ○, □)	(⊓) = f(△, ○, □)
(○) = f(⊔, △, □)	(□) = f(⊔, ◭, ○)	(△) = f(⊔, □, ○)	(⊓) = f(□, △, ○)
(○) = f(⊔, ◭, □)	(□) = f(⊔, ○, △)	(△) = f(⊔, ○, □)	(⊓) = f(□, ○, △)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(□) = f(⊔, ○, ◭)	(△) = f(⊏, □, ○)	(⊓) = f(○, △, □)
(○) = f(⊔, □, △)	(□) = f(⊏, △, ○)	(△) = f(⊏, ○, □)	(⊓) = f(○, □, △)
(○) = f(⊔, □, ◭)	(□) = f(⊏, ◭, ○)	(△) = f(⊓*, ◭, ▲)	
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(□) = f(⊏, ▲, ○)	(△) = f(⊓*, ▲, ◭)	
(○) = f(⊏, △, □)	(□) = f(⊏, ○, △)	(△) = f(◭, ⊓*, ▲)	
(○) = f(⊏, ◭, □)	(□) = f(⊏, ○, ◭)	(△) = f(◭, ▲, ⊓*)	

(○) = f(⊏, ◭, ◨)

(○) = f(⊏, ▲, ◻)

(○) = f(⊏, ▲, ◨)

(○) = f(⊏, ▲, ■)

(○) = f(⊏, ◻, △)

(○) = f(⊏, ◻, ◭)

(○) = f(⊏, ◻, ▲)

(○) = f(⊏, ◨, ◭)

(○) = f(⊏, ◨, ▲)

(○) = f(⊏, ■, ▲)

(○) = f(△, ⊓, ◻)

(○) = f(△, ⊔, ◻)

(○) = f(△, ⊏, ◻)

(○) = f(△, ◻, ⊓)

(○) = f(△, ◻, ⊔)

(○) = f(△, ◻, ⊏)

(○) = f(◭, ⊔, ◻)

(○) = f(◭, ⊔, ◨)

(○) = f(◭, ⊏, ◻)

(○) = f(◭, ⊏, ◨)

(○) = f(◭, ▲, ⊏*)

(○) = f(◭, ◻, ⊔)

(○) = f(◭, ◻, ⊏)

(○) = f(◭, ◨, ⊔)

(○) = f(◭, ◨, ⊏)

(◻) = f(⊏, ○, ▲)

(◻) = f(△, ⊓, ○)

(◻) = f(△, ⊔, ○)

(◻) = f(△, ⊏, ○)

(◻) = f(△, ○, ⊓)

(◻) = f(△, ○, ⊔)

(◻) = f(△, ○, ⊏)

(◻) = f(◭, ⊔, ○)

(◻) = f(◭, ⊏, ○)

(◻) = f(◭, ▲, ⊏*)

(◻) = f(◭, ▲, ⊔*)

(◻) = f(◭, ⊔*, ▲)

(◻) = f(◭, ⊏*, ▲)

(◻) = f(◭, ○, ⊔)

(◻) = f(◭, ○, ⊏)

(◻) = f(▲, ⊏, ○)

(◻) = f(▲, ◭, ⊔*)

(◻) = f(▲, ◭, ⊏*)

(◻) = f(▲, ⊔*, ◭)

(◻) = f(▲, ⊔*, ◨)

(◻) = f(▲, ◨, ⊔*)

(◻) = f(▲, ◨, ⊏*)

(◻) = f(▲, ⊏*, ◭)

(◻) = f(▲, ⊏*, ◨)

(◻) = f(▲, ○, ⊏)

(△) = f(◭, ▲, ⊔*)

(△) = f(◭, ▲, ⊏*)

(△) = f(◭, ⊔*, ▲)

(△) = f(◭, ⊏*, ▲)

(△) = f(▲, ⊓*, ◭)

(△) = f(▲, ◭, ⊓*)

(△) = f(▲, ◭, ⊔*)

(△) = f(▲, ◭, ⊏*)

(△) = f(▲, ⊔*, ◭)

(△) = f(▲, ⊏*, ◭)

(△) = f(⊔*, ◭, ▲)

(△) = f(⊔*, ▲, ◭)

(△) = f(◻, ⊓, ○)

(△) = f(◻, ⊔, ○)

(△) = f(◻, ⊏, ○)

(△) = f(◻, ○, ⊓)

(△) = f(◻, ○, ⊔)

(△) = f(◻, ○, ⊏)

(△) = f(⊏*, ◭, ▲)

(△) = f(⊏*, ▲, ◭)

(△) = f(○, ⊓, ◻)

(△) = f(○, ⊔, ◻)

(△) = f(○, ⊏, ◻)

(△) = f(○, ◻, ⊓)

(△) = f(○, ◻, ⊔)

(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◻) = f(⊔*, ◭, ▲)	(△) = f(○, ◻, ⊏)
(○) = f(▲, ⊏, ◻)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◭)	
(○) = f(▲, ⊏, ◨)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◨)	
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(◻) = f(⊔*, ◨, ▲)	
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◻) = f(⊔*, ◨, ■)	
(○) = f(▲, ◻, ⊏)	(◻) = f(⊔*, ■, ◨)	
(○) = f(▲, ◨, ⊏)	(◻) = f(◨, ▲, ⊔*)	
(○) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◻) = f(◨, ▲, ⊏*)	
(○) = f(▲, ■, ⊏)	(◻) = f(◨, ⊔*, ▲)	
(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◻) = f(◨, ⊔*, ■)	
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◻) = f(◨, ■, ⊔*)	
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(◻) = f(◨, ■, ⊏*)	
(○) = f(▲, ◑, ⊏*)	(◻) = f(◨, ⊏*, ▲)	
(○) = f(◻, ⊓, △)	(◻) = f(◨, ⊏*, ■)	
(○) = f(◻, ⊔, △)	(◻) = f(■, ⊔*, ◨)	
(○) = f(◻, ⊔, ◭)	(◻) = f(■, ◨, ⊔*)	
(○) = f(◻, ⊏, △)	(◻) = f(■, ◨, ⊏*)	
(○) = f(◻, ⊏, ◭)	(◻) = f(■, ⊏*, ◨)	
(○) = f(◻, ⊏, ▲)	(◻) = f(⊏*, ◭, ▲)	
(○) = f(◻, △, ⊓)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◭)	
(○) = f(◻, △, ⊔)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◨)	
(○) = f(◻, △, ⊏)	(◻) = f(⊏*, ◨, ▲)	
(○) = f(◻, ◭, ⊔)	(◻) = f(⊏*, ◨, ■)	
(○) = f(◻, ◭, ⊏)	(◻) = f(⊏*, ■, ◨)	
(○) = f(◻, ▲, ⊏)	(◻) = f(○, ⊓, △)	

(○) = f(◨, ⊔, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(◻) = f(○, ⊔, △)

(◻) = f(○, ⊔, ◭)

(◻) = f(○, ⊏, △)

(◻) = f(○, ⊏, ◭)

(◻) = f(○, ⊏, ▲)

(◻) = f(○, △, ⊓)

(◻) = f(○, △, ⊔)

(◻) = f(○, △, ⊏)

(◻) = f(○, ◭, ⊔)

(◻) = f(○, ◭, ⊏)

(◻) = f(○, ▲, ⊏)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

2.

○	◻	△	⊔
↓	↓	↓	↓
(○) = f(⊓, △, ◻)	(◻) = f(⊓, △, ○)	(△) = f(⊓, ◻, ○)	(⊔) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(◻) = f(⊔, △, ○)	(△) = f(⊓, ○, ◻)	(⊔) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(◻) = f(⊔, ◭, ○)	(△) = f(⊔, ◻, ○)	(⊔) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(◻) = f(⊔, ○, △)	(△) = f(⊔, ○, ◻)	(⊔) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(◻) = f(⊔, ○, ◭)	(△) = f(⊏, ◻, ○)	(⊔) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, ◻, △)	(◻) = f(⊏, △, ○)	(△) = f(⊏, ○, ◻)	(⊔) = f(◭, ○, ◻)
(○) = f(⊔, ◻, ◭)	(◻) = f(⊏, ◭, ○)	(△) = f(⊓*, ◭, ▲)	(⊔) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(◻) = f(⊏, ▲, ○)	(△) = f(⊓*, ▲, ◭)	(⊔) = f(◭, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, △, ◻)	(◻) = f(⊏, ○, △)	(△) = f(◭, ⊓*, ▲)	(⊔) = f(◻, △, ○)

(○) = f(⊏, ◭, ◻)	(◻) = f(⊏, ○, ◭)	(△) = f(◭, ▲, ⊓*)	(⊔) = f(◻, ◭, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(◻) = f(⊏, ○, ▲)	(△) = f(◭, ▲, ⊔*)	(⊔) = f(◻, ○, △)
(○) = f(⊏, ▲, ◻)	(◻) = f(△, ⊓, ○)	(△) = f(◭, ▲, ⊏*)	(⊔) = f(◻, ○, ◭)
(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(◻) = f(△, ⊔, ○)	(△) = f(◭, ⊔*, ▲)	(⊔) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(◻) = f(△, ⊏, ○)	(△) = f(◭, ⊏*, ▲)	(⊔) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(⊏, ◻, △)	(◻) = f(△, ○, ⊓)	(△) = f(▲, ⊓*, ◭)	(⊔) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(⊏, ◻, ◭)	(◻) = f(△, ○, ⊔)	(△) = f(▲, ◭, ⊓*)	(⊔) = f(◨, ◑, ◭)
(○) = f(⊏, ◻, ▲)	(◻) = f(△, ○, ⊏)	(△) = f(▲, ◭, ⊔*)	(⊔) = f(○, △, ◻)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(◻) = f(◭, ⊔, ○)	(△) = f(▲, ◭, ⊏*)	(⊔) = f(○, ◭, ◻)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(◻) = f(◭, ⊏, ○)	(△) = f(▲, ⊔*, ◭)	(⊔) = f(○, ◭, ◨)
(○) = f(⊏, ■, ▲)	(◻) = f(◭, ▲, ⊏*)	(△) = f(▲, ⊏*, ◭)	(⊔) = f(○, ◻, △)
(○) = f(△, ⊓, ◻)	(◻) = f(◭, ▲, ⊔*)	(△) = f(⊔*, ◭, ▲)	(⊔) = f(○, ◻, ◭)
(○) = f(△, ⊔, ◻)	(◻) = f(◭, ⊔*, ▲)	(△) = f(⊔*, ▲, ◭)	(⊔) = f(○, ◨, ◭)
(○) = f(△, ⊏, ◻)	(◻) = f(◭, ⊏*, ▲)	(△) = f(◻, ⊓, ○)	(⊔) = f(◑, ◭, ◨)
(○) = f(△, ◻, ⊓)	(◻) = f(◭, ○, ⊔)	(△) = f(◻, ⊔, ○)	(⊔) = f(◑, ◨, ◭)
(○) = f(△, ◻, ⊔)	(◻) = f(◭, ○, ⊏)	(△) = f(◻, ⊏, ○)	
(○) = f(△, ◻, ⊏)	(◻) = f(▲, ⊏, ○)	(△) = f(◻, ○, ⊓)	
(○) = f(◭, ⊔, ◻)	(◻) = f(▲, ◭, ⊔*)	(△) = f(◻, ○, ⊔)	
(○) = f(◭, ⊔, ◨)	(◻) = f(▲, ◭, ⊏*)	(△) = f(◻, ○, ⊏)	
(○) = f(◭, ⊏, ◻)	(◻) = f(▲, ⊔*, ◭)	(△) = f(⊏*, ◭, ▲)	
(○) = f(◭, ⊏, ◨)	(◻) = f(▲, ⊔*, ◨)	(△) = f(⊏*, ▲, ◭)	
(○) = f(◭, ▲, ⊏*)	(◻) = f(▲, ◨, ⊔*)	(△) = f(○, ⊓, ◻)	
(○) = f(◭, ◻, ⊔)	(◻) = f(▲, ◨, ⊏*)	(△) = f(○, ⊔, ◻)	
(○) = f(◭, ◻, ⊏)	(◻) = f(▲, ⊏*, ◭)	(△) = f(○, ⊏, ◻)	
(○) = f(◭, ◨, ⊔)	(◻) = f(▲, ⊏*, ◨)	(△) = f(○, ◻, ⊓)	

(○) = f(◭, ◨, ⊏)	(◻) = f(▲, ○, ⊏)	(△) = f(○, ◻, ⊔)
(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◻) = f(⊔*, ◭, ▲)	(△) = f(○, ◻, ⊏)
(○) = f(▲, ⊏, ◻)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◭)	
(○) = f(▲, ⊏, ◨)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◨)	
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(◻) = f(⊔*, ◨, ▲)	
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◻) = f(⊔*, ◨, ■)	
(○) = f(▲, ◻, ⊏)	(◻) = f(⊔*, ■, ◨)	
(○) = f(▲, ◨, ⊏)	(◻) = f(◨, ▲, ⊔*)	
(○) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◻) = f(◨, ▲, ⊏*)	
(○) = f(▲, ■, ⊏)	(◻) = f(◨, ⊔*, ▲)	
(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◻) = f(◨, ⊔*, ■)	
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◻) = f(◨, ■, ⊔*)	
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(◻) = f(◨, ■, ⊏*)	
(○) = f(▲, ◑, ⊏*)	(◻) = f(◨, ⊏*, ▲)	
(○) = f(◻, ⊓, △)	(◻) = f(◨, ⊏*, ■)	
(○) = f(◻, ⊔, △)	(◻) = f(■, ⊔*, ◨)	
(○) = f(◻, ⊔, ◭)	(◻) = f(■, ◨, ⊔*)	
(○) = f(◻, ⊏, △)	(◻) = f(■, ◨, ⊏*)	
(○) = f(◻, ⊏, ◭)	(◻) = f(■, ⊏*, ◨)	
(○) = f(◻, ⊏, ▲)	(◻) = f(⊏*, ◭, ▲)	
(○) = f(◻, △, ⊓)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◭)	
(○) = f(◻, △, ⊔)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◨)	
(○) = f(◻, △, ⊏)	(◻) = f(⊏*, ◨, ▲)	
(○) = f(◻, ◭, ⊔)	(◻) = f(⊏*, ◨, ■)	
(○) = f(◻, ◭, ⊏)	(◻) = f(⊏*, ■, ◨)	

(○) = f(□, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ⊔, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(□) = f(○, ⊓, △)

(□) = f(○, ⊔, △)

(□) = f(○, ⊔, ◭)

(□) = f(○, ⊏, △)

(□) = f(○, ⊏, ◭)

(□) = f(○, ⊏, ▲)

(□) = f(○, △, ⊓)

(□) = f(○, △, ⊔)

(□) = f(○, △, ⊏)

(□) = f(○, ◭, ⊔)

(□) = f(○, ◭, ⊏)

(□) = f(○, ▲, ⊏)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

3.

○	◻	△	⊏
(○) = f(⊓, △, ◻)	(◻) = f(⊓, △, ○)	(△) = f(⊓, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(◻) = f(⊔, △, ○)	(△) = f(⊓, ○, ◻)	(⊏) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(◻) = f(⊔, ◭, ○)	(△) = f(⊔, ◻, ○)	(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(◻) = f(⊔, ○, △)	(△) = f(⊔, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(◻) = f(⊔, ○, ◭)	(△) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, ◻, △)	(◻) = f(⊏, △, ○)	(△) = f(⊏, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(○) = f(⊔, ◻, ◭)	(◻) = f(⊏, ◭, ○)	(△) = f(⊓*, ◭, ▲)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(◻) = f(⊏, ▲, ○)	(△) = f(⊓*, ▲, ◭)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)

(○) = f(⊏, △, □)	(□) = f(⊏, ○, △)	(△) = f(◭, ⊓*, ▲)	(⊏) = f(▲, □, ○)
(○) = f(⊏, ◭, □)	(□) = f(⊏, ○, ◭)	(△) = f(◭, ▲, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(□) = f(⊏, ○, ▲)	(△) = f(◭, ▲, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, □)	(□) = f(△, ⊓, ○)	(△) = f(◭, ▲, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ■, ○)
(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(□) = f(△, ⊔, ○)	(△) = f(◭, ⊔*, ▲)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(□) = f(△, ⊏, ○)	(△) = f(◭, ⊏*, ▲)	(⊏) = f(▲, ■, ●)
(○) = f(⊏, □, △)	(□) = f(△, ○, ⊓)	(△) = f(▲, ⊓*, ◭)	(⊏) = f(▲, ○, □)
(○) = f(⊏, □, ◭)	(□) = f(△, ○, ⊔)	(△) = f(▲, ◭, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(○) = f(⊏, □, ▲)	(□) = f(△, ○, ⊏)	(△) = f(▲, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(□) = f(◭, ⊔, ○)	(△) = f(▲, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(□) = f(◭, ⊏, ○)	(△) = f(▲, ⊔*, ◭)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(○) = f(⊏, ■, ▲)	(□) = f(◭, ▲, ⊏*)	(△) = f(▲, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(▲, ●, ■)
(○) = f(△, ⊓, □)	(□) = f(◭, ▲, ⊔*)	(△) = f(⊔*, ◭, ▲)	(⊏) = f(□, △, ○)
(○) = f(△, ⊔, □)	(□) = f(◭, ⊔*, ▲)	(△) = f(⊔*, ▲, ◭)	(⊏) = f(□, ◭, ○)
(○) = f(△, ⊏, □)	(□) = f(◭, ⊏*, ▲)	(△) = f(□, ⊓, ○)	(⊏) = f(□, ▲, ○)
(○) = f(△, □, ⊓)	(□) = f(◭, ○, ⊔)	(△) = f(□, ⊔, ○)	(⊏) = f(□, ○, △)
(○) = f(△, □, ⊔)	(□) = f(◭, ○, ⊏)	(△) = f(□, ⊏, ○)	(⊏) = f(□, ○, ◭)
(○) = f(△, □, ⊏)	(□) = f(▲, ⊏, ○)	(△) = f(□, ○, ⊓)	(⊏) = f(□, ○, ▲)
(○) = f(◭, ⊔, □)	(□) = f(▲, ◭, ⊔*)	(△) = f(□, ○, ⊔)	(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(◭, ⊔, ◨)	(□) = f(▲, ◭, ⊏*)	(△) = f(□, ○, ⊏)	(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(◭, ⊏, □)	(□) = f(▲, ⊔*, ◭)	(△) = f(⊏*, ◭, ▲)	(⊏) = f(◨, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏, ◨)	(□) = f(▲, ⊔*, ◨)	(△) = f(⊏*, ▲, ◭)	(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(○) = f(◭, ▲, ⊏*)	(□) = f(▲, ◨, ⊔*)	(△) = f(○, ⊓, □)	(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(◭, □, ⊔)	(□) = f(▲, ◨, ⊏*)	(△) = f(○, ⊔, □)	(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(○) = f(◭, □, ⊏)	(□) = f(▲, ⊏*, ◭)	(△) = f(○, ⊏, □)	(⊏) = f(◨, ◑, ◭)

(○) = f(◭, ◨, ⊔)	(◻) = f(▲, ⊏*, ◨)	(△) = f(○, ◻, ⊓)	(⊏) = f(◨, ◑, ▲)
(○) = f(◭, ◨, ⊏)	(◻) = f(▲, ○, ⊏)	(△) = f(○, ◻, ⊔)	(⊏) = f(■, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◻) = f(⊔*, ◭, ▲)	(△) = f(○, ◻, ⊏)	(⊏) = f(■, ○, ◑)
(○) = f(▲, ⊏, ◻)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◭)		(⊏) = f(■, ○, ●)
(○) = f(▲, ⊏, ◨)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◨)		(⊏) = f(■, ○, ▲)
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(◻) = f(⊔*, ◨, ▲)		(⊏) = f(■, ◑, ▲)
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◻) = f(⊔*, ◨, ■)		(⊏) = f(■, ●, ▲)
(○) = f(▲, ◻, ⊏)	(◻) = f(⊔*, ■, ◨)		(⊏) = f(○, △, ◻)
(○) = f(▲, ◨, ⊏)	(◻) = f(◨, ▲, ⊔*)		(⊏) = f(○, ◭, ◻)
(○) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◻) = f(◨, ▲, ⊏*)		(⊏) = f(○, ◭, ◨)
(○) = f(▲, ■, ⊏)	(◻) = f(◨, ⊔*, ▲)		(⊏) = f(○, ▲, ◻)
(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◻) = f(◨, ⊔*, ■)		(⊏) = f(○, ▲, ◨)
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◻) = f(◨, ■, ⊔*)		(⊏) = f(○, ▲, ■)
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(◻) = f(◨, ■, ⊏*)		(⊏) = f(○, ◻, △)
(○) = f(▲, ◑, ⊏*)	(◻) = f(◨, ⊏*, ▲)		(⊏) = f(○, ◻, ◭)
(○) = f(◻, ⊓, △)	(◻) = f(◨, ⊏*, ■)		(⊏) = f(○, ◻, ▲)
(○) = f(◻, ⊔, △)	(◻) = f(■, ⊔*, ◨)		(⊏) = f(○, ◨, ◭)
(○) = f(◻, ⊔, ◭)	(◻) = f(■, ◨, ⊔*)		(⊏) = f(○, ◨, ▲)
(○) = f(◻, ⊏, △)	(◻) = f(■, ◨, ⊏*)		(⊏) = f(○, ■, ▲)
(○) = f(◻, ⊏, ◭)	(◻) = f(■, ⊏*, ◨)		(⊏) = f(◑, ◭, ◨)
(○) = f(◻, ⊏, ▲)	(◻) = f(⊏*, ◭, ▲)		(⊏) = f(◑, ▲, ◨)
(○) = f(◻, △, ⊓)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◭)		(⊏) = f(◑, ▲, ■)
(○) = f(◻, △, ⊔)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◨)		(⊏) = f(◑, ◨, ◭)
(○) = f(◻, △, ⊏)	(◻) = f(⊏*, ◨, ▲)		(⊏) = f(◑, ◨, ▲)

(○) = f(◻, ◭, ⊔)

(○) = f(◻, ◭, ⊏)

(○) = f(◻, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ⊔, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(◻) = f(⊏*, ◨, ■)

(◻) = f(⊏*, ■, ◨)

(◻) = f(○, ⊓, △)

(◻) = f(○, ⊔, △)

(◻) = f(○, ⊔, ◭)

(◻) = f(○, ⊏, △)

(◻) = f(○, ⊏, ◭)

(◻) = f(○, ⊏, ▲)

(◻) = f(○, △, ⊓)

(◻) = f(○, △, ⊔)

(◻) = f(○, △, ⊏)

(◻) = f(○, ◭, ⊔)

(◻) = f(○, ◭, ⊏)

(◻) = f(○, ▲, ⊏)

(⊏) = f(◑, ■, ▲)

(⊏) = f(●, ▲, ■)

(⊏) = f(●, ■, ▲)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

4.

○	◻	◭	⊔
↓	↓	↓	↓
(○) = f(⊓, △, ◻)	(◻) = f(⊓, △, ○)	(◭) = f(⊔, ◻, ○)	(⊔) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(◻) = f(⊔, △, ○)	(◭) = f(⊔, ◨, ○)	(⊔) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(◻) = f(⊔, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ◨, ◑)	(⊔) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(◻) = f(⊔, ○, △)	(◭) = f(⊔, ○, ◻)	(⊔) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(◻) = f(⊔, ○, ◭)	(◭) = f(⊔, ○, ◨)	(⊔) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, ◻, △)	(◻) = f(⊏, △, ○)	(◭) = f(⊔, ◑, ◨)	(⊔) = f(◭, ○, ◻)

(○) = f(⊔, ◻, ◭)

(○) = f(⊔, ◨, ◭)

(○) = f(⊏, △, ◻)

(○) = f(⊏, ◭, ◻)

(○) = f(⊏, ◭, ◨)

(○) = f(⊏, ▲, ◻)

(○) = f(⊏, ▲, ◨)

(○) = f(⊏, ▲, ■)

(○) = f(⊏, ◻, △)

(○) = f(⊏, ◻, ◭)

(○) = f(⊏, ◻, ▲)

(○) = f(⊏, ◨, ◭)

(○) = f(⊏, ◨, ▲)

(○) = f(⊏, ■, ▲)

(○) = f(△, ⊓, ◻)

(○) = f(△, ⊔, ◻)

(○) = f(△, ⊏, ◻)

(○) = f(△, ◻, ⊓)

(○) = f(△, ◻, ⊔)

(○) = f(△, ◻, ⊏)

(○) = f(◭, ⊔, ◻)

(○) = f(◭, ⊔, ◨)

(○) = f(◭, ⊏, ◻)

(○) = f(◭, ⊏, ◨)

(○) = f(◭, ▲, ⊏*)

(◻) = f(⊏, ◭, ○)

(◻) = f(⊏, ▲, ○)

(◻) = f(⊏, ○, △)

(◻) = f(⊏, ○, ◭)

(◻) = f(⊏, ○, ▲)

(◻) = f(△, ⊓, ○)

(◻) = f(△, ⊔, ○)

(◻) = f(△, ⊏, ○)

(◻) = f(△, ○, ⊓)

(◻) = f(△, ○, ⊔)

(◻) = f(△, ○, ⊏)

(◻) = f(◭, ⊔, ○)

(◻) = f(◭, ⊏, ○)

(◻) = f(◭, ▲, ⊏*)

(◻) = f(◭, ▲, ⊔*)

(◻) = f(◭, ⊔*, ▲)

(◻) = f(◭, ⊏*, ▲)

(◻) = f(◭, ○, ⊔)

(◻) = f(◭, ○, ⊏)

(◻) = f(▲, ⊏, ○)

(◻) = f(▲, ◭, ⊔*)

(◻) = f(▲, ◭, ⊏*)

(◻) = f(▲, ⊔*, ◭)

(◻) = f(▲, ⊔*, ◨)

(◻) = f(▲, ◨, ⊔*)

(◭) = f(⊏, ◻, ○)

(◭) = f(⊏, ◨, ○)

(◭) = f(⊏, ◨, ◑)

(◭) = f(⊏, ○, ◻)

(◭) = f(⊏, ○, ◨)

(◭) = f(⊏, ◑, ◨)

(◭) = f(⊓*, △, ▲)

(◭) = f(⊓*, ▲, △)

(◭) = f(△, ⊓*, ▲)

(◭) = f(△, ▲, ⊓*)

(◭) = f(△, ▲, ⊔*)

(◭) = f(△, ▲, ⊏*)

(◭) = f(△, ⊔*, ▲)

(◭) = f(△, ⊏*, ▲)

(◭) = f(▲, ⊓*, △)

(◭) = f(▲, △, ⊓*)

(◭) = f(▲, △, ⊔*)

(◭) = f(▲, △, ⊏*)

(◭) = f(▲, ⊔*, △)

(◭) = f(▲, ◻, ⊔*)

(◭) = f(▲, ⊏*, △)

(◭) = f(▲, ⊏*, ◻)

(◭) = f(▲, ⊏*, ○)

(◭) = f(▲, ○, ⊏*)

(◭) = f(⊔*, ▲, ◻)

(⊔) = f(◭, ○, ◨)

(⊔) = f(◭, ◑, ◨)

(⊔) = f(◻, △, ○)

(⊔) = f(◻, ◭, ○)

(⊔) = f(◻, ○, △)

(⊔) = f(◻, ○, ◭)

(⊔) = f(◨, ◭, ○)

(⊔) = f(◨, ◭, ◑)

(⊔) = f(◨, ○, ◭)

(⊔) = f(△, ◑, ◭)

(⊔) = f(○, △, ◻)

(⊔) = f(○, ◭, ◻)

(⊔) = f(○, ◭, ◨)

(⊔) = f(○, ◻, △)

(⊔) = f(○, ◻, ◭)

(⊔) = f(○, ◨, ◭)

(⊔) = f(◑, ◭, ◨)

(⊔) = f(◑, ◨, ◭)

(○) = f(◭, ◻, ⊔)	(◻) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◭) = f(⊔*, ▲, △)
(○) = f(◭, ◻, ⊏)	(◻) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◭) = f(⊔*, ◻, ▲)
(○) = f(◭, ◨, ⊔)	(◻) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◭) = f(◻, ⊔, ○)
(○) = f(◭, ◨, ⊏)	(◻) = f(▲, ○, ⊏)	(◭) = f(◻, ⊏, ○)
(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◻) = f(⊔*, ◭, ▲)	(◭) = f(◻, ▲, ⊔*)
(○) = f(▲, ⊏, ◻)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◭)	(◭) = f(◻, ▲, ⊏*)
(○) = f(▲, ⊏, ◨)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◨)	(◭) = f(◻, ⊔*, ▲)
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(◻) = f(⊔*, ◨, ▲)	(◭) = f(◻, ⊏*, ▲)
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◻) = f(⊔*, ◨, ■)	(◭) = f(◻, ○, ⊔)
(○) = f(▲, ◻, ⊏)	(◻) = f(⊔*, ■, ◨)	(◭) = f(◻, ○, ⊏)
(○) = f(▲, ◨, ⊏)	(◻) = f(◨, ▲, ⊔*)	(◭) = f(◨, ⊔, ○)
(○) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◻) = f(◨, ▲, ⊏*)	(◭) = f(◨, ⊔, ◑)
(○) = f(▲, ■, ⊏)	(◻) = f(◨, ⊔*, ▲)	(◭) = f(◨, ⊏, ○)
(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◻) = f(◨, ⊔*, ■)	(◭) = f(◨, ⊏, ◑)
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◻) = f(◨, ■, ⊔*)	(◭) = f(◨, ○, ⊔)
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(◻) = f(◨, ■, ⊏*)	(◭) = f(◨, ○, ⊏)
(○) = f(▲, ◑, ⊏*)	(◻) = f(◨, ⊏*, ▲)	(◭) = f(◨, ◑, ⊔)
(○) = f(◻, ⊓, △)	(◻) = f(◨, ⊏*, ■)	(◭) = f(◨, ◑, ⊏)
(○) = f(◻, ⊔, △)	(◻) = f(■, ⊔*, ◨)	(◭) = f(⊏*, △, ▲)
(○) = f(◻, ⊔, ◭)	(◻) = f(■, ◨, ⊔*)	(◭) = f(⊏*, ▲, △)
(○) = f(◻, ⊏, △)	(◻) = f(■, ◨, ⊏*)	(◭) = f(⊏*, ▲, ◻)
(○) = f(◻, ⊏, ◭)	(◻) = f(■, ⊏*, ◨)	(◭) = f(⊏*, ▲, ○)
(○) = f(◻, ⊏, ▲)	(◻) = f(⊏*, ◭, ▲)	(◭) = f(⊏*, ◻, ▲)
(○) = f(◻, △, ⊓)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◭)	(◭) = f(⊏*, ○, ▲)
(○) = f(◻, △, ⊔)	(◻) = f(⊏*, ▲, ◨)	(◭) = f(○, ⊔, ◻)

(○) = f(◽, △, ⊏)

(○) = f(◽, ◭, ⊔)

(○) = f(◽, ◭, ⊏)

(○) = f(◽, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ⊔, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(◽) = f(⊏*, ◨, ▲)

(◽) = f(⊏*, ◨, ■)

(◽) = f(⊏*, ■, ◨)

(◽) = f(○, ⊓, △)

(◽) = f(○, ⊔, △)

(◽) = f(○, ⊔, ◭)

(◽) = f(○, ⊏, △)

(◽) = f(○, ⊏, ◭)

(◽) = f(○, ⊏, ▲)

(◽) = f(○, △, ⊓)

(◽) = f(○, △, ⊔)

(◽) = f(○, △, ⊏)

(◽) = f(○, ◭, ⊔)

(◽) = f(○, ◭, ⊏)

(◽) = f(○, ▲, ⊏)

(◭) = f(○, ⊔, ◨)

(◭) = f(○, ⊏, ◽)

(◭) = f(○, ⊏, ◨)

(◭) = f(○, ▲, ⊏*)

(◭) = f(○, ◽, ⊔)

(◭) = f(○, ◽, ⊏)

(◭) = f(○, ◨, ⊔)

(◭) = f(○, ◨, ⊏)

(◭) = f(○, ⊏*, ▲)

(◭) = f(◑, ⊔, ◨)

(◭) = f(◑, ⊏, ◨)

(◭) = f(◑, ◨, ⊔)

(◭) = f(◑, ◨, ⊏)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

5.

○	◻	◭	⊏
(○) = f(⊓, △, ◻)	(◻) = f(⊓, △, ○)	(◭) = f(⊔, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(◻) = f(⊔, △, ○)	(◭) = f(⊔, ◨, ○)	(⊏) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(◻) = f(⊔, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(◻) = f(⊔, ○, △)	(◭) = f(⊔, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(◻) = f(⊔, ○, ◭)	(◭) = f(⊔, ○, ◨)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)

(○) = f(⊔, ◻, △)	(◻) = f(⊏, △, ○)	(◭) = f(⊔, ◑, ◨)	(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(○) = f(⊔, ◻, ◭)	(◻) = f(⊏, ◭, ○)	(◭) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(◻) = f(⊏, ▲, ○)	(◭) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, △, ◻)	(◻) = f(⊏, ○, △)	(◭) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(▲, ◻, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◻)	(◻) = f(⊏, ○, ◭)	(◭) = f(⊏, ○, ◻)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(◻) = f(⊏, ○, ▲)	(◭) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ◻)	(◻) = f(△, ⊓, ○)	(◭) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊏) = f(▲, ■, ○)
(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(◻) = f(△, ⊔, ○)	(◭) = f(⊓*, △, ▲)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(◻) = f(△, ⊏, ○)	(◭) = f(⊓*, ▲, △)	(⊏) = f(▲, ■, ●)
(○) = f(⊏, ◻, △)	(◻) = f(△, ○, ⊓)	(◭) = f(△, ⊓*, ▲)	(⊏) = f(▲, ○, ◻)
(○) = f(⊏, ◻, ◭)	(◻) = f(△, ○, ⊔)	(◭) = f(△, ▲, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(○) = f(⊏, ◻, ▲)	(◻) = f(△, ○, ⊏)	(◭) = f(△, ▲, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(◻) = f(◭, ⊔, ○)	(◭) = f(△, ▲, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(◻) = f(◭, ⊏, ○)	(◭) = f(△, ⊔*, ▲)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(○) = f(⊏, ■, ▲)	(◻) = f(◭, ▲, ⊏*)	(◭) = f(△, ⊏*, ▲)	(⊏) = f(▲, ●, ■)
(○) = f(△, ⊓, ◻)	(◻) = f(◭, ▲, ⊔*)	(◭) = f(▲, ⊓*, △)	(⊏) = f(◻, △, ○)
(○) = f(△, ⊔, ◻)	(◻) = f(◭, ⊔*, ▲)	(◭) = f(▲, △, ⊓*)	(⊏) = f(◻, ◭, ○)
(○) = f(△, ⊏, ◻)	(◻) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◭) = f(▲, △, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ▲, ○)
(○) = f(△, ◻, ⊓)	(◻) = f(◭, ○, ⊔)	(◭) = f(▲, △, ⊏*)	(⊏) = f(◻, ○, △)
(○) = f(△, ◻, ⊔)	(◻) = f(◭, ○, ⊏)	(◭) = f(▲, ⊔*, △)	(⊏) = f(◻, ○, ◭)
(○) = f(△, ◻, ⊏)	(◻) = f(▲, ⊏, ○)	(◭) = f(▲, ◻, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ○, ▲)
(○) = f(◭, ⊔, ◻)	(◻) = f(▲, ◭, ⊔*)	(◭) = f(▲, ⊏*, △)	(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(◭, ⊔, ◨)	(◻) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◭) = f(▲, ⊏*, ◻)	(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(◭, ⊏, ◻)	(◻) = f(▲, ⊔*, ◭)	(◭) = f(▲, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◨, ▲, ○)

(○) = f(◭, ⊏, ◨)	(◻) = f(▲, ⊔*, ◨)	(◭) = f(▲, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(○) = f(◭, ▲, ⊏*)	(◻) = f(▲, ◨, ⊔*)	(◭) = f(⊔*, ▲, ◻)	(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(◭, ◻, ⊔)	(◻) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◭) = f(⊔*, ▲, △)	(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(○) = f(◭, ◻, ⊏)	(◻) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◭) = f(⊔*, ◻, ▲)	(⊏) = f(◨, ◑, ◭)
(○) = f(◭, ◨, ⊔)	(◻) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◭) = f(◻, ⊔, ○)	(⊏) = f(◨, ◑, ▲)
(○) = f(◭, ◨, ⊏)	(◻) = f(▲, ○, ⊏)	(◭) = f(◻, ⊏, ○)	(⊏) = f(■, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◻) = f(⊔*, ◭, ▲)	(◭) = f(◻, ▲, ⊔*)	(⊏) = f(■, ▲, ◑)
(○) = f(▲, ⊏, ◻)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◭)	(◭) = f(◻, ▲, ⊏*)	(⊏) = f(■, ▲, ●)
(○) = f(▲, ⊏, ◨)	(◻) = f(⊔*, ▲, ◨)	(◭) = f(◻, ⊔*, ▲)	(⊏) = f(■, ○, ▲)
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(◻) = f(⊔*, ◨, ▲)	(◭) = f(◻, ⊏*, ▲)	(⊏) = f(■, ◑, ▲)
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◻) = f(⊔*, ◨, ■)	(◭) = f(◻, ○, ⊔)	(⊏) = f(■, ●, ▲)
(○) = f(▲, ◻, ⊏)	(◻) = f(⊔*, ■, ◨)	(◭) = f(◻, ○, ⊏)	(⊏) = f(○, △, ◻)
(○) = f(▲, ◨, ⊏)	(◻) = f(◨, ▲, ⊔*)	(◭) = f(◨, ⊔, ○)	(⊏) = f(○, ◭, ◻)
(○) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◻) = f(◨, ▲, ⊏*)	(◭) = f(◨, ⊔, ◑)	(⊏) = f(○, ◭, ◨)
(○) = f(▲, ■, ⊏)	(◻) = f(◨, ⊔*, ▲)	(◭) = f(◨, ⊏, ○)	(⊏) = f(○, ▲, ◻)
(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◻) = f(◨, ⊔*, ■)	(◭) = f(◨, ⊏, ◑)	(⊏) = f(○, ▲, ◨)
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◻) = f(◨, ■, ⊔*)	(◭) = f(◨, ○, ⊔)	(⊏) = f(○, ▲, ■)
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(◻) = f(◨, ■, ⊏*)	(◭) = f(◨, ○, ⊏)	(⊏) = f(○, ◻, △)
(○) = f(▲, ◑, ⊏*)	(◻) = f(◨, ⊏*, ▲)	(◭) = f(◨, ◑, ⊔)	(⊏) = f(○, ◻, ◭)
(○) = f(◻, ⊓, △)	(◻) = f(◨, ⊏*, ■)	(◭) = f(◨, ◑, ⊏)	(⊏) = f(○, ◻, ▲)
(○) = f(◻, ⊔, △)	(◻) = f(■, ⊔*, ◨)	(◭) = f(⊏*, △, ▲)	(⊏) = f(○, ◨, ◭)
(○) = f(◻, ⊔, ◭)	(◻) = f(■, ◨, ⊔*)	(◭) = f(⊏*, ▲, △)	(⊏) = f(○, ◨, ▲)
(○) = f(◻, ⊏, △)	(◻) = f(■, ◨, ⊏*)	(◭) = f(⊏*, ▲, ◻)	(⊏) = f(○, ■, ▲)
(○) = f(◻, ⊏, ◭)	(◻) = f(■, ⊏*, ◨)	(◭) = f(⊏*, ▲, ○)	(⊏) = f(◑, ◭, ◨)

(○) = f(□, ⊏, ▲)

(○) = f(□, △, ⊓)

(○) = f(□, △, ⊔)

(○) = f(□, △, ⊏)

(○) = f(□, ◭, ⊔)

(○) = f(□, ◭, ⊏)

(○) = f(□, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ⊔, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(□) = f(⊏*, ◭, ▲)

(□) = f(⊏*, ▲, ◭)

(□) = f(⊏*, ▲, ◨)

(□) = f(⊏*, ◨, ▲)

(□) = f(⊏*, ◨, ■)

(□) = f(⊏*, ■, ◨)

(□) = f(○, ⊓, △)

(□) = f(○, ⊔, △)

(□) = f(○, ⊔, ◭)

(□) = f(○, ⊏, △)

(□) = f(○, ⊏, ◭)

(□) = f(○, ⊏, ▲)

(□) = f(○, △, ⊓)

(□) = f(○, △, ⊔)

(□) = f(○, △, ⊏)

(□) = f(○, ◭, ⊔)

(□) = f(○, ◭, ⊏)

(□) = f(○, ▲, ⊏)

(◭) = f(⊏*, □, ▲)

(◭) = f(⊏*, ○, ▲)

(◭) = f(○, ⊔, □)

(◭) = f(○, ⊔, ◨)

(◭) = f(○, ⊏, □)

(◭) = f(○, ⊏, ◨)

(◭) = f(○, ▲, ⊏*)

(◭) = f(○, □, ⊔)

(◭) = f(○, □, ⊏)

(◭) = f(○, ◨, ⊔)

(◭) = f(○, ◨, ⊏)

(◭) = f(○, ⊏*, ▲)

(◭) = f(◑, ⊔, ◨)

(◭) = f(◑, ⊏, ◨)

(◭) = f(◑, ◨, ⊔)

(◭) = f(◑, ◨, ⊏)

(⊏) = f(◑, ▲, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ■)

(⊏) = f(◑, ◨, ◭)

(⊏) = f(◑, ◨, ▲)

(⊏) = f(◑, ■, ▲)

(⊏) = f(●, ▲, ■)

(⊏) = f(●, ■, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

6.

