Prof. Dr. Alfred Toth

Theorie der Relationalzahlen

SemTechLab

Vorwort

Relationalzahlen sollten nicht mit den von Bense definierten Relationszahlen verwechselt werden, welche "Zeichen als Konnexe" sind. Allerdings sind Relationalzahlen bereits in der Bense-Semiotik vorhanden, insofern dort zwischen triadischen Haupt- und trichotomischen Stellenwerten der Repräsentationsschemata (Subzeichen, Zeichenklassen, Realitätsthematiken) differenziert wird, also ein 2-stufiges Einbettungsschema vorausgesetzt wird. Explizit wurden Relationalzahlen allerdings erst viel später eingeführt, als ich die prinzipielle Subjektabhängigkeit von Objekten und die prinzipielle Objektabhängigkeit von Subjekten innerhalb der Repräsentationslogik einführte. Definiert man eine Peanozahl P als ortsabhängig, d.h. $P = f(\omega)$, dann kann man zeigen, daß die eine, lineare, Peanozählweise, ersetzt werden muß durch drei neue Zählweisen, die adjazente, die subjazente und die transjazente. In der semiotischen Matrix entsprechen ihr die trichotomische, die triadische und die diagonale Zählung. Theoretisch können dabei Zeichenzahlen unendlich eingebettet sein, d.h. es können Einbettungshierarchien aus herkömmlichen Zeichenschemata durch einen Einbettungsoperator E erzeugt werden. Eine solche, also nicht nur von einem Ort ω, sondern auch von einer Einbettungsstufe σ funktional abhängige Zeichenzahl der Form $P = f(\omega, \sigma)$ ist eine qualitative Zahl, weil sie die Ortskonstanten des von ihr zugleich gezählten und bezeichneten Objektes "mitführt", wie sich Bense ausgedrückt hätte.

Obwohl eine vollständige Theorie der Relationalzahlen noch längst nicht ausgearbeitet ist, sollen im vorliegenden Band einige wichtige bisher veröffentlichte Ergebnisse zusammengefaßt dargestellt werden.

Tucson, AZ, 15.8.2019 Prof. Dr. Alfred Toth

Relationale Einbettungszahlen

1. Die über den dyadischen Partialrelationen

$\omega := (A \to I)$

$[\omega, 1] := ((A \to I) \to A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \to I) \to A) \to I)$

definierbare triadische systemtheoretische Zeichenklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

(Toth 2012) weist im Grunde nur die eine Abbildung ω, allerdings in drei verschiedenen Einbettungsstufen, auf, die man durch [ω], [[ω]], [[[ω]]] kennzeichnen könnte. Damit kann man allerdings die theoretisch unendlich vielen Einbettungen durch einen einzigen indizierten Einbettungsoperator definieren. Da ferner ω nur ein Spezialfall für eine theoretisch beliebige Abbildung zwischen den beiden Gliedern einer beliebigen Dichotomie ist, wollen wir nun definieren. Sei

$D := [a, b]$

eine beliebige Dichotomie und

$1 := a(b) = b \to a$

eine beliebige Abbildung der Glieder von D. Ferner bedeute „1", daß diese Abbildung eine „Oberflächenabbildung" sei, d.h. daß die Einbettungsstufe 0 vorliege:

$1 = [1_0] := 1_0$.

Damit können wir das obige systemtheoretische semiotische Minimalsystem wie folgt notieren

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie (wie in meinen letzten Arbeiten gezeigt) zurückführen, sondern die letztere durch Paar

RE = $<1, {}_n]>$,

bestehend aus einer Abbildung 1 und einem n-stufigen Einbettungsoperator ${}_n]$ definieren und nennen dieses Paar RE eine RELATIONALE EINBETTUNGSZAHL.

2. Was haben wir mit dieser weiteren Abstraktion erreicht? War die Rückführung der Peirce-Benseschen Zeichenrelation ZR = (M, O, I) auf die systemtheoretische Zeichenrelation ZR = (1, (1, 2), ((1, 2), 3)) mit „Verlängerung" für n-adische Relationen ZR^n = (1, (1, 2), ((1, 2), 3), (((1, 2), 3)), 4), ...) und der Ersetzung der qualitativ definierten Partialrelationen bzw. semiotischen Funktionen durch allgemeinere systemtheoretische Abbildungen die Verabschiedung des substantiellen Rests der ansonsten relationalen Zeichenrelation ZR = (M, O, I), so werden durch die Einführung der relationalen Einbettungszahlen nun auch noch die letzten statischen Momente der Relation ZR^n durch Morphismen ersetzt und somit die systemtheoretische Basis der Zeichenrelation ZR^n selbst so weit wie nur möglich verallgemeinert.

Damit haben wir also ein TRIPARTITES SEMIOTISCHES SYSTEM vor uns: Wir geben nachstehend für jede der 10 Peirce-Benseschen Zeichenklassen zunächst die traditionelle Notation in Form der semiotischen Kategorien, dann die systemtheoretischen Entsprechungen und hernach ihre Transformationen in Teilsysteme relationaler Einbettungszahlen. (Da die Realitätsthematiken ja dual zu ihren Zeichenklassen sind, erübrigt sich hier ihre gesonderte Darstellung.)

1. Zkl = (3.1 2.1 1.1) → S_1 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ω) (ω, ω)) →
   RE = $[[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 1]]$.

2. Zkl = (3.1 2.1 1.2) → S_2 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ω) (ω, (ω, 1)))
   RE = $[[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 2]]$.

3. Zkl = (3.1 2.1 1.3) → S_3 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ω) (ω, ((ω, 1), 2))) →
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 3]].

4. Zkl = (3.1 2.2 1.2) → S_4 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, (ω, 1))) →
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 2]].

5. Zkl = (3.1 2.2 1.3) → S_5 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, ((ω, 1), 2))) →
RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

6. Zkl = (3.1 2.3 1.3) → S_6 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2)))
→ RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

7. Zkl = (3.2 2.2 1.2) → S_7 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, (ω, 1))) →
RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 2], [1, 2]].

8. Zkl = (3.2 2.2 1.3) → S_8 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), (ω, 1)) (ω, ((ω, 1), 2)))
→ RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

9. Zkl = (3.2 2.3 1.3) → S_9 = ((((ω, 1), 2), (ω, 1)) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 2], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

10. Zkl = (3.3 2.3 1.3) → S_{10} = ((((ω, 1), 2), (((ω, 1), 2)) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2))) → RE = [[1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3], [1, 3]].

Die Konstanz der Struktur [[1_{-3}, -], [1_{-2}, -], [1, -]] erweckt hier den Eindruck der Redundanz der RE. Das ändert sich jedoch schnell, wenn man die Permutation der Partialrelationen zuläßt, wie dies z.B. bereits Bense bei seiner Definition der Realitätsthematiken, Kommunikations- und Kreationsschemata getan hatte. Dann erhalten wir also z.B. für das obige Teilsystem 10 die folgenden 6 Möglichkeiten:

[[1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3], [1, 3]], [[1_{-3}, 3], [1, 3], [1_{-2}, 3]], [[1_{-2}, 3], [1_{-3}, 3], [1, 3]], [[1_{-2}, 3], [1, 3], [1_{2}, 3]], [[1, 3], [1_{-3}, 3], [1_{-2}, 3]], [[1, 3], [1_{-2}, 3], [1_{3}, 3]].

Ferner sollte man sich bewußt sein, daß die Anwendung systemtheoretischer Relationen gerade in komplexen Zeichenklassen nicht in der Form diskreter semiotischer Repräsentationssysteme geschieht, so daß solche in mannigfacher

Kombination auftreteten, d.h. die ursprüngliche triadisch-retrosemiosische Struktur der Peirce-Benseschen Zeichenklassen kann durch Einfügung einer beliebigen Anzahl beliebiger Partialrelationen unterbrochen, überbrückt und noch anders modifiziert werden. Ferner kommen nach der Definition von ZR^n ja nicht nur triadische, sondern auch höherstufige Relationen vor. Zusammen mit den Permutationsmöglichkeiten ergeben sich damit hochgradisch komplexe semiotische Zeichenstrukturen, Zeichensysteme und Zeichenprozesse, bei denen die scheinbare Konstanz der RE, wie sie für den Grenzfall der triadischen Repräsentationssysteme erscheint, die einzige Möglichkeit der Gliedern in Typen (via triadische und trichotomische Werte, d.h. Abbildungen) und Stufen (via Einbettungen) darstellt.

Literatur

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Relationale Einbettungen von Paaren dyadischer Relationen

1. Die von Bense (1975, S. 1005) eingeführte große semiotische Matrix beruht auf Paaren dyadischer Partialrelationen der Form ((a.b), (c.d)) mit a, ..., d $\in$ {1, 2, 3}. Entsprechend werden in über der großen Matrix konstruierten semiotischen Repräsentationsklassen deren Dyaden durch Paare von Dyaden ersetzt. Geht man nun von dem in Toth (2012a) eingeführten 4-partiten Zeichenmodell mit den parametrischen Relation [± Innen] und [± Vordergrund] aus

	V	H
A	AV	AH
I	IV	IH,

dann muß diese "systemische" Matrix für Paare dyadischer Relation durch die folgende erweiterte Matrix ersetzt werden:

	AV	AH	IV	IH
AV	AVAV	AVAH	AVIV	AVIH
AH	AHAV	AHAH	AHIV	AHIH
IV	IVAV	IVAH	IVIV	IVIH
IH	IHAV	IHAH	IHIV	IHIH

2. Nun haben semiotische Vordergrunds-Perspektivierungen die Form Peirce-Bensescher Zeichenthematiken

V = [ω, [ω, 1], [[ω, 1], 2]]

und semiotische Hintergrunds-Perspektivierungen demzufolge die Form Peirce-Bensescher Realitätsthematiken

H = $\times$[ω, [ω, 1], [[ω, 1], 2]] = [[2, [1, ω]], [1, ω], ω], und da das Innen durch die Thematisationen der logisch-epistemischen Relationen des subjektiven und objektiven Subjektes

I = ([[ω, 1], 2]], [ω])

und das Außen durch die Thematisationen der logisch-epistemischen Relation des (objektiven) Objektes

A = ([ω, 1])

semiotisch repräsentiert werden, können wir also die Dyadenpaare der erweiterten systemischen Matrix nun wie folgt darstellen

AVAV := ([ω, 1])

AVAH := ([ω, 1]), [1, ω])

AVIV := ([ω, 1]), ([[ω, 1], 2]], [ω]))

AVIH := ([ω, 1]), (([ω], [[2, [1, ω]])

AHAV := ([1, ω], [ω, 1])

AHAH := ([1, ω], [1, ω])

AHIV := ([1, ω], ([[ω, 1], 2]], [ω]))

AHIH := ([1, ω], (([ω], [[2, [1, ω]])

IVAV := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [ω, 1])

IVAH := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [1, ω])

IVIV := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [[ω, 1], 2]], [ω])

IVIH := ([[ω, 1], 2]], [ω]], [[2, [1, ω]])

IHAV := ([[2, [1, ω]], [ω, 1])

IHAH := ([[2, [1, ω]], [1, ω])

IHIV := ([[2, [1, ω]], ([[ω, 1], 2]], [ω])

IHIH := ([[2, [1, ω]], [[2, [1, ω]])

Man kann diese relationalen Einbettungen nun weiter vereinfachen bzw. abstrahieren, indem man die in Toth (2012b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen verwendet, für die gilt

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

Die dualen RE können wir somit wie folgt definieren

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

und diese Definitionen genügen zur Konversion von Dyadenpaaren der großen semiotischen Matrix in relationale Einbettungszahlen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Eine neue, 4-partite Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Komplexe relationale Einbettungszahlen

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

sowie ihre dualen

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

können leicht zu einem komplexen Zeichenzahlenkalkül (vgl. Toth 2012b, c) ausgebaut werden. Dazu definieren wir

$\omega = (A \rightarrow I)$

$- \omega = (A \rightarrow -I)$

Somit gilt

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

und man hat also die allgemeinen Formen dyadischer Partialrelationen für alle vier Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.). Die 10 Hauptdualsysteme einer systemischen Semiotik lassen sich damit in den folgenden expliziten Formen notieren:

1. Zkl = (±3.±1 ±2.±1 ±1.±1) → S_1 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), ±ω) (±ω, ±ω)) → RE = [[$±1_{-3}$, ±1], [$±1_{-2}$, ±1], [±1, ±1]].

2. Zkl = (±3.±1 ±2.±1 ±1.±2) → S_2 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), ±ω) (±ω, (±ω, ±1))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±1], [$±1_{-2}$, ±1], [±1, ±2]].

3. Zkl = (±3.±1 ±2.±1 ±1.±3) → S_3 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), ±ω) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±1], [$±1_{-2}$, ±1], [±1, ±3]].

4. Zkl = (±3.±1 ±2.±2 ±1.±2) → S_4 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, (±ω, ±1))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±1], [$±1_{-2}$, ±2], [±1, ±2]].

5. Zkl = (±3.±1 ±2.±2 ±1.±3) → S_5 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 2], [1, 3]].

6. Zkl = (±3.±1 ±2.±3 ±1.±3) → S_6 = ((((±ω, ±1), ±2), ±ω) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±1], [$±1_{-2}$, ±3], [±1, ±3]].

7. Zkl = (±3.±2 ±2.±2 ±1.±2) → S_7 = ((((±ω, ±1), ±2), (±ω, ±1)) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, (±ω, ±1))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±2], [$±1_{-2}$, ±2], [±1, ±2]].

8. Zkl = (±3.±2 ±2.±2 ±1.±3) → S_8 = ((((±ω, ±1), ±2), (±ω, ±1)) ((±ω, ±1), (±ω, ±1)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±2], [$±1_{-2}$, ±2], [±1, ±3]].

9. Zkl = (±3.±2 ±2.±3 ±1.±3) → S_9 = ((((±ω, ±1), ±2), (±ω, ±1)) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±2], [$±1_{-2}$, ±3], [±1, ±3]].

10. Zkl = (±3.±3 ±2.±3 ±1.±3) → S_{10} = ((((±ω, ±1), ±2), (((±ω, ±1), ±2)) ((±ω, ±1), ((±ω, ±1), ±2)) (±ω, ((±ω, ±1), ±2))) → RE = [[$±1_{-3}$, ±3], [$±1_{-2}$, ±3], [±1, ±3]].

Literatur

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Komplexe Zeichenzahlen in einer intrinsischen Semiotik. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Differentiation und Integration systemischer Chreoden

1. Wir gehen aus von den folgenden Definitionen systemtheoretischer Abbildungen (Toth 2012a):

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$.

Nach diesen Definitionen gelten also folgende semiotischen Ableitungen (Toth 2012b):

$f([[\omega, 1], 1])' = [\omega, 1]$

$f([\omega, 1])' = \omega$.

2. Nun übernehmen wir zusätzlich die in Toth (2012c) gegebenen Definition relationaler Einbettungszahlen:

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$	$[1, \omega] := {}_{-1}1$
$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,	$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$
$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$	$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$

3. Nach Toth (2012d) gibt es folgende Chreoden des vollständigen systemischen semiotischen Dualsystems:

$\chi(V_1, H_1) = (\omega, \omega) = [1, 1]$

$\chi(V_2, H_2) = (((\omega, 1), \omega)\ (\omega, (\omega, 1))) = [[1_{-1}, 1], [1, 2]]$

$\chi(V_3, H_3) = ((((\omega, 1), 2), \omega), (\omega, ((\omega, 1), 2))) = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]$

$\chi(V_4, H_4) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = [1_1, 2]$

$\chi(V_5, H_5) = ((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), (\omega, 1))\ (\omega, ((\omega, 1), 2))) = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2], [1, 3]]$

$\chi(V_6, H_6) = ((((\omega, 1), 2), \omega), (\omega, ((\omega, 1), 2))) = \chi(V_3, H_3) = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]$

$\chi(V_7, H_7) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = \chi(V_4, H_4) = [1_1, 2]$

$\chi(V_8, H_8) = (((\omega, 1), (\omega, 1))) = \chi(V_7, H_7) = \chi(V_4, H_4) = [1_1, 2]$

$\chi(V_9, H_9) = ((((\omega, 1), 2), (\omega, 1)), ((\omega, 1), ((\omega, 1), 2))) = [[1_{-2}, 2], [1_{-1}, 3]]$

$\chi(V_{10}, H_{10}) = (((\omega, 1), 2), (((\omega, 1), 2)) = [1_{-2}, 3]$.

Aus praktischen Gründen beschränken wir uns hier auf Ableitungen der 1. Stufe:

$(\chi(V_1, H_1))' = [1, 1]' = [1, 1]$

$(\chi(V_2, H_2))' = [[1_{-1}, 1], [1, 2]]' = [[1_{-1}, 1], [1, 1]]$

$(\chi(V_3, H_3))' = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]' = [[1_{-2}, 1], [1, 2]]$

$(\chi(V_4, H_4))' = [1_1, 2]' = [1_{-1}, 1]$

$(\chi(V_5, H_5))' = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2], [1, 3]]' = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2], [1, 2]]$

$(\chi(V_6, H_6))' = [[1_{-2}, 1], [1, 3]]' = [[1_{-2}, 1], [1, 2]]$

$(\chi(V_7, H_7))' = [1_1, 2]' = [1_{-1}, 1]$

$(\chi(V_8, H_8))' = [1_1, 2]' = [1_{-1}, 1]$

$(\chi(V_9, H_9))' = [[1_{-2}, 2], [1_{-1}, 3]]' = [[1_{-2}, 2], [1_{-1}, 2]]$

$(\chi(V_{10}, H_{10}))' = [1_{-2}, 3]' = [1_{-2}, 2]$

Wie soll man also die bereits auf 1. Ableitungsstufe auftretenden Koinzidenzen interpretieren? Da Chreoden ja als nicht-leere Schnittmengen der Repräsentationssysteme und ihrer Dualen definiert sind, kann man hier rein arithmetisch an eine semiotische Entsprechung der kleinen gemeinschaftlichen Vielfachen denken.

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Eine neue, 4-partite Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Semiotische Chreoden von Vorder- und Hintergrund. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Umgebungen relationaler Einbettungszahlen

1. Wir gehen aus von den in Toth (2012a, b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen. Gegeben sei eine beliebige Dichotomie

D := [a, b]

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$1 := a(b) = b \rightarrow a$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet $[1\ _n]$ eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$1 = [1_0] := 1_0$.

Eine relationale Einbettungszahl (REZ) ist somit ein Paar

$RE = <1,\ _n]>$.

Damit lassen sich die Partialrelationen der systemischen Repräsentationsklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

wie folgt definieren

$\omega := 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie verallgemeinern, sondern die letztere allein durch eine Abbildung und einer Hierarchie von Einbettungen formalisieren.

2. Wenn wir nun im Anschluß an Bense (1975, S. 97 ff.) semiotische Umgebungen (vgl. auch Walther 1979, S. 129 ff.) auf der Basis der REZ definieren wollen, dann liegt es auf der Hand, zwischen relationaler Umgebung einerseits und Einbettungs-

Umgebung andererseits zu unterscheiden. Transformieren wir die kleine semiotische Matrix Benses in eine REZ-Matrix

$$\begin{array}{lll} [1, 1] & [1, 2] & [1, 3] \\ [1_{-1}, 1] & [1_{1}, 2] & [1_{-1}, 3] \\ [1_{-2}, 1] & [1_{2}, 2] & [1_{-2}, 3], \end{array}$$

dann haben wir also zwei teilweise überlappenden partielle Umgebungssysteme. Die relationalen Umgebungen rU(REZ):

$$\begin{array}{lll} [1, \boxed{1}] & [1, \boxed{2}] & [1, \boxed{3}] \\ [1_{-1}, \boxed{1}] & [1_{1}, \boxed{2}] & [1_{-1}, \boxed{3}] \\ [1_{-2}, \boxed{1}] & [1_{2}, \boxed{2}] & [1_{-2}, \boxed{3}], \end{array}$$

Die Einbettungs-Umgebungen eU(REZ):

$$\begin{array}{lll} [\boxed{1}, 1] & [\boxed{1}, 2] & [\boxed{1}, 3] \\ [\boxed{1_{-1}}, 1] & [\boxed{1_{1}}, 2] & [\boxed{1_{-1}}, 3] \\ [\boxed{1_{-2}}, 1] & [\boxed{1_{2}}, 2] & [\boxed{1_{-2}}, 3], \end{array}$$

Wie man sieht, ist rU(REZ) $\cap$ eU(REZ) = Ø, v.a. aber sind die eU sowohl nach n-aden als auch nach n-tomien getrennt, bilden also im Gegensatz zu den rU nicht einmal partiell zusammenhängende topologische Räume.

Von hier aus ergibt sich auch ein nicht-trivialer semiotischer Nachbarschaftsbegriff. Setzen wir N für den Nachbarschaftsoperator, dann gilt offenbar, daß für jedes $x \in$ rU(REZ) auch immer ($y \in$ eU) $\subset$N(x) gilt, wobei diese Relation nie reflexiv sein kann, d.h. der Fall x = y ist ausgeschlossen, oder informell ausgedrückt: Ein Element der relationalen Umgebung kann niemals gleichzeitig auch der Einbettungsumgebung angehören – und vice versa.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettung von Paaren dyadischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Ein 2-dimensionales semiotisches Maß

1. Wir gehen wiederum aus von den in Toth (2012a-c) eingeführten relationalen Einbettungszahlen. Gegeben sei eine beliebige Dichotomie

D := [a, b]

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

$1 := a(b) = b \rightarrow a$

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet [1_n] eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$1 = [1_0] := 1_0$.

Eine relationale Einbettungszahl (REZ) ist somit ein Paar

RE = <1, $_n$]>.

Damit lassen sich die Partialrelationen der systemischen Repräsentationsklasse

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

wie folgt definieren

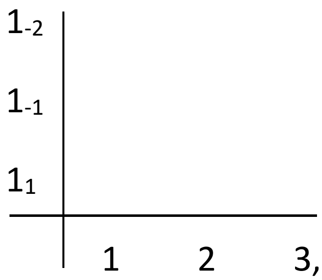
$\omega := 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$.

2. Die von Bense (1981, S. 85 ff.) im Zusammenhang mit der funktionalen Konzeption der Semiotik eingeführten Repräsentationswerte erhält man einfach dadurch, daß man die Quersummen der Haupt- und Stellenwerte jeder dyadischen Teilrelation einer triadischen Zeichenrelation bildet. Hier wird also vor allem davon abgesehen, ob eine semiotische Zahl einer Triade (allgemein: n-ade) oder eine Trichotomie (allgemein: n-tomie) angehört. Führen wir nun eine (kardinale)

Maßzahl für die REZ ein, dann muß die Tatsache berücksichtigt werden, daß eine REZ eine 2-dimensionale Zahl ist, denn sie läßt sich in einer Zahlenebene wie der folgenden darstellen



deren Abszisse die trichotomischen Relationalzahlen und deren Ordinate die triadischen Einbettungszahlen enthält. Nehmen wir als Beispiel das vollständige systemisch-semiotische Repräsentationssystem der 6. Zkl des Peirceschen Dual-systems

6. Zkl = (3.1 2.3 1.3) → S_6 = ((((ω, 1), 2), ω) ((ω, 1), ((ω, 1), 2)) (ω, ((ω, 1), 2)))
→ RE = [[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 3], [1, 3]],

dann ist Rpw(3.1 2.3 1.3) = 13, aber für den absoluten Betrag der reationalen Einbettungszahlen (mit Relationalzahlen RZ und Einbettungszahlen EZ) gilt

|REZ| = (RE, EZ)

max(RZ) = 3 max(EZ) = 1_{-2}

min(RZ) = 1 min(EZ) = 1,

d.h. |REZ| ist durch das Quadrupel [max(RZ), min(RZ), max(EZ), min(EZ)] eindeutig bestimmt.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettung von Paaren dyadischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Umgebungen relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Systemische Zeichenoperationen und Zeichenstrukturen

1. Die Definition der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation von Peirce und Bense läßt, mindestens nach der sog. semiotischen „Basistheorie“ keine bedeutenden operativen und strukturellen Variationen zu: Es gibt, grob gesagt, eine Zeichenklasse der Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

und eine ihr duale Realitätsthematik der Form

×Zkl = Rth = (c.1 b.2 a.3),

d.h. es sind z.B. die Konversionen

K(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)

K(c.1 b.2 a.3) = (a.3 b.2 c.1)

gar nicht definiert, obwohl erst alle 4 Strukturen zusammen den bereits in der Peirce-Bense-Semiotik angelegten Strukturreichtum ausmachen.

2. Bisher unbekannte operative und strukturelle Komplexität bieten dagegen die in Toth (2012a) eingeführten systemischen Repräsentationsklassen, v.a. wenn man die in Toth (2012b) eingeführten relationalen Einbettungszahlen zu ihrer Darstellung verwendet:

1. $RS = [[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

$$\left.\begin{array}{l} 2.\ \times_1 RS = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]] \\ 3.\ \times_2 RS = [[c, 1], [b, {}_{-1}1], [a, {}_{-2}1]]] \end{array}\right\} \quad \text{Dualisationen}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4.\ K_1 RS = [[[c, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [a, 1]] \\ 5.\ K_2 RS = [[[c, {}_{-2}1], [b, {}_{-1}1], [a, 1]] \end{array}\right\} \quad \text{Konversionen}$$

Weiter ergibt sich die Möglichkeit, im Anschluß an Toth (2011), gerichtete REZ einzuführen. Damit erhält man

1. $RS = [[[1_{-2}, a^{\leftrightarrows}], [1_{-1}, b^{\leftrightarrows}], [1, c^{\leftrightarrows}]]$

$$\left.\begin{array}{l} 2.\ \times_1 RS = [[c^{\leftrightarrows}, 1], [b^{\leftrightarrows}, 1_{-1}], [a^{\leftrightarrows}, 1_{-2}]]] \\[1em] 3.\ \times_2 RS = [[c^{\leftrightarrows}, 1], [b^{\leftrightarrows}, {}_{-1}1], [a^{\leftrightarrows}, {}_{-2}1]]] \end{array}\right\} \text{Dualisationen}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4.\ K_1 RS = [[[c^{\leftrightarrows}, 1_{-2}], [b^{\leftrightarrows}, 1_{-1}], [a^{\leftrightarrows}, 1]] \\[1em] 5.\ K_2 RS = [[[c^{\leftrightarrows}, {}_{-2}1], [b^{\leftrightarrows}, {}_{-1}1], [a^{\leftrightarrows}, 1]] \end{array}\right\} \text{Konversionen}$$

Hinzukommen natürlich noch die Permutationen der Partialrelationen, d.h. für die Kategorien zur Peirce-Bense-Semiotik $\underline{P}$ = {(M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, O, M), (I, M, O)}; sie sind für die Semiotik natürlich alle nicht-isomorph zueinander und daher teilweise bereits in der Peirce-Bense-Semiotik definiert.

Literatur

Toth, Alfred, Gerichtete quadralektische Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Ein systemtheoretisches Kenose-Semiose-Modell

1. Die Notwendigkeit der Einbeziehung der Kenose neben der Semiose im Zeichengenese-Prozeß wurde bereits von Kaehr und Mahler (1993, S. 31 ff.) aufgezeigt. Wie in Toth (2012a) gezeigt, kann man die in Toth (2012b) eingeführte systemtheoretische Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

mittels relationaler Einbettungszahlen wie folgt notieren

$ZR_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$.

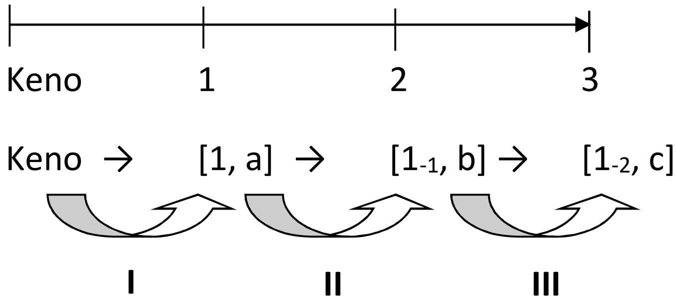
Sowohl in ZR_{sys} als auch in ZR_{REZ} befinden sich die Kontexturgrenzen zwischen den Glieder der Dichotomie [Außen, Innen] *innerhalb* der die ursprünglichen Kategorien ersetzenden Abbildungen, denn es gilt nach Toth (2012b)

$\omega = (A \rightarrow I)$

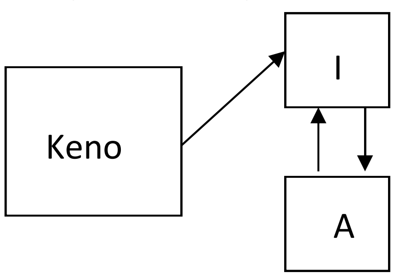
$[\omega, 1] = ((A \rightarrow I) \rightarrow A))$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I)$.

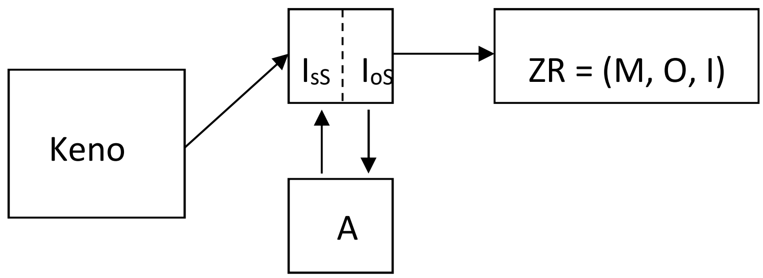
2. Daraus folgt aber, daß am Anfang dieses Prozesses nicht, wie in der Peirce-Bense-Semiotik (vgl. Bense 1967, S. 9), das Objekt, und an seinem Ende nicht das Zeichen steht, sondern vor der elementaren Abbildung $\omega = (A \rightarrow I)$ muß der Unter-Schied zwischen A und I bestehen, der erst ein System ermöglicht. Bedenkt man ferner, daß zwar die beiden Abbildungen ω und [[ω, 1], 1] als Codomänen I, die Abbildung [ω, 1] jedoch als Codomäne A hat, folgt, daß wir von einem Zeichengenese-Modell wie folgt ausgehen müssen



Der Transformationsprozeß I ist also die Etablierung des Unterschieds zwischen Außen und Innen, d.h. allgemein die Entstehung von Dichotomien und damit der Beginn der Gültigkeit der 2-wertigen Logik. Diese geht also auf jeden Fall der Semiotik vorauf. Die daran anschließenden fortlaufenden hierarchischen Einbettungen sind jedoch qualitativ heterogen, da, wie bereits erwähnt Einbettung II eine Objektsabbildung ist, wogegen die Abbildungen I und III Subjektabbildungen sind. Aus diesem Grunde kann also das Keno-Semiose-Modell nicht so, wie oben skizziert, linear sein, sondern es muß etwa wie das folgende Modell aussehen:



d.h. bei der Abbildung I von der Keno-Ebene auf die systemtheoretische Repräsentation potentiell zeichenhafter Relationen gibt es Subjektpriorität; die Objektabbildung ist also sekundär. Zu den Doppelpfeilen, welche die Abb. II und III des oberen Diagramms bezeichnen, sollte man sich ferner bewußt sein, daß sie bereits logisch-epistemisch differenziert sind, denn die Abb. II hat als Codomäne das objektive Subjekt, die Abb. III jedoch das subjektive Subjekt. Deshalb muß der oben nicht-unterteilte I-Bereich also logisch zweigeteilt sein, und wir bekommen nun folgendes Kenose-Semiose-Modell, in das wir gleiche die erweiterte Semiose einzeichnen



Dieses erweiterte Kenose-Semiose-Modell bringt v.a. zum Ausdruck, daß das Zeichen niemals direkt aus der Keno-Ebene generierbar ist und also erst des systemisches „Zwischenschrittes" bedarf, da bekanntlich nicht alles Systemische eo ipso zeichenhaft ist. Das bedeutet aber, daß dieser „Zwischenschritt" v.a. die Möglichkeit gibt, endlich die sog. Präsemiotik (vgl. Bense 1975, S. 65 f.; Bense 1981, S. 28 ff. [im Zus.hang m.d. der semiotischen Morphogenese]; Toth 2007a, b; 2008, S. 166 ff.) system-intern zu behandeln ohne artifizielle Konstrukte wie Zero-ness, ontologischen Raum, kategoriale Objekte u.ä. einführen zu müssen (vgl. auch Götz 1982, S. 4, 28). Die Objekte sind also genauso Konstrukte, nämlich Konsequenzen aus dem fundamentalen Akt der Subjekt-Objekt-Scheidung wie das Zeichen relativ zu seinem bezeichnenden Objekt, nur daß das Zeichen ein abgeleitetes Konstrukt ist, das ein primäres Konstrukt, d.h. sein bezeichnetes Objekt, referentiell substituiert, womit sich natürlich trotzdem Benses Bestimmung des Zeichens als eines „Metaobjektes" (1967, S. 9) aufrecht erhalten läßt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer Sicht. Diss. Stuttgart 1982

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen

1. Gegeben sei wiederum (vgl. Toth 2012) eine beliebige Dichotomie

D := [a, b]

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

1 := a(b) = b → a

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet [1 $_n$] eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

1 = [1_0] := 1_0.

Eine relationale Einbettungszahl (REZ) ist somit ein Paar

RE = <1, $_n$]>.

Damit lassen sich die Partialrelationen der systemischen Repräsentationsklasse

ZR_{sys} = [ω, [ω, 1], [[ω, 1], 1]]

wie folgt definieren

ω := 1

[ω, 1] = 1_{-1}

[[ω, 1], 1] = 1_{-2}.

2. Über der REZ-Relation

ZR_{REZ} = [ω, [ω, 1], [[ω, 1], 1]]

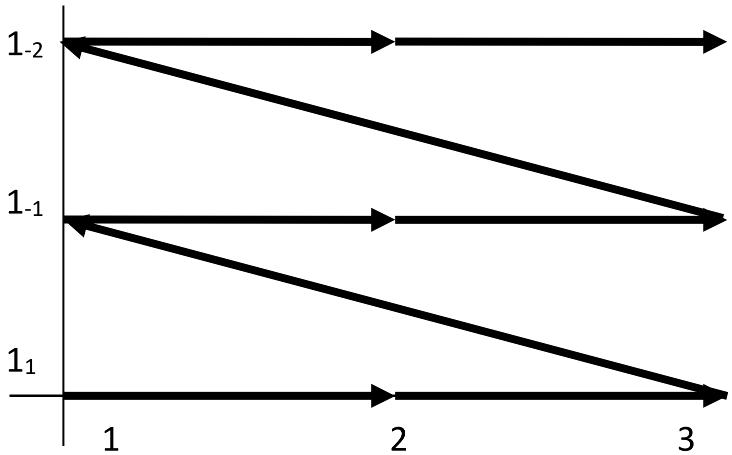
kann man nun die folgende (kleine) REZ-Matrix konstruieren

$[1, 1]$ $[1, 2]$ $[1, 3]$

$[1_{-1}, 1]$ $[1_1, 2]$ $[1_{-1}, 3]$

$[1_{-2}, 1]$ $[1_2, 2]$ $[1_{-2}, 3]$,

und die Zählweise der 9 RE-Zahlen wie folgt in einer Zahlenebene darstellen



Erweitert man die REZ z.B. durch Einbettung der bereits in Toth (2009) eingeführten semiotischen Dimensionszahlen, so daß man sog. Stiebing-Zahlen der Form REZ_{dim} := (a.b.c) mit a, c $\in$ {1, 2, 3} und b $\in$ $\{1_{-n}\}$ mit n > 1 erhält, erhält man statt der obigen planare Zeichenebene einen REZ-Stiebingraum.

Literatur

Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Dreidimensionale relationale Einbettungszahlen

1. Zur Definition relationaler Einbettungszahlen (REZ, vgl. Toth 2012a) benötigt man eine beliebige Dichotomie

D := [a, b]

und eine Abbildung, welche das eine Glied von D auf das andere abbildet

1 := a(b) = b → a.

Diese Abbildung 1 werde nun in eine potentiell unendliche Hierarchie von Stufen eingebettet [1 $_n$] eingebettet, wobei für die Grundstufe gilt

$1 = [1_0] := 1_0$.

Eine REZ ist somit ein Paar

REZ = <1, $_n$]>,

und eine triadische Relation über drei REZ ist also gegeben durch (vgl. Toth 2012b)

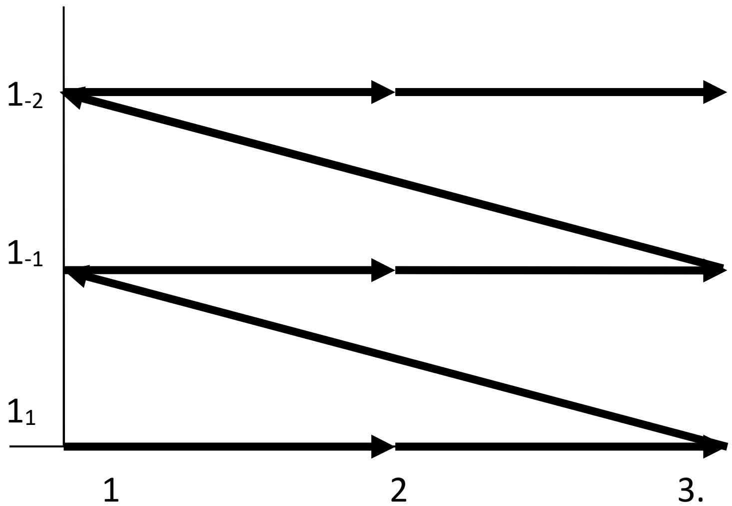
$^3R_{REZ} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$

mit ($\omega := 1$), ($[\omega, 1] = 1_{-1}$) und ($[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$).

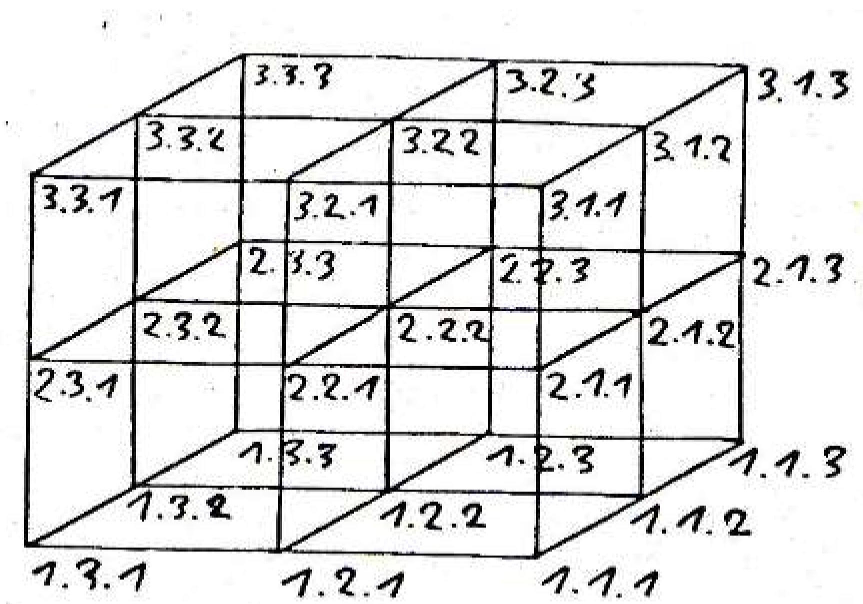
Damit erhält man zuerst das folgende System triadisch-trichotomischer Relationen

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

im Sinne flächiger (2-dimensionaler) REZ, die in Toth (2012c) wie folgt dargestellt worden waren



3. Will man die flächigen REZ zu räumlichen, d.h. 3-dimensionalen REZ erweitern, so kann man nach dem sog. Stiebingschen Zeichenkubus (Stiebing 1978, S. 77) vorgehen und also das folgende Zeichenzahlen-Modell zugrunde legen



Jede Stiebing-Zahl ist also definiert durch die allgemeine Form

SZ = (a.b.c),

wobei a die sog. Dimensionszahl dZ ist (vgl. Toth 2009). Für die rein numerischen Repertoires gilt natürlich a, b, c $\in$ {1, 2, 3}. Damit kann eine 3-dimensionale REZ wie folgt definiert werden

$REZ^2 = <dZ, 1, {}_n]> = <\{1, 2, 3\}, 1, {}_n]>$.

Literatur

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Kategorial- und Dimensionszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Nicht-äquilibrierte Relationen über relationalen Einbettungszahlen

1. Nach Toth (2012b) ist eine triadische Relation über den in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) gegeben durch

$^3R_{REZ} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]] = [1, [[1_{-1}], [1_{-2}]]].$

Die trichotomische Untergliederung kann aus der REZ-Matrix

$$\begin{array}{lll} [1, 1] & [1, 2] & [1, 3] \\ [1_{-1}, 1] & [1_1, 2] & [1_{-1}, 3] \\ [1_{-2}, 1] & [1_2, 2] & [1_{-2}, 3] \end{array}$$

abgelesen werden. Die allgemeine triadisch-trichotomische Form von $^3R_{REZ}$ ist somit

$^3{}_3R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ und $a \leq b \leq c$.

2. Wie man bereits an der Definition der REZ (Toth 2012a)

REZ = <1, $_n$]>

gesehen hat, ist eine dreifache Einbettung, wie sie in triadisch-trichotomischen Relationen auftritt, lediglich ein Sonderfall für eine theoretisch durch nichts gehinderte und beliebig tiefe Einbettung.

Damit kommen wir zum 1. Fall nicht-äquilibrierter REZ-Relationen. Die Relation

$^3{}_3R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_n\ 1_{-(n-1)}, m]$

mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ sowie $n, m \rightarrow \infty$, für die somit $\max\{1, 2, 3\} = 3 < (n-1)$ gilt, heiße eine einbettungs-disäquilibrierte REZ-Relation.

Der 2. Fall disäquilibrierter REZ-Relationen liegt vor, wenn

$^3{}_3R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3, ..., n} für n $\rightarrow \infty$ gilt. Dieser Fall heiße eine relations-disäquilibrierte REZ-Relation.