○	□	▲	⊏
↓	↓	↓	↓
(○) = f(⊓, △, □)	(□) = f(⊓, △, ○)	(▲) = f(⊏, □, ○)	(⊏) = f(△, □, ○)
(○) = f(⊓, □, △)	(□) = f(⊔, △, ○)	(▲) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(△, ○, □)
(○) = f(⊔, △, □)	(□) = f(⊔, ◭, ○)	(▲) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, □, ○)
(○) = f(⊔, ◭, □)	(□) = f(⊔, ○, △)	(▲) = f(⊏, ■, ○)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(□) = f(⊔, ○, ◭)	(▲) = f(⊏, ■, ◑)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, □, △)	(□) = f(⊏, △, ○)	(▲) = f(⊏, ■, ●)	(⊏) = f(◭, ○, □)
(○) = f(⊔, □, ◭)	(□) = f(⊏, ◭, ○)	(▲) = f(⊏, ○, □)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(□) = f(⊏, ▲, ○)	(▲) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, △, □)	(□) = f(⊏, ○, △)	(▲) = f(⊏, ○, ■)	(⊏) = f(▲, □, ○)
(○) = f(⊏, ◭, □)	(□) = f(⊏, ○, ◭)	(▲) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(□) = f(⊏, ○, ▲)	(▲) = f(⊏, ◑, ■)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, □)	(□) = f(△, ⊓, ○)	(▲) = f(⊏, ●, ■)	(⊏) = f(▲, ■, ○)
(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(□) = f(△, ⊔, ○)	(▲) = f(⊓*, △, ◭)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(□) = f(△, ⊏, ○)	(▲) = f(⊓*, ◭, △)	(⊏) = f(▲, ■, ●)
(○) = f(⊏, □, △)	(□) = f(△, ○, ⊓)	(▲) = f(△, ⊓*, ◭)	(⊏) = f(▲, ○, □)
(○) = f(⊏, □, ◭)	(□) = f(△, ○, ⊔)	(▲) = f(△, ◭, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(○) = f(⊏, □, ▲)	(□) = f(△, ○, ⊏)	(▲) = f(△, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(□) = f(◭, ⊔, ○)	(▲) = f(△, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(□) = f(◭, ⊏, ○)	(▲) = f(△, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(○) = f(⊏, ■, ▲)	(□) = f(◭, ▲, ⊏*)	(▲) = f(◭, ⊓*, △)	(⊏) = f(▲, ●, ■)
(○) = f(△, ⊓, □)	(□) = f(◭, ▲, ⊔*)	(▲) = f(◭, △, ⊓*)	(⊏) = f(□, △, ○)

(○) = f(△, ⊔, □)	(□) = f(◭, ⊔*, ▲)	(▲) = f(◭, △, ⊔*)	(⊏) = f(□, ◭, ○)
(○) = f(△, ⊏, □)	(□) = f(◭, ⊏*, ▲)	(▲) = f(◭, △, ⊏*)	(⊏) = f(□, ▲, ○)
(○) = f(△, □, ⊓)	(□) = f(◭, ○, ⊔)	(▲) = f(◭, ⊔*, △)	(⊏) = f(□, ○, △)
(○) = f(△, □, ⊔)	(□) = f(◭, ○, ⊏)	(▲) = f(◭, ⊔*, □)	(⊏) = f(□, ○, ◭)
(○) = f(△, □, ⊏)	(□) = f(▲, ⊏, ○)	(▲) = f(◭, □, ⊔*)	(⊏) = f(□, ○, ▲)
(○) = f(◭, ⊔, □)	(□) = f(▲, ◭, ⊔*)	(▲) = f(◭, □, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(◭, ⊔, ◨)	(□) = f(▲, ◭, ⊏*)	(▲) = f(◭, ⊏*, △)	(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(◭, ⊏, □)	(□) = f(▲, ⊔*, ◭)	(▲) = f(◭, ⊏*, □)	(⊏) = f(◨, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏, ◨)	(□) = f(▲, ⊔*, ◨)	(▲) = f(◭, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(○) = f(◭, ▲, ⊏*)	(□) = f(▲, ◨, ⊔*)	(▲) = f(◭, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(◭, □, ⊔)	(□) = f(▲, ◨, ⊏*)	(▲) = f(⊔*, △, ◭)	(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(○) = f(◭, □, ⊏)	(□) = f(▲, ⊏*, ◭)	(▲) = f(⊔*, ◭, △)	(⊏) = f(◨, ◑, ▲)
(○) = f(◭, ◨, ⊏)	(□) = f(▲, ○, ⊏)	(▲) = f(⊔*, ◭, □)	(⊏) = f(■, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(□) = f(⊔*, ◭, ▲)	(▲) = f(⊔*, □, ◭)	(⊏) = f(■, ▲, ◑)
(○) = f(▲, ⊏, □)	(□) = f(⊔*, ▲, ◭)	(▲) = f(⊔*, □, ◨)	(⊏) = f(■, ▲, ●)
(○) = f(▲, ⊏, ◨)	(□) = f(⊔*, ▲, ◨)	(▲) = f(⊔*, ◨, □)	(⊏) = f(■, ○, ▲)
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(□) = f(⊔*, ◨, ▲)	(▲) = f(□, ⊏, ○)	(⊏) = f(■, ◑, ▲)
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(□) = f(⊔*, ◨, ■)	(▲) = f(□, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(■, ●, ▲)
(○) = f(▲, □, ⊏)	(□) = f(⊔*, ■, ◨)	(▲) = f(□, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(○, △, □)
(○) = f(▲, ◨, ⊏)	(□) = f(◨, ▲, ⊔*)	(▲) = f(□, ⊔*, ◭)	(⊏) = f(○, ◭, □)
(○) = f(▲, ◨, ⊏*)	(□) = f(◨, ▲, ⊏*)	(▲) = f(□, ⊔*, ◨)	(⊏) = f(○, ◭, ◨)
(○) = f(▲, ■, ⊏)	(□) = f(◨, ⊔*, ▲)	(▲) = f(□, ◨, ⊔*)	(⊏) = f(○, ▲, □)
(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(□) = f(◨, ⊔*, ■)	(▲) = f(□, ◨, ⊏*)	(⊏) = f(○, ▲, ◨)
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(□) = f(◨, ■, ⊔*)	(▲) = f(□, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(○, ▲, ■)
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(□) = f(◨, ■, ⊏*)	(▲) = f(□, ⊏*, ◨)	(⊏) = f(○, □, △)

(○) = f(▲, ◑, ⊏*)
(○) = f(◻, ⊓, △)
(○) = f(◻, ⊔, △)
(○) = f(◻, ⊔, ◭)
(○) = f(◻, ⊏, △)
(○) = f(◻, ⊏, ◭)
(○) = f(◻, ⊏, ▲)
(○) = f(◻, △, ⊓)
(○) = f(◻, △, ⊔)
(○) = f(◻, △, ⊏)
(○) = f(◻, ◭, ⊔)
(○) = f(◻, ◭, ⊏)
(○) = f(◻, ▲, ⊏)
(○) = f(◨, ⊔, ◭)
(○) = f(◨, ⊏, ◭)
(○) = f(◨, ⊏, ▲)
(○) = f(◨, ◭, ⊔)
(○) = f(◨, ◭, ⊏)
(○) = f(◨, ▲, ⊏)
(○) = f(◨, ▲, ⊏*)
(○) = f(◨, ■, ⊏*)
(○) = f(◨, ⊏*, ▲)
(○) = f(◨, ⊏*, ■)
(○) = f(■, ⊏, ▲)

(◻) = f(◨, ⊏*, ▲)
(◻) = f(◨, ⊏*, ■)
(◻) = f(■, ⊔*, ◨)
(◻) = f(■, ◨, ⊔*)
(◻) = f(■, ◨, ⊏*)
(◻) = f(■, ⊏*, ◨)
(◻) = f(⊏*, ◭, ▲)
(◻) = f(⊏*, ▲, ◭)
(◻) = f(⊏*, ▲, ◨)
(◻) = f(⊏*, ◨, ▲)
(◻) = f(⊏*, ◨, ■)
(◻) = f(⊏*, ■, ◨)
(◻) = f(○, ⊓, △)
(◻) = f(○, ⊔, △)
(◻) = f(○, ⊔, ◭)
(◻) = f(○, ⊏, △)
(◻) = f(○, ⊏, ◭)
(◻) = f(○, ⊏, ▲)
(◻) = f(○, △, ⊓)
(◻) = f(○, △, ⊔)
(◻) = f(○, △, ⊏)
(◻) = f(○, ◭, ⊔)
(◻) = f(○, ◭, ⊏)
(◻) = f(○, ▲, ⊏)

(▲) = f(◻, ○, ⊏)
(▲) = f(◨, ⊏, ○)
(▲) = f(◨, ⊏, ◑)
(▲) = f(◨, ⊔*, ◻)
(▲) = f(◨, ◻, ⊔*)
(▲) = f(◨, ◻, ⊏*)
(▲) = f(◨, ⊏*, ◻)
(▲) = f(◨, ⊏*, ○)
(▲) = f(◨, ○, ⊏)
(▲) = f(◨, ○, ⊏*)
(▲) = f(◨, ◑, ⊏)
(▲) = f(■, ⊏, ○)
(▲) = f(■, ⊏, ◑)
(▲) = f(■, ⊏, ●)
(▲) = f(■, ○, ⊏)
(▲) = f(■, ◑, ⊏)
(▲) = f(■, ●, ⊏)
(▲) = f(⊏*, △, ◭)
(▲) = f(⊏*, ◭, △)
(▲) = f(⊏*, ◭, ◻)
(▲) = f(⊏*, ◭, ○)
(▲) = f(⊏*, ◻, ◭)
(▲) = f(⊏*, ◻, ◨)
(▲) = f(⊏*, ◨, ◻)

(⊏) = f(○, ◻, ◭)
(⊏) = f(○, ◻, ▲)
(⊏) = f(○, ◨, ◭)
(⊏) = f(○, ◨, ▲)
(⊏) = f(○, ■, ▲)
(⊏) = f(◑, ◭, ◨)
(⊏) = f(◑, ▲, ◨)
(⊏) = f(◑, ▲, ■)
(⊏) = f(◑, ◨, ◭)
(⊏) = f(◑, ◨, ▲)
(⊏) = f(◑, ■, ▲)
(⊏) = f(●, ▲, ■)
(⊏) = f(●, ■, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(▲) = f(⊏*, ◨, ○)

(▲) = f(⊏*, ○, ◭)

(▲) = f(⊏*, ○, ◨)

(▲) = f(⊏*, ○, ◑)

(▲) = f(⊏*, ◑, ○)

(▲) = f(○, ⊏, □)

(▲) = f(○, ⊏, ◨)

(▲) = f(○, ⊏, ■)

(▲) = f(○, ◭, ⊏*)

(▲) = f(○, □, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏*)

(▲) = f(○, ■, ⊏)

(▲) = f(○, ⊏*, ◭)

(▲) = f(○, ⊏*, ◨)

(▲) = f(○, ⊏*, ◑)

(▲) = f(○, ◑, ⊏*)

(▲) = f(◑, ⊏, ◨)

(▲) = f(◑, ⊏, ■)

(▲) = f(◑, ◨, ⊏)

(▲) = f(◑, ■, ⊏)

(▲) = f(◑, ⊏*, ○)

(▲) = f(◑, ○, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)   (▲) = f(●, ⊏, ■)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)   (▲) = f(●, ■, ⊏)

7.

○	◨	◭	⊔
↓	↓	↓	↓
(○) = f(⊓, △, ◻)	(◨) = f(⊔, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ◻, ○)	(⊔) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(◨) = f(⊔, ◭, ◑)	(◭) = f(⊔, ◨, ○)	(⊔) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(◨) = f(⊔, ○, ◭)	(◭) = f(⊔, ◨, ◑)	(⊔) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(◨) = f(⊔, ◑, ◭)	(◭) = f(⊔, ○, ◻)	(⊔) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(◨) = f(⊏, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ○, ◨)	(⊔) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, ◻, △)	(◨) = f(⊏, ◭, ◑)	(◭) = f(⊔, ◑, ◨)	(⊔) = f(◭, ○, ◻)
(○) = f(⊔, ◻, ◭)	(◨) = f(⊏, ▲, ○)	(◭) = f(⊏, ◻, ○)	(⊔) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(◨) = f(⊏, ▲, ◑)	(◭) = f(⊏, ◨, ○)	(⊔) = f(◭, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, △, ◻)	(◨) = f(⊏, ○, ◭)	(◭) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊔) = f(◻, △, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◻)	(◨) = f(⊏, ○, ▲)	(◭) = f(⊏, ○, ◻)	(⊔) = f(◻, ◭, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(◨) = f(⊏, ◑, ◭)	(◭) = f(⊏, ○, ◨)	(⊔) = f(◻, ○, △)
(○) = f(⊏, ▲, ◻)	(◨) = f(⊏, ◑, ▲)	(◭) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊔) = f(◻, ○, ◭)
(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(◨) = f(◭, ⊔, ○)	(◭) = f(⊓*, △, ▲)	(⊔) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(◨) = f(◭, ⊔, ◑)	(◭) = f(⊓*, ▲, △)	(⊔) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(⊏, ◻, △)	(◨) = f(◭, ⊏, ○)	(◭) = f(△, ⊓*, ▲)	(⊔) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(⊏, ◻, ◭)	(◨) = f(◭, ⊏, ◑)	(◭) = f(△, ▲, ⊓*)	(⊔) = f(△, ◑, ◭)
(○) = f(⊏, ◻, ▲)	(◨) = f(◭, ○, ⊔)	(◭) = f(△, ▲, ⊔*)	(⊔) = f(○, △, ◻)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(◨) = f(◭, ○, ⊏)	(◭) = f(△, ▲, ⊏*)	(⊔) = f(○, ◭, ◻)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(◨) = f(◭, ◑, ⊔)	(◭) = f(△, ⊔*, ▲)	(⊔) = f(○, ◭, ◨)

(○) = f(⊏, ■, ▲)

(○) = f(△, ⊓, ◻)

(○) = f(△, ⊔, ◻)

(○) = f(△, ⊏, ◻)

(○) = f(△, ◻, ⊓)

(○) = f(△, ◻, ⊔)

(○) = f(△, ◻, ⊏)

(○) = f(◭, ⊔, ◻)

(○) = f(◭, ⊔, ◨)

(○) = f(◭, ⊏, ◻)

(○) = f(◭, ⊏, ◨)

(○) = f(◭, ▲, ⊏*)

(○) = f(◭, ◻, ⊔)

(○) = f(◭, ◻, ⊏)

(○) = f(◭, ◨, ⊔)

(○) = f(◭, ◨, ⊏)

(○) = f(◭, ⊏*, ▲)

(○) = f(▲, ⊏, ◻)

(○) = f(▲, ⊏, ◨)

(○) = f(▲, ⊏, ■)

(○) = f(▲, ◭, ⊏*)

(○) = f(▲, ◻, ⊏)

(○) = f(▲, ◨, ⊏)

(○) = f(▲, ◨, ⊏*)

(○) = f(▲, ■, ⊏)

(◨) = f(◭, ◑, ⊏)

(◨) = f(▲, ⊏, ○)

(◨) = f(▲, ⊏, ◑)

(◨) = f(▲, ⊔*, ◻)

(◨) = f(▲, ◻, ⊔*)

(◨) = f(▲, ◻, ⊏*)

(◨) = f(▲, ⊏*, ◻)

(◨) = f(▲, ⊏*, ○)

(◨) = f(▲, ○, ⊏)

(◨) = f(▲, ○, ⊏*)

(◨) = f(▲, ◑, ⊏)

(◨) = f(⊔*, ▲, ◻)

(◨) = f(⊔*, ◻, ▲)

(◨) = f(⊔*, ◻, ■)

(◨) = f(⊔*, ■, ◻)

(◨) = f(◻, ▲, ⊔*)

(◨) = f(◻, ▲, ⊏*)

(◨) = f(◻, ⊔*, ▲)

(◨) = f(◻, ⊔*, ■)

(◨) = f(◻, ■, ⊔*)

(◨) = f(◻, ■, ⊏*)

(◨) = f(◻, ⊏*, ▲)

(◨) = f(◻, ⊏*, ■)

(◨) = f(■, ⊔*, ◻)

(◨) = f(■, ◻, ⊔*)

(◭) = f(△, ⊏*, ▲)

(◭) = f(▲, ⊓*, △)

(◭) = f(▲, △, ⊓*)

(◭) = f(▲, △, ⊔*)

(◭) = f(▲, △, ⊏*)

(◭) = f(▲, ⊔*, △)

(◭) = f(▲, ◻, ⊔*)

(◭) = f(▲, ⊏*, △)

(◭) = f(▲, ⊏*, ◻)

(◭) = f(▲, ⊏*, ○)

(◭) = f(▲, ○, ⊏*)

(◭) = f(⊔*, ▲, ◻)

(◭) = f(⊔*, ▲, △)

(◭) = f(⊔*, ◻, ▲)

(◭) = f(◻, ⊔, ○)

(◭) = f(◻, ⊏, ○)

(◭) = f(◻, ▲, ⊔*)

(◭) = f(◻, ▲, ⊏*)

(◭) = f(◻, ⊔*, ▲)

(◭) = f(◻, ⊏*, ▲)

(◭) = f(◻, ○, ⊔)

(◭) = f(◻, ○, ⊏)

(◭) = f(◨, ⊔, ○)

(◭) = f(◨, ⊔, ◑)

(◭) = f(◨, ⊏, ○)

(⊔) = f(○, ◻, △)

(⊔) = f(○, ◻, ◭)

(⊔) = f(○, ◨, ◭)

(⊔) = f(◑, ◭, ◨)

(⊔) = f(◑, ◨, ◭)

(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◨) = f(■, □, ⊏*)	(◭) = f(◨, ⊏, ◑)
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◨) = f(■, ⊏*, □)	(◭) = f(◨, ○, ⊔)
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(◨) = f(■, ⊏*, ○)	(◭) = f(◨, ○, ⊏)
(○) = f(▲, ◑, ⊏*)	(◨) = f(■, ○, ⊏*)	(◭) = f(◨, ◑, ⊔)
(○) = f(□, ⊓, △)	(◨) = f(⊏*, ▲, □)	(◭) = f(◨, ◑, ⊏)
(○) = f(□, ⊔, △)	(◨) = f(⊏*, ▲, ○)	(◭) = f(⊏*, △, ▲)
(○) = f(□, ⊔, ◭)	(◨) = f(⊏*, □, ▲)	(◭) = f(⊏*, ▲, △)
(○) = f(□, ⊏, △)	(◨) = f(⊏*, □, ■)	(◭) = f(⊏*, ▲, □)
(○) = f(□, ⊏, ◭)	(◨) = f(⊏*, ■, □)	(◭) = f(⊏*, ▲, ○)
(○) = f(□, ⊏, ▲)	(◨) = f(⊏*, ■, ○)	(◭) = f(⊏*, □, ▲)
(○) = f(□, △, ⊓)	(◨) = f(⊏*, ○, ▲)	(◭) = f(⊏*, ○, ▲)
(○) = f(□, △, ⊔)	(◨) = f(⊏*, ○, ■)	(◭) = f(○, ⊔, □)
(○) = f(□, △, ⊏)	(◨) = f(○, ⊔, ◭)	(◭) = f(○, ⊔, ◨)
(○) = f(□, ◭, ⊔)	(◨) = f(○, ⊏, ◭)	(◭) = f(○, ⊏, □)
(○) = f(□, ◭, ⊏)	(◨) = f(○, ⊏, ▲)	(◭) = f(○, ⊏, ◨)
(○) = f(□, ▲, ⊏)	(◨) = f(○, ◭, ⊔)	(◭) = f(○, ▲, ⊏*)
(○) = f(◨, ⊔, ◭)	(◨) = f(○, ◭, ⊏)	(◭) = f(○, □, ⊔)
(○) = f(◨, ⊏, ◭)	(◨) = f(○, ▲, ⊏)	(◭) = f(○, □, ⊏)
(○) = f(◨, ⊏, ▲)	(◨) = f(○, ▲, ⊏*)	(◭) = f(○, ◨, ⊔)
(○) = f(◨, ◭, ⊔)	(◨) = f(○, ■, ⊏*)	(◭) = f(○, ◨, ⊏)
(○) = f(◨, ◭, ⊏)	(◨) = f(○, ⊏*, ▲)	(◭) = f(○, ⊏*, ▲)
(○) = f(◨, ▲, ⊏)	(◨) = f(○, ⊏*, ■)	(◭) = f(◑, ⊔, ◨)
(○) = f(◨, ▲, ⊏*)	(◨) = f(◑, ⊔, ◭)	(◭) = f(◑, ⊏, ◨)
(○) = f(◨, ■, ⊏*)	(◨) = f(◑, ⊏, ◭)	(◭) = f(◑, ◨, ⊔)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲) (◨) = f(◑, ⊏, ▲) (◭) = f(◑, ◨, ⊏)

(○) = f(◨, ⊏*, ■) (◨) = f(◑, ◭, ⊔)

(○) = f(■, ⊏, ▲) (◨) = f(◑, ◭, ⊏)

(○) = f(■, ▲, ⊏) (◨) = f(◑, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

8.

○	◨	◭	⊏
↓	↓	↓	↓
(○) = f(⊓, △, ◻)	(◨) = f(⊔, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(◨) = f(⊔, ◭, ◑)	(◭) = f(⊔, ◨, ○)	(⊏) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(◨) = f(⊔, ○, ◭)	(◭) = f(⊔, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(◨) = f(⊔, ◑, ◭)	(◭) = f(⊔, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(◨) = f(⊏, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ○, ◨)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, ◻, △)	(◨) = f(⊏, ◭, ◑)	(◭) = f(⊔, ◑, ◨)	(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(○) = f(⊔, ◻, ◭)	(◨) = f(⊏, ▲, ○)	(◭) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(◨) = f(⊏, ▲, ◑)	(◭) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, △, ◻)	(◨) = f(⊏, ○, ◭)	(◭) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(▲, ◻, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◻)	(◨) = f(⊏, ○, ▲)	(◭) = f(⊏, ○, ◻)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(◨) = f(⊏, ◑, ◭)	(◭) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ◻)	(◨) = f(⊏, ◑, ▲)	(◭) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊏) = f(▲, ■, ○)
(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(◨) = f(◭, ⊔, ○)	(◭) = f(⊓*, △, ▲)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(◨) = f(◭, ⊔, ◑)	(◭) = f(⊓*, ▲, △)	(⊏) = f(▲, ■, ●)
(○) = f(⊏, ◻, △)	(◨) = f(◭, ⊏, ○)	(◭) = f(△, ⊓*, ▲)	(⊏) = f(▲, ○, ◻)

(○) = f(⊏, ◻, ◭)	(◨) = f(◭, ⊏, ◑)	(◭) = f(△, ▲, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(○) = f(⊏, ◻, ▲)	(◨) = f(◭, ○, ⊔)	(◭) = f(△, ▲, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(◨) = f(◭, ○, ⊏)	(◭) = f(△, ▲, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(◨) = f(◭, ◑, ⊔)	(◭) = f(△, ⊔*, ▲)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(○) = f(⊏, ■, ▲)	(◨) = f(◭, ◑, ⊏)	(◭) = f(△, ⊏*, ▲)	(⊏) = f(▲, ●, ■)
(○) = f(△, ⊓, ◻)	(◨) = f(▲, ⊏, ○)	(◭) = f(▲, ⊓*, △)	(⊏) = f(◻, △, ○)
(○) = f(△, ⊔, ◻)	(◨) = f(▲, ⊏, ◑)	(◭) = f(▲, △, ⊓*)	(⊏) = f(◻, ◭, ○)
(○) = f(△, ⊏, ◻)	(◨) = f(▲, ⊔*, ◻)	(◭) = f(▲, △, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ▲, ○)
(○) = f(△, ◻, ⊓)	(◨) = f(▲, ◻, ⊔*)	(◭) = f(▲, △, ⊏*)	(⊏) = f(◻, ○, △)
(○) = f(△, ◻, ⊔)	(◨) = f(▲, ◻, ⊏*)	(◭) = f(▲, ⊔*, △)	(⊏) = f(◻, ○, ◭)
(○) = f(△, ◻, ⊏)	(◨) = f(▲, ⊏*, ◻)	(◭) = f(▲, ◻, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ○, ▲)
(○) = f(◭, ⊔, ◻)	(◨) = f(▲, ⊏*, ○)	(◭) = f(▲, ⊏*, △)	(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(◭, ⊔, ◨)	(◨) = f(▲, ○, ⊏)	(◭) = f(▲, ⊏*, ◻)	(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(◭, ⊏, ◻)	(◨) = f(▲, ○, ⊏*)	(◭) = f(▲, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◨, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏, ◨)	(◨) = f(▲, ◑, ⊏)	(◭) = f(▲, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(○) = f(◭, ▲, ⊏*)	(◨) = f(⊔*, ▲, ◻)	(◭) = f(⊔*, ▲, ◻)	(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(◭, ◻, ⊔)	(◨) = f(⊔*, ◻, ▲)	(◭) = f(⊔*, ▲, △)	(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(○) = f(◭, ◻, ⊏)	(◨) = f(⊔*, ◻, ■)	(◭) = f(⊔*, ◻, ▲)	(⊏) = f(◨, ◑, ◭)
(○) = f(◭, ◨, ⊔)	(◨) = f(⊔*, ■, ◻)	(◭) = f(◻, ⊔, ○)	(⊏) = f(◨, ◑, ▲)
(○) = f(◭, ◨, ⊏)	(◨) = f(◻, ▲, ⊔*)	(◭) = f(◻, ⊏, ○)	(⊏) = f(■, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◨) = f(◻, ▲, ⊏*)	(◭) = f(◻, ▲, ⊔*)	(⊏) = f(■, ▲, ◑)
(○) = f(▲, ⊏, ◻)	(◨) = f(◻, ⊔*, ▲)	(◭) = f(◻, ▲, ⊏*)	(⊏) = f(■, ▲, ●)
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(◨) = f(◻, ■, ⊔*)	(◭) = f(◻, ⊏*, ▲)	(⊏) = f(■, ○, ▲)
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◨) = f(◻, ■, ⊏*)	(◭) = f(◻, ○, ⊔)	(⊏) = f(■, ◑, ▲)

(○) = f(▲, ◻, ⊏)

(○) = f(▲, ◨, ⊏)

(○) = f(▲, ◨, ⊏*)

(○) = f(▲, ■, ⊏)

(○) = f(▲, ⊏*, ◭)

(○) = f(▲, ⊏*, ◨)

(○) = f(▲, ⊏*, ◑)

(○) = f(▲, ◑, ⊏*)

(○) = f(◻, ⊓, △)

(○) = f(◻, ⊔, △)

(○) = f(◻, ⊔, ◭)

(○) = f(◻, ⊏, △)

(○) = f(◻, ⊏, ◭)

(○) = f(◻, ⊏, ▲)

(○) = f(◻, △, ⊓)

(○) = f(◻, △, ⊔)

(○) = f(◻, △, ⊏)

(○) = f(◻, ◭, ⊔)

(○) = f(◻, ◭, ⊏)

(○) = f(◻, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ⊔, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(◨) = f(◻, ⊏*, ▲)

(◨) = f(◻, ⊏*, ■)

(◨) = f(■, ⊔*, ◻)

(◨) = f(■, ◻, ⊔*)

(◨) = f(■, ◻, ⊏*)

(◨) = f(■, ⊏*, ◻)

(◨) = f(■, ⊏*, ○)

(◨) = f(■, ○, ⊏*)

(◨) = f(⊏*, ▲, ◻)

(◨) = f(⊏*, ▲, ○)

(◨) = f(⊏*, ◻, ▲)

(◨) = f(⊏*, ◻, ■)

(◨) = f(⊏*, ■, ◻)

(◨) = f(⊏*, ■, ○)

(◨) = f(⊏*, ○, ▲)

(◨) = f(⊏*, ○, ■)

(◨) = f(○, ⊔, ◭)

(◨) = f(○, ⊏, ◭)

(◨) = f(○, ⊏, ▲)

(◨) = f(○, ◭, ⊔)

(◨) = f(○, ◭, ⊏)

(◨) = f(○, ▲, ⊏)

(◨) = f(○, ▲, ⊏*)

(◨) = f(○, ■, ⊏*)

(◭) = f(◻, ○, ⊏)

(◭) = f(◨, ⊔, ○)

(◭) = f(◨, ⊔, ◑)

(◭) = f(◨, ⊏, ○)

(◭) = f(◨, ⊏, ◑)

(◭) = f(◨, ○, ⊔)

(◭) = f(◨, ○, ⊏)

(◭) = f(◨, ◑, ⊔)

(◭) = f(◨, ◑, ⊏)

(◭) = f(⊏*, △, ▲)

(◭) = f(⊏*, ▲, △)

(◭) = f(⊏*, ▲, ◻)

(◭) = f(⊏*, ▲, ○)

(◭) = f(⊏*, ◻, ▲)

(◭) = f(⊏*, ○, ▲)

(◭) = f(○, ⊔, ◻)

(◭) = f(○, ⊔, ◨)

(◭) = f(○, ⊏, ◻)

(◭) = f(○, ⊏, ◨)

(◭) = f(○, ▲, ⊏*)

(◭) = f(○, ◻, ⊔)

(◭) = f(○, ◻, ⊏)

(◭) = f(○, ◨, ⊔)

(◭) = f(○, ◨, ⊏)

(⊏) = f(■, ●, ▲)

(⊏) = f(○, △, ◻)

(⊏) = f(○, ◭, ◻)

(⊏) = f(○, ◭, ◨)

(⊏) = f(○, ▲, ◻)

(⊏) = f(○, ▲, ◨)

(⊏) = f(○, ▲, ■)

(⊏) = f(○, ◻, △)

(⊏) = f(○, ◻, ◭)

(⊏) = f(○, ◻, ▲)

(⊏) = f(○, ◨, ◭)

(⊏) = f(○, ◨, ▲)

(⊏) = f(○, ■, ▲)

(⊏) = f(◑, ◭, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ■)

(⊏) = f(◑, ◨, ◭)

(⊏) = f(◑, ◨, ▲)

(⊏) = f(◑, ■, ▲)

(⊏) = f(●, ▲, ■)

(⊏) = f(●, ■, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(◨) = f(○, ⊏*, ▲)

(◨) = f(○, ⊏*, ■)

(◨) = f(◑, ⊔, ◭)

(◨) = f(◑, ⊏, ◭)

(◨) = f(◑, ⊏, ▲)

(◨) = f(◑, ◭, ⊔)

(◨) = f(◑, ◭, ⊏)

(◨) = f(◑, ▲, ⊏)

(◭) = f(○, ⊏*, ▲)

(◭) = f(◑, ⊔, ◨)

(◭) = f(◑, ⊏, ◨)

(◭) = f(◑, ◨, ⊔)

(◭) = f(◑, ◨, ⊏)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

9.