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Spiegelungen und Magritte-Spiegelungen

1. Während eine Peirce-Bensesche triadische Zeichenklasse der Form

ZR = (3.a 2.b 1.c)

über genau eine duale

$\times$(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

und über genau eine invertierte

$\times$(3.a 2.b 1.c) = (1.c 2.b 3.a)

Form verfügt, weisen triadische Relationen über relationalen Einbettungszahlen gemäß Toth (2012) je zwei Formen von Spiegelungen der Normalform der Ausgangsrelation auf:

1. RS = [[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]] Normalform (Ausgangsrelation)

2. $\times_1$RS = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]]

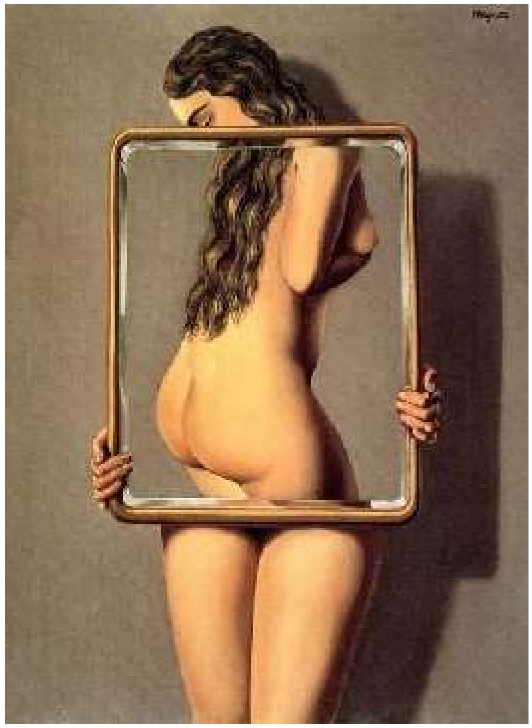
3. $\times_2$RS = [[c, 1], [b, ${}_{-1}1$], [a, ${}_{-2}1$]]] Dualisationen

4. K_1RS = [[[c, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [a, 1]]

5. K_2RS = [[[c, ${}_{-2}1$], [b, ${}_{-1}1$], [a, 1]] Inversionen

Wir unterscheiden somit bei der Dualisation sowie bei der Inversion zusätzlich zwischen [vorn] und [hinten]. Um zu illustrieren, was hiermit gemeint ist, findet man wohl nirgendwo bessere Beispiele als im Werk René Magrittes. Ich schlage deshalb vor, daß wir die durch die REZ ans Tageslicht gebrachten systemisch-semiotischen Relationen als Magritte-Dualisation und Magritte-Inversion, zusammengefaßt als „Magritte-Spiegelungen" bezeichnen, während die gewöhnliche Dualisation und Inversion demzufolge einfach „Spiegelungen" heißen sollen.

2.1. Magritte-Dualisation ($\times_2$RS = [[c, 1], [b, $_{-1}$1], [a, $_{-2}$1]]])



René Magaritte, Liaisons dangereuses (1936)

2.2. Magritte-Inversion (K_2RS = [[[c, $_{-2}$1], [b, $_{-1}$1], [a, 1]])

René Magritte, La reproduction interdite (1937)

Literatur

Toth, Alfred, Systemische Zeichenoperationen und Zeichenstrukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Die „Aufbrechung“ von Eigen- und Kategorienrealität

1. In der Peirce-Bense-Semiotik (vgl. z.B. Bense 1992) stellen Eigen- und Kategorienrealität duale semiotische Systeme dar, wobei für ER Dualidentität zwischen der Zeichen- und der Realitätsthematik gilt

ER = (3.1 2.2 1.3)

$\times$(3.1 2.2 1.3) $\equiv$ (3.1 2.2 1.3),

wogegen bei der KR zwar die Dyaden, nicht aber deren monadische Partialrelationen invertiert werden

KR = (3.3 2.2 1.1)

$\times$(3.3 2.2 1.1) = (1.1 2.2 3.3).

Nun hatte aber bereits Kaehr (2008) nachgewiesen, daß selbst der identische Fall der ER nur im Falle von Monokontexturalität gilt, denn bereits bei zwei Kontexturen α, β gilt

$\times(3.1\ 2.2_{\alpha,\beta}\ 1.3) \neq (3.1\ 2.2_{\beta,\alpha}\ 1.3)$.

2. Geht man nun statt von der Peirce-Benseschen Zeichenrelation von der durch relationale Einbettungszahlen definierten systemischen Relation (vgl. zuletzt Toth 2012a)

$^3R_{REZ} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]] = [1, [[1_{-1}], [1_{-2}]]]$.

aus, so sieht man, daß wegen (2) = $[1_{-1}]$ und (3) = $[1_{-2}]$

für die ER

$\times[[1_{-2}, 1], [1_{1}, 2], [1, 3]] \neq [[3, 1], [2, 1_{1}], [1, 1_{-2}]]$

und für die KR

$\times[[1, 1], [1_{1}, 2], [1_{-2}, 3]] \neq [[3, 1_{-2}], [2, 1_{1}], [1, 1]]$

gilt. D.h., es liegt hier ein ganz anderer Fall der Nicht-Identität zwischen Zeichen- und Realitätsthematisation vor als bei Polykontexturalität, denn die Korrespondenz der konversen Relationen ist aufgehoben, d.h. es gilt $(a.b)^{o} \neq (b.a)$! Informell gesprochen: Die Relations- und die Einbettungskomponente einer REZ stehen nicht in einer quantitativen Austauschrelation – da sie nämlich qualitativ verschieden sind, denn bereits in Toth (2012b) war ja gezeigt worden, daß die Einbettungen im Grunde Kontexturen entsprechen und in Toth (2012c) war die „sympathetische Nähe" zwischen REZ und Protozahlen aufgezeigt worden. Wir sprechen also, bezogen auf ER und KR, in den obigen Fällen (mangels einer besseren Bezeichnung) von „Aufbrechung"-Phänomenen.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: ThinkArtLab, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kontexturgrenzen in intrinsischen semiotischen Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Selbstähnliche Teilrelationen intrinsischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Kategoriale Transgressionen im Semiose-Kenose-Modell

1. Bekanntlich ist die zuletzt in Toth (2012a) behandelte Relation über relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$ZR_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

eine systemische semiotische Relation, d.h. sie korrespondiert der in Toth (2012b) eingeführten semiotischen Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]$.

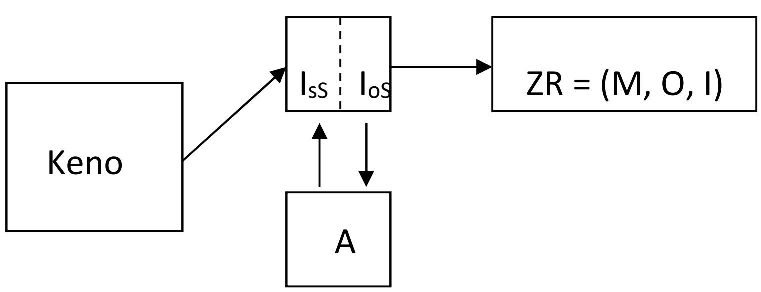
Für die einzelnen Funktionen gelten die „intrinsischen“ semiotischen Relationen

$\omega = (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] = ((A \rightarrow I) \rightarrow A))$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \rightarrow I) \rightarrow A)) \rightarrow I)$,

die in Toth (2012c) in dem folgenden Kenose-Semiose-Modell dargestellt worden waren



2. Betrachtet man das obige Modell jedoch en détail, dann haben wir folgende vollständige Prozeßstruktur vor uns

$$(A \rightarrow I) \rightarrow ((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$$

1 2 3 4 5 6 7 8,

d.h. anstatt wie beim Peirce-Benseschen Zeichenmodell mit der einfachen dichotomischen Grenze (Zeichen | Objekt) bzw. dem elementaren systemischen Modell mit der ebenfalls einfachen Grenze (Außen | Innen), haben wir im obigen vollständigen Kenose-Semiose-Modell nicht weniger als 8 Kontexturgrenzen – und kontexturelle Transgressionen vor uns, die, das sei betont, allesamt qualitativ verschieden sind, da die einfache Mittelabbildung (A → I), wenn sie in der Objektabbildung ((A → I) → A) sowie in der Interpretantenabbildung (((A → I) → A) → I) aufscheint, jedesmal natürlich kontexturell wiederum eingebettet und daher auch qualitativ verschieden ist. Wir haben also an Kontexturübergängen

1 Etablierung des kontexturellen Unterschieds zwischen Objekt und Mittel.

2 Abbildung der M- auf die O-Relation.

3 Objektskontexturierte (M → O)-Abbildung.

4 Abbildung des internen auf das externe semiotische Objekt.

5 Abbildung der (M → O)-Relation auf die (O → I)-Relation.

6 Interpretantenkontexturierte (M → O)-Abbildung.

7 Interpretantenkontexturierte (O → I)-Abbildung.

8 Abbildung der Bedeutung auf einen Sinnzusammenhang.

Es wird zu den zukünftigen Aufgaben gehören, diese 8 kontexturellen Transgressionen genauer zu untersuchen.

Literatur

Toth, Alfred, Die „Aufbrechung“ von Eigen- und Kategorienrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Ein systemtheoretisches Semiose-Kenose-Modell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Disäquilibrale Aufbrechung systemischer Relationen

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt, bedeutet ein Zeichen aus systemischer Sicht, daß Außen auf Innen abgebildet wird

$Z := (A \rightarrow I)$.

Geht man also davon aus, daß Innen ins Außen penetriert, dann haben wir die zu Z konverse Relation

$Z^{o} = (I \rightarrow A)$

Sei nun eine systemische Zeichenrelation (Toth 2012b) definiert als

$ZR_{sys} = ((A \rightarrow I) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)))$,

dann gibt es wegen der abstrakten Struktur von ZR_{sys} genau 4 Möglichkeiten, wo auf systemisch-repräsentationeller Ebene Innen ins Außen dringen kann

$ZR_{sys} = (\quad —, \quad (\quad —, (—) \quad)$

1. $ZR_{pen1} = (\mathbf{(I \rightarrow A)} \rightarrow (A \rightarrow I), (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)))$

2. $ZR_{pen2} = ((A \rightarrow I) \rightarrow \mathbf{(I \rightarrow A)} \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)))$

3. $ZR_{pen3} = ((A \rightarrow I) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow \mathbf{(I \rightarrow A)} \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)))$

4. $ZR_{pen4} = ((A \rightarrow I) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)) \rightarrow \mathbf{(I \rightarrow A)})$

2. In dem bisher entwickelten Penetrationssystem wird allerdings vorausgesetzt, daß das ins Außen eindringende Innen – oder auch konvers: das ins Innen eindringende Außen in Bezug auf die zwei Dimensionen der den systemischen Repräsentationssystemen unterliegenden relationalen Einbettungszahlen (REZ, vgl. Toth 2012c) homogen ist. Eine REZ-Relation wurde dabei definiert als

${}^{3}{}_{3}R_{REZ} = = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$, und eine REZ ist eine zweidimensionale Zahl der Form

REZ = <1, $_n$]>,

d.h. wir müssen unterscheiden zwischen Einbettungs- und Relations-Disäquilibria. Das Einbettungs-Disäquilibrium[1] ist definiert als

$^3{}_3R_{REZ}$:= [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [$_n$ $1_{-(n-1)}$, m]

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} sowie n, m $\rightarrow \infty$, für die somit max{1, 2, 3} = 3 < (n-1).

Das Relations-Disäquilibrium ist definiert als

$^3{}_3R_{REZ}$ = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3, ..., n} für n $\rightarrow \infty$ gilt.

Nun ist von den oben gezeigten Penetrationen die Abbildung (I → A) betroffen, d.h. die Umkehrung der systemischen Zeichenintroduktion. Wegen der Nichtkonversivität der REZ (vgl. Toth 2012d) haben wir daher für die einzelnen Partialrelationen von $^3{}_3R_{REZ}$:

$[1, a]^o = [1_{-a}, 1]$

$[1_{-1}, b]^o = [1_{-b}, 2]$

$[1_{-2}, c]^o = [1_{-c}, 3]$

…

$[1_{-(n-1)}, m] = [1_{-m}, n]$,

d.h. die rechts von den Gleichheitszeichen stehenden Partialrelationen sind genau die „atomaren“ möglichen Eindringlinge (Einzelkämpfer) nach $^3{}_3R_{REZ}$, wobei es natürlich auch eine sehr große Anzahl von „molekularen“ Penetrationsrelationen gibt (Guerilla), d.h. Abbildungen der REZ-Abbildungen auf REZ-Abbildungen ... .

---

[1] Der Name wurde bewußt (etymologisch falsch) gewählt, so daß durch dis-äqui- das Resultat des Zeichenprozesses als einer Penetration, d.h. Störung deutlich wird.

Literatur

Toth, Alfred, Penetration des Innen ins Außen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Nicht-äquilibrierte Relationen über relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen stellen in gewisser Weise 2-dimensionale Relativierungen der bereits von Bense (1981, S. 26 ff.) eingeführten „Relationszahlen“ dar, indem sie in ihrer Paarstruktur

RE = <1, $_n$]>,

die relationalen Konnexzahlen im Sinne von n-dimensionalen Einbettungen verallgemeinern. Dabei besteht eine ihrer auffälligsten Eigenschaften, wie bereits in Toth (2012b) bemerkt, darin, daß bei ihnen im Gegensatz zu den Benseschen Relationszahlen Dualia und Konversionen nicht zusammenfallen, vgl.

$\times(1.3) = (1.3)^{o} = (3.1)$,

hingegen

$\times[1, 2] \neq [1_{-1}, 1]$

$\times[1, 3] \neq [1_{-2}, 1]$

$\times[2, 3] \neq [1_{-2}, 2]$

2. Wir wollen uns in dieser ersten Untersuchung von Konnexionen zwischen relationalen Einbettungsrelationen, was die Partialrelationen betrifft, auf statische und dynamische Chreoden sowie, was die Repräsentationssysteme betrifft, auf zueinander duale Strukturen beschränken, also z.B. Transpositionen sowie alle möglichen Kombinationen zwischen ihnen und Dualia ausschließen (vgl. Toth 2008). [Die Kategorienklasse wird mit *, die Eigenrealitätsklasse mit ** markiert.]

2.1. Chreodische Konnexionen zwischen Zeichenthematiken und ihren Dualia

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow \mathbf{[1, 1]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1, 1]} \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 1]}] \rightarrow \mathbf{[1, 2]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-1}, 1]} \rightarrow [\mathbf{[1, 2]} \rightarrow [1, 3]]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [[1, 2] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow [1, 3]]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1, 3]}]]^{**}$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 3]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow \mathbf{[1, 1]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1, 1]} \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-2}, 3]}]]^{*}$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 3]} \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1_{-2}, 3]}]]$

Wie man also sogleich erkennt, werden zwar nicht die Partialrelationen, jedoch die Chreoden durch die Dualisation gespiegelt, wobei sich allerdings die relationalen Einbettungsverhältnisse ändern, da diese ebenfalls gespiegelt werden. REZ zeichnen sich damit durch völlige Strukturkonstanz bei gleichzeitigem Element-Wechsel aus, z.B.

$[[\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow [1_{1}, 3]] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow [1, 3]] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow [[1_{-2}, 1] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}]]$

$[[[1, 3] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}] \rightarrow [1_{-2}, 2]] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-1}, 3]} \rightarrow [\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow [1_{-2}, 1]]]$,

Dies führt in Sonderheit dazu, daß sich ER und KR nunmehr chiastisch zueinanderverhalten, da in der Darstellung der Repräsentationssysteme durch Peanozahlen bei KR nur die Dyaden, nicht aber die Monaden, dagegen bei ER sowohl die Dyaden als auch die Monaden bei der Dualisation konvertiert werden. Vor dem Hintergrund der REZ wird damit Benses Auffassung bestätigt, wonach die KR eine ER „schwächerer Repräsentation“ sei (1992, S. 27 ff.).

2.2. Chreodische Konnexionen zwischen Realitätsthematiken und ihren Dualia

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow \mathbf{[1, 1]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1, 1]} \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 1]}] \rightarrow \mathbf{[1, 2]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-1}, 1]} \rightarrow [\mathbf{[1, 2]} \rightarrow [1, 3]]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [[1, 2] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}]]$

$[[[1_{-2}, 1] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow [1, 3]]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1, 3]}]]\ast\ast$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 3]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow \mathbf{[1, 1]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1, 1]} \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-2}, 3]}]]\ast$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}] \quad \times \quad [\mathbf{[1_{-2}, 1]} \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1, 3]}]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 2]}] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-1}, 2]} \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [\mathbf{[1_{-2}, 2]} \rightarrow \mathbf{[1_{-1}, 3]}]]$

$[[\mathbf{[1_{-2}, 3]} \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow \mathbf{[1_{-2}, 3]}]]$

Die gegenseitige Vertauschung der Dyaden- und Monaden-Konversion bei KR und ER läßt sich also nach der Betrachtung auch der realitätsthematischen Dualia dahingehend verallgemeinern, *daß sich Peanozahlen und relationale Einbettungszahlen in Bezug auf Konversion und Dualisation chiastisch zueinander verhalten.* Wegen $[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$ gilt also: $\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I

1. Bekanntlich (vgl. zuletzt Toth 2012a) ist eine relationale Einbettungszahl, kurz: REZ eine 2-dimensionale, d.h. flächige Zahl, bestehend aus den Peanozahlen 1, ... m sowie den relationalen Einbettungen 0, ..., n:

RE = <$1_{m,\ n}$]>

Für den Fall, daß m, n = 3 sein sollen, kann man mit Hilfe der REZ eine der Benseschgen kleinen semiotischen Matrix entsprechende REZ-Matrix konstruieren:

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
[1_{-1}, 1]	[1_{1}, 2]	[1_{-1}, 3]
[1_{-2}, 1]	[1_{2}, 2]	[1_{-2}, 3]

Das vollständige Dualsystem der den Peirceschen Zeichen- und Realitätsthematiken entsprechenden REZ-Systeme sieht dann wie folgt aus:

[[[1_{-2}, 1] → [1_{-1}, 1]] → [1, 1]] × [[1, 1] → [[1, 2] → [1, 3]]]

[[[1_{-2}, 1] → [1_{-1}, 1]] → [1, 2]] × [[1_{-1}, 1] → [[1, 2] → [1, 3]]]

[[[1_{-2}, 1] → [1_{-1}, 1]] → [1, 3]] × [[1_{-2}, 1] → [[1, 2] → [1, 3]]]

[[[1_{-2}, 1] → [1_{-1}, 2]] → [1, 2]] × [[1_{-1}, 1] → [[1_{-1}, 2] → [1, 3]]]

[[[1_{-2}, 1] → [1_{-1}, 2]] → [1, 3]] × [[1_{-2}, 1] → [[1_{-1}, 2] → [1, 3]]]**

[[[1_{-2}, 3] → [1_{-1}, 2]] → [1, 1]] × [[1, 1] → [[1_{-1}, 2] → [1_{-2}, 3]]]*

[[[1_{-2}, 1] → [1_{-1}, 3]] → [1, 3]] × [[1_{-2}, 1] → [[1_{-2}, 2] → [1, 3]]]

[[[1_{-2}, 2] → [1_{-1}, 2]] → [1, 2]] × [[1_{-1}, 1] → [[1_{-1}, 2] → [1_{-1}, 3]]]

[[[1_{-2}, 2] → [1_{-1}, 2]] → [1, 3]] × [[1_{-2}, 1] → [[1_{-1}, 2] → [1_{-1}, 3]]]

[[[1_{-2}, 2] → [1_{-1}, 3]] → [1, 3]] × [[1_{-2}, 1] → [[1_{-2}, 2] → [1_{-1}, 3]]]

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]$.

2. Während bei den aus Paaren von Peanozahlen bestehenden Benseschen Zeichenklassen mit der allgemeinen Form der Dyaden (a.b) mit a, b $\in$ {1, 2, 3} einfach in zwei Dimension von 1 bis 3 gezählt wird, wobei allenfalls zwischen triadischer oder hauptwertiger sowie trichotomischer oder stellenwertiger Zählweise unterschieden werden kann, ergeben sich nun bei den REZ drei Ttypen von Zählweisen.

2.1. Rein relationale Zählweise

z.B. $[[1, 1] \rightarrow [[1, 2] \rightarrow [1, 3]]]$, d.h. [1, -] = const.

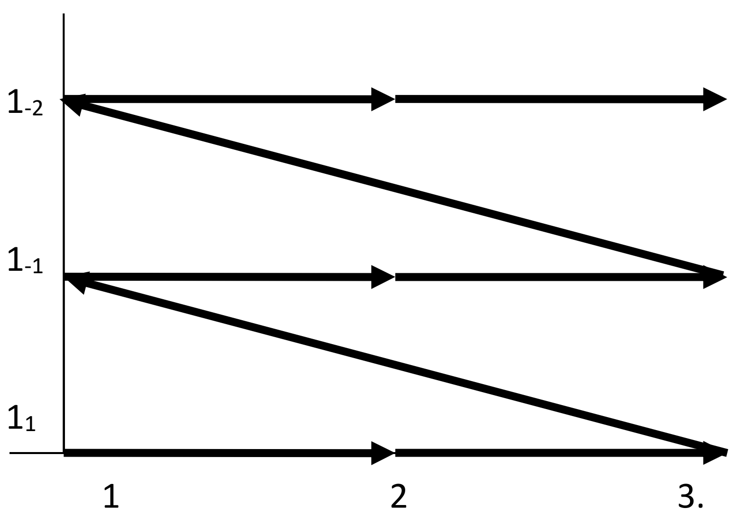
2.2. Reine Einbettungszählweise

z.B. $[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 1]] \rightarrow [1, 1]]$, d.h. [-, 1] = const.

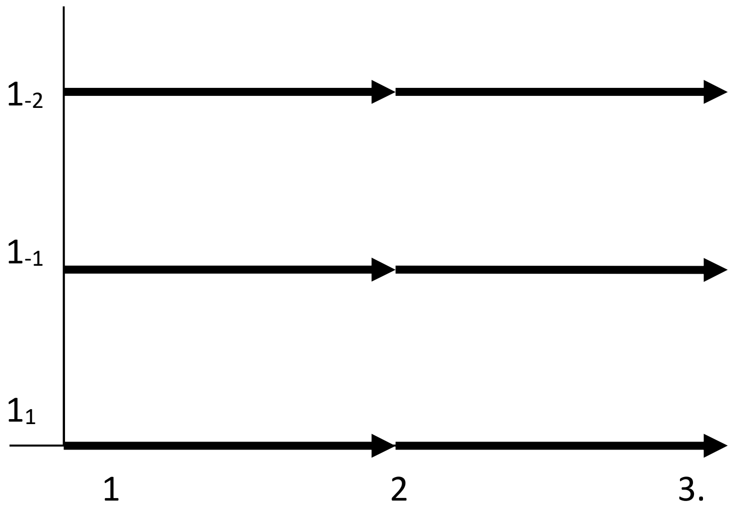
2.3. Gemischte REZ-Zählweise

z.B. $[[[1_{-2}, 1] \rightarrow [1_{-1}, 2]] \rightarrow [1, 3]]$

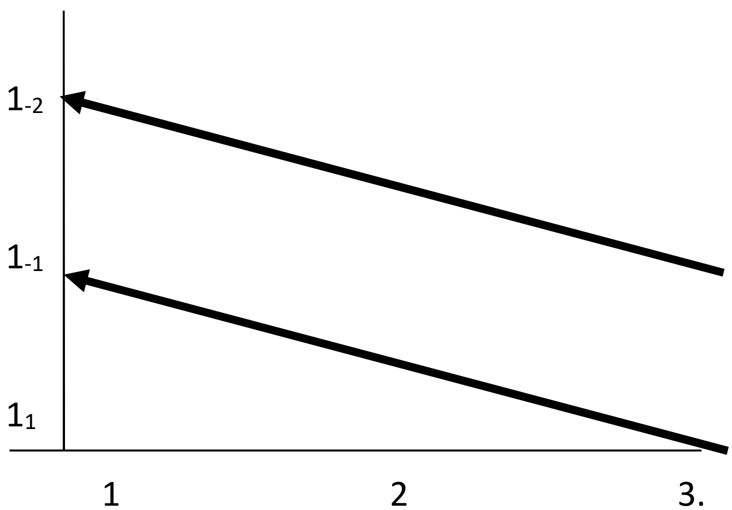
Es entspricht also das folgende Diagramm (Toth 2012b) nur der 3. Zählweise



Wir geben hier noch die entsprechenden Diagramme für die 1. Zählweise (wobei je nach Art der Konstanz die entsprechenden Abbildungen einzuzeichnen sind)



und die 2. Zählweise



Literatur

Toth, Alfred, Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen II

Es soll hier nochmals (vgl. Toth 2012a) darauf hingewiesen werden, daß die relationale Einbettungszahl (REZ), wie sie in Toth (2012b) eingeführt worden war, eine 2-dimensionale, flächige Zahl ist, die aus den Peanozahlen 1, ... m sowie den relationalen Einbettungen 0, ..., n-1

$\mathrm{RE} = \langle 1_{m}, {}_{n}] \rangle$

zusammengesetzt ist und daß die aus RE konstruierbaren dyadischen REZ-Abbildungen in der folgenden Matrix angeordnet werden können

$$\begin{array}{lll} [1, 1] & [1, 2] & [1, 3] \\ [1_{-1}, 1] & [1_{1}, 2] & [1_{-1}, 3] \\ [1_{-2}, 1] & [1_{2}, 2] & [1_{-2}, 3], \end{array}$$

aus der sich dann für den Spezialfall m = n = 3 das dem Benseschen System entsprechende folgende Dualsystem aus zweimal zehn Thematisationsklassen erstellen läßt:

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 1]] \to [1, 1]] \quad \times \quad [[1, 1] \to [[1, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 1]] \to [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \to [[1, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 1]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1, 3]]]^{**}$

$[[[1_{-2}, 3] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 1]] \quad \times \quad [[1, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1_{-2}, 3]]]^{*}$

$[[[1_{-2}, 1] \to [1_{-1}, 3]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-2}, 2] \to [1, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 2]] \quad \times \quad [[1_{-1}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \to [1_{-1}, 2]] \to [1, 3]] \quad \times \quad [[1_{-2}, 1] \to [[1_{-1}, 2] \to [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-1}, 3]]]$

$[[[1_{-2}, 3] \rightarrow [1_{-1}, 3]] \rightarrow [1, 3]] \times [[1_{-2}, 1] \rightarrow [[1_{-2}, 2] \rightarrow [1_{-2}, 3]]]$.

Wie man sogleich sieht, folgt aus der Definition RE unmittelbar, daß für die relationalen Einbettungen $1_{-2} + 1_{-1} + 1 = 0$ gilt. Die Einbettungen lassen sich sehr einfach mit Peanozahlen kombinieren: $K(1_{-2}) = K(1_{-1}) = K(1_{-1}) = \{1, 2, 3\}$, d.h. im Falle, daß n = m = 3 gilt, können alle 3 Werte mit den Einbettungen kombiniert werden. Es ist also so, daß bei der Ersetzung der Benseschen Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 ff.) durch die REZ kein Grund mehr dafür besteht, eine ad hoc-Beschränkung für die Kombination von Trichotomien und Triaden einzuführen. Die wichtigste Folge davon ist natürlich, daß die obigen 10 Thematisationssysteme nur ein Fragment des vollständigen Systems von $3^3 = 27$ Thematisationsklassen darstellen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen III

Relationale Einbettungszahlen (REZ), wie sie zuletzt in Toth (2012a) behandelt worden waren, sind 2-dimensionale, flächige Zahlen, die aus den Peanozahlen 1, ... m sowie den relationalen Einbettungen 0, ..., n-1

RE = $<1_{m, n}]>$

zusammengesetzt. Schaut man sich die durch Einsetzen von Peano-Zahlen für m und n konstruierbare Matrix an

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

so stellt man, worauf bereits in Toth (2012b) hingewiesen worden war, fest, daß sich Peanozahlen und relationale Einbettungszahlen in Bezug auf Konversion und Dualisation chiastisch zueinander verhalten. Es gilt also

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Z.B. ist also die zur REZ-Relation [1, 3] konverse Relation nicht etwa *[3, 1] (die ja im System der RE gar nicht definiert ist), sondern $[1_2, 1]$, das kann man natürlich an den Teildiagonalen der obigen Matrix direkt herauslesen.

2. Aus der letzteren Feststellung folgt nun aber ebenso direkt, daß im REZ-System jede dyadische Partialrelation nicht nur eine, sondern zwei Formen hat, allgemein

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allerdings nur, falls a < 2 ist, d.h. nur für die REZ-Äquivalenz des Peirce-Benseschen Mittelbezugs:

$[1, 1] = [1, 1]$

$[1, 2] = [1, 1_{-1}]$

$[1, 3] = [1, 1_{-2}]$

...

$[m, n] = [m, 1_{-[n-1)}]$.

Daraus folgt nun natürlich eine Redefinition der kategorientheoretischen Abbildungen für das REZ-System gegenüber demjenigen, das für die Peirce-Bense-Semiotik in Toth (1997, S. 21 ff.) gegeben worden war:

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3]:= \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^o$	$[3, 1_{-1}] := \beta^o$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^o\beta^o$
$[1_{-2}, 3] := id_3$			

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt

1. Zum Droste-Effekt innerhalb der Peirce-Bense-Semiotik hatte ich bereits in Toth (2009) gehandelt. Bei diesem handelt es sich im Sinne unserer Terminologie um einen „dissolventen“ Droste-Effekt, da bei der Auflösung der Partialrelationen in Benses Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53)

ZR := (M → ((M → O) → (M → O → I))

eine stets „längere“ Hierarchie von ersetzenden Partialrelationen

ZR‘ = ZR = (M → ((M → (M → O)) → (M → (M → O) → I)) (O → (M → O))

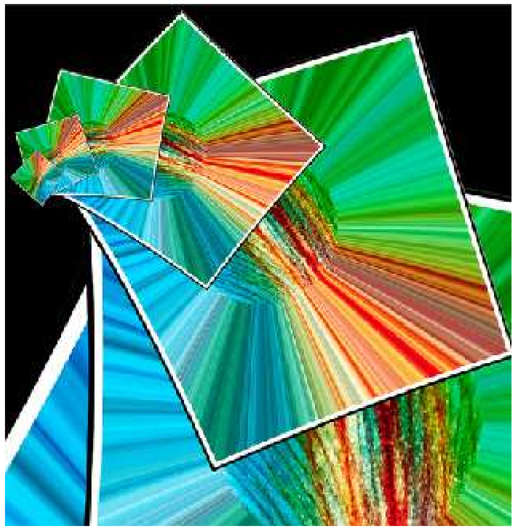
ZR‘‘ = ZR‘ = ZR = (M → ((M → (M → (M → O))) → (M → (M → (M → O)) → (M → O→I))) (O → (M → O)); (O → (M → O)), (I → (M → O→I)), usw.

entsteht, denn die rekursive Definition der Peirceschen Kategorien setzt eine Mengentheorie voraus, in der das Fundierungsaxiom nicht gilt; es entstehen eben Folgen von Abbildungen der Art von „La vache qui rit“ oder dem Droste-Kaffee.

2. Gegenüber dem dissolventen Droste-Effekt in der auf Paaren von Peano-Zahlen aufgebauten Peirce-Bense-Semiotik handelt es sich bei der auf den flächigen relationalen Einbettungszahlen aufgebauten systemischen Semiotik mit der Basisrelation

${}^{m}{}_{m}R_{REZ}$:= $[[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_{n} 1_{-(n-1)}, m]$

um einen absorptiven Droste-Effekt:



Bei jeder Ersetzung wird die Folge der Abbildungen nicht „länger“, sondern „kürzer“, denn für die einzelnen Partialrelationen gilt das Absroptionsschema

$[1, a] \rightarrow [1_{-1}, b]$

$[1_{-1}, b] \rightarrow [1_{-2}, c]$

...

$[1_{-(n-2)}, (m-1)] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$

und wegen

$1_{-2} + 1_{-1} + 1 = 0$

(Toth 2012) wird also n – und werden damit die Einbettungsrelationen – am Ende dieses Prozesses zu 0 zusammengezogen, genau dort also, wo die flächige REZ zur linearen Peano-Zahl wird und damit die systemische REZ-Semiotik mit der Peirce-Bense-Semiotik koinzidiert.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, The Droste effect in semiotics. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 50/3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Relationale Einbettungszahlen und Ordnungsrelationen

1. Die Ordnungsrelationen der Peirce-Bense-Semiotik sind von mir schon in Toth (1996) behandelt worden, vgl. auch Toth (2006/08, S. 64 ff.). Nach Toth (2012a) sind relationale Einbettungszahlen (REZ) definiert durch ein Paar

RE = <m, $_n$]>,

aus m $\in$ Peanozahlen und einem n-stufigen Einbettungsoperator, und eine ihrer auffälligsten Eigenschaften, wie bereits in Toth (2012b) bemerkt, besteht darin, daß bei ihnen im Gegensatz zu den Benseschen Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 ff.) Dualia und Konversionen nicht zusammenfallen, vgl.

$\times(1.3) = (1.3)^{o} = (3.1)$,

hingegen

$\times[1, 2] \neq [1_{-1}, 1]$

$\times[1, 3] \neq [1_{-2}, 1]$

$\times[2, 3] \neq [1_{-2}, 2]$.

Allgemein gilt also

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$,

d.h. jede REZ ist eine Menge von zwei REZ

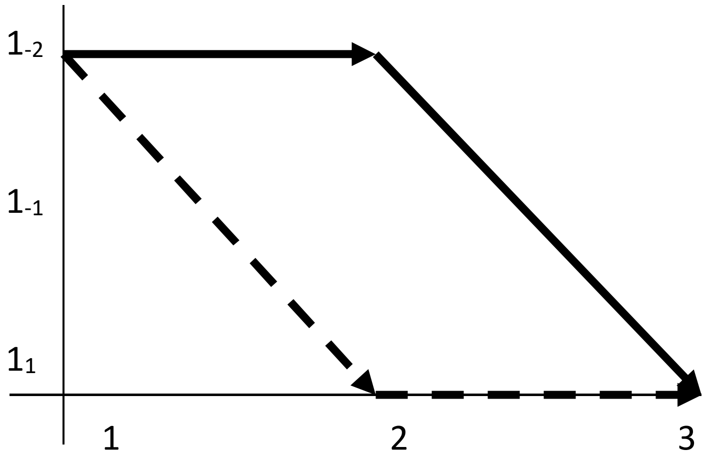
$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

2. Nehmen wir als erstes Beispiel die Peirce-Bensesche Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) und deren duale Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3). In der entsprechenden REZ-Relation ausgedrückt:

$R_{REZ} = [[[1_{-2}, 1], [1_{-1}, 2]], [1, 3]]$

$R_{REZ}{}^{\circ} = [[1_{-2}, 1], [[1_1, 2], [1_1, 3]]]$

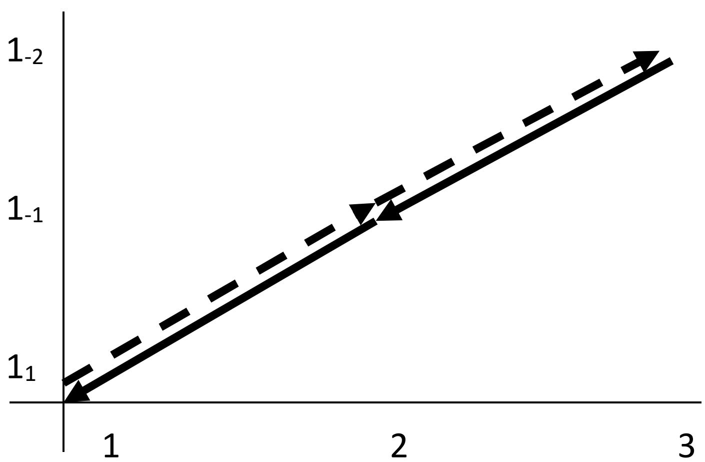
Ihr graphische Darstellung sieht also wie folgt aus (R_{REZ} ausgezogen):



Als zweites Beispiel stellen wir die Peircesche Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) und deren duale Kategorienthematik (1.1 2.2 3.3) dar. Als REZ-Relationen:

$R_{REZ} = [[[1_{-2}, 3], [1_{-1}, 2]], [1, 1]]$

$R_{REZ}{}^{\circ} = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$



Wie man bereits anhand dieser beiden Beispiele sieht, gibt es also in REZ-Ordnungsrelationen weder reflexive, noch symmetrische noch transitive Relationen, was das Verhältnis der beiden zueinander dualen Strukturen jeder REZ-Repräsentationsrelation anbelangt. Dieses Ergebnis mag auf den ersten Blick sehr überraschen, da REZ ja, ebenso wie Benses Relationszahlen, Relationen über Peanozahlen sind. Im Gegensatz zu den Relationszahlen sind jedoch die relationalen Einbettungszahlen, was ihre Peanozahl-Basis betrifft, hierarchisch gestuft, so daß z.B. keine Loops in den Graphen von Ordnungsrelationen auftreten können.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundriß einer ordnungstheoretischen Semiotik. : European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Konnexionen von Relationen aus relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen

1. In einem gewisse Sinne könnte man die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) als komplexe Zahlen bezeichnen, da sie, wie die komplexen Zahlen, flächige Zahlen darstellen (vgl. Toth 2012b). Eine REZ ist allgemein definiert als

$RE = \langle m, {}_{n}]\rangle$,

wobei gilt

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

Setzen wir m = n = 3, dann können wir eine Peirce-Bensesche Zeichenklasse in der REZ-Form

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$,

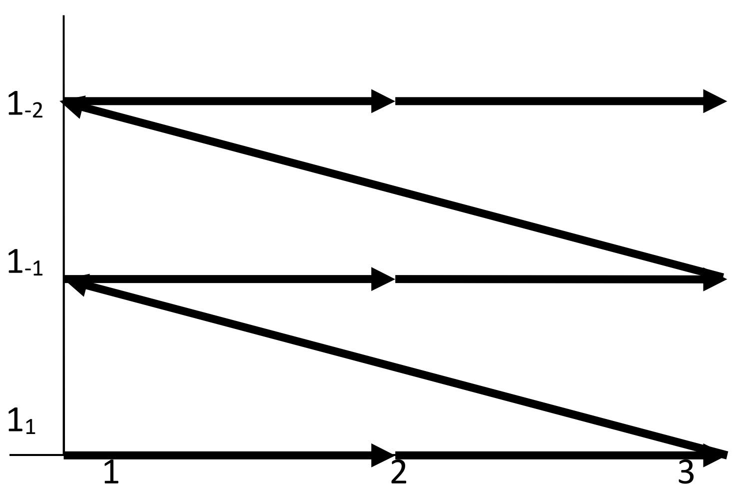
wobei die dyadischen Abbildungen der a, b, c $\in$ m wie folgt definiert sind

$[1, 1] := id_1$ $\quad$ $[1, 2] := \alpha$ $\quad$ $[1_{-1}, 3] := \beta$ $\quad$ $[1, 3]:= \beta\alpha$

$[1_{-1}, 2] := id_2$ $\quad$ $[1_{-1}, 1] := \alpha^{o}$ $\quad$ $[3, 1_{-1}] := \beta^{o}$ $\quad$ $[1_{-2}, 1] := \alpha^{o}\beta^{o}$

$[1_{-2}, 3] := id_3$.

2. Erinnern wir uns an die graphische Repräsentation der Zahlenfläche der REZ, wie sie in Toth (2012c) gegeben worden war



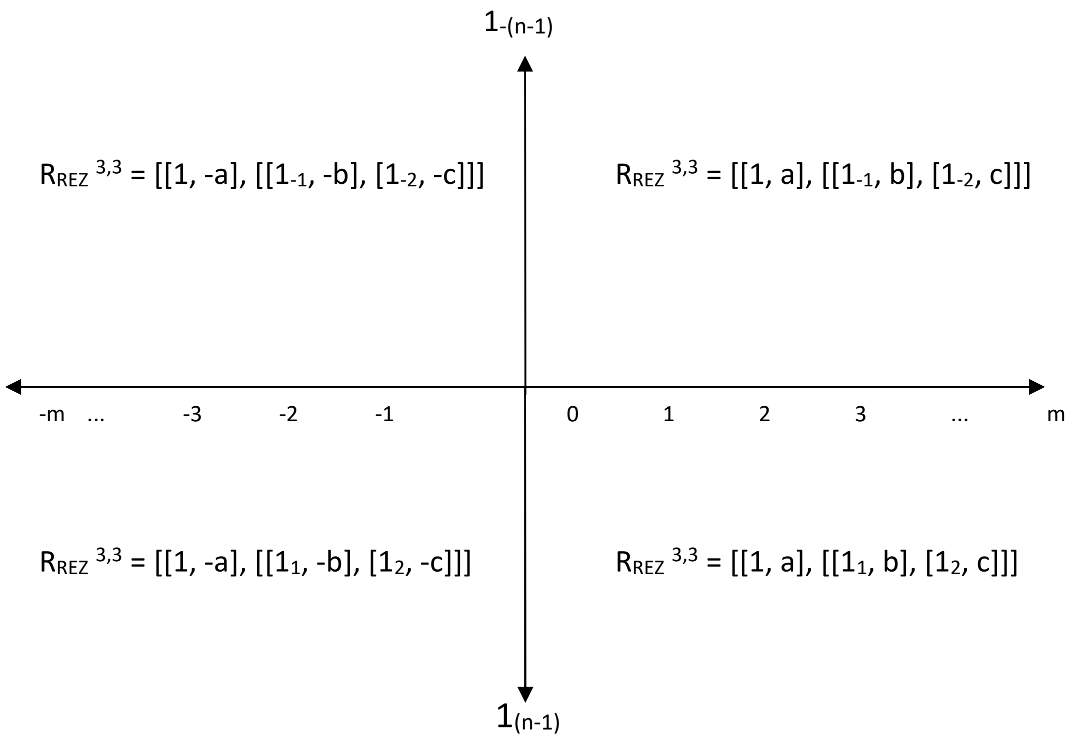
Was nun die Menge der Peanozahlen m $\in$ **N** in RE = <m, $_n$]> betrifft, so hatten wir bereits in Toth (2001) gezeigt, daß man in Peirce-Benseschen dyadischen Partialrelationen der Form (a.b) anstatt positiver auch negative Zahlen verwenden kann und damit das Peirce-Bensesche semiotische System dadurch auf die Gaußsche Zahlenebene abbilden kann, daß man die drei weiteren Formen von Subzeichen (-a.b), (a.-b) und (-a.-b) einführt. Wir sind somit berechtigt, auch für m negative Werte einzusetzen. Da die Vorstellung negativer Einbettungen einige Kopfschmerzen bereitet, wenn wir also Einbettungsoperatoren der Form $_n$] nun auch für negatives n einführen, sei auf Toth (2012d) verwiesen, wo wir gezeigt hatten, daß speziell das REZ-System über einen „negativen“ Droste-Effekt verfügt. Das bedeutet, impressionistisch ausgedrückt, daß hier – im Gegensatz zum Peirce-Bense-System, wo ein positiver Droste-Effekt herrscht, wo also die Relationen durch Einsetzen immer „länger“ werden – die Relationen im REZ-System immer „kürzer“ werden, bis sie an einem Punkt wegen $1_{-2} + 1_{-1} + 1 = 0$ in 0, d.h. mit der Peirce-Bense-Semiotik, koinzidieren. Geht man also unter 0 hinunter, so hat man auf semiotischer REZ-Ebene ein ähnliches Phänomen vor sich wie im Bereiche der Zahlentheorie bei derNon-Standard-Analysis (vgl. Ebbinghaus 1992, S. 255 ff).

Nach diesen Überlegungen sind wir also berechtigt, komplexe REZ-Relationen der Form

$R_{REZ}{}^{m,n}$ = [[1, ±1], [[$1_{\pm 1}$, ±2], [1_{-2}, ±3]] … [$1_{\pm(n-1)}$, ±m]]] ... $_n$]

(1 ist natürlich Abkürzung für “$1_{\pm 0}$“.)

und der oben wiedergegebene Quadrant aus einem REZ-Koordinatensystem präsentiert sich innerhalb einer REZ-Zahleneben natürlich in der Form



(Wink mit dem Zaunpfahl: negative Einbettungsrelationen sind im positiven Teil des Quadrantensystems, und umgekehrt!)

Literatur

Ebbinghaus, Heinz-Dieter, Zahlen. 3. Aufl. Berlin 1992

Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff and Gloria Withalm (eds.), Myths, Rites, Simulacra. Vienna 2001, S. 117-134

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Linearität und Diagonalität bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Gesättigte, ungesättigte und übersättigte REZ-Relationen

1. Zum theoretischen Hintergrund vgl. bereits Toth (2009), so daß wir uns hier kurz fassen können. Eine REZ ist allgemein definiert als (vgl. Toth 2012)

$RE = \langle m, {}_{n}] \rangle$,

wobei gilt

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allgemein gilt also

$[1_{-a}, b]^{o} = [b, a(+1)]$.

Danach ist eine REZ eine flächige Zahl, die sich als (m, n)-stellige Relation durch

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$

darstellen läßt. Speziell für m = n = 3 haben wir dann

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$.

2. Praktisch braucht jedoch nicht notwendig m = n zu gelten, sondern es können zusätzlich die beiden Fälle m < n oder m > n auftreten. Wir sprechen im ersten Fall von relations-ungesättigten bzw. Einbettungs-übersättigten und im zweiten Fall von relations-übersättigten bzw. Einbettungs-ungesättigten REZ-Relationen.

2.1. Relations-ungesättigte / Einbettungs-übersättigte REZ-Relation:

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$ mit m < n

2.2. Einbettungs-ungesättigte / Relations-übersättigte REZ-Relation:

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$ mit n < m.

Fall (2.1) bedeutet also, daß in einer REZ-Relation mindestens zwei semiotische Werte sich in derselben Einbettungsstufe befinden, und Fall (2.2) bedeutet demzufolge, daß in einer hierarchischen Anordnung von Peano-Zahlen, die in REZ-Relationen fungieren, mindestens eine Abbildung aus dieser Hierarchie heraustritt.

Literatur

Toth, Alfred, Gesättigte und ungesättigte Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Relationale Interpenetrationen als Interpretationen

1. Im folgenden geht es, im Anschluß an meinen Beitrag zur Frank-Festschrift (Toth 2012a), um Verallgemeinerung des Falles, daß ein künstliches Zeichen ein natürliches interpretiert, oder vice versa. Nach Frank (2001) ist es so, daß man das Zeichen als komplexe Funktion auffassen kann, falls man annimmt, daß sie zu zwei Grenzwerten konvergiert, der im Falle des Objektpols das künstliche und im Falle des Subjektpols das natürliche Zeichen repräsentiert. Ferner hatten wir in Toth (2012b, c) bereits einige Fälle von Interpenetrationen untersucht, also solche, bei denen innerhalb von Repräsentationssystemen Abbildungen (Partialrelationen) ausgetauscht werden.

2. Nun setzt eine komplexe Semiotik, die von den spezifischen semiotischen Voraussetzungen (v.a. also vom substantiellen Kategoriebegriff) abstrahiert, deren Rückführung auf die Systemtheorie voraus (Toth 2012d), die man dann formal noch abstrakter fassen kann, indem man statt der systemischen Abbildungen die sog. relationalen Einbettungszahlen (REZ) verwendet (Toth 2012e). Wenn wir das bisher Gesagte zusammenfassen, dann erfordert also eine maximal abstrakte Behandlung von semiotischen Interpenetrationsphänomenen eine komplexe REZ-Relation, wie sie in Toth (2012f) gegeben worden war

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$.

Natürliche Zeichen sind also wesentlich objektorientierte Zeichen, d.h. sie fallen in den Bereich der reellen Zahlen und Abbildungen von R_{REZ}. Dagegen sind künstliche Zeichen wesentlich subjektorientierte Zeichen und fallen somit in den imaginären Bereich der komplexen Zahlen und also von R_{REZ}.

Nehmen wir nun den Fall, daß ein künstliches Zeichen ein natürliches interpretiert, so zwar, daß es dabei zur Interpenetration einer subjektiven Interpretation in die objektive Interpretation der REZ-Relation für das betreffende natürliche Zeichen kommt:

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]] \ldots [1_{-(n-1)}, m]]] \ldots {}_{n}]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{\begin{matrix} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{matrix}\right\}_{I}$$

Da $R_{REZ}{}^{m,n}$ natürlich, aufgefaßt als komplexe Relation, sowohl reelle als auch imaginäre Wertvorräte besitzt, kommen somit bei Interpenetrationen jeweils genau 4 Möglichkeiten vor, vorausgesetzt, man übernimmt aus der Peirce-Bense-Semiotik die Voraussetzung, daß sich jede n-stellige Relation aus konkatenierten Dyaden zusammensetzt (vgl. Walther 1979, S. 79).

Das obige Beispiel einer Interpretation durch relationale Interpenetration läßt sich natürlich umkehren – denn auch natürliche Zeichen können künstliche interpretieren: etwa dadurch, daß man jemandem „den Vogel zeigt“ und nicht nur, wie oben, z.B. das Gesagte durch Mimik und Gestik „untermalt“. Eine weitere Verallgemeinerung ergibt sich dadurch, das man Interpenetrationen auch für Mittel- und Objektbezug der unterliegenden Peirce-Benseschen Zeichenrelation zuläßt und diese evtl. sogar kombiniert (was gerade bei höherstelligen Abbildungen schnell zu enormer Komplexität führt). Die Basismodell sind dann natürlich für m = n = 3. Für den Objektbezug:

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{\begin{matrix} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{matrix}\right\}_{O}$$

und für den Mittelbezug:

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{array} \right\}_{M}$$

Literatur

Frank, Helmar G., Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge (Sibiu/Hermannstadt) 13/14, 2001 [= Festschrift für Horst Schuller], S. 126-149

Toth, Alfred, Penetration des Außen ins Innen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Penetration des Innen ins Außen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie der relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Vera Barandovska-Frank (Hrsg.), Littera scripta manet. Serta für Helmar Frank. Paderborn 2014, S. 658-666.

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Null-REZ

1. Die in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

$\omega := 1$

$[\omega, 1] := 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] := 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] := 1_{-3}$

sowie ihre dualen

$[1, \omega] := {}_{-1}1$

$[1, [1, \omega]] := {}_{-2}1$

$[[2, [1, [1, \omega]]] := {}_{-3}1$,

können leicht zu einem komplexen Zeichenzahlenkalkül (vgl. zuletzt Toth 2012b) ausgebaut werden. Dazu definieren wir

$\omega = (A \rightarrow I)$

$- \omega = (A \rightarrow -I)$,

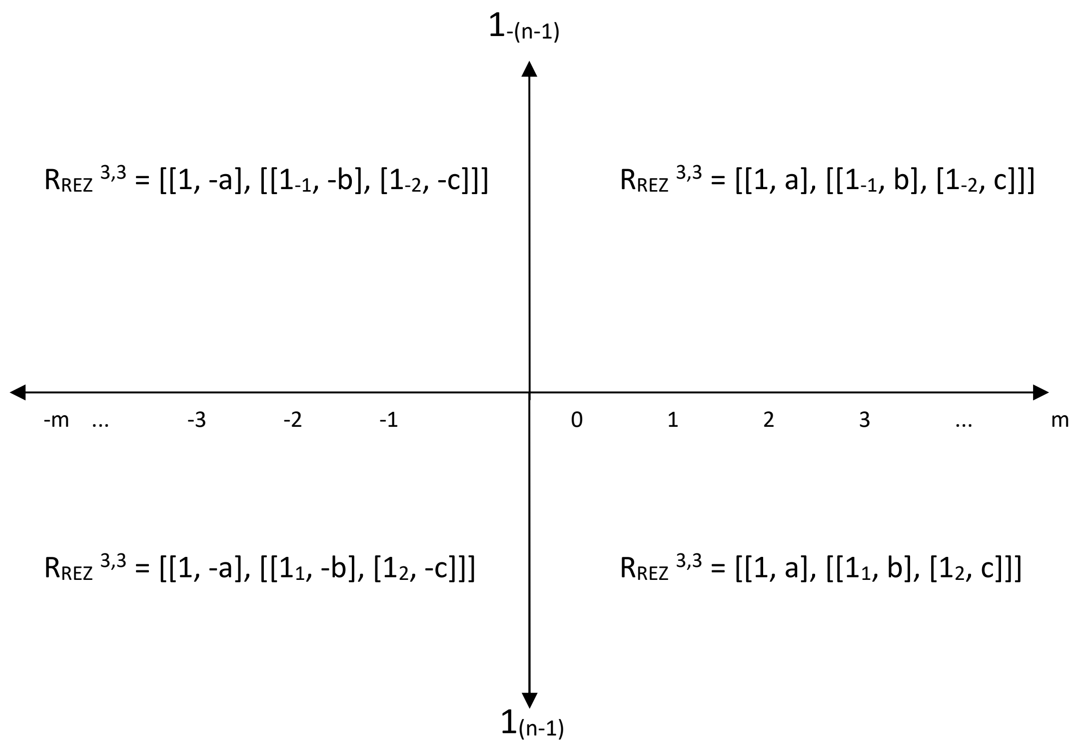
und somit gilt

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

und man hat also die allgemeinen Formen dyadischer Partialrelationen für alle vier Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems (vgl. Toth 2007, S. 57 ff.):



2. Negative Einbettungsrelationen befinden sich somit im positiven Teil des Quadrantensystems, und umgekehrt. Die allgemeinste Form einer REZ ist somit ein Paar

REZ = $\langle m, {}_{n}] \rangle$ mit n, m $\in$ **N**,

und demzufolge gibt es zwei Möglichkeiten, in der REZ den Nullpunkt zu erreichen:

m = 0

n = 0.

Ist m = 0, so kann also sowohl die Domäne, als auch die Codomäne einer Abbildung 0 sein, d.h. es kann eine Kern- oder Cokern-Abbildung vorliegen. Liegt eine Kern-Abbildung vor, so ist z.B. im Falle von [ω, 1] = 0 natürlich auch [[ω, 1], 1] = 0, jedoch ist dann ω ≠ 0. Semiotisch liegt in diesem Fall der "Nullabbildung" vor, d.h. sozusagen "verwaiste" semiotische Funktionen, deren Urbildmengen leer sind. Ist also der Objektbezug leer, dann muss auch der Interpretantenbezug (wegen der Einschachtelungsoperation ${}_{n}]$) leer sein; ist bloss der Interpretantenbezug leer, so hat das Zeichen zwar eine Bedeutung, aber keinen kontextlichen Sinn. Geht man jedoch statt von semiosischen von retrosemiosischen Funktionen aus, so kann man z.B. den Interpretantenbezug "behalten", ohne den Objekt- oder Mittelbezug zu "opfern". Liegt hingegen eine Cokern-Abbildung oder "leere Abbildung" vor, so kann man umgekehrt die Domänenwerte opfern, ohne wegen der Einbettungen gleichzeitig die Codomänenwerte zu opfern, d.h. die Dualität von Kern- und Cokern-Abbildungen stimmt keinesfalls mit der vermeintlichen Dualität semiosischer und retrosemiosischer Funktionen überein.

Literatur

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Systemische Interpretationen

1. Unter systemischen Interpretationen verstehen wir die Interpenetration interpretierenden Systeme aus einem semiotischen System 2 in ein semiotisches System 1 (vgl. Toth 2012a). Wir gehen aus von der allgemeinen Relation relationaler Einbettungszahlen (vgl. Toth 2012b)

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$$

und dem allgemeinen Interpenetrationsschema

$$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]] \ldots [1_{-(n-1)}, m]]] \ldots {}_{n}]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [-1_{-(n-1)}, m] \\ [1_{(n-1)}, m] \\ [-1_{(n-1)}, m] \end{array} \right\}$$

2. Da nach Toth (1997) die drei semiotischen Bezeichnungsfunktion M, (M → O) und (O → I) zugleich die drei semiotischen "Dimensionen" der Syntaktik (Syntax), Semantik und Pragmatik repräsentieren, unterscheiden wir zwischen den drei Haupttypen syntaktischer, semantischer und pragmatischer (systemischer) Interpretation.

2.1. Syntaktische Interpretation

Wir gehen aus von dem folgenden lateinischen Satz

Nisi piscator eam imposuerit hamis escam, quam scierit appetituros esse pisciculos, sine praedae spe morabitur in scopulo. (PETRON. 3, 4)

Würde man ihn so übersetzen, wie man den gleichen mitgeteilten Sachverhalt im Deutschen ausdrückte, so bekäme man ein ungrammatisches Gebilde wie folgt:

*Wenn nicht der Fischer diesen stecken würde an die Angel Beute, die er wissen wird anbeissend sein werdende Fischlein, ohne der Beute Hoffnung bliebe er auf dem Kliff.

Der *-Satz ist kaum verständlich, und tatsächlich ist es ja so, dass man den lat. Satz erst verstanden, d.h. syntaktisch interpretiert haben muss, bevor man ihn übersetzt – wobei die Übersetzung dann ganz automatisch in grammatisch korrektem Deutsch erfolgt, also

Würde der Fischer nicht den Köder an seine Angel hängen, von dem er weiß, daß ihn die Fischlein lieben, würde er ohne Hoffnung auf Beute auf seinem Kliff sitzenbleiben.

Das systemtheoretisch-semiotische Schema syntaktischer Interpretation ist

$$R_{Sys2}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [1_{-2}, 3] \\ [-1_{-2}, 3] \\ [1_{2}, 3] \\ [-1_{2}, 3] \end{array} \right\}_{I(Sys1)}$$

Wobei geklammerte Menge drittheitlicher Abbildungen die vier Möglichkeiten einer komplexen systemtheoretischen Semiotik wiedergibt (vgl. Toth 2012c).

3.2. Semantische Interpretation

Als einfaches Beispiel für semantische Interpretation wählen wir wiederum einen Satz aus Petronius:

"Modo sic, modo sic", inquit rusticus: Porcum varium perdiderat". (PETRON. 45)

Wer nicht weiß, daß lat. "varius" viel konkretere Bedeutungen umfaßt als dt. "verschieden", wird diesem Satz mit der supponierten Bedeutung "Er hatte ein verschiedenes Schwein verloren" keinen Sinn abgewinnen können, d.h. der semiotische Objektbezug der Übersetzung ist nicht in einen Interpretantenbezug eingebettet. In Wahrheit bezieht sich "varius" jedoch auf die Haut des Schweins, die Bedeutung ist zwar "verschieden", aber der Sinn ist "gescheckt", und die sinnvolle Übersetzung lautet: "So-so la-la", sagte der Bauer [auf die Frage, wie es ihm gehe,] denn er hatte ein geschecktes Schwein verloren.

Das systemtheoretisch-semiotische Schema semantischer Interpretation ist

$$R_{Sys2}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Uparrow$$

$$\left\{\begin{array}{c} [1_{-2}, 3] \\ [-1_{-2}, 3] \\ [1_{2}, 3] \\ [-1_{2}, 3] \end{array}\right\}_{I(Sys1)}$$

3.3. Pragmatische Interpretation

Nehmen wir zur Illustration wiederum ein sehr einfaches sprachliches Beispiel. Nach dem Vorsingen einer Kandidatin, deren Scheitern zum voraus der ganzen Jury (de facto sogar allen, außer der Kandidatin selber sowie deren Eltern) bewußt war, warteten die Eltern vor dem Auditorium, um den Chef der Prüfungskommission zu sprechen. Dieser, nicht im geringsten im Zweifel über den Anlaß des Besuches der Eltern der tatsächlich gescheiterten Kandidatin, begrüßte die Eltern mit der rhetorischen Frage: "Did you come to give me a hard time?". Die wörtliche dt. Übersetzung "*Sind Sie gekommen, um mir eine schwere Zeit die geben?" ist natürlich ungrammatisch, jedoch nicht nur semantisch (vgl. 3.2), sondern aus pragmatischen Gründen, denn im Dt. würde man den Sinn (nicht die Bedeutung) des Satzes ganz anders ausdrücken, z.B. "Falls Sie gekommen sind, um mit mir zu streiten/zu diskutieren, können Sie gleich wieder gehen" oder sehr kurz (und nach engl. Auffassung schroff): "Hier gibt es gar nichts zu diskutieren". (In Bayern hätte man vielleicht sogar noch prägnanter gesagt: "Schleichen´s Eana".) Hier liegt also ein klarer Fall von weder syntaktischer, noch semantischer, sondern pragmatischer Interpretation vor. Das entsprechende systemtheoretisch-semiotische Schema ist

$$R_{Sys2}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{.1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$$

$$\Big\uparrow$$

$$\left\{\begin{array}{c} [1_{-2}, 3] \\ [-1_{-2}, 3] \\ [1_{2}, 3] \\ [-1_{2}, 3] \end{array}\right\}_{I(Sys1)}$$

Komplexere Formen der interpenetrativen Interpretation zwischen verschiedenen (semiotischen) Systemen erhält man z.B. dann, wenn Interpretationen gleichzeitig mehr als einen semiotischen Bezug betreffen, wenn sie also z.B. syntaktisch und pragmatisch fungieren.

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Relationale Interpenetrationen als Interpretationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Systeme und relationale Einbettungszahlen

1. Wir wollen wiederum von den in Toth (2012a) eingeführten relationalen Einbettungszahlen (REZ) der Form

$REZ = <m, {}_{n}]>$

mit m, n $\in$ **N** ausgehen. Wie aus meinen im "Electronic Journal" veröffentlichten Arbeiten hervorgeht, stellt nun die Relation über REZ

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm 1], [[1_{\pm 1}, \pm 2], [1_{-2}, \pm 3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$

natürlich in engstem Zusammenhang mit der bereits zuvor in Toth (2012b) eingeführten sog. systemischen Relation

$R_{sys}{}^{m,n} = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 1], \ldots, [[\omega, 1], 1], (n-1)]]$.

2. Wie wir nun explizit aufzeigen wollen, gilt

$\omega = 1_{-0} = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] = 1_{-3}$

$[[\omega, 1], 1], (n-1)]] = 1_{-(n-1)}$

Ferner stellen sich hierzu die in Toth (2012c) eingeführten intrinsischen Abbildungen

$\omega = (A \to I)$

$[\omega, 1] = ((A \to I) \to A)$

$[[\omega, 1], 1] = (((A \to I) \to A) \to I)$

Setzt man nun wie in Toth (2012d)

$[\omega, -1] = (a.-b)$

$[-\omega, 1] = (-a.b)$

$[-\omega, -1] = (-a.-b)$,

so bekommt man ein vollständiges Korrespondenzschema mit intrinsisischen, systemischen und REZ-Relationen in sehr einfacher Weise dadurch, daß man setzt

$\omega = \pm 1_0 = \pm 1$

$[\omega, 1] = \pm 1_{\pm 1}$

$[[\omega, 1], 1] = \pm 1_{\pm 2}$,

$[[[\omega, 1], 1], 2]] = \pm 1_{\pm 3}$

$[[\omega, 1], 1], (n-1)]] = \pm 1_{\pm (n-1)}$

Auf diese Weise kann man also nicht nur, wie bisher (vgl. Toth 2007), eine komplexe Semiotik über den Peanozahlen definieren, welche für die semiotischen Kategorien Verwendung finden (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), sondern ebenfalls für die intrinsische, systemisch-abbildungstheoretische sowie die systemische REZ-Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Einbettung intrinsischer Zeichenzahlen verschiedener Einbettungsstufe. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Komplexe Zeichenzahlen in einer intrinsischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Morphismen, Funktoren, natürliche Transformationen

1. In der in Toth (2012a) eingeführten REZ-Matrix

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

gilt allgemein

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Z.B. ist also die zur REZ-Relation [1, 3] konverse Relation nicht etwa *[3, 1] (die ja im System der RE gar nicht definiert ist), sondern $[1_2, 1]$, das kann man natürlich an den Teildiagonalen der obigen Matrix direkt herauslesen. Aus der letzteren Feststellung folgt nun aber ebenso direkt, daß im REZ-System jede dyadische Partialrelation nicht nur eine, sondern zwei Formen hat, allgemein

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allerdings nur, falls a < 2 ist, d.h. nur für die REZ-Äquivalenz des Peirce-Benseschen Mittelbezugs:

$[1, 1] = [1, 1]$

$[1, 2] = [1, 1_{-1}]$

$[1, 3] = [1, 1_{-2}]$

...

$[m, n] = [m, 1_{-[n-1)}]$.

Daraus folgt nun natürlich eine Redefinition der kategorientheoretischen Abbildungen für das REZ-System gegenüber demjenigen, das für die Peirce-Bense-Semiotik in Toth (1997, S. 21 ff.) gegeben worden war:

$[1, 1] := id_1$ $[1, 2] := \alpha$ $[1_{-1}, 3] := \beta$ $[1, 3] := \beta\alpha$

$[1_{-1}, 2] := id_2$ $[1_{-1}, 1] := \alpha^{o}$ $[3, 1_{-1}] := \beta^{o}$ $[1_{-2}, 1] := \alpha^{o}\beta^{o}$

$[1_{-2}, 3] := id_3$

2. Sofern es sich um dyadische Abbildungen, d.h. semiotische Funktionen handelt, liegen natürlich einfache Morphismen vor, welche Elemente aus einer Domäne auf Elemente einer Codomäne abbilden. Hat man jedoch semiotische Kategorien, d.h. z.B. vollständige Zeichen- oder Realitätsthematiken vor sich, sprechen wir von semiotischen Funktoren. Sie haben also die allgemeine Form

$F = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]].$

Liegen "parallele Funktoren" vor (vgl. z.B. das in Toth 1997 in der Tafel am Ende des Buches gegeben "vollständige SRG-System"), können wir von semiotischen natürlichen Transformationen sprechen. Ihre allgemeine Form ist

$nT = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]], [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}], [m_k, n_{-(k-1)}]]].$

Da nun bei den REZ m, n $\in$ **N** gilt, kann man weiters je zwei natürliche Transformationen aufeinander abbilden, man erhält dann nT´s 2. Stufe, usw. Wie bereits früher gezeigt wurde, kann man solche und viele weitere hochstufige kategorial-semiotische Abbildungen relativ problemlos in n-kategoriale Systeme einbetten (vgl. Toth 2011).

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, n-Kategorialität bei Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Komplementäre REZ-Relationen

1. Erfahrungsgemäß fällt es selbst Mathematikern mitunter schwer, zwischen den in komplementären Relationen beteiligten bzw. vorausgesetzten Mengen zu unterscheiden. Bedeutet z.B. die Relation R "ist Vorgesetzter von", so besteht die komplementäre Relation R´zwischen allen Paaren, die in irgendeiner menschlichen Beziehung zueinander stehen, also z.B. miteinander verwandt, befreundet, verfeindet usw. sind (vgl. Menne 1991, S. 138). Es kommt somit, kurz gesagt, auf die von einer Relation jeweils vorausgesetzte Grundmenge an.

In der triadisch-trichotomischen REZ-Relation (Toth 2012a)

$R_{REZ}{}^{3,3} = [[1, 1], [[1_{-1}, 2], [1_{-2}, 3]]]$,

können somit nur die Partialrelationen [1, 1] und $[1_{-1}, 2]$ komplementäre Mengen haben, da die Partialrelation $[1_{-2}, 3]$, da sie drittheitlich ist, das im Zeichen selbst enthaltene Zeichen ist und somit mit der Grundmenge zusammenfällt. Ferner ist die Grundmenge von [1, 1] in dieser isolierten Form gar nicht anggebbar, dann nämlich, wenn man von der semiotischen Kategorie M und nicht von der Bezeichnungsfunktion (M → O) ausgeht, d.h. wenn man die Doppelnatur der Subzeichen statisch anstatt dynamisch interpretiert. Bedeutet also [1, 1] M, dann ist die monadische Partialrelation zugleich die Grundmenge der Relation und damit die komplementäre Relation die leere Menge; bedeutet [1, 1] aber (M → O), dann ist die Grundmenge die Oberrelation O = (M → O). Dasselbe gilt vice versa für [1, 1] sowie für $[1_{-1}, 2]$ relativ zu $[1_{-2}, 3]$.

2. Nun ist aber, worauf z.B. in Toth (2012b) hingewiesen worden war, die der Peirce-Benseschen Zeichenrelation korrespondierende systemische REZ-Relation $R_{REZ}{}^{3,3}$ selbst eine Teilrelation der umfassenden Relation $R_{REZ}{}^{m,n}$

$R_{REZ}{}^{m,n} = [[1, \pm1], [[1_{\pm1}, \pm2], [1_{-2}, \pm3]] \ldots [1_{\pm(n-1)}, \pm m]]] \ldots {}_{n}]$.

Hier ist also die Grundmenge wegen der Verschachtelungsstruktur die m,n-adische Partialrelation $[1_{\pm(n-1)}, \pm m]$, die wegen des "dissolventen" Droste-Effekts bei systemischen semiotischen Relationen (vgl. Toth 2012c) sämtliche niederstufigen

Partialrelationen semiotisch enthält. Für $R_{REZ}{}^{3,3}$ bedeutet dies natürlich, daß selbst die monadische Relation [1, 1] nur hinsichtlich der Grundmenge $[1_{\pm(n-1)}, \pm m]$ eine komplementäre Relation bilden kann, so daß also selbst die autoreproduktive Relation $[1_{-2}, \pm 3]$ in hierarchisch viel höhere autoreproduktive Komplexe eingebettet ist. Da $R_{REZ}{}^{m,n}$ ferner neben $[1_{-n}, m]$ auch Dyaden der komplexen Struktur $[1_{-n}, -m]$, $[1_n, m]$ und $[1_n, -m]$ enthält, erweitert sich die reelle Grundmenge im Falle der REZ-Semiotik um die imaginären semiotischen Werte.

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Systeme und relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zur Ambiguität der relationalen Einbettungszahlen

1. Aus der allgemeinen Definition der in Toth (2012) behandelten relationalen Einbettungszahlen (REZ)

RE := <$1_{m, n}$]>

mit m, n ∈ {1, ..., n} kann man durch Beschränkung auf m = n = 3 folgende triadisch-trichotomische REZ-Matrix konstruieren

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
[1_{-1}, 1]	[1_1, 2]	[1_{-1}, 3]
[1_{-2}, 1]	[1_{-2}, 2]	[1_{-2}, 3],

2. Man erkennt also eine bei REZ im Unterschied zu Peanozahlen auftretende **Ambiguität** der Form

[a, b] = {[$a_{-(a-1)}$, b], [a, b]}.

Wir wollen nun versuchen, die 9 REZ aus der obigen 3 × 3-Matrix linear anzuordnen auf den drei involvierten Ebenen n, (n-1) und (n-2) anzuordnen (man erinnere sich, daß REZ als flächige Zahlen eingeführt worden waren)

n-2	[1_{-2}, 1]	<	[1_{-2}, 2]	<	[1_{-2}, 3]
n-1	[1_{-1}, 1]	<	[1_{-1}, 2]	<	[1_{-1}, 3]
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3]

Nehmen wir aber statt der REZ die auf ihnen definierten Morphismen

[1, 1] := id_1	[1, 2] := α	[1_{-1}, 3] := β	[1, 3]:= βα
[1_{-1}, 2] := id_2	[1_{-1}, 1] := $α^o$	[1_{-1}, 3] := $β^o$	[1_{-2}, 1] := $α^oβ^o$
[1_{-2}, 3] := id_3			

dann sieht man leicht, daß sich nun die oben festgestellte Ambiguität auszuwirken beginnt, insofern nämlich der semiotische Morphismus β und sein inverser Morphismus ein und dieselbe REZ-Repräsentation haben. Die REZ-Zahlen der semiotischen Peanozahlen (2.3) und (3.2) fallen somit aus der linearen Ordnung heraus.

Literatur

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Konversion und "interne Konversion" relationaler Einbettungszahlen

1. Wie in Toth (2012) gezeigt, weisen die durch

$RE := <1_{m,\ n}]>$

definierten sowie unter der Beschränkung von m, n $\in$ {1, ..., n} auf m = n = 3 konstruierten und in der folgenden triadisch-trichotomische REZ-Matrix angeordneten

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{-2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$

relationalen Einbettungszahlen (REZ) folgende Basis-Ambiguität auf

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$.

Diese führt dazu, daß einer der beiden semiotischen Basismorphismen der Peirce-Bense-Semiotik in Bezug auf seine REZ-Darstellung mit seinem inversen Morphismus koinzidiert

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3] := \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^{\circ}$	$[1_{-1}, 3] := \beta^{\circ}$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^{\circ}\beta^{\circ}$
$[1_{-2}, 3] := id_3$.			

2. Nehmen wir nun z.B. die REZ

$[1_{-2}, 3]$,

so kann man nach der obigen Festsetzung nicht nur eine, sondern zwei Konversen bilden

$[1_{-2}, 1]^{\circ} = \{[1, 1_{-2}], [1, 3]\}$

Nun hat [1, 3] aber selber eine Konverse

$[1, 3]° = [3, 1]$,

so daß also jeder REZ 4 Strukturen der allgemeinen Form

$[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)},]$

zukommen. Da [a, b] jedoch die Peanostruktur von Benses "Primzeichen"-Darstellung (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) ist, ist [b, a] auch nichts anderes als ihre (Peano-)Konverse. Wir wollen somit die beiden REZ-Strukturen relativ zu den beiden Peano-Strukturen als "interne Konversen" bezeichnen (da die REZ wegen ihres Einbettungsoperators, der sie zu flächigen Zahlen macht, quasi die interne Struktur der semiotischen Peanozahlen offenlegen). Die durch zwei REZ-Konversen verursachte Ambiguitäten im triadisch-trichotomischen 9er-System der Semiotik kann man z.B. durch die folgende Darstellung illustrieren

$[1, 1]° = [1, 1]$ //

$[1, 2]° = [2, 1]$ / $[1_{-1}, 1]$

$[1, 3]° = [3, 1]$ / $[1_{-2}, 1]$

$[1_{-1}, 1]° = [1, 1_{-1}]$

$[1_{-1}, 2]° = [2, 1_{-1}]$ //

$[1_{-1}, 3]° = [3, 1_{-1}]$

$[1_{-2}, 1]° = [1, 1_{-2}]$

$[1_{-1}, 3]° = [3, 1_{-1}]$

$[1_{-2}, 3]° = [3, 1_{-2}]$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Ambiguität der relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Transformationen zwischen REZ-Konversen

1. Wie in Toth (2012) gezeigt worden war, weist das nicht-invertierte, d.h. den Benseschen Subzeichen der triadisch-trichotomischen semiotischen Matrix entsprechende REZ-System

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_{1}, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{-2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$

keinerlei Ambiguitäten auf, d.h. die semiotischen Peanozahlen (1.1) ... (3.3) lassen sich bijektiv auf die REZ abbilden. Diese Lage ändert sich jedoch, wenn man von der zur obigen REZ-Matrix transponierten Matrix ausgeht, d.h. die konversen REZ bildet

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3]:= \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^o$	$[1_{-1}, 3] := \beta^o$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^o\beta^o$
$[1_{-2}, 3] := id_3$.			

Das bedeutet, daß jede REZ 4 Strukturen der allgemeinen Form

$[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)},]$

hat.

2. Auf diese Weise bekommt man also zusätzlich zu den beiden REZ-Systemen ein System von "Meso-REZ" (vgl. zu Mesozeichen Bense 1983, S. 81 ff.) im Sinne von transformationellen REZ, die man vorläufig und vereinfachend als Paare aus je zwei adjazenten REZ darstellen kann:

$[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)}]$

[a, b]	[a, b]	[a, b]
[[a, b], [b, a]]	$[a, b], [a_{-(a-1)}, b]]$	$[[a, b], [b, a_{-(a-1)},]]$

[b, a]	$[a_{-(a-1)}, b]$	$[b, a_{-(a-1)},]$

	[b, a]	[b, a]
	$[[b, a], [a_{-(a-1)}, b]]$	$[[b, a], [b, a_{-(a-1)}]]$
	$[a_{-(a-1)}, b]$	$[b, a_{-(a-1)}]$

		$[a_{-(a-1)}, b]$
		$[[a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)}]]$
		$[b, a_{-(a-1)}]$

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Konversion und "interne Konversion" relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Inklusionen und Ketten in REZ-Relationen

1. In Toth (2012a) wurde zwischen zwei semiotischen Typen von Droste-Effekt unterschieden:

1.1. dem "dissolventen" (oder emanativen) Droste-Effekt in der Peirce-Bense-Semiotik, wo eine Relation durch fortgesetztes Einsetzen der selbstähnlichen Teilrelationen immer "länger" werden

$ZR := (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

$ZR' = ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O) \rightarrow I))$ $\quad (O \rightarrow (M \rightarrow O))$

$ZR'' = (M \rightarrow ((M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O))) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$
$(O \rightarrow (M \rightarrow O)); (O \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (I \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$, usw.

1.2. dem "absorptiven" (oder "demanativen") Droste-Effekt in der REZ-Semiotik (vgl. Toth 2012b), basiert auf der allgemeinen REZ-Relation,

wo man, anfangend "am Ende", durch fortgesetztes Einsetzen nicht zu immer längeren, sondern zu immer "kürzeren" Relationen gelangt

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_{n}\ 1_{-(n-1)}, m]$

$[1, a] \rightarrow [1_{-1}, b]$

$[1_{-1}, b] \rightarrow [1_{-2}, c]$

...

$[1_{-(n-2)}, (m-1)] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$,

bis man bei m = n = 3 bei der triadisch-trichotomischen Peirce-Bense-Relation angelangt ist.

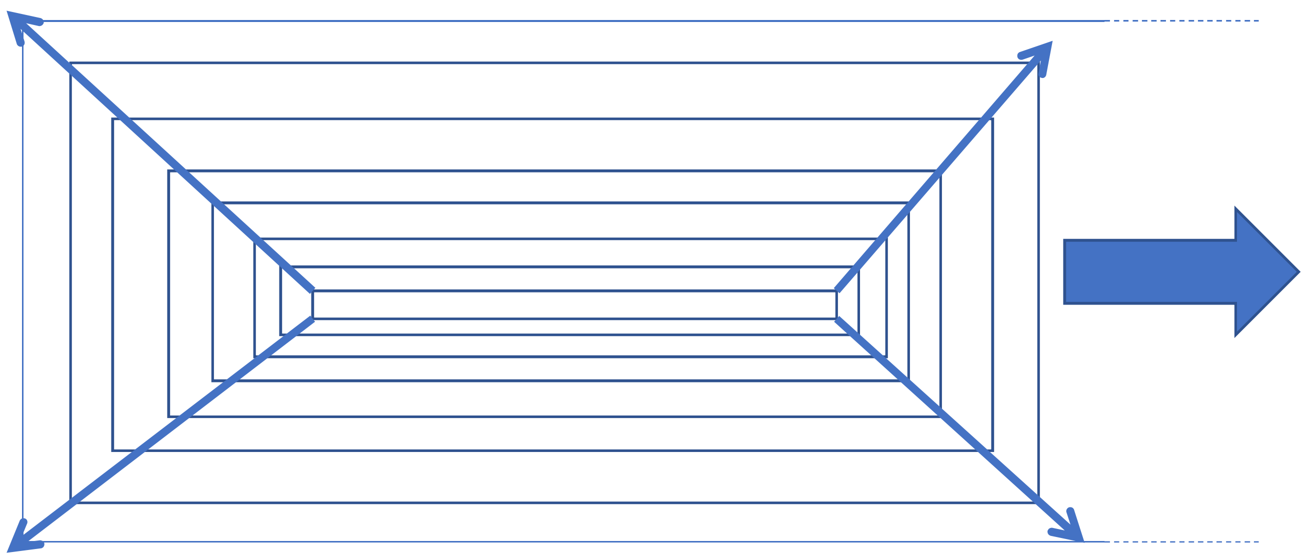
2. Betrachtet man die beiden Droste-Relationen, d.h. $ZR^{m}{}_{n}$ und ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$, vom mengentheoretischen Standpunkt, erhält man in der Folge an die obigen Unterschei-

dungen auch zwei ganz verschiedene Formen des Zusammenhanges der einzelnen Partialrelationen beider Relationstypen.

2.1. inklusiver Zusammenhangstyp (emanativer Droste-Typ)

$ZR'' = (M \subset ((M \subset (M \subset (M \subset O))) \subset (M \subset (M \subset (M \subset O)) \subset (M \subset O \subset I)))$
$(O \subset (M \subset O)); (O \subset (M \subset O)) \subset (I \subset (M \subset O \subset I))$

Das zugehörige Diagramm ist also z.B. wie folgt



2.2. Konkatenations-Zusammenhang (demanativer Droste-Typ)

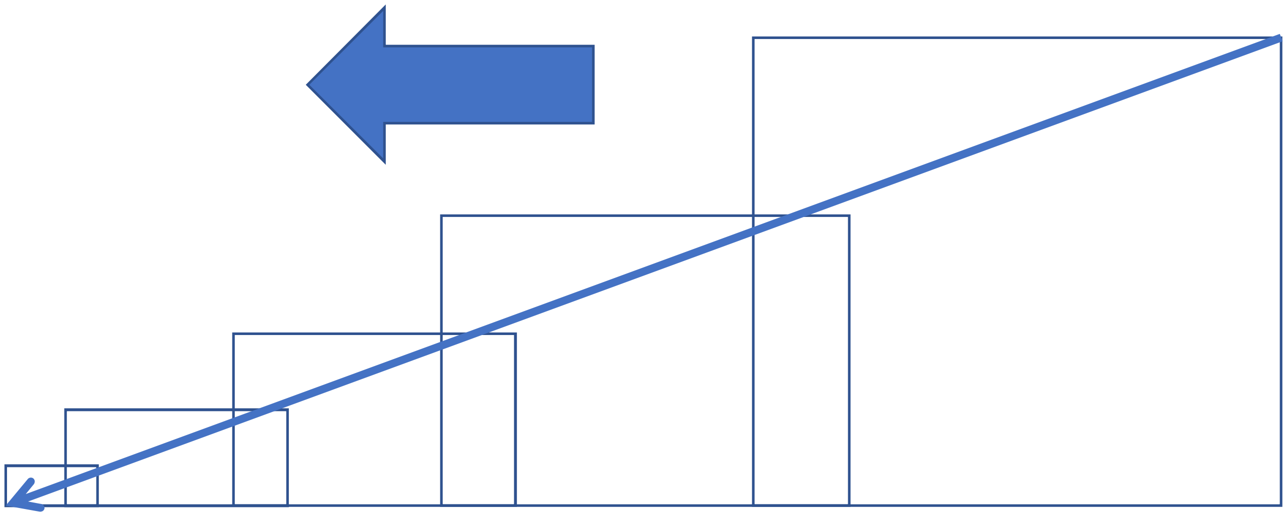
Hier gibt es bei REZ = $[1_{-n}, m]$ 3 nicht-isomorphe Fälle:

2.2.1. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-n}, (m-1)]$

2.2.2. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$

2.2.3. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, (m-1)]$

Das zugehörige Diagramm für alle 3 Fälle sieht also z.B. wie folgt aus



Es dürfte mehr als klar sein, daß emanative und demanative Droste-Strukturen trotz der Suggestivität ihrer Bezeichnungen keineswegs zueinander dual sind.

Literatur

Toth, Alfred, Dissolventer und absorptiver Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie der relationalen Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen

1. Die 9 REZ, wie sie in der triadisch-trichotonischen REZ-Relation dargestellt sind

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_{1}, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_{-2}, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

kann man wie folgt in einem 3-stufigen Zahlensystem darstellen (vgl. Toth 2012a)

n-2	$[1_{-2}, 1]$	<	$[1_{-2}, 2]$	<	$[1_{-2}, 3]$
n-1	$[1_{-1}, 1]$	<	$[1_{-1}, 2]$	<	$[1_{-1}, 3]$
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3].

2. Nun inhäriert aber jeder REZ der Form

REZ = $[m, _{n}]]$

die folgende Struktur

$S_{REZ} = \{[a, b], [b, a], [a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)},]\}$.

Das bedeutet also, daß auch jede REZ in 4 semiotischen "Sorten" auftritt. Da die ersten zwei Sorten nichts anderes als die Peanozahl-Darstellung (sowie deren Konverse) der numerischen, von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen sind, gibt es also nicht etwa 4, sondern insgesamt nur zwei 3-stufige Systeme in einem triadisch-trichotomischen REZ-System, d.h. in Ergänzung zum bereits oben gegebenen noch das folgende System:

n-2	$[1, 1_{-2}]$	<	$[2, 1_{-2}]$	<	$[3, 1_{-2}]$
n-1	$[1, 1_{-1}]$	<	$[2, 1_{-1}]$	<	$[3, 1_{-1}]$
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3].