○	◨	▲	⊏
(○) = f(⊓, △, ◻)	(◨) = f(⊔, ◭, ○)	(▲) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(◨) = f(⊔, ◭, ◑)	(▲) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(◨) = f(⊔, ○, ◭)	(▲) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(◨) = f(⊔, ◑, ◭)	(▲) = f(⊏, ■, ○)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(◨) = f(⊏, ◭, ○)	(▲) = f(⊏, ■, ◑)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, ◻, △)	(◨) = f(⊏, ◭, ◑)	(▲) = f(⊏, ■, ●)	(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(○) = f(⊔, ◻, ◭)	(◨) = f(⊏, ▲, ○)	(▲) = f(⊏, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(◨) = f(⊏, ▲, ◑)	(▲) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, △, ◻)	(◨) = f(⊏, ○, ◭)	(▲) = f(⊏, ○, ■)	(⊏) = f(▲, ◻, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◻)	(◨) = f(⊏, ○, ▲)	(▲) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(◨) = f(⊏, ◑, ◭)	(▲) = f(⊏, ◑, ■)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ◻)	(◨) = f(⊏, ◑, ▲)	(▲) = f(⊏, ●, ■)	(⊏) = f(▲, ■, ○)

(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(◨) = f(◭, ⊔, ○)	(▲) = f(⊓*, △, ◭)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(◨) = f(◭, ⊔, ◑)	(▲) = f(⊓*, ◭, △)	(⊏) = f(▲, ■, ●)
(○) = f(⊏, ◻, △)	(◨) = f(◭, ⊏, ○)	(▲) = f(△, ⊓*, ◭)	(⊏) = f(▲, ○, ◻)
(○) = f(⊏, ◻, ◭)	(◨) = f(◭, ⊏, ◑)	(▲) = f(△, ◭, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(○) = f(⊏, ◻, ▲)	(◨) = f(◭, ○, ⊔)	(▲) = f(△, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(◨) = f(◭, ○, ⊏)	(▲) = f(△, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(◨) = f(◭, ◑, ⊔)	(▲) = f(△, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(○) = f(⊏, ■, ▲)	(◨) = f(◭, ◑, ⊏)	(▲) = f(◭, ⊓*, △)	(⊏) = f(▲, ●, ■)
(○) = f(△, ⊓, ◻)	(◨) = f(▲, ⊏, ○)	(▲) = f(◭, △, ⊓*)	(⊏) = f(◻, △, ○)
(○) = f(△, ⊔, ◻)	(◨) = f(▲, ⊏, ◑)	(▲) = f(◭, △, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ◭, ○)
(○) = f(△, ⊏, ◻)	(◨) = f(▲, ⊔*, ◻)	(▲) = f(◭, △, ⊏*)	(⊏) = f(◻, ▲, ○)
(○) = f(△, ◻, ⊓)	(◨) = f(▲, ◻, ⊔*)	(▲) = f(◭, ⊔*, △)	(⊏) = f(◻, ○, △)
(○) = f(△, ◻, ⊔)	(◨) = f(▲, ◻, ⊏*)	(▲) = f(◭, ⊔*, ◻)	(⊏) = f(◻, ○, ◭)
(○) = f(△, ◻, ⊏)	(◨) = f(▲, ⊏*, ◻)	(▲) = f(◭, ◻, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ○, ▲)
(○) = f(◭, ⊔, ◻)	(◨) = f(▲, ⊏*, ○)	(▲) = f(◭, ◻, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(◭, ⊔, ◨)	(◨) = f(▲, ○, ⊏)	(▲) = f(◭, ⊏*, △)	(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(◭, ⊏, ◻)	(◨) = f(▲, ○, ⊏*)	(▲) = f(◭, ⊏*, ◻)	(⊏) = f(◨, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏, ◨)	(◨) = f(▲, ◑, ⊏)	(▲) = f(◭, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(○) = f(◭, ▲, ⊏*)	(◨) = f(⊔*, ▲, ◻)	(▲) = f(◭, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(◭, ◻, ⊔)	(◨) = f(⊔*, ◻, ▲)	(▲) = f(⊔*, △, ◭)	(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(○) = f(◭, ◻, ⊏)	(◨) = f(⊔*, ◻, ■)	(▲) = f(⊔*, ◭, △)	(⊏) = f(◨, ◑, ◭)
(○) = f(◭, ◨, ⊔)	(◨) = f(⊔*, ■, ◻)	(▲) = f(⊔*, ◭, ◻)	(⊏) = f(◨, ◑, ▲)
(○) = f(◭, ◨, ⊏)	(◨) = f(◻, ▲, ⊔*)	(▲) = f(⊔*, ◻, ◭)	(⊏) = f(■, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏*, ▲)	(◨) = f(◻, ▲, ⊏*)	(▲) = f(⊔*, ◻, ◨)	(⊏) = f(■, ▲, ◑)

(○) = f(▲, ⊏, ◻)	(◨) = f(◻, ⊔*, ▲)	(▲) = f(⊔*, ◨, ◻)	(⊏) = f(■, ▲, ●)
(○) = f(▲, ⊏, ■)	(◨) = f(◻, ■, ⊔*)	(▲) = f(◻, ⊏, ○)	(⊏) = f(■, ○, ▲)
(○) = f(▲, ◭, ⊏*)	(◨) = f(◻, ■, ⊏*)	(▲) = f(◻, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(■, ◑, ▲)
(○) = f(▲, ◻, ⊏)	(◨) = f(◻, ⊏*, ▲)	(▲) = f(◻, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(■, ●, ▲)
(○) = f(▲, ◨, ⊏)	(◨) = f(◻, ⊏*, ■)	(▲) = f(◻, ⊔*, ◭)	(⊏) = f(○, △, ◻)
(○) = f(▲, ◨, ⊏*)	(◨) = f(■, ⊔*, ◻)	(▲) = f(◻, ⊔*, ◨)	(⊏) = f(○, ◭, ◻)
(○) = f(▲, ■, ⊏)	(◨) = f(■, ◻, ⊔*)	(▲) = f(◻, ◨, ⊔*)	(⊏) = f(○, ◭, ◨)
(○) = f(▲, ⊏*, ◭)	(◨) = f(■, ◻, ⊏*)	(▲) = f(◻, ◨, ⊏*)	(⊏) = f(○, ▲, ◻)
(○) = f(▲, ⊏*, ◨)	(◨) = f(■, ⊏*, ◻)	(▲) = f(◻, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(○, ▲, ◨)
(○) = f(▲, ⊏*, ◑)	(◨) = f(■, ⊏*, ○)	(▲) = f(◻, ⊏*, ◨)	(⊏) = f(○, ▲, ■)
(○) = f(▲, ◑, ⊏*)	(◨) = f(■, ○, ⊏*)	(▲) = f(◻, ○, ⊏)	(⊏) = f(○, ◻, △)
(○) = f(◻, ⊓, △)	(◨) = f(⊏*, ▲, ◻)	(▲) = f(◨, ⊏, ○)	(⊏) = f(○, ◻, ◭)
(○) = f(◻, ⊔, △)	(◨) = f(⊏*, ▲, ○)	(▲) = f(◨, ⊏, ◑)	(⊏) = f(○, ◻, ▲)
(○) = f(◻, ⊔, ◭)	(◨) = f(⊏*, ◻, ▲)	(▲) = f(◨, ⊔*, ◻)	(⊏) = f(○, ◨, ◭)
(○) = f(◻, ⊏, △)	(◨) = f(⊏*, ◻, ■)	(▲) = f(◨, ◻, ⊔*)	(⊏) = f(○, ◨, ▲)
(○) = f(◻, ⊏, ◭)	(◨) = f(⊏*, ■, ◻)	(▲) = f(◨, ◻, ⊏*)	(⊏) = f(○, ■, ▲)
(○) = f(◻, ⊏, ▲)	(◨) = f(⊏*, ■, ○)	(▲) = f(◨, ⊏*, ◻)	(⊏) = f(◑, ◭, ◨)
(○) = f(◻, △, ⊓)	(◨) = f(⊏*, ○, ▲)	(▲) = f(◨, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◑, ▲, ◨)
(○) = f(◻, △, ⊔)	(◨) = f(⊏*, ○, ■)	(▲) = f(◨, ○, ⊏)	(⊏) = f(◑, ▲, ■)
(○) = f(◻, △, ⊏)	(◨) = f(○, ⊔, ◭)	(▲) = f(◨, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◑, ◨, ◭)
(○) = f(◻, ◭, ⊔)	(◨) = f(○, ⊏, ◭)	(▲) = f(◨, ◑, ⊏)	(⊏) = f(◑, ◨, ▲)
(○) = f(◻, ◭, ⊏)	(◨) = f(○, ⊏, ▲)	(▲) = f(■, ⊏, ○)	(⊏) = f(◑, ■, ▲)
(○) = f(◻, ▲, ⊏)	(◨) = f(○, ◭, ⊔)	(▲) = f(■, ⊏, ◑)	(⊏) = f(●, ▲, ■)
(○) = f(◨, ⊔, ◭)	(◨) = f(○, ◭, ⊏)	(▲) = f(■, ⊏, ●)	(⊏) = f(●, ■, ▲)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)

(○) = f(⊏*, ◑, ▲)

(◨) = f(○, ▲, ⊏)

(◨) = f(○, ▲, ⊏*)

(◨) = f(○, ■, ⊏*)

(◨) = f(○, ⊏*, ▲)

(◨) = f(○, ⊏*, ■)

(◨) = f(◑, ⊔, ◭)

(◨) = f(◑, ⊏, ◭)

(◨) = f(◑, ⊏, ▲)

(◨) = f(◑, ◭, ⊔)

(◨) = f(◑, ◭, ⊏)

(◨) = f(◑, ▲, ⊏)

(▲) = f(■, ○, ⊏)

(▲) = f(■, ◑, ⊏)

(▲) = f(■, ●, ⊏)

(▲) = f(⊏*, △, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◭, △)

(▲) = f(⊏*, ◭, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◭, ○)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◨)

(▲) = f(⊏*, ◨, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◨, ○)

(▲) = f(⊏*, ○, ◭)

(▲) = f(⊏*, ○, ◨)

(▲) = f(⊏*, ○, ◑)

(▲) = f(⊏*, ◑, ○)

(▲) = f(○, ⊏, ◻)

(▲) = f(○, ⊏, ◨)

(▲) = f(○, ⊏, ■)

(▲) = f(○, ◭, ⊏*)

(▲) = f(○, ◻, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏*)

(▲) = f(○, ■, ⊏)

(▲) = f(○, ⊏*, ◭)

(○) = f(⊏*, ◑, ■)

(○) = f(⊏*, ◑, ●)

(○) = f(⊏*, ●, ◑)

(○) = f(◑, ▲, ⊏*)

(○) = f(◑, ■, ⊏*)

(○) = f(◑, ⊏*, ▲)

(○) = f(◑, ⊏*, ■)

(○) = f(◑, ⊏*, ●)

(○) = f(◑, ●, ⊏*)

(○) = f(●, ⊏*, ◑)

(○) = f(●, ◑, ⊏*)

(▲) = f(○, ⊏*, ◨)

(▲) = f(○, ⊏*, ◑)

(▲) = f(○, ◑, ⊏*)

(▲) = f(◑, ⊏, ◨)

(▲) = f(◑, ⊏, ■)

(▲) = f(◑, ◨, ⊏)

(▲) = f(◑, ■, ⊏)

(▲) = f(◑, ⊏*, ○)

(▲) = f(◑, ○, ⊏*)

(▲) = f(●, ⊏, ■)

(▲) = f(●, ■, ⊏)

10.

○	■	▲	⊏
(○) = f(⊓, △, ◻)	(■) = f(⊏, ▲, ○)	(▲) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(○) = f(⊓, ◻, △)	(■) = f(⊏, ▲, ◑)	(▲) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(△, ○, ◻)
(○) = f(⊔, △, ◻)	(■) = f(⊏, ▲, ●)	(▲) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◻)	(■) = f(⊏, ○, ▲)	(▲) = f(⊏, ■, ○)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(○) = f(⊔, ◭, ◨)	(■) = f(⊏, ◑, ▲)	(▲) = f(⊏, ■, ◑)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(○) = f(⊔, ◻, △)	(■) = f(⊏, ●, ▲)	(▲) = f(⊏, ■, ●)	(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(○) = f(⊔, ◻, ◭)	(■) = f(▲, ⊏, ○)	(▲) = f(⊏, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(○) = f(⊔, ◨, ◭)	(■) = f(▲, ⊏, ◑)	(▲) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, △, ◻)	(■) = f(▲, ⊏, ●)	(▲) = f(⊏, ○, ■)	(⊏) = f(▲, ◻, ○)

(○) = f(⊏, ◭, ◻)	(■) = f(▲, ○, ⊏)	(▲) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(○) = f(⊏, ◭, ◨)	(■) = f(▲, ◑, ⊏)	(▲) = f(⊏, ◑, ■)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ◻)	(■) = f(▲, ●, ⊏)	(▲) = f(⊏, ●, ■)	(⊏) = f(▲, ■, ○)
(○) = f(⊏, ▲, ◨)	(■) = f(⊔*, ◻, ◨)	(▲) = f(⊓*, △, ◭)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(○) = f(⊏, ▲, ■)	(■) = f(⊔*, ◨, ◻)	(▲) = f(⊓*, ◭, △)	(⊏) = f(▲, ■, ●)
(○) = f(⊏, ◻, △)	(■) = f(◻, ⊔*, ◨)	(▲) = f(△, ⊓*, ◭)	(⊏) = f(▲, ○, ◻)
(○) = f(⊏, ◻, ◭)	(■) = f(◻, ◨, ⊔*)	(▲) = f(△, ◭, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(○) = f(⊏, ◻, ▲)	(■) = f(◻, ◨, ⊏*)	(▲) = f(△, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(○) = f(⊏, ◨, ◭)	(■) = f(◻, ⊏*, ◨)	(▲) = f(△, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(○) = f(⊏, ◨, ▲)	(■) = f(◨, ⊔*, ◻)	(▲) = f(△, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(○) = f(⊏, ■, ▲)	(■) = f(◨, ◻, ⊔*)	(▲) = f(◭, ⊓*, △)	(⊏) = f(▲, ●, ■)
(○) = f(△, ⊓, ◻)	(■) = f(◨, ◻, ⊏*)	(▲) = f(◭, △, ⊓*)	(⊏) = f(◻, △, ○)
(○) = f(△, ⊔, ◻)	(■) = f(◨, ⊏*, ◻)	(▲) = f(◭, △, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ◭, ○)
(○) = f(△, ⊏, ◻)	(■) = f(◨, ⊏*, ○)	(▲) = f(◭, △, ⊏*)	(⊏) = f(◻, ▲, ○)
(○) = f(△, ◻, ⊓)	(■) = f(◨, ○, ⊏*)	(▲) = f(◭, ⊔*, △)	(⊏) = f(◻, ○, △)
(○) = f(△, ◻, ⊔)	(■) = f(⊏*, ◻, ◨)	(▲) = f(◭, ⊔*, ◻)	(⊏) = f(◻, ○, ◭)
(○) = f(△, ◻, ⊏)	(■) = f(⊏*, ◨, ◻)	(▲) = f(◭, ◻, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ○, ▲)
(○) = f(◭, ⊔, ◻)	(■) = f(⊏*, ◨, ○)	(▲) = f(◭, ◻, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(○) = f(◭, ⊔, ◨)	(■) = f(⊏*, ○, ◨)	(▲) = f(◭, ⊏*, △)	(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(○) = f(◭, ⊏, ◻)	(■) = f(⊏*, ○, ◑)	(▲) = f(◭, ⊏*, ◻)	(⊏) = f(◨, ▲, ○)
(○) = f(◭, ⊏, ◨)	(■) = f(⊏*, ◑, ○)	(▲) = f(◭, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(○) = f(◭, ▲, ⊏*)	(■) = f(○, ⊏, ▲)	(▲) = f(◭, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(○) = f(◭, ◻, ⊔)	(■) = f(○, ▲, ⊏)	(▲) = f(⊔*, △, ◭)	(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(○) = f(◭, ◻, ⊏)	(■) = f(○, ◨, ⊏*)	(▲) = f(⊔*, ◭, △)	(⊏) = f(◨, ◑, ◭)

(○) = f(◭, ◨, ⊔)

(○) = f(◭, ◨, ⊏)

(○) = f(◭, ⊏*, ▲)

(○) = f(▲, ⊏, ◻)

(○) = f(▲, ⊏, ■)

(○) = f(▲, ◭, ⊏*)

(○) = f(▲, ◻, ⊏)

(○) = f(▲, ◨, ⊏)

(○) = f(▲, ◨, ⊏*)

(○) = f(▲, ■, ⊏)

(○) = f(▲, ⊏*, ◭)

(○) = f(▲, ⊏*, ◨)

(○) = f(▲, ⊏*, ◑)

(○) = f(▲, ◑, ⊏*)

(○) = f(◻, ⊓, △)

(○) = f(◻, ⊔, △)

(○) = f(◻, ⊔, ◭)

(○) = f(◻, ⊏, △)

(○) = f(◻, ⊏, ◭)

(○) = f(◻, ⊏, ▲)

(○) = f(◻, △, ⊓)

(○) = f(◻, △, ⊔)

(○) = f(◻, △, ⊏)

(○) = f(◻, ◭, ⊔)

(■) = f(○, ⊏*, ◨)

(■) = f(○, ⊏*, ◑)

(■) = f(○, ◑, ⊏*)

(■) = f(◑, ⊏, ▲)

(■) = f(◑, ▲, ⊏)

(■) = f(◑, ⊏*, ○)

(■) = f(◑, ○, ⊏*)

(■) = f(●, ⊏, ▲)

(■) = f(●, ▲, ⊏)

(▲) = f(⊔*, ◭, ◻)

(▲) = f(⊔*, ◻, ◭)

(▲) = f(⊔*, ◻, ◨)

(▲) = f(⊔*, ◨, ◻)

(▲) = f(◻, ⊏, ○)

(▲) = f(◻, ◭, ⊔*)

(▲) = f(◻, ◭, ⊏*)

(▲) = f(◻, ⊔*, ◭)

(▲) = f(◻, ⊔*, ◨)

(▲) = f(◻, ◨, ⊔*)

(▲) = f(◻, ◨, ⊏*)

(▲) = f(◻, ⊏*, ◭)

(▲) = f(◻, ⊏*, ◨)

(▲) = f(◻, ○, ⊏)

(▲) = f(◨, ⊏, ○)

(▲) = f(◨, ⊏, ◑)

(▲) = f(◨, ⊔*, ◻)

(▲) = f(◨, ◻, ⊔*)

(▲) = f(◨, ◻, ⊏*)

(▲) = f(◨, ⊏*, ◻)

(▲) = f(◨, ⊏*, ○)

(▲) = f(◨, ○, ⊏)

(▲) = f(◨, ○, ⊏*)

(▲) = f(◨, ◑, ⊏)

(⊏) = f(◨, ◑, ▲)

(⊏) = f(■, ▲, ○)

(⊏) = f(■, ▲, ◑)

(⊏) = f(■, ▲, ●)

(⊏) = f(■, ○, ▲)

(⊏) = f(■, ◑, ▲)

(⊏) = f(■, ●, ▲)

(⊏) = f(○, △, ◻)

(⊏) = f(○, ◭, ◻)

(⊏) = f(○, ◭, ◨)

(⊏) = f(○, ▲, ◻)

(⊏) = f(○, ▲, ◨)

(⊏) = f(○, ▲, ■)

(⊏) = f(○, ◻, △)

(⊏) = f(○, ◻, ◭)

(⊏) = f(○, ◻, ▲)

(⊏) = f(○, ◨, ◭)

(⊏) = f(○, ◨, ▲)

(⊏) = f(○, ■, ▲)

(⊏) = f(◑, ◭, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ■)

(⊏) = f(◑, ◨, ◭)

(⊏) = f(◑, ◨, ▲)

(○) = f(◻, ◭, ⊏)

(○) = f(◻, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ⊔, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ◭)

(○) = f(◨, ⊏, ▲)

(○) = f(◨, ◭, ⊔)

(○) = f(◨, ◭, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏)

(○) = f(◨, ▲, ⊏*)

(○) = f(◨, ■, ⊏*)

(○) = f(◨, ⊏*, ▲)

(○) = f(◨, ⊏*, ■)

(○) = f(■, ⊏, ▲)

(○) = f(■, ▲, ⊏)

(○) = f(■, ◨, ⊏*)

(○) = f(■, ⊏*, ◨)

(○) = f(■, ⊏*, ◑)

(○) = f(■, ◑, ⊏*)

(○) = f(⊏*, ◭, ▲)

(○) = f(⊏*, ▲, ◭)

(○) = f(⊏*, ▲, ◨)

(○) = f(⊏*, ▲, ◑)

(○) = f(⊏*, ◨, ▲)

(○) = f(⊏*, ◨, ■)

(○) = f(⊏*, ■, ◨)

(▲) = f(■, ⊏, ○)

(▲) = f(■, ⊏, ◑)

(▲) = f(■, ⊏, ●)

(▲) = f(■, ○, ⊏)

(▲) = f(■, ◑, ⊏)

(▲) = f(■, ●, ⊏)

(▲) = f(⊏*, △, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◭, △)

(▲) = f(⊏*, ◭, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◭, ○)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◨)

(▲) = f(⊏*, ◨, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◨, ○)

(▲) = f(⊏*, ○, ◭)

(▲) = f(⊏*, ○, ◨)

(▲) = f(⊏*, ○, ◑)

(▲) = f(⊏*, ◑, ○)

(▲) = f(○, ⊏, ◻)

(▲) = f(○, ⊏, ◨)

(▲) = f(○, ⊏, ■)

(▲) = f(○, ◭, ⊏*)

(▲) = f(○, ◻, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏*)

(⊏) = f(◑, ■, ▲)

(⊏) = f(●, ▲, ■)

(⊏) = f(●, ■, ▲)

(○) = f(⊏*, ■, ◑)
(○) = f(⊏*, ◑, ▲)
(○) = f(⊏*, ◑, ■)
(○) = f(⊏*, ◑, ●)
(○) = f(⊏*, ●, ◑)
(○) = f(◑, ▲, ⊏*)
(○) = f(◑, ■, ⊏*)
(○) = f(◑, ⊏*, ▲)
(○) = f(◑, ⊏*, ■)
(○) = f(◑, ⊏*, ●)
(○) = f(◑, ●, ⊏*)
(○) = f(●, ⊏*, ◑)
(○) = f(●, ◑, ⊏*)

(▲) = f(○, ■, ⊏)
(▲) = f(○, ⊏*, ◭)
(▲) = f(○, ⊏*, ◨)
(▲) = f(○, ⊏*, ◑)
(▲) = f(○, ◑, ⊏*)
(▲) = f(◑, ⊏, ◨)
(▲) = f(◑, ⊏, ■)
(▲) = f(◑, ◨, ⊏)
(▲) = f(◑, ■, ⊏)
(▲) = f(◑, ⊏*, ○)
(▲) = f(◑, ○, ⊏*)
(▲) = f(●, ⊏, ■)
(▲) = f(●, ■, ⊏)

11.

◑	◨	◭	⊔
(◑) = f(⊔, ◭, ◨)	(◨) = f(⊔, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ◻, ○)	(⊔) = f(△, ◻, ○)
(◑) = f(⊔, ◨, ◭)	(◨) = f(⊔, ◭, ◑)	(◭) = f(⊔, ◨, ○)	(⊔) = f(△, ○, ◻)
(◑) = f(⊏, ◭, ◨)	(◨) = f(⊔, ○, ◭)	(◭) = f(⊔, ◨, ◑)	(⊔) = f(◭, ◻, ○)
(◑) = f(⊏, ▲, ◨)	(◨) = f(⊔, ◑, ◭)	(◭) = f(⊔, ○, ◻)	(⊔) = f(◭, ◨, ○)
(◑) = f(⊏, ▲, ■)	(◨) = f(⊏, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ○, ◨)	(⊔) = f(◭, ◨, ◑)
(◑) = f(⊏, ◨, ◭)	(◨) = f(⊏, ◭, ◑)	(◭) = f(⊔, ◑, ◨)	(⊔) = f(◭, ○, ◻)

(◑) = f(⊏, ◨, ▲)

(◑) = f(⊏, ■, ▲)

(◑) = f(◭, ⊔, ◨)

(◑) = f(◭, ⊏, ◨)

(◑) = f(◭, ◨, ⊔)

(◑) = f(◭, ◨, ⊏)

(◑) = f(▲, ⊏, ◨)

(◑) = f(▲, ⊏, ■)

(◑) = f(▲, ◨, ⊏)

(◑) = f(▲, ■, ⊏)

(◑) = f(▲, ⊏*, ○)

(◑) = f(▲, ○, ⊏*)

(◑) = f(◨, ⊔, ◭)

(◑) = f(◨, ⊏, ◭)

(◑) = f(◨, ⊏, ▲)

(◑) = f(◨, ◭, ⊔)

(◑) = f(◨, ◭, ⊏)

(◑) = f(◨, ▲, ⊏)

(◑) = f(■, ⊏, ▲)

(◑) = f(■, ▲, ⊏)

(◑) = f(■, ⊏*, ○)

(◑) = f(■, ○, ⊏*)

(◑) = f(⊏*, ▲, ○)

(◨) = f(⊏, ▲, ○)

(◨) = f(⊏, ▲, ◑)

(◨) = f(⊏, ○, ◭)

(◨) = f(⊏, ○, ▲)

(◨) = f(⊏, ◑, ◭)

(◨) = f(⊏, ◑, ▲)

(◨) = f(◭, ⊔, ○)

(◨) = f(◭, ⊔, ◑)

(◨) = f(◭, ⊏, ○)

(◨) = f(◭, ⊏, ◑)

(◨) = f(◭, ○, ⊔)

(◨) = f(◭, ○, ⊏)

(◨) = f(◭, ◑, ⊔)

(◨) = f(◭, ◑, ⊏)

(◨) = f(▲, ⊏, ○)

(◨) = f(▲, ⊏, ◑)

(◨) = f(▲, ⊔*, ◻)

(◨) = f(▲, ◻, ⊔*)

(◨) = f(▲, ◻, ⊏*)

(◨) = f(▲, ⊏*, ◻)

(◨) = f(▲, ⊏*, ○)

(◨) = f(▲, ○, ⊏)

(◨) = f(▲, ○, ⊏*)

(◭) = f(⊏, ◻, ○)

(◭) = f(⊏, ◨, ○)

(◭) = f(⊏, ◨, ◑)

(◭) = f(⊏, ○, ◻)

(◭) = f(⊏, ○, ◨)

(◭) = f(⊏, ◑, ◨)

(◭) = f(⊓*, △, ▲)

(◭) = f(⊓*, ▲, △)

(◭) = f(△, ⊓*, ▲)

(◭) = f(△, ▲, ⊓*)

(◭) = f(△, ▲, ⊔*)

(◭) = f(△, ▲, ⊏*)

(◭) = f(△, ⊔*, ▲)

(◭) = f(△, ⊏*, ▲)

(◭) = f(▲, ⊓*, △)

(◭) = f(▲, △, ⊓*)

(◭) = f(▲, △, ⊔*)

(◭) = f(▲, △, ⊏*)

(◭) = f(▲, ⊔*, △)

(◭) = f(▲, ◻, ⊔*)

(◭) = f(▲, ⊏*, △)

(◭) = f(▲, ⊏*, ◻)

(◭) = f(▲, ⊏*, ○)

(⊔) = f(◭, ○, ◨)

(⊔) = f(◭, ◑, ◨)

(⊔) = f(◻, △, ○)

(⊔) = f(◻, ◭, ○)

(⊔) = f(◻, ○, △)

(⊔) = f(◻, ○, ◭)

(⊔) = f(◨, ◭, ○)

(⊔) = f(◨, ◭, ◑)

(⊔) = f(◨, ○, ◭)

(⊔) = f(2-2, ◑, ◭)

(⊔) = f(○, △, ◻)

(⊔) = f(○, ◭, ◻)

(⊔) = f(○, ◭, ◨)

(⊔) = f(○, ◻, △)

(⊔) = f(○, ◻, ◭)

(⊔) = f(○, ◨, ◭)

(⊔) = f(◑, ◭, ◨)

(⊔) = f(◑, ◨, ◭)

(◑) = f(⊏*, ■, ○)
(◑) = f(⊏*, ○, ▲)
(◑) = f(⊏*, ○, ■)
(◑) = f(⊏*, ○, ●)
(◑) = f(⊏*, ●, ○)
(◑) = f(○, ▲, ⊏*)
(◑) = f(○, ■, ⊏*)
(◑) = f(○, ⊏*, ▲)
(◑) = f(○, ⊏*, ■)
(◑) = f(○, ⊏*, ●)
(◑) = f(○, ●, ⊏*)
(◑) = f(●, ⊏*, ○)
(◑) = f(●, ○, ⊏*)

(◨) = f(▲, ◑, ⊏)
(◨) = f(⊔*, ▲, □)
(◨) = f(⊔*, □, ▲)
(◨) = f(⊔*, □, ■)
(◨) = f(⊔*, ■, □)
(◨) = f(□, ▲, ⊔*)
(◨) = f(□, ▲, ⊏*)
(◨) = f(□, ⊔*, ▲)
(◨) = f(□, ⊔*, ■)
(◨) = f(□, ■, ⊔*)
(◨) = f(□, ■, ⊏*)
(◨) = f(□, ⊏*, ▲)
(◨) = f(□, ⊏*, ■)
(◨) = f(■, ⊔*, □)
(◨) = f(■, □, ⊔*)
(◨) = f(■, □, ⊏*)
(◨) = f(■, ⊏*, □)
(◨) = f(■, ⊏*, ○)
(◨) = f(■, ○, ⊏*)
(◨) = f(⊏*, ▲, □)
(◨) = f(⊏*, ▲, ○)
(◨) = f(⊏*, □, ▲)
(◨) = f(⊏*, □, ■)
(◨) = f(⊏*, ■, □)

(◭) = f(▲, ○, ⊏*)
(◭) = f(⊔*, ▲, □)
(◭) = f(⊔*, ▲, △)
(◭) = f(⊔*, □, ▲)
(◭) = f(□, ⊔, ○)
(◭) = f(□, ⊏, ○)
(◭) = f(□, ▲, ⊔*)
(◭) = f(□, ▲, ⊏*)
(◭) = f(□, ⊔*, ▲)
(◭) = f(□, ⊏*, ▲)
(◭) = f(□, ○, ⊔)
(◭) = f(□, ○, ⊏)
(◭) = f(◨, ⊔, ○)
(◭) = f(◨, ⊔, ◑)
(◭) = f(◨, ⊏, ○)
(◭) = f(◨, ⊏, ◑)
(◭) = f(◨, ○, ⊔)
(◭) = f(◨, ○, ⊏)
(◭) = f(◨, ◑, ⊔)
(◭) = f(◨, ◑, ⊏)
(◭) = f(⊏*, △, ▲)
(◭) = f(⊏*, ▲, △)
(◭) = f(⊏*, ▲, □)
(◭) = f(⊏*, ▲, ○)

(◨) = f(⊏*, ■, ○)
(◨) = f(⊏*, ○, ▲)
(◨) = f(⊏*, ○, ■)
(◨) = f(○, ⊔, ◭)
(◨) = f(○, ⊏, ◭)
(◨) = f(○, ⊏, ▲)
(◨) = f(○, ◭, ⊔)
(◨) = f(○, ◭, ⊏)
(◨) = f(○, ▲, ⊏)
(◨) = f(○, ▲, ⊏*)
(◨) = f(○, ■, ⊏*)
(◨) = f(○, ⊏*, ▲)
(◨) = f(○, ⊏*, ■)
(◨) = f(◑, ⊔, ◭)
(◨) = f(◑, ⊏, ◭)
(◨) = f(◑, ⊏, ▲)
(◨) = f(◑, ◭, ⊔)
(◨) = f(◑, ◭, ⊏)
(◨) = f(◑, ▲, ⊏)

(◭) = f(⊏*, ◻, ▲)
(◭) = f(⊏*, ○, ▲)
(◭) = f(○, ⊔, ◻)
(◭) = f(○, ⊔, ◨)
(◭) = f(○, ⊏, ◻)
(◭) = f(○, ⊏, ◨)
(◭) = f(○, ▲, ⊏*)
(◭) = f(○, ◻, ⊔)
(◭) = f(○, ◻, ⊏)
(◭) = f(○, ◨, ⊔)
(◭) = f(○, ◨, ⊏)
(◭) = f(○, ⊏*, ▲)
(◭) = f(◑, ⊔, ◨)
(◭) = f(◑, ⊏, ◨)
(◭) = f(◑, ◨, ⊔)
(◭) = f(◑, ◨, ⊏)

12.

◑	◨	◭	⊏
↓	↓	↓	↓
(◑) = f(⊔, ◭, ◨)	(◨) = f(⊔, ◭, ○)	(◭) = f(⊔, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(◑) = f(⊔, ◨, ◭)	(◨) = f(⊔, ◭, ◑)	(◭) = f(⊔, ◨, ○)	(⊏) = f(△, ○, ◻)

(◑) = f(⊏, ◭, ◨)
(◑) = f(⊏, ▲, ◨)
(◑) = f(⊏, ▲, ■)
(◑) = f(⊏, ◨, ◭)
(◑) = f(⊏, ◨, ▲)
(◑) = f(⊏, ■, ▲)
(◑) = f(◭, ⊔, ◨)
(◑) = f(◭, ⊏, ◨)
(◑) = f(◭, ◨, ⊔)
(◑) = f(◭, ◨, ⊏)
(◑) = f(▲, ⊏, ◨)
(◑) = f(▲, ⊏, ■)
(◑) = f(▲, ◨, ⊏)
(◑) = f(▲, ■, ⊏)
(◑) = f(▲, ⊏*, ○)
(◑) = f(▲, ○, ⊏*)
(◑) = f(◨, ⊔, ◭)
(◑) = f(◨, ⊏, ◭)
(◑) = f(◨, ⊏, ▲)
(◑) = f(◨, ◭, ⊔)
(◑) = f(◨, ◭, ⊏)
(◑) = f(◨, ▲, ⊏)
(◑) = f(■, ⊏, ▲)

(◨) = f(⊔, ○, ◭)
(◨) = f(⊔, ◑, ◭)
(◨) = f(⊏, ◭, ○)
(◨) = f(⊏, ◭, ◑)
(◨) = f(⊏, ▲, ○)
(◨) = f(⊏, ▲, ◑)
(◨) = f(⊏, ○, ◭)
(◨) = f(⊏, ○, ▲)
(◨) = f(⊏, ◑, ◭)
(◨) = f(⊏, ◑, ▲)
(◨) = f(◭, ⊔, ○)
(◨) = f(◭, ⊔, ◑)
(◨) = f(◭, ⊏, ○)
(◨) = f(◭, ⊏, ◑)
(◨) = f(◭, ○, ⊔)
(◨) = f(◭, ○, ⊏)
(◨) = f(◭, ◑, ⊔)
(◨) = f(◭, ◑, ⊏)
(◨) = f(▲, ⊏, ○)
(◨) = f(▲, ⊏, ◑)
(◨) = f(▲, ⊔*, ◻)
(◨) = f(▲, ◻, ⊔*)
(◨) = f(▲, ◻, ⊏*)

(◭) = f(⊔, ◨, ◑)
(◭) = f(⊔, ○, ◻)
(◭) = f(⊔, ○, ◨)
(◭) = f(⊔, ◑, ◨)
(◭) = f(⊏, ◻, ○)
(◭) = f(⊏, ◨, ○)
(◭) = f(⊏, ◨, ◑)
(◭) = f(⊏, ○, ◻)
(◭) = f(⊏, ○, ◨)
(◭) = f(⊏, ◑, ◨)
(◭) = f(⊓*, △, ▲)
(◭) = f(⊓*, ▲, △)
(◭) = f(△, ⊓*, ▲)
(◭) = f(△, ▲, ⊓*)
(◭) = f(△, ▲, ⊔*)
(◭) = f(△, ▲, ⊏*)
(◭) = f(△, ⊔*, ▲)
(◭) = f(△, ⊏*, ▲)
(◭) = f(▲, ⊓*, △)
(◭) = f(▲, △, ⊓*)
(◭) = f(▲, △, ⊔*)
(◭) = f(▲, △, ⊏*)
(◭) = f(▲, ⊔*, △)

(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(⊏) = f(▲, ◻, ○)
(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(⊏) = f(▲, ■, ○)
(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(⊏) = f(▲, ■, ●)
(⊏) = f(▲, ○, ◻)
(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(⊏) = f(▲, ○, ■)
(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(⊏) = f(▲, ●, ■)
(⊏) = f(◻, △, ○)
(⊏) = f(◻, ◭, ○)
(⊏) = f(◻, ▲, ○)
(⊏) = f(◻, ○, △)
(⊏) = f(◻, ○, ▲)

(◑) = f(■, ▲, ⊏)

(◑) = f(■, ⊏*, ○)

(◑) = f(■, ○, ⊏*)

(◑) = f(⊏*, ▲, ○)

(◑) = f(⊏*, ■, ○)

(◑) = f(⊏*, ○, ▲)

(◑) = f(⊏*, ○, ■)

(◑) = f(⊏*, ○, ●)

(◑) = f(⊏*, ●, ○)

(◑) = f(○, ▲, ⊏*)

(◑) = f(○, ■, ⊏*)

(◑) = f(○, ⊏*, ▲)

(◑) = f(○, ⊏*, ■)

(◑) = f(○, ⊏*, ●)

(◑) = f(○, ●, ⊏*)

(◑) = f(●, ⊏*, ○)

(◑) = f(●, ○, ⊏*)

(◨) = f(▲, ⊏*, ◻)

(◨) = f(▲, ⊏*, ○)

(◨) = f(▲, ○, ⊏)

(◨) = f(▲, ○, ⊏*)

(◨) = f(▲, ◑, ⊏)

(◨) = f(⊔*, ▲, ◻)

(◨) = f(⊔*, ◻, ▲)

(◨) = f(⊔*, ◻, ■)

(◨) = f(⊔*, ■, ◻)

(◨) = f(◻, ▲, ⊔*)

(◨) = f(◻, ▲, ⊏*)

(◨) = f(◻, ⊔*, ▲)

(◨) = f(◻, ⊔*, ■)

(◨) = f(◻, ■, ⊔*)

(◨) = f(◻, ■, ⊏*)

(◨) = f(◻, ⊏*, ▲)

(◨) = f(◻, ⊏*, ■)

(◨) = f(■, ⊔*, ◻)

(◨) = f(■, ◻, ⊔*)

(◨) = f(■, ◻, ⊏*)

(◨) = f(■, ⊏*, ◻)

(◨) = f(■, ⊏*, ○)

(◨) = f(■, ○, ⊏*)

(◨) = f(⊏*, ▲, ◻)

(◭) = f(▲, ◻, ⊔*)

(◭) = f(▲, ⊏*, △)

(◭) = f(▲, ⊏*, ◻)

(◭) = f(▲, ⊏*, ○)

(◭) = f(▲, ○, ⊏*)

(◭) = f(⊔*, ▲, ◻)

(◭) = f(⊔*, ▲, △)

(◭) = f(⊔*, ◻, ▲)

(◭) = f(◻, ⊔, ○)

(◭) = f(◻, ⊏, ○)

(◭) = f(◻, ▲, ⊔*)

(◭) = f(◻, ▲, ⊏*)

(◭) = f(◻, ⊔*, ▲)

(◭) = f(◻, ⊏*, ▲)

(◭) = f(◻, ○, ⊔)

(◭) = f(◻, ○, ⊏)

(◭) = f(◨, ⊔, ○)

(◭) = f(◨, ⊔, ◑)

(◭) = f(◨, ⊏, ○)

(◭) = f(◨, ⊏, ◑)

(◭) = f(◨, ○, ⊔)

(◭) = f(◨, ○, ⊏)

(◭) = f(◨, ◑, ⊔)

(◭) = f(◨, ◑, ⊏)

(⊏) = f(◨, ◭, ○)

(⊏) = f(◨, ◭, ◑)

(⊏) = f(◨, ▲, ○)

(⊏) = f(◨, ▲, ◑)

(⊏) = f(◨, ○, ◭)

(⊏) = f(◨, ○, ▲)

(⊏) = f(◨, ◑, ◭)

(⊏) = f(◨, ◑, ▲)

(⊏) = f(■, ▲, ○)

(⊏) = f(■, ▲, ◑)

(⊏) = f(■, ▲, ●)

(⊏) = f(■, ○, ▲)

(⊏) = f(■, ◑, ▲)

(⊏) = f(■, ●, ▲)

(⊏) = f(○, △, ◻)

(⊏) = f(○, ◭, ◻)

(⊏) = f(○, ◭, ◨)

(⊏) = f(○, ▲, ◻)

(⊏) = f(○, ▲, ◨)

(⊏) = f(○, ▲, ■)

(⊏) = f(○, ◻, △)

(⊏) = f(○, ◻, ◭)

(⊏) = f(○, ◻, ▲)

(⊏) = f(○, ◨, ◭)

(◨) = f(⊏*, ▲, ○)

(◨) = f(⊏*, ◻, ▲)

(◨) = f(⊏*, ◻, ■)

(◨) = f(⊏*, ■, ◻)

(◨) = f(⊏*, ■, ○)

(◨) = f(⊏*, ○, ▲)

(◨) = f(⊏*, ○, ■)

(◨) = f(○, ⊔, ◭)

(◨) = f(○, ⊏, ◭)

(◨) = f(○, ⊏, ▲)

(◨) = f(○, ◭, ⊔)

(◨) = f(○, ◭, ⊏)

(◨) = f(○, ▲, ⊏)

(◨) = f(○, ▲, ⊏*)

(◨) = f(○, ■, ⊏*)

(◨) = f(○, ⊏*, ▲)

(◨) = f(○, ⊏*, ■)

(◨) = f(◑, ⊔, ◭)

(◨) = f(◑, ⊏, ◭)

(◨) = f(◑, ⊏, ▲)

(◨) = f(◑, ◭, ⊔)

(◨) = f(◑, ◭, ⊏)

(◨) = f(◑, ▲, ⊏)

(◭) = f(⊏*, △, ▲)

(◭) = f(⊏*, ▲, △)

(◭) = f(⊏*, ▲, ◻)

(◭) = f(⊏*, ▲, ○)

(◭) = f(⊏*, ◻, ▲)

(◭) = f(⊏*, ○, ▲)

(◭) = f(○, ⊔, ◻)

(◭) = f(○, ⊔, ◨)

(◭) = f(○, ⊏, ◻)

(◭) = f(○, ⊏, ◨)

(◭) = f(○, ▲, ⊏*)

(◭) = f(○, ◻, ⊔)

(◭) = f(○, ◻, ⊏)

(◭) = f(○, ◨, ⊔)

(◭) = f(○, ◨, ⊏)

(◭) = f(○, ⊏*, ▲)

(◭) = f(◑, ⊔, ◨)

(◭) = f(◑, ⊏, ◨)

(◭) = f(◑, ◨, ⊔)

(◭) = f(◑, ◨, ⊏)

(⊏) = f(○, ◨, ▲)

(⊏) = f(○, ■, ▲)

(⊏) = f(◑, ◭, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ■)

(⊏) = f(◑, ◨, ◭)

(⊏) = f(◑, ◨, ▲)

(⊏) = f(◑, ■, ▲)

(⊏) = f(●, ▲, ■)

(⊏) = f(●, ■, ▲)

13.

◑	◨	▲	⊏
↓	↓	↓	↓
(◑) = f(⊔, ◭, ◨)	(◨) = f(⊔, ◭, ○)	(▲) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(◑) = f(⊔, ◨, ◭)	(◨) = f(⊔, ◭, ◑)	(▲) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ○, ◻)
(◑) = f(⊏, ◭, ◨)	(◨) = f(⊔, ○, ◭)	(▲) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(◑) = f(⊏, ▲, ◨)	(◨) = f(⊔, ◑, ◭)	(▲) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(◑) = f(⊏, ▲, ■)	(◨) = f(⊏, ◭, ○)	(▲) = f(⊏, ■, ○)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(◑) = f(⊏, ◨, ◭)	(◨) = f(⊏, ◭, ◑)	(▲) = f(⊏, ■, ◑)	(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(◑) = f(⊏, ◨, ▲)	(◨) = f(⊏, ▲, ○)	(▲) = f(⊏, ■, ●)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(◑) = f(⊏, ■, ▲)	(◨) = f(⊏, ▲, ◑)	(▲) = f(⊏, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(◑) = f(◭, ⊔, ◨)	(◨) = f(⊏, ○, ◭)	(▲) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(▲, ◻, ○)
(◑) = f(◭, ⊏, ◨)	(◨) = f(⊏, ○, ▲)	(▲) = f(⊏, ○, ■)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(◑) = f(◭, ◨, ⊔)	(◨) = f(⊏, ◑, ◭)	(▲) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(◑) = f(◭, ◨, ⊏)	(◨) = f(⊏, ◑, ▲)	(▲) = f(⊏, ◑, ■)	(⊏) = f(▲, ■, ○)
(◑) = f(▲, ⊏, ◨)	(◨) = f(◭, ⊔, ○)	(▲) = f(⊏, ●, ■)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(◑) = f(▲, ⊏, ■)	(◨) = f(◭, ⊔, ◑)	(▲) = f(⊓*, △, ◭)	(⊏) = f(▲, ■, ●)
(◑) = f(▲, ◨, ⊏)	(◨) = f(◭, ⊏, ○)	(▲) = f(⊓*, ◭, △)	(⊏) = f(▲, ○, ◻)
(◑) = f(▲, ■, ⊏)	(◨) = f(◭, ⊏, ◑)	(▲) = f(△, ⊓*, ◭)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(◑) = f(▲, ⊏*, ○)	(◨) = f(◭, ○, ⊔)	(▲) = f(△, ◭, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(◑) = f(▲, ○, ⊏*)	(◨) = f(◭, ○, ⊏)	(▲) = f(△, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(◑) = f(◨, ⊔, ◭)	(◨) = f(◭, ◑, ⊔)	(▲) = f(△, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(◑) = f(◨, ⊏, ◭)	(◨) = f(◭, ◑, ⊏)	(▲) = f(△, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(▲, ●, ■)

(◑) = f(◨, ⊏, ▲)
(◑) = f(◨, ◭, ⊔)
(◑) = f(◨, ◭, ⊏)
(◑) = f(◨, ▲, ⊏)
(◑) = f(■, ⊏, ▲)
(◑) = f(■, ▲, ⊏)
(◑) = f(■, ⊏*, ○)
(◑) = f(■, ○, ⊏*)
(◑) = f(⊏*, ▲, ○)
(◑) = f(⊏*, ■, ○)
(◑) = f(⊏*, ○, ▲)
(◑) = f(⊏*, ○, ■)
(◑) = f(⊏*, ○, ●)
(◑) = f(⊏*, ●, ○)
(◑) = f(○, ▲, ⊏*)
(◑) = f(○, ■, ⊏*)
(◑) = f(○, ⊏*, ▲)
(◑) = f(○, ⊏*, ■)
(◑) = f(○, ⊏*, ●)
(◑) = f(○, ●, ⊏*)
(◑) = f(●, ⊏*, ○)
(◑) = f(●, ○, ⊏*)

(◨) = f(▲, ⊏, ○)
(◨) = f(▲, ⊏, ◑)
(◨) = f(▲, ⊔*, ◽)
(◨) = f(▲, ◽, ⊔*)
(◨) = f(▲, ◽, ⊏*)
(◨) = f(▲, ⊏*, ◽)
(◨) = f(▲, ⊏*, ○)
(◨) = f(▲, ○, ⊏)
(◨) = f(▲, ○, ⊏*)
(◨) = f(▲, ◑, ⊏)
(◨) = f(⊔*, ▲, ◽)
(◨) = f(⊔*, ◽, ▲)
(◨) = f(⊔*, ◽, ■)
(◨) = f(⊔*, ■, ◽)
(◨) = f(◽, ▲, ⊔*)
(◨) = f(◽, ▲, ⊏*)
(◨) = f(◽, ⊔*, ▲)
(◨) = f(◽, ⊔*, ■)
(◨) = f(◽, ■, ⊔*)
(◨) = f(◽, ■, ⊏*)
(◨) = f(◽, ⊏*, ▲)
(◨) = f(◽, ⊏*, ■)
(◨) = f(■, ⊔*, ◽)

(▲) = f(◭, ⊓*, △)
(▲) = f(◭, △, ⊓*)
(▲) = f(◭, △, ⊔*)
(▲) = f(◭, △, ⊏*)
(▲) = f(◭, ⊔*, △)
(▲) = f(◭, ⊔*, ◽)
(▲) = f(◭, ◽, ⊔*)
(▲) = f(◭, ◽, ⊏*)
(▲) = f(◭, ⊏*, △)
(▲) = f(◭, ⊏*, ◽)
(▲) = f(◭, ⊏*, ○)
(▲) = f(◭, ○, ⊏*)
(▲) = f(⊔*, △, ◭)
(▲) = f(⊔*, ◭, △)
(▲) = f(⊔*, ◭, ◽)
(▲) = f(⊔*, ◽, ◭)
(▲) = f(⊔*, ◽, ◨)
(▲) = f(⊔*, ◨, ◽)
(▲) = f(◽, ⊏, ○)
(▲) = f(◽, ◭, ⊔*)
(▲) = f(◽, ◭, ⊏*)
(▲) = f(◽, ⊔*, ◭)
(▲) = f(◽, ⊔*, ◨)

(⊏) = f(◽, △, ○)
(⊏) = f(◽, ◭, ○)
(⊏) = f(◽, ▲, ○)
(⊏) = f(◽, ○, △)
(⊏) = f(◽, ○, ▲)
(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(⊏) = f(◨, ▲, ○)
(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(⊏) = f(◨, ◑, ◭)
(⊏) = f(◨, ◑, ▲)
(⊏) = f(■, ▲, ○)
(⊏) = f(■, ▲, ◑)
(⊏) = f(■, ▲, ●)
(⊏) = f(■, ○, ▲)
(⊏) = f(■, ◑, ▲)
(⊏) = f(■, ●, ▲)
(⊏) = f(○, △, ◽)
(⊏) = f(○, ◭, ◽)
(⊏) = f(○, ◭, ◨)
(⊏) = f(○, ▲, ◽)

(◨) = f(■, □, ⊔*)

(◨) = f(■, □, ⊏*)

(◨) = f(■, ⊏*, □)

(◨) = f(■, ⊏*, ○)

(◨) = f(■, ○, ⊏*)

(◨) = f(⊏*, ▲, □)

(◨) = f(⊏*, ▲, ○)

(◨) = f(⊏*, □, ▲)

(◨) = f(⊏*, □, ■)

(◨) = f(⊏*, ■, □)

(◨) = f(⊏*, ■, ○)

(◨) = f(⊏*, ○, ▲)

(◨) = f(⊏*, ○, ■)

(◨) = f(○, ⊔, ◭)

(◨) = f(○, ⊏, ◭)

(◨) = f(○, ⊏, ▲)

(◨) = f(○, ◭, ⊔)

(◨) = f(○, ◭, ⊏)

(◨) = f(○, ▲, ⊏)

(◨) = f(○, ▲, ⊏*)

(◨) = f(○, ■, ⊏*)

(◨) = f(○, ⊏*, ▲)

(◨) = f(○, ⊏*, ■)

(◨) = f(◑, ⊔, ◭)

(▲) = f(□, ◨, ⊔*)

(▲) = f(□, ◨, ⊏*)

(▲) = f(□, ⊏*, ◭)

(▲) = f(□, ⊏*, ◨)

(▲) = f(□, ○, ⊏)

(▲) = f(◨, ⊏, ○)

(▲) = f(◨, ⊏, ◑)

(▲) = f(◨, ⊔*, □)

(▲) = f(◨, □, ⊔*)

(▲) = f(◨, □, ⊏*)

(▲) = f(◨, ⊏*, □)

(▲) = f(◨, ⊏*, ○)

(▲) = f(◨, ○, ⊏)

(▲) = f(◨, ○, ⊏*)

(▲) = f(◨, ◑, ⊏)

(▲) = f(■, ⊏, ○)

(▲) = f(■, ⊏, ◑)

(▲) = f(■, ⊏, ●)

(▲) = f(■, ○, ⊏)

(▲) = f(■, ◑, ⊏)

(▲) = f(■, ●, ⊏)

(▲) = f(⊏*, △, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◭, △)

(▲) = f(⊏*, ◭, □)

(⊏) = f(○, ▲, ◨)

(⊏) = f(○, ▲, ■)

(⊏) = f(○, □, △)

(⊏) = f(○, □, ◭)

(⊏) = f(○, □, ▲)

(⊏) = f(○, ◨, ◭)

(⊏) = f(○, ◨, ▲)

(⊏) = f(○, ■, ▲)

(⊏) = f(◑, ◭, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ◨)

(⊏) = f(◑, ▲, ■)

(⊏) = f(◑, ◨, ◭)

(⊏) = f(◑, ◨, ▲)

(⊏) = f(◑, ■, ▲)

(⊏) = f(●, ▲, ■)

(⊏) = f(●, ■, ▲)

(◨) = f(◑, ⊏, ◭)

(◨) = f(◑, ⊏, ▲)

(◨) = f(◑, ◭, ⊔)

(◨) = f(◑, ◭, ⊏)

(◨) = f(◑, ▲, ⊏)

(▲) = f(⊏*, ◭, ○)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◨)

(▲) = f(⊏*, ◨, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◨, ○)

(▲) = f(⊏*, ○, ◭)

(▲) = f(⊏*, ○, ◨)

(▲) = f(⊏*, ○, ◑)

(▲) = f(⊏*, ◑, ○)

(▲) = f(○, ⊏, ◻)

(▲) = f(○, ⊏, ◨)

(▲) = f(○, ⊏, ■)

(▲) = f(○, ◭, ⊏*)

(▲) = f(○, ◻, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏*)

(▲) = f(○, ■, ⊏)

(▲) = f(○, ⊏*, ◭)

(▲) = f(○, ⊏*, ◨)

(▲) = f(○, ⊏*, ◑)

(▲) = f(○, ◑, ⊏*)

(▲) = f(◑, ⊏, ◨)

(▲) = f(◑, ⊏, ■)

(▲) = f(◑, ◨, ⊏)

(▲) = f(◑, ■, ⊏)

(▲) = f(◑, ⊏*, ○)

(▲) = f(◑, ○, ⊏*)

(▲) = f(●, ⊏, ■)

(▲) = f(●, ■, ⊏)

14.

◑	■	▲	⊏
(◑) = f(⊔, ◭, ◨)	(■) = f(⊏, ▲, ○)	(▲) = f(⊏, □, ○)	(⊏) = f(△, □, ○)
(◑) = f(⊔, ◨, ◭)	(■) = f(⊏, ▲, ◑)	(▲) = f(⊏, □, ○)	(⊏) = f(△, ○, □)
(◑) = f(⊏, ◭, ◨)	(■) = f(⊏, ▲, ●)	(▲) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(◭, □, ○)
(◑) = f(⊏, ▲, ◨)	(■) = f(⊏, ○, ▲)	(▲) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(◑) = f(⊏, ▲, ■)	(■) = f(⊏, ◑, ▲)	(▲) = f(⊏, ■, ○)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(◑) = f(⊏, ◨, ◭)	(■) = f(⊏, ●, ▲)	(▲) = f(⊏, ■, ◑)	(⊏) = f(◭, ○, □)
(◑) = f(⊏, ◨, ▲)	(■) = f(▲, ⊏, ○)	(▲) = f(⊏, ■, ●)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(◑) = f(⊏, ■, ▲)	(■) = f(▲, ⊏, ◑)	(▲) = f(⊏, ○, □)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(◑) = f(◭, ⊔, ◨)	(■) = f(▲, ⊏, ●)	(▲) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(▲, □, ○)
(◑) = f(◭, ⊏, ◨)	(■) = f(▲, ○, ⊏)	(▲) = f(⊏, ○, ■)	(⊏) = f(▲, ◨, ○)
(◑) = f(◭, ◨, ⊔)	(■) = f(▲, ◑, ⊏)	(▲) = f(⊏, ◑, ◨)	(⊏) = f(▲, ◨, ◑)
(◑) = f(◭, ◨, ⊏)	(■) = f(▲, ●, ⊏)	(▲) = f(⊏, ◑, ■)	(⊏) = f(▲, ■, ○)
(◑) = f(▲, ⊏, ◨)	(■) = f(⊔*, □, ◨)	(▲) = f(⊏, ●, ■)	(⊏) = f(▲, ■, ◑)
(◑) = f(▲, ⊏, ■)	(■) = f(⊔*, ◨, □)	(▲) = f(⊓*, △, ◭)	(⊏) = f(▲, ■, ●)

(◑) = f(▲, ◨, ⊏)	(■) = f(◻, ⊔*, ◨)	(▲) = f(⊓*, ◭, △)	(⊏) = f(▲, ○, ◻)
(◑) = f(▲, ■, ⊏)	(■) = f(◻, ◨, ⊔*)	(▲) = f(△, ⊓*, ◭)	(⊏) = f(▲, ○, ◨)
(◑) = f(▲, ⊏*, ○)	(■) = f(◻, ◨, ⊏*)	(▲) = f(△, ◭, ⊓*)	(⊏) = f(▲, ○, ■)
(◑) = f(▲, ○, ⊏*)	(■) = f(◻, ⊏*, ◨)	(▲) = f(△, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(▲, ◑, ◨)
(◑) = f(◨, ⊔, ◭)	(■) = f(◨, ⊔*, ◻)	(▲) = f(△, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(▲, ◑, ■)
(◑) = f(◨, ⊏, ◭)	(■) = f(◨, ◻, ⊔*)	(▲) = f(△, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(▲, ●, ■)
(◑) = f(◨, ⊏, ▲)	(■) = f(◨, ◻, ⊏*)	(▲) = f(◭, ⊓*, △)	(⊏) = f(◻, △, ○)
(◑) = f(◨, ◭, ⊔)	(■) = f(◨, ⊏*, ◻)	(▲) = f(◭, △, ⊓*)	(⊏) = f(◻, ◭, ○)
(◑) = f(◨, ◭, ⊏)	(■) = f(◨, ⊏*, ○)	(▲) = f(◭, △, ⊔*)	(⊏) = f(◻, ▲, ○)
(◑) = f(◨, ▲, ⊏)	(■) = f(◨, ○, ⊏*)	(▲) = f(◭, △, ⊏*)	(⊏) = f(◻, ○, △)
(◑) = f(■, ⊏, ▲)	(■) = f(⊏*, ◻, ◨)	(▲) = f(◭, ⊔*, △)	(⊏) = f(◻, ○, ▲)
(◑) = f(■, ▲, ⊏)	(■) = f(⊏*, ◨, ◻)	(▲) = f(◭, ⊔*, ◻)	(⊏) = f(◨, ◭, ○)
(◑) = f(■, ⊏*, ○)	(■) = f(⊏*, ◨, ○)	(▲) = f(◭, ◻, ⊔*)	(⊏) = f(◨, ◭, ◑)
(◑) = f(■, ○, ⊏*)	(■) = f(⊏*, ○, ◨)	(▲) = f(◭, ◻, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ▲, ○)
(◑) = f(⊏*, ▲, ○)	(■) = f(⊏*, ○, ◑)	(▲) = f(◭, ⊏*, △)	(⊏) = f(◨, ▲, ◑)
(◑) = f(⊏*, ■, ○)	(■) = f(⊏*, ◑, ○)	(▲) = f(◭, ⊏*, ◻)	(⊏) = f(◨, ○, ◭)
(◑) = f(⊏*, ○, ▲)	(■) = f(○, ⊏, ▲)	(▲) = f(◭, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◨, ○, ▲)
(◑) = f(⊏*, ○, ■)	(■) = f(○, ▲, ⊏)	(▲) = f(◭, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◨, ◑, ◭)
(◑) = f(⊏*, ○, ●)	(■) = f(○, ◨, ⊏*)	(▲) = f(⊔*, △, ◭)	(⊏) = f(◨, ◑, ▲)
(◑) = f(⊏*, ●, ○)	(■) = f(○, ⊏*, ◨)	(▲) = f(⊔*, ◭, △)	(⊏) = f(■, ▲, ○)
(◑) = f(○, ▲, ⊏*)	(■) = f(○, ⊏*, ◑)	(▲) = f(⊔*, ◭, ◻)	(⊏) = f(■, ▲, ◑)
(◑) = f(○, ■, ⊏*)	(■) = f(○, ◑, ⊏*)	(▲) = f(⊔*, ◻, ◭)	(⊏) = f(■, ▲, ●)
(◑) = f(○, ⊏*, ▲)	(■) = f(◑, ⊏, ▲)	(▲) = f(⊔*, ◻, ◨)	(⊏) = f(■, ○, ▲)

(◑) = f(○, ⊏*, ■)	(■) = f(◑, ▲, ⊏)	(▲) = f(⊔*, ◨, ◻)	(⊏) = f(■, ◑, ▲)
(◑) = f(○, ⊏*, ●)	(■) = f(◑, ⊏*, ○)	(▲) = f(◻, ⊏, ○)	(⊏) = f(■, ●, ▲)
(◑) = f(○, ●, ⊏*)	(■) = f(◑, ○, ⊏*)	(▲) = f(◻, ◭, ⊔*)	(⊏) = f(○, △, ◻)
(◑) = f(●, ⊏*, ○)	(■) = f(●, ⊏, ▲)	(▲) = f(◻, ◭, ⊏*)	(⊏) = f(○, ◭, ◻)
(◑) = f(●, ○, ⊏*)	(■) = f(●, ▲, ⊏)	(▲) = f(◻, ⊔*, ◭)	(⊏) = f(○, ◭, ◨)
		(▲) = f(◻, ⊔*, ◨)	(⊏) = f(○, ▲, ◻)
		(▲) = f(◻, ◨, ⊔*)	(⊏) = f(○, ▲, ◨)
		(▲) = f(◻, ◨, ⊏*)	(⊏) = f(○, ▲, ■)
		(▲) = f(◻, ⊏*, ◭)	(⊏) = f(○, ◻, △)
		(▲) = f(◻, ⊏*, ◨)	(⊏) = f(○, ◻, ◭)
		(▲) = f(◻, ○, ⊏)	(⊏) = f(○, ◻, ▲)
		(▲) = f(◨, ⊏, ○)	(⊏) = f(○, ◨, ◭)
		(▲) = f(◨, ⊏, ◑)	(⊏) = f(○, ◨, ▲)
		(▲) = f(◨, ⊔*, ◻)	(⊏) = f(○, ■, ▲)
		(▲) = f(◨, ◻, ⊔*)	(⊏) = f(◑, ◭, ◨)
		(▲) = f(◨, ◻, ⊏*)	(⊏) = f(◑, ▲, ◨)
		(▲) = f(◨, ⊏*, ◻)	(⊏) = f(◑, ▲, ■)
		(▲) = f(◨, ⊏*, ○)	(⊏) = f(◑, ◨, ◭)
		(▲) = f(◨, ○, ⊏)	(⊏) = f(◑, ◨, ▲)
		(▲) = f(◨, ○, ⊏*)	(⊏) = f(◑, ■, ▲)
		(▲) = f(◨, ◑, ⊏)	(⊏) = f(●, ▲, ■)
		(▲) = f(■, ⊏, ○)	(⊏) = f(●, ■, ▲)
		(▲) = f(■, ⊏, ◑)	
		(▲) = f(■, ⊏, ●)	

(▲) = f(■, ○, ⊏)

(▲) = f(■, ◑, ⊏)

(▲) = f(■, ●, ⊏)

(▲) = f(⊏*, △, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◭, △)

(▲) = f(⊏*, ◭, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◭, ○)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◨)

(▲) = f(⊏*, ◨, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◨, ○)

(▲) = f(⊏*, ○, ◭)

(▲) = f(⊏*, ○, ◨)

(▲) = f(⊏*, ○, ◑)

(▲) = f(⊏*, ◑, ○)

(▲) = f(○, ⊏, ◻)

(▲) = f(○, ⊏, ◨)

(▲) = f(○, ⊏, ■)

(▲) = f(○, ◭, ⊏*)

(▲) = f(○, ◻, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏*)

(▲) = f(○, ■, ⊏)

(▲) = f(○, ⊏*, ◭)

(▲) = f(○, ⊏*, ◨)

(▲) = f(○, ⊏*, ◑)

(▲) = f(○, ◑, ⊏*)

(▲) = f(◑, ⊏, ◨)

(▲) = f(◑, ⊏, ■)

(▲) = f(◑, ◨, ⊏)

(▲) = f(◑, ■, ⊏)

(▲) = f(◑, ⊏*, ○)

(▲) = f(◑, ○, ⊏*)

(▲) = f(●, ⊏, ■)

(▲) = f(●, ■, ⊏)

15.

●	■	▲	⊏
↓	↓	↓	↓
(●) = f(⊏, ▲, ■)	(■) = f(⊏, ▲, ○)	(▲) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ◻, ○)
(●) = f(⊏, ■, ▲)	(■) = f(⊏, ▲, ◑)	(▲) = f(⊏, ◻, ○)	(⊏) = f(△, ○, ◻)
(●) = f(▲, ⊏, ■)	(■) = f(⊏, ▲, ●)	(▲) = f(⊏, ◨, ○)	(⊏) = f(◭, ◻, ○)
(●) = f(▲, ■, ⊏)	(■) = f(⊏, ○, ▲)	(▲) = f(⊏, ◨, ◑)	(⊏) = f(◭, ◨, ○)
(●) = f(■, ⊏, ▲)	(■) = f(⊏, ◑, ▲)	(▲) = f(⊏, ■, ○)	(⊏) = f(◭, ◨, ◑)
(●) = f(■, ▲, ⊏)	(■) = f(⊏, ●, ▲)	(▲) = f(⊏, ■, ◑)	(⊏) = f(◭, ○, ◻)
(●) = f(⊏*, ○, ◑)	(■) = f(▲, ⊏, ○)	(▲) = f(⊏, ■, ●)	(⊏) = f(◭, ○, ◨)
(●) = f(⊏*, ◑, ○)	(■) = f(▲, ⊏, ◑)	(▲) = f(⊏, ○, ◻)	(⊏) = f(◭, ◑, ◨)
(●) = f(○, ⊏*, ◑)	(■) = f(▲, ⊏, ●)	(▲) = f(⊏, ○, ◨)	(⊏) = f(▲, ◻, ○)

(●) = f(○, ◑, ⊏*)

(●) = f(◑, ⊏*, ○)

(●) = f(◑, ○, ⊏*)

(■) = f(▲, ○, ⊏)

(■) = f(▲, ◑, ⊏)

(■) = f(▲, ●, ⊏)

(■) = f(⊔*, ◻, ◨)

(■) = f(⊔*, ◨, ◻)

(■) = f(◻, ⊔*, ◨)

(■) = f(◻, ◨, ⊔*)

(■) = f(◻, ◨, ⊏*)

(■) = f(◻, ⊏*, ◨)

(■) = f(◨, ⊔*, ◻)

(■) = f(◨, ◻, ⊔*)

(■) = f(◨, ◻, ⊏*)

(■) = f(◨, ⊏*, ◻)

(■) = f(◨, ⊏*, ○)

(■) = f(◨, ○, ⊏*)

(■) = f(⊏*, ◻, ◨)

(■) = f(⊏*, ◨, ◻)

(■) = f(⊏*, ◨, ○)

(■) = f(⊏*, ○, ◨)

(■) = f(⊏*, ○, ◑)

(■) = f(⊏*, ◑, ○)

(■) = f(○, ⊏, ▲)

(■) = f(○, ▲, ⊏

(■) = f(○, ◨, ⊏*)

(▲) = f(⊏, ○, ■)

(▲) = f(⊏, ◑, ◨)

(▲) = f(⊏, ◑, ■)

(▲) = f(⊏, ●, ■)

(▲) = f(⊓*, △, ◭)

(▲) = f(⊓*, ◭, △)

(▲) = f(△, ⊓*, ◭)

(▲) = f(△, ◭, ⊓*)

(▲) = f(△, ◭, ⊔*)

(▲) = f(△, ◭, ⊏*)

(▲) = f(△, ⊏*, ◭)

(▲) = f(◭, ⊓*, △)

(▲) = f(◭, △, ⊓*)

(▲) = f(◭, △, ⊔*)

(▲) = f(◭, △, ⊏*)

(▲) = f(◭, ⊔*, △)

(▲) = f(◭, ⊔*, ◻)

(▲) = f(◭, ◻, ⊔*)

(▲) = f(◭, ◻, ⊏*)

(▲) = f(◭, ⊏*, △)

(▲) = f(◭, ⊏*, ◻)

(▲) = f(◭, ⊏*, ○)

(▲) = f(◭, ○, ⊏*)

(▲) = f(⊔*, △, ◭)

(⊏) = f(▲, ◨, ○)

(⊏) = f(▲, ◨, ◑)

(⊏) = f(▲, ■, ○)

(⊏) = f(▲, ■, ◑)

(⊏) = f(▲, ■, ●)

(⊏) = f(▲, ○, ◻)

(⊏) = f(▲, ○, ◨)

(⊏) = f(▲, ○, ■)

(⊏) = f(▲, ◑, ◨)

(⊏) = f(▲, ◑, ■)

(⊏) = f(▲, ●, ■)

(⊏) = f(◻, △, ○)

(⊏) = f(◻, ◭, ○)

(⊏) = f(◻, ▲, ○)

(⊏) = f(◻, ○, △)

(⊏) = f(◻, ○, ▲)

(⊏) = f(◨, ◭, ○)

(⊏) = f(◨, ◭, ◑)

(⊏) = f(◨, ▲, ○)

(⊏) = f(◨, ▲, ◑)

(⊏) = f(◨, ○, ◭)

(⊏) = f(◨, ○, ▲)

(⊏) = f(◨, ◑, ◭)

(⊏) = f(◨, ◑, ▲)

(■) = f(○, ⊏*, ◨)
(■) = f(○, ⊏*, ◑)
(■) = f(○, ◑, ⊏*)
(■) = f(◑, ⊏, ▲)
(■) = f(◑, ▲, ⊏)
(■) = f(◑, ⊏*, ○)
(■) = f(◑, ○, ⊏*)
(■) = f(●, ⊏, ▲)
(■) = f(●, ▲, ⊏)

(▲) = f(⊔*, ◭, △)
(▲) = f(⊔*, ◭, ◻)
(▲) = f(⊔*, ◻, ◭)
(▲) = f(⊔*, ◻, ◨)
(▲) = f(⊔*, ◨, ◻)
(▲) = f(◻, ⊏, ○)
(▲) = f(◻, ◭, ⊔*)
(▲) = f(◻, ◭, ⊏*)
(▲) = f(◻, ⊔*, ◭)
(▲) = f(◻, ⊔*, ◨)
(▲) = f(◻, ◨, ⊔*)
(▲) = f(◻, ◨, ⊏*)
(▲) = f(◻, ⊏*, ◭)
(▲) = f(◻, ⊏*, ◨)
(▲) = f(◻, ○, ⊏)
(▲) = f(◨, ⊏, ○)
(▲) = f(◨, ⊏, ◑)
(▲) = f(◨, ⊔*, ◻)
(▲) = f(◨, ◻, ⊔*)
(▲) = f(◨, ◻, ⊏*)
(▲) = f(◨, ⊏*, ◻)
(▲) = f(◨, ⊏*, ○)
(▲) = f(◨, ○, ⊏)
(▲) = f(◨, ○, ⊏*)

(⊏) = f(■, ▲, ○)
(⊏) = f(■, ▲, ◑)
(⊏) = f(■, ▲, ●)
(⊏) = f(■, ○, ▲)
(⊏) = f(■, ◑, ▲)
(⊏) = f(■, ●, ▲)
(⊏) = f(○, △, ◻)
(⊏) = f(○, ◭, ◻)
(⊏) = f(○, ◭, ◨)
(⊏) = f(○, ▲, ◻)
(⊏) = f(○, ▲, ◨)
(⊏) = f(○, ▲, ■)
(⊏) = f(○, ◻, △)
(⊏) = f(○, ◻, ◭)
(⊏) = f(○, ◻, ▲)
(⊏) = f(○, ◨, ◭)
(⊏) = f(○, ◨, ▲)
(⊏) = f(○, ■, ▲)
(⊏) = f(◑, ◭, ◨)
(⊏) = f(◑, ▲, ◨)
(⊏) = f(◑, ▲, ■)
(⊏) = f(◑, ◨, ◭)
(⊏) = f(◑, ◨, ▲)
(⊏) = f(◑, ■, ▲)

(▲) = f(◨, ◑, ⊏)

(▲) = f(■, ⊏, ○)

(▲) = f(■, ⊏, ◑)

(▲) = f(■, ⊏, ●)

(▲) = f(■, ○, ⊏)

(▲) = f(■, ◑, ⊏)

(▲) = f(■, ●, ⊏)

(▲) = f(⊏*, △, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◭, △)

(▲) = f(⊏*, ◭, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◭, ○)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◭)

(▲) = f(⊏*, ◻, ◨)

(▲) = f(⊏*, ◨, ◻)

(▲) = f(⊏*, ◨, ○)

(▲) = f(⊏*, ○, ◭)

(▲) = f(⊏*, ○, ◨)

(▲) = f(⊏*, ○, ◑)

(▲) = f(⊏*, ◑, ○)

(▲) = f(○, ⊏, ◻)

(▲) = f(○, ⊏, ◨)

(▲) = f(○, ⊏, ■)

(▲) = f(○, ◭, ⊏*)

(▲) = f(○, ◻, ⊏)

(▲) = f(○, ◨, ⊏)

(⊏) = f(●, ▲, ■)

(⊏) = f(●, ■, ▲)

(▲) = f(○, ◨, ⊏*)

(▲) = f(○, ■, ⊏)

(▲) = f(○, ⊏*, ◭)

(▲) = f(○, ⊏*, ◨)

(▲) = f(○, ⊏*, ◑)

(▲) = f(○, ◑, ⊏*)

(▲) = f(◑, ⊏, ◨)

(▲) = f(◑, ⊏, ■)

(▲) = f(◑, ◨, ⊏)

(▲) = f(◑, ■, ⊏)

(▲) = f(◑, ⊏*, ○)

(▲) = f(◑, ○, ⊏*)

(▲) = f(●, ⊏, ■)

(▲) = f(●, ■, ⊏)

Man kann sich leicht vorstellen, welche astronomische semiotische Komplexität entsteht, wenn nur schon zwei der fünfzehn polykontexturalen Repräsentationssysteme miteinander in Verbindung gesetzt werden. Ein vergleichsweise simples Beispiel findet man im 2. Teil von Toth (2008b, S. 143 ff.). Angesichts der enormen Komplexität dieser kleinen Ausschnitte aus dem "semiotic web", das natürlich durch jede kommunikative, kreative und repräsentative Handlung in einem Teil ihres Netzes aktiviert wird, wird man an Kafkas Diktum erinnert, dass man eigentlich tot zusammenbrechen müsste, würde man nur imstande sein, die ganze auf einen einströmende Information zu apperzipieren, sobald man nur einen Schritt vor seine Haustüre setzt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Grundzüge einer Semiotik des Hotelgewerbes. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Einführung polykontextural-semiotischer Funktionen. Ms. (2008d)

Toth, Alfred, Die qualitativen polykontextural-semiotischen Funktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2009)

Die rekursive Verschachtelung der Zeichenrelation

1. Nach Bense (1979, S. 53) ist das Zeichen eine verschachtelte triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

$$ZR = (M, O, I) = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$$

Nun hatte ich in Toth (2009) bezeigt, dass es nicht genügt, den Mittelbezug als 1-stellige, den Objektbezug als 2-stellige und den Interpretantenbezug als 3-stellige Relation zu definieren, denn dadurch wird das Zeichen in letzter Instanz als Monade definiert, dem nichts Aussersemiotisches korresponidert, d.h. es wird nicht unterschieden zwischen Mittel und Mittelbezug, Objekt und Objektbezug sowie Interpret(ant) und Interpretantenbezug. Wenn man sich also bewusst macht, dass die primäre Aufgabe eines Zeichens die Substitution ist und dass es erst qua Substitution zu einem Repräsentamen wird, sollte auch klar werden, dass jede der drei Fundamentalkategorien ein ontologisches Korrelat hat. Da diese drei Korrelate vom Zeichen her gesehen transzendent sind, wurden sie in Toth (2009) mit $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ bezeichnet.