3. Ein weiteres, drittes, REZ-System ergibt sich, wenn man auch die transformationellen REZ, die in Toth (2012b) als Paare von REZ definiert worden waren, in der Form der beiden obigen Systeme anordnet:

[[a, b], [b, a]]	[a, b], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[a, b], [b, $a_{-(a-1)}$,]]
—	[[b, a], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[b, a], [b, $a_{-(a-1)}$]]
—	—	[[$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$]].

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Konversion und "interne" Konversion bei REZ. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Transformationen zwischen REZ-Konversen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Homogene und heterogene REZ-Relationen

1. Die zuletzt in Toth (2012a) behandelte (m, n)-stellige REZ-Relation

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} :=$ [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [$_{n}$ $1_{-(n-1)}$, m]]

weist, wie bes. in Toth (2012b) gezeigt worden war, eine 4-Sortigkeit in Bezug auf das System ihrer Konversen sowie "internen" Konversen auf

S_{Str} = {[a, b], [b, a], [$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$]},

weshalb man das ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$-Teilsystem in der Form von drei REZ-Zahlensystemen darstellen kann, genauer: den zwei "hauptwertigen"

n-2	[1_{-2}, 1]	<	[1_{-2}, 2]	<	[1_{-2}, 3]
n-1	[1_{-1}, 1]	<	[1_{-1}, 2]	<	[1_{-1}, 3]
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3]

----

n-2	[1, 1_{-2}]	<	[2, 1_{-2}]	<	[3, 1_{-2}]
n-1	[1, 1_{-1}]	<	[2, 1_{-1}]	<	[3, 1_{-1}]
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3]

und dem einen "transformationellen" (wobei eine transformationelle REZ in Toth 2012c als Paar zweier (adjazenter) REZ definiert worden war):

[[a, b], [b, a]]	[a, b], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[a, b], [b, $a_{-(a-1)}$,]]
—	[[b, a], [$a_{-(a-1)}$, b]]	[[b, a], [b, $a_{-(a-1)}$]]
—	—	[[$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$]].

2. Man kann nun noch einen Schritt weitergehen. Während sich nämlich das Problem der Sortigkeit bei den Peano-Relationen (kartesischen Produkten der von Bense 1981, S. 17 ff.) eingeführten "Primzeichen") nicht stellt, da diese ja nur einer Sorte angehören, stellt sich das Problem der "Sorten-Homogenität" bzw. "Sorten-Inhomogenität" bei REZ-Relationen sehr wohl. Auch hierfür gilt natürlich, daß Relationen, welche ausschließlich die beiden Sorten [a, b] und [b, a] enthalten, zu homogenen Peano-Relationen isomorph sind. Weitere homogene Sorten ergeben sich folglich bei Relationen, welche ausschließlich aus $[a_{-(a-1)}, b]$ bzw. $[b, a_{-(a-1)}]$ zusammengesetzt sind. Kombiniert man jedoch die 4 Sorten [a, b], [b, a], $[a_{-(a-1)}, b]$ und $[b, a_{-(a-1)}]$, so erhält man eine große Anzahl von gemischt-sortigen R-Relationen. Im Falle, daß man von der Teilrelation ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ ausgeht, bekommt man also mehrsortige, d.h. inhomogene REZ-Äquivalente der ursprünglichen Peirce-Benseschen triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen (bzw. Realitätsthematiken), z.B.

${}^{3}{}_{3}R_{REZ} = [[1, a], [[b, 1_{-1}], [1_{-2}, c]]]$,

die inhomogen im REZ-Objektbezug ist,

${}^{3}{}_{3}R_{REZ} = [[a, 1], [[b, 1_{-1}], [c, 1_{-2}]]]$,

die inhomogen im REZ-Mittel- sowie Interpretantenbezug ist.

Während die in diesen beiden Fällen substituierten Partialrelationen homogen in Bezug auf die zu substituierenden Partialrelationen sind, kann man die Substituta ebenfalls aus anderen Sorten entnehmen, z.B. in den beiden folgenden Fälle den beiden Peano-Sorten anstatt den beiden REZ-Sorten:

${}^{3}{}_{3}R_{REZ} = [[1, a], [[b, 1_{-1}], [c, 3]]]$

${}^{3}{}_{3}R_{REZ} = [[a, 1], [[b, 1_{-1}], [3, c]]]$.

Läßt man die triadisch-trichotomische Inklusionsordnung Peirce-Bensescher Zeichenklassen unangestastet, dann gibt es also bereits für ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ bei 10 Zeichenklassen sowie ihnen dualen 10 Realitätsthematiken 20 mal (3 hoch 4) = 1820 mehrsortige Kombinationen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Konversion und "interne" Konversion. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Transformationen zwischen REZ-Konversen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zur Frage der Realitätsthematiken in REZ-Relationen

1. Bekanntlich besitzt jede der 10 Zeichenklassen des Peirce-Benseschen Dualsystems der Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

eine ihr duale Realitätsthematiken der Form

Rth = $\times$Zkl = $\times$(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3).

Hierdurch soll ausgedrückt werden, daß innerhalb des semiotischen Universums die durch Zeichen thematisierte Realität ebenso, d.h. wie die Zeichen selbst, nur vermittelt wahrnehmbar ist.

2. Nun hatten wir in Toth (2012a) festgestellt, daß jeder REZ-Relation der Form

${}^3_3$ REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]

nicht nur eine, sondern insgesamt 4 Strukturen inhärieren:

1. ${}^3_3$ REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]

2. ${}^3_3$ REZ = [[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]

3. ${}^3_3$ REZ = [[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]

4. ${}^3_3$ REZ = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]],

die man jedoch nach Toth (2012b) auf die beiden Operationen I (Inversion) und K (Konversion) zurückführen kann, worunter wir die Umkehrung der größten (I) und der kleinsten (K) Partialrelationen einer n-stelligen Relation verstehen.

Nun bedeutet jedoch die Umkehrung der kleinsten Partialrelationen (K) im Falle der triadisch-trichotomischen Semiotik Peirce-Bensescher Prägungen, von denen ja ${}^3_3$ REZ nur eine systemische formale Variante darstellt, nichts anderes als daß die durch K erzeugte Umstellung der Monaden das Verhältnis (den semiotischen Wert) von Triaden und Trichotomien verkehrt. Anders gesagt: Die in einer Zeichenklasse stellenwertigen Trichotomien (a, b, c) in

Zkl = (x.a y.b z.c)

sind nichts anderes als die durch K erzeugten hauptwertigen Triaden (a, b, c) in der zu einer Zeichenklasse dualen Realitätsthematik

Rth = (c.z b.y a.x),

natürlich in "umgekehrter" Reihenfolge. Geht man also statt von ${}^{m}{}_{n}$ REZ von ${}^{3}{}_{3}$ REZ aus, so ist die Anwendung der beiden Operatoren I und K auf eine Relation trivial, denn die Dualisation schließt sozusagen automatisch die Inversion ein (jedoch nicht umgekehrt), und die Inversion ist nur eine unter 3! = 6 möglichen Permutationen (genauer: Transpositionen) der Zeichenrelation bzw. Realitätsrelation.

Geht man hingegen aus von

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} :=$ [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [${}_{n}$ $1_{-(n-1)}$, m],

so kann man zusätzliche Operatoren einführen, welche nicht nur alle n relationalen Stellen der REZ sowie ihre Teilmonaden umkehren, sondern solche, die ferner alle (n-1)-, (n-2), (n-3), ..., (n-i), ... (n-4)-stelligen umkehren. Kurz gesagt: In allen ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ für n > 3 ist die Anwendung invertierender Operationen (neben K und I) alles andere als trivial. Von hier aus folgt aber direkt, daß auch die Erzeugung von "Realitätsthematiken" aus den REZ-Relationen alles andere als trivial ist und daß diesen dergestalt erzeugten "umgekehrten" Strukturen durchaus inhaltliche Relevanz zukommen kann.

Literatur

Toth, Alfred, Weshalb die Semiotik 4-wertig sein könnte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Konversion und "interne Konversion" relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Die Menge der REZ-Ausdrücke als Theorie

1. Nach der allgemeinen Modelltheorie versteht man unter der Menge aller Ausdrücke einer Sprache L, die aus einer gegebenen Teilmenge von Ausdrücken S $\subset$ L folgen, die Folgerungsmenge von S (in L) (vgl. Schwabhäuser 1970, S. 39). Man erhält diese Folgerungen von S durch einen Hüllenoperator H (über L), für den die Eigenschaften der Extensivität (i), Monotonie (ii) und Abgeschlossenheit (iii) gelten (Schwabhäuser 1970, S. 40):

(i) $S \subset H(S)$

(ii) $(S_1 \subset S_2) \rightarrow H(S_1) \subset H(S_2)$

(iii) $H(H(S)) \subset H(S)$.

2. Im folgenden gehen wir aus von der allgemeinen (n, m)-stelligen REZ-Relation

$^{m}{}_{n}R_{REZ} :=$ [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [$_n$ $1_{-(n-1)}$, m],

d.h. wir können durch Einsetzen von Werten für n die Tiefe der relationalen Einbettungen und durch Einsetzen von Werten für m die Stelligkeit der Partialrelationen bestimmen. Setzen wir z.B. m = n = 3, so bekommen wir

$^{3}{}_{3}$ REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]],

also die REZ-Variante der Peirce-Benseschen Zeichenrelationen, deren allgemeine Form üblicherweise als ZR = (3.a, 2.b, 1.c) dargestellt wird. Wie immer wir jedoch m und n wählen, ob wir als Zahlbereich die natürlichen, reellen oder komplexen Zahlen wählen (vgl. Toth 2012a), an der Relation $^{m}{}_{n}R_{REZ}$ selbst ändert sich dadurch gar nichts, d.h. sie bleibt eine abstrakte systemische Relation, die u.a. Zeichenhaftes repräsentiert, jedoch nicht nur Zeichenhaftes. Ihre Struktur ist darum universell im doppelten Sinne des Wortes: maximal allgemein und ein Universum betreffend. Nur ist dieses systemische Universum umfassender als das "Universum der Zeichen" (Bense 1983; 1986, S. 17 ff.).

3. Geht man nun allerdings von ${}^{3}{}_{3}$ REZ aus, so findet man die vier folgenden nicht-isomorphen Strukturen

1. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

2. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]$

3. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]$

4. ${}^{3}{}_{3}$ REZ = $[[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]$.

Wie ich jedoch in Toth (2012b) gezeigt hatte, ändert auch dies nichts daran, daß man im allgemeinen systemischen Universum, wie es durch ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ definiert ist, verbleibt. Aus ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ gibt es somit ebenso wenig wie aus ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ eine Transzendenz, die in einen anderen "Realitätsbereich" oder dergl. führt. Der Übergang von ZR zu ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ bringt also, um es nochmals zu unterstreichen, "lediglich" viel größere Abstraktion in die mathematische Semiotik.

Betrachten wir also nochmals (vgl. Toth 2012c) die Operatoren, welche die 4 oben unterschiedenen Strukturen erzeugen, nehmen wir hierzu aber die Peirce-Bense-schen Darstellungsweise:

1. (3.a 2.b 1.c) := G

2. (3.a 2.b 1.c)° = (1.c 2.b 3.a) := K_1

3. $\times$(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3) := K_n

4. $\times$(3.a 2.b 1.c)° = (a.3 b.2 c.1) := KD = DK

Wie man erkennt, werden die 4 Strukturen aus einer Grundstruktur G sowie zwei Operationen K und D sowie deren (dualidentische) Kombination erzeugt. Im Falle von ${}^{3}{}_{3}R_{REZ}$ fällt allerdings K_1 mit einer der 3! = 6 Permutationen und K_n mit der Dualisationsoperation zusammen (vgl. zu n>3-stelligen REZ-Relationen Toth 2012b). Dennoch führen auch die Operatoren K_1 und K_n nicht aus dem systemischen REZ-Universum hinaus, denn wie man ohne weitere Begründung sehr leicht sieht, ist K_m für $m \in \{1, ..., n\}$ ein Hüllenoperator im Sinne der Modelltheorie. Daher sind aber auch alle durch H erzeugten "Folgerungen" aus ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ bereits in ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$

enthalten, und ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ stellt daher im Sinne der Modelltheorie ein Theorie dar (vgl. noch Schwabhäuser 1970, S. 40).

Literatur

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie, Bd. I. Mannheim 1970

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Frage der Realitätsthematiken in REZ-Relationen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Weshalb die Semiotik 4-wertig sein könnte. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Mennes Bedeutungsrelation als triadische Zeichenrelation

1. Obwohl ich Mennes Bedeutungsrelation (vgl. Menne 1992, S. 55 ff.), die einen der wenigen wirklich originellen Beiträge eines Logikers zur Semiotik darstellt und sonst, so viel ich sehe, überhaupt nicht gewürdigt worden ist, bereits früher (vgl. z.B. Toth 2011) behandelt hatte, möchte ich hier nun zeigen, daß die 4-stellige Bedeutungsrelation

$B = (a, l, g, x)$,

worin a = Name, l = Sprache (welcher der Name angehört), g = Gehalt und x = Ding (Objekt) bezeichnet, sich ohne Probleme so in eine triadische Zeichenrelation des Peirce-Benseschen Typs tranformieren läßt, daß sie mit den neueren Entwicklungen in der semiotischen Systemtheorie (vgl. z.B. Toth 2012a) kompatibel ist.

2. Für Menne ist das "Ding" x das externe semiotische Objekt, welches durch das Zeichen bezeichnet wird. (Man sei sich bewußt, daß Mennes Relation eine Bedeutungs- und keine Zeichenrelation ist!) Nun beruht aber die systemische Semiotik gerade auf der Ersetzung der Dichotomie von [Zeichen, Objekt] durch diejenige von [Außen, Innen], m.a.w.: die Kontexturgrenzen zwischen Subjekt und Objekt werden, wie bereits in Toth (2012b) gezeigt, "von außen nach innen" verschoben, d.h. in die einzelnen Partialrelationen der systemischen Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$

hinein. Setzen wir hingegen

$(x \rightarrow a) := M \leftrightarrow [A \rightarrow I]$,

d.h. bilden wir Mennes "Ding" aus seinen "Namen" ab, dann erscheint das externe Objekt nunmehr innerhalb einer Bezeichnungsfunktion, d.h. als Mittel-Relation. (Die Sprache l wird in der Peirce-Bense-Semiotik insofern vernachläßigt, als das Repertoire, aus dem ein M selektiert wird, zwar dadurch vorausgesetzt wird, aber selbst nicht innerhalb der Zeichenrelation erscheint.) Daß Mennes "g" dem

Interpretantenbezug entspricht, hatte ich bereits in Toth (2011) gezeigt. Wegen den Inklusionsbeziehungen

$O = (M \rightarrow O)$

$I = (M \rightarrow O \rightarrow I)$

in der Zeichendefinition

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$

(Bense 1979, S. 53) folgt nun aber direkt, daß die Mennesche Bedeutungsrelation B sich als triadische Zeichenrelation ZR darstellen läßt. Ferner folgen aus Toth (2012a, b), d.h. den Entsprechungen der klassischen Notation der Zeichenrelation mit der systemischen, daß wir nun folgende Äquivalenzen aufstellen können:

1. $B = (a, l, g, x) \leftrightarrow$

2. $ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)) \leftrightarrow$

3. $ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \leftrightarrow$

4. $ZR_{sys\text{-}rel} = [\omega, [[\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]] \leftrightarrow$

5. $ZR_{sys\text{-}REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$.

Da ferner nach Toth (2012c)

$ZR_{sys\text{-}REZ} \subset ({}^{m}{}_{n}R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [_{n} 1_{-(n-1)}, m]]...])$

gilt, ist also am Ende dieses Mennesche Bezeichnungsfunktion ein mit der Peirce-Benseschen Zeichenrelation kompatibler triadischer Spezialfall der allgemeinen (m, n)-wertigen systemischen Relation relationaler Einbettungszahlen.

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Mennes Bedeutungsrelation als dyadisch-trivalente semiotische Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Frage der Realitätsthematiken in REZ-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

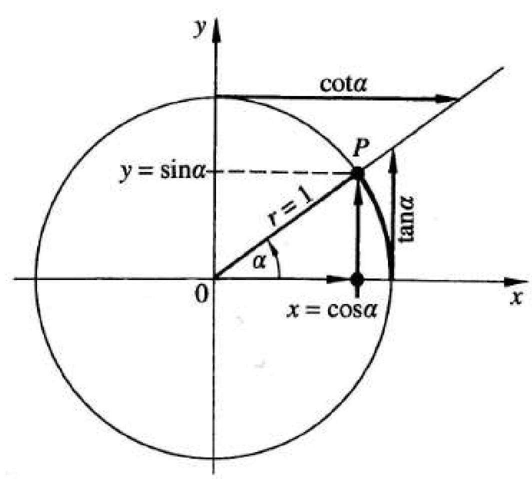
Relationale Einbettungszahlen als "komplexe" Zahlen

1. Relationale Einbettungszahlen (REZ; vgl. ausführlich Toth 2012a) sind natürlich nur in dem Sinne als komplexe Zahlen aufzufassen, daß sie wie die letzteren zusammengesetzte und flächig darstellbare Zahlen sind. Da eine REZ die allgemeine Form

REZ = [m, $_{n}$]] mit m, n $\in$ **C**

(vgl. Toth 2012b) hat, ist es jedoch möglich, REZ als komplexe Zahlen zu behandeln, und umgekehrt. Dabei gilt offenbarm $\in$ **R** und n $\in$ **I**, d.h. man die beiden Zahlentypen hängen insofern zusammen, als man die imaginäre Achse der komplexen Zahlen und die Einbettungsachse der REZ vertauschen kann.

2. Da wir bereits REZ vor dem Hintergrund der Gaußschen Zahlenebene für alle vier Quadranten behandelt haben (Toth 2012b), gehen wir hier von der Polar-koordinaten-Darstellung komplexer Zahlen aus (vgl. Toth 2011):



Dann ergibt sich für die Kreisfunktionen:

sin α = y := $_{n}$]

cos α = x := m

tg α = y/x := $_{n}$]/m

$\cot \alpha = x/y := m/_n]$.

Die für m und n einzusetzenden Werte hängen also zunächst davon ab, welche Teilrelation der allgemeinen REZ-Relation

${}^m{}_nR_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [_n 1_{-(n-1)}, m]]...]$

man wählt. Für den Fall der systemischen Fassung der Peirce-Benseschen triadisch-trichotomischen Semiotik, welche 3 Einbettungsgrade hat, setzt man also m = n = 3 und geht somit von

${}^3{}_3R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]]$

mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} aus. Damit kann man die Polarkoordinaten für jede partielle Relation getrennt bestimmen.

Literatur

Toth, Alfred, Zeichen als Wurzeln komplexer Zahlen V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen und komplexe Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Arbitrarität in der systemischen Semiotik

1. Der von Saussure (1916/1967) formulierten, doch längst vor ihm bekannten, jedoch von den meisten vorsaussureschen Semiotiken zugunsten der Motivation abgelehnte Arbitrarität der Zeichen entspricht auf der Ebene der Peirce-Bense-Semiotik die Abbildung eines Objektes auf ein konventionelles Zeichen, d.h. der sog. symbolische Objektbezug. Diese Abbildung, die auch als Zeichenfunktion aufgefaßt wird (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.), ist also dadurch gekennzeichnet, daß die Schnittmenge der Merkmalsmengen von Domäne und Codomäne der Funktion leer ist, d.h. daß arbiträre Zeichen keinerlei Übereinstimmungen mit ihren Objekten haben, also weder abbildend wie Icons oder hinweisend-kausal/ nexal wie Indices sind.

2. Wie man also erkennt, ist die Unterscheidung der drei semiotischen Objektbezüge ein spezifisches Merkmal der Peirce-Bense-Semiotik. Nun stellt aber, wie seit Toth (2012a) in zahlreichen Aufsätzen gezeigt wurde, die systemische Semiotik eine maximale Verallgemeinerung der Peirce-Bense-Semiotik dar. Sie kann, wie in Toth (2012b) gezeigt wurde, als ein Tripel

$\Sigma = < {}^{m}{}_{n}R_{REZ},\ K_n, \gamma_{a,b}>$ (für alle m, n $\in$ **C** und a, b $\in$ **N**)

aus einer Menge von relationalen Einbettungszahlen, einem n-stelligen Konversionsoperator sowie einer Familie von Abbildungen definiert werden. Geht man also von

ZR = (3.a 2.b 1.c)

zu

$ZR_{sys} = [[A \to I], [[[A \to I] \to A], [[[A \to I] \to A] \to I]]]$

über, dann verschwinden zwangsläufig auch die iconischen, indexikalischen und symbolischen Objektbezüge. Damit verschwindet jedoch nicht etwa die Arbitrarität, oder besser gesagt: die Möglichkeit, zwischen arbiträren und motivierten Zeichen zu unterscheiden, denn die Arbitrarität ist ja nichts anderes als eine linguistisch-semiotische Bezeichnung einer metaphysisch-logisch-epistemischen Kontexturgrenze, und diese kann durch keinen Wechsel zwischen logisch zweiwertigen Theoriesystemen außer Kraft gesetzt werden. Was sich allerdings ändert, ist die systemische Partialrelation

$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$,

denn das A der Teilabbildung $[A \rightarrow I]$ und das A der Codomäne der zusammengesetzten Abbildung sind im Falle der Arbitrarität per definitionem nicht dieselben! Wir sollten also besser

$[[A_1 \rightarrow I] \rightarrow A_2]$,

wobei sich sonst an der Gesmatabbildung nichts ändert, d.h. wir haben

$ZR_{sys} = [[A_2 \rightarrow I], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1] \rightarrow I]]]$,

wenigstens solange dasselbe Zeichen (I = const.) dasselbe Objekt (A_2) bezeichnet. Die leere Schnittmenge der Merkmalsmengen von bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen entspricht also der semiotisch dem konventionellen Objektbezug (2.3) sowie systemisch der Abbildung $[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1]$ mit $A_1 \neq A_2$. Gilt hingegen $A_1 = A_2$, so liegt ein motiviertes Zeichen vor, d.h. eine iconische Objektrelation.

Literatur

de Saussure, Ferdinand, Cours de linguistique générale. Paris 1916, dt. von Herman Lommel, 2. Aufl. Berlin 1967

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Uniforme kategorientheoretische REZ-Operatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Relationale Einbettung indizierter selbstähnlicher Partialrelationen

1. Die ausführlich in Toth (2012a) besprochene systemische Zeichenrelation

$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$

kann man in vielfältiger Kombination sowie unter Verwendung verschiedener Indexmengen indizieren. Z.B. kann man bereits mit einer zweielementigen Indexmenge einige Haupttypen von Zeichen differenzieren (Toth 2012b). Im folgenden wird jedoch von der abstrakteren und operableren Relation relationaler Einbettungszahlen (vgl. z.B. Toth 2012c)

${}^{3}{}_{3}\,REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$,

ausgegangen.

2.1. Natürliche Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow A_1], [[[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]_1] \rightarrow [1_{-2}, a]]]]$

2.2. Künstliche Zeichen

2.2.1. Iconische Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \rightarrow I] \rightarrow [1_{-1}, b]_2], [[[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]_1] \rightarrow [1_{-2}, a]]]]$,

2.2.2. Indexikalische Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]_2], [[[A_1 \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]_2] \rightarrow [1_{-2}, a]]]]$,

2.2.3. Symbolische Zeichen

$ZR_{sys} = [[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]], [[[[1, c]_1 \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]_2], [[[A_1 \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]_2] \rightarrow [1_{-2}, a]]]]$

3.1. Emanativer Droste-Effekt (vgl. Toth 2012d)

3.1.1. In den Domänen der Abbildungen

$[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1, c]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1, c]] \rightarrow [1, c]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow [[[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow [[[[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow ...$

3.1.2. In den Codomänen der Abbildungen

$[[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1, c]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1, c] \rightarrow [[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]]] \Rightarrow [[[[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [1_{-1}, b]] \rightarrow [[[1, c] \rightarrow [[1, c] \rightarrow [1_{-1}, b]]] \rightarrow [1_{-2}, a]]] \Rightarrow ...$.

3.2. Demanativer (absorptiver) Droste-Effekt

Sei

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} := [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [1_{-(n-1)}, m]_{n}]$

eine (m, n)-stellige REZ-Relation, dann gibt es folgende Absorptionstypen

$[1, a] \rightarrow [1_{-1}, b]$

$[1_{-1}, b] \rightarrow [1_{-2}, c]$

...

$[1_{-(n-2)}, (m-1)] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$,

Es gibt hier also einen dreifachen Konkatenations-Zusammenhang der zueinander nicht-isomorphen Fälle

1. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-n}, (m-1)]$

2. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, m]$

3. $[1_{-n}, m] \rightarrow [1_{-(n-1)}, (m-1)]$.

Literatur

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Indizierte systemische Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Absorptiver und dissolventer Droste-Effekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Metapher und Metonymie in der systemischen Semiotik

1. Link (1979) rechnet in seiner strukturalistisch-semiotischen Literaturtheorie die Metapher zu den semantisch und die Metonymie zu den pragmatisch motivierten Tropen. So weist in Links Beispiel (1979, S. 365) die Schnittmenge der semantischen Merkmalen von "Rosen" und "Wangen" die Elemente "rot" und "zart" auf. Im Sinne der Peirceschen Semiotik handelt es sich also bei der Metapher und eine iconische Relation. Dagegen liegt in Links Beispiel "Die ganze Klasse lief aus der Klasse" eine metonymische Übertragung von Klasse im Sinne von Klassen-Raum auf Klasse im Sinne von Menge von Schülern vor (ibd.). Im Sinne der Peirceschen Semiotik haben wir es also hier mit einer indexikalischen Objektrelation zu tun.

2. Im folgenden gehen wir aus von der in Toth (2012a) eingeführten systemischen Zeichenrelation mit indizierten Partialrelationen

$$ZR_{sys} = [[A_i \to I_j], [[[A_k \to I_l] \to A_m], [[[A_n \to I_o] \to A_p] \to I_q]]]$$

sowie ihrem auf sog. relationalen Einbettungszahlen (REZ; vgl. Toth 2012b) bestehenden Pendant

$$^{3}{}_{3}\, REZ = [[(1_{-2})_i, a_j], [(1_{-1})_k, b_l], [1_m, c_n]].$$

2.1. Auch wenn die Literaturwissenschaft hier anders unterscheidet, so haben doch Metapher und Metonymie dies gemeinsam, daß hier ein Zeichen zwei (oder mehrere) Bedeutungen hat, d.h. wir haben hier eine Form von Polysemie vor uns, wie sie in Toth (2012c) durch die Relation

$$ZR_{sys} = [[A_1 \to I_1], [[[A_1 \to I_1] \to A_2], [[[A_1 \to I_1] \to A_2] \to I_2]]],$$

mit $I_1 \neq I_2$ und $A_1 \neq A_2$

formalisiert wurde. Die nichtleere (iconische) Schnittmenge der beiden Objektbezüge entspricht dabei einer Partialrelation $[[[A_1 \to I_1] \to A_2] \to [[A_1 \to I_1] \to A_2]]$, und wir bekommen durch Einsetzen

$$ZR_{sys} = [[A_1 \to I_1], [[[[A_1 \to I_1] \to A_2] \to [[A_1 \to I_1] \to A_2]], [[[A_1 \to I_1] \to A_2] \to I_2]]].$$

2.2. Bei der Metonymie liegt systemisch fast dieselbe Relation wie in 2.1. vor, nur daß hier eben die beiden Mittelbezüge "Klasse" und "Klasse" (Schülermenge und Schülerraum) nicht verschieden sind, d.h. wir brauchen einzig die Indizierung in den Mittelbezügen zu ändern:

$ZR_{sys} = [[A_1 \rightarrow I_1], [[[[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_1] \rightarrow [[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_1]], [[[A_1 \rightarrow I_1] \rightarrow A_1] \rightarrow I_2]]].$

Wie man also leicht erkennt, erlaubt die Reduktion der Peirce-Bense-Semiotik auf die abstraktere und daher allgemeinere systemische Semiotik zugleich die Offenlegung gemeinsamer oder mindestens ähnlicher "Tiefenstrukturen" gerade in Fällen, wo die strukturalistischen Unterscheidungen, an der Oberfläche bleibend, oft in gewundener und komplizierter Weise unterscheiden müssen.

Literatur

Link, Jürgen, Literaturwissenschaftliche Grundbegriffe. 2. Aufl. München 1979

Toth, Alfred, Indizierte systemische Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Interne Abbildungen systemischer Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Kontexturüberschreitungen in REZ-Relationen I

1. Erstens war in Toth (2012a) gezeigt worden, daß die dem Anfang der OEIS-Folge A002260 entsprechende systemische triadische Zeichenrelation (in Peanozahl-Notation)

ZR_{sysV}^3 = [1, [(1, 1), (1, 2), (2, 2)], [(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 3)]...],

ein monokontexturales Fragment höherer systemischer Semiotiken darstellt

ZR_{int}^4 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[1, 2], 3], 4]]]]

ZR_{int}^5 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]]]

ZR_{int}^6 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]], [[[[1, 2], 3], 4], 5], 6]]]]]], usw.

2. Zweitens war in Toth (2012b) gezeigt worden, daß man die den 9 dyadischen semiotischen Partialrelationen der Peirce-Benseschen Zeichenrelation entsprechenden relationalen Einbettungszahlen (REZ)

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
[1_{-1}, 1]	[1_1, 2]	[1_{-1}, 3]
[1_{-2}, 1]	[1_{-2}, 2]	[1_{-2}, 3],

wie folgt in einem 3-stufigen Zahlensystem darstellen kann

n-2	[1_{-2}, 1]	<	[1_{-2}, 2]	<	[1_{-2}, 3]
n-1	[1_{-1}, 1]	<	[1_{-1}, 2]	<	[1_{-1}, 3]
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3].

Da jedoch jeder REZ der Form REZ = [m, $_n$]] die Struktur

S_{REZ} = {[a, b], [b, a], [$a_{-(a-1)}$, b], [b, $a_{-(a-1)}$,]} "inhäriert", bedeutet das, daß auch jede REZ in 4 semiotischen "Sorten" auftritt. Da die ersten zwei Sorten nichts anderes sind als die Peanozahl-Darstellungen (sowie deren Konversen) der numerischen, von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen, gibt es also nicht etwa 4, sondern insgesamt nur zwei 3-stufige Systeme in einem triadisch-trichotomischen REZ-System:

n-2	$[1, 1_{-2}]$	<	$[2, 1_{-2}]$	<	$[3, 1_{-2}]$
n-1	$[1, 1_{-1}]$	<	$[2, 1_{-1}]$	<	$[3, 1_{-1}]$
n	[1, 1]	<	[1, 2]	<	[1, 3].

Ferner gibt es ein drittes REZ-System, wenn man auch die transformationellen REZ, die in als Paare von REZ definierbar sind, in der Form

[[a, b], [b, a]]	$[a, b], [a_{-(a-1)}, b]]$	$[[a, b], [b, a_{-(a-1)},]]$
—	$[[b, a], [a_{-(a-1)}, b]]$	$[[b, a], [b, a_{-(a-1)}]]$
—	—	$[[a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)}]]$

anordnet.

3. Drittens wurde kürzlich gezeigt (Toth 2012c), daß theoretisch jede systemische semiotische Partialrelation andere, und zwar nicht nur gleich-, sondern auch nieder- oder höherstellige Partialrelationen wegen des für diesen Relationstypen geltenden inversen Droste-Effekts absorbieren kann:

1. äquivalente Absorption (H = T)

z.B. $\downarrow[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_n] \Rightarrow [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_n]_H$

2. minuvalente Absorption (H < T)

z.B. $\downarrow[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n-1}] \Rightarrow [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n-1}]_H$

3. plurivalente Absorption (H > T)

z.B. $\downarrow[[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n+1}] \Rightarrow [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]_n, [A \rightarrow I]_{n+1}]_H$

4. Es scheint mir somit gute Gründe dafür zu geben, die n-stufigen Einbettungen in systemischen semiotischen Relationen als (vielleicht zunächst auch nur Mono-) Kontexturen aufzufassen und die durch "parasitäre" Einbettungen verursachten systemischen (sowie kategorialen) Absorptionen im Sinne von kontexturellen Transgressionen zu interpretieren. Da man natürlich die Hausdorff-Besicovitch-Dimensionen in den drei oben gegebenen absorptiven Haupttypen ohne konkrete Werte für die A und die I einzusetzen, nicht bestimmen kann, kann man daher aber vielleicht die kontexturellen Vereinigungen, wie sie bei den Absorptionen entstehen, in einer von Rudolf Kaehr vorgeschlagenen Notation wie folgt darstellen

1. äquivalente Absorption (H = T): $H = |\sqcup_{n,\,n}| = |\sqcup_n|$

2. minuvalente Absorption (H < T) : $H = |\sqcup_{n,\,(n-1)}|$

3. plurivalente Absorption (H > T) : $H = |\sqcup_{n,\,n+1}|$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die systemische Zeichenrelation als morphogrammatisches Fragment. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Dimensionsbrechung bei parasitären systemischen Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Kontexturüberschreitungen in REZ-Relationen II

1. In der in Toth (2012a) eingeführten REZ-Matrix

$[1, 1] \quad [1, 2] \quad [1, 3]$

$[1_{-1}, 1] \quad [1_1, 2] \quad [1_{-1}, 3]$

$[1_{-2}, 1] \quad [1_2, 2] \quad [1_{-2}, 3]$,

gilt allgemein

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Nimmt man also, wie im ersten Teil dieser Untersuchungen (Toth 2012b) vorgeschlagen, die Einbettungen im Sinne von (evtl. Mono-)Kontexturen, dann würde also die REZ-Triade in Austauschrelation stehen mit einer in einer anderen Kontextur liegenden Trichotomie! Das wird noch deutlicher durch die folgende Definition von REZ-Zahlen als Mengen von Triaden und Trichotomien

$[a, b] := \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

dann gehört nämlich ein semiotischer Wert, d.h. entweder eine Triade oder eine Trichotomie, gleichzeitig der Einbettungsstufe –(a-1) und a an. Eine Verschärfung dieser bemerkenswerten Eigenschaft ergibt sich durch die funktionale Definition semiotischer relationaler Einbettungszahlen

$F = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]]$,

denn ganz egal, ob man ein n oder ein m als Triade oder Trichotomie bestimmt (bzw. vice versa), nun gehören beide semiotischen Werte (mindestens) zwei verschiedenen Kontexturen an.

2. Die große Frage ist nur: sind es wirklich Kontexturen im Sinne der Günther-Kaehrschen Polykontexturalitätstheorie, mit denen wir es hier in der Semiotik zu tun haben, oder liegt – wie bereits in Toth (2012b) angedeutet, einfach eine Hierarchie von Monokontexturen vor, die jedoch nicht in einem polykontexturalen, zugleich hierarchischen und heterarchischen "Verbundsystem" distribuiert sind, ähnlich etwa den Stufen und Typen in der Russell-Whiteheadschen Logik? Betrachtet man nun die (im folgenden natürlich nur angedeutete) vollständige REZ-Relation, von denen wir oben einige Teilrelationen betrachtet haben

$REZ^n{}_m = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]], [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}], [m_k, n_{-(k-1)}]]...]$,

so scheint jedenfalls nichts dagegen zu sprechen, die eingebetteten Partialrelationen im Sinne des spezifisch für die Semiotik von Kaehr (2008) entwickelten Verfahrens im Sinne der Polykontexturalitätstheorie zu kontexturieren; allgemein:

$REZ^n{}_m = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}]_\alpha , [m_i, n_{-(i-1)}]_\beta]_\gamma, [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}]_\delta, [m_k, n_{-(k-1)}]_\varepsilon]...]_\omega$,

Wir sollten also vielleicht besser von "Relativierung" in Bezug auf die Einbettung sprechen und den Begriff "Kontexturaliserung" für die Kaehrschen Kontexturen reservieren. Daß man monokontexturalisieren kann, ist bekannt, aber man kann nun auch "de-relativieren", indem man nämlich die Einbettungsdimensionen der REZ ebenfalls auf Peano-Zahlen abbildet; dadurch koinzidiert $REZ^n{}_m$ mit der zahlentheoretischen Folge OEIS A002260:

$ZR_{sysV}{}^3 = [1, [(1, 1), (1, 2), (2, 2)], [(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 3)]...]$,

und man bemerkt, daß die Folge der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Primzeichen eine "de-relativierte" Teilfolge von $ZR_{sysV}{}^3$ darstellt, ebenso wie die folgenden "de-relativierten" (m, n)-stelligen Teilfolgen mit n_{-i} > für i > 3:

$ZR_{int}{}^4 =$ [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[1, 2], 3], 4]]]]

$ZR_{int}{}^5 =$ [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]]]

$ZR_{int}{}^6 =$ [1, [1, 2], [[1, 2], 3]], [[[1, 2], 3], 4]]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]], [[[[1, 2], 3], 4], 5], 6]]]]]], usw.

3. Kontexturiert man also relationale Einbettungszahlen in der oben wiedergegebenen Kaehrscher Form, dann hat man für n_{-i} > für i = 3, d.h. dem REZ-Äquivalent der Benseschen "kleinen semiotischen Matrix" z.B. für 4 Kontexturen

$$\begin{array}{lll}
[1, 1]_{1,3,4} & [1, 2]_{1,4} & [1, 3]_{3,4} \\
[1_{-1}, 1]_{1,4} & [1_{1}, 2]_{1,2,4} & [1_{-1}, 3]_{2,4} \\
[1_{-2}, 1]_{3,4} & [1_{-2}, 2]_{2,4} & [1_{-2}, 3]_{2,3,4}
\end{array}$$

Ein Problem bieten dann allerdings die in Toth (2012c) dargestellten semiotischen Sorten, in welche die relationalen Einbettungen eingegliedert und innerhalb derer sie natürlich nur bei vorausgesetzter Monokontexturalität linear geordnet werden können:

Sorte 1:

$$\begin{array}{llllll}
n-2 & [1_{-2}, 1] & < & [1_{-2}, 2] & < & [1_{-2}, 3] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n-1 & [1_{-1}, 1] & < & [1_{-1}, 2] & < & [1_{-1}, 3] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n & [1, 1] & < & [1, 2] & < & [1, 3].
\end{array}$$

Sorte 2:

$$\begin{array}{llllll}
n-2 & [1, 1_{-2}] & < & [2, 1_{-2}] & < & [3, 1_{-2}] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n-1 & [1, 1_{-1}] & < & [2, 1_{-1}] & < & [3, 1_{-1}] \\
 & \wedge & & \wedge & & \wedge \\
n & [1, 1] & < & [1, 2] & < & [1, 3].
\end{array}$$

Sorte 3 (transformationelles System, basierend auf Paaren von REZ):

$$
\begin{array}{lclcl}
[[a, b], [b, a]] & < & [a, b], [a_{-(a-1)}, b]] & < & [[a, b], [b, a_{-(a-1)},]] \\
 & & \wedge & & \wedge \\
— & & [[b, a], [a_{-(a-1)}, b]] & < & [[b, a], [b, a_{-(a-1)}]] \\
 & & & & \wedge \\
— & & — & < & [[a_{-(a-1)}, b], [b, a_{-(a-1)}]]
\end{array}
$$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

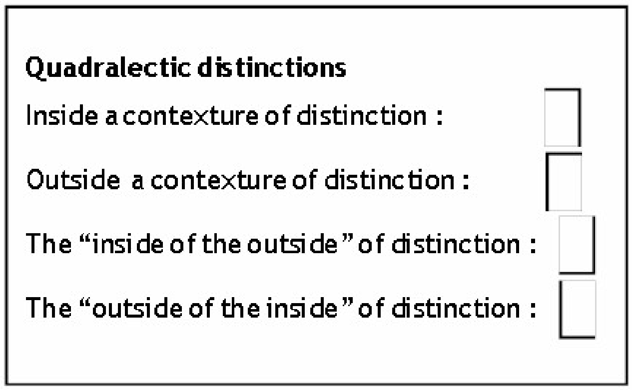
Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kontexturüberschreitungen in REZ-Relationen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Zum Rand von Zeichen und Objekt

1. Wie in Toth (2012a) gezeigt worden war, kann man die "quadralektischen" systemischen Funktionen in der folgenden Bestimmung von Rudolf Kaehr (2011, S. 12)



nach meinem in Toth (2011) gegebenen Vorschlag wie folgt auf die semiotischen Funktionen (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.) abbilden:

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Objektbezug (O): $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$

Interpretantenbezug (J): $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$

Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Man bemerkt also, daß "Quadralexis" (wie aus dem Namen natürlich nicht anders zu erwarten [auch wenn er korrekt "Tetralexis" lauten müßte!]) eine mindestens 4-stellige Zeichenrelation voraussetzt. Trotzdem ist es natürlich möglich, auch die Peirce-Bensesche triadische Zeichenrelation in quadralektische Notation zu transformieren:

$$ZR_{sys} = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]] \Rightarrow (I, (A, I(A))$$

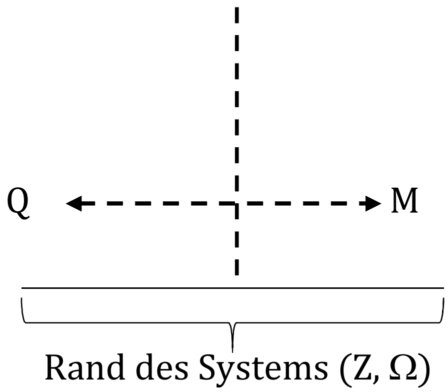
2. In Kaehrs suggestiv gewählten Symbolen machen also die beiden "Distinktionen" I(A) und A(I) den RAND zwischen den inneren und den äußeren Punkten des Zeichen-Objektsystems aus; wenn man die beiden Distinktionen

zusammenschreibt, ergibt sich ⊥, dessen horizontaler Strich die Kontexturgrenze zwischen Außen und Innen symbolisiert und dessen durchgehender vertikaler "Sockel" symbolisiert, daß Außen und Innen trotz aufweisbarer Kontexturgrenze in Bezug auf den Rand nicht diskret separierbar sind. Und genau dies kommt nun durch die Bestimmung

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$
Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

d.h. $M° = Q$; $Q° = M$

zum Ausdruck. Bestimmen wir im Einklang mit Bense (1952, S. 80), daß die Nichtsthematik ein Teil der Seinsthematik (und nicht umgekehrt) ist, so bedeutet dies semiotisch (wiederum in Einklang mit Bense, loc. cit.), daß das Zeichen in die Objektwelt eingebettet ist bzw. in abbildungstheoretischer oder funktionaler Abhängigkeit von dieser steht, denn nach Bense (1967, S. 9) ist ein Zeichen ja ein Metaobjekt, d.h. daß das Objekt dem Zeichen vorgegeben sein muß. Somit ist aber die Bestimmung des Zeichens als Menge der inneren Punkte und die Bestimmung des Objekts als Menge der äußeren Punkte des durch den Rand geteilten topologischen Raumes unzureichend: DER RAND PARTIZIPIERT VIELMEHR AN BEIDEN TEILRÄUMEN, und genau diese Partizipation wird durch das Konversionsverhältnis von M und Q bzw. symbolisch durch den "Sockel" in ⊥ zum Ausdruck gebracht. Es ist somit unzuläßig – wie dies in der Semiotik bisher fast durchwegs geschehen ist –, die qualitative "Nullstufe" bzw. "Zeroness" (vgl. dazu bereits Bense 1975, S. 65 f.) außerhalb des "semiotischen Raumes" und somit innerhalb eines "ontologischen Raumes" anzusiedeln, denn nur eine Konversionsoperation trennt M und Q voneinander – was von innen M ist, ist von außen Q, und was von innen Q ist, ist von außen M – Q gibt nur den Standpunkt des Beobachters des Systems an, oder, was formal dasselbe, ist: die "Verortung" der triadischen Restrelation einer tetradischen semiotischen Relation an (wobei der Begriff "Restrelation" völlig korrekt ist, da die 0-adische Relation nicht in die triadisch-verschachtelte Zeichenrelation eingebettet ist):



Die im obigen Diagramm angedeutete doppelte Abbildung $\leftrightarrow$ kann daher als PARTIZIPATIVE AUSTAUSCHRELATION bestimmt werden. Damit ist also gerade auch die nächste Frage beantwortet, welche Werte die "Nullheit" in einer um sie erweiterten semiotischen Relation

$ZR^4 = (0.a, (1.b, (2.c, 3.d)))$

bzw.