2. Dadurch können also die Zeichenbezüge wie folgt redefiniert werden:

Mittelbezug = $(\mathcal{M} \leftrightarrow M)$

Objektbezug = $(\Omega \leftrightarrow O)$

Interpretantenbezug = $(\mathcal{I} \leftrightarrow I)$

Das ist aber, wie bereits aus der obigen Definition der relationalen Verschachtelung hervorgeht, eine isolierte Betrachtungsweise, denn O ist ja $(M \rightarrow O)$, d.h.

$$(M \rightarrow O) = ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)$$

Die dyadische Partialrelation der triadischen Zeichenrelation ist daher

$$(M, (M \rightarrow O)) = ((\mathcal{M} \leftrightarrow M), (\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)),$$

und da die triadische Partialrelation mit dem Zeichen identisch ist, bekommen wir also

$$ZR = ((\mathcal{M} \leftrightarrow M), ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O)), ((\mathcal{M} \leftrightarrow M) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow O) \leftrightarrow$$

$(\mathcal{I} \leftrightarrow \mathrm{I})))$

Wie man sieht, enthält aber sogar die nun vollständige Zeichenrelation immer noch nicht-transzendente Kategorien. Man kann hierin eine Bestätigung des von Kronthaler (1992) aufgestellten semiotischen Theorems der „Objekttranszendenz des Zeichens" sehen, denn auch auf einer 2. Stufe)

$$\mathrm{ZR} = ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow \mathrm{M})), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow \mathrm{M})) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow \mathrm{O}))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow \mathrm{M})) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow \mathrm{O})) \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow \mathrm{I})))),$$

einer 3. Stufe

$$\mathrm{ZR} = ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow \mathrm{M}))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow \mathrm{M}))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow \mathrm{O})))), ((\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow (\mathcal{M} \leftrightarrow \mathrm{M}))) \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow (\Omega \leftrightarrow \mathrm{O}))) \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow (\mathcal{I} \leftrightarrow \mathrm{I}))))),$$

usw. wird man man die Fundamentalkategorien nie los, d.h. kann man die nicht-transzendenten Kategorien nie ganz durch ihre transzendenten Korrelate ersetzen. Daraus folgt natürlich auch der bekannte Sachverhalt, dass ein Zeichen zwar sein Objekt repräsentieren kann, dass es diese aber niemals perfekt substituieren kann. Hierin liegt ferner eine Bestätigung von Benses Bestimmung der Zeichenfunktion als einer „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein" (1975, S. 16), d.h. dass das Zeichen eben sowohl am „ontologischen Raum" der Objekte als auch am „semiotischen Raum" der Zeichen (Bense 1975, S. 65 f.) partizipiert.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Aesthetischen. Baden-Baden 1979

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Ein verfeinertes semiotisches Modell für den Mittelbezug II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kohäsion, Isotopie und Kohärenz

1. Mittel- und Interpretantenbezug sind in der Definition des Peirceschen Zeichens insofern zwei verwandte Kategorien, als beide auf den Begriff des Repertoires abheben. Diese Tatsache erst ermöglich die Superisation, welche formal rekursiv meist als

$I^n \equiv M^{n+1}$

dargestellt wird (vgl. Walther 1979, S. 76). Danach kann ein Interpretant der Stufe n deshalb zum Mittel der Stufe (n+1) werden, weil der Interpretantenbezug nicht nur die Bedeutung über dem Mittel und der Bezeichnungsfunktion des Zeichens etabliert, sondern auch den Konnex, d.h. das Feld, in welchem die repertoiriellen Elemente ihre Bedeutung gewinnen. Somit gehört die linguistische Beschäftigung mit Text und Kontext bzw. Konnex zur Hauptsache dem drittheitlichen Zeichenbezug an. Unter Verwendung des von Kaehr (2009) eingeführten semiotischen Textem-Modells kann man diese Sachverhalt dadurch darstellen, dass man im folgenden Diagramm (a.b) = (3.b) und (g.h) = (1.h) (bzw. umgekehrt im konversen Fall $I^{n+1} \equiv M^n$) setzt:

$$\begin{tikzcd}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) \arrow[d] \arrow[drr] & & & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) \arrow[d] \arrow[drr] & & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) \arrow[dr] & & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) \arrow[ll] \arrow[dl] & | & \boxed{(3.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (1.h_{o,\xi,\nu})} & | & (g.h_{\nu,\xi,o}) \arrow[rr] \arrow[dr] & & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \arrow[dl] \\
 & [1, 1] & & & & & & [1, 1] &
\end{tikzcd}$$

2. Nach de Beaugrande und Dressler (1981) gibt es zwei Strategien, wie Texte (bzw. Kontexte) zusammenhängen können: Kohärenz und Kohäsion. Kohäsion kommt durch vorwiegend syntaktische Mittel wie Lexemrekurrenz, Proformen, deiktische Pronomina, Substitution etc. zustande. Kohärenz operiert dagegen auf logischer Ebene und wird der linguistischen Pragmatik zugewiesen (vgl. Kummer 1975). Dazwischen steht die von Greimas (1974) eingeführte Isotopie, welche semantisch definiert wird. Man erkennt also, dass

es syntaktische, semantische und pragmatische Verfahren der Konnexion von Texten bzw. Kontexten gibt – wie nicht anders zu erwarten. Nun korrespondiert aber nach Toth (1993, S. 29 ff.) die Syntax dem semiotischen Mittelbezug, die Semantik dem Objektbezug und die Pragmatik dem Interpretantenbezug. Das bedeutet also, dass wir im semiotischen Textemmodell **kohäsive Konnexion** durch das Schema

$$\begin{tikzcd}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) \arrow[d] \arrow[drr] & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) \arrow[d] \arrow[drr] & & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) \arrow[dr] & & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) \arrow[ll] \arrow[dl] & \mid \boxed{(1.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (1.h_{o,\xi,\nu})} \mid & (g.h_{\nu,\xi,o}) \arrow[rr] \arrow[dr] & & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \arrow[dl] \\
& {[1, 1]} & & & & {[1, 1]} &
\end{tikzcd}$$

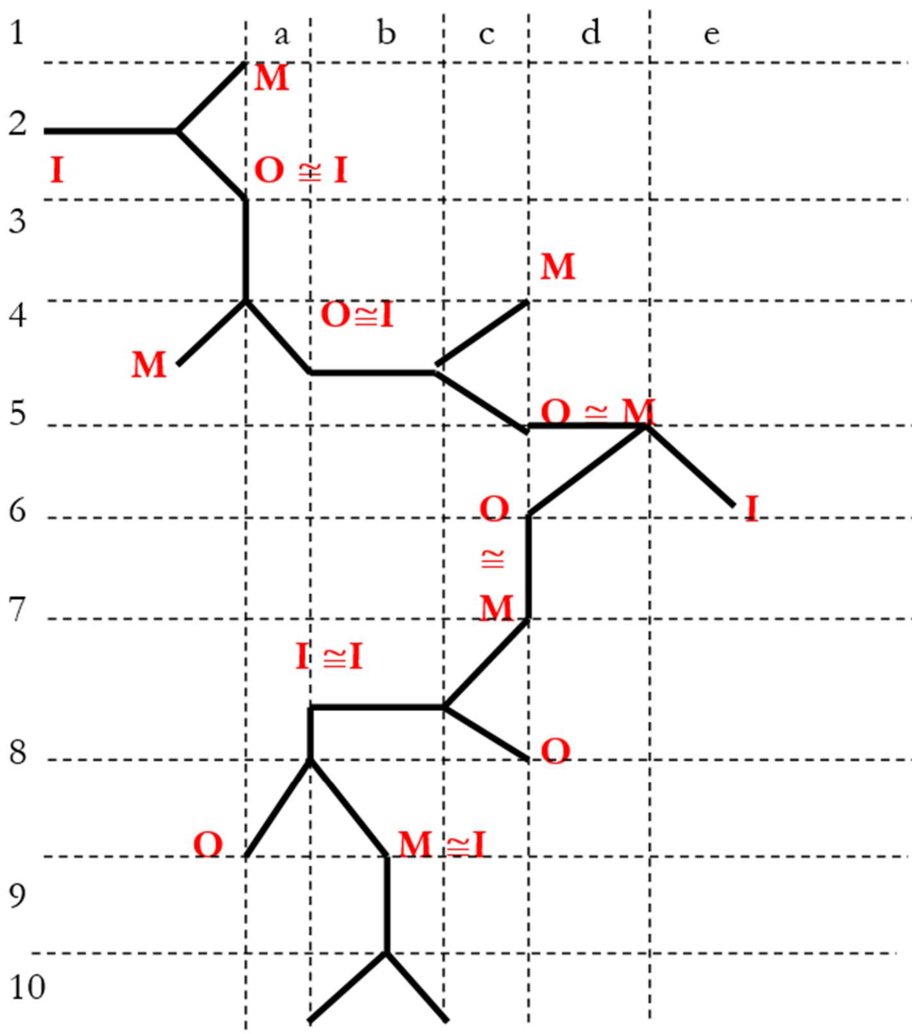
isotope Konnexion durch das Schema

$$\begin{tikzcd}
(e.f_{\eta,\theta,\iota}) \arrow[d] \arrow[drr] & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) \arrow[d] \arrow[drr] & & \\
(c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) \arrow[dr] & & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) \arrow[ll] \arrow[dl] & \mid \boxed{(2.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (2.h_{o,\xi,\nu})} \mid & (g.h_{\nu,\xi,o}) \arrow[rr] \arrow[dr] & & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \arrow[dl] \\
& {[1, 1]} & & & & {[1, 1]} &
\end{tikzcd}$$

und **kohärente Konnexion** durch das Schema

$$\begin{array}{ccccccccc} (e.f_{\eta,\theta,\iota}) & & & & & & (k.l_{\pi,\varrho,\sigma}) & & \\ \downarrow & \searrow & & & & & \downarrow & \searrow & \\ (c.d_{\delta,\varepsilon,\zeta}) & \leftarrow & (a.b_{\alpha,\beta,\gamma}) & | & \boxed{(3.b_{\gamma,\beta,\alpha}) \leftarrow (3.h_{o,\xi,\nu})} & | & (g.h_{\nu,\xi,o}) & \rightarrow & (i.j_{\varkappa,\lambda,\mu}) \\ \searrow & & \swarrow & & & & \searrow & & \swarrow \\ & [1, 1] & & & & & & [1, 1] & \end{array}$$

formalisieren können. Dies betrifft aber, wie aus den Schemata ersichtlich ist, nur die homogenen matching points der Bi-Zeichen in den Elementar-Textemen. Nun kann man sich aber z.B. eine Text- bzw. Kontext-Struktur vorstellen, welche die folgende semiotische "Partitur" hat:



Wie man sieht, handelt es sich hier um einen "flächigen" Text bzw. Kontext (vgl. Mon 1972a). Ausserdem scheint es so etwas wie "Texte in Zwischenräumen" (vgl. Mon 1972b) zu geben. Grundsätzlich kann man diese Partitur wie folgt interpretieren, dass überall dort, wo entweder die Horizontale durch die Vertikale abgelöst wird oder umgekehrt, ein Konnexionsbruch vorliegt, und dieser Konnexionsbruch wird durch die inhomogenen matching points der Fundamentalkategorien in der Partitur angezeigt. Obwohl dieser Partitur kein realer Text zugrunde liegt, ist es unschwer, Texte dafür zu finden. Da in der Partitur kein einziger Konnexionstyp beibehalten wird, handelt es sich bei den Texten, für welche die Partitur Modell ist, um sowohl Kohäsions-, als auch Isotopie- und Kohärenz-freie Texte. Ein Beispiel dafür könnte der folgende Ausschnitt aus dem Werk Karl Valentins sein (aus: Valentin 1990, S. 46; vgl. Toth (1997, S. 102):

> Gestern nachmittags um neun Uhr sitz ich im Restaurant "Zur derfaulten Blutorange", und weil ich am Tag vorher meine goldene Uhr zum Konditor tragn hab, zum Reparieren, hab ich einen solchen Heisshunger kriegt, dass ich mir zwei Portionen Senftgefrorenes und an gsottenen Radi als Abendessen zum Frühstück bestellt hab. Nachdem ich aber Hausbesitzer bin und in jeder Wohnung eine wanzenreiche Familie hab, hab ich trotz meines siebundachtzigjährigen Halsleidens mit den Kindern von mein Nachbarn "Fürchtet ihr den weissen Mann" gespielt (...).

Damit ist aber auch gezeigt, dass bei flächigen Texten perfekte Konnexion (Kohäsion, Isotopie, Kohärenz) eine durchgehende horizontale Textem-Adjunktion oder eine durchgehende vertikale Textem-Superisation sein müsste. Das ist indessen bei realen Texten niemals der Fall. Wie die Partitur zeigt, kommen also für Konnexionsbrüche alle theoretisch möglichen zu matchenden Zeichenbezüge in Frage, wobei im Falle von $M \cong O$ Kohäsion durch Isotopie, im Falle von $M \cong I$ Kohäsion durch Konnexion, und im Falle von $O \cong I$ Isotopie durch Konnexion abgelöst bzw. "gebrochen" wird. (Dazu kommen die reversen Brüche.) Als Verfeinerung kann man nun, wie dies schon durch das semiotische Textem-Modell vorausgesetzt wird, statt von einfachen Subzeichen wie in der obigen Partitur, von kontexturierten Subzeichen ausgehen. Diese sind im Falle einer 4-kontexturalen Semiotik (vgl. Kaehr 2008):

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3,4} & 1.2_{1,4} & 1.3_{3,4} \\ 2.1_{1,4} & 2.2_{1,2,4} & 2.3_{2,4} \\ 3.1_{3,4} & 3.2_{2,4} & 3.3_{2,3,4} \end{pmatrix}$$

Schauen wir uns also zuerst die homogenen matches an, wobei die erstlichen die kohäsiven Konnexe etablieren:

$(1.1)_1 \cong (1.1)_3 \qquad (1.2)_1 \cong (1.2)_4 \qquad (1.3)_3 \cong (1.3)_4$

$(1.1)_1 \cong (1.1)_4$

$(1.1)_3 \cong (1.1)_4$

die zweitheitlichen die isotopen Konnexe

$(2.1)_1 \cong (2.1)_4 \qquad (2.2)_1 \cong (2.2)_2 \qquad (2.3)_2 \cong (2.3)_4$

$(2.2)_1 \cong (2.2)_4$

$(2.2)_2 \cong (2.2)_4$

und die drittheitlichen die kohärenten Konnexe

$(3.1)_3 \cong (3.1)_4 \qquad (3.2)_2 \cong (3.2)_4 \qquad (3.3)_2 \cong (1.3)_3$

$(3.3)_2 \cong (1.3)_4$

$(3.3)_3 \cong (1.3)_4$.

Die entsprechenden Konnexionsbrüche (Kohäsion/Isotopie bzw. umgekehrt; Isotopie/Kohärenz bzw. umgekehrt, sowie Kohäsion/Kohärenz bzw. umgekehrt) bekommen wir also dadurch, dass wir die 15 homogenen matches zu (15 x 16)/2 = 120 inhomogenen matches paarweise kombinieren. Eine interessante Frage, die aber von der Textlinguistik abgeklärt werden müsste, ist, ob sich auch mehrfache Konnexionstypen (z.B. Kohäsion und Kohärenz, Isotopie und Kohärenz, usw.) sowie dementsprechend mehrfacher Konnexionsbruch nachweisen lässt. Fall dies zutrifft, kann man natürlich die 15 homogenen matches auch zu Tripeln, Quadrupeln, allgemein n-Tupeln kombinieren. Auf jeden Fall bietet die kontexturierte Semiotik ein über sämtliche literarischen, linguistischen und logischen Modelle hinausgehendes Organon zur Text- und Kontext-Analyse. Mit der Theorie der inhomogenen kontexturellen matches können erstmals auch sog. Unsinns-Texte unsinnslos präzise analysiert werden, oder wie Karl Valentin es im folgenden Kurz-Dialog ausdrückte (aus: Grunauer-Brug 1959, S. 9):

> Plötzlich hielt der Zug. Da ich auch nach Planegg wollte, sprach ich auf:
>
> "Sind wir schon da?"
>
> "Nein! Erst h i e r – d a sind wir erst, wenn wir d o r t sind!"

Bibliographie

de Beaugrande, Robert A./Dressler, Wolfgang U., Einführung in die Textlinguistik. Tübingen 1981

Greimas, Algirdas J., Die Isotopie der Rede. In: Kallmeyer, Werner et al. (Hrsg.), Lektürekolleg zur Textlinguistik. Bd. 2. Frankfurt am Main 1974, S. 126-152

Grunauer-Brug, Gusti, Passiert is was. München 1959

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Kummer, Werner, Grundlagen der Texttheorie. Reibek 1975

Mon, Franz, Zur Poesie der Fläche. In: Gomringer, Ernst (Hrsg.), konkrete poesie. Stuttgart 1972, S. 167-170 (1972a)

Mon, Franz, Texte in den Zwischenräumen. In: Gomringer, Ernst (Hrsg.), konkrete poesie. Stuttgart 1972, S. 170-173 (1972b)

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Sind natürliche Zeichen vorgegeben?

1. Nach dem „Wörterbuch der Semiotik“ versteht man unter „Zeichencharakter, thetischer“ mit Bense: „Die Tatsache, dass ein Zeichen als solches nicht vorgegeben, sondern gesetzt ist, d.h. dass die Einführung eines Zeichens in einen gedanklichen, kreativen oder kommunikativen Prozess darauf beruht, dass ein (beliebiges) Etwas ausdrücklich zum Zeichen ‚erklärt‘ wird, also als solches ‚selektiert‘ wurde“ (Bense/Walther 1973, S. 125).

Wie steht es aber etwa mit einer Eisblume? Sie ist zwar ein durch natürliche Prozesse selbst vorgegebenes Objekt, dabei aber mit einer so hohen Unwahrscheinlichkeit behaftet und von einer nur für ästhetische Objekte charakteristischen Fragilität, dass sie als Zeichen interpretiert werden kann und also nicht erst zum Zeichen erklärt werden muss. Niemand würde ja eine Eisblume zum Zeichen für etwas erklären, wie man ein Taschentuch benutzt – schon deshalb nicht, weil die Eisblume die für Zeichen wichtigen Kriterien der Ortsunabhängigkeit und Transportabilität nicht erfüllt. Damit drängt sich der Schluss auf, dass natürliche Zeichen nicht thetisch eingeführt sind, sondern interpretiert werden können.

2. Bei unseren Betrachtungen hilft uns auch der Eintrag „Fragment“ von Renate Kübler weiter: „Bezogen auf den Unterschied zwischen ‚Zeichen für ...‘ und ‚Zeichen von ...‘ (Bense) ist ‚Fragment‘ zunächst eine semiotische Bestimmung im Sinne des ‚Zeichens für ...‘, nämlich für den beschreibbaren Zustand der ‚Unvollständigkeit‘ (...)“ (in: Bense/Walther 1973, S. 31).

Ist ein thetisch eingeführtes Zeichen, obwohl es nach Bense nicht vorgegeben ist, trotzdem ein Fragment? Und ein Fragment wovon? Wenn ich ein Taschentuch verknote und es thetisch als Zeichen dafür einführe, dass ich morgen Angelika anrufen muss, dann bereichere ich die Welt mit einem zusätzlichen „Zeichenobjekt“, d.h. ich steuere dem Informationspool der Welt neue Information bei, die demzufolge kein Fragment des bestehenden Informationspools sein kann. Wenn ich hingegen die Eisblume im Hinblick auf die gegenwärtigen klimatischen Verhältnisse am bestimmten Ort, an dem ich mich befinde, interpretiere, steuere ich keine neue Information bei, denn ich deute ja nur etwas aus, das schon da ist, indem es durch die Eisblume, mein nunmehr interpretiertes Zeichenobjekt, mitgeteilt wird.

Aus unseren bisherigen Betrachtungen folgt also:

„Zeichen für ...“ sind nicht vorgegeben, sie müssen thetisch eingeführt werden, und die durch diese Art von Zeichen gelieferte Information ist neu, denn sie wird erst durch diese Zeichen produziert.

Demgegenüber sind „Zeichen von ...“ vorgegeben, und zwar sowohl als Objekte als auch als Zeichen. D.h. sie brauchen und können nicht thetisch eingeführt werden, sondern können interpretiert werden und liefern bereits vorhandene (wenn auch mir möglicherweise zuvor nicht bekannte) Information, indem sie, z.B. im Falle der Eisblume, Witterungsverhältnisse in der Form von Mustern kodieren, die wegen ihrer in der Natur hoch unwahrscheinlichen Struktur negentropisch und daher ästhetisch zu interpretieren sind (Bense 1969, S. 31 ff.). Als Objekte sind diese natürlichen Zeichen Teil des meiner Interpreation präexistenten ontischen Raumes und daher Fragmente desselben.

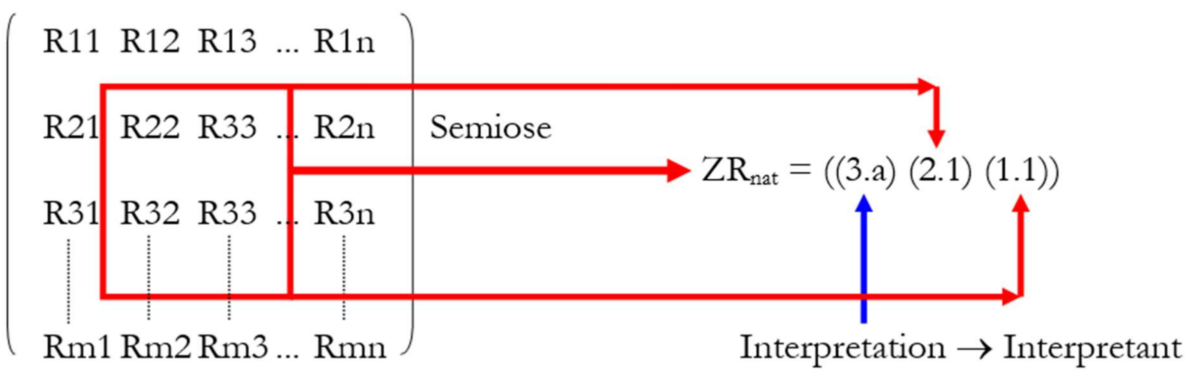
2. „Zeichen für ...“ stehen in einem Substitutions- und Verdoppelungsverhältnis mit den Objekten des ontischen Raumes. „Zeichen von ...“ stehen in einem Interpretations- und Abbildungsverhältnis mit den Objekten des ontischen Raumes. Nur natürliche Zeichen können damit Fragmente sein.

Wir müssen uns nun natürlich fragen: Wovon sind natürliche Zeichen eigentlich Fragmente? Eine Eisblume ist sicher in ihrem Mittelbezug ein Fragment, da ihre Struktur ja aus einer chemischen Reaktion innerhalb des ontischen Raumes entstanden ist, d.h. ihr Mittel gehört dem ontologischen Raum an. Anderseits ist die Eisblume auch Teil ihres Objektes, wenn man darunter das Klima versteht, das sie hat (mit-) entstehen lassen. In ihrem Interpretantenbezug ist sie allerdings nur dann ein Fragment, wenn man einen Sender personifiziert (z.B. Gott). Tut man dies nicht, dass muss man sagen, dass ein natürliches Zeichen wie eine Eisblume ein Zeichen ist, das erst durch seine Interpretation einen Interpretantenbezug bekommt. Dadurch wird hypostasiert, dass die chemisch-physikalische Entstehung der Eisblume aleatorisch ist in einer Welt ohne Schöpfergott oder zumindest ohne dessen Zutun produziert wird.

Wir können natürliche Zeichen wie in dem folgenden Bild darstellen:

Dieses natürliche Zeichen, d.h. die Tortenschnitte, ist von ihrem Mittel her, d.h. von ihrer Torten-Qualität her ein Teil ihres Objektes, d.h. der Torte. Auch von ihrem Objektbezug her ist sie ein Teil ihres Objektes, nämlich ein pars pro toto. Da man aber grössere oder kleinere Stücke aus der Torte herausschneiden kann, hängt die Grösse der Schnitte vom Interpreten ab, d.h. die Tortenschnitte ist von ihrem Interpretantenbezug her arbiträr und kein Teil ihres Objektes.

3. Wenn wir ein Objekt des ontischen Raumes annäherungsweise durch eine Wiesenfarthsche Relationsmatrix, die er auch „Relationsnetz" nennt, darstellen (vgl. Wiesenfarth 1979, S. 306 ff.), also etwa das abgebildete Torten-Objekt, dann können wir die Interpretation eines natürlichen Zeichens wie folgt skizzieren:



Die in der Zeichenrelation des natürlichen Zeichens mit der Variable (3.a) bezeichnete Interpretanten-Position wird im Rahmen des Peirceschen Zehnersystems wegen der Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ für (3.a 2.b 1.c) mit (3.1) eindeutig besetzt.

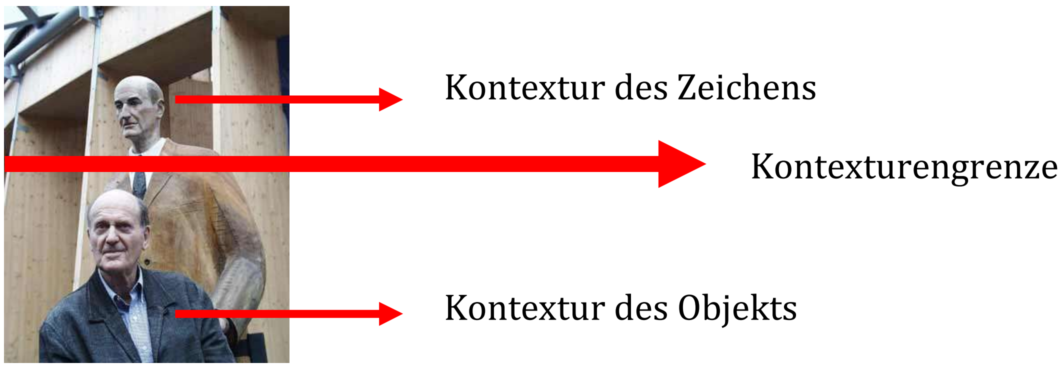
ZR_{nat} = ((3.a) (2.1) (1.1))

ist damit qua Mittel- und Objektbezug ein Fragment der Relationsmatrix des Objektes, aber nicht qua Interpretantenbezug. Es ist also offenbar so, dass natürliche Zeichen auf einer Zeichenrelation mit Leerstelle definiert ist, welche sie in einem Zwischenbereich zwischen Gegebenheit und Nichtgegebenheit ansiedelt. Anderseits sind künstliche Zeichen, d.h. „Zeichen für ..." in jedem Falle durch das allgemeine Zeichenschema

$ZR_{kün}$ = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}

fassbar. Der wesentliche Unterschied zwischen ZR_{nat} und $ZR_{kün}$ ist also der, dass bei natürlichen Zeichen wegen ihres Fragmentcharakters im Objekt- und Mittelbezug kein semiotischer Spielraum besteht. (Das verhindert es allerdings nicht, dass eine Eisblume durch die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2) – wegen ihrer auf spezifischen klimatischen Bedingungen basierenden singulären Mittel – klassifiziert werden kann. Dies geschieht jedoch erst nach Abschluss der Interpretation durch den Interpreten. Als pure Qualität, die Teil ihres Objektes ist, ist die Eisblume wie alle natürlichen Zeichen durch (3.1 2.1 1.1) zu erfassen.)

4. Künstliche Zeichen sind dagegen in Übereinstimmung mit Bense nicht vorgegeben, sondern müssen thetisch eingeführt, d.h. z.B. hergestellt werden, wie das unten stehende Bild zeigt. Im Gegensatz zur pars pro toto-Relation zwischen dem natürlichen Zeichen und seinem Objekt sind künstliches Zeichen und Objekt völlig unabhängig voneinander. Ich habe hier bewusst eine Porträtbüste gewählt, deren semiotische Übereinstimmungsmerkmale mit der realen Person zum einem Schluss verleiten könnte, dass auch hier eine „natürliche" Relation bestehen könnte. Dies ist aber nicht der Fall, da die Übereinstimmungsmerkmale zwischen der Büste und der Person in keinem der drei Bezüge der künstlichen Zeichenrelation mit dem realen Objekt verbunden ist. Die Büste ist deshalb im Gegensatz zur Eisblume ortsunabhängig und transportierbar (sie kann irgendwo aufgestellt werden und nicht nur neben der realen Person wie im Bild). In anderen Worten: Während beim natürlichen Zeichen das Zeichen und sein Objekt der gleichen semiotischen Kontextur angehören, gehören das künstliche Zeichen und sein Objekt zwei verschiedenen semiotischen Kontexturen an.



Zusammenfassend stellen wir fest, dass man mit Hilfe des Parameters [± vorgegeben] den Unterschied zwischen künstlichen und natürlichen Zeichen nicht erfassen kann, da es wegen der Mittel- und Objektabhängigkeit natürlicher Zeichen keine Kontexturgrenze zwischen natürlichen Zeichen und ihren Objekten gibt, was zu einer Art von Mittelstellung natürlicher Zeichen zwischen Vorgegebenheit und Nichtvorgegebenheit führt: Natürliche Zeichen sind in ihrem Mittel- und Objektbezug gegeben, aber nicht in ihrem Interpretantenbezug. Dagegen sind künstliche Zeichen definitionsgemäss immer nicht-vorgegeben und müssen daher thetisch eingeführt und nicht nur interpretiert werden. Da Max Bense das Zeichen als Funktion zwischen Sein und Bewusstsein eingeführt hatte (Bense 1975, S. 16), könnte man in Abwandlung eines bekannten Wortes von Karl Marx wie folgt man pointieren: Bei natürlichen Zeichen bestimmt ihr Sein das Bewusstsein des Interpreten, bei künstlichen Zeichen bestimmt das Bewusstsein des Interpreten das Sein der Zeichen.

Bibliographie

Bense, Max, Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Wiesenfarth, Gerhard, Untersuchungen zur Kennzeichnung von Gestalt mit informationstheoretischen Methoden. Diss. Stuttgart 1979

Das Zeichen als Fragment

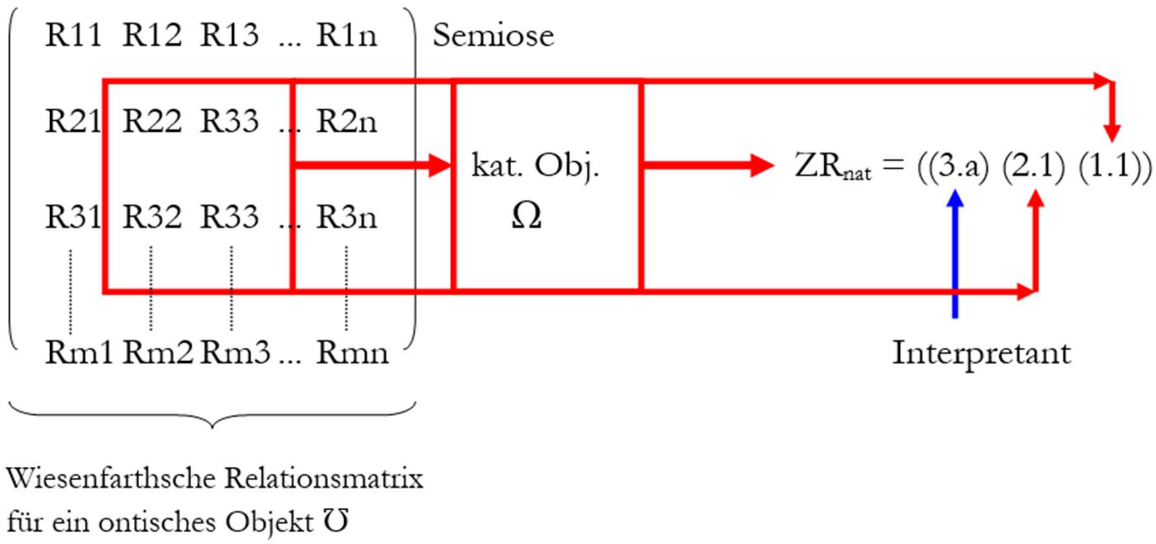
1. Max Bense definierte semiotische Redundanz in seinem „Wörterbuch der Semiotik“ wie folgt: „Wenn semiotische Information den Grad (Betrag) des ‚Repräsentiert-seins‘ eines ‚Etwas‘ durch das Zeichen bezeichnet, dann kann man unter semiotischer Redundanz den Grad (Betrag) des ‚Repräsentiert-seins‘ von Merkmlaen verstehen, die für das zu repräsentierende Etwas irrelevant sind, also ohne innovativen bzw. informativen Repräsentationswert“ (Bense/Walther 1973, S. 82).

2. Wenn man ein Objekt im ontologischen Raum durch ein Zeichen repräsentiert, dann kann dieses Zeichen, ohne mit dem Objekt identisch zu sein, das sich in diesem Falle selber repräsentieren müsste, niemals sämtliche Merkmale dieses Objektes repräsentieren. Max Bense hatte dies sehr früh – noch lange vor seinen semiotischen Schriften – gesehen und in der „Theorie Kafkas“ wie folgt ausgedrückt: „Das Seiende tritt als Zeichen auf und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität“ (1952, S. 80). Ein Objekt, das sich selbst repräsentierte, ist in den meisten Fällen ein Dinge der Unmöglichkeit, denn Zeichen werden u.a. deshalb als Substitute für Objekte eingesetzt, damit sie ortsunabhängig, transportabel, kleiner, leichter handhabbarer usw. werden. In Lewis Carrolls Kapitel „The Man in the Moon“ seines Buches „Sylvie and Bruno Concluded“^sagt der deutsche Geograph zu Bruno: „‘That’s another thing we’ve learned from your Nation,‘ said Mein Herr, ‚map-making. But we’ve carried it much further than you. What do you consider the largest map that would be really useful?‘ – ‚About six inches to the mile.‘ – ‚Only six inches!‘ exclaimed Mein Herr. ‚We very soon got to six yards to the mile. Then we tried a hundred yards to the mile. And then came the grandest idea of all! We actually made a map of the country, on the scale of a mile to a mile!‘“ (Carroll 1998, S. 556).

3. Wir folgern hieraus: Ganz unabhängig davon, was von einem Objekt als semiotische Information und was als semiotische Redundanz betrachtet wird, ein Zeichen ist immer ein Fragment eines Objekts, d.h. es repräsentiert prinzipiell nur einen Bruchteil seiner definierenden Merkmale. Und nur dieser Bruchteil an definierenden Merkmalen eines Objektes, die durch das Zeichen

repräsentiert werden, kann in semiotische Information einerseits und semiotische Redundanz andererseits geschieden werden.

Wenn wir eine Wiesenfarthsche Relationalmatrix zur Darstellung eines fiktiven Objektes verwenden (vgl. Wiesenfarth 1979, S. 306 ff.), dann können wir diese fragmentarische Eigenschaft von Zeichen wie folgt darstellen:



Dieses Schema ist wie folgt zu interpretieren: Von dem durch die Wiesenfarth-Matrix dargestellten ontischen Objekt wird eine Teilmenge seiner definierenden Merkmale durch ein Zeichen repräsentiert, so zwar, dass aus dieser Teilmenge defineirender Merkmale ein kategoriales Objekt gebildet wird, das entweder in einer erweiterten Zeichenklasse in der Form kategorialer Nullheit als (0.d) erscheint

ZR+ = (3.a 2.b 1.c 0.d)

oder in einer einfachen Peirceschen Zeichenklasse im Objektbezug aufgesogen wird

ZR = (3.a 2.b 1.c 0.d).

4. Wir müssen uns aber konkreter fragen, wovon eigentlich das ein Objekt substituierende bzw. repräsentierende Zeichen ein Fragment ist. Im obigen Bild ist das Zeichen als Fragment des Objektes dargestellt, dessen Meta-Objekt es nach Bense (1967, S. 9) geworden ist. Dies gilt für künstliche Zeichen ebenso wie für natürliche, nur dass bei natürlichen Zeichen der Zeichenträger $\mathcal{M}$ ein Fragment des Objektes Ω ist:

$\mathcal{M} \subset \Omega$,

während bei künstlichen Zeichen die Wahl des Zeichenträgers frei ist, aber in jedem Fall Fragment irgendeines (anderen) Objektes sein muss, da es keine Zeichen ohne Zeichenträger gibt und Zeichenträger auf jeden Fall material sein müssen, da die Materialität des Zeichenträgers gerade das „Interface“ zwischen dem Zeichen als Funktion zwischen Bewusstsein und Welt, Sein und Seiendem ist (vgl. Bense 1975, S. 16). Das bedeutet: Solange in der obigen Teilmengenbeziehung das ontische Objekt Ω unspezifiziert bleibt, gilt sie sowohl für natürliche wie für künstliche Zeichen. Wir können also genauer notieren:

$\mathcal{M}_i \subset \Omega_i$ (natürliche Zeichen)

$\mathcal{M}_i \subset \Omega_j$ (künstliche Zeichen) mit $i \neq j$.

Damit haben wir Beziehungen zwischen den ontischen Korrelaten von M und O, nämlich $\mathcal{M}$ und Ω, hergestellt. Wie steht es aber mit I und seinem ontischen Korrelat $\mathcal{I}$? $\mathcal{I}$ ist die reale Person (bzw. das maschinelle Bewusstsein), also im Falle von künstlichen Zeichen der Zeichensetzer, der die Zeichen thetisch einführt, d.h. die Objekte zu Metaobjekten transformiert oder im Falle von natürlichen Zeichen derjenige, der die Objekte als Zeichen interpretiert (etwa wie mein seliger Grossvater mütterlicherseits von den Wolken um den Schafberg im obersten Toggenburg das Wetter jeweils korrekt vorauszusagen pflegte). Nun ist es der reale Interpret $\mathcal{I}$ und nicht der bereits ein Teil der Zeichenrelation gewordene Interpretant I, der das Zeichen als Fragment eines Objektes setzt. Auch wenn es wahr ist, dass $\mathcal{I}$ nicht sämtliche definierenden Merkmale eines Objektes wahrnimmt (denn in diesem Falle müsste man nach einem Wort Franz Kafkas im selben Augenblick tot zusammenbrechen), wenn es also wahr ist, dass wir ontische Realität nur durch den Filter unserer Wahrnehmung, der also eine Präselektion ausübt, wahrnehmen können, ist es doch so, dass der Interpret bewusst entscheidet, welche Merkmale des ontischen Objektes Ω durch das Zeichen repräsentiert bzw. substituiert werden sollen, d.h. $\mathcal{I}$ wirft sozusagen ein Netz (ähnlich der obigen Wiesenfarthschen Matrix, die ausdrücklich als „Relationsnetz“ bezeichnet wird [Wiesenfarth 1979, S. 306]) über Ω , um nur einen Teil des Relationsnetzes bzw. eine Submatrix im Sinne eines kategorialen Objektes zum bezeichneten Objekt der Zeichenrelation zu machen.

Wenn also $\mathcal{I}$ eine grössere Mengen von definierenden Merkmalen von Ω repräsentiert als I, dann haben wir wiederum eine Teilmengenbeziehung gefunden

$\mathrm{I} \subset \mathcal{I}$.

5. Zusammenfassend haben wir folgende zwei Beziehungen zwischen den ontischen Kategorien $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$:

1. $\mathcal{M} \subset \Omega$

2. $\mathrm{I} \subset \mathcal{I}$

Nur bei natürlichen Zeichen kommt ferner die pars-pro-toto Beziehung

3. $\mathrm{O} \subset \Omega$

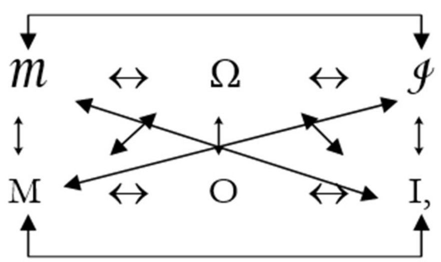
hinzu, insofern z.B. eine Eisblume O selbst ein Teil des Klimas Ω ist.

Wie man sieht, handelt sich hier natürlich weder um logische noch um semiotische Inklusionen, denn z.B. gibt es keine Teilmengenbeziehung zwischen $\mathcal{I}$ und Ω, denn $\mathcal{I}$ repräsentiert das logische Subjekt und Ω das logische Objekt im Akt der Zeichensetzung bzw. der Zeicheninterpretation, und zwischen beiden verläuft in einer zweiwertigen Logik natürlich eine Kontexturengrenze. Ferner darf man aus $\mathcal{M} \subset \Omega$ und $\mathrm{O} \subset \Omega$ nicht schliessen, dass hier ein semiotisch-topologischer Filter von Ω vorliegt. Es gibt also auch keine Transitivitätsrelationen, und zwar weder bei den ontischen Kategorien noch bei den gemischten ontisch-semiotischen Kategorien (sondern nur, wie längst bekannt, bei den semiotischen Kategorien allein).

Kontexturengrenzen haben wir in einer Semiotik, die auf der Basis der aristotelischen Logik aufgebaut ist, ferner zwischen allen drei ontischen Kategorien $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ sowie ihren fundamentalkategorialen Korrelaten M, O und I. Wie bereits gesagt, garantiert die Relation zwischen dem Zeichenträger $\mathcal{M}$ und dem Mittelbezug M die Verankerung des Zeichens im ontischen Raum und seine Sonderstellung als Funktion der Mediation zwischen Sein und Bewusstsein. Die kontexturale Grenze zwischen Ω und O garantiert, dass Zwischen Zeichen und Objekt immer eine erkenntnistheoretische Grenze bestehen bleibt, die es im Rahmen der binären Logik erst ermöglicht, zwischen Realität und Irrealität, aber auch zwischen Original und Kopie, Fälschung und dgl. zu unterscheiden. Schliesslich garantiert die Kontexturengrenze zwischen

$\mathcal{I}$ und I, dass das von einem konkreten $\mathcal{I}$ eingeführte Zeichen auch interpersonell verwendet werden kann, d.h. von einem singulären und persönlichen Bewusstsein unabhängig ist, denn Zeichen müssen ja der Kommunikation und also einer Gesellschaft und nicht dem Einzelindividuum dienen. Ein Grenzfall ist der berühmte Knoten im Taschentuch. Würde der Zeichenschöpfer plötzlich sterben und das verknotete Taschentuch von jemand anderem gefunden werden, es wäre dann zwar als „verfremdetes" Objekt noch als Zeichen erkennbar doch, wäre sein Objektbezug wegen des fehlenden Interpretantenbezugs nicht erkennbar. Man müsste hier also noch zwischen persönlichen und überpersönlichen Zeichen differenzieren.

6. Wenn wir nun die kategorial-ontologische Triade $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ und ihre korrelative kategorial-semiotische Triade M, O und I als relationales Schema schreiben



dann könen wir die 12 möglichen Relationen zwischen den ontologischen und den semiotischen Kategorien sowie zwischen ihnen sowie ihre Konversen wie folgt als Mengen von Paaren von dyadischen Relationen definieren:

1. $(M \rightarrow O) \quad = \{((1.c), (2.b))\}$

2. $(O \leftarrow M) \quad = \{((2.b), (1.c))\}$

3. $(O \rightarrow I) \quad = \{((2.b), (3.a))\}$

4. $(O \leftarrow I) \quad = \{((3.a), (2.b))\}$

5. $(M \rightarrow I) \quad = \{((1.c), (3.a))\}$

6. $(M \leftarrow I) \quad = \{((3.a), (1.c))\}$

7. $(\mathcal{M} \rightarrow \Omega) \quad = \{((1.c), (2.b))\}$

8. $(\mathcal{M} \leftarrow \Omega) \quad = \{((2.b), (1.c))\}$

9. $(\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I}) \quad = \{((1.c), (3.a))\}$

10. $(\mathcal{M} \leftarrow \mathcal{I})$ $= \{((3.a), (1.c))\}$

11. $(\Omega \rightarrow \mathcal{I})$ $= \{((2.b), (3.a))\}$

12. $(\Omega \leftarrow \mathcal{I})$ $= \{((3.a), (2.b))\}$

13. $(M \rightarrow \mathcal{M})$ $= \{((1.c), (1.c))\}$

14. $(M \leftarrow \mathcal{M})$ $= \{((1.c), (1.c))\}$

15. $(O \rightarrow \Omega)$ $= \{((2.b), (2.b))\}$

16. $(O \leftarrow \Omega)$ $= \{((2.b), (2.b))\}$

17. $(O \rightarrow \mathcal{M})$ $= \{((2.b), (1.c))\}$

18. $(O \leftarrow \mathcal{M})$ $= \{((1.c), (2.b))\}$

19. $(O \rightarrow \mathcal{I})$ $= \{((2.b), (3.a))\}$

20. $(O \leftarrow \mathcal{I})$ $= \{((3.a), (2.b))\}$

21. $(I \rightarrow \mathcal{M})$ $= \{((3.a), (1.c))\}$

22. $(I \leftarrow \mathcal{M})$ $= \{((1.c), (3.a))\}$

23. $(I \rightarrow \mathcal{I})$ $= \{((3.a), (3.a))\}$

24. $(I \leftarrow \mathcal{I})$ $= \{((3.a), (3.a))\}$

Wenn wir nun die Inklusionsrelationen

1. $\mathcal{M} \subset \Omega$

2. $I \subset \mathcal{I}$

berücksichtigen, können wir durch Ersetzung von Ω und $\mathcal{I}$ durch $(\mathcal{M} \subset \Omega)$ und $(I \subset \mathcal{I})$ weitere relationale Strukturen in die Relationenmengen bringen:

1. $(M \rightarrow O)$ $= \{((1.c), (2.b))\}$

2. $(O \leftarrow M)$ $= \{((2.b), (1.c))\}$

3. $(O \rightarrow I)$ $= \{((2.b), (3.a))\}$

4. $(O \leftarrow I)$ $= \{((3.a), (2.b))\}$

5. $(M \rightarrow I)$ $= \{((1.c), (3.a))\}$

6. $(\mathrm{M} \leftarrow \mathrm{I}) = \{((3.a), (1.c))\}$

7. $(\mathcal{M} \rightarrow (\mathcal{M} \subset \Omega)) = \{((1.c), (1.c \subset 2.b))\}$

8. $(\mathcal{M} \leftarrow (\mathcal{M} \subset \Omega)) = \{((2.b), (1.c \subset 2.b))\}$

9. $(\mathcal{M} \rightarrow (\mathrm{I} \subset \mathcal{I})) = \{((1.c), (3.a))\}$

10. $(\mathcal{M} \leftarrow (\mathrm{I} \subset \mathcal{I})) = \{((3.a), (1.c))\}$

11. $((\mathcal{M} \subset \Omega) \rightarrow \mathcal{I}) = \{((2.b), (3.a))\}$

12. $((\mathcal{M} \subset \Omega) \leftarrow \mathcal{I}) = \{((3.a), (2.b))\}$

13. $(\mathrm{M} \rightarrow \mathcal{M}) = \{((1.c), (1.c))\}$

14. $(\mathrm{M} \leftarrow \mathcal{M}) = \{((1.c), (1.c))\}$

15. $(\mathrm{O} \rightarrow (\mathcal{M} \subset \Omega)) = \{((2.b), (1.c \subset 2.b))\}$

16. $(\mathrm{O} \leftarrow (\mathcal{M} \subset \Omega)) = \{((1.c \subset 2.b), (2.b))\}$

17. $(\mathrm{O} \rightarrow \mathcal{M}) = \{((2.b), (1.c))\}$

18. $(\mathrm{O} \leftarrow \mathcal{M}) = \{((1.c), (2.b))\}$

19. $(\mathrm{O} \rightarrow (\mathrm{I} \subset \mathcal{I})) = \{((2.b), ((3.a \subset 3.a))\}$

20. $(\mathrm{O} \leftarrow (\mathrm{I} \subset \mathcal{I})) = \{((3.a \subset 3.a), (2.b))\}$

21. $(\mathrm{I} \rightarrow \mathcal{M}) = \{((3.a), (1.c))\}$

22. $(\mathrm{I} \leftarrow \mathcal{M}) = \{((1.c), (3.a))\}$

23. $(\mathrm{I} \rightarrow (\mathrm{I} \subset \mathcal{I})) = \{((3.a), (3.a \subset 3.a))\}$

24. $(\mathrm{I} \leftarrow (\mathrm{I} \subset \mathcal{I})) = \{((3.a \subset 3.a), (3.a))\}$

Nur bei natürlichen Zeichen kommt ferner als weitere Ersetzung diejenige von Ω durch $\mathrm{O} \subset \Omega$ hinzu. Von ihr sind die folgenden Definitionen betroffen:

7. $(\mathcal{M} \rightarrow (\mathcal{M} \subset (\mathrm{O} \subset \Omega))) = \{((1.c), (1.c \subset (2.c \subset 2.b)))\}$

8. $(\mathcal{M} \leftarrow (\mathcal{M} \subset (\mathrm{O} \subset \Omega))) = \{((2.b), (1.c \subset (2.c \subset 2.b)))\}$

11. $((\mathcal{M} \subset (\mathrm{O} \subset \Omega)) \rightarrow \mathcal{I}) = \{((1.c \subset (2.c \subset 2.b), (3.a))\}$

12. $((\mathcal{M} \subset (\mathrm{O} \subset \Omega)) \leftarrow \mathcal{I}) = \{((3.a), (1.c \subset (2.c \subset 2.b))\}$

15. $(O \rightarrow (\mathcal{M} \subset (O \subset \Omega)))$ $= \{((2.b), (1.c \subset (1.c \subset (2.c \subset 2.b))))\}$

16. $(O \leftarrow (\mathcal{M} \subset (O \subset \Omega)))$ $= \{((1.c \subset (1.c \subset (2.c \subset 2.b)), (2.b))\}$

7. Die letzten 24 Definition für natürliche und künstliche Zeichen sowie die zusätzlichen 6 Definitionen für natürliche Zeichen repräsentieren sämtliche formalen Fragmentstrukturen zwischen einem Zeichen und seinem substituierten bzw. repräsentierten Objekt. Da die Definitionen rekursiv sind, bedeutet dies allerdings erst die 1. Stufe einer theoretisch unendlichen Hierarchie von verschachtelten Fragmentrelationen, die dem verschachtelten relationalen und kategorialen Charakter der Zeichendefinition Rechnung trägt. Durch wiederholte Substitution und Insertion der 2 bzw. 3 Teilmengenrelationen erhält man also sehr schnell äusserst komplexe Fragmentrelationen. Diese sind unbedingt zu berücksichtigen, wenn man bei Zeichen zwischen Information und Redundanz unterscheiden will und also nicht einmal die primitiven statistischen Definitionen übernimmt. Grundsätzlich ist zu sagen, dass wegen des prinzipiellen fragmentarischen Status des Zeichens bereits auf vorinformationeller Ebene zwischen für den Akt der Bezeichnung redundanten und nicht-redundanten (funktionalen oder dgl.) Elementen unterschieden werden muss. Bereits der Filter unseres Bewusstseins trifft gewisse Unterscheidungen in der Menge der definitorischen Merkmale der perzipierten Objekte, so dass deren Relationsmatrizen also partizioniert werden. Später selektiert dann das zeichensetzende oder interpretierende Bewusstsein bewusst, welche Merkmale eines Objektes durch ein Zeichen repräsentiert werden sollen und also welche anderen nicht. Ein weiteres Problem, das in dieser Arbeit nicht angesprochen worden ist, betrifft die Repräsentation des aktuellen Zeichens innerhalb einer Peirceschen oder erweiterten (mit inkorporiertem kategorialem Objekt) Zeichenrelation, denn die beide sind natürlich nicht identisch. Eine Zeichenklasse ist ja, wie der Name schon sagt, eine abstrakte Menge, als deren Modell zuerst konkrete Zeichen und erst dann die von ihnen bezeichneten Objekte dienen. Es finden also weitere Auswahlprozesse statt, bis der durch die ineinander verschachtelten drei oder vier Fundamentalkategorien und ihre Semiosen (Morphismen) schliesslich die maximale Reduktion auf die informationellen definitorischen Merkmale ihrer Objekte und damit die Aussonderung aller „redundanten“ Merkmale erreicht haben. Erst hier also darf eine semiotische Informationstheorie ansetzen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Carroll, Lewis, Collected Works. London 1998

Wiesenfarth, Gerhard, Untersuchungen zur Kennzeichnung von Gestalt mit informationsästhetischen Methoden. Diss. Stuttgart 1979

Semiotische Redundanz

1. Nachdem wir in Toth (2009) den prinzipiellen Fragment-Charakter des Zeichens untersucht haben, wollen wir hier Benses Definition von semiotischer Redundanz wiederholen: „Wenn semiotische Information den Grad (Betrag) des ‚Repräsentiert-seins' eines ‚Etwas' durch das Zeichen bezeichnet, dann kann man unter semiotischer Redundanz den Grad (Betrag) des ‚Repräsentiert-seins' von Merkmlaen verstehen, die für das zu repräsentierende Etwas irrelevant sind, also ohne innovativen bzw. informativen Repräsentationswert" (Bense/Walther 1973, S. 82).

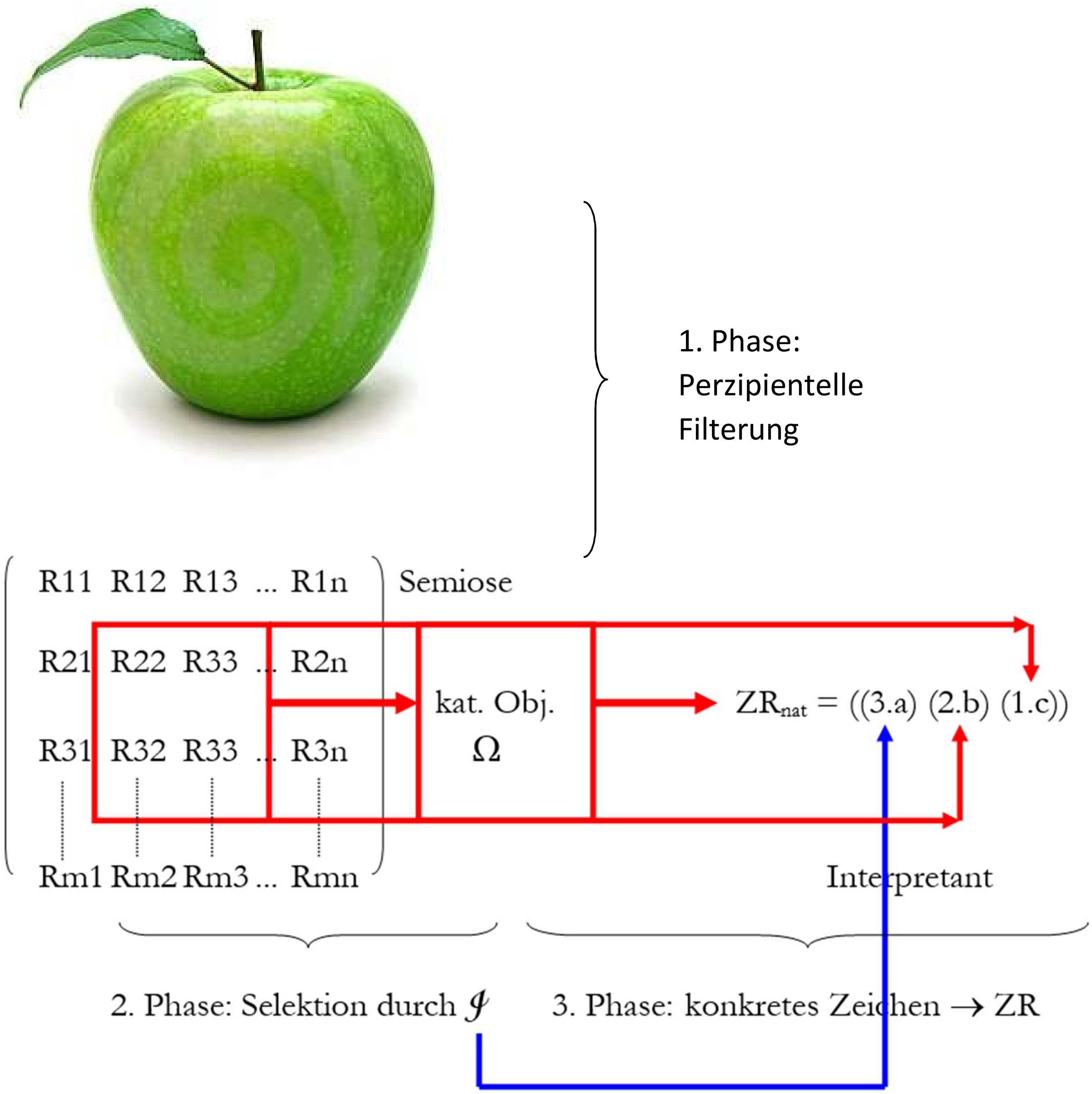
2. Nach Toth muss die Unterscheidung zwischen Information und Redundanz ganz am Anfang der Semiose angesetzt werden:

1. Das perzipierende Bewusstsein $\mathcal{J}$ ist ein Filter, das nicht alle definitorischen Merkmale eines Objektes Ω wahrnehmen kann.

2. Welche der perzipierten definitorischen Merkmale eines Objektes Ω in einem konkreten Zeichen repräsentiert werden sollen, wird durch $\mathcal{J}$ bestimmt.

3. Bei der Thematisation eines konkreten Zeichens durch eine Zeichenklasse ZR findet eine weitere Reduktion und vor allem qualitative und quantitative Abstraktion statt.

Wir können diese drei Selektionsschritte oder Phasen in dem folgenden Diagramm darstellen, indem das ontische Objekt „Apfel" durch eine Wiesenfarth-Matrix dargestellt ist (vgl. Wiesenfarth 1979, S. 306):



Dieses Schema ist also wie folgt zu lesen: Zunächst wird ein konkreter Gegenstand als ein Wiesenfarthsches Relationsnetz gerastert und gleichzeitig gefiltert. Wie Panizza bemerkte, springt ja nicht der Apfel bei der Perzeption in unseren Kopf, sondern ein Bild oder ein „Konzept", auf jeden Fall ein Etwas, das eine Teilmenge der definitorischen Merkmale des ursprünglichen Apfels ist. Aus diesem Relationsnetz wird dann ein kategoriales Objekt abstrahiert, das in der letzten Phase als Objektbezug in die triadische Zeichenrelation eingeht. Das kategoriale Objekt ist also die Entsprechung des Objektbezugs im konkreten, aktualen Zeichen, also etwa dann, wenn ich, wie im obigen Bild, statt eines realen Apfels das Bild eines realen Apfels bringe.

3. Nun ist die 1. Phase, d.h. der Übergang vom realen ontischen zum kategorialen disponiblen Objekt essentiell nicht mit Hilfe der Semiotik darstellbar. Die 2. Phase, d.h. der Übergang vom disponiblen Objekt zum konkreten Zeichen, lässt sich durch Transformation der Wiesenfarth-Matrix in die triadische Objektrelation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 71), d.h. durch

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

darstellen. Dabei wird also die Wiesenfarth-Matrix durch kategoriale qualitative und quantitative Reduktion in die Objekt-Matrix

$$
\begin{array}{c|ccc}
 & \mathcal{M} & \Omega & \mathcal{I} \\
\hline
\mathcal{M} & \mathcal{M}\mathcal{M} & \mathcal{M}\Omega & \mathcal{M}\mathcal{I} \\
\Omega & \Omega\mathcal{M} & \Omega\Omega & \Omega\mathcal{I} \\
\mathcal{I} & \mathcal{I}\mathcal{M} & \mathcal{I}\Omega & \mathcal{I}\mathcal{I}
\end{array}
$$

transformiert, welche die ontischen Korrelative der semiotischen Kategorien (M, O, I) und ihrer zugehörigen Zeichen-Matrix enthält.

In der 3. Phase wird schliesslich die ontische Matrix auf die semiotische Matrix abgebildet, d.h. die vom Zeichen aus transzendentalen Kategorien werden auf vom Zeichen aus immanente Kategorien abgebildet, wobei also

$\mathcal{M} \rightarrow M$

$\Omega \rightarrow O$

$\mathcal{I} \rightarrow I$

wird. Allerdings ist dies nur die halbe Wahrheit, denn im Gegensatz zu den Korrelaten der ontischen Triade sind diejenigen der semiotischen Triade ineinander verschachtelt, d.h. wir haben

$I = (M, (M \rightarrow O), (O \rightarrow I)),$

womit Interpretant und Zeichen natürlich relational und kategorial gesehen zusammenfallen. Damit sind also die ontischen Kategorien auch in einer

Zeichenrelation nicht vernachlässigbar, denn sie können streng genommen nur auf einen Teil der Domänen der semiotischen Kategorien bzw. Semiosen (Morphismen) abgebildet werden. Das bedeutet also konkret, dass wir in der 3. Phase der Merkmalsmengen-Abstraktion zwischen dem konkreten Zeichen und der Zeichenklasse zwei Transformationsmatrix ansetzen müssen, die kartesische Produkte sowohl aus den ontischen wie den semiotischen Kategorien besitzen:

	$\mathcal{M}$	Ω	$\mathcal{I}$
M	M$\mathcal{M}$	MΩ	M$\mathcal{I}$
O	O$\mathcal{M}$	OΩ	O$\mathcal{I}$
I	I$\mathcal{M}$	IΩ	I$\mathcal{I}$

	M	O	I
$\mathcal{M}$	$\mathcal{M}$M	$\mathcal{M}$O	$\mathcal{M}$I
Ω	ΩM	ΩO	ΩI
$\mathcal{I}$	$\mathcal{I}$M	$\mathcal{I}$O	$\mathcal{I}$I

Somit ergibt sich auf der Basis der beiden Transformationsmengen ein doppeltes Set von Zeichenklassen und Realitätsthematiken, d.h. transformationellen Dualsystemen, welche die 3. Phase zwischen aktualem und in einer Zeichenklassen repräsentiertem Zeichen repräsentieren. Eine einfache Überlegung sagt uns nun, dass es in jedem der beiden Sets nicht 10, sondern 27 Zeichenklassen gibt, denn die für Peircesche Zeichenklassen der Form (3.a 2.b 1.c) gültige semiotische Inklusionsordnung ($a \leq b \leq c$) ist natürlich für nicht-verschachtelte Relationen ungültig.

Wir erhalten also im Set über der obigen linken Transformationsmatrix die folgenden 27 semiotisch-ontologischen Klassen:

1. (I$\mathcal{M}$ O$\mathcal{M}$ M$\mathcal{M}$)	10. (IΩ O$\mathcal{M}$ M$\mathcal{M}$)	19. (I$\mathcal{I}$ O$\mathcal{M}$ M$\mathcal{M}$)
2. (I$\mathcal{M}$ O$\mathcal{M}$ MΩ)	11. (IΩ O$\mathcal{M}$ MΩ)	20. (I$\mathcal{I}$ O$\mathcal{M}$ MΩ)
3. (I$\mathcal{M}$ O$\mathcal{M}$ M$\mathcal{I}$)	12. (IΩ O$\mathcal{M}$ M$\mathcal{I}$)	21. (I$\mathcal{I}$ O$\mathcal{M}$ M$\mathcal{I}$)
4. (I$\mathcal{M}$ OΩ M$\mathcal{M}$)	13. (IΩ OΩ M$\mathcal{M}$)	22. (I$\mathcal{I}$ OΩ M$\mathcal{M}$)
5. (I$\mathcal{M}$ OΩ MΩ)	14. (IΩ OΩ MΩ)	23. (I$\mathcal{I}$ OΩ MΩ)
6. (I$\mathcal{M}$ OΩ M$\mathcal{I}$)	15. (IΩ OΩ M$\mathcal{I}$)	24. (I$\mathcal{I}$ OΩ M$\mathcal{I}$)
7. (I$\mathcal{M}$ O$\mathcal{I}$ M$\mathcal{M}$)	16. (IΩ O$\mathcal{I}$ M$\mathcal{M}$)	25. (I$\mathcal{I}$ O$\mathcal{I}$ M$\mathcal{M}$)

8. (Iℳ O𝒥 MΩ)	17. (IΩ O𝒥 MΩ)	26. (I𝒥 O𝒥 MΩ)
9. (Iℳ O𝒥 M𝒥)	18. (IΩ O𝒥 M𝒥)	27. (I𝒥 O𝒥 M𝒥)

Für das Set über der obigen rechten Transformationsmatrix bekommen wir die folgenden 27 semiotisch-ontologischen Klassen:

1. (𝒥M ΩM ℳM)	10. (𝒥Ω Oℳ Mℳ)	19. (𝒥I ΩM ℳM)
2. (𝒥M ΩM ℳO)	11. (𝒥Ω Oℳ MΩ)	20. (𝒥I ΩM ℳO)
3. (𝒥M ΩM ℳI)	12. (𝒥Ω Oℳ M𝒥)	21. (𝒥I ΩM ℳI)
4. (𝒥M ΩO ℳM)	13. (𝒥Ω OΩ Mℳ)	22. (𝒥I ΩO ℳM)
5. (𝒥M ΩO ℳO)	14. (𝒥Ω OΩ MΩ)	23. (𝒥I ΩO ℳO)
6. (𝒥M ΩO ℳI)	15. (𝒥Ω OΩ M𝒥)	24. (𝒥I ΩO ℳI)
7. (𝒥M ΩI 𝒥M)	16. (𝒥Ω O𝒥 Mℳ)	25. (𝒥I ΩI ℳM)
8. (𝒥M ΩI ℳO)	17. (𝒥Ω O𝒥 MΩ)	26. (𝒥I ΩI ℳO)
9. (𝒥M ΩI ℳI)	18. (𝒥Ω O𝒥 M𝒥)	27. (𝒥I ΩI ℳI)

Alle 54 Zeichenklassen der beiden Sets oder Familien von Zeichenklassen enthalten also zugleich ontologische und semiotische Kategorien und sind vom Standpunkt der Überlegung, dass bei der Substitution eines Objektes durch ein Zeichen ja die ontologischen Kategorien auf die Domänen ihrer Zeichenkorrelate abgebildet werden, redundant, was die semiotische Information im Sinne ihrer involvierten Merkmalsmengen betrifft. Da die 10 Peirceschen Zeichenklassen als minimales Repräsentationssystem aufgefasst werden, sind also paarweise Übergange zwischen korrelativen Zeichenklassen als Auslöschung der Redundanz zu interpretieren, z.B.:

$$\left.\begin{array}{cc} 3.\ (I\mathcal{M}\ O\mathcal{M}\ M\mathcal{I}) & 3.\ (\mathcal{I}M\ \Omega M\ \mathcal{M}I) \\ \downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow & \downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow \\ 3.\ (IM\ OM\ MI) & 3.\ (IM\ OM\ MI) \end{array}\right\} \equiv$$

$$3.\ (3.\mathbf{1}\ \ 2.\mathbf{1}\ \ 1.\mathbf{3}) \qquad\qquad \left.\begin{array}{l} 3.\ (\mathbf{3}.1\ \ \mathbf{2}.1\ \ \mathbf{1}.3) \\ \quad\ \ \downarrow\quad\ \downarrow\quad\ \downarrow \\ 3.\ (3.1\ \ \ 2.1\ \ \ 1.3) \end{array}\right\} \equiv$$

$$\begin{array}{l} \quad\ \ \downarrow\quad\ \downarrow\quad\ \downarrow \\ 3.\ (3.1\ \ 2.1\ \ 1.3) \end{array}$$

Man kann also z.B. zwei verschiedene Masse für Repräsentationswerte einführen, um diese Differenzen zu bestimmen. Ein Problem stellt sich nur wegen der zahlreichen entstehenden Homonymien, denn alle zwei mal 17 ontologisch-semiotischen Klassen, welche keine Korrelate in den durch (a ≤ b ≤ c) eingeschränkten Peirceschen Zeichenklassen haben, müssen auf die nächste semiotisch benachbarte Zeichenklasse abgebildet werden, also etwa

$$8.\ (\mathrm{I}\mathcal{M}\ \ \mathrm{O}\mathcal{J}\ \ \mathrm{M}\Omega) \equiv \qquad\qquad 8.\ (\mathcal{J}\mathrm{M}\ \ \Omega\mathrm{I}\ \ \mathcal{M}\mathrm{O}) \equiv$$

$$(3.\mathbf{1}\ \ 2.\mathbf{3}\ \ 1.\mathbf{2}) \qquad\qquad (3.\mathbf{1}\ \ 2.\mathbf{3}\ \ 1.\mathbf{2})$$

$$\searrow\ \ \swarrow$$

$$(3.1\ \ 2.3\ \ 1.3)$$

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Das Zeichen als Fragment. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Wiesenfarth, Gerhard, Untersuchungen zur Kennzeichnung von Gestalt mit informationsästhetischen Methoden. Diss. Stuttgart 1979

Die Konstituierbarkeit des Interpretanten über dem Repertoire des Mittelbezugs

1. Jeder, der sich relativ unbefangen einen Zeichenprozess vorstellt, geht davon aus, dass Jemand ein Objekt zu einem Zeichen erklärt, so dass dieses Zeichen das Objekt ersetzt. Auch dass zur Manifestierung eines Zeichens irgendein Stück Materie notwendig ist, wird den meisten einleuchten. Etwas anders ist es jedoch bei abstrakten Zeichen. Dort bezeichnet ein aus dem materialen Mittel abstrahierter Mittelbezug ein Objekt, aber ohne, dass dieses Objekt selbst in die Zeichenrelation eingeht. Ferner spielt der Interpret oder Zeichensetzer nur noch insofern eine Rolle, als das von ihm an die Zeichenrelation abgegebene Bewusstsein über dieser Bezeichnungsrelation zwischen Mittel- und Objektbezug einen interpretativen Konnex, kurz: einen Interpretanten etabliert. Max Bense spricht in seinem „Wörterbuch der Semiotik" von einem „Interpretanten, der in einer triadischen Zeichenrelation fungiert und über dem Repertoire des Mittelbezugs konstituierbar ist" (Bense/Walther 1973, S. 84).

2. So wenig sich diese Konstituierbarkeit eines Interpretanten über einem Mittelrepertoire mit den landläufigen Vorstellungen einer Zeichengenese deckt, so wenig einfach ist dieser Prozess, wenn man ihn mit Hilfe der relationalen Semiotik untersucht. Wir wollen ihn zu diesem zweck in seine einzelnen Phasen zerlegen.

2.1. Zunächst ist das materiale Mittel ein Teil der Objektwelt, dem auch das zu bezeichnende Objekt angehört, d.h.

$\mathcal{M} \subset \Omega$.

Wenn also der Zeichensetzer oder Interpret ein Stück Materie mit dem Zwecke der Substitution bzw. Repräsentation eines Objektes durch ein Zeichen auswählt, sieht das formal so aus:

$\mathcal{I} \rightarrow (\Omega \rightarrow \mathcal{M})$.

2.2. Der nächste Schritt besteht darin, mit Hilfe des gewählten Mittels, das als Zeichenträger fungieren soll, eine solche Substitutionsrelation herzustellen:

$\mathcal{M} \rightarrow (\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O})$

O ist dabei nicht das reale Objekt Ω, sondern bereits dessen Abstraktion, d.h. das „innere" Objekt des Zeichens, denn Ω darf ja, wie wir wissen, nicht selbst in die Zeichenrelation eingehen, d.h. O ist das Substitut von Ω. Und da sich $\mathcal{M}$ nur auf das ebenfalls reale Objekt Ω, nicht auf das „ideale" Objekt O beziehen kann, schreiben für die das ebenfalls „ideale" Pendant von $\mathcal{M}$ - M.

2.3. Da ein Zeichen, das nur aus der Bezeichnungsrelation (M $\rightarrow$ O) bestünde, ziemlich wertlos ist – denn die Intention seiner Entstehung und damit seine Verwendung, d.h. also der ganze Sinn und Zweck dieses „Zeichens", wäre dann nicht klar – benötigt man zur Rekonstruktion dieses Sinnes eine Instanz innerhalb der Zeichenrelation, ein Teil des Bewusstseins, das natürlich nur vom Zeichensetzer kommen kann und daher ein Teil seines Bewusstseins ist, d.h.

$I \subset \mathcal{I}$

Zusammen haben wir jetzt also

$\mathcal{I} \rightarrow (\Omega \rightarrow \mathcal{M}) \rightarrow ((\mathcal{M} \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow I\ (\rightarrow \mathcal{I})$.

Würde die letzte Teilrelation nicht vorhanden sein, wäre das Zeichen kommunikativ nicht verwendbar, da dann ausser dem Zeichensetzer niemand seinen Sinn wüsste, worunter also die Interpretation der Bezeichnungsfunktion zu verstehen ist. Es wäre sogar noch schlimmer: Nehmen wir an, der erste Teil unseres Relationenausdruckes, d.h. $\mathcal{I} \rightarrow (\Omega \rightarrow \mathcal{M}) \rightarrow ((\mathcal{M} \rightarrow (M \rightarrow O))$, sei dadurch zu interpretieren, dass jemand sein Taschentuch verknotet, um sich daran zu erinnern, am nächsten Morgen seine Freundin anzurufen. Nun nehmen wir ferner an, dieser Jemand stirbt unterdessen, und jemand anders findet das verknotete Taschentuch. Dieser ist dann durch dieser anderen Jemand wohl als Zeichenfragment deutbar, aber Sinn und Zweck sind mangels etablierter zusätzlicher Relation $\rightarrow I\ (\rightarrow \mathcal{I})$ mit dem ersten Jemand gestorben.

2.4. In einem letzten Schritt wird der ganze bisherige Ausdruck in die abstrakte Zeichenrelation (M, O, I) transformiert:

$(\mathcal{I} \rightarrow (\Omega \rightarrow \mathcal{M}) \rightarrow ((\mathcal{M} \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow I\ (\rightarrow \mathcal{I})) \rightarrow (M, O, I)$,

womit wir am Ende wären. Die Konstituierbarkeit des Interpretanten über dem Repertoire des Mittelbezugs muss sich nämlich auf die vollständige Zeichenrelation, d.h. auf (M, O, I), beziehen, denn der Interpretant ist nach einer feinsinnigen Feststellung von Buczynska-Garewicz (1976) das Zeichen selbst (weshalb durch ihn auch die Autoreproduktion des Zeichens erfolgt).

3. Da die abstrakten Strukturen freigelegt sind, ersparen wir uns technische Details. Ich möchte abschliessend nur darauf hinweisen, dass man nun für die abstrakten ontologischen und semiotischen Kategorien im obigen Relationsausdruck entweder Dyaden (Subzeichen) oder Paare von Dyaden (wenn man von der Grossen Matrix ausgeht) einsetzen kann. Das folgende abstrakte Schema, worin alle möglichen dyadischen Relationen zwischen den Kategorien in der Form von Paaren von Dyaden definiert sind, gibt das technische Organon an; man braucht bloss noch für die Variablen a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} bzw. $\in$ {1., 2., 3.} die entsprechenden Werte einzusetzen und kann dann also möglichen kombinatorischen Fälle bilden, um die Rekonstruktion von Interpretantenbezügen letztlich aus materialen Zeichenträgern exakt zu rekonstruieren:

1.	$(M \rightarrow O)$	$= \{((1.c), (2.b))\}$	1°.	$(O \leftarrow M)$	$= \{((2.b), (1.c))\}$
3.	$(M \rightarrow I)$	$= \{((1.c), (3.a))\}$	3°.	$(M \leftarrow I)$	$= \{((3.a), (1.c))\}$
4.	$(\mathcal{M} \rightarrow \Omega)$	$= \{((1.c), (2.b))\}$	4°.	$(\mathcal{M} \leftarrow \Omega)$	$= \{((2.b), (1.c))\}$
5.	$(\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{I})$	$= \{((1.c), (3.a))\}$	5°.	$(\mathcal{M} \leftarrow \mathcal{I})$	$= \{((3.a), (1.c))\}$
6.	$(\Omega \rightarrow \mathcal{I})$	$= \{((2.b), (3.a))\}$	6°.	$(\Omega \leftarrow \mathcal{I})$	$= \{((3.a), (2.b))\}$
7.	$(M \rightarrow \mathcal{M})$	$= \{((1.c), (1.c))\}$	7°.	$(M \leftarrow \mathcal{M})$	$= \{((1.c), (1.c))\}$
8.	$(O \rightarrow \Omega)$	$= \{((2.b), (2.b))\}$	8°.	$(O \leftarrow \Omega)$	$= \{((2.b), (2.b))\}$
9.	$(O \rightarrow \mathcal{M})$	$= \{((2.b), (1.c))\}$	9°.	$(O \leftarrow \mathcal{M})$	$= \{((1.c), (2.b))\}$
10.	$(O \rightarrow \mathcal{I})$	$= \{((2.b), (3.a))\}$	10°.	$(O \leftarrow \mathcal{I})$	$= \{((3.a), (2.b))\}$
11.	$(I \rightarrow \mathcal{M})$	$= \{((3.a), (1.c))\}$	11°.	$(I \leftarrow \mathcal{M})$	$= \{((1.c), (3.a))\}$
12.	$(I \rightarrow \mathcal{I})$	$= \{((3.a), (3.a))\}$	12°.	$(I \leftarrow \mathcal{I})$	$= \{((3.a), (3.a))\}$

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Buczynska-Garewicz, Hanna, Der Interpretant, die Autoreproduktion des Symbols und die pragmatische Maxime . In: Semiosis 2, 1976, S. 10-17

Neudefinitionen der semiotischen Kategorien aufgrund der Objektrelation

1. „Peirce versteht ein Zeichen ganz allgemein als ein Etwas, das für etwas anderes steht oder etwas anderes repräsentiert und von jemandem verstanden oder interpretiert wird bzw. für jemanden eine Bedeutung hat“ (Walther 1979, S. 49).

Nimmt man diese erstaunliche Definition ernst – und wozu sonst steht sie in einer „Einführung in die Grundlagen der Semiotik“ -, dann können wir das Zeichen mit Z formalisieren, das Andere mit A und den Jemanden, für den es eine Bedeutung hat, etc., mit J. Wir haben dann

$Z = R(A, J)$.

Ein Zeichen ist somit eine dyadische Relation zwischen einem Anderen und einem Jemanden oder, gängiger ausgedrückt, zwischen Subjekt und Objekt. Es ist aber auf jeden Fall eine dyadische Relation.

2. In Bense (1976) wird das Zeichen sogar noch weiter reduziert, indem das Relatum „Jemand“ weggelassen wird: „(Das) Zeichen ist eine einstellige Seinsfunktion (Seinsfunktor), in die ein Gegenstand eingesetzt werden kann bzw. der sich auf ein Seiendes bezieht“ (1976, S. 26). Eine Relation zwischen einem Subjekt und einem Objekt wird hier von Bense als „Bewusstsein“, und eine Relation zwischen einem Subjekt, einem Objekt und einem Zeichen als „Kommunikation“ definiert (1976, S. 26 f.).

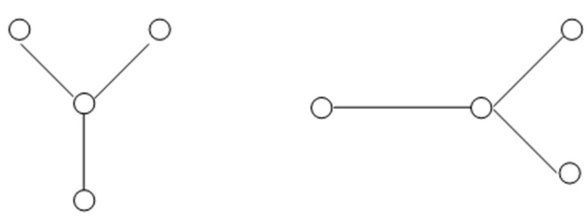
Falls man also von der in der späteren Theoretischen Semiotik immer wieder behaupteten Tetradizität des Zeichens ausgeht, die seltsamerweise Triadizität genannt (z.B. Bense 1983, S. 23) und folgendermassen dargestellt wird:

$Z = R(M, O, I)$,

dann erhebt sich die Frage, ob dann nicht das Z in der letzten Bedeutung mit der „Kommunikation“ in Bense (1976, S. 26 f.) identisch sei, ob also ein Zeichen nicht vielmehr ein „Kommunikem“ sei (vgl. Toth 2009). Ferner müsste, da das Bewusstsein an der selben Stelle von Bense ja als Funktion über den Variablen Subjekt und Objekt definiert wird, das Zeichen qua Kommunikem dann eine Funktion des 1-stelligen Zeichens sowie des Bewusstseins sein. Da das 1-stellige Zeichen als Substitutionsfunktion eingeführt, wäre dann das Zeichen qua Kommunikem eine Funktion über den Variablen Substitutionsobjekt und Bewusstsein, was eine Modifikation des Objektes in der eingangs von Walther aus Peirce zitierten Auffassung bedeutet, wonach das Zeichen eine Funktion über einem Subjekt und einem Objekt ist. Man hätte in diesem Falle also zwei Objekte, nämlich das eine qua Bewusstsein (zu dem auch das Subjekt gehört) und das andere Objekt, welches das erste eben substituiert.

3. Fragt man nach einer eher praktischen Bedeutung des Begriffs „Zeichen“, so müsste man sich wohl der tetradischen Definition anschliessen, nach der ein Zeichen (1) eine Relation (bzw. Funktion) über einem Objekt (2), seinem Substitut (3) sowie einem Subjekt (4) darstellt. Man ist also im Grunde gar nicht so erstaunt, dass sich Hinweise auf die Tetradizität des Zeichens selbst beim „Triadomanen“ Peirce finden lassen, z.B.: “A point upon which three lines of identity abut is a graph expressing relation of Teridentity” (Peirce ap. Brunning 1997, S. 257). Brunning gibt folgende Skizzen nach Peirce’s Notizbuch:

Die drei Identitätslinien treffen sich also in einem Punkt. Daraus folgt aber, dass diese Linien in der heutigen graphentheoretischen Terminologie Kanten entsprechen, die damit auch Ecken verbinden müssen. Damit bekommen wir:



d.h. das Peircesche Zeichenschema ist Dynkin-Diagramme, das ein tetradisches „root system“, also ein Wurzelsystem ausdrückt, das in der heutigen Graphentheorie z.B. im Zusammenhang mit Eigenwerten verwendet wird.

4. Kommen wir nun nochmals auf die eingangs zitierte Peircesche Zeichen-Definition zurück: „ein Etwas, das für etwas anderes steht oder etwas anderes repräsentiert und von jemandem verstanden oder interpretiert wird bzw. für jemanden eine Bedeutung hat“ (Walther 1979, S. 49). Ein Etwas, das ein

anderes Etwas, d.h. ein Objekt, substituiert, muss material sein. Entsprechend lautet eine der Bedingungen an das Zeichen in der Semiotik, dass es einen materialen Zeichenträger haben müsse (z.B. Bense/Walther 1973, S. 137). Selbstverständlich ist somit nicht nur das substituierende, sondern auch das substituierte Objekt ebenfalls material. Und dass der Jemand, für den das Zeichen eine Bedeutung hat, ebenfalls material ist, dürfte ebenfalls selbstverständlich sein. So betrachtet ist also das Zeichen eine tetradische Relation über einer triadischen Objektrelation:

$Z = R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$.