$ZR^4_{sys} = [[I \rightarrow A][A \rightarrow I], [[[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]] \Rightarrow$
$(A(I), (I, (A, I(A)))$

annehmen kann. Da $[A \rightarrow I] := (1.b)$ mit $b \in \{1, 2, 3\}$ ist, ist natürlich wegen $(0.a) = [A \rightarrow I]°$ auch $a \in \{1, 2, 3\}$, d.h. die bereits von Götz (1982, S. 4, 28) vorgeschlagene "trichotomische" Unterteilung der Nullheit (von Götz "Sekanz", "Semanz" und "Selektanz" genannt), ist völlig richtig. Das 3-stufige semiotische Zahlensystem der triadischen Zeichenrelation (vgl. zuletzt Toth 2012b) geht dadurch über in ein 4-stufiges:

3.heit	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$
2.heit	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$
1.heit	$[A \rightarrow I]$
0.heit	$[I \rightarrow A]$,

und die zugehörigen numerischen und "quadralektischen" Matrizen sind:

	0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3

	└	┘	┌	┐
└	└ └	└┘	└ ┌	└┐
┘	┘ └	┘ ┘	┘ ┌	┘ ┐
┌	┌ └	┌┘	┌ ┌	┌┐
┐	┐ └	┐ ┘	┐ ┌	┐ ┐

Für die Dualisation gilt also:

(× └) = (×.0.) = ┘ = (.1.), d.h. └ × ┘

(× ┌) = (×.2.) = ┐ = (.3.), d.h. ┌ × ┐ ,

das bedeutet jedoch, daß wir also auch innerhalb der Menge der INNEREN Punkte, d.h. in der Nichtsthematik der Semiotik, eine partizipative Austauschrelation haben, und zwar zwischen Objekt- und Interpretantenbezug. Damit stehen also paarweise (Q ↔ M) sowie (O ↔I) in partizipativem Austausch. Wenn wir nun von Benses "verschachtelter" triadischer Zeichenrelation (Bense 1979, S. 53)

ZR = (M → ((M → O) → (O → I)))

ausgehen, so folgt daraus, daß, obwohl Q als Nullheit per se nicht in die triadische Restrelation der tetradischen Zeichenrelation einbettbar ist, Q nun doch, und zwar qua eingebettete Abbildungen der Partialrelationen der triadischen Restrelation, sozusagen durch die Hintertür in der letzteren eingebettet wird; das folgt direkt aus den partizipativen Austauschrelationen sowie aus der Transitivität der triadischen Abbildungen. Daraus folgt allerdings nicht, daß die Nullheit damit sozusagen am Anfang einer hierarchischen Verschachtelung steht, oder anders gesagt: die tetradische Zeichenrelation läßt nicht, oder wenigstens nicht ohne weiteres, auf die Peano-Zahlenfolge (0, 1, 2, 3) abbilden, da diese, tetradisch-semiotisch interpretiert, auch (1, 0, 2, 3), (1, 2, 0, 3) oder (1, 2, 3, 0) sein könnte.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Götz, Matthias, Schein Design. Die Form und ihre Planung in semiotischer sicht. Diss. Stuttgart 1982

Toth, Alfred, Qualität als Positionierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Sorten und Stufen bei relationalen Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Sprünge in systemischen semiotischen Abbildungen

1. Die in Toth (2012a) eingeführte systemische Zeichenrelation in der abbildungstheoretischen Notation

$ZR_{sys} = [[A_2 \rightarrow I], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1], [[[A_2 \rightarrow I] \rightarrow A_1] \rightarrow I]]]$

bzw. in der Notation in der Form der sog. relationalen Einbettungszahlen (REZ)

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} = [[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [{}_{n}\, 1_{-(n-1)}, m]]...]$

kann zwar, wie seither gezeigt, durch Einbettung von partiellen Semiosen und Retrosemiosen, emanativen und "demanativen" Droste-Effekten, Indizierungen usw. vielfach modifiziert werden, aber bisher wurde an der "Peano-haftigkeit" der beiden Relationen unterliegenden Zahlenfolge

OEIS A002260 = $[\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2]], [[\omega, 1], 2], 3]]] ...]$

nichts verändert, d.h. die Selbstähnlichkeit ihrer Teilglieder wurde ungestört belassen.

2. Das ändert sich jedoch schlagartig, wenn man von den streng linearen semiotischen Matrixdekompositionen des Typs (vgl. Kaehr 2009, S. 21)

$$SR^{1}{}_{(1,2,3)} = \begin{bmatrix} (1.1)_{1.3} & \rightarrow & (1.2)_{1} & \rightarrow & (1.3)_{3} \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (2.1)_{1} & \rightarrow & (2.2)_{1.2} & \rightarrow & (2.3)_{2} \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (3.1)_{3} & \rightarrow & (3.2)_{2} & \rightarrow & (3.3)_{2.3} \end{bmatrix}$$

übergeht zu weiteren möglichen Dekompositionstypen, wie sie Rudolf Kaehr bereits 2009 aufgezeigt hatte.

1. Kann man die "systemische" Zahlenfolge dadurch variieren, daß man sie nicht bei 1 bzw. 0 beginnen läßt:

$$SR^2_{(3,4,5)} = \begin{bmatrix} (3.3)_{1.3} & \rightarrow & (3.4)_1 & \rightarrow & (3.5)_3 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (4.3)_1 & \rightarrow & (4.4)_{1.2} & \rightarrow & (4.5)_2 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (5.3)_3 & \rightarrow & (5.4)_2 & \rightarrow & (5.5)_{2.3} \end{bmatrix}$$

Semiotisch liegt in diesem Fall sehr wohl eine Form von "Sprung" vor, bes. dann, wenn man, wie zuletzt in Toth (2012b) vorgeschlagen, eine tetradische Semiotik mit Nullheit (im Anschluß an Bense 1975, S. 65 f.) annimmt. Dann befinden sich nämlich zwischen der Nullheit und der Drittheit zwei semiotische Sprünge. Ansonsten ist die obige Dekompositionsmatrix jedoch streng linear, d.h. "sprungfrei".

2. Sprünge sensu proprio liegen natürlich dann vor, wenn in ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ = $[[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]]], ..., [_{n}\, 1_{-(n-1)}, m]]...]$ die Variablen n oder m nicht linear geordnet sind. Dies ist in der folgenden Matrix, die wiederum aus Kaehr (2009) stammt, zwar nicht in den Trichotomien, aber in den Triaden der Fall:

$$SR^3_{(1,2,4)} = \begin{bmatrix} (1.1)_{1.3} & \rightarrow & (1.2)_1 & \rightarrow & (1.4)_3 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (3.1)_1 & \rightarrow & (3.2)_{1.2} & \rightarrow & (3.4)_2 \\ \downarrow & x & \downarrow & x & \downarrow \\ (4.1)_3 & \rightarrow & (4.2)_2 & \rightarrow & (4.4)_{2.3} \end{bmatrix}$$

Natürlich kann man Matrizen wie die zuletzt gegebene sehr leicht in eine solche mit Sprüngen in den Trichotomien, nicht aber in den Triaden verwandeln; dies geschieht im Anschluß an Bense (1986, S. 43) durch Transposition der Matrix oder formalsemiotisch durch Dualisierung von Repräsentationsthematiken. Da im obigen Kaehrschen Beispiel die Subzeichen jedoch kontexturiert sind, funktioniert dies jedoch u.U. nicht, da man theoretisch auch die Ordnung der mehrstelligen Kontexturenzahlen invertieren kann. Selbstverständlich ist es aber auch möglich, ausgehend von der ersten, "normalen" Matrix, zahlreiche Matrizen zu konstruieren, bei denen sich sowohl in den Triaden als auch in den Trichotomien – bzw. für höherstellige Repräsentationssysteme: sowohl in den n-aden als auch in den n-tomien Sprünge finden. In diesem Fall hängt natürlich die semiotische Interpretation solcher Matrizen davon ab, wie man für mindestens tetradische Semiotiken die über die Drittheit der Peirce-Bense-schen Zeichenrelation hinaus gehenden Kategorien interpretiert. Tut man dies in naheliegender Weise z.B. durch die Einführung zusätzlicher Interpretanten, dann könnte man z.B. die unterschiedliche Verwendung von Zeichen in verschieden gegliederten Sprechergemeinschaften auf diese Weise darstellen, usw.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen, I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Das semiotische Fadenkreuz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Gerichtete Systeme

1. Zeichen bilden natürlich nur innerhalb des vollständigen (semiosischen) (ZR, Ω)-Systems ein System, obwohl man natürlich auch Zeichenrelationen allein mit Hilfe der Systemtheorie untersuchen kann (wir hatten das in früheren Arbeiten getan). Der Grund dafür liegt darin, daß innerhalb der zweiwertigen aristotelischen Logik eine Kontexturgrenze zwischen ZR und Ω verläuft, die dafür verantwortlich ist, daß beide Glieder der ontisch-semiotischen Basisdichotomie einander transzendent sind. Somit bieten sich für eine systemtheoretische Semiotik die von Bense ap. Walther (1979, S. 122 f.) eingeführten sog. semiotischen Objekte, die wir in Zeichenobjekte und Objektzeichen unterteilt hatten (vgl. Toth 2008) an, da sie ja immer durch eine mehr oder weniger symphysische Relation zwischen ihrem Zeichen- und Objektanteil ausgezeichnet sind.

2. Semiotische Objekte waren in Toth (2012a) wie folgt systemisch definiert worden:

$ZR = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow A]]]$

$\{Q_i\} = \{[A \rightarrow I]^{-1}\} = \{[A \rightarrow I]\}$

$\{\Omega_i\} = \{[A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}$

$d = 1$ gdw $f(([[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow A]]]), (\{[A \rightarrow I]\}_i)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow A]]]), (\{[A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}_i)) = 0$; sonst $d = 0$.

Entsprechend für σ (vgl. Def. in Toth 2012a).

$o = 1$ gdw $f(x, (\{[A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}_i)) \neq 0$ und sonst $o = 0$, wobei $x \in \{ZR, \{Q_i\}, \{\Omega_i\}\}$

$s = 1$ gdw $f(x, (\{[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]\}_i)) \neq 0$ und sonst $s = 0$, wobei $x \in \{ZR, \{Q_i\}, \{\Omega_i\}\}$.

ZR kann entweder als vollständige triadische Relation gerichtet sein – jede 3-stellige Relation kann durch 6 Permutationen dargestellt werden -, oder es können einzelne ihrer Partialrelationen gerichtet sein. Ferner kann innerhalb der Basisdyaden einer triadischen Relation entweder nur der triadische, nur der trichotomische oder es können beide Werte gerichtet sein. Da nun auch die $\{Q_i\}$ und die $\{\Omega_i\}$ auf dem ontisch-semiotischen System der Partialrelationen definiert sind, wie es in Toth (2012b) gegeben worden war

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
Zeichen	Objekt

(Z, Ω)-System

und da deren systemische Basisrelation $[A \rightarrow I]$ sowie deren Konverse $[A \leftarrow I]$ ist, korrespondiert die Gerichtetheit dieser Basisrelation und ihrer Konverse derjenigen der semiotischen Monaden. Wir haben also die zweimal zwei möglichen Fälle

$[A \rightarrow I]^{\rightarrow}$, $[A \rightarrow I]^{\leftarrow}$

$[A \leftarrow I]^{\rightarrow}$, $[A \leftarrow I]^{\leftarrow}$.

Ferner entspricht somit die Gerichtetheit der einfach zusammengesetzten systemischen Abbildungen derjenigen der semiotischen Dyaden, d.h. zusätzlich zu den soeben gegebenen kommen noch die Fälle

$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]^{\rightarrow}$, $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]^{\leftarrow}$

$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]^{\rightarrow}$, $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]^{\leftarrow}$

dazu. Natürlich entsprechen dann die doppelt zusammengesetzten systemischen Abbildungen (die somit den Einbettungsstufen 2. Grades bei den relationalen Einbettungszahlen entsprechen; vgl. Toth 2012c) den semiotischen Triaden, d.h. wir haben

$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]^{\rightarrow}$, $[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]^{\leftarrow}$

$[I \to [A \to [I \to A]]^{\to}, [I \to [A \to [I \to A]]^{\leftarrow}.$

(Ich weise erneut darauf hin, daß nur bei systemischen Abbildungen, welche der 0. Stufe der ihnen korrespondierenden relationalen Einbettungszahlen entsprechen, die Konverse mit ihrer Dualen isomorph ist!).

Davon abgesehen, daß, praktisch gesehen, Systeme entweder durch Zeichen, Objekte oder Subjekte bzw. durch kombinierte Anwendung dieser drei Bestimmungsstücke der Definition eines semiotischen Objektes "gerichtet" werden können, möchte ich abschließend an die frühe architektonische Vorwegnahme der Idee der Ausrichtung von Systemen durch Bruno Tauts Konzept der "Stadtkrone" erinnern (Taut 1919).

Literatur

Taut, Bruno, Die Stadtkrone. Jena 1919

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Zur Systemik semiotischer Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Relationalzahl-Arithmetik semiotischer Objekte

1. Daß eine "Arithmetik" von Nummern (vgl. Toth 2012a) und anderen semiotischen Objekten (vgl. z.B. Toth 2012b, c) natürlich nicht den Gesetzen der klassischen, quantitativen Arithmetik folgt, dürfte vorab klar sein, da z.B. Nummern qualitativ-quantitative bzw. quantitativ-qualitative Zahlen sind, die wir auch "Zeichenzahlen" genannt hatten. Wir wollen daher versuchen, die in Toth (2012d) zur Klassifikation semiotischer Objekte aufgestellten Beziehungen mit Hilfe der in Toth (2012e) definierten systemischen Abbildungen einerseits sowie den sog. relationalen Einbettungszahlen andererseits darzustellen.

2.1. Teilarithmatik des Zeichenanteils (ZA)

$ZR = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow A]]] = [\omega^{-1}, \omega, [[\omega, 1], [[\omega, 1], 1]]] = ((a, 1), (1, a), ((1_{-1}, b), (1_{-2}, c)))$.

$\{Q_i\} = (\{[A \rightarrow I]^{-1}\} = \{[I \rightarrow A]\}) = (\{\omega^{-1}{}_i\})$.

2.2. Teilarithmetik des Objektanteils (OA)

$\{\Omega_i\} = \{[A \rightarrow [I \rightarrow A]]\} = \{[\omega, 1]\} = \{(1_{-1}, b)\}$.

2.3. Teilarithmetik der Abbildungen (ZA ⇄ OA)

2.3.1. Objektabhängigkeit (o)

$o = 1$ gdw $f(([[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A]]) = f([\omega^{-1}{}_i], [\omega, 1]) = f(\{(a, 1)_i\}, (1_{-1}, b)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[A \rightarrow I] \rightarrow A]]) = f([1, \omega]^{-1}{}_i, [\omega, 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_i\}, (1_{-1}, b)) = 0$; sonst $d = 0$.

2.3.2. Subjektabhängigkeit (s)

$s = 1$ gdw $f(([[I \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]) = f([\omega^{-1}{}_i], [[\omega, 1], 1]) = f(\{(a, 1)_i\}, (1_{-2}, c)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]) = f([1, \omega]^{-1}{}_i, [[\omega, 1], 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_i\}, (1_{-2}, c)) = 0$; sonst $s = 0$.

Objekt- und Subjektabhängig involvieren natürlich Funktionen zwischen allen Komponenten eines Zeichenobjekts oder Objektzeichens, so lange ein Objekt oder ein Subjekt einer der abhängigen Variablen darstellt, d.h. es kommen die folgenden Partialrelationen für o und s in Frage: (δσ), (δo), (δs); (σo), (σs); (δσo), (δσs), (σos) und natürlich (δ, σ, o, s).

Literatur

Toth, Alfred, Zur Referenz von Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, An der Grenze von Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Gerichtete Systeme II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Objekt- und Subjektabhängigkeit

1. Bei semiotischen Objekten, d.h. Zeichenobjekten und Objektzeichen, können sowohl deren Zeichen- als auch deren Objektteil in mehrerer Hinsicht objekt- oder subjektabhängig oder sowohl objekt- als auch subjektabhängig sein. Z.B. ist ein Wegweiser sowohl vom Objekt seines Zeichenträgers (z.B. einer Stange) als auch von seinem referentiellen Objekt (dem Ort, auf den er weist) abhängig. Eine Prothese ist ein Objekt, das nach einem anderen Objekt und für mindestens ein Subjekt gestaltet ist. Eine Kleidergröße ist sowohl vom Subjekt des Kleiderherstellers (der die Kleider hinblicklich ihrer Größen vorsortiert) als auch vom Subjekt des Kleiderkäufers (der die Kleider hinblicklich ihrer Größen selektiert) abhängig, usw. Nach dem DSO-Schema für semiotische Objekte müssen mindestens die Partialrelationen (δσ), (δo), (δs); (σo), (σs); (δσo), (δσs), (σos) und natürlich (δ, σ, o, s) unterschieden werden (Toth 2012a).

2. Was die Arithmetik semiotischer Objekte betrifft (vgl. Toth 2012b), so sind die allgemeinen Abbildungen für Objektabhängigkeit (o):

$o = 1$ gdw $f(([[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A]]) = f([\omega^{-1}{}_{i}], [\omega, 1]) = f(\{(a, 1)_{i}\}, (1_{-1}, b)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[A \rightarrow I] \rightarrow A]]) = f([1, \omega]^{-1}{}_{i}, [\omega, 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_{i}\}, (1_{-1}, b)) = 0$; sonst $d = 0$.

und für Subjektabhängigkeit (s):

$s = 1$ gdw $f(([[I \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]) = f([\omega^{-1}{}_{i}], [[\omega, 1], 1]) = f(\{(a, 1)_{i}\}, (1_{-2}, c)) = 0$ oder $f(([[A \rightarrow [I \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]) = f([1, \omega]^{-1}{}_{i}, [[\omega, 1], 1]) = f(\{(b, 1_{-1})_{i}\}, (1_{-2}, c)) = 0$; sonst $s = 0$.

Wenn wir uns auf die Notation relationaler Einbettungszahlen (vgl. Toth 2012c) festlegen, haben wir zunächst natürlich $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ und bekommen somit, falls nur 1 Objekt vorliegt, durch simples Einsetzen

für Objektabhängigkeit vom Zeichenträger:

$y_1 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-1}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-1}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-1}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1)\}, (1_{-1}, 3))$,

für Objektabhängigkeit vom referentiellen Objekt:

$y_1 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1_{-1})\}, (1_{-1}, 3))$,

für Subjektabhängigkeit vom Zeichenträger:

$y_1 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-2}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-2}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1)\}, (1_{-2}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1)\}, (1_{-2}, 3))$,

für Subjektabhängigkeit vom referentiellen Objekt:

$y_1 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 1))$

$y_2 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 2))$

$y_3 = f(\{(1, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 3))$

...

$y_{27} = f(\{(3, 1_{-1})\}, (1_{-2}, 3))$.

Literatur

Toth, Alfred, Gerichtete Systeme II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Relationalzahl-Arithmetik semiotischer Objekte I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

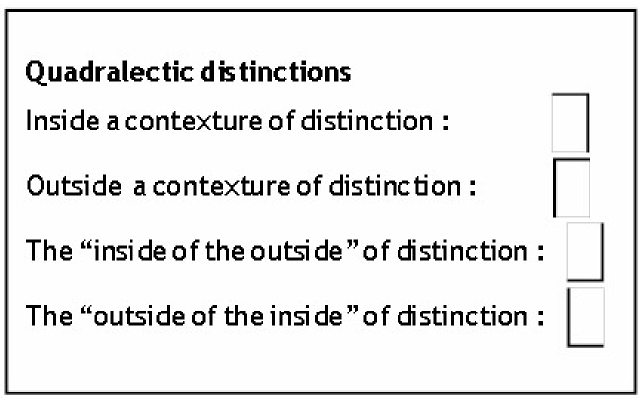
Bivalenz und Tetravalenz

1. Wie zuletzt in Toth (2012a, b) gezeigt, weisen die logischen Semiotiken von Albert Menne (Menne 1992, S. 39 ff.) und von Georg Klaus (1965, 1973) als zentrale Gemeinsamkeit auf, daß sie auf einem Axiom der Isomorphie von Zeichen und Objekt bzw. von Signifikanten- und Signifikatsseite des Zeichens basieren, das eine direkte Konsequenz der zweiwertigen Logik darstellt. In einer solchen Semiotik fallen Abstraktionsklassenbildung und Superisation zusammen (vgl. Toth 2012c), d.h. der Weg vom konkreten zum abstrakten Zeichen und weiter zu einer theoretisch unendlichen Hierarchie von Superzeichen geschieht durch "kulminierte" iterative Mengenbildung. Wegen des Isomorphieaxioms können sowohl die Menne- als auch die Klaus-Semiotik als verdoppeltes von Neumann-Universums darsgestellt werden (vgl. Toth 2012d), deren Strukturschema wie folgt aussieht

$$
\begin{array}{lcl}
x & \cong & y \\
\{x\} & \cong & \{y\} \\
\{\{x\}\} & \cong & \{\{y\}\} \\
\{\{\{x\}\}\} & \cong & \{\{\{y\}\}\} \\
\{\{\{\{x\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{y\}\}\}\} \\
\{\{\{\{\{x\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{y\}\}\}\}\} \\
\{\{\{\{\{\{x\}\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{\{y\}\}\}\}\}\} \\
\vdots & & \vdots
\end{array}
$$

Das weder von Menne noch von Klaus je auch nur erwähnte, geschweige denn besprochene Problem besteht jedoch darin, daß in der Semiotik nach Saussure Signifikant und Signifikat bekanntlich so zusammenhängen wie Recto- und Versoseite eines Blattes Papier. Falls dies korrekt, muß wegen des Isomorphieaxioms ein solcher Zusammenhang auch zwischen Zeichen und Objekt in der Logik existieren. Wegen des Tertium non Datur-Axioms definiert eine zweiwertige Kontextur einen ontologischen Ort, der in dieser Zweiwertigkeit absolut und vollständig determiniert ist, d.h. Zeichen und Objekt hängen tatsächlich bis auf Isomorphie so zusammen, wie es Signifikant und Signifikat tun.

2. Die isomorphe "Parallelisierung" von Objekt und Zeichen sowie von Signifikat und Signifikant wird somit durch die Ontologie gestützt, deren zweiwertige Interpretation besagt, daß ein Etwas entweder existiert oder nicht existiert, d.h. daß es nur Sein oder Nichts gibt. Allerdings wird die Parallelisierung nicht durch die Epistemologie gestützt, denn in der zweiwertigen Logik und ihrer korrespondierenden Ontologie gibt es keine Möglichkeit, neben den "reinen" Kategorien von Subjekt und Objekt die "gemischten" oder besser: vermittelnden Kategorien des subjektives Objekts und des objektiven Subjekts zu designieren bzw. zu thematisieren. wie Kaehr (2011)gezeigt hat, somit somit bivalente Semiotiken und Logiken auch systemtheoretisch defizient:



In Toth (2011a) hatte ich deshalb eine tetravalente Semiotik folgendermaßen systemtheoretisch definiert:

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Objektbezug (O): $[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$

Interpretantenbezug (J): $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$

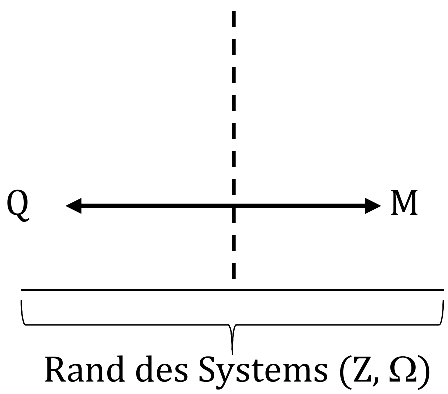
Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Wie man aus der Konversionsbeziehung zwischen der ersten und der letzten Definition erkennt, gilt also

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$

Qualität (Q) $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

d.h. es ist M° = Q und Q° = M. Das bedeutet aber, daß der tetravalenten Semiotik ein Systemmodell zugrunde liegt, das man wie folgt schematisieren könnte:



Der Rand des Systems partizipiert somit sowohl am "semiotischen Raum" als auch am "ontischen Raum" (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.), d.h. Q und M stehen in einer PARTIZIPATIVEN AUSTAUSCHRELATION, und der Übergang vom semiotischen zum ontischen Raum erfolgt durch einen chiastischen Austausch der Systemkategorien A und I:

3.heit $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$

2.heit $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$

1.heit $[A \rightarrow I]$

0.heit $[I \rightarrow A]$,

d.h. dieser fällt unter die von Günther (1971) entdeckte Proemialrelation und führt somit unter die Ebene der (zweiwertigen) Logik.

3. Wie man leicht einsieht, ergibt sich auf dieser sowohl unter der Logik als auch unterhalb der auf dieser basierenden Semiotik liegenden Ebene nicht nur ein System von zwei, sondern von (16-4 =) 12 erkenntnistheoretischen Vermittlungsrelationen

	└	┘	┌	┐
└	└ └	└┘	└ ┌	└┐
┘	┘ └	┘ ┘	┘ ┌	┘ ┐
┌	┌ └	┌┘	┌ ┌	┌┐
┐	┐ └	┐ ┘	┐ ┌	┐ ┐.

Definieren wir wie in Toth (2011b)

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$,

so haben wir die ja wegen der der tetravalenten Semiotik zugrunde liegenden Systemdefinition vorhandene Parallelisierung von Zeichen und Objekt insofern "gerettet", als wir nur von einer einzigen Abbildung ω, allerdings in drei verschiedenen Einbettungsstufen, ausgehen, die man genausogut durch [ω], [[ω]], [[[ω]]], also wie in den kumulativen Mengenhierarchien von Menne und von Klaus, bezeichnen könnte. Versuchen wir nun also, noch abstrakter zu sein und den Systembegriff selbst als Spezialfall einer beliebigen Dichotomie D zu definieren. Sei

$D := [a, b]$

eine beliebige Dichotomie und

$1 := a(b) = b \rightarrow a$

eine beliebige Abbildung der Glieder von D. Ferner bedeute „1“, daß diese Abbildung eine „Oberflächenabbildung“ sei, d.h. daß die Einbettungsstufe 0 vorliege:

$1 = [1_0] := 1_0$.

Damit können wir das obige systemtheoretische semiotische Minimalsystem wie folgt notieren

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$,

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie zurückführen, sondern die letztere durch das Paar

$RE = <1, {}_{n}]>$,

bestehend aus einer Abbildung 1 und einem n-stufigen Einbettungsoperator ${}_{n}]$ definieren und nennen dieses Paar RE eine relationale Einbettungszahl. Wir erhalten dann z.B. für die Bensesche Zeichenklasse des vollständigen Mittelbezugs, d.h. für das Klaussche Zeichenexemplar und für das Mennesche Lalem:

Zkl	=	{3.1, 2.1 1.1} =
S_1	=	$((((\omega, 1), 2), \omega)\ ((\omega, 1), \omega)\ (\omega, \omega))$ =
$*S_1$	=	$\{\{\{\{\omega\}\}\}, \{\{\omega\}\}, \{\omega\}\})\}$
RE		$[[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 1]]$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Cognition and Volition (1971). In: 1971 Fall Conference of the American Society for Cybernetics. Washington, D.C. 1972, S. 119-135

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik, I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

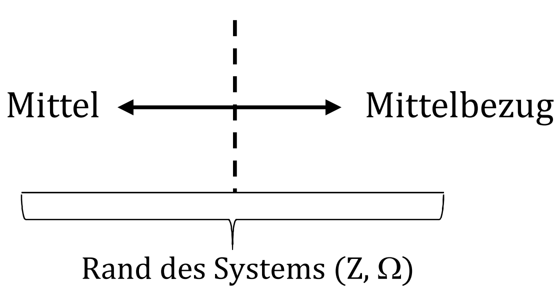
Toth, Alfred, Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus, I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Semiotische System- und Superisationshierarchien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Isomorphe logisch-semiotische Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Spuren als Teile von Objekten

1. Wie ich vor allem in Toth (2011a) gezeigt hatte, ist zwischen konkreten und abstrakten Zeichen zu unterscheiden. Wichtig ist dabei, daß sich diese nicht-triviale Unterscheidung nicht mit den Unterscheidungen zwischen "sign events" und "signs", "tokens" and "types" (Peirce), Zeichenexemplaren und Zeichengestalten (G. Klaus), Signal und Zeichen oder Lalem und Lexem (A. Menne) decken, da in allen diesen Fällen Zeichen und Mittel bzw. Mittelbezug identifiziert und darauf einfach die Abstraktionsklassen gebildet werden. Bereits Bense (1973, S. 71) hatte jedoch darauf hingewiesen, daß das konkrete Mittel ein "triadisches Objekt" ist. Selbstverständlich ist natürlich auch der abstrakte Mittelbezug triadisch, denn es vermittelt ja sich selbst zwischen Objekt- und Interpretantenbezug der abstrakten Zeichenrelation. Nun gehört das Mittel aber dem "ontischen Raum" an (Bense 1975, S. 65 f.) und ist somit ein Teil eines Objektes. Wenn somit das konkrete Mittel als triadisches Objekt fungiert, dann gibt es zwischen ihm und dem trivialerweise triadisch fungierenden Mittelbezug eine nicht-triviale (d.h. nicht wie in den Semiotiken von G. Klaus und A. Menne aus der logischen Zweiwertigkeit folgende) Isomorphie zwischen Objekt und Zeichen und damit zwischen ontischem und semiotischem Raum. Da Bense (1975, S. 39 ff.) im Rahmen seiner invariantentheoretischen Semiotik gezeigt hatte, daß die Übergänge zwischen ontischem und semiotischem Raum durch sog. disponible Kategorien von Statten gehen, folgt, daß die beiden isomorphen Räume zudem durch einen Teilraum oder "Rand" vermittelt sind, der ein System von sowohl am ontischen als auch am semiotischen Raum partizipierenden Relationen enthält. Schematisch:



2. Wie zuletzt in Toth (2012) gezeigt, haben diese partizipativen Relationen, die als Austauschrelationen zwischen dem ontischen Teilraum der Mittel und dem semiotischen Teilraum der Mittelbezüge charakterisiert sind, chiastische Gestalt. Definiert man die ontischen Relationen isomorph den semiotischen und benutzt dazu als Grundbegriff denjenigen des Systems, das einfach durch

$S = [A, I]$

eingeführt ist, d.h. als

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Mittel (Q)	$[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$,

dann kann man das vollständige partizipative Syste, d.h. den Rand zwischen Zeichen und Objekt, wie folgt darstellen:

3.heit	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$
2.heit	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$
1.heit	$[A \rightarrow I]$
0.heit	$[I \rightarrow A]$,

und es ist also

Mittelbezug: $[A \rightarrow I] := I$

Mittel: $[A \rightarrow I]° = [I \rightarrow A] := A(I)$.

Man kann diese zueinander isomorphen ontischen und semiotischen Relationen bzw. Abbildungen dadurch vereinfachen, daß man sie wie in Toth (2011b) als relationale Einbettungen definiert

$\omega := (A \rightarrow I)$

$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$

$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)$

und diese wiederum durch sog. relationale Einbettungszahlen gemäß

$\omega = 1$

$[\omega, 1] = 1_{-1}$

$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$.

Unter der Voraussetzung, daß ω entweder für ein triadisches Objekt oder für ein triadisches Zeichen steht, bekommt man hierdurch nämlich die folgende Isomorphiehierarchie zwischen systemischen Kategorien und relationalen Einbettung(szahl)en, die allerdings, wie bereits angetönt, anders als die entsprechenden Isomorphiehierarchien der logischen Semiotiken, nicht-trivial ist:

$\omega = \omega = 1$

$\{\omega\} = [\omega, 1] = 1_{-1}$

$\{\{\omega\}\} = [[\omega, 1], 1] = 1_{-2}$

$\{\{\{\omega\}\}\} = [[[\omega, 1], 1], 1] = 1_{-3}$, usw.

Spuren können nun nur in dem wenig interessanten Sinne Teile von Abstraktionsklassen, d.h. von Zeichenrelationen und ihren Superisationen, sein, z.B. Rumpfthematiken wie etwa (3.1, 2.2), (2.2, 1.3) oder (3.1, 1.3) als dyadische Teilrelationen vollständiger triadischer Zeichenrelationen. Interessant – und der landläufigen Auffassung entsprechend – sind Spuren jedoch Teile von Objekten, d.h. also auch von konkreten Zeichen. Und zwar sind Spuren als Zeichen interpretierte Teile von Objekten, die dadurch auf die Objekte, deren Teile sie sind, abgebildet werden:

Spur: $o \rightarrow_{ZR} \{o\}$,

wobei $o \in (\omega, \{\omega\}, \{\{\omega\}\}, ...)$ sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Bivalenz und Tetravalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I

1. Gerichtete Objekte (vgl. Toth 2012a, b) sind im Rahmen der systemischen Objekttheorie determinierbar durch

a) ihren EINBETTUNGSGRAD relativ zur Systemhierarchie

$S_n = [S_1, [S_2, [S_3, \dots [S_n$

mit

$[S_1, [S_2, [S_3, \dots [S_n = [S_n \supset [S_{n-1}, [S_{n-2}, \dots [S_1,$

b) ihre LAGE IM RAUM relativ zu einem od. mehreren anderen Objekten, und zwar im Rahmen der Objektabbildungstheorie (Exessivität, Adessivität, Inessivität sowie deren Kombinationen),

c) ihre OBJEKTSORTE,

d) ihre MATERIALITÄT und STRUKTURALITÄT,

e) die beiden parametrischen Eigenschaften der DETACHIERBARKEIT und OBJEKTABHÄNGIGKEIT

f) ihre STUFIGKEIT

g) ihre VERMITTELTHEIT oder UNVERMITTELTHEIT

h) ihre ZUGÄNGLICHKEIT.

2. Zeichen- und Objektbegriff bzw. semiotischer und ontischer Raum (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) sind nun insofern isomorph, als wir innerhalb der Peirceschen Semiotik folgende Korrespondenzen zu den objektalen Kriterien a) bis h) finden:

a) semiotische Einbettung bzw. Hierarchie

$z = [m \subset o. \subset i]$

mit

$[z_1, [z_2, [z_3, \ldots [z_n = [z_n \supset [z_{n-1}, [z_{n-2}, \ldots [z_1,$

b) Exessivität $\cong$ (2.1) = 2. → .1 =: α (Konv. α° := .2 ← 1.)

Adessivität $\cong$ (2.2) = 2. → .2 =: id

Inessivität $\cong$ (2.1) = 2. → .3 =: β (Konv. α° := .2 ← 3.),

d.h. die 3 mal 3 = 9 sog. Subzeichen (semiotischen Objektfunktionen) sind ebenfalls isomorph zu den 3 mal 3 = 9 möglichen ontischen Paarabbildungen (vgl. Toth 2012c).

c) Objektsorte: Theorie der semiotischen Affinitäten (vgl. Bense 1983, S. 45; Toth 2012d) im Rahmen der Theorie semiotischer Objektbezüge.

d) Materialität und Strukturalität: Theorie triadischer Objekte (vgl. Bense/ Walther 1973, S. 71) sowie Theorie semiotischer Objekte (vgl. Walther 1979, S. 122 f. sowie Toth 2012e).

e) Detachierbarkeit und Objektabhängigkeit: Theorem der Materialkonstanz und Theorem der Objekttranszendenz (vgl. Kronthaler 1992) sowie Benses semiotisch-ontische Invarianztheorie (Bense 1975, S. 39 ff.).

f) Stufigkeit: Semiotische Superisationshierarchien (vgl. Bense 1971, S. 53).

Keine Entsprechungen finden sich zu g) Vermitteltheit oder Unvermitteltheit, da Zeichen per definitionem vermittelte Objekte sind, sowie zu h) Zugänglichkeit.

3. Reduziert man die Semiotik auf die Systemtheorie (vgl. z.B. Toth 2012f), so kann man definieren

$O = [\mathfrak{o}_1, \mathfrak{o}_2]$

$Z = [z, \mathfrak{o}]$,

d.h. Zeichen und gerichtetes Objekt sind systemisch isomorph. Aus diesem Grunde kann man nun sowohl für die Zeichenrelation Z, als auch für die Objektrelation O eine gemeinsame Mengenhierarchie konstruieren, d.h. eine, die sowohl für den semiotischen als auch für den ontischen Raum gültig ist.

$(A \rightarrow I)$	ω	ω	1	$(I \rightarrow A)$
$((A \rightarrow I) \rightarrow A)/$				$(A \rightarrow (I \rightarrow A))/$
$((A \rightarrow I) \rightarrow I)$	[ω, 1]	{ω}	1_{-1}	$(I \rightarrow (I \rightarrow A))$
$(((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I)/$				$(I \rightarrow (A \rightarrow (I \rightarrow A)))/$
$(((A \rightarrow I) \rightarrow I) \rightarrow A)/$	[[ω, 1], 1]	{{ω}}	1_{-2}	$(A \rightarrow (I \rightarrow (I \rightarrow A)))$

wobei die zweitletzte Kolonne die in Toth (2011) eingeführten sog. Relationalzahlen enthält, die somit die arithmetische (und topologische) "Invariante" sowohl der Elemente des semiotischen als auch des ontischen Raumes darstellen.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Zur Theorie der Relationalzahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zwei mögliche Basisrelationen für die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Die Lage von Objekteinbettungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Semiotische Affinität und Zeichen-Objekt-Isomorphie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Gerichtete und semiotische Objekte sowie konkrete Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Toth, Alfred, Bivalenz und Tetravalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte II

1. Wie bereits in Toth (2012a) dargestellt, sind gerichtete Objekte im Rahmen der elementaren Systemdefinition definiert durch

$O = [\mathfrak{o}_1, \mathfrak{o}_2]$

und damit systemisch isomorph zur Definition des Zeichens.

$Z = [z, \mathfrak{o}]$.

2. Im 1. Teil dieser Untersuchung (Toth 2012b) hatten wir ferner gezeigt, daß gerichtete Objekte determiniert sind

a) durch ihren EINBETTUNGSGRAD relativ zur Systemhierarchie

$S_n = [S_1, [S_2, [S_3, \ldots [S_n$

mit

$[S_1, [S_2, [S_3, \ldots [S_n = [S_n \supset [S_{n-1}, [S_{n-2}, \ldots [S_1,$

b) ihre LAGE IM RAUM relativ zu einem od. mehreren anderen Objekten, und zwar im Rahmen der Objektabbildungstheorie (Exessivität, Adessivität, Inessivität sowie deren Kombinationen),

c) ihre OBJEKTSORTE,

d) ihre MATERIALITÄT und STRUKTURALITÄT,

e) die beiden parametrischen Eigenschaften der DETACHIERBARKEIT und OBJEKTABHÄNGIGKEIT,

f) ihre STUFIGKEIT,

g) ihre VERMITTELTHEIT oder UNVERMITTELTHEIT,

sowie

h) ihre ZUGÄNGLICHKEIT.

3. Die Isomorphie von Zeichen- und Objekt kann nun auf der Basis der Definition eines elementaren Systems, S = [A, I], wie folgt dargestellt werden. Dabei enthält die unten stehende Tabelle in der 2. und 3. Kolonne alternative Darstellungen der systemischen Mengenhierarchie und in der 4. Kolonne die in Toth (2011) eingeführten Relationalzahlen.