Um es nochmals zu betonen (denn Aberglauben ist schwerer ausrottbar als „Unkraut"): Das 1. Glied ist Z das abstrakte Zeichen Z, das 2. Glied ist der konkrete Zeichenträger $\mathcal{M}$, das 3. Glied ist das konkrete Objekt Ω, und das 4. Glied ist der Interpret (oder Zeichensetzer) $\mathcal{I}$. Die Verwechslung von Triadizität und Tetradizität wurde daher möglicherweise begünstigt von der Verwenung des Begriffs „Relation", wo man besser von Funktion spräche: Im obigen Ausdruck ist Z ist abhängige Variable, und die freien Variablen sind die $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$, die selbst eine triadische Objektrelation bilden (Bense 1973, S. 71).

5. Mit der tetradischen Relation

$Z = R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

haben wir nun scheinbar den Schlüssel zur Entwirrung der in der Theoretischen Semiotik herrschenden Begriffskonfusion gefunden, denn alle obigen, z.T. tatsächlich und z.T. scheinbar kontradiktorischen Zeichendefinitionen, können hiermit unter einen Hut gebracht werden, insofern das substituierte Objekt Ω, das substituierende Objekt $\mathcal{M}$ ist (ein Objekt ist es natürlich qua $\mathcal{M} \subset \Omega$, denn es muss, wie Ω selbst, der „realen Welt", d.h. dem „ontologischen Raum" (Bense 1975, S. 65) angehören), und das Subjekt $\mathcal{I}$ ist. $(\Omega, \mathcal{I})$ bilden dann den Argumentbereich der 2-stelligen Bewusstseinsfunktion, und das „Kommunikem" lässt sich durch den Argumentbereich der 3-stelligen Kommunikationsfunktion definieren, insofern, insofern $\mathcal{M}$ als „1-stelliges Zeichen" (Bense 1976, S. 26) dient.

Wie man nun erkennt, ist damit eine weitere Konfusion aufgelöst, nämlich die Verwechslung des „eigentlichen" Zeichens, d.h. dem materialen Zeichenträger $\mathcal{M}$, und der triadischen Objektrelation, die von Peirce als Zeichen bezeichnet wird in der bereits zweimal zitierten, Peirce referierenden Zeichendefinition von Walther (1979, S. 49). Man könnte also diese verwechselnden Verwendungen der beiden Zeichenbegriffe wie folgt auf den Punkt bringen:

Zeichen = „Zeichen im eigentlichen Sinne“ + „Objektrelation“

Dieser Ausdruck ist damit äquivalent zu

Zeichen = $\mathcal{M} + (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

wobei man nun die unnötige, doppelte Verwendung des Zeichensträgers $\mathcal{M}$ erkennt. Es ist also ausreichend, das Zeichen als tetradische Funktion über einer triadischen Relation als Argumentbereich wie folgt einzuführen:

$Z = f(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$.

6. Die bedeutende Behauptung der Theoretischen Semiotik besteht nun darin, dass der Wertebereich der Funktion Z sich selbst triadisch ausdrücken lasse, und zwar in der Form von ineinander verschachtelten monadischen, dyadischen und triadischen Relationen (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), d.h.

$Z= R(M, O, I) = f(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

denn $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ sind ja einfach „triadische Objekte“ (Bense 1973, S. 71), aber es ist keineswegs so, dass diese ontologischen Kategorien ineinander enthalten sind, wie dies von den drei als Fundamentalkategorien bezeichneten semiotischen Kategorien behauptet wird:

$R(M, O, I) = (M \subset (O \subset I))$

$R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}) = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

aber $(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$ soll so auf (M, O, I) abgebildet werden, dass $R(M, O, I) = (M \subset (O \subset I))$ gilt. Somit muss es möglich sein, die semiotischen Kategorien M, O und I vollständig aus den ontologischen Kategorien $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ zu definieren.

7. M ist definiert als „Mittelbezug des Zeichens“, d.h. M ist der Bezug des Zeichens auf den Zeichenträger $\mathcal{M}$. Dabei gibt es also drei Möglichkeiten:

$$\left.\begin{array}{l} m \rightarrow \mathrm{O} \\ m \rightarrow \mathrm{I} \\ m \rightarrow (\mathrm{O}, \mathrm{I}) \end{array}\right\} \mathrm{M}$$

O ist definiert als „Objektbezug des Zeichens“, d.h. es gibt hier wiederum drei Möglichkeiten:

$$\left.\begin{array}{l} \Omega \to M \\ \Omega \to I \\ \Omega \to (M, I) \end{array}\right\} O$$

I ist definiert als „Interpretantenbezug“ des Zeichens. Auch hier gibt es drei Möglichkeiten:

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{I} \to M \\ \mathcal{I} \to O \\ \mathcal{I} \to (M, O) \end{array}\right\} I$$

Damit bekommen wir also

$$R(M, O, I) = ((((\mathcal{M} \to O), (\mathcal{M} \to I), (\mathcal{M} \to (O, I))), (((\Omega \to M), (\Omega \to I), (\Omega \to (M, I))), (((\mathcal{I} \to M), (\mathcal{I} \to O), (\mathcal{I} \to (M, O)))).$$

Dieser Ausdruck lässt sich aber vereinfachen zu

$$R(M, O, I) = (<\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}> \to <<O, I, <O, I>>, <M, I, <M, I>>, <M, O>, <M, O>>),$$

d.h. jede der drei ontologischen Kategorien $\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$ wird auf jede der mit ihr nicht-korrelierten semiotischen Kategorie sowie auf das Paar aus beiden abgebildet. Würde man nämlich $\mathcal{M}$ auch auf M Ω auch auf O und $\mathcal{I}$ auch auf I abbilden, hätte man einen Zirkelschluss, d.h. beim hier präsentierten Verfahren werden $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$ durch die beiden jeweils anderen semiotischen Kategorien sowie die Abbildung (Semiose, Morphismus) zwischen ihnen definiert.

Genauer wird also $\mathcal{M}$ durch O, I sowie das geordnete Paar (O, I), d.h. (O → I), Ω durch M, I sowie das geordnete Paar (M, I), d.h. (M → I), und $\mathcal{I}$ durch M, O sowie das geordnete Paar (M, O), d.h. (M → O) definiert. Da M als monadische, O als dyadische und I als triadische Relation eingeführt sind (vgl. weiter oben, mit Referenz auf Bense 1979, S. 53 u. 67), wird also $\mathcal{M}$ definiert als Paarmenge aus einer dyadischen, einer triadischen Relation sowie dem zugehörigen Morphismus α; Ω als Paarmenge aus einer monadischen, einer triadischen Relation sowie dem zugehörigen Morphismus β, und $\mathcal{I}$ als Paarmenge aus einer monadischen, einer dyadischen Relation sowie dem zugehörigen komponierten Morphismus βα. Damit ist die Objektrelation ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$) vollständig auf die Zeichenrelation (M, O, I) abgebildet, d.h. das Zeichen erfüllt die Definition Z= R(M, O, I) = f($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$), von der wir ausgegangen waren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

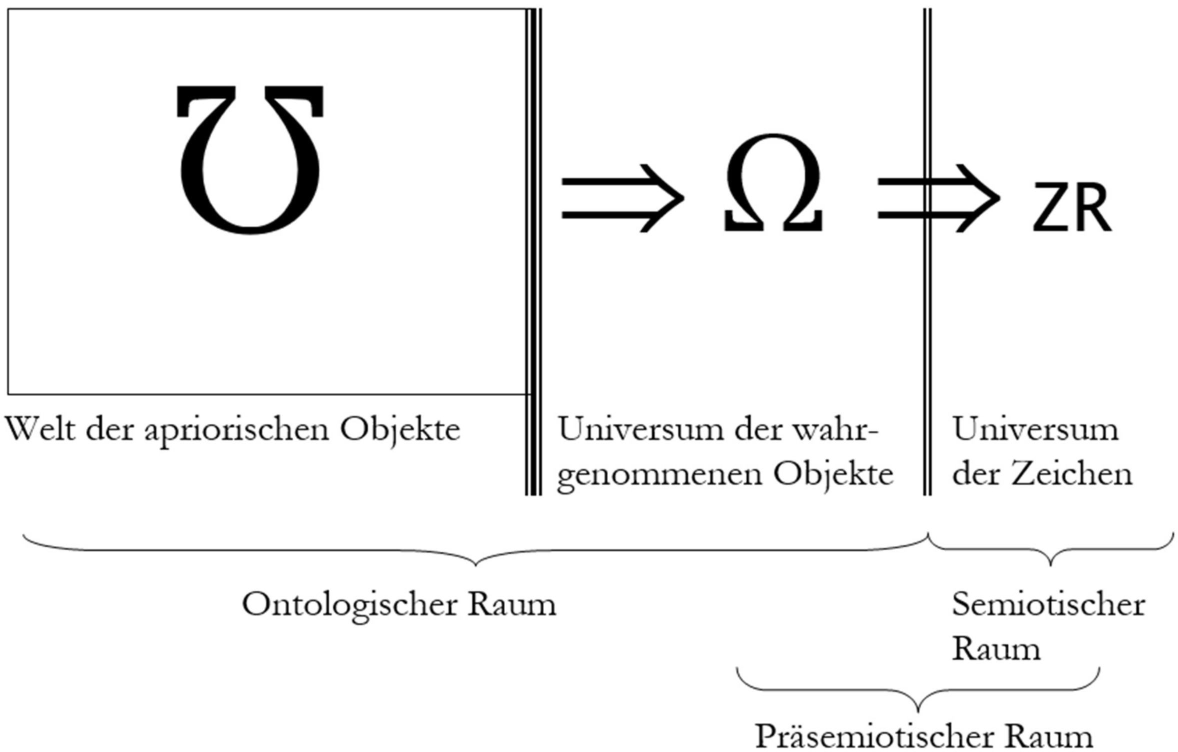
Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/ Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Toth, Alfred, Das Kommunikem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ontologie und Semiotik

1. In Toth (2009a) hatten wir das folgende, auf der Theoretischen Semiotik basierte Weltmodell präsentiert.



Es besteht aus einem Universum {Ʊ} apriorischer Objekte, die uns in keiner Weise zugänglich ist. Das einzige, was uns auf die Existenz von {Ʊ} schliessen lässt, ist ihr „Auszug" in der Form von {Ω}, demjenigen Universum, die uns mit Hilfe unserer Sinne zugänglich ist, d.h. eine aposteriorische Welt. Auf die Differenz von {Ʊ} und {Ω} trifft das bekannte Diktum Kafkas zu, wonach jemand, der wahrhaft imstande wäre, alle Sinneseindrücke, die auf ihn einwirkten, wahrzunehmen, nur schon beim Schritt über seine Haustüre tot zusammenfallen müsste.

2. Hier muss jedoch bereits auf ein erstes Problem hingewiesen werden: Wie man sieht, wurde {Ω} als die unseren Sinnen zugängliche Welt definiert. Wie steht es also mit den von unserem Geist produzierten und in Mythologien in die Wirklichkeit projizierten „imaginären" Objekten wie Drachen, Nixen, Aliens, Werwölfen, Engeln oder Teufeln? Gehören sie, das wir sie ja offenbar nicht mit

unseren Sinnen wahrnehmen können, da sie anderseits aber auch nicht durch unseren Geist aus dem Nichts heraus produziert worden sein können, gehören sie also zu jenen „Reflexionsresten“, deren Heimat {Ʊ} ist, das uns ewig verlorene «Atlantis vollständiger Erkenntnis»?

3. Ein zweites, viel bedeutenderes Problem ist das Verhältnis von Objektivität und Subjektivität, das wir den beiden Universen {Ʊ}und {Ω} können. Kein Zweifel kann über {Ω} bestehen: Es handelt sich hier, topologisch gesprochen, um eine Filterung von {Ʊ}, d.h. {Ʊ} enthält viel mehr, als {Ω} enthält, aber {Ω} kann nichts enthalten, was nicht bereits in {Ʊ} enthalten ist. Es gilt daher

$\{\Omega\} \subset \{Ʊ\}$.

Nun ist {Ω} ein Universum, das Subjektivität enthält – und zwar nicht nur 1, sondern n Subjektivitäten, entsprechend der Anzahl von Wesen, welche imstande sind, die Filterung $\{\Omega\} \subset \{Ʊ\}$ vorzunehmen. (Diejenigen, die dazu nicht imstande sind, nehmen gar nichts wahr und haben damit keine Subjektivität.) Wie steht es aber mit {Ʊ}? Ist nicht nur die Objektivität, d.h. das, was einst war und was mir nun imstande sind, davon noch wahrzunehmen, d.h. zu erkennen, ist also nicht nur die Objektivität, sondern auch die Subjektivität aus dem Universum {Ʊ} vor der scharfen Kontexturengrenze zu {Ω} ererbt, oder aber emergiert das Bewusstsein erst, nachdem $\{Ʊ\} \parallel \{\Omega\}$ überschritten ist? Woher kommt es aber dann? Erklären wir es im letzteren Falle mit Nietzsche dadurch, dass es „auf Druck der Aussenwelt“ entstanden ist (vgl. dazu Toth 1992). Dann wäre aber die Objektwelt, die hier notwendig die Rolle der Aussenwelt einnähme, imstande, Bewusstsein zu erzeugen, d.h. Objektivität könnte Subjektivität erzeugen bzw. emergieren lassen. Das klingt nicht sehr überzeugend, denn dann kämen bald auch Steine auf die Idee, selber sprechen zu lernen. Andererseits: Wenn Subjektivität bereits im apriorischen Universum {Ʊ} existierte, woher kommt sie dann? Dann gäbe es also in {Ʊ} Wesen, welche Objekte-an-sich erkennen können, und diese Eigenschaft wäre dann beim Übertritt über die scharfe Kontexturgrenze $\{Ʊ\} \parallel \{\Omega\}$ auf ewig verloren gegangen. Des Menschen Hang, den Tod zu revertieren, wäre dann ähnlich zu erklären, wie Sokrates in Platons „Gastmahl“ den Liebestrieb erklärte. Wir müssten in diesem Fall also, ausgehend von den Objektrelationen des aposteriorischen Universums {Ω}, d.h.

$OR_{apost} = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

für das apriorische Universum {Ʊ} Relationen in der folgenden Form annehmen:

$OR_{aprior} = (\mathcal{M}\mathcal{M}°, \Omega\Omega°, \mathcal{I}\mathcal{I}°)$,

d.h. die konversen Kategorien repräsentierten dann den bei der scharfen Kontexturüberschreitung verloren gegangenen Anteil an Subjektivität, der es ermöglichte, apriorische Objekte anzunehmen. Wenn man nun OR_{aprior} genauer anschaut, sieht man, dass es äquivalent ist mit

$OR_{aprior} = ((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}), (\mathcal{I}°, \Omega°, \mathcal{M}°))$,

was strukturell exakt dem dualen Verhältnis zwischen einer Zeichenklasse und ihrer Realitätsthematik im Universum der Zeichen {ZR} (ganz rechts im obigen Bild) entspricht. Nun repräsentiert ja in einem aus Zeichenklasse und Realitätsthematik bestehenden Dualsystem die Zeichenklasse den Subjektpol und die Realitätstthematik den Objektpol (Gfesser 1990, S. 133), d.h. OR_{aprior} repräsentiert damit auf objektaler Ebene die von ihrem Objekte noch nicht getrennte Subjektivität, und das ist es doch, was mit apriorischer Erkenntnis im Grunde genommen gemeint ist. Eine Subjektivität, die grösser wäre als die, welche zur Erkenntnis von Apriorität nötig ist, kann es vielleicht gar nicht geben; eine Subjektivität, die geringer ist als die, welche zur Erkenntnis von Apriorität nötig ist, taugt vielleicht für Aposterität, d.h. aber für {Ω}.

4. Wenn wir also von einer das apriorische Universum determinierenden Struktur der Gestalt

$OR_{aprior} = (\mathcal{M}\mathcal{M}°, \Omega\Omega°, \mathcal{I}\mathcal{I}°)$

ausgehen, bedeutet das, dass

$\Delta_{aprior/apost} = (\mathcal{M}°, \Omega°, \mathcal{I}°)$

all jene Information enthält, welche auf dem Weg über die scharfe Kontexturgrenze {Ʊ} || {Ω} verlorengeht. Da zwischen Mann und Frau nach Kronthaler (2000, S. 5) ebenfalls die gleiche Kontexturgrenze besteht wie zwischen Zeichen und Objekt, Leben und Tod, Subjekt und Objekt, usw., ist der scharfe Kontexturübergang wirklich jener sokratisch-platonischen Vorstellung vergleichbar, wonach ein Schnitt zwischen das männlich-weibliche bzw.

weiblich-männliche Zwitterwesen die Sehnsucht des jeweiligen verbleibenden Teils nach seinem Komplement ausgelöst hat. Denn es ist ja ein Shibboleth dafür, dass nicht nur eine Grenze, sondern eine Kontexturgrenze vorliegt, wenn nach dem Schnitt durch eine Einheit die beiden Hälften der Dichotomie über- oder untersummativ werden (vgl. Toth 2009b): So wie dem Männlichen nach dem Schnitt Weibliches und umgekehrt (vielleicht nur in der Form der Sehnsucht nach dem komplementären Sexus) anhaftet, so haftet jedem Ω_i nach jenem „scharfen Schnitt eines Messers", von dem Max Bense (1985, S. 24) sprach, ein Anteil von $\Omega°_i$ an.

Was ist aber $\Omega°_i$? Es ist ein arbiträres Element aus einer Menge von Objekten, die zugleich objektiv und subjektiv sind, da ja, wie wir bereits festgestellt hatten, in $\{\mho\}$ Objektivität und Subjektivität noch nicht getrennt sind. Damit ist aber $\Omega°_i$ eine Bewusstseinsfunktion, d.h.

$\Omega°_i = f(\mathcal{I}_n)$,

und es muss also gelten

$\{\mho\} = \{(\Omega_i \subset \{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3, ..., \mathcal{I}_n\})$.

In Worten: Der apriorische Raum $\{\mho\}$ ist ein Raum von mehrsortigen Ontologien, deren Mengen von Objekten ebenso wie deren Elemente, d.h. die Objekte selber, Bewusstseinsfunktionen sind. Solche Ontologien erfüllen also genau die Anforderungen an die Relation $OR_{aprior} = ((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}), (\mathcal{I}°, \Omega°, \mathcal{M}°))$.

5. Obwohl sich das Universum der Apriorität $\{\mho\}$ für uns in fast vollständiges Dunkel hüllt, wollen wir versuchen, wie weit wir es mit Hilfe von mathematischen Beziehungen zwischen $\{\mho\}$ und $\{\Omega\}$ wenigstens unserer Vorstellung annähern können.

Zunächst repräsentiert das Zeichen ja per definitionem den Zustand der noch ungeschiedenen Verbindung beider erkenntnistheoretischer Pole. Somit muss es mindestens im Prinzip möglich sein, auch in $\{\mho\}$ Relationen zu bilden, deren Relata korrelativ zu OR in $\{\Omega\}$ sowie zur ZR in $\{ZR\}$ sind, d.h. es muss möglich sein, dass mit Hilfe von Subjektivität Objekte durch andere Objekte substituiert werden und dadurch aufeinander verweisen können. Das einzige zusätzliche Relation, das wir nun hierzu benötigen, ist ein Träger dieser verweisenden Substitutionsrelation. Da dieser Träger, wir nennen ihn wie üblich $\mathcal{M}$, selbst material, d.h. real ist, kann er in $\{\mho\}$ ein Teil irgendeines der Objekte des Systems der mehrsortigen Ontologien sein, d.h. es gilt

$\mathcal{M} \subset \{\Omega_i \subset \{f(\mathcal{I}_1), f(\mathcal{I}_2), f(\mathcal{I}_3), ..., f(\mathcal{I}_n)\}$.

Diese Beziehung können wir nun aber auch wie folgt schreiben:

$(\mathcal{M} \subset \{\Omega_i \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}\}$,

d.h. auch $\mathcal{M}$ erfüllt die Anforderungen an die Relation $OR_{aprior} = ((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}), (\mathcal{I}°, \Omega°, \mathcal{M}°))$. Damit sind sämtliche Anforderungen an OR_{aprior} erfüllt.

Wir können demnach alle drei im obigen Bild eingezeichneten Universum durch Relationen charakterisieren, nämlich

$\{\mho\} = \{(\mathcal{M}\mathcal{M}°, \Omega\Omega°, \mathcal{I}\mathcal{I}°)\}$

$\{\Omega\} = \{(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})\}$

$\{ZR\} = \{(M, O, I\}$

Diese drei Mengen determinieren also die drei unterscheidbaren Universen.

6. Der scharfe Kontexturübergang

$\{\mho\} \rightarrow \{\Omega\}$

entspricht also der Transformation

$\{(\mathcal{M}\mathcal{M}°, \Omega\Omega°, \mathcal{I}\mathcal{I}°)\} \rightarrow \{(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})\}$,

bei der jener Anteil an Subjektivität verloren geht, der es in $\{\mho\}$ ermöglichte, apriorische Objekte zu erkennen. Woher jeodch die Subjektivität in $\{\mho\}$ kommt, wissen wir immer noch nicht. Genauso, wie es unmöglich ist, Objektivität aus Subjektivität zu erzeugen, ist es ausgeschlossen, Subjektivität aus Objektivität zu erzeugen. Nach biblischer Auffassung erschuf Gott die Welt durch den λόγος, d.h. durch Subjektivität, aber die Frage, woher der λόγος stamme, impliziert die weitere Frage nach der Kreation Gottes.

Um weitere sinnlose Fragen zu vermeiden, müssen wir feststellen, dass wir mit der Semiotik zwar sehr weit in die Abgründe des Seins und des Bewusstseins gehen können, indem wir Schichten der Zeichenhaftigkeit freilegen, die in Tiefen führen, welche keiner anderen Wissenschaft zugänglich sind. Allerdings ist es unmöglich, mit Hilfe der Semiotik auch nur eine Spur von Bewusstsein oder Subjektivität zu produzieren. Immerhin muss aber zugestanden werden, dass es auch selbst der vereinigten Biologie, Physik und Biochemie bis heute nicht gelungen ist, auch nur einen Käfer künstlich herzustellen. Es stellt sich hier somit die Frage nach der Adäquatheit dieser rein beschreibenden und erklärenden Wissenschaften, zu denen auch die Semiotik gehört. Darf man annehmen, dass eine hinreichend exakt und adäquat beschreibende bzw. erklärende Theorie nicht zugleich das theoretische Modell zur Konstruktion des Explizierten bereithalten müsste? Wie sonst sollen sich Explikation und Anleitung zueinander verhalten? Sind somit die gesamten Ansätze der beschreibenden Wissenschaften falsch? Führen diese Aporien über Aporien am Ende zur gleichezeitigen Erlösung und Vernichtung des forschenden Geistes im projektiven Konstrukt eines Gottes, der den Bauplan der Welt zwar besitzt, aber den Menschen, seine Kreatur, nicht daran teilhaben lässt? Kommt der menschliche Geist angesichts dieser in Unzugänglichkeit aufgehobenen Resignation zur Ruhe? Oder lohnt es sich trotzdem weiterhin, nicht nur der Entstehung der materialen Objektivität, sondern auch der bewusstseinsmässigen Subjektivität nachzugehen?

7. Einen kleinen Hinweis zu einer möglichen Erklärung der Emergenz von Subjektivität findet man in der Semiotik. Wenn man die apriorische „Weltformel“

$\{(\mathcal{M}\mathcal{M}^\circ, \Omega\Omega^\circ, \mathcal{I}\mathcal{I}^\circ)\}$,

wie oben bereits getan, umformuliert zu

$((\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}), (\mathcal{I}^\circ, \Omega^\circ, \mathcal{M}^\circ))$,

so darf man schliessen, dass ein solches Bewusstsein mit der Antisymmetrie auch über Symmetrie verfügt (denn sonst wäre der zweite hingechriebene Ausdruck sinnlos). Wenn es aber Symmetrie gibt, die ja auch in der unbelebten Natur sehr oft vorkommt (und die Noether-Sätze ja sogar die quantitativen Erhaltungssätze der Physik mit Hilfe von Symmetrien beschreiben), dann bedeutet dies, dass aus einer dyadischen Partialrelation der obigen „Weltformel“ wie z.B.

$(\mathcal{M}\mathcal{I})$

auch ihr symmetrisches Spiegelbild

$(\mathcal{IM})$

gebildet werden kann bzw. bereits existiert. Objektivität und Subjektivität sind ja in überreichem Masse vorhanden in $\{\mho\}$, und wenn man eine Spiegelfunktion voraussetzen darf (die sich in Form von Chiralität ebenfalls reichlichst selbst in der unbelebten Natur findet), dann wird also aus einer Verbindung von subjektiv determinierter Materie eine Verbindung von materiell determinierter Subjketivität. Nur eben: woher kommt $\mathcal{I}$? Wir können uns nun eine Reihe von determinierter Materie vorstellen wie

$(\mathcal{MM})$, $(\mathcal{M}\Omega)$, ...,

denn gemäss obigen Ausführungen gilt ja $\mathcal{M} \subset \Omega$. Nun ist aber Ω mehrsortig, d.h. wir haben ja mit

$(\mathcal{M} \subset \{\Omega_i \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}\}$

dann auch sogleich

$(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_1)$, $(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_2)$, $(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_3)$, ..., $(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_i)$, ..., $(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_n)$,

und es ist nun denkbar, dass bei genügend grossem n die Entfernung zwischen dem Zeichenträger und dem Objekt so gross geworden ist, dass keine keine sichtbare Zugehörigkeit von $\mathcal{M}_1$ zu Ω_n mehr zu erkennen ist. (Wer könnte sagen, von welchem Stein ein Körnchen Staub stammt? Gar von welchem Felsen? Sogar von welchem Gebirsgmassiv?) D.h. der limitative Abstand zwischen $\mathcal{M}$ und Ω kann so gross werden, dass man im Grunde fast den Fall $(\mathcal{M} \not\subset \Omega)$ enthält, und dies ist der von Saussure zum Gesetz erhobene Fall der „Arbitrarität“ zwischen dem Signfikanten und dem Signfikat. Nun korrespondiert aber diese Reihe (wiederum bei genügend grossem n) mit der sogenannten generativen Semiose im semiotischen Mittelbezug, wonach der Fall $(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_1)$ dem Qualizeichen entspricht, da hier eine direkte qualitative Beziehung zwischen Zeichenträger und Objekt besteht (wenn also z.B. die Rottönung des Staubes in der Wüste von Santa Fe mir sagt, dass dieser Staub ein Rest des Hämatitgebirges ist, das ich in der Ferne noch erkennen kann). Irgendwo zwischen $(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_1)$ und $(\mathcal{M}_1 \not\subset \Omega_n)$, sagen wir: bei $(\mathcal{M}_1 \subset \Omega_i)$, liegt dann das Sinzeichen, das gerade noch eine eindeutige Identifizierung erlaubt, dass mein Staub von dem und dem Berg in der Umgebung stammen muss. Am

Ende dieses semiosischen Prozesses aber, d.h. bei ($\mathcal{M}_1 \not\subset \Omega_n$), habe ich keine Ahnung, woher der Staub oder Kiesel kommt, ausser ich kann ihn durch Zusatzwissen, z.B. durch Gesetze der Glaziologie rekonstruieren (so ist es möglich, die Mauerreste der Burgrune Aetschberg bei Abtwil/SG als vom weit entfernten Tödi zu bestimmen, hergerbacht durch eiszeitliche Gletscher). Am Anfang dieses Prozesses steht also eine rein materiale Beziehung der beiden Relata, an dessen Ende jedoch ist meine Interpretation gefragt, d.h. hier kommt die Subjektivität in die Objektivität, d.h. durch einen langen Prozess der Entfremdung von Zeichenträger und bezeichnetem Objekt. Dort ist dann jener Punkt erreicht, wo die beiden folgenden Objektrelationen korrelieren:

$(\mathcal{M} \subset \{\Omega_i \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, ..., \Omega_n\}\} \cong$

$\mathcal{M} \subset \{\Omega_i \subset \{f(\mathcal{I}_1), f(\mathcal{I}_2), f(\mathcal{I}_3), ..., f(\mathcal{I}_n)\}$.

Bibliographie

Bense, Max: Kosmos atheos. Baden-Baden 1985

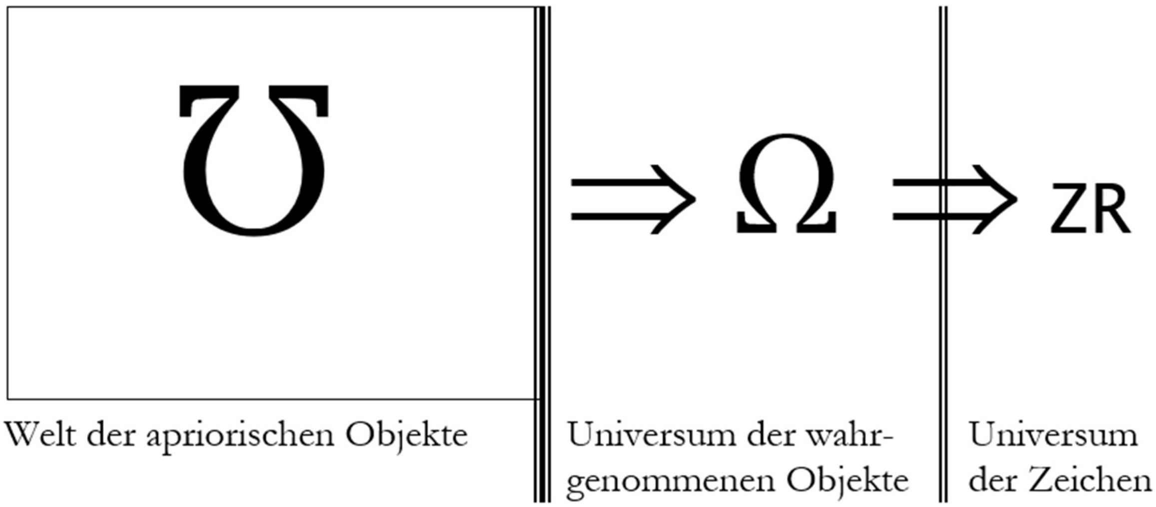
Toth, Alfred, “Wie die ‘wahre’ Welt endlich zur Fabel wurde”. Zur Zeichentheorie Friedrich Nietzsches. In: Semiosis 65-68, pp. 61-69. Nachdruck in: Eckardt, Michael/Engell, Lorenz (Hrsg.), Das Programm des Schönen. Ausgewählte Beiträge der Stuttgarter Schule zur Semiotik der Künste und der Medien. Weimar: 2002, S. 277-285

Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Zeichenobjekte und Objektzeichen als Teilmengen komplexer semiotischer Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Semiogenetische Modelle

1. In Toth (2009a) wurde die Semiose mit dem komplexen Prozess in dem nachstehenden Bild identifiziert



Danach nimmt also von links nach rechts, d.h. von Ʊ → Ω → ZR jeweils massiv Information ab, aber während Bense den radikalen semiotischen Standpunkt vertritt: „Gegeben ist, was repräsentierbar ist“ (Bense 1981, S. 11), wonach wir also nur aus dem semiotischen Raum {ZR} Erkenntnis beziehen können, stellen wir uns auf den Standpunkt, dass zunächst Objekte gegeben sein müssen, bevor sie zu Zeichen erklärt werden. Diese Zeichen sind also vor Beginn der Semiose noch keine Zeichen. Das bedeutet aber, dass {Ω} eine Differenz von Information relativ zu {ZR} enthält, die wir wahrnehmen können.

2. Wenn wir nun alle 3 möglichen Differenzen der obigen drei Räume (ontologischer Raum, präsemiotischer Raum, semiotischer Raum) bilden, bekommen wir

{Ω} \ {O°} = objektaler Rest

{O°} \ {ZR} = disponibler Rest

{Ω} \ {ZR} = polykontexturaler Rest

Diese Bezeichnungen bedürfen einer kurzen Erläuterung: Der objektale Rest ist die Differenz zwischen apriorischen und effektiv wahrgenommenen, aposteriorischen Objekten. Er dürfte sich uns ganz entziehen. Der disponible Rest ist diejenige Differenz zwischen präsemiotischer und semiotischer Information, die aus dem Zeichen wegbleibt, nachdem die drei semiotischen repräsentativen Kategorien aus den präsemiotischen Repertoires selektiert werden, getreu dem Motto also, dass die Entscheidung für etwas gleichzeitig eine Entscheidung gegen alle „Kontrahenten" bedeutet, die ebenfalls zur Auswahl gestanden haben. Schliesslich ist die (zusammengesetzte) Differenz zwischen apriorischen Objekten und deren Zeichen all das, was bei der repräsentativen Substitution dieser Objekte durch Zeichen an Information verlorengeht. Also z.B. die Menge aller Merkmale, durch welche sich eine reale Person von seiner Photographie unterscheidet.

3. Nun ist, wie in Toth (2009b, c, d) gezeigt, eine Semiotik jedes Modell, welches das folgende Tripel erfüllt:

$\Sigma = \langle \Omega, O°, ZR \rangle$,

d.h. eine Semiotik ist etwas, das mit einem vorgegebenen Objekt zugleich dessen disponibles Repertoire und die aus ihnen selektierten Zeichen besitzt. Somit impliziert die geordnete Menge Σ im Grunde natürlich einen Prozess, d.h. die Semiose führt von Ω über $O°$ zu ZR, kann aber auch vorzeitig abgebrichen werden, so dass zwischen vollständigen und unvollständigen Semiosen zu unterscheiden ist. Das Rückgängigmachen von Semiosen, auch nur von unvollständigen, ist allerdings nur theoretisch im Rahmen einer polykontexturalen Semiotik möglich. In letzter Instanz geht es, wie oben bereits angedeutet, hierbei darum, aus der Menge der aposterioischen Objekte die apiorischen zu rekonstruieren.

Auch wenn nun bisher kein Mass für Objektrelationen OR und disponible Relationen DR vorliegt, etwa analog zu den Repräsentationswerten für Zeichenrelationen ZR, kann man doch die verschiedenen möglichen Differenzmengen bilden.

3.1. Objektal-semiotische Differenzmengen

3.1.1. ($\mathcal{M}$, M, O, I)

Die konkrete Zeichenrelation, bei der der Zeichenträger in die abstrakte Peircesche Zeichenrelation eingebettet ist. Danach bestimmt sich die Differenz zwischen dem Zeichenträger und der abstrakten Zeichenrelation als

$\{\mathcal{M}\} \setminus \{ZR\}$ = konkreter Zeichenrest

3.1.2. (Ω, M, O, I)

Eine der polykontexturalen Zeichenrelationen, bei das bezeichnete Objekt ebenso wie der Objektbezug und damit sowohl das äussere, reale, als auch das innere, semiotische Objekt in derselben Relation eingebettet sind.

$\{\Omega\} \setminus \{ZR\}$ = polykontextural-objektaler Zeichenrest

3.1.3. ($\mathcal{I}$, M, O, I)

Polykontexturale Zeichenrelation, bei der der zeichensetzende (bzw. zeicheninterpretierende) Interpret eingebettet ist.

$\{\mathcal{I}\} \setminus \{ZR\}$ = polykontextural-interpretativer Zeichenrest

Speziell betrifft die Differenz ($\mathcal{I} \setminus I$) all jenes Bewusstsein von $\mathcal{I}$, das dieser nicht in ZR investiert hat. Falls von $\{\mathcal{I}\}$ausgegangen wird, wird durch mehrfache Subjektivität eine mehrfache Ontologie solcher Zeichen impliziert, d.h. ein Zeichen kann damit mehreren Objekt-„Sorten“ angehören, so dass die Polykontexturalität von 3.1.3 diejenige von 3.1.2. sowie 3.1.1. impliziert.

3.1.4. ($\mathcal{M}$, Ω, M, O, I)

Bei der Differenz

$\{\mathcal{M}, \Omega \} \setminus \{ZR\}$

bleibt also erstens eine objektale Differenz zwischen dem äusseren und dem inneren semiotischen Objekt. Da das äussere, reale Objekt aber mehr Merkmale besitzt als das innere, muss diese negativ sein. Allerdings ist O ja nicht nur der Bezug des Zeichenträgers auf Ω, sondern des ganzen Zeichens, d.h. auch von I auf Ω, so dass O im Gegensatz zu Ω Subjektanteile besitzt, d.h. superadditiv ist (vgl. meine Arbeiten zu semiotischen Objekten bzw. zur Bühlerschen „symphyischen Verwachsung“ von Zeichen und bezeichnetem Objekt). Damit ist also die Teildifferenz $\Delta(\Omega, O)$ einerseits negativ, anderseits wird aber diese objektale Negativität durch subjektive Information verringert und evtl. sogar in den positiven Bereich erhöht, z.B. bei den „imaginären“ Objekten wie Nixen, Einhörnern, Zombies etc. Zweitens steht es um die Differenz $\Delta(\mathcal{M}, M)$ ähnlich: Der materiale Zeichenträger hat primär natürlich viel mehr Information als das aus ihm über die disponible Zwischenstufe M° selektierte Mittel, aber anderseits steht dieses Mittel als Mittel-Bezug sowohl mit O als auch mit I in Relation, erreicht dadurch also wieder ein Plus, welches das Minus ausgleicht oder sogar aufwiegt.

3.1.5. (Ω, $\mathcal{I}$, M, O, I)

Ergänzend zum Kommentar unter 3.1.4. ist hier nur noch nachzutragen, dass die Differenz $\Delta(\mathcal{I}$, I) diejenige Menge von Information angibt, welche zum Zeitpunkt der Zeichensetzung vom Interpreten nicht an das Zeichen, genauer: an den Bedeutungskonnex I, abgegeben wurde. Die Restriktion „zum Zeitpunkt der Zeichensetzung" ist insofern wichtig, als Information selbstreproduzierend ist und somit das kurzzeitig entstandene Defizit rasch ausgeglichen wird.

3.1.6. ($\mathcal{M}$, $\mathcal{I}$, M, O, I)

Mit der Differenz $\Delta(\mathcal{M}$, M) bleiben also vom Zeichenträger all diejenigen realen Merkmale, die nicht zum repräsentierten Mittel selektiert und also aus $\mathcal{M}$ entfernt worden sind. Zur Differenz $\Delta(\mathcal{I}$, I) vgl. 3.1.5.