$(A \to I)$ $((A \to I) \to A)/$ $((A \to I) \to I)$ $(((A \to I) \to A) \to I)/$ $(((A \to I) \to I) \to A)/$	ω $[\omega, 1]$ $[[\omega, 1], 1]$	ω $\{\omega\}$ $\{\{\omega\}\}$	1 1_{-1} 1_{-2}	$(I \to A)$ $(A \to (I \to A))/$ $(I \to (I \to A))$ $(I \to (A \to (I \to A)))/$ $(A \to (I \to (I \to A)))$

4. Da wir in Toth (2012b) gezeigt hatten, daß die Relationalzahlen den Einbettungsgrad sowohl der Zeichen als auch der Objekte angeben, führen wir die folgenden Notationen zur Bezeichnung der Objektabbildungen ein. Sei $x \in \{1, 1_{-1}, 1_{-2}, ..., 1_{-(n-1)}\}$, dann vereinbaren wir

Exessivität: $x\leftarrow$

Adessivität: x

Inessivität: $x\rightarrow$

Wir bekommen dann also eine dreireihige Hierarchie von Relationalzahlen, die somit alle drei möglichen Lagen von Objekten und Zeichen für alle n Einbettungsgrade formal kennzeichnen:

$1\leftarrow$, $1_{-1}\leftarrow$, $1_{-2}\leftarrow$, $1_{-3}\leftarrow$ ... $1_{-(n-1)}\leftarrow$

1, 1_{-1}, 1_{-2}, 1_{-3} ... $1_{-(n-1)}$

$1\rightarrow$, $1_{-1}\rightarrow$, $1_{-2}\rightarrow$, $1_{-3}\rightarrow$ ... $1_{-(n-1)}\rightarrow$

Die in Toth (2012a) besprochenen 9 paarweisen Kombinationen von Abbildungen können somit je n-fach, d.h. für jeden Einbettungsgrad, sowie für verschiedene Einbettungsgrade durch geordnete Paare von Relationalzahlen dargestellt werden.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Theorie der Relationalzahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Systemische Differenzen

1. In Toth (2012a) hatten wir den Einbettungsgrad von Objekten relativ zur Systemhierarchie

$S_n = [S_1, [S_2, [S_3, \dots [S_n$

mit

$[S_1, [S_2, [S_3, \dots [S_n = [S_n \supset [S_{n-1}, [S_{n-2}, \dots [S_1$

definiert. Ferner hatten wir in Toth (2012b) die Systemhierarchie als vermitteltes Isomorphiesystem zwischen systemisch-semiotischen (ganz links) und systemisch-ontischen Abbildungen (ganz rechts) definiert

$(A \to I)$	ω	ω	1	$(I \to A)$
$((A \to I) \to A)/$				$(A \to (I \to A))/$
$((A \to I) \to I)$	$[\omega, 1]$	$\{\omega\}$	1_{-1}	$(I \to (I \to A))$
$(((A \to I) \to A) \to I)/$				$(I \to (A \to (I \to A)))/$
$(((A \to I) \to I) \to A)/$	$[[\omega, 1], 1]$	$\{\{\omega\}\}$	1_{-2}	$(A \to (I \to (I \to A)))$

Gilt also für die vermittelnden, sog. relationalen Zahlen

$\{1, 1_{-1}, 1_{-2}, \dots, 1_{-(n-1)}\}$,

und vereinbaren wir

Exessivität: $x\leftarrow$

Adessivität: x

Inessivität: $x\rightarrow$,

dann bekommen wir eine dreireihige Hierarchie von Relationalzahlen, die alle drei möglichen Lagen von sowohl Objekten als auch Zeichen für alle n Einbettungsstufen formal kennzeichnen:

$1_{\leftarrow}$, $1_{-1}\leftarrow$, $1_{-2}\leftarrow$, $1_{-3}\leftarrow$ ... $1_{-(n-1)}\leftarrow$

1, 1_{-1}, 1_{-2}, 1_{-3} ... $1_{-(n-1)}$

$1\rightarrow$, $1_{-1}\rightarrow$, $1_{-2}\rightarrow$, $1_{-3}\rightarrow$ ... $1_{-(n-1)}\rightarrow$

2. Wenden wir nun unsere architektursemiotische Konvention, als System ein Wohnhaus zu setzen, auf diese Vermittlungshierarchie relationaler Zahlen an, so bekommen wir:

U	‖	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	...
Garten	‖	Haus	Treppenhaus	Wohnung	Zimmer	Kasten	
0	‖	$1\leftarrow$	$1_{-1}\leftarrow$	$1_{-2}\leftarrow$	$1_{-3}\leftarrow$	$1_{-4}\leftarrow$	...
0	‖	1	1_{-1}	1_{-2}	1_{-3}	1_{-4}	...
0	‖	$1\rightarrow$	$1_{-1}\rightarrow$	$1_{-2}\rightarrow$	$1_{-3}\rightarrow$	$1_{-4}\rightarrow$	...

Damit haben wir einige systemtheoretisch interessante weitere Definitionen:

$[U, S_1]$:= Hauseingang

$[S_1, S_2]$:= Eingangshalle, Vestibül

$[S_2, S_3]$:= Wohnungstür

$[S_3, S_4]$:= Zimmertür

$[S_4, S_5]$:= Kastentür o.ä,

Diese Zwischenstufen nennen wir nun primäre intrasystemische Schnittstellen, denn wir können zu den folgenden sekundären fortschreiten:

$[[U, S_1], [S_1, S_2]]$:= Türraum

$[[S_1, S_2], [S_2, S_3]]$:= Treppe

$[[S_2, S_3], [S_3, S_4]]$:= Flur, Gang, Korridor

$[[S_3, S_4], [S_4, S_5]]$:= Zimmer

Abschließend sei noch darauf aufmerksam gemacht, daß die einfach gestrichelte Linie in der obigen Tabelle die Subjekt-Objekt-Grenze innerhalb der objektalen Kategorie der Zugänglichkeit (vgl. Toth 2012c) markiert. Aus diesem Grunde dürfte es (bei Wohnungen) auch keine tieferen sekundären intrasystemischen Schnittstellen geben. Wir haben also folgendes Subjekt-Objekt-zu-Objekt-Gefälle in Bezug auf eine Zugänglichkeitshierarchie in unserem System von Teilsystemen:

U	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	...
Garten	Haus	Treppenhaus	Wohnung	Zimmer	Kasten	
0	$1\leftarrow$	$1_{-1}\leftarrow$	$1_{-2}\leftarrow$	$1_{-3}\leftarrow$	$1_{-4}\leftarrow$	...
0	1	1_{-1}	1_{-2}	1_{-3}	1_{-4}	...
0	$1\rightarrow$	$1_{-1}\rightarrow$	$1_{-2}\rightarrow$	$1_{-3}\rightarrow$	$1_{-4}\rightarrow$	...

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungen von Teilsystemen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Kleine Typologie der Objektzugänglichkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Definition der objekttheoretischen Triade

1. Es hat in der Semiotik nicht an Versuchen gefehlt, allgemeinere Relationen als die triadische Peircesche Zeichenrelation als triadisch gestufter Relation über dem erstheitlichen Mittelbezug, dem zweitheitlichen Objektbezug und dem drittheitlichen Interpretantenbezug (vgl. z.B. Bense 1979, S. 53) aufzustellen. Z.B. hatte Bense (1981, S. 33) die sog. Werkzeug-Relation

WkR = (Mittel, Gegenstand, Gebrauch)

vorgeschlagen, die er ausdrücklich "als ein dreistelliges Präsentamen, aber natürlich nicht als ein triadisches Repräsentamen" verstanden haben will. Noch tiefer reichte Benses Versuch, neben dem "semiotischen Raum" einen "ontischen Raum aller verfügbaren Etwase O^0, über denen der $r > 0$-relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65), wenigstens zu skizzieren.

2. Wie in Toth (2012a) gezeigt worden war, ist es unmöglich, den Peirceschen Zeichenbegriff mehr und mehr zu abstrahieren bzw. seine definitorischen Kategorien durch immer allgemeinere zu ersetzen, um ihn auf diese Weise dem Objektbegriff anzunähern, denn Zeichen und Objekt sind bekanntlich im Rahmen der zweiwertigen Logik durch eine Kontexturgrenze voneinander geschieden, d.h. einander transzendent. Stattdessen ist es aber möglich, eine von der Zeichentheorie primär unabhängige Objekttheorie auf der Basis der allgemeinen Systemtheorie zu konstruieren und anschließend auch die Zeichentheorie auf die allgemeine Systemtheorie zurückzuführen.

2.1. Definition des allgemeinen Systems (mit und ohne Rand)

$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$

mit $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$.

2.2. Definition des Objekt-Zeichen-Systems

$S_{\Omega,Z}^* = [\Omega, \mathcal{R}[\Omega, Z], Z]$

mit $\mathcal{R}[\Omega, Z] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[\Omega, Z] \neq \emptyset$.

2.3. Definition des Realitätsthematik-Zeichenthematik-Systems

$S_{RTh,ZTh}^* = [RTh, \mathcal{R}[RTh, ZTh], ZTh]$

mit $\mathcal{R}[\Omega, Z] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[\Omega, Z] \neq \emptyset$.

2.4. Definition von Teilsystemen eines Systems

$S^* = [S_0, [S_1, [S_2, [\ldots]]]]$

mit $S^* \supset S_0 \supset S_0 \supset \ldots S_0 \supset S_{n-1}$.

3. Da die allgemeine Objekttheorie auf den drei Kategorien Materialität (mit Strukturalität), Objektalität (mit den Subkategorien Sortigkeit, Stabilität/Variabilität, Mobilität/Immobilität, Ambulanz/Stationarität, Reihigkeit, Stufigkeit, Konnexivität (Relationalität), Detachierbarkeit, Objektabhängigkeit, Vermitteltheit, Zugänglichkeit, Orientiertheit und Geordnetheit, sowie Eingebettetheit (mit den Subkategorien Einbettungsform, Einbettungsstufe und Lagerelationen [Exessivität, Adessivität und Inessivität]) basiert, haben wir

Ω = (Materialität, Objektalität, Eingebettetheit) := $[\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{E}]$

Nach Toth (2012b, c) können wir die drei ontischen Kategorien $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{O}$ und $\mathfrak{E}$ wie folgt definieren

$\mathfrak{M} = [I \to A]$

$\mathfrak{O} = [A \to [I \to A]]$

$\mathfrak{E} = [I \to [A \to [I \to A]]]$,

wogegen die drei semiotischen Kategorien M, O und I nach Toth (2012d) wie folgt definiert wurden

$M = [A \to I]$

$O = [[A \to I] \to A]$

$I = [[[A \to I] \to A] \to I]$,

gemäß der folgenden Tabelle, welche neben den Abbildungen der systemischen Kategorien die ihnen entsprechenden ontischen sowie semiotischen Relationalzahlen (vgl. Toth 2012e) enthält.

$[A \rightarrow I]$	ω	ω	1	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]/$				$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]/$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow I]$	$[\omega, 1]$	$\{\omega\}$	1_{-1}	$[I \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]/$				$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]/$
$[[[A \rightarrow I] \rightarrow I] \rightarrow A]/$	$[[\omega, 1], 1]$	$\{\{\omega\}\}$	1_{-2}	$[A \rightarrow [I \rightarrow [I \rightarrow A]]]$,

Somit gilt einfach $\mathfrak{M} = M^{-1}$, $\mathfrak{O} = O^{-1}$, $\mathfrak{E} = I^{-1}$, d.h. Ontik und Semiotik sind im Einklang mit den Definitionen 2.1. – 2.3. auf systemtheoretischer Ebene einheitlich formalisierbar. Daraus folgt natürlich weiter sofort, daß Ontik und Semiotik systemtheoretisch betrachtet zueinander isomorph sind. Man vergleiche damit die logischen Semiotiken von Georg Klaus (Klaus 1973) und von Albert Menne (Menne 1992) sowie meine Aufsätze dazu, in denen der Isomorphienachweis detailliert geführt wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme, Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Die Einheit von Zeichen und Objekt als System

1. Eine Semiotik, die über keine Objekttheorie verfügt, ist defizitär und darüber hinaus explizit oder implizit pansemiotisch und wiederspricht somit nicht nur der alltäglich feststellbaren Differenz zwischen Objekten und Zeichen (z.B. Taschentuch als Gebrauchsgegenstand und verknotetes Taschentuch als Zeichen), sondern v.a. auch der seit der Antike wohlbekannten Unterscheidung zwischen einem wahrgenommenen Objekt und einem Zeichen eines Objektes. Alle überhaupt wahrnehmbaren Objekte sind eben wahrgenommene Objekte, damit aber noch lange keine Zeichen. Dies dürfte hinter der oft mißverstandenen Bemerkung de Saussures liegen: "La langue est pour ainsi dire une algèbre qui n'aurait que des termes complexes (1916, S. 175). Mit Hilfe von oppositiven Termen ("entre eux [les signes] il n'y a qu' opposition", de Saussure 1916, S. 172) wurde daher in Toth (2012a) auch das Objekt als wahrgenommenes Objekt

$O = [[\Omega_i, \Omega_j], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihre zugehörige Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$A = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$

definiert. Ohne die Aspektrelation könnte man Objekte gar nicht wahrnehmen. Die Definition O führt Objekte nicht wie so oft auf Zeichen zurück (um dann Zeichen wiederum rekursiv aus Objekten zu definieren), sondern auf den allgemeinen Systembegriff, und zwar setzt sie voraus, daß Objekte zu Objekten sowie Subjekte zu Subjekten in Opposition stehen. Wir sprechen also statt von Objekten von gerichteten Objekten und statt von Subjekten von gerichteten Subjekten. "Einer allein hat immer unrecht. Zu Zweien beginnt die Wahrheit", heißt es in Nietzsches Briefen. Geht man nämlich von wahrgenommenen anstatt von "absoluten" Objekten aus, so werden sie wie die Zeichen de Saussures in Opposition zueinander, d.h. negativ, definiert, und wir könnten dann nicht nur das Zeichen, sondern auch das Objekt als komplexe Zahl definieren, das Objekt allerdings im Gegensatz zum Zeichen als bikomplexe

Zahl (auch Tessarine oder besser Segre-Zahl genannt, vgl. Segre 1892). Damit kann Benses Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9) als Abbildung von komplexen auf bikomplexe Zahlen im Rahmen einer geeigneten hyperkomplexen Algebra behandelt werden.

2. Diese Abbildungen von zusammengesetzten Zahlen aus einer komplexen in eine bikomplexe Algebra genügen, wie in Toth (2012b) gezeigt, der Definition des dualen Systems über Systemen

$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$
$\times S^* = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n]$.

mit

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, ..., {}_{n-2}]_{n-1}]_n]$,

d.h. entsprechend der Einführung des Objektes als gerichtetes Objekt ist auch S* als geordnetes Paar über geordneten Paaren definiert. Führt man also den Begriff des Objektes auf den Begriff des Systems zurück, dann ist nicht nur das Objekt als geordnetes Paar über geordneten Paaren definierbar, sondern das Zeichen ebenfalls, denn für dieses gilt bereits seit Bense (1979, S. 53)

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$,

d.h. man kann das Zeichen als geordnetes Paar aus einem Mittelbezug als erstem und der Abbildung des Objekt- auf den Interpretantenbezug als zweitem Glied auffassen, wobei dieses zweite Glied selbst wiederum ein Paar ist, und zwar ein solches, das mit seinem ersten Glied auch das erste Glied des übergeordnetes Paares von ZR enthält. Damit stellt also nicht nur das Zeichen eine "verschachtelte" Relation bzw. eine "Relation über Relationen" dar (Bense 1979, S. 67), sondern dies gilt auch für das Objekt, und insofern, aber nur insofern, sind Zeichen und Objekt, wie dies die dialektische Semiotik (vgl. Klaus 1973) behauptet hatte, tatsächlich isomorph.

3. Da Zeichen und Objekt bezüglich ihrer jeweiligen Ordnungsrelationen isomorph sind, insofern sich beide mit Hilfe einer Mengentheorie ohne Fundierungsaxiom, d.h. entsprechend dem "La vache qui rit"- oder Droste-Effekt

formalisieren lassen (vgl. Toth 2009), sind sie selbst als die beiden perspektivisch geschiedenen Seiten eines Systems

$S = [O, Z]$

darstellbar, und an die Stelle einer Kontexturengrenze zwischen O und Z tritt nun vermöge

$$S^* = [x_0{}^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, ..., [x^{n+1}{}_n]_n]$$
$$\times S^* = [[x^{n+1}{}_n], ..., [x^6{}_5, [x^5{}_4, [x^4{}_3, [x^3{}_2, [x^2{}_1, [x^1{}_0]_n]$$

mit entweder $S^* = O$ und $\times S^* = Z$ oder umgekehrt, eine perspektivische Austauschrelation, d.h. das Zeichen, vom Objekt aus betrachtet oder das Objekt, vom Zeichen aus betrachtet, sind erkenntnistheoretisch dasselbe wie z.B. ein Hauseingang vom Garten aus betrachtet oder ein Garten vom Hauseingang aus betrachtet. Wie bereits z.B. in Toth (2012c) mitgeteilt, kann man Systeme allgemein und somit auch Objekte und Zeichen mit Hilfe einer speziellen Art von Zahlen beschreiben, die ich relationale Einbettungszahlen (REZ) genannt hatte. Eine solche REZ besteht aus zwei Gliedern, einer komplexen Zahl z sowie deren Einbettungsgrad $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$REZ = [z, [-_n]$

Z.B. kann die natürliche Zahl 1 in den Formen ihrer Einbettungsgrade durch

$1 := [1\text{-}_0, [1\text{-}_1, [1\text{-}_2, ..., [1\text{-}_n]$

definiert werden. Auf der Seite der Objekttheorie hätten wir z.B. einen Stuhl im Garten, im Hauseingang, auf dem Absatz eines Treppenhauses, im Wohnungseingang und in einem Zimmer. Wie man leicht erkennt, unterscheiden sich also REZ und die Teilsysteme von $S^*/\times S^*$ lediglich durch die Indizierung der letzteren; diese ist aber selbstverständlich weglaßbar, solange es sich, wie in unserem Beispiel, um eine konstante Zahl mit variablen Einbettungsgraden handelt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

de Saussure, Ferdinand, Cours de linguistique générale. Paris 1916

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 3. Aufl. München 1973

Segre, Corrado, The real representation of complex elements and hyper-algebraic entities. In: Math. Ann. 40 (1892), S. 413-467

Toth, Alfred, Droste effect in semiotics. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 50/3, 2009, S. 139-145

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Eine Möglichkeit der Formalisierung der Brücke zwischen Objekt und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Eine Möglichkeit der Formalisierung der Brücke zwischen Objekt und Zeichen

1. Wie bereits in Toth (2012a) gezeigt, können Objekte nicht direkt auf Zeichen abgebildet werden, denn die in Toth (2012b) definierte Objektrelation als geordnetes Paar über zwei geordneten Paaren, den gerichteten Objekten und den gerichteten Subjekten

$O = [[\Omega_i, \Omega_i], [\Sigma_k, \Sigma_l]]$,

sowie ihre zugehörige Aspektrelation über den ontischen Kategorien der Materialität, Objektsortigkeit und Funktionalität

$O = [\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{F}]$

stellen ganz verschiedene Ordnungsrelationen dar als es die Peirce-Bensesche Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$ZR = (M, O, I) = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))$

tut, die bekanntlich eine gestufte "Relation über Relationen" darstellt (vgl. auch Bense 1979, S. 67).

2. Allerdings ist es möglich, die in Toth (2012c) eingeführte Definition eines Systems als System von Teilsystemen

$S^* = [S_1, [S_2, [S_3, ..., _{n-2}]_{n-1}]_n]$

mithilfe der in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen zu definieren. Um zu zeigen, worum es hier geht, sei von der bereits früher von dem von uns bereits früher benutzten gestuften System über Teilsystemen

U	‖	S_1	S_2	S_3	¦	S_4		S_5 ...
Garten	‖	Haus	Treppenhaus	Wohnung	¦	Zimmer	^	Kasten o.ä.

ausgegangen. Dieses architektonische Beispiel weist also die systemische Ordnungsrelation

$S = [U, [S_1, [S_2, [S_3, [S_4, [S_5]]]]]]$

auf. Will man z.B. den Zugang zwischen dem Garten eines Hauses und der Haustür definieren, kann man dies wie folgt tun

Zugang := $[U, S_1]$.

Die Definition der Haustüre erfolgt durch Filterung, d.h. durch eine nächste Stufe der Verschachtelung (Einbettung)

Haustür := $[[U, S_1], S_1]]$.

Dagegen wäre die Definition einer Wohnungstür (der im Haus befindlichen Wohnungen)

Wohnungstür := $[[S_2, S_3], S_3]]$,

und der Zugang zur Wohnungstür, also der Treppenabsatz davor, wäre

Treppenabsatz := $[S_2, S_3]$.

Entsprechend gilt z.B. für eine Kastentür

Kastentür := $[[S_4, S_5], S_5]]$,

z.B. dann, wenn der Kasten exessiv in eine Nische eingebettet ist; ansonsten (bei Adessivität) haben wir einfach $[S_4, S_5]$, usw.

Wir können also von das obige System von Teilsystemen S auf die arithmetische Folge

$S = [x^1, [x^2{}_1, [x^3{}_2, [x^4{}_3, [x^5{}_4, [x^6{}_5, \ldots, [x^{n+1}{}_n]_n]$

abbilden durch somit einfach durch

$S = x^i{}_j$

definieren, wobei für i und j keineswegs unmittelbare Peano-Vorgänger bzw. –Nachfolger sein müssen, denn z.B. finden wir für das Treppenhaus als Verbindung von Haustür und Wohnungstüren

Treppenhaus = $[[[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[[0, x^2{}_1], x^2{}_1]], [[x^3{}_2, x^4{}_3], x^4{}_3]]]] = [[x^2{}_1, [x^3{}_2]]$.

Perspektivische Relationen, wie z.B. der Blick vom Garten aus durch die Haustüre ins Vestibül sowie der Blick vom Vestibül durch die Haustüre in den Garten, können somit als zu S duale Relationen eingeführt werden, d.h. wir haben

$\times S = [[x^{n+1}{}_{n}], ..., [x^{6}{}_{5}, [x^{5}{}_{4}, [x^{4}{}_{3}, [x^{3}{}_{2}, [x^{2}{}_{1}, [x^{1}{}_{0}]_{n}],$

und als vollständiges perspektivisches System über Teilsystemen ergibt sich also

$$\begin{aligned} S &= [x_0{}^{1}, [x^{2}{}_{1}, [x^{3}{}_{2}, [x^{4}{}_{3}, [x^{5}{}_{4}, [x^{6}{}_{5}, ..., [x^{n+1}{}_{n}]_{n}] \\ \times S &= [[x^{n+1}{}_{n}], ..., [x^{6}{}_{5}, [x^{5}{}_{4}, [x^{4}{}_{3}, [x^{3}{}_{2}, [x^{2}{}_{1}, [x^{1}{}_{0}]_{n}]. \end{aligned}$$

3. Nun kann man das Zeichen nach Toth (2010) mit Hilfe der surrealen Conway-Zahlen definieren:

$1 := (0 \mid 2) = (0 \mid 3) = (0 \mid 4)$ ...

$2 := (1 \mid 3) = (1 \mid 4) = (1 \mid 5)$ ...

$3 := (2 \mid 4) = (2 \mid 5) = (2 \mid 6)$ ... ,

daraus erhalten wir aber sofort

$1 := (0 \mid 2)$

$2 := ((0 \mid 2) \mid 3)$

$3 := (((0 \mid 2) \mid 3) \mid 4),$

d.h. die Progression der surrealen Zahlen zeigt genau die Ordnungsstruktur der oben definierten dualen Systemstruktur. Umgekehrt kann man also Systeme von Teilsysteme mit Hilfe von dualen surrealen Zahlen definieren. Z.B. kann man $S = [x^{1}, [x^{2}{}_{1}, [x^{3}{}_{2}, [x^{4}{}_{3}, [x^{5}{}_{4}, [x^{6}{}_{5}, ..., [x^{n+1}{}_{n}]_{n}]$ in der arithmetischen Form

$S = [0, [1, [2, [3, [4, [5]]]]]] = [[0 \mid 1] \mid 2] \mid 3 \mid 4 \mid 5]]]$

notieren.

5. Wenn wir zusammenfassen, dann können die Objektrelation und ihre zugehörige Aspektrelation in der Form von verschachtelten Systemen notiert

werden, diese aber weisen die Ordnung dualer surrealer Zahlen auf. Umgekehrt weist die Zeichenrelation die Ordnung surrealer Zahlen auf. Nun können aber die in Toth (2012d) eingeführten Relationalzahlen

$REZ = [x, [_{-n}]$ mit $x \in \mathbb{N}$, $n \in \{0\} \cup \mathbb{N}$

auch dual in der Form

$\times REZ = [[_{-n}, x]$

notiert werden, da mit ihrer Hilfe ja sowohl Zeichenklassen als auch Realitätsthematiken formalisiert werden können. Somit vermitteln also die Relationalzahlen zwischen den surrealen Zahlen der Semiotik und den dualen surrealen Zahlen der Ontik, d.h. sie bilden die Brücke zwischen Zeichen und Objekt.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Kann man die Peircezahlen mit Hilfe der surrealen Zahlen begründen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Die Abbildungen von Objekten auf Zeichen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Objekt-Aspekt-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Die Theorie gerichteter Objekte als Theorie der Präsentation

1. Beginnen wir mit einem Zitat aus Heideggers "Einführung in die Metaphysik" (1987, S. 138)

> Das Wort ἰδέα meint das Gesichtete am Sichtbaren, den Anblick, den etwas darbietet. Was dargeboten wird, ist das jeweilige Aussehen, εἶδος dessen, was begegnet. Das Aussehen eines Dinges ist das, worin es sich uns, wie wir sagen, präsentiert, sich vor-stellt und als solches vor uns steht, worin und als was es an-west, d. h. im griechischen Sinne *ist*. Dieses Stehen ist die Ständigkeit des von sich her Aufgegangenen, der φύσις. Dieses Da-stehen des Ständigen ist aber zugleich vom Menschen her gesehen das Vordergründige dessen, was *von sich her* anwest, das Vernehmbare. Im Aussehen steht das Anwesende, das Seiende, in seinem Was und Wie an. Es ist ver-nommen und genommen, ist im Besitz eines Hinnehmens, ist dessen Habe, ist verfügbares Anwesen von Anwesendem: οὐσία. [So kann denn οὐσία beides bedeuten: Anwesen eines Anwesenden *und* dies Anwesende im Was seines Aussehens.

Die für die zur Semiotik komplementär eingeführte Objekttheorie (vgl. Toth 2012a-c) entscheidende Frage ist nun, ob die Semiotik die Heideggersche subjektlose Definition der Objekte ("von sich her anwesen/aufgehen") akzeptiert oder nicht. Da diese Frage bisher noch nicht einmal gestreift wurde, vgl. man das folgende Zitat aus dem "Wörterbuch der Semiotik" von Bense und Walther:

> **Präsentation–Repräsentation.** Die Unterscheidung zwischen einem (unmittelbar) präsentierten (als solches sich zeigenden) Objekt und einem (vermittelten) repräsentierten (dargestellten) Objekt heißt semiotisch-ontologische Differenz; sie gehört zu den Voraussetzungen der Einführung des Zeichenbegriffs; jedes semiotische Metaobjekt (Zeichen) fixiert diese Differenz. Präsentierte Objekte fungieren seinsthematisch (Ontologie); repräsentierte Objekte fungieren zeichenthematisch (Semiotik).

Es handelt sich also in der Bense-Semiotik um sich "als solche zeigende Objekte", sie sind somit in derselben Weise subjektfrei definiert wie in Heideggers Ontologie.

2. Man darf somit die Objekttheorie als Theorie gerichteter Objekte als ontologische Präsentationstheorie einzuführen und sie der Theorie der Zeichen im Sinne einer semiotischen Repräsentationstheorie gegenüberstellen.

2.1. Gerichtete Objekte sind determinierbar durch

a) ihren EINBETTUNGSGRAD relativ zur Systemhierarchie

$S_n = [S_1, [S_2, [S_3, ... [S_n$

mit

$[S_1, [S_2, [S_3, ... [S_n = [S_n \supset [S_{n-1}, [S_{n-2}, ... [S_1,$

b) ihre LAGE IM RAUM relativ zu einem od. mehreren anderen Objekten, und zwar im Rahmen der Objektabbildungstheorie (Exessivität, Adessivität, Inessivität sowie deren Kombinationen),

c) ihre OBJEKTSORTE,

d) ihre MATERIALITÄT und STRUKTURALITÄT,

e) die beiden parametrischen Eigenschaften der DETACHIERBARKEIT und OBJEKTABHÄNGIGKEIT,

f) ihre STUFIGKEIT,

g) ihre VERMITTELTHEIT oder UNVERMITTELTHEIT,

h) ihre ZUGÄNGLICHKEIT.

2.2. Zeichen- und Objektbegriff bzw. semiotischer und ontischer Raum (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) sind nun insofern isomorph, als wir innerhalb der Peirceschen Semiotik folgende Korrespondenzen zu den objektalen Kriterien a) bis h) finden:

a) semiotische Einbettung bzw. Hierarchie

$z = [m \subset o. \subset i]$

mit

$[z_1, [z_2, [z_3, ... [z_n = [z_n \supset [z_{n-1}, [z_{n-2}, ... [z_1,$

b) Exessivität $\cong$ (2.1) = 2. → .1 =: α (Konv. α° := .2 ← 1.)

Adessivität $\cong$ (2.2) = 2. → .2 =: id

Inessivität $\cong$ (2.1) = 2. → .3 =: β (Konv. α° := .2 ← 3.),

d.h. die 3 mal 3 = 9 sog. Subzeichen (semiotischen Objektfunktionen) sind ebenfalls isomorph zu den 3 mal 3 = 9 möglichen ontischen Paarabbildungen (vgl. Toth 2012d).

c) Objektsorte: Theorie der semiotischen Affinitäten (vgl. Bense 1983, S. 45; Toth 2012e) im Rahmen der Theorie semiotischer Objektbezüge.

d) Materialität und Strukturalität: Theorie triadischer Objekte (vgl. Bense/ Walther 1973, S. 71) sowie Theorie semiotischer Objekte (vgl. Walther 1979, S. 122 f. sowie Toth 2012f).

e) Detachierbarkeit und Objektabhängigkeit: Theorem der Materialkonstanz und Theorem der Objekttranszendenz (vgl. Kronthaler 1992) sowie Benses semiotisch-ontische Invarianztheorie (Bense 1975, S. 39 ff.).

f) Stufigkeit: Semiotische Superisationshierarchien (vgl. Bense 1971, S. 53).

Keine Entsprechungen finden sich zu g) Vermitteltheit oder Unvermitteltheit, da Zeichen per definitionem vermittelte Objekte sind, sowie zu h) Zugänglichkeit.

2.3. Führt man die Semiotik auf die Systemtheorie zurück (vgl. z.B. Toth 2012g), so kann man definieren

$O = [\mathfrak{o}_1, \mathfrak{o}_2]$

$Z = [z, \mathfrak{o}]$,

d.h. Zeichen und gerichtetes Objekt sind systemisch isomorph. Aus diesem Grunde kann man nun sowohl für die Zeichenrelation Z, als auch für die Objektrelation O eine gemeinsame Mengenhierarchie konstruieren, d.h. eine, die sowohl für den semiotischen als auch für den ontischen Raum gültig ist.

(A → I) ((A → I) → A)/ ((A → I) → I) (((A → I) → A) → I)/ (((A → I) → I) → A)/	ω [ω, 1] [[ω, 1], 1]	ω {ω} {{ω}}	1 1_{-1} 1_{-2}	(I → A) (A → (I → A))/ (I → (I → A)) (I → (A → (I → A)))/ (A → (I → (I → A))),

wobei die zweitletzte Kolonne die in Toth (2011) eingeführten sog. Relationalzahlen enthält, die somit die arithmetische (und topologische) "Invariante" sowohl der Elemente des semiotischen als auch des ontischen Raumes darstellen.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Heidegger, Martin, Einführung in die Metaphysik. 5. Aufl. Tübingen 1987

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Zur Theorie der Relationalzahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung ener operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Die Lage von Objekteinbettungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Semiotische Affinität und Zeichen-Objekt-Isomorphie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Toth, Alfred, Gerichtete und semiotische Objekte sowie konkrete Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012f

Toth, Alfred, Bivalenz und Tetravalenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012g

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische und ontische Operationen

1. Die von Bense (1971, S. 48 ff.) eingeführten semiotischen Operationen sind wie folgt definiert.

Adjunktion: "Zeichenoperation mit reihendem, verkettendem Charakter, die zu rhematischen, offenen Konnexen führt" (Bense/Walther 1973, S. 11).

Superisation: Zeichenoperation mit strukturierendem bzw. konfigurativem Charakter, die zu dicentischen, abgeschlossenen Konnexen führt (vgl. Bense/Walther 1973, S. 106).

Iteration: Zeichenoperation, "die alle Teilmengen des Zeichenrepertoires gewinnt, als Potenzmengenbildung darstellbar ist und zu vollständigen Konnexen führt" (Bense/Walther 1973, S. 46).

2. Die Definitionen der in Toth (2014a, b) eingeführten ontischen Opertionen lauten

Adsorption: $(a.b), (c.d) \rightarrow (a.b, c.d)$,

Absorption: $(a.b), (c.d) \rightarrow (c.d)$ (falls $a < c$ und $b < d$),

Resorption: $(a.b), (c.d) \rightarrow (a.b)$ (falls $a > c$ und $b > d$),

Insertion: $(a.b), (c.d) \rightarrow ((a.b), c.d)$,

$(a.b), (c.d) \rightarrow (a.b, (c.d))$.

Setzt man $a, ..., d \in \{1, 2, 3\}$, kann man somit die ontischen Operationen als semiotische Operationen verwenden.

Beispiele:

$ADS(1.2), (1.3) = (1.2, 1.3)$

$ADS(1.3), (1.2) = (1.3, 1.2)$

$ABS(1.2), (1.3) = (1.3)$

RES(1.2), (1.3) = (1.2).

Die drei nicht-einbettenden Operationen bereiten also keinerlei Probleme. Anders steht es hingegen mit der Insertion. Die ontische Definition von Insertion besagt, daß von zwei Objekten entweder das eine im andern oder das andere im einen eingebettet wird. Semiotisch bedeutet dies also in beiden Fällen eine tiefere Einbettungsstufe von Partialrelationen der vollständigen Zeichenrelation. Diese war durch Bense (1979, S. 53, 67) wie folgt definiert worden

ZR = $(1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$,

d.h. es gibt keine Differenzierung zwischen den Primzeichen bzw. Fundamentalkategorien und Einbettungsstufen. Für Zeichenrelationen ist also nur die Einbettungsstruktur

ZR = (1, (2, (3)))

definiert. Trennt man hingegen Primzeichen und Einbettungsstufen, dann ist es möglich, die Insertion nicht nur ontisch, sondern auch semiotisch zu definieren, z.B.

(1, 2, 3), (1, (2), 3), (1, (2), (((3)))), usw.

Ferner ist die Insertion, wie im übrigen alle ontische Operationen (vgl. Toth 2014c), iterierbar, z.B.

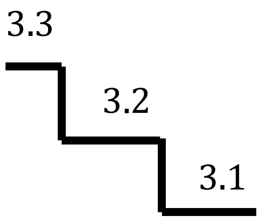
((a.b), c.d), (((a.b)), c.d), (((((a.b))), c.d), ...

(a.b, (c.d)), (a.b, ((c.d))), (a.b, (((c.d)))), ...,

und somit gibt es Mischformen zwischen Operanden- und Operatum-Insertionen, z.B.

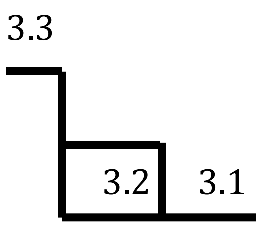
((a.b), (((c.d)))).

Das bedeutet also, daß die einzige, für ZR definierte Einbettungsstruktur das folgende Kaskadenschema hat

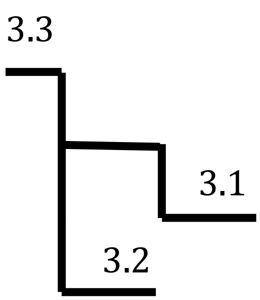


= (3.3, (3.2, (3.1)))

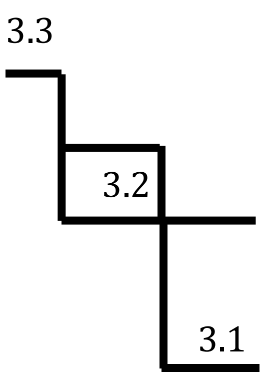
Dagegen setzen Beispiele für semiotische Insertionen, wie sie vorstehend angeführt worden waren, Kaskadenschemata wie die folgenden voraus



= (3.3, ((3.2), (3.1)))



= (3.3, (((3.2)), (3.1)))



= (3.3, ((3.2), (((3.1)))))

, usw.

Damit haben wir den Anschluß an die viel früher von uns eingeführten semiotischen Relationalzahlen (vgl. Toth 2011). Bezeichnet man Einbettungsstufen mit Indizes $i \in \{0, -1, -2, ...\}$, so hat man für ZR z.B.

$ZR = (1_0, 2_{-1}, 3_{-2})$

und für die genannten Beispiele

$(3.3, ((3.2), (3.1))) = (3_{-2}, 2_{-4}, 1_{-4})$

$(3.3, (((3.2)), (3.1))) = (3_{-2}, 2_{-5}, 1_{-4})$

$(3.3, ((3.2), (((3.1))))) = (3_{-2}, 2_{-4}, 1_{-6})$, usw.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Relationalzahlen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Ontische Adsorption, Absorption, Resorption. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Operative Definition von Inessivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Iterationen ontischer Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen I

1. Nicht nur für semiotische, sondern in Sonderheit für präsemiotische Matrizen, wie sie in Toth (2014a-e), basierend auf Benses Definition des vorthetischen Objektes als 0-stelliger Relation (vgl. Bense 1975, S. 64 ff.), eingeführt worden waren, genügt die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen. Ausgehend von der präsemiotischen tetradischen Relation P = (0, 1, 2, 3) werden deshalb im folgenden duale Paare dimensionaler Zahlensysteme für semiotische und präsemiotische Matrizen vorgeschlagen. Diese sind natürlich theoretisch auf die ganze Zahlenfolge von $\mathbb{N}$ erweiterbar.

2.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1		1			
		1	2		2	1		
0	1	2	3		3	2	1	0

0	1	2	3		3	2	1	0
		1	2		2	1		
			1		1			

2.2. Vertikale duale Zahlensysteme

		0			0		
		1			1		
	1	2			2	1	
1	2	3			3	2	1

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Zur Kybernetik eingebetteter Dichotomien I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschafts- und Umgebungsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Semiotische Nachbarschaft und Umgebung bei präsemiotischen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Toth, Alfred, Präsemiotische Erweiterungen des triadischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014e

Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen II

1. In Toth (2014) hatten wir zwei Paare von dimensionalen Zahlensystemen für präsemiotische Matrizen eingeführt, da die lineare Folge der natürlichen Zahlen nicht mehr zur Darstellung der mathematischen Struktur dieser von Bense auch als "Primzeichen" (Bense 1981, S. 17 ff.) bezeichneten selbstenthaltenden Zahlentypen der tetradischen präsemiotischen Relation

$P = (0, 1, 2, 3)$

mit

$PR = (0 \rightarrow ((0 \rightarrow 1) \rightarrow ((0 \rightarrow 1 \rightarrow 2) \rightarrow (0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))))$

ausreicht.

1.1. Horizontale duale Zahlensysteme

			1		1			
		1	2		2	1		
0	1	2	3		3	2	1	0

0	1	2	3		3	2	1	0
		1	2		2	1		
			1		1			

1.2. Vertikale duale Zahlensysteme

		0			0		
		1			1		
	1	2			2	1	
1	2	3			3	2	1

2. Eine Erweiterung für

Q = (0, ..., 9) ⊂ ℕ

ergibt z.B.

m

									1
								1	2
							1	2	3
						1	2	3	4
					1	2	3	4	5
				1	2	3	4	5	6
			1	2	3	4	5	6	7
		1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

n

Das bedeutet also, daß jede Zahl n ⊂ ℕ von n = 1 an auf mehr als einer Einbettungsstufe m repräsentiert ist. Jede selbstenthaltende Zahl ist demnach durch Z(n,m) vollständig beschrieben. Damit haben wir für die auf Grund von Bense (1975, S. 64 ff.) definierte präsemiotische Relation die Zahlenfolge

$F = (0, 1_{1,2}, 2_{1,2}, 3_1)$.

Die 2 ist erst für n = 4 auch in m = 3 eingebettet, und die 3 ist erst für m = 4 und m = 5 auch in m = 2 und m = 3 eingebettet, usw. Die Einbettungszahl m zeigt somit für jede natürliche Zahl n nicht nur deren Einbettungsgrad, sondern auch deren Unvollständigkeit relativ zu ihrer vollständigen Einbettung an. Solche Zahlenverhältnisse sind der quantitativen Mathematik vollkommen fremd und tauchen erst in der nicht auf der aristotelischen 2-wertigen Logik beruhenden Mathematik der Qualitäten auf (vgl. Kronthaler 1986). Allerdings dürfte die Einführung dimensionaler Zahlen der Form Z(n, m) mit der von

Bense gegebenen Definition der "Relationszahlen" (1981, S. 26) im Rahmen der von ihm eingeführten "Zeichenzahlen" (1981, S. 17) kompatibel sein, denn wie die benseschen Zeichenzahlen, hat Z(n, m) natürlich sowohl kardinale, ordinale als auch relationale Eigenschaften.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Dimensionale Zahlensysteme für präsemiotische Matrizen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Ontisch-semiotische Relationalzahlen

1. Ein Problem stellt in gewisser Hinsicht die verschiedene Stufigkeit von Objekten und Zeichen in der folgenden ontischen Hierarchie dar (vgl. Toth 2015)

$$\begin{array}{ccc} \{\{\{\Omega\}\}\} & = & \{\{Z\}\} \\ & \uparrow & \\ \{\{\Omega\}\} & = & \{Z\} \\ & \uparrow & \\ \{\Omega\} & = & Z \\ & \uparrow & \\ & \Omega, & \end{array}$$

d.h. es gilt $\Omega^n = Z^{n-1}$.

2. Wir schlagen daher vor, Objekte als 0-stufige Zeichen aufzufassen, d.h.

$\Omega = Z_0$

zu definieren. Wir bekommen dann

$$\begin{array}{ccc} \{\{\{\Omega\}\}\} & = & \{\{Z\}\} = \{Z\}_2 = Z_3 \\ & \uparrow & \\ \{\{\Omega\}\} & = & \{Z\} = Z_2 \\ & \uparrow & \\ \{\Omega\} & = & Z_1 \\ & \uparrow & \\ \Omega & = & Z_0 \end{array}$$

und können somit Hierarchien von Objekten durch

$\Omega^* = [\Omega, \{\Omega\}, \{\{\Omega\}\}, ...]$

und Hierarchien von Zeichen durch

$Z^* = [Z_0, Z_1, Z_2, ...]$

bestimmen.

Für 0-stufige Einbettung, d.h. für die ontisch-semiotische Isomorphie

$\Omega \cong Z_0$

ergeben sich nur die folgenden 2 Strukturen

0	Ø		1	Ø
Ø	0		Ø	1.

Für 1-stufige Einbettung, d.h. für die ontische-semiotische Isomorphie

$\{\Omega\} \cong Z_1$

ergeben sich die folgenden 12 Strukturen

0	1		Ø	Ø		Ø	1		1	Ø		0	Ø		Ø	0
Ø	Ø		0	1		0	Ø		Ø	0		1	Ø		Ø	1

1	0		Ø	Ø		Ø	0		0	Ø		1	Ø		Ø	1
Ø	Ø		1	0		1	Ø		Ø	1		0	Ø		Ø	0.

Für 2-stufige Einbettung, d.h. für die ontisch-semiotische Isomorphie

$\{\{\Omega\}\} \cong Z_2$

ergeben sich die folgenden 16 Strukturen

0	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0
1	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	1
2	Ø	Ø	Ø	2	Ø	Ø	Ø	2

0	1	2	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	0	1	2	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	0	1	2

0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø

2	Ø	Ø	Ø	2	Ø	Ø	Ø	2
1	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	1
0	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0

2	1	0	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	2	1	0	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	2	1	0

2	Ø	Ø		Ø	Ø	2
Ø	1	Ø		Ø	1	Ø
Ø	Ø	0		0	Ø	Ø

Wir wollen die Peanozahlen, welche in diesen ontisch-semiotischen Tableaux strukturell darstellbar sind, als RELATIONALZAHLEN bezeichnen, da sie einen völlig neuen Zahlentypus darstellen – und den Begriff fernerhin von dem von Bense (1981, S. 26) definierten ganz anderen Typus der Relationszahl absondern.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die Ontik als tiefste wissenschaftstheoretische Fundierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Raumfelder als ontische Zahlenfelder

1. Die in Toth (2015a) präsentierte triadische Systemdefinition

$S^* = [S, U, E]$

kann man teilrelationsweise auf die Peanozahlen abbilden, die wiederum durch ungeordnete Mengen definiert werden, und diese können gemäß Toth (2015b) auf die Elemente der Stufen der Objekt-Zeichen-Hierarchie abgebildet werden

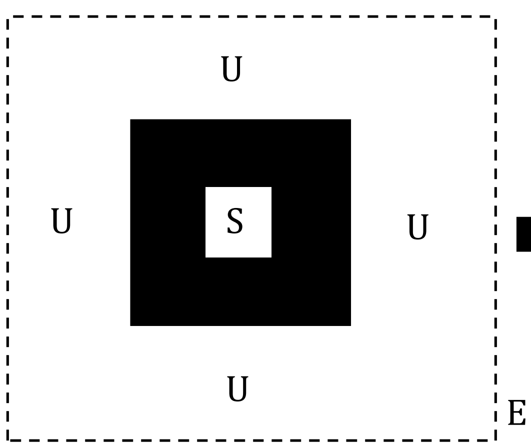
f: $S \rightarrow (0 := \emptyset = \Omega)$

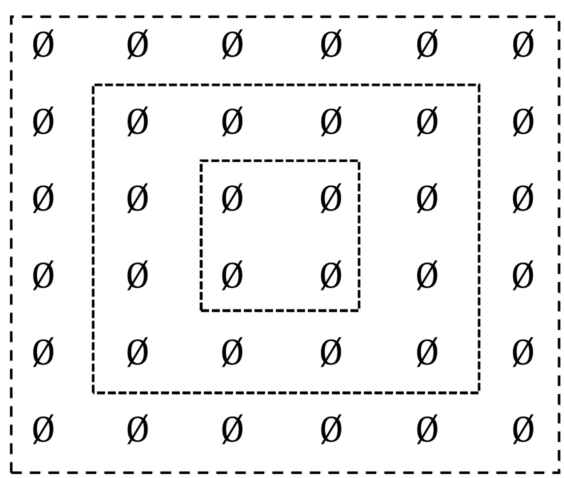
g: $U \rightarrow (1 := \{\emptyset\} = \{0\} = \{\Omega\} = Z)$

h: $E \rightarrow (2 := \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = \{0, 1\} = \{\{\Omega\}\} = \{Z\})$

hgf: $S^* \rightarrow (3 := \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} = \{0, 1, 2\} = \{\{\{\Omega\}\}\} = \{\{Z\}\})$.

2. Dadurch ist es möglich, das ebenfalls in Toth (2015a) präsentierte ontotopologische S*-Modell auf ein auf hgf beruhendes Zahlenfeld, ein ontisches Tableau aus 6 × 6 Leerstellen, abzubilden.





Darin sind $S \subset U \subset E \subset S^*$ durch Teil-Zahlenfelder markiert.

Obwohl bereits eine 1-elementige Menge $P = \{0\}$ ein 2×2-Tableau benötigt

0	Ø		Ø	0		Ø	Ø		Ø	Ø
Ø	Ø		Ø	Ø		0	Ø		Ø	0,

da das Element nicht nur einbettungstheoretisch, sondern auch perspektivisch geschieden auftreten kann, werden im Zahlenfeldmodell lediglich S, nicht aber U und E quadratische Tableaux zugestanden. Der Grund besteht darin, daß Objekte, die in U oder in E abgebildet werden, als gerichtete Objekte in einer der drei ontischen Lagerelationen (vgl. Toth 2012) auftreten müssen, d.h. exessiv, adessiv oder inessiv. Zur Darstellung der Inessivität genügt allerdings ein nicht-quadratisches Tableau, und für die Fälle der Exessivität und der Adessivität finden Austauschrelationen zwischen den Zahlen von Paaren von Tableaux dar, so daß wiederum quadratische Tableaux entstehen, die relativ zu S, U und E kontextural geschieden sind, vgl. z.B.

2	2	2	2	2	2
2	1	1	1	1	2
2	1	0	0	1	2
2	1	0	0	1	2
2	1	1	1	1	2
2	2	2	2	2	2

Ferner kann natürlich jedes x×x-Tableau mit $x > 2$ als 2×2-Tableau dargestellt werden, d.h. der Satz von Wiener und Kuratowski, den wir ja zur Definition der Zahlen in Kap. 1 verwendet hatten, gilt natürlich auch im Falle von 2-dimensionalen Zahlen. So läßt z.B. das folgende 3×3-Tableau

2	2	2	2	2	2
2	1	1	1	1	2
2	1	0	0	1	2
2	1	0	0	1	2
2	1	1	1	1	2
2	2	2	2	2	2

folgende Tableau-Partitionen zu

2	2		2	2		1	1		1	2
1	1		1	2		0	1		1	2.

Literatur

Toth, Alfred, Zu einer triadischen Systemdefinition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Ontisch-semiotische Relationalzahlen I

1. Ein Problem stellt in gewisser Hinsicht die verschiedene Stufigkeit von Objekten und Zeichen in der folgenden ontischen Hierarchie dar (vgl. Toth 2015)

$$\begin{array}{ccc} \{\{\{\Omega\}\}\} & = & \{\{Z\}\} \\ & \uparrow & \\ \{\{\Omega\}\} & = & \{Z\} \\ & \uparrow & \\ \{\Omega\} & = & Z \\ & \uparrow & \\ & \Omega, & \end{array}$$

d.h. es gilt $\Omega^n = Z^{n-1}$.

2. Wir schlagen daher vor, Objekte als 0-stufige Zeichen aufzufassen, d.h.

$\Omega = Z_0$

zu definieren. Wir bekommen dann

$$\begin{array}{ccc} \{\{\{\Omega\}\}\} & = & \{\{Z\}\} = \{Z\}_2 = Z_3 \\ & \uparrow & \\ \{\{\Omega\}\} & = & \{Z\} = Z_2 \\ & \uparrow & \\ \{\Omega\} & = & Z_1 \\ & \uparrow & \\ \Omega & = & Z_0 \end{array}$$

und können somit Hierarchien von Objekten durch

$\Omega^* = [\Omega, \{\Omega\}, \{\{\Omega\}\}, ...]$

und Hierarchien von Zeichen durch

$Z^* = [Z_0, Z_1, Z_2, ...]$

bestimmen.

Für 0-stufige Einbettung, d.h. für die ontisch-semiotische Isomorphie

$\Omega \cong Z_0$

ergeben sich nur die folgenden 2 Strukturen

0	Ø	1	Ø
Ø	0	Ø	1.

Für 1-stufige Einbettung, d.h. für die ontische-semiotische Isomorphie

$\{\Omega\} \cong Z_1$

ergeben sich die folgenden 12 Strukturen

0	1	Ø	Ø	Ø	1	1	Ø	0	Ø	Ø	0
Ø	Ø	0	1	0	Ø	Ø	0	1	Ø	Ø	1
1	0	Ø	Ø	Ø	0	0	Ø	1	Ø	Ø	1
Ø	Ø	1	0	1	Ø	Ø	1	0	Ø	Ø	0.

Für 2-stufige Einbettung, d.h. für die ontisch-semiotische Isomorphie

$\{\{\Omega\}\} \cong Z_2$

ergeben sich die folgenden 16 Strukturen

0	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0
1	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	1
2	Ø	Ø	Ø	2	Ø	Ø	Ø	2

0	1	2	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	0	1	2	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	0	1	2

0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø

2	Ø	Ø	Ø	2	Ø	Ø	Ø	2
1	Ø	Ø	Ø	1	Ø	Ø	Ø	1
0	Ø	Ø	Ø	0	Ø	Ø	Ø	0

2	1	0	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	2	1	0	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	2	1	0

2	Ø	Ø		Ø	Ø	2
Ø	1	Ø		Ø	1	Ø
Ø	Ø	0		0	Ø	Ø.

Wir wollen die Peanozahlen, welche in diesen ontisch-semiotischen Tableaux strukturell darstellbar sind, als RELATIONALZAHLEN bezeichnen, da sie einen völlig neuen Zahlentypus darstellen – und den Begriff fernerhin von dem von Bense (1981, S. 26) definierten ganz anderen Typus der Relationszahl absondern.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Die Ontik als tiefste wissenschaftstheoretische Fundierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ontisch-semiotische Relationalzahlen II

1. Wir gehen aus von der Definition des Objektes als 0-stufigem Zeichen (entsprechend der Definition eines Objektes als 0-stelliger Relation, vgl. Bense 1975, S. 65 ff.)

$\Omega = Z_0$

zu definieren und bekommen dann im Anschluß an Toth (2015a) die folgende ontisch-semiotische Hierarchie

$$
\begin{array}{ccc}
\{\{\{\Omega\}\}\} & = & \{\{Z\}\} = \{Z\}_2 = Z_3 \\
 & \uparrow & \\
\{\{\Omega\}\} & = & \{Z\} = Z_2 \\
 & \uparrow & \\
\{\Omega\} & = & Z_1 \\
 & \uparrow & \\
\Omega & = & Z_0
\end{array}
$$

2. Damit lassen sich nicht nur semiotische, sondern auch arithmetische Zahlen als Relationalzahlen darstellen, z.B.

$1987 = [1_3 9_2 8_1 7_0]$,

d.h. wir haben folgende Korrespondenzen

10er-Potenzen	ontisch-semiotische Einbettungsstufe
10^0	1_0
10^1	1_1
10^2	1_2
10^3	1_3, usw.

Bei Zeichenzahlen, für die sämtliche $3! = 6$ Permutationen gelten, lassen sich diese einheitlich in Relationalzahlschreibweise notieren.

$P(1, 1, 1) = (1_3, 1_2, 1_1)$

$P(1, 1, 2) = (1_3, 1_2, 2_1)$

$P(1, 1, 3) = (1_3, 1_2, 3_1)$

$P(1, 2, 1) = (1_3, 2_2, 1_1)$

$P(1, 2, 2) = (1_3, 2_2, 2_1)$

$P(1, 2, 3) = (1_3, 2_2, 3_1)$

$P(1, 3, 1) = (1_3, 3_2, 1_1)$

$P(1, 3, 2) = (1_3, 3_2, 2_1)$

$P(1, 3, 3) = (1_3, 3_2, 3_1)$

$P(2, 1, 1) = (2_3, 1_2, 1_1)$

$P(2, 1, 2) = (2_3, 1_2, 2_1)$

$P(2, 1, 3) = (2_3, 1_2, 3_1)$

$P(2, 2, 1) = (2_3, 2_2, 1_1)$

$P(2, 2, 2) = (2_3, 2_2, 2_1)$

$P(2, 2, 3) = (2_3, 2_2, 3_1)$

$P(2, 3, 1) = (2_3, 3_2, 1_1)$

$P(2, 3, 2) = (2_3, 3_2, 2_1)$

$P(2, 3, 3) = (2_3, 3_2, 3_1)$

$P(3, 1, 1) = (3_3, 1_2, 1_1)$

$P(3, 1, 2) = (3_3, 1_2, 2_1)$

$P(3, 1, 3) = (3_3, 1_2, 3_1)$

$P(3, 2, 1) = (3_3, 2_2, 1_1)$

$P(3, 2, 2) = (3_3, 2_2, 2_1)$

$P(3, 2, 3) = (3_3, 2_2, 3_1)$

$P(3, 3, 1) = (3_3, 3_2, 1_1)$

$P(3, 3, 2) = (3_3, 3_2, 2_1)$

$P(3, 3, 3) = (3_3, 3_2, 3_1)$.

Da Objekte als 0-stufige Zeichen eingeführt sind, ist also die Abbildung der beiden folgenden Systemdefinitionen (vgl. Toth 2015b)

$Z^* = (\{0\} \subset ((\{0\} \subset \{0, 1\}) \subset (\{0\} \subset \{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\})) \supset 0)$

$\Omega^* = (0 \subset (\{0\} \subset ((\{0\} \subset \{0, 1\}) \subset (\{0\} \subset \{0, 1\} \subset \{0, 1, 2\}))))$

auf Relationalzahlen der Form

$R = (x_3, y_2, z_1, w_0)$

grundsätzlich linksmehrdeutig.

Literatur

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Universalität der Systemrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Subjektive Objekte und objektive Subjekte

1. Die 2-wertige aristotelische Logik, welche die arithmetische Form L = [0, 1] hat, worin es also zwischen den beiden Zahlwerten 0 und 1 keine Vermittlung gibt, kennt natürlich weder subjektive Objekte noch objektive Subjekte, sondern nur Objekte und Subjekte, als deren Zahlwerte jeweils 0 oder 1 fungieren können. Wie in Toth (2014) gezeigt, ist es allerdings nicht nötig, einen dritten Zahlwert einzuführen und somit gegen das logische Grundgesetz des Tertium non datur zu verstoßen, um eine Vermittlung in L zu bewirken, denn man kann eine nicht-materielle, differentielle Vermittlung durch Einführung eines Einbettungsoperators E bewirken, der Zahlwerte auf verschiedene Abbildungsstufen abbildet

E_0: $0 \rightarrow [0]$

E_1: $1 \rightarrow [1]$,

in Relationalzahlschreibweise (vgl. Toth 2015a)

E: $n_m \rightarrow n_{m+1}$.

2. Die Anwendung von E auf L, d.h. die Abbildung

e: E → L = [[0, [1]], [[0], 1]], [1, [0]], [[1], 0]]]

ergibt somit nicht-leere Ränder zwischen 0 und 1 und etabliert ferner ontische Orte, d.h. er setzt die Zahlen, die ja sowohl für Objekte als auch für Zeichen stehen können, als ortsfunktionale. Dabei besitzt eine 2-elementige Menge wie L 2 mal 6 sog. Tableaux, welche die Struktur der Ortsfunktionalität von Zahlen angeben

0	1	Ø	Ø	Ø	1	1	Ø	0	Ø	Ø	0
Ø	Ø	0	1	0	Ø	Ø	0	1	Ø	Ø	1

1	0	Ø	Ø	Ø	0	0	Ø	1	Ø	Ø	1
Ø	Ø	1	0	1	Ø	Ø	1	0	Ø	Ø	0.

3. Wie in Toth (2015b) gezeigt, definieren diese 12 zahlentheoretischen Tableaux zugleich die 12 möglichen Ränder von $R[0, 1] \neq R[1, 0]$. Da man

$0 = \Omega$

$1 = Z$

setzen kann, gibt es also genau 12 Ränder zwischen Objekt und Zeichen, die mithilfe von ortsfunktionalen Zahlen differenzierbar sind, und zwar, wie bereits gesagt, ohne die Grundlagen der 2-wertigen aritstotelischen Logik zu verletzen. Subjektive Objekte haben somit andere Ränder als sie objektive Subjekte haben, und da das Zeichen in den beiden möglichen Definitionen

$Z^* = [Z, \Omega]$

$\Omega^* = [\Omega, Z]$

die logische Subjektposition einnimmt, haben wir die beiden Isomorphien

$[Z, \Omega] \cong [\Sigma, \Omega]$

$[\Omega, Z] \cong [\Omega, \Sigma]$.

Subjektive Objekte sind damit genau diejenigen Objekte, welche als Rand die Menge der geordneten Paare $[Z, \Omega]$ haben, und objektive Subjekte sind genau diejenigen Subjekte, welche als Rand die Menge der geordneten Paare $[\Omega, Z]$ haben.

Zur Menge der $[Z, \Omega]$ gehören neben allen wahrgenommenen Objekten auch Objekte, an denen, wie die Umgangssprache sagt, "ein Subjekt hängt" (merkwürdigerweise ist die konverse Relation, daß ein Objekt an einem Subjekt hänge, ungrammatisch, obwohl in einer Logik, in der das Objekt tot, d.h. objektiv, ist, genau die umgekehrte Grammatikalitätsverteilung zu erwarten wäre), wie z.B. der Teddybär des Sohnes, die Puppe der Tochter, die Vuitton-Tasche der Mutter und der Oldtimer des Vaters.

Zur Menge der [Ω, Z] gehören neben allen zum Zeichen erklärten Objekten, d.h. den benseschen Metaobjekten, diejenigen Subjekte, die von einem Ich-Subjekt aus das Du-Subjekt darstellen, nicht aber Er-Subjekte, denen der gleiche Status wie den (objektiven) Objekten zukommt, nämlich die logische Objektposition. (Eine Unterscheidung zwischen Er-Subjekten und Es-Objekten bedürfte tatsächlich einer mindestens 3-wertigen, nicht-aristotelischen Logik.)

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontische Zahlentheorie von Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Die Enttrivialisierung der Logik

1. Zwei für unser Thema einschlägige Sätze aus Wittgensteins "Tractatus" (1980) lauten

6.1. Die Sätze der Logik sind Tautologien.

6.1251 Darum kann es in der Logik auch nie Überraschungen geben.

Den Grund, warum das so ist, vermag Wittgenstein, der ganz auf dem Boden der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik steht, freilich nicht zu geben. Der Versuch der polykontexturalen Günther-Logik, in der es nur Subjekt-, aber keine Objektkontexturen und ferner keine Vermittlung zwischen den für jede Kontextur gültigen Werten der klassischen Dichotomie L = [0, 1] gibt, die Logik zu enttrivialisieren, muß nach der Argumentation in Toth (2015a) als fehlgeschlagen betrachtet werden. Hingegen können durch Definition eines Einbettungsoperators, der logische Werte auf ontische Orte (die nicht mit ontologischen Orten zu verwechseln sind) abbildet, differentielle, d.h. nicht-substantielle Vermittlungen zwischen 0 und 1 in L eingeführt werden, ohne gegen den logischen Drittensatz zu verstoßen (vgl. Toth 2014). Auf diese Weise wird die aristotelische Logik nicht außer Kraft gesetzt, aber sie wird zu einem Spezialfall einer ortsfunktionalen Logik und dadurch, wie im folgenden andeutungsweise aufgezeigt wird, enttrivialisiert.

2.1. Negation in einer ortsfunktionalen 2-wertigen Logik

N[0, 1] =			N[1, 0] =	
1	0		0	1
Ø	Ø		Ø	Ø
N[[0, 1]] =			N[[1, 0]]	
Ø	Ø		Ø	Ø
1	0		0	1

N[[0], [1]] =			N[[1], [0]] =	
1	Ø		0	Ø
0	Ø		1	Ø
N[[[0], [1]]] =			N[[[1], [0]]] =	
Ø	1		Ø	0
Ø	0		Ø	1
N[[0], 1] =			N[[1], 0] =	
Ø	0		Ø	1
1	Ø		0	Ø
N[0, [1]] =			N[1, [0]] =	
1	Ø		0	Ø
Ø	0		Ø	1

2.2. Konjunktion und Disjunktion in einer ortsfunktionalen 2-wertigen Logik

Die klassischen aristotelischen Wahrheitsfunktionen für Konkjunktion und Disjunktion sind bekanntlich

p	q	$p \wedge q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

In einer ortsfunktionalen Logik korrespondiert jede der vier Wahrheitswertkombinationen [0, 0], [0, 1], [1, 0] und [1, 1] einem 12-tupel von Wahrheitswertfeldern oder Tableaux, für welche die Resultate für Konjunktion und

Disjunktion nur für diese vier juxtaponierten Fälle, die den beiden Strukturen [0, 1] und [1, 0] entsprechen, nicht aber für die nicht-jutaponierten Fälle

[0, [1]], [[0], 1], [[1], 0], [1, [0]], [[0], [1]], [[1], [0]], [[0, 1]], [[1, 0]], [[[0], [1]]] und [[[1], [0]]]

gültig sind. Zur Bestimmung der Resultate der letzteren müssen die in Toth (2015b) eingeführten Relationalzahlen verwendet werden.

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Polykontexturalität und Pseudo-Polykontexturalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Zur Arithmetik ontischer Einbettung I

1. Wie bekannt (vgl. Toth 2015a, b), beruht die klassische Peano-Arithmetik (wie natürlich die gesamte quantitative Mathematik) auf dem Grundschema der zweiwertigen aristotelischen Logik, L = [0, 1], darin die Werte nicht nur vermöge des Satzes vom Ausgeschlossenen Dritten unvermittelt sein müssen, sondern worin sie aus diesem Grunde auch in keinem Abhängigkeitsverhältnis zueinander bzw. voneinander stehen dürfen. 0 und 1 sind somit juxtaponiert und können daher beliebig ausgetauscht werden (vgl. Günther 2000, S. 230 f.), d.h. sie sind spiegelbildlich. Man kann nun allerdings, ohne einen materialen dritten Wert einzuführen, mittels der Einführung eines Einbettungsoperators E die beiden Werte in ein Abhängigkeitsverhältnis setzen, d.h. es gilt entweder $0 = f(1)$ oder $1 = f(0)$. Da E iterierbar ist, kann arithmetische Einbettung mehrstufig sein, d.h. eine Zahl kann n-fach eingebettet sein mit $n \geqq 0$. In einer solchen Arithmetik stellen also die Peanozahlen den Spezialfall für $n = 0$ dar.

2. Grundtypen einer 3-stufigen Arithmetik

2.1. 0-stufige Einbettung

Die Folge der Peanozahlen ist linear, d.h. sie ist einem "Gänsemarsch" vergleichbar (vgl. Kronthaler 1990).

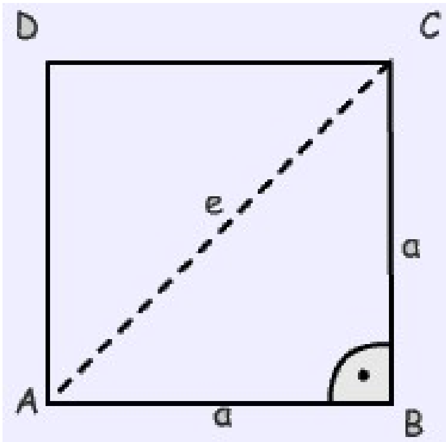
Für $n = 0$ gibt es somit nur eine Ordnung O.

2.1.1. O = 1

S = [0, 1, 2]

2.2. 1-stufige Einbettung

Für $n = 1$ wechselt die 1-dimensionale zu einer 2-dimensionalen Zählung. Diese betrifft allerdings nicht nur die Horizontale und die Vertikale, sondern auch die Diagonale, d.h. wir haben nun im Gegensatz zur einen und einzigen Peanozählweise bereits drei Zählarten.



2.2.1. O = (0, 1)

S = [[0], 1, 2]	S = [2, 1, [0]]
S = [0, [1], 2]	S = [2, [1], 0]
S = [0, 1, [2]]	S = [[2], 1, 0]

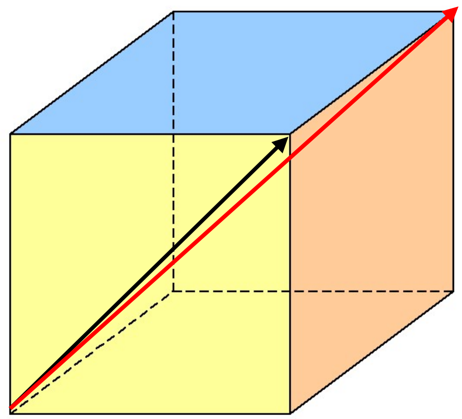
S = [[0, 1], 2]	S = [2, [1, 0]]
S = [0, [1, 2]]	S = [[2, 1], 0]
S = [[0], 1, [2]]	S = [[2], 1, [0]]

2.2.2. O = 1

S = [[0, 1, 2]]	S = [[2, 1, 0]]

2.3. 2-stufige Einbettung

Für n = 2 entstehen aus den 2-dimensionalen nun 3-dimensionale Zählarten. Man beachte, daß jede Seite des Kubus natürlich den Fall n = 1 repräsentiert, d.h. die drei 2-dimensionalen Zählarten sind in den 3-dimensionalen enthalten. Während der schwarze Pfeil eine 1-stufige Einbettung beinhaltet, beinhaltet der rote Pfeil eine 2-stufige Einbettung.



2.3.1. O = 2

S = [[[0, 1, 2]]]

2.3.2. O = (2, 0)

S = [[[0]], 1, 2]   S = [2, 1, [[0]]]

S = [0, [[1]], 2]   S = [2, [[1]], 0]

S = [0, 1, [[2]]]   S = [[[2]], 1, 0]

S = [[[0, 1]], 2]   S = [2, [[1, 0]]]

S = [0, [[1, 2]]]   S = [[[2, 1]], 0]

S = [[[0]], 1, [[2]]]   S = [[[2]], 1, [[0]]]

2.3.3. O = (2, 1)

S = [[[0]], [1], [2]]   S = [[2], [1], [[0]]]

S = [[[1]], [0], [2]]   S = [[2], [0], [[1]]]

S = [[[2], [0], [1]]   S = [[1], [0], [[2]]]

S = [[[0, 1]], [2]]   S = [[2], [[1, 0]]]

S = [[[0, 2]], [1]]   S = [[1], [[2, 0]]]

S = [[[1, 2]], [0]]	S = [[0], [[2, 1]]]

2.3.4. O = (2, 1, 0)

S = [[[0]], [1], 2]	S = [2, [1], [[0]]]
S = [[[1]], [0], 2]	S = [2, [0], [[1]]]
S = [[[2]], [0], 1]	S = [1, [0], [[2]]]

2.3.5. O = (2, 2, 0)

S = [[[0]], [[1]], 2]	S = [2, [[1]], [[0]]]
S = [[[1]], [[0]], 2]	S = [2, [[0]], [[1]]]
S = [[[2]], [[0]], 1]	S = [1, [[0]], [[2]]]

2.3.6. O = (2, 2, 1)

S = [[[0]], [[1]], [2]]	S = [[2], [[1]], [[0]]]
S = [[[1]], [[0]], [2]]	S = [[2], [[0]], [[1]]]
S = [[[2]], [[0]], [1]]	S = [[1], [[0]], [[2]]]

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge, oder Die Addition von Kirchen und Krokodilen. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zur Arithmetik ontischer Einbettung II

1. Zu den Teilen I und II vgl. Toth (2015). Im folgenden werden die zu den Ordnungen der Stufigkeit ontischer Einbettung gehörigen Zahlenfelder bestimmt.

2.1. 0-stufige Einbettung

2.1.1. O = 1

S = [0, 1, 2]

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. O = (0, 1)

S = [[0], 1, 2]			S = [2, 1, [0]]		
Ø	1	2	2	1	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

S = [0, [1], 2]			S = [2, [1], 0]		
0	Ø	2	2	Ø	0
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø

S = [0, 1, [2]]			S = [[2], 1, 0]		
0	1	Ø	Ø	1	0
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø

S = [[0, 1], 2]			S = [2, [1, 0]]		
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

S = [0, [1, 2]]			S = [[2, 1], 0]		
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	1	2	2	1	Ø

S = [[0], 1, [2]]			S = [[2], 1, [0]]		
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
0	Ø	2	2	Ø	0

2.2.2. O = 1

S = [[0, 1, 2]]			S = [[2, 1, 0]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	2	2	1	0

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. O = 2

S = [[[0, 1, 2]]]

Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø
0	1	2

2.3.2. O = (2, 0)

S = [[[0]], 1, 2]			S = [2, 1, [[0]]]		
Ø	1	2	2	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

S = [0, [[1]], 2]			S = [2, [[1]], 0]		
0	Ø	2	2	Ø	0
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
S = [0, 1, [[2]]]			S = [[[2]], 1, 0]		
0	1	Ø	Ø	1	0
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
S = [[[0, 1]], 2]			S = [2, [[1, 0]]]		
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0
S = [0, [[1, 2]]]			S = [[[2, 1]], 0]		
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	1	2	2	1	Ø
S = [[[0]], 1, [[2]]]			S = [[[2]], 1, [[0]]]		
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	Ø	2	2	Ø	0

2.3.3. O = (2, 1)

S = [[[0]], [1], [2]]

Ø	Ø	Ø
Ø	1	2
0	Ø	Ø

S = [[2], [1], [[0]]]

Ø	Ø	Ø
2	1	Ø
Ø	Ø	0

S = [[[1]], [0], [2]]

Ø	Ø	Ø
Ø	0	2
1	Ø	Ø

S = [[2], [0], [[1]]]

Ø	Ø	Ø
2	0	Ø
Ø	Ø	1

S = [[[2], [0], [1]]

Ø	Ø	Ø
Ø	0	1
2	Ø	Ø

S = [[1], [0], [[2]]]

Ø	Ø	Ø
1	0	Ø
Ø	Ø	2

S = [[[0, 1]], [2]]

Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2
0	1	Ø

S = [[2], [[1, 0]]]

Ø	Ø	Ø
2	Ø	Ø
Ø	1	0

S = [[[0, 2]], [1]]

Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1
0	2	Ø

S = [[1], [[2, 0]]]

Ø	Ø	Ø
1	Ø	Ø
Ø	2	0

S = [[[1, 2]], [0]]				S = [[0], [[2, 1]]]		
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	0		0	Ø	Ø
1	2	Ø		Ø	2	1

2.3.4. O = (2, 1, 0)

S = [[[0], [1], 2]				S = [2, [1], [[0]]]		
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø
Ø	1	Ø		Ø	1	Ø
0	Ø	Ø		Ø	Ø	0
S = [[[1], [0], 2]				S = [2, [0], [[1]]]		
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø
Ø	0	Ø		Ø	0	Ø
1	Ø	Ø		Ø	Ø	1
S = [[[2]], [0], 1]				S = [1, [0], [[2]]]		
Ø	Ø	1		1	Ø	Ø
Ø	0	Ø		Ø	0	Ø
2	Ø	Ø		Ø	Ø	2

2.3.5. O = (2, 2, 0)

S = [[[0]], [[1]], 2]				S = [2, [[1]], [[0]]]		
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
0	1	Ø		Ø	1	0

S = [[[1]], [[0]], 2]			S = [2, [[0]], [[1]]]		
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1
S = [[[2]], [[0]], 1]			S = [1, [[0]], [[2]]]		
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

2.3.6. O = (2, 2, 1)

S = [[[0]], [[1]], [2]]			S = [[2], [[1]], [[0]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0
S = [[[1]], [[0]], [2]]			S = [[2], [[0]], [[1]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1
S = [[[2]], [[0]], [1]]			S = [[1], [[0]], [[2]]]		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zur Arithmetik ontischer Einbettung III

1. Zu den Teilen I - III vgl. Toth (2015). Im folgenden werden die bereits in Toth (2012) eingeführten Relationalzahlen mit Hilfe der Einbettungsarithmetik neu definiert.

2.1. 0-stufige Einbettung

2.1.1. O = 1

$S = [0_0, 1_0, 2_0] = [0, 1, 2]$

2.2. 1-stufige Einbettung

2.2.1. O = (0, 1)

$S = [0_1, 1, 2]$			$S = [2, 1, 0_1]$		
Ø	1	2	2	1	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
$S = [0, 1_1, 2]$			$S = [2, 1_1, 0]$		
0	Ø	2	2	Ø	0
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
$S = [0, 1, 2_1]$			$S = [2_1, 1, 0]$		
0	1	Ø	Ø	1	0
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
$S = [0_1, 1_1, 2]$			$S = [2, 1_1, 0_1]$		
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

$S = [0, 1_1, 2_1]$ $S = [2_1, 1_1, 0]$

0	Ø	Ø	Ø	Ø	0
Ø	1	2	2	1	Ø

$S = [0_1, 1, 2_1]$ $S = [2_1, 1, 0_1]$

Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
0	Ø	2	2	Ø	0

2.2.2. O = 1

$S = [0_1, 1_1, 2_1]$ $S = [2_1, 1_1, 0_1]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	2	2	1	0

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. O = 2

$S = [0_2, 1_2, 2_2]$

Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø
0	1	2

2.3.2. O = (2, 0)

$S = [0_2, 1, 2]$ $S = [2, 1, 0_2]$

Ø	1	2	2	1	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

$S = [0, 1_2, 2]$

0 Ø 2

Ø Ø Ø

Ø 1 Ø

$S = [2, 1_2, 0]$

2 Ø 0

Ø Ø Ø

Ø 1 Ø

$S = [0, 1, 2_2]$

0 1 Ø

Ø Ø Ø

Ø Ø 2

$S = [2_2, 1, 0]$

Ø 1 0

Ø Ø Ø

2 Ø Ø

$S = [0_2, 1_2, 2]$

Ø Ø 2

Ø Ø Ø

0 1 Ø

$S = [2, 1_2, 0_2]$

2 Ø Ø

Ø Ø Ø

Ø 1 0

$S = [0, 1_2, 2_2]$

0 Ø Ø

Ø Ø Ø

Ø 1 2

$S = [2_2, 1_2, 0]$

Ø Ø 0

Ø Ø Ø

2 1 Ø

$S = [0_2, 1, 2_2]$

Ø 1 Ø

Ø Ø Ø

0 Ø 2

$S = [2_2, 1, 0_2]$

Ø 1 Ø

Ø Ø Ø

2 Ø 0

2.3.3. O = (2, 1)

S = $[0_2, 1_1, 2_1]$			S = $[2_1, 1_1, 0_2]$		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	1	2	2	1	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

S = $[1_2, 0_1, 2_1]$			S = $[2_1, 0_1, 1_2]$		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	0	2	2	0	Ø
1	Ø	Ø	Ø	Ø	1

S = $[2_2, 0_1, 1_1]$			S = $[1_1, 0_1, 2_2]$		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	0	1	1	0	Ø
2	Ø	Ø	Ø	Ø	2

S = $[0_2, 1_2, 2_1]$			S = $[2_1, 1_2, 0_2]$		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

S = $[0_2, 2_2, 1_1]$			S = $[1_1, 2_2, 0_2]$		
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
0	2	Ø	Ø	2	0

$S = [1_2, 2_2, 0_1]$ $S = [0_1, 2_2, 1_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	0	0	Ø	Ø
1	2	Ø	Ø	2	1

2.3.4. O = (2, 1, 0)

$S = [0_2, 1_1, 2]$ $S = [2, 1_1, 0_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	1	Ø	Ø	1	Ø
0	Ø	Ø	Ø	Ø	0

$S = [1_2, 0_1, 2]$ $S = [2, 0_1, 1_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	0	Ø	Ø	0	Ø
1	Ø	Ø	Ø	Ø	1

$S = [2_2, 0_1, 1]$ $S = [1, 0_1, 2_2]$

Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
Ø	0	Ø	Ø	0	Ø
2	Ø	Ø	Ø	Ø	2

2.3.5. O = (2, 2, 0)

$S = [0_2, 1_2, 2]$ $S = [2, 1_2, 0_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

$S = [1_2, 0_2, 2]$ $S = [2, 0_2, 1_2]$

Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1

$S = [2_2, 0_2, 1]$ $S = [1, 0_2, 2_2]$

Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

2.3.6. O = (2, 2, 1)

$S = [0_2, 1_2, 2_1]$ $S = [2_1, 1_2, 0_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
0	1	Ø	Ø	1	0

$S = [1_2, 0_2, 2_1]$ $S = [2_1, 0_2, 1_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	2	2	Ø	Ø
1	0	Ø	Ø	0	1

$S = [2_2, 0_2, 1_1]$ $S = [1_1, 0_2, 2_2]$

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	1	1	Ø	Ø
2	0	Ø	Ø	0	2

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ortsfunktionale Zählweisen und Relationalzahlen

1. Wie im folgenden gezeigt wird, gibt es keine Bijektion zwischen den in Toth (2015a, b) eingeführten ortsfunktionalen Zählweisen und den kürzlich neu definierten Relationalzahlen (vgl. Toth 2015c).

2.1. Adjazente Zählweise

0	1		1	0		1	0		0	1
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø
		×			×			×		
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø
0	1		1	0		1	0		0	1

Je nachdem, von welchem Zählschema ausgegangen wird, ergeben sich also positive und negative Relationalzahlen.

(0, 1) (1, 0) (1, 0) (0, 1)

$(0_{-1}, 1_{-1})$ $(1_{-1}, 0_{-1})$ $(1_{-1}, 0_{-1})$ $(0_{-1}, 1_{-1})$

$(0_1, 1_1)$ $(1_1, 0_1)$ $(1_1, 0_1)$ $(0_1, 1_1)$

(0, 1) (1, 0) (1, 0) (0, 1)

2.2. Subjazente Zählweise

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
		×			×			×		
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

Da bei Subjazenz der gleiche ontische Ort von zwei verschiedenen Zahlen belegt ist, muß hier – nicht jedoch in den vermöge der linearen Schreibweise eindeutigen Zählweisen der Adjazenz und der Transjazenz – zusätzlich die Richtung (vgl. Toth 2015d) angegeben werden.

$(0 \leftarrow 1_{-1})$ $(1_{-1} \rightarrow 0)$ $(1_{-1} \rightarrow 0)$ $(0 \leftarrow 1_{-1})$

$(0_{-1} \leftarrow 1)$ $(1 \rightarrow 0_{-1})$ $(1 \rightarrow 0_{-1})$ $(0_{-1} \rightarrow 1)$

2.3. Transjazente Zählweise

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
		×			×			×		
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

Da die transjazente Zählweise die Horizontalität der adjazenten und die Vertikalität der subjazenten Zählweise aufweist, treten natürlich auch hier sowohl positive als auch negative Relationalzahlen auf. Da jedoch jede Zeile und jede Spalte der Zahlenfelder genau einen Wert aufweist, ist die folgende Notationsweise eindeutig.

$(0, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0)$	$(1_{-1}, 0)$	$(0, 1_{-1})$
$(0_{-1}, 1)$	$(1, 0_{-1})$	$(1, 0_{-1})$	$(0_{-1}, 1)$

Literatur

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015 a

Toth, Alfred, Dualisationstypen in der ortsfunktionalen Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

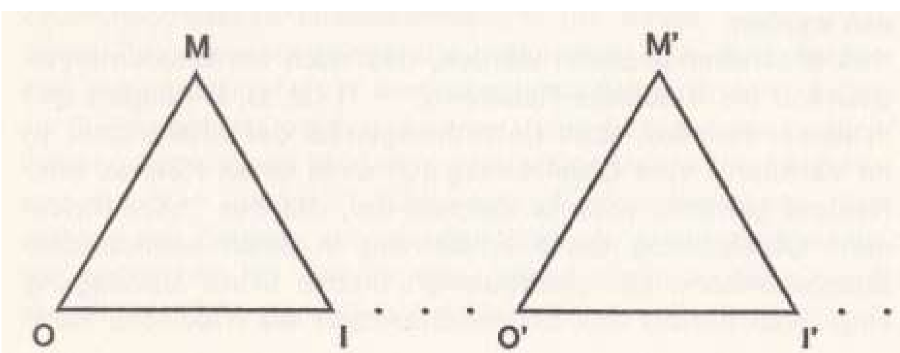
Toth, Alfred, Zu einer Arithmetik dreidimensionaler Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Semiotische Operationen und ortsfunktionale Zählweisen

1. Eine eigentliche Überraschung stellt die Tatsache dar, daß die bereits 1971 von Bense eingeführten drei semiotischen Operationen der Adjunktion, Superisation und Iteration (vgl. Bense 1971, S. 52 ff.) genauso wie die drei ortsfunktionalen Zählweisen der Adjazenz, Subjazenz und Transjazenz ein 2-dimensionales Zahlenfeld und keine 1-dimensionale Linie wie diejenige der Peanofolge voraussetzen. Dies ist umso erstaunlicher, als Bense wiederholt die Isomorphie der Peanozahlen und der von ihm Primzeichen genannten Zeichenzahlen nachzuweisen gesucht hatte (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.; 1981, S. 17 ff.; 1983, S. 192 ff.). Bereits in Toth (2015) war ferner darauf hingewiesen worden, daß Benses kategorientheoretische Zeichendefinition (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67) nicht nur das Fundierungsaxiom der Mengentheorie außer Kraft setzt, sondern ein 3-fach gestuftes 2-dimensionales Zählschema voraussetzt.