7. ($\mathcal{M}$,Ω, $\mathcal{I}$, M, O, I)

Die hierdurch implizierte Differenz

$\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\} \setminus \{M, O, I\}$

ist also nach den oben besprochenen Teilstufen nun der vollständige polykontexturale Rest, d.h. all das, was an Qualitäten von einem konkreten Objekt beim Metaobjektivationsprozess, d.h. der Transformation in ein Zeichen, verloren geht.

3.2. Disponibel-semiotische Differenzmengen

3.2.1. (M°, M, O, I)

{M°} \ {ZR} ist der disponibel-mediale Zeichenrest.

3.2.2. (O°, M, O, I)

{O°} \ {ZR} ist der disponibel-objektale Zeichenrest.

3.2.3. (I°, M, O, I)

{I°} \ {ZR} ist der disponibel-interpretative Zeichenrest.

3.2.4. $(M°, O°, M, O, I)$

$\{M° \to O°\} \setminus \{ZR\}$ ist der disponibel-denominative Zeichenrest.

3.2.5. $(O°, I°, M, O, I)$

$\{O° \to I°\} \setminus \{ZR\}$ ist der disponibel-designative Zeichenrest.

3.2.6. $(M°, I°, M, O, I)$

$\{M° \to I°\} \setminus \{ZR\}$ ist der disponibel-appliaktive Zeichenrest. (Mit „Applikation“ hatte ich in einer früheren Arbeit die Konverse der semiotischen Gebrauchsfunktion $(I \to M)$ bezeichnet.)

3.2.7. $(M°, O°, I°, M, O, I)$

$\{M° \to O° \to I°\} \setminus \{ZR\}$ ist der vollständige disponible Zeichenrest, d.h. die Menge der medialen, objektalen und interpretativen repertoiriellen Elemente, die nicht für die Zeichen-Repräsentationsfunktion ZR selektiert.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiogenetische Modelle I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiogenetische Modelle II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Semiogenetische Modelle III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Satzdummies als semiotische Objekte

1. In Toth (2009a, b) wurden bereits einige linguistische Dummies besprochen. Dummy „Attrappe“ sind Leerelemente, die Wörter, Sätze oder sogar Paragraph substituieren oder sie mindestens repräsentieren können. (Ein Zeichen kann nur dadurch repräsentieren, dass es substituiert, das gilt im pars pro toto-Fall sogar für natürliche Zeichen; vgl. Bense 1975, S. 39). Für Subjekt-Substitutionen vgl. etwa folgende Fälle:

1. Es regnet.

2. Es war ein alter König.

3. Es ist verboten, die Geleise zu überschreiten.

In 1. ist das „eigentliche“ Subjekt „gedropt“, weil es im Grunde unbekannt ist, und es ist unbekannt, weil der Naturvorgang des Regnens hier personifiziert erscheint (vgl. altgriech. Zeus hyei „Zeus regnet“, d.h. uriniert, entsprechend lat. deus pluit). In 2. dient das „es“ der Einleitung einer Topik-Introduktion, wie sie für Märchenanfänge so häufig sind. „Es“ steht hier allerdings in Konkurrenz zu ähnlichen Sätzen, bei denen es durch das „Leersubjekt“ oder „Nullsubjekt“ ∅ ersetzt werden kann, bei denen jedoch eher existenziale statt topikale Konstruktionen vorliegen:

4. (Es/∅) War ein Schneider zu Breslau.

In 3. liegt ein sog. unpersönliche Konstruktion vor; „es“ ist hier mit „man“, das allerdings die aktive Diathese verlangt, in Konkurrenz, auch wenn die entsprechende Konstruktion im Deutschen unüblich ist:

5. (?) Man verbietet, die Geleise zu überschreiten.

Bei allen übrigen Typen ist „man“ ausgeschlossen (*Man regnet. *Man war ein alter König.) Wie sehr sich Sprachen in Bezug auf im wesentliches Abwesendes, d.h. eben durch Dummies wie „es“, „man“, ∅, etc. zu Substituerendes, unterscheiden, sieht man aus dem folgenden Kontrast mit den entsprechenden englischen und ungarischen Sätzen:

1.‘ Esik (az eső).

2.‘ (Egyszer) volt egy öreg király.

3.‘ Tilos átmenni (a vágányokon).

1.“ It is raining.

2.“ (Once upon a time,) there was an old king

3. Don’t cross the (railway) lines.

Im Ungarischen gibt es gar keine lautlich oder graphisch manifestierten Dummies, sondern nur Null-Dummies. Ungarisch ist daher eine „pro-drop“-Sprache. Im Englischen entsprechen den drei dt. „es“-Konstruktionen drei verschiedene Subsitutionen. Ausserdem ist dort das weitere Dummy „there“ sehr verbreitet, das sogar halb-pleonastisch im Konnex mit Lokaladverbien auftritt:

4. There was a time, when ... / Es gab eine Zeit, da ... / Volt egy idő, amikor ...

5. There a vegetables in the garden. /Im Garten ist Gemüse. / A kertben gyuömölcsök vannak (wenn ausdrücklich mehr als 1 Sorte gemeint ist).

6. In the garden, there are vegetables. / Im Garten haben wir Gemüse. / A kerben vannak/vannunk gyümölcs/gyümölcsök.

2. Diese kleine Übersicht über die völlige Idiosynkrasie von Attrappen-Zeichen als Substitute von Einzelwörtern in nur drei europäischen Sprachen mag einen Eindruck von der Vielfalt des ganzen Untersuchungsgegenstandes geben. Uns interessieren hier aber mehr noch jene Fälle, wo die Dummies ganze Sätze oder Paragraphen substituieren bzw. deiktisch repräsentieren.

2.1. Fangen wir bei der grösseren Einheit an. Wie ich in einer frühen Arbeit gezeigt habe, können in der Sprache der lateinischen Bibel (v.a. in der Übersetzung der Itala) ergo, enim, nam, itaque, teilweise sogar igitur Paragraphen markieren. Sie ersetzen sie zwar nicht, aber ihr Referenzobjekt ist eine ganze textuelle Subeinheit (vgl. Toth 1994). Paragraphenmarkierung scheint sogar die Regel zu sein im Hethitischen (vgl. Justus 1976).

2.2. Ganze Sätze können im Dt. ebenfalls mit „es“ markiert werden:

7.a In grossen Dingen genügt es, gewollt zu haben.

7.b In magnis rebus et voluisse sat est.

Im Lateinischen (einer weiteren pro-drop-Sprache) dagegen ist ein Leer-dummy das Subjekt des ganzen Satzes und referiert also nicht nur auf einen Teil, wie im Deutschen. Im Ungarischen müsste man in diesem Fall mit „hogy" (dass) plus einem konjugierten Verb (in subjektiver Konjugation) weiterfahren, d.h. der Ungare würde etwa so sagen: „In grossen Dingen genügt das, dass sie gewollt haben", d.h. wir haben hier zusätzliche eine demonstrativ-konjunktive Korreferenz (wie es sie nur im Ungarischen gibt).

2.3. Vor allem aus alten Texten, allenfalls noch mundartlich geläufig sind die korrelativen Markierungen bei postponierten Parataxen nach einer expliziten oder impliziten Prosthasis, ein Typ, der heute vor allem nur temporal explizit korreferent ist:

8.a Wenn ich krank bin, so/∅ bleibe ich zu Hause. (temporal)

(Genau dasselbe im Ung.: Ha beteg vagyok, akkor/∅ itthon/otthin maradok. Vgl. jedoch engl. When I am ill, ∅ /*so I will stay at home)

Früher und in anderen Sprachen konnte das Dummy „so" jedoch praktisch alle Modalitäten, nicht nur die temporale, deiktisch repräsentieren. Man vergleiche die rätoromanischen Bibelübersetzungen, die hierfür ein Eldorado darstellen. Das wäre dann also Typen wie

8.b Weil ich krank bin, so bleibe ich zuhause. (kausal)

8.c Obwohl ich krank bin, so bleibe ich zuhause. (konzessiv)

8.d Indem ich krank bin, so bleibe ich zuhause. (final), usw.

3. Wie wir aus Toth (2009 a, b) wissen, ist die semiotische Repräsentation von Dummies

$OZ = (<\mathcal{M}, M>, <\Omega, O>, <\mathcal{J}, I>)$,

d.h. es handelt sich um das Repräsentationsschema von Attrappen, Prothesen und dgl., denn bei diesen handelt es sich um Objektzeichen, in denen der Obtteil dominiert. So ist ein künstliches Bein in erster Linie ein Ersatz des realen Objektes Bein und kein ästhetisches Artefakt wie es bei den dualen Gegenstücken der Objektzeichen, den Zeichenobjekten, der Fall ist. Da sich in allen obigen Fällen, d.h. bei es, it, there, ∅, so, man, etc. um repertorielle Elemente handelt, deren Referenzobjekt Konnexe (Sätze bis hinauf zu Paragraphen sind), betrifft deren semiotische Repräsentation als die inverse Gebrauchsrelation, die von mir früher einmal „Applikationsfunktion" genannt wurde, d.h.

$(\mathcal{M} \subset \mathcal{I})$.

Wir bekommen somit zum Schluss das folgende semiotische Repräsentationsschema für satz- und paragraphenwertige sprachliche Dummies:

$$OZ = \quad (<\{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \mathcal{M}_3, \ldots, \mathcal{M}_n\}, M> \subset <\{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3, \ldots, \mathcal{I}_n\}, I>),$$
$$<\Omega, O>).$$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Justus, Carol, Relativization and Topicalization in Hittite. In: Li, Charles (Hrsg.), Subject and Topic. New York 1976, S. 215-245

Toth, Alfred, Thema, Topik und Koda im Lateinischen.

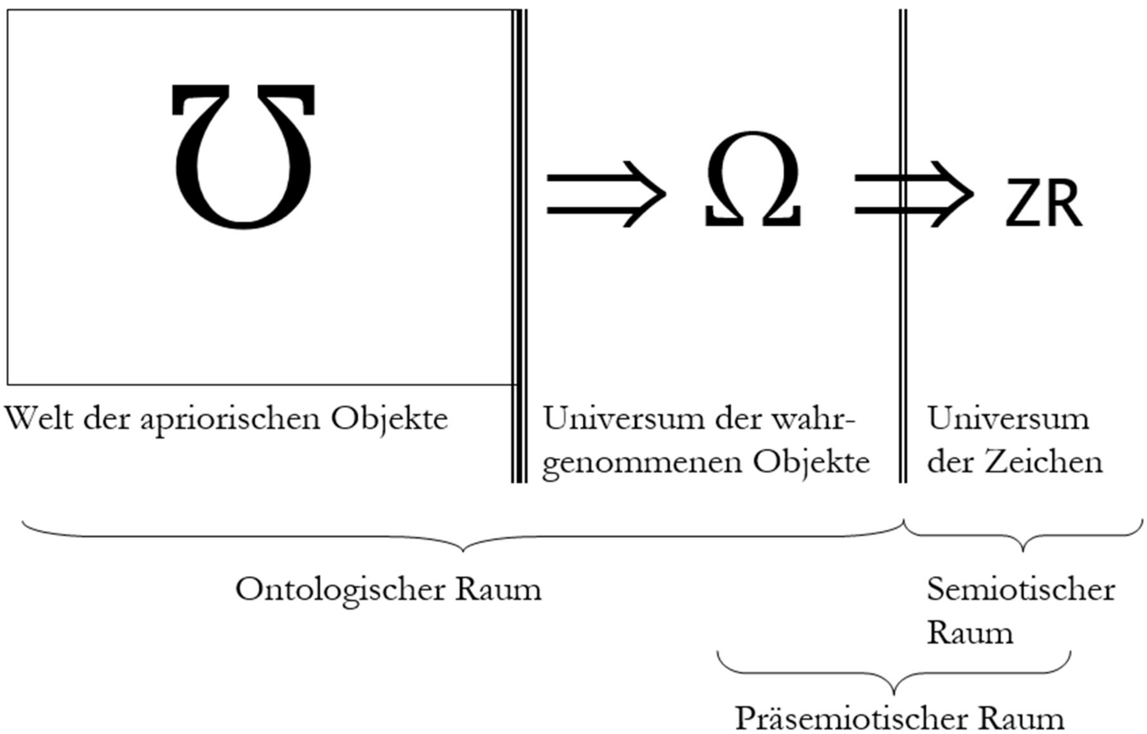
In: Gualtiero Calboli (ed.), Papers on Grammar, vol. 4. Bologna 1994, S. 177-210

Toth, Alfred, Semiotische Objekte in der Linguistik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Linguistische Dislokation und ihre Strukturen semiotischer Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Zur Berechnung der Differenz zwischen semiotischen Objekten

1. In Toth (2009a, b) hatten wir folgendes Modell der Semiose vorgelegt:



Die zwei linken Teilräume entsprechen dabei recht genau dem Kantischen Schema aus Apperzeption und Perzeption (vgl. Bense 1976, S. 23 ff., 36 ff.). Der Teilraum ganz links, seinerseits ein Teilraum des "ontologischen Raumes" (Bense 1975, S. 65 f.), enthält die Welt der apriorischen Objekte, von denen uns jedoch nur diejenigen im mittleren Teilraum, dem "präsemiotischen Raum" (Toth 2008a), zugänglich sind. Damit ist lediglich die bekannte Tatsache ausgedrückt, dass wir keine apriorischen Objekte erkennen können, sondern mit den Filtern unserer Sinne bereits eine semiotische Prä-Selektion betreiben. Darum ist auch die Ansicht der vollständigen Arbitrarität zwischen Zeichen und Bezeichnetem ein Phantom. Sie widerspricht in Sonderheit der Kantischen Erkenntnistheorie. Nur wenn wir imstande wäre, apriorische Objekte wahrzunehmen bzw. Objekte ohne dem Umweg über unsere Sinne zu apperzipieren, könnte von einer Arbitrarität zwischen Zeichen und Bezeichnetem die Rede sein. Das ist übrigens ein Umstand, welcher den logischen Semiotikern in Sonderheit des Mittelalters sehr wohl bekannt war, und es ist also kein Zufall, dass die meisten scholastischen und post-scholastischen Semiotiken, auch wenn sie sich heute in keiner Geschichte der Semiotik mehr finden lassen, auf einem Zeichenbegriff physei und nicht thesei beruhten. Damit ist keineswegs der Unterschied zwischen natürlichen und künstlichen Zeichen gemeint. Allerdings stehen die natürlichen Zeichen den physei-Semiotiken so unendlich viel näher, dass man sich ernsthaft fragt, warum man heute nicht zwei völlig gesonderte Zeichenbegriffe und auf ihnen aufbauend zwei völlig gesonderte Semiotiken hat. Der Kernbegriff des thetischen Zeichens ist ja die auf der Metaobjektivation basierende Semiose (vgl. Bense 1967, S. 9), d.h. die Semiose thetischer Zeichen beginnt in der obigen Darstellung im präsemiotischen Raum, und zwar mit der semiotischen Objektrelation

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

setzt sich über die intermediäre Ebene der disponiblen Kategorien (vgl. Bense 1975, S. 45 f., 65 f.)

$DR = (M°, O°, I°)$

fort und erreicht nach Abschluss der Semiose, d.h. der Substitution des Objektes, den semiotischen Raum, d.h. den Bereich von

$ZR = (M, O, I)$.

Die natürlichen Zeichen dagegen werden gar nicht gesetzt, es sind pars-pro-totos von Objekten OR, die als Zeichen interpretiert werden, d.h. wir haben hier

$OR \rightarrow Z \equiv (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}) \rightarrow I(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

und die stillschweigende Annahme, dass

$I(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}) = ZR = (M, O, I)$

sei, wurde nicht nur nicht bewiesen, sondern ist mit grosser Wahrscheinlichkeit sogar falsch. Wenn also unter einer Semiotik ein Tripel

$\Sigma = <OR, DR, ZR>$

verstanden wird, dann wir Σ durch die thetischen Zeichen ZR, nicht aber durch die nicht-thetischen Zeichen Z erfüllt.

2. Dies sollte man sich also vor Augen halten, wenn wir, die Angaben in Toth (2009c) ergänzend, hier einen weiteren (und immer noch unzureichenden)

Versuch vorlegen, um alle Stadien der thetischen Zeichengenese im Rahmen der Semiose vom vorgegebenen, präthetischen Objekte bis zum nicht-gegebenen, aber thetisch eingeführten Zeichen zu berechnen.

Die Phasen im obigen Bild kürzen wir wie folgt ab:

$\{\mho\} \rightarrow \{OR\} \rightarrow \{DR\} \rightarrow \{ZR\}$

Wir definieren:

$\{\mho\} = \{\Omega \mid <\Omega, \Omega°>\}$

$\{OR\} = \{\Omega\}$

$\{DR\} = \{O°\}$

$\{ZR\} = \{ZR\}$

Dann bekommen wir

1. Für die Differenz von $[\{\mho\} \rightarrow \{OR\}]$:

$\Delta(\{\mho\}, \{OR\}) = (\{<\Omega, \Omega°>\}$

2. Für die Differenz von $\{OR\} \rightarrow \{DR\}$:

$\Delta(\{OR\}, \{DR\}) = (\{\Omega\}, \{O°\})$

3. Für die Differenz von $\{DR\} \rightarrow \{ZR\}$:

$\Delta(\{DR\}, \{ZR\}) = (\{O°\}, \{ZR\})$

Dabei bedeutet also die 1. Differenz, dass die aposteriorischen Objekte eine Teilmenge der Menge der apriorischen Objekte sind. Die 2. Differenz bedeutet, dass bei der Abbildung von Objekten auf disponible Relationen ein weiterer grosser Qualitätsverlust entsteht. Die 3. Differenz bedeutet, dass bei der Abbildung disponibler Relationen auf Zeichenrelationen nur das von den ursprünglichen apriorischen Objekten übrig bleibt, was von den semiotischen Invarianschemata nicht ausgefiltert wird (vgl. Bense 1975, S. 40 ff.; Toth 2008b, S. 166 ff.). Es ist also ein unbedeutender Teil der gesamten Ontologie, mit dem wir durch Zeichen kommunizieren. Wieviel bereits in der 1. Differenz abhanden kommt, davon kann man nur träumen. Für Theologen liegt dort das Reservoire der Weltschöpfung.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008b)

Ontologie und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Zur Berechnung der Differenz zwischen semiotischen Objekten. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Das grosse semiotische Paradox

1. In Toth (2009) hatten wir die drei Bezüge der Peirceschen Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

aufgrund der widersprüchlichen Angaben von Peirce, Bense und Walther redefiniert. Wir verstanden unter dem Mittel oder Mittelbezug – die beiden Terme sind insofern identisch, als das Mittel hier als 1-stellige Relation aufgefasst wird – die (1-stellige) Relation eines Zeichenträgers, d.h.

$R(\mathcal{M}) \equiv M.$

Unter Objektbezug verstanden wir die Relation des Mittels zum bezeichneten Objekt, d.h.

$O = (\mathcal{M} \leftrightarrow \Omega) = (R(\mathcal{M}) \leftrightarrow \Omega) \equiv R(\Omega),$

und unter Interpretantenbezug die Relation des Objektbezugs zum bedeutenden Interpretanten, d.h.

$I = (\Omega \leftrightarrow \mathcal{I}) = (R(\Omega) \leftrightarrow \mathcal{I}) \equiv R(\mathcal{I}).$

Somit ist also

$ZR = (R(\mathcal{M}), R(\Omega), R(\mathcal{I})) = R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}) = R(OR),$

d.h das Zeichen ist eine dreistellige Relation über den drei 1-stelligen Relata $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{I}$.

2. Dieser auf Peirce zurückgehenden Definition des Zeichens liegt der an sich korrekte Gedanke zugrunde, die Phasen der Semiose zwischen Objekt und Zeichen selbst in die Definition des Zeichens einfliessen zu lassen. Um ganz korrekt zu sein, müsste dann allerdings das Zeichen als Handlungsschema, d.h. etwa folgendermassen, definiert werden: „Das Zeichen ist eine Relation, die dadurch zustande kommt, dass ein Interpret $\mathcal{I}$ für ein (vorgegebenes) Objekt Ω einen Zeichenträger $\mathcal{M}$ setzt, der es dadurch repräsentiert, dass er es substituiert“. Die semiosische Ordnung ist hier also

$ZR = R(\mathcal{I} \rightarrow \Omega \rightarrow \mathcal{M}).$

Allerdings bleibt bei dieser Notation fraglich und fragwürdig, was die Pfeile eigentlich bedeuten. Es sind jedenfalls keine Abbildungen im mathematischen Sinne, d.h. keine Morphismen, denn niemand würde im Ernst behaupten, dass eine Person auf ein Objekt und dieses auf einen Zeichenträger abgebildet würde. Der erste Pfeil, also der in $(\mathcal{I} \rightarrow \Omega)$, bedeutet ja praktisch eine Selektion, aber der zweite Pfeil, also der in $(\Omega \rightarrow \mathcal{M})$ bedeutet praktisch eine Substitution. Um korrekt zu sein, müsste also ZR wie folgt notiert werden

$\mathrm{ZR} = \mathrm{R}(\mathcal{I} \gg \Omega) \circ (\Omega \setminus \mathcal{M})$,

woraus man also nicht einmal die Konkatenierung der beiden Partialrelationen bewerkstelligen könnte. Von hier aus gesehen kommt man also zum schockierenden Schluss: Nimmt man die Peircesche Zeichendefinition ernst, kann es so etwas wie seine Zeichenrelation gar nicht geben. Will man Zeichen dennoch definieren, muss man es anders machen.

3. Alternativ, und auch dies wurde in der Stuttgarter Semiotik gemacht, kann man statt vom Anfang vom Ende der Semiose ausgehen und den Zeichenbegriff bei der Definition des Zeichens selbst gebrauchen. Das ist nicht einmal so zirkulär wie es klingt. Man definiert dann z.B.

3.1. Der Mittelbezug ist der Bezug des Zeichens auf den Zeichenträger.

3.2. Der Objektbezug ist der Bezug des Zeichens auf das bezeichnete Objekt.

3.3. Der Interpretantenbezug ist der Bezug des Zeichens auf den Interpreten.

Hier wissen wir also, dass

$\mathrm{ZR} = (\mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{I})$

ist und erhalten deshalb:

3.1. $\mathrm{M} = \mathrm{R}(\mathrm{ZR} \leftrightarrow \mathcal{M})$

3.2. $\mathrm{O} = \mathrm{R}(\mathrm{ZR} \leftrightarrow \Omega)$

3.3. $\mathrm{I} = \mathrm{R}(\mathrm{ZR} \leftrightarrow \mathcal{I})$.

Allerdings kann man diese Definitionen so vereinfachen und zusammenfassen, dass wir am Ende wieder

$\mathrm{ZR} = (\mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{I}) = \mathrm{R}(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}) = \mathrm{R}(\mathrm{OR})$, also genau das gleiche, was wir schon im 1. Kapitel bzw. in Toth (2009), bekommen.

Wie aber, wenn wir die Verschachtelungsstruktur künstlich einführen? Wir könnten dann z.B. definieren:

3.1.‘ Der Mittelbezug ist der Bezug des Zeichens auf den Zeichenträger.

3.2.‘ Der Objektbezug ist der Bezug des Zeichens auf den Zeichenträger und das bezeichnete Objekt.

3.3.‘ Der Interpretantenbezug ist der Bezug des Zeichens auf den Zeichenträger, das bezeichnete Objekte und auf den Interpreten.

In diesem Fall bekommen wir

3.1. $M = R(ZR \leftrightarrow \mathcal{M})$

3.2. $O = R((ZR \leftrightarrow \mathcal{M}) \wedge (ZR \leftrightarrow \Omega))$

3.3. $I = R((ZR \leftrightarrow \mathcal{M}) \wedge (ZR \leftrightarrow \Omega) \wedge (ZR \leftrightarrow \mathcal{I}))$.

Hieraus folgt natürlich

$\mathcal{M} \subset \Omega \subset \mathcal{I}$,

bzw. präziser

$\mathcal{M} \subset (\mathcal{M} \subset \Omega) \subset (\mathcal{M} \subset (\mathcal{M} \subset \Omega) \subset \mathcal{I})$,

aber es folgt leider nicht

$M \subset O \subset I$,

sondern

$ZR \subset (ZR \subset ZR) \subset (ZR \subset (ZR \subset \Omega) \subset ZR)$,

d.h. ein vollkommener Unsinn. Wenn wir aber anders „Zeichen“ in den obigen Definitionen im Sinne von „M“ verstehen, müssen wir die Definition

$R(\mathcal{M}) \equiv M$

voraussetzen – wormit wir wieder am Anfang statt am Ende der Semiose stehen, d.h. wir gelangen zu exakt dem gleichen Resultat wie schon in Kap. 1

bzw. in Toth (2009). In Sonderheit können wir dann aber keine Verschachtelungen definieren.

4. Unsere kleine Studie hat also gezeigt:

4.1. Definieren wir das Zeichen vom Anfang der Semiose her, müssen wir die Relationen auf der Basis von OR einführen. Damit bekommen wir nie eine verschachtelte Zeichenrelation und weder Trichotomien noch Zeichenklassen noch andere Inklusionsschemata.

4.2. Definieren wir das Zeichen vom Ende der Semiose her, gelingt eine verschachtelte Definition von OR, aber wir bekommen eine paradoxe Kette von Inklusionen einer Zeichenrelation.

Auf beide Weisen gelangen wir also niemals zur Peirce-Bense-Semiotik. Der einzige saubere Weg, das Zeichen zu definieren, und zwar vermöge

$\mathrm{ZR} = \mathrm{R}(\mathcal{I} \gg \Omega) \circ (\Omega \setminus \mathcal{M})$

führt nicht einmal zu einer triadischen Zeichenrelation, sondern zu zwei unkonkatenierbaren dyadischen Objekt-Partialrelationen.

Bibliographie

Toth, Alfred,. Das grosse semiotische Paradox. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zeichenrelationen

1. Die sogenannte Peircesche Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

ist keine Zeichenrelation, denn M bleibt undefiniert, solange der materiale Zeichenträger $\mathcal{M}$ nicht eingeführt ist, O bleibt undefiniert, solange das reale bezeichnete Objekt Ω nicht eingeführt ist, und da I den Bedeutungskonnex, nicht aber den effektiven Zeichensetzer $\mathcal{I}$ betrifft, bleibt I selber und mit ihm das ganze Zeichen undefiniert, solange $\mathcal{I}$ nicht eingeführt ist.

2. In Toth (2009) wurde daher der Vorschlag gemacht, die Zeichenrelation wie folgt zu definieren:

$ZR = (R(\mathcal{M}), R(\Omega), R(\mathcal{I}))$

Dieser Ausdruck ist jedoch äquivalent zu

$ZR = R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$,

und somit ist

$ZR = R(OR)$.

Das bedeutet also, dass jede Zeichenrelation eine vollständige Objektrelation

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

voraussetzt, und dass jede vollständige Objektrelation in eine vollständige Zeichenrelation transformierbar ist.

3. Nun ist aber auch das sogenannte generative Zeichenschema

$ZR = (M \rightarrow O \rightarrow I)$,

das von Bense um die Mitte der 70er Jahre in die Semiotik eingeführt wurde, franwürdig. Nach Bense bedeuten die Pfeile zwischen den Kategorien in der obigen Anordnung (d.h. MOI), „dass (O) auf (M) und (I) auf (M) und (O) folgt“. Der Pfeil bezeichnet nun eine „Generierung“ (Walther 1979, S. 50). Allein, was wird hier generiert? Wird allen Erntes behauptet, der Mittelbezug generiere den Objektbezug, und beide zusammen den Interpretantenbezug? Das würde bedeuten, dass M primordial ist und ohne Zuhilfenahme des Interpretanten ein

Objekt generieren könnte, das es doch in Wahrheit bezeichnet und das vor dem Mittel primordial ist. Wenn schon, dann müsste man also entweder

$O \rightarrow M \rightarrow I$

oder wohl am besten

$I \rightarrow O \rightarrow M$

schreiben. Ersteres würde also bedeuten, dass zuerst das Objekt da ist, dass dann das Mittel zur Bezeichnung gewählt wird und dass am Schluss ein Zeichen entsteht, indem der Konnex geschlossen wird. Letzteres würde bedeuten, dass zuerst ein Interpretant vorhanden sein muss, dann ein Objekt, und dass erst dann ein Mittel selektiert werden kann. Trotzdem: mit „Generierung" im Sinne der generativen Grammatik (und hiervon ist der Terminus bezogen) hat das rein gar nichts zu tun.

4. Bei genauerem Besehen ist es auch so, dass die beiden Pfeile in allen 6 möglichen Permutationen der sog. Peirceschen Zeichenrelation R(M, O, I) immer völlig verschiedene Bedeutungen haben. In

4.1. $(M \rightarrow_1 O \rightarrow_2 I)$

substituiert ein M das O, und das O wird von I **selektiert** (denn es ist das Objekt, das bezeichnet werden soll). Hier haben wir also:

$\rightarrow_1 \equiv$ SUB, d.h. $(M \rightarrow_1 O) = (O \text{ SUB } M)$

$\rightarrow_2 \equiv$ SEL, d.h. $(O \rightarrow_1 I) = (I \text{ SEL } O)$.

Damit ist also

$(M \rightarrow_1 O \rightarrow_2 I) \equiv (O \text{ SUB } M), (I \text{ SEL } O)$

4.2. $(M \rightarrow_1 I \rightarrow_2 O)$

Hier **selektiert** I das M und **bildet** es auf O **ab**. Anders kann man hier nicht interpretieren, d.h. wird haben zunächst

$(M \rightarrow_1 I \rightarrow_2 O) = (M \rightarrow_1 I) \circ I \rightarrow_2 O)$,

d.h. es ist

$(M \rightarrow_1 I \rightarrow_2 O) \equiv (I \text{ SEL } M) \circ (M \text{ MAP } O)$

4.3. $(O \rightarrow_1 I \rightarrow_2 M)$

Hier **selektiert** I ein O und **kreiert** ein M, d.h. wir haben

$(O \rightarrow_1 I \rightarrow_2 M) \equiv$ (I SEL O), (I KRE M)

4.4. $(O \rightarrow_1 M \rightarrow_2 I)$

Hier **substituiert** M das O und I **selektiert** ein M, d.h. wir haben

$(O \rightarrow_1 M \rightarrow_2 I) \equiv$ (O SUB M), (I SEL M)

Die Frage ist hier allerdings, warum I ein M selektieren muss, nachdem es in der vorgängigen Substitution bereits vorausgesetzt wird.

4.5. $(I \rightarrow_1 O \rightarrow_2 M)$

Hier **selektiert** I ein O und I **bildet** es auf ein M ab, d.h. wir haben

$(I \rightarrow_1 O \rightarrow_2 M) \equiv$ (I SEL O) $\circ$ (O MAP M)

4.6. $(I \rightarrow_1 M \rightarrow_2 O)$

Hier **kreiert** I ein M und I **bildet** es auf ein O ab, d.h. wir haben

$(I \rightarrow_1 M \rightarrow_2 O) \equiv$ (I KRE M) $\circ$ (M MAP O).

Zusammenfassend haben wir also

1. $(M \rightarrow_1 O \rightarrow_2 I) \equiv$ (O SUB M), (I SEL O)
2. $(M \rightarrow_1 I \rightarrow_2 O) \equiv$ (I SEL M) $\circ$ (M MAP O)
3. $(O \rightarrow_1 I \rightarrow_2 M) \equiv$ (I SEL O), (I KRE M)
4. $(O \rightarrow_1 M \rightarrow_2 I) \equiv$ (O SUB M), (I SEL M)
5. $(I \rightarrow_1 O \rightarrow_2 M) \equiv$ (I SEL O) $\circ$ (O MAP M)
6. $(I \rightarrow_1 M \rightarrow_2 O) \equiv$ (I KRE M) $\circ$ (M MAP O),

d.h. wir können nur 3 der 6 Paare von dyadischen Relationen zu Triaden konkatenieren, nämlich

2. $(M \rightarrow_1 I \rightarrow_2 O) \equiv$ (I SEL M) $\circ$ (M MAP O)

5. $(I \rightarrow_1 O \rightarrow_2 M) \equiv$ (I SEL O) $\circ$ (O MAP M)

6. $(I \rightarrow_1 M \rightarrow_2 O) \equiv (I\ KRE\ M) \circ (M\ MAP\ O)$

und das führt also zu den Zeichenrelationen

$ZR2 = R(\mathcal{I} \succ \mathcal{M} \rightarrow \Omega)$

$ZR5 = R(\mathcal{I} \succ \Omega \rightarrow \mathcal{M})$

$ZR6 = R(\mathcal{I} \gg \mathcal{M} \rightarrow \Omega)$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Das grosse semiotische Paradox II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die totum pro parte-Relation

1. Dass ein Zeichen ein realer Teil seines bezeichneten Objektes ist, ist genügend bekannt aus dem Gebiet der natürlichen Zeichen: So ist etwa die Eisblume ein realer Teil des frostigen Klimas, das Bellen ein Teil des Hundes (allerdings auch anderer Caniden), Blitz und Donner sind Teile eines Unwetters. Auch bei Anzeichen gilt, dass ein Symptom selbst zur Krankheit, die es anzeigt, steht, d.h. ebenfalls ihr realer Teil ist. Ferner ist natürlich jedes Gedankenzeichen insofern ein Teil seines bezeichneten Objektes, als es sich in meinem einen Kopf befindet, oder, weniger unwissenschaftlich ausgedrückt: dieselbe neuronale Substanz als Träger hat. Wenn man sich ferner auf den Standpunkt stellt, dass es ja nur eine Ontologie bzw. einen ontologischen Raum gibt (vgl. Bense 1975, S. 65 f.), dem also alle bezeichneten Objekte notwendig anghören, dann gehören ihr ebenso notwendig auch ihre materialen Zeichenträger im Rahmen einer Objektrelation an. Schliesslich und endlich ist es sogar so, dass, rein relationentheoretisch gedacht, beim Peirceschen Zeichen jedes Mittel ein Teil des Objektes, und jedes Objekt ein Teil des Interpretanten ist, insofern jede monadische Partialrelation in jeder dyadischen und jede dyadische in jeder triadischen eingeschlossen ist (vgl. Bense 1979, S. 53, 67). Trotzdem darf man darauf natürlich nicht den Schluss ziehen, dass z.B. die Lautqualität eines Wortes ein Teil des Objekt- und Interpretantenbezugs dieses Wortes sei.

2. Die formalen Strukturen für die oben angeführten Beispiele sind also im Bereich der Objektrelationen

$(\mathcal{M} \subset \Omega)$

und im Bereich der Zeichenrelationen

$(\mathrm{M} \subset \mathrm{O})$.

Wie steht es aber mit den konversen Relationen, d.h. mit

$(\mathcal{M} \supset \Omega)$

und

$(\mathrm{M} \supset \mathrm{O})$?

Zunächst ist festzuhalten, dass ($\mathcal{M} \supset \Omega$) selten ist, und zwar deshalb, weil eine der praktischen Funktionen des Zeichens darin besteht, sperrige, grosse, unbewegliche usw. Objekte durch Substitution beweglich, mobil, klein, handlich und dgl. zu machen. (Niemand erklärt die Zugspitze zum Zeichen für den Deutschland-Tourismus, so dass alle Touristen zu ihr hinreisen müssten, um das Objekt-Zeichen zu sehen. Selbst ein Werbeclip wird so gross gewählt werden, dass man sein Signet noch gut erkennen kann, aber so klein, dass man ihn an sein Revers heften kann, d.h. man wird also nicht einen Clip entwerfen von der Grösse des menschlichen Oberkörpers o.ä.). Trotzdem sind vor allem die von Eco (1977, S. 63) angeführten ostensiven Zeichen oft Belege für Totum pro parte-Relationen, weil hier ganze Objekte als Zeichensubstitute, d.h. in Umkehrung des Normalen, verwendet werden. Z.B. winke ich mit einer Zigarettenschachtel vor der Bedienung in einer Bar herum, wenn ich Zigaretten möchte. (Streng genommen herrscht hier allerdings eine 1:1-Beziehung, denn die leere Schachtel wird ja einfach durch eine volle ersetzt werden. Trotzdem halte ich keine einzelne Zigarette, sondern eben die ganze Schachteln hoch.)

Häufiger sind Belege für Totum pro parte-Relationen unter den Zeichen, v.a. in der zum sprachlichen Teil der Semiotik gehörigen Stilistik und Rhetorik, wo sie z.T. als Metonymnien und als Synekdochen auftreten. Beispiele: „Wir sind Papst"; „Weg mit der Chemie" (statt: den chemischen Produkten); „ein Haus führen" bzw. „den Haushalt" führen (obwohl vielleicht nur eine Wohnung besorgt wird); „Raubkatze" (für den Tiger); „Rebensaft" (für den Wein); Gebrauch des Pluralis maiestatis und modestiae, usw. Bemerkenswert ist, dass, obwohl hier das Ganze synonym, d.h. als bedeutungsgleich mit einem Teil davon genommen wird, das Ganze und die Teile dennoch nicht austauschbar sind, d.h., wenn ausgetauscht, zu ungrammatischen Sätzen führen; vgl.

*Unser tägliches Nahrungsmittel gib uns heute. (ppT $\rightarrow$ Tpp)

* Unser tägliches Butterbrot gib uns heute. (Tpp $\rightarrow$ PpT)

Er sprach dem Rebensaft solange zu, bis er vom Stuhl fiel. (PpT $\rightarrow$ TpP)

*Er sprach dem Traubensaft solange zu, bis er vom Stuhl fiel. (TpP $\rightarrow$ PpT)

Das gilt also nicht nur für den Ersatz von TpP durch PpT, sondern auch umgekehrt.

Während „Sie tauschten Ringe“ dasselbe bedeutet wie „Sie heirateten“, ist der zweite der folgenden Sätze ungrammatisch:

Sie tauschten Ringe; beide waren aus Weissgold.

*Sie heirateten; beide waren aus Weissgold.

Interessant sind auch Fälle wie die folgenden:

Hans wohnt in einem Haus mit Garten.

*Hansens Bett steht in einem Haus mit Garten.

Nach seiner Scheidung zog Hans in ein Mehrfamilienhaus.

*Nach seiner Scheidung kochte Hans in einem Mehrfamilienhaus.

Hans lebt nun in einem wärmeren Klima.

*Hans schläft nun in einem wärmeren Klima.

Im Grunde drücken also die sinnlos gewordenen Konversen aus, dass die ursprünglichen Inklusionen gar nicht umkehrbar sind, d.h. die Bezeichnung- und die Bedeutungsfunktionen sind nicht umkehrbar.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Eco, Umberto, Zeichen. Frankfurt am Main 1977

Link, Jürgen, Literaturwissenschaftliche Grundbegriffe. 2. Aufl. München 1979