2.1. Adjunktion und Adjazenz

2.1.1. Semiotische Adjunktion



(aus: Bense 1971, S. 52)

2.1.2. Arithmetische Adjazenz

2.1.2.1. Zahlenfelder

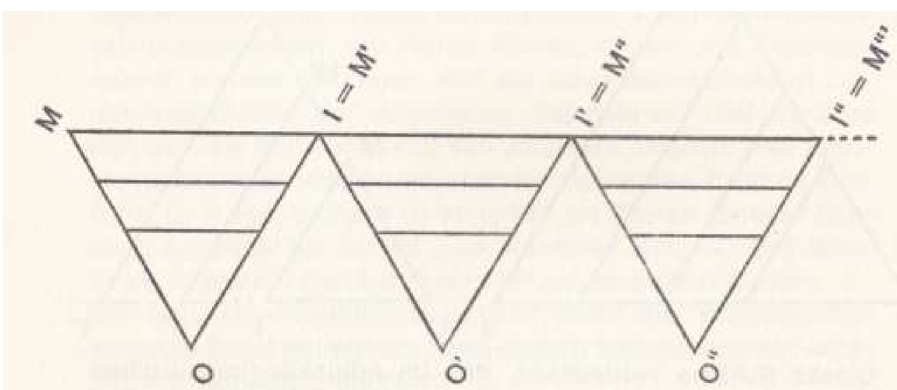
0_i	1_j		1_i	0_j		1_j	0_i		0_j	1_i
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
0_i	1_j		1_i	0_j		1_j	0_i		0_j	1_i

2.1.2.2. Relationalzahlen

$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(0_1, 1_1)$	$(1_1, 0_1)$
$(0_{-1}, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0_{-1})$	$(0, 1)$	$(1, 0)$

2.2. Superisation und Subjazenz

2.2.1. Semiotische Superisation



(aus: Bense 1971, S. 54)

2.2.2. Arithmetische Subjazenz

2.2.2.1. Zahlenfelder

0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$
1_i	$Ø_j$	$Ø_i$	1_j	$Ø_j$	1_i	1_j	$Ø_i$

$\times$ $\times$ $\times$

1_i	$Ø_j$	$Ø_i$	1_j	$Ø_j$	1_i	1_j	$Ø_i$
0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$

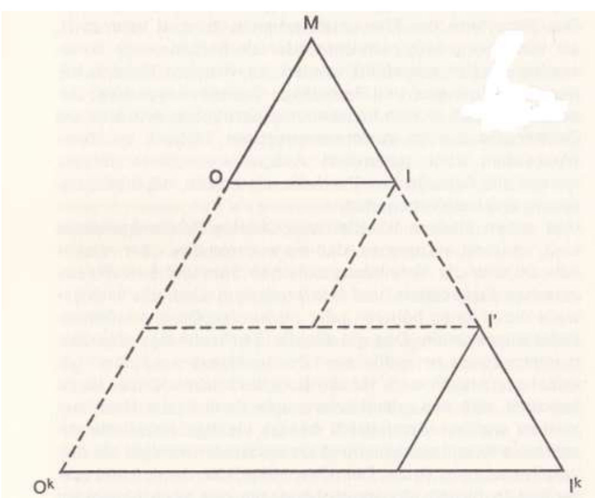
2.2.2.2. Relationalzahlen

$(0 \leftarrow 1_{-1})$ $(1_{-1} \rightarrow 0)$

$(0_{-1} \leftarrow 1)$ $(1 \rightarrow 0_{-1})$

2.3. Iteration und Transjazenz

2.3.1. Semiotische Iteration



2.3.2. Arithmetische Transjazenz

2.3.2.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{cccccccccccc} 0_i & Ø_j & & Ø_i & 0_j & & Ø_j & 0_i & & 0_j & Ø_i \\ Ø_i & 1_j & & 1_i & Ø_j & & 1_j & Ø_i & & Ø_j & 1_i \\ & & \times & & & \times & & & \times & & \\ Ø_i & 1_j & & 1_i & Ø_j & & 1_j & Ø_i & & Ø_j & 1_i \\ 0_i & Ø_j & & Ø_i & 0_j & & Ø_j & 0_i & & 0_j & Ø_i \end{array}$$

2.3.2.2. Relationalzahlen

$(0, 1_{-1})$ $(1_{-1}, 0)$

$(0_{-1}, 1)$ $(1, 0_{-1})$

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Abbildung von ortsfunktionalen Zahlenfeldern auf Relationalzahlen

1. Wie im folgenden gezeigt wird, ist die Abbildung von ortsfunktionalen Zahlenfeldern (vgl. Toth 2015a) auf Relationalzahlen (vgl. Toth 2015b) zwar auf äußerst elegante Weise möglich, führt aber zu einem enormen Strukturverlust, bedingt durch die Eliminierung der ontischen Orte der qualitativen Zahlen.

2.1. Adjazente Zählweise

2.1.1. Zahlenfelder

0_i	1_j		1_i	0_j		1_j	0_i		0_j	1_i
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
		×			×			×		
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
0_i	1_j		1_i	0_j		1_j	0_i		0_j	1_i

2.1.2. Relationalzahlen

$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(0_1, 1_1)$	$(1_1, 0_1)$
$(0_{-1}, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0_{-1})$	$(0, 1)$	$(1, 0)$

2.2. Subjazente Zählweise

2.2.1. Zahlenfelder

0_i	$Ø_j$		$Ø_i$	0_j		$Ø_j$	0_i		0_j	$Ø_i$
1_i	$Ø_j$		$Ø_i$	1_j		$Ø_j$	1_i		1_j	$Ø_i$
		×			×			×		
1_i	$Ø_j$		$Ø_i$	1_j		$Ø_j$	1_i		1_j	$Ø_i$
0_i	$Ø_j$		$Ø_i$	0_j		$Ø_j$	0_i		0_j	$Ø_i$

2.2.2. Relationalzahlen

$(0 \leftarrow 1_{-1})$ $(1_{-1} \rightarrow 0)$

$(0_{-1} \leftarrow 1)$ $(1 \rightarrow 0_{-1})$

2.3. Transjazente Zählweise

2.3.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{cccccccccccc}
0_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 0_j & & \emptyset_j & 0_i & & 0_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & 1_j & & 1_i & \emptyset_j & & 1_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & 1_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & 1_j & & 1_i & \emptyset_j & & 1_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & 1_i \\
0_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 0_j & & \emptyset_j & 0_i & & 0_j & \emptyset_i
\end{array}$$

2.3.2. Relationalzahlen

$(0, 1_{-1})$ $(1_{-1}, 0)$

$(0_{-1}, 1)$ $(1, 0_{-1})$

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ortsfunktionale Zählweisen und Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Peanozahlen und ihre ontischen Orte I

1. In der auf der 2-wertigen aristotelischen Logik beruhenden klassischen Arithmetik ist bereits die vom Titel dieses Aufsatzes vorausgesetzte Idee eines ontischen Ortes sinnlos, denn Peanozahlen sind lediglich durch die Nachfolgerrelation und damit linear geordnet. So liest man sogar beim frühen Bense: "Der Zahlbegriff ist in keiner Weise von der Vorstellung einer Reihe oder einer Ordnung zu lösen. Damit ist aber das Prädikat des Neben schon mitgegeben" (1934, S. 21), und dieses Juxtapositionsprinzip verallgemeinerte Bense sogar auf Objekte: "Es gibt in Wirklichkeit kein Nacheinander der Dinge, nur ein Nebeneinander" (1934, S. 25).

2.1. Allerdings wurde in Toth (2015) gezeigt, daß bereits eine 1-elementige Menge der Form L = [0] mindestens zwei ontische Orte haben muß

Ø	0		0	Ø,

denn das Nebeneinander impliziert die Differenz der Seitigkeit, die ja auch bei den Peanozahlen durch die zur Nachfolgerrelation konverse Vorgängerrelation "mitgegeben" ist.

2.2. Eine 2-elementige Menge der Form L = [0, 1], wie sie z.B. den Werten von L und aller ihr isomorphen Dichotomien (z.B. Objekt und Subjekt, Objekt und Zeichen) zugrunde liegt, kann entweder juxtapositiv als

0	Ø		Ø	0		1	Ø		Ø	1
1	Ø		Ø	1		0	Ø		Ø	0

0	1		Ø	Ø		1	0		Ø	Ø
Ø	Ø		0	1		Ø	Ø		1	0

oder nicht-juxtapositiv als

0	Ø		Ø	0		1	Ø		Ø	1
Ø	1		1	Ø		Ø	0		0	Ø

aufscheinen, wobei nur die juxtapositiven Tableaux

0	1		1	0
Ø	Ø		Ø	Ø

die Austauschbarkeit der beiden Werte von L = [0, 1] reflektieren.

2.3. Eine 3-elementige Menge der Form L = [0, 1, 2], wie sie z.B. bei den Werten der peirce-benseschen Semiotik vorkommen, kann natürlich wiederum juxtapositiv als

0	Ø	Ø		Ø	0	Ø		Ø	Ø	0
1	Ø	Ø		Ø	1	Ø		Ø	Ø	1
2	Ø	Ø		Ø	2	Ø		Ø	Ø	2

0	1	2		Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		0	1	2		Ø	Ø	Ø
Ø	Ø	Ø		Ø	Ø	Ø		0	1	2

in allen 6 Permutationen, oder nicht-juxtapositiv als

0	Ø	Ø		Ø	Ø	0
Ø	1	Ø		Ø	1	Ø
Ø	Ø	2		2	Ø	Ø,

wiederum in allen 6 Permutationen, aufscheinen, d.h. es gibt zusammen (6 mal 6) + (6 mal 2) = 48 Tableaux.

3. Die Progression solcher ortsfunktionaler Peanozahlen, ist, wie der folgende Ausschnitt aus der in den OEIS für Zahlenfolge A001815 abgedruckten Tabelle

für C(n,2) * 2^(n-1) (vgl. https://oeis.org/A001815/b001815.txt) zeigt, sehr stark und zeigt also das nicht-lineare Anwachsen ontischer Orte für Peanozahlen.

```
0 0
1 0
2 2
3 12
4 48
5 160
6 480
7 1344
8 3584
9 9216
10 23040
11 56320
12 135168
13 319488
14 745472
15 1720320
16 3932160
17 8912896
18 20054016
19 44826624
20 99614720
21 220200960
22 484442112
23 1061158912
24 2315255808
25 5033164800
```

Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Toth, Alfred, Zählen mit Peanozahlen in ontischen Tableaux. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Peanozahlen und ihre ontischen Orte II

1. Vgl. zur Definition ortsfunktionaler Peanozahlen Teil I (Toth 2015). Danach gilt der

SATZ: Jede Peanozahl definiert einen ontischen Ort, und umgekehrt definiert jeder ontische Ort eine Peanozahl.

2.1. Addition in L = [0]

Anzahl Tableaux: 2

Ø	0	|	0	Ø

Da

$0 + 0 = 0 + Ø = Ø + 0 = 0$,

trivial.

2.2. Addition in L = [0, 1]

Anzahl Tableaux: 12

0	Ø		Ø	0	|	1	Ø	Ø	1
1	Ø		Ø	1	|	0	Ø	Ø	0

0	Ø		Ø	0		0	0
1	Ø	+	Ø	1	=	1	1
0	Ø		1	Ø		1	Ø
1	Ø	+	0	Ø	=	1	Ø
0	Ø		Ø	1		0	1
1	Ø	+	Ø	0	=	1	0

0	1	Ø	Ø	$\mid$	1	0	Ø	Ø
Ø	Ø	0	1	$\mid$	Ø	Ø	1	0

0	1		Ø	Ø		0	1
Ø	Ø	+	0	1	=	0	1
0	1		1	0		1	1
Ø	Ø	+	Ø	Ø	=	Ø	Ø
0	1		Ø	Ø		0	1
Ø	Ø	+	1	0	=	1	0

0	Ø	Ø	0	$\mid$	1	Ø	Ø	1
Ø	1	1	Ø	$\mid$	Ø	0	0	Ø

0	Ø		Ø	0		0	0
Ø	1	+	1	Ø	=	1	1
0	Ø		1	Ø		1	Ø
Ø	1	+	Ø	0	=	Ø	1
0	Ø		Ø	1		0	1
Ø	1	+	0	Ø	=	0	1

2.3. Addition in L = [0, 1, 2]

Jeweils alle 6 Permutationen. Wir beschränken uns auf eine.

Anzahl Tableaux: 48.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & 0 & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & 0 \\
1 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & 1 & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & 1 \\
2 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & 2 & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0 & 1 & 2 & & \varnothing & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & \varnothing \\
\varnothing & \varnothing & \varnothing & & 0 & 1 & 2 & & \varnothing & \varnothing & \varnothing \\
\varnothing & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & \varnothing & & 0 & 1 & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
0 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & 0 \\
\varnothing & 1 & \varnothing & & \varnothing & 1 & \varnothing \\
\varnothing & \varnothing & 2 & & 2 & \varnothing & \varnothing.
\end{array}$$

Z.B. ist

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & 0 & \varnothing & & 0 & 0 & \varnothing \\
1 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & 1 & \varnothing & & 1 & 1 & \varnothing \\
2 & \varnothing & \varnothing & + & \varnothing & 2 & \varnothing & = & 2 & 2 & \varnothing \\
0 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & \varnothing & & 0 & \varnothing & \varnothing \\
2 & \varnothing & \varnothing & & 0 & 1 & 2 & & 2 & 1 & 2 \\
1 & \varnothing & \varnothing & + & \varnothing & \varnothing & \varnothing & = & 1 & \varnothing & \varnothing \\
0 & \varnothing & \varnothing & & \varnothing & \varnothing & \varnothing & & 0 & \varnothing & \varnothing \\
1 & \varnothing & \varnothing & & 0 & 1 & 2 & & 1 & 1 & 2 \\
2 & \varnothing & \varnothing & + & \varnothing & \varnothing & \varnothing & = & 2 & \varnothing & \varnothing, \text{ usw.}
\end{array}$$

Literatur

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Peanozahlen und ihre ontischen Orte III

1. Vgl. zur Definition ortsfunktionaler Peanozahlen vgl. (Toth 2015a, b). Danach gilt der

SATZ: Jede Peanozahl definiert einen ontischen Ort, und umgekehrt definiert jeder ontische Ort eine Peanozahl.

2.1. Multiplikation in L = [0]

Anzahl Tableaux: 2

Ø	0	❙	0	Ø

Da

$0 \cdot 0 = 0 \cdot Ø = Ø \cdot 0 = 0$,

trivial.

2.2. Multiplikation in L = [0, 1]

Anzahl Tableaux: 12

0	Ø		Ø	0	❙	1	Ø		Ø	1
1	Ø		Ø	1	❙	0	Ø		Ø	0

0	Ø		Ø	0		0	0
1	Ø	·	Ø	1	=	1	1
0	Ø		1	Ø		0	Ø
1	Ø	·	0	Ø	=	0	Ø
0	Ø		Ø	1		0	1
1	Ø	·	Ø	0	=	1	0

0	1		Ø	Ø		1	0		Ø	Ø
Ø	Ø		0	1		Ø	Ø		1	0

0	1		Ø	Ø		0	1
Ø	Ø	·	0	1	=	0	1
0	1		1	0		0	0
Ø	Ø	·	Ø	Ø	=	Ø	Ø
0	1		Ø	Ø		0	1
Ø	Ø	·	1	0	=	1	0

0	Ø		Ø	0		1	Ø		Ø	1
Ø	1		1	Ø		Ø	0		0	Ø

0	Ø		Ø	0		0	0
Ø	1	·	1	Ø	=	1	1
0	Ø		1	Ø		0	Ø
Ø	1	·	Ø	0	=	Ø	0
0	Ø		Ø	1		0	1
Ø	1	+	0	Ø	=	0	1

2.3. Addition in L = [0, 1, 2]

Jeweils alle 6 Permutationen. Wir beschränken uns auf eine.

Anzahl Tableaux: 48.

$$\begin{matrix} 0 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 2 & \emptyset & \emptyset \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \emptyset & 0 & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & 2 & \emptyset \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \emptyset & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 & 2 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \emptyset & \emptyset & 0 \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ 2 & \emptyset & \emptyset. \end{matrix}$$

Z.B. ist

$$\begin{matrix} 0 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 2 & \emptyset & \emptyset \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \emptyset & 0 & \emptyset \\ \emptyset & 1 & \emptyset \\ \emptyset & 2 & \emptyset \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & 0 & \emptyset \\ 1 & 1 & \emptyset \\ 2 & 2 & \emptyset \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & \emptyset & \emptyset \\ 2 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 & 2 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset & \emptyset \\ 2 & \emptyset & \emptyset \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 & 2 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & \emptyset & \emptyset, \end{matrix}$$ usw.

Literatur

Toth, Alfred, Zählen mit Peanozahlen in ontischen Tableaux. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zur Arithmetik der Relationalzahlen I

1. Im folgenden beschränken wir uns auf die Addition (und die aus ihr folgende konverse Subtraktion) unter den Grundrechenarten für Relationalzahlen (vgl. Toth 2015a, b). Zu dieser völlig neuen Art von "Einbettungszahlen" gibt es bisher fast gar keine Untersuchungen.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(0_1, 1_1)$	$(1_1, 0_1)$
$(0_{-1}, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0_{-1})$	$(0, 1)$	$(1, 0)$

Für die Addition gilt

$(0, 1) + (1, 0) = (1, 1)$

$(0, 1) + (0_1, 1_1) = ((0, 0_1), (1, 1_1))$

$(0, 1) + (1_1, 0_1) = ((0, 1_1), (1, 0_1))$, usw.

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (1_{-1}, 0_{-1}) = (1_{-1}, 1_{-1})$

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (0, 1) = ((0_{-1}, 1_{-1}), 0), (0_{-1}, 1_{-1}, 1))$

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (1, 0) = ((0_{-1}, 1_{-1}), 1), (0_{-1}, 1_{-1}, 0))$, usw.

Falls zwischen positiven und negativen Relationzahlen unterschieden wird, kann der Einbettungsgrad gleich 0 werden

$(0_{-1}, 1_{-1}) + (0_{+1}, 1_{+1}) = (0, 1)$.

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$(0 \leftarrow 1_{-1})$	$(1_{-1} \rightarrow 0)$
$(0_{-1} \leftarrow 1)$	$(1 \rightarrow 0_{-1})$

Für die Addition gilt

$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (1_{-1} \rightarrow 0) = (1, 1)$

$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (0_{-1} \leftarrow 1) = (1, 0)$

$(0 \leftarrow 1_{-1}) + (1 \rightarrow 0_{-1}) = (0, 1)$

2.3. Transjazente Relationalzahlen

$(0, 1_{-1})$ $(1_{-1}, 0)$

$(0_{-1}, 1)$ $(1, 0_{-1})$

Für die Addition gilt

$(0, 1_{-1}) + (1_{-1}, 0) = (1_{-1}, 1_{-1})$

$(0, 1_{-1}) + (0_{-1}, 1) = (0_{-1}, 1_{-1})$

$(0, 1_{-1}) + (1, 0_{-1}) = (1, 1_{-1})$

Man beachte, daß die Summe (0, 0) durch die Additionen der drei ortsfunktionalen Zählweisen nicht erreichbar ist. Falls die Körpermultiplikation für Relationalzahlen gilt, könnte sie auf diese Weise herstellbar sein. Um diese und viele weitere arithmetische Fragen zu klären, sind jedoch umfangreiche Untersuchungen nötig.

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Operationen und ortsfunktionale Zählweisen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zur Arithmetik der Relationalzahlen II

1. Gegeben sei die Menge der Peanozahlen P = (1, 2, 3, ...) und eine Menge E von Einbettungszahlen E = (-n, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., n), dann kann man P = f(E) im folgenden 2-dimensionalen Zahlenfeld (vgl. Toth 2015a) anordnen.

	1	2	3	...	P
+2	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}		
+1	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}		
0	1_0	2_0	3_0		
-1	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}		
-2	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}		
E					

2. Dadurch kann man die in Toth (2015b, c) eingeführten drei ortsfunktionalen Zählweisen auf bequeme Art neu definieren. Relationalzahlen werden als n-tupel, im minimalen Falle also als Paare, von P = f(E) eingeführt.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$

$x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \rightarrow 2_{+2} \rightarrow 3_{+2}$

$1_{+1} \rightarrow 2_{+1} \rightarrow 3_{+1}$

$1_0 \rightarrow 2_0 \rightarrow 3_0$

$1_{-1} \rightarrow 2_{-1} \rightarrow 3_{-1}$

$1_{-2} \rightarrow 2_{-2} \rightarrow 3_{-2}$

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$

$x = y$ und $m \neq n$

1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}
↓	↓	↓
1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}
↓	↓	↓
1_0	2_0	3_0
↓	↓	↓
1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}
↓	↓	↓
1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}

2.3. Transjazente Relationalzahlen

$R = (x_n, y_m)$

$x \neq y$ und $m \neq n$

1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}		1_{+2}		2_{+2}		3_{+2}
	↗↙		↗↙				↖↘		↖↘	
1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}		1_{+1}		2_{+1}		3_{+1}
	↗↙		↗↙				↖↘		↖↘	
1_0		2_0		3_0		1_0		2_0		3_0
	↗↙		↗↙				↖↘		↖↘	
1_{-1}		2_{-1}		3_{-1}		1_{-1}		2_{-1}		3_{-1}

$\nearrow\swarrow$ $\nearrow\swarrow$ $\nwarrow\searrow$ $\nwarrow\searrow$

1_{-2} 2_{-2} 3_{-2} 1_{-2} 2_{-2} 3_{-2}

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen

1. Im folgenden werden die Grundlagen der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe der in Toth (2015a, b) skizzierten Theorie der Relationalzahlen neu eingeführt.

2.1. Primzeichen

Die Menge der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten, Primzeichen genannten, Zeichenzahlen P = (1, 2, 3) teilt sich in eine Teilmenge der triadischen

$P_{td} = \langle x. \rangle$

und in eine Teilmenge der trichotomischen

$P_{tt} = \langle .y \rangle$

Zeichenzahlen, mit x, y ∈ P. Diese unterscheiden sich also lediglich durch ihren Einbettungsgrad, d.h. für die zugehörigen Relationalzahlen R gilt

$R(P_{td}) \supset R(P_{tt})$.

2.2. Subzeichen

Subzeichen werden als kartesische Produkte der Form

$S = \langle x.y \rangle$

mit $\langle x.y \rangle \subset P \times P$

definiert. Damit können wir die $3^2 = 9$ Subzeichen in der Form der folgenden Matrixdarstellung über P mit Hilfe von Relationalzahlen wie folgt definieren

$(1_m, 1_n)$ $(1_m, 2_{n+1})$ $(1_m, 3_{n+2})$

$(2_{m+1}, 1_n)$ $(2_{m+1}, 2_{n+1})$ $(2_{m+1}, 3_{n+2})$

$(3_{m+2}, 1_n)$ $(3_{m+2}, 2_{n+1})$ $(3_{m+2}, 3_{n+2})$.

2.3. Zeichenklassen und Realitätsthematiken

Semiotische Dualysteme, bestehend aus Zeichenklassen und Realitästhematiken, werden nach einem Vorschlag Walthers (1979, S. 79) als Konkatenationen von Paaren von Dyaden von Subzeichen gebildet. Damit erhalten wir sogleich

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 1_n)) \quad \times ((1_m, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 2_{n+1})) \quad \times ((2_{m+1}, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 2_{n+1})) \quad \times ((2_{m+1}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 2_{n+1})) \quad \times ((2_{m+1}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 3_{n+2}), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (3_{m+2}, 3_{n+2}))$

Man beachte, daß die Dualisierung nur die Peanozahlenanteile der Relationalzahlen, nicht aber deren Einbettungsgrad betreffen, d.h. der qualitativ, nämlich als differentielles (nicht-materiales) "Tertium" wirkende Einbettungsoperator hebt die Identität zwischen dualen Subzeichen der nicht-eingebetteten Form

$\times\langle x.y\rangle = \langle y.x\rangle$

$\times\times\langle x.y\rangle = \langle x.y\rangle$

auf. Daraus folgt die Ungültigkeit der Eigenrealität, deren Spiegelbildlichkeit (vgl. Bense 1992) sich als nur scheinbar entpuppt

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \quad \times ((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})),$

denn wir haben

$\times(3_{m+2}, 1_n) \neq (1_m, 3_{n+2})$

$\times(2_{m+1}, 2_{n+1}) \neq (2_{m+1}, 2_{n+1})$

$\times(1_m, 3_{n+2}) \neq \times(3_{m+2}, 1_n)$.

Dasselbe gilt für die Kategorienrealität, da auch die Dualisation der eingebetteten genuinen Subzeichen, d.h. der automorphen Semiosen, nicht-identitiv ist, wie man sich leicht selbst überzeugt.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische und ontische Relationen über Relationen

1. Von der Theorie der Relationalzahlen her betrachtet (vgl. Toth 2015a-c), weist die von Bense (1979, S. 53 u. 67) auf der Basis der selbstenthaltenden Zeichenrelation

$$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

definierte Semiotik die Ordnung O = (0, 1, 2) auf, insofern die Erstheit nicht-eingebettend, aber sowohl in der Zweitheit als auch in der Drittheit eingebettet und die Zweitheit in der Drittheit eingebettet ist. Man kann daher die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix wie folgt redefinieren

$$\begin{array}{lll}
(1_m, 1_n) & (1_m, 2_{n+1}) & (1_m, 3_{n+2}) \\
(2_{m+1}, 1_n) & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
(3_{m+2}, 1_n) & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

denn es gilt natürlich sowohl für die Triaden

$$\begin{array}{lll}
(1_m, 1_n) & (1_m, 2_{n+1}) & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & \cap & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & \cap & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & (3_{m+2}, 3_{n+2})
\end{array}$$

als auch für die Trichotomien

$$\begin{array}{lllll}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}).,
\end{array}$$

d.h. die Einführung der Relationalzahlen für Prim- und Subzeichen ist lediglich eine Übertragung des Schemas einer "Relation über Relationen" (Bense) der Zeichenklassen und ihrer dualen Realitätsthematiken.

2. Im folgenden sollen Systeme, Teilsysteme und Objekte aufgezeigt werden, die nach der gleichen Ordnung O = (0, 1, 2) wie die Zeichen gebaut sind, d.h. Beispiele für ontisch-semiotisch isomorphe Relationen über Relationen.

2.1. Horizontale Selbstenthaltung

Berninastr. 29, 8057 Zürich

2.2. Diagonale Selbstenthaltung

Rehetobelstr. 77, 9016 St. Gallen

2.3. Vertikale Selbstenthaltung

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

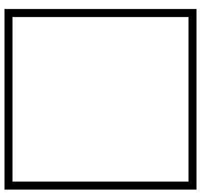
Toth, Alfred, Positive und negative Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Ontotopologische Strukturtheorie und Relationalzahlen

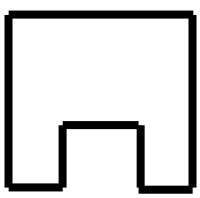
1. Im folgenden wird die in Toth (2015a) vollständig dargestellte ontotopologische Strukturtheorie mit den bisher erarbeiteten Grundlagen einer Arithmetik der Relationalzahlen (vgl. Toth 2015b-d) formal dargestellt.

2.1. 1-teilige Systeme

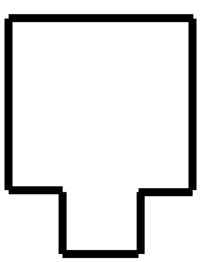
Bei 1-teiligen Systemen tritt die gleiche Relationalzahl einfach oder mehrfach auf, davon abhängig, ob das System lagetheoretisch inessiv, oder aber adessiv oder exessiv ist.



$R = 1$

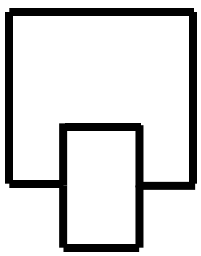


$R = (1, 1_{-1})$



$R = (1, 1_{+1})$

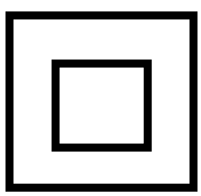
Im Falle von ontischer Transgression ergibt sich die quantitativ arithmetisch ausgeschlossene Doppelheit von Positivität und Negativität des Einbettungsgrades.



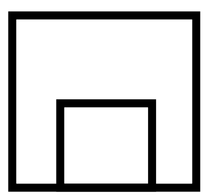
$R = (1, 1_{\pm 1})$

2.2. 2-teilige Systeme

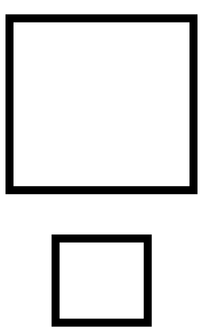
Enthält ein System mindestens ein Teilsystem, dann müssen sie durch mindestens zwei verschiedene Relationalzahlen repräsentiert werden. In diesem Falle sind allerdings die lagetheoretischen Oppositionen zwischen Inessivität und Adessivität neutralisiert.



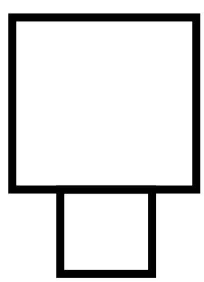
$R = (1 \supset 2_{+1})$



$R = (1 \supset 2_{+1})$



$R = (1 \subset 2_{+1})$



$R = (1 \subset 2_{+1})$

Literatur

Toth, Alfred, Strukturtheorie der Ontotopologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Positive und negative Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Semiotische Gebrauchsfunktionen als ungesättigte semiotische Relationen

1. Während innerhalb der triadischen Zeichenrelation

$Z = (M, O, I)$

sowohl die Bezeichnungsfunktion

$\alpha: \quad (M \rightarrow O)$

als auch die Bedeutungsfunktion

$\beta: \quad (O \rightarrow I)$

ontisch gesättigt sind, insofern sie innerhalb der relationalzahligen Matrix (vgl. Toth 2015)

$$\begin{array}{lll} (1_m, 1_n) & (1_m, 2_{n+1}) & (1_m, 3_{n+2}) \\ (2_{m+1}, 1_n) & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\ (3_{m+2}, 1_n) & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & (3_{m+2}, 3_{n+2}). \end{array}$$

die für Einbettungsstufen von Subzeichen geforderte Peanonachfolge

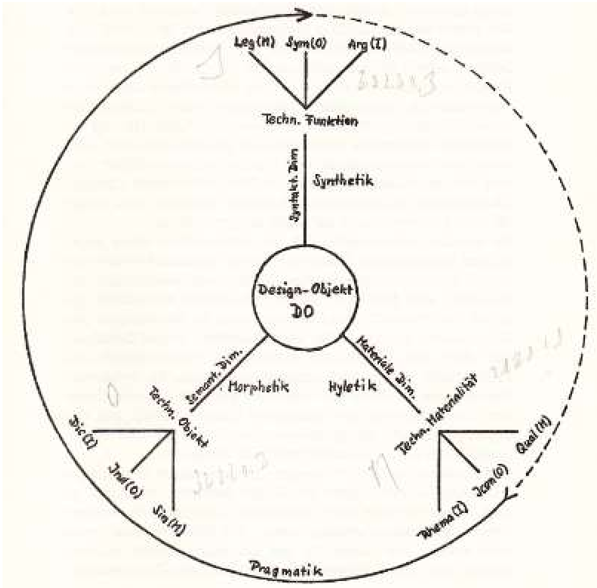
$(m, n) < ((m+i), (n + j))$

mit $i, j \in \{1, 2\}$

nicht verletzen, trifft dies auf die Gebrauchsrelation

$\beta\alpha: \quad (I \rightarrow M)$

nicht zu, denn hier wird der Objektbezug der vollständigen Zeichenrelation "übersprungen", wie dies am besten in Benses Kreisgraphen der pragmatischen Retrosemiosen dargestellt worden war (Bense 1971, S. 81)



2. Im einzelnen handelt es sich um das folgende duale System von Retrosemiosen, darin die innerhalb von triadischen Zeichenrelationen nicht-definierten Abbildungen durch gestrichelte Pfeile markiert sind.

$$\begin{tikzcd}
 & (1.1) & & (1.1) \arrow[dr] & \\
(3.1) \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & (1.2) & \times & (1.2) \arrow[r] & (3.1) \\
 & (1.3) & & (1.3) \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
 & (1.1) & & (1.1) \arrow[dr, dashed] & \\
(3.2) \arrow[ur, dashed] \arrow[r] \arrow[dr] & (1.2) & \times & (1.2) \arrow[r] & (3.2) \\
 & (1.3) & & (1.3) \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
 & (1.1) & & (1.1) \arrow[dr, dashed] & \\
(3.3) \arrow[ur, dashed] \arrow[r, dashed] \arrow[dr] & (1.2) & \times & (1.2) \arrow[r, dashed] & (3.3) \\
 & (1.3) & & (1.3) \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

Während die nicht-definierten Gebrauchsfunktionen also deswegen ausgeschlossen sind, weil sie gegen die semiosische Inklusionsordnung

(3.x, 2.y, 1.z) mit $x \leqq y \leqq z$

verstoßen, sind die definierten Gebrauchsfunktion die einzigen im System der peirce-benseschen Semiotik auftretenden Formen von semiotisch ungesättigten Relationen. Diese Feststellung gilt allerdings nur bedingt, denn gerade die semiotische Inklusionsordnung läßt die fehlenden Objektbezüge, d.h. die Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktionen, in beinahe bijektiver Weise aus den Gebrauchsfunktionen rekonstruieren. Nicht-bijektiv sind einzig die beiden Fälle

$$\begin{tikzcd} (3.1) \arrow[r] \arrow[dr] & (1.2) & \times & (1.2) \arrow[r] & (3.1) \\ & (1.3) & \times & (1.3) \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

denn hier gibt es jeweils zwei Bezeichnungsfunktionen

α_1: $(1.2) \rightarrow (2.1)$

α_2: $(1.2) \rightarrow (2.2)$

und zwei Bedeutungsfunktionen

β_1: $(2.1) \rightarrow (3.1)$

β_2: $(2.2) \rightarrow (3.2)$,

so daß die ontische Ungesättigtkeit also hochgradig restringiert ist.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Das qualitative 2-dimensionale Inklusionsschema der Semiotik

1. Wie in Toth (2015a) ausgeführt, bedeutet die Einführung eines Einbettungsoperators E für die ortsfunktionale Arithmetik, durch den also die logische Dichotomie L = (0, 1) sowie alle ihr isomorphen Dichotomien auf Quadrupel der Form

$$\begin{array}{ccc} [0, [1]] & \times & [[1], 0] \\ & \times & \\ [[0], 1] & \times & [1, [0]] \end{array}$$

abgebildet werden, insofern eine Qualifizierung der ontischen Arithmetik, wie sie auch für die Ontik und die Semiotik gültig ist, als die Auflösung der Spiegelbildlichkeit und der daraus folgenden Austauschbarkeit der beiden Werte in L ein zwar nicht materiales, dafür aber ein differentielles "Tertium" darstellen, das von der 2-wertigen aristotelischen Logik explizit verboten wird.

2. Für die Semiotik ist ein solcher Einbettungsoperator zwar nie zuvor eingeführt worden (vgl. Toth 2015b), aber er liegt implizit vor in der selbsteinbettenden Zeichendefinition, die Bense (1979, S. 53 u. 67) gegeben hatte

$$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$$

darin sich nicht nur das Zeichen selbst im triadischen Interpretantenbezug enthält, sondern in dem die Erstheit sowohl in der Zweitheit als auch in der Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit eingeschlossen sind, d.h. es liegt der sog. Droste-Effekt vor.

Genau dieses Prinzip wird von Z aus auf die Z konstituierenden Teilrelationen von Z, die sog. Subzeichen, übertragen, indem die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix auf die folgende einbettungstheoretische Matrix abgebildet wird

$$
\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}).
\end{array}
$$

Würde es sich hier um rein quantitative Zahlen der Form

$$
\begin{array}{ccc}
1 & 2 & 3 \\
2 & 3 & 5 \\
3 & 5 & 8
\end{array}
$$

handeln, würde sowohl für die Triaden als auch für die Trichotomien bzw. für die Zeilen und für die Spalten der Matrix natürlich die Additvität gelten, d.h. wir hätten in beiden Dimensionen dieses 2-dimensionalen quantitativen Inklusionsschemas

$1 + 2 = 3$

$2 + 3 = 5$

$3 + 5 = 8.$

Dieses gilt jedoch nicht für die Semiotik, denn für die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten und von ihm Primzeichen genannten Zeichenzahlen, d.h. also qualitativen Zahlen, gilt selbstverständlich die Hyperadditivität, insofern für die Trichotomien

$(1.1) + (1.2) < (1.3)$

$(2.1) + (2.2) < (2.3)$

$(3.1) + (3.2) < (3.3)$

und für die Triaden

$(1.1) + (2.1) < (3.1)$

$(1.2) + (2.2) < (3.2)$

$(1.3) + (2.3) < (3.3)$

gilt. Was der Einbettungsoperator also leistet, besteht darin, die Begründung für diese qualitative Hyperadditivität zu liefern, und zwar in der Form der Abbildung der semiotischen Teilrelationen auf ontische Orte.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Einbettungstheoretische Nicht-Dualität von Subzeichen

1. In der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

gilt bekanntlich nicht nur Dualität, sondern Selbstdualität aller Paare von Subzeichen, d.h. es ist

$\times(1.1) = (1.1)$ $\qquad$ $\times(1.2) = (2.1)$

$\times(2.2) = (2.2)$ $\qquad$ $\times(1.3) = (3.1)$

$\times(3.3) = (3.3)$ $\qquad$ $\times(2.3) = (3.2)$,

so daß die Matrix relativ zu den 6 Grundtypen kartesischer Produkte also redundant ist.

2. Dagegen gilt weder Selbstdualität noch Dualität in der in Toth (2015) eingeführten einbettungstheoretischen Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

denn es ist

$\times(1_m, 1_n) \neq (1_n, 1_m)$

$\times(1_m, 2_{n+1}) \neq (2_{m+1}, 1_n)$, usw.

Damit fällt auch die Dualität zwischen Zeichenklassen und ihren Realitätsthematiken dahin, zwar nicht, was den Peanozahlenanteil der Subzeichen, aber was ihre Einbettungsstufen betrifft

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 1_n)) \times$
$((1_m, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 2_{n+1})) \times$
$((2_{m+1}, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 1_n), (1_m, 3_{n+2})) \times$
$((3_{m+2}, 1_n), (1_m, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 2_{n+1})) \times$
$((2_{m+1}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \times$
$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \times$
$((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 2_{n+1})) \times$
$((2_{m+1}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \times$
$((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \times$
$((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (2_{m+1}, 3_{n+2}))$

$((3_{m+2}, 3_{n+2}), (2_{m+1}, 3_{n+2}), (1_m, 3_{n+2})) \times$
$((3_{m+2}, 1_n), (3_{m+2}, 2_{n+1}), (3_{m+2}, 3_{n+2}))$.

In Sonderheit gilt die für die Semiotik absolut zentrale Eigenrealität (vgl. Bense 1992) nicht mehr. Das bedeutet aber nichts anderes, als daß der logische Identitätssatz suspendiert ist, d.h. die Semiotik hat aufgehört, ein rein quantitatives System zu sein, das sie paradoxerweise in Benses Schriften ausnahmslos war, obwohl doch der Begriff des Zeichens per se ein qualitativer Begriff ist und die von Bense (1979, S. 29) definierte Operation der ontischen Mitführung in Zeichen auf die bekannte Objekt-Zeichen-Isomorphie abhob, die Bense bereits als junger Mann hervorgehoben hatte: "Form und Inhalt, zwei Phänomene, zwischen denen ja sicher Isomorphie besteht" (Bense 1939, S. 83). Zeichen stehen also nicht im luftleeren Raum, sondern sie bedürfen alleine deswegen ontischer Orte, weil sie ja im Sinne Benses "ungesättigtes Sein" darstellen, d.h. von ihren bezeichneten Objekten 1-seitig objektabhängig sind, insofern ein Objekt ohne Zeichen, nicht aber ein Zeichen ohne Objekt ontisch gesättigt ist. Die durch die Einführung der relationalzahligen Einbettung introduzierte Qualität in die quantitative Semiotik ist ferner, wie bereits gezeigt worden war, eine Übertragung der selbsteinbettenden Zeichendefinition, die Bense (1979, S. 53 u. 67) selbst gegeben hatte, in der die Erstheit in der Zweit- und Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit semiosisch enthalten sind. Genauso ist ein Qualizeichen sowohl in einem Sin- als auch in einem Legizeichen enthalten, und die Addition von Quali- und Sinzeichen ist hypoadditiv relativ zum Legizeichen vermöge qualitativer und nicht quantitativer Differenz. Dasselbe gilt selbstverständlich für alle Subzeichen sowohl der Triaden als auch der Trichotomien. Damit kann die Semiotik natürlich kein "Universum der Zeichen" (Bense 1983) mehr sein, d.h. ein im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenenes Universum, in dem es überhaupt keine Objekte mehr gibt, sondern eben nur Objektrelationen. Die Konzeption einer der Semiotik an die Seite gestellten Ontik führt daher notwendig zu einer Qualifizierung der Semiotik wie umgekehrt die Qualifizierung der Semiotik zu einer Ontik als Theorie der Objekte neben der Semiotik als Theorie der Zeichen führt.

Literatur

Bense, Max, Geist der Mathematik. Berlin 1939

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

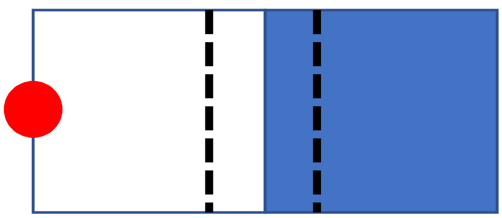
Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Präsentationsstufen und Relationalzahlen

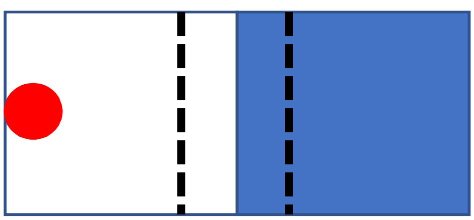
1. Das in Toth (2013) eingeführte Modell ontischer Präsentationsstufen, das ein Objekt erfüllen muß, um präsentamentisch vollständig zu sein, wird im folgenden mit Hilfe der in Toth (2015a-c) eingeführten Relationalzahlarithmetik dargestellt. Die Benutzung des Präsentationsstufenmodells hat den Vorteil, daß Relationalzahlen auf S* = [S, U, E] bezogen definierbar sind und daher einen definierten absoluten Anfang und wegen der determinierten Anzahl von Teilsystemen der S-Systeme auch ein absolutes Ende hat, d.h. daß sie innerhalb von S*-Intervallen definierbar ist. Obwohl natürlich die Anzahl von Teilsystemen jedes Systems von diesem selbst abhängt, erlaubt

2.1. 1. Präsentationsstufe



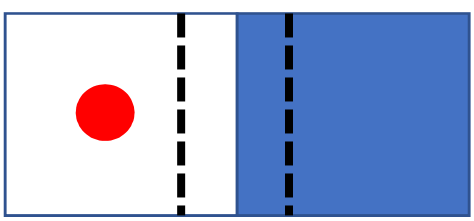
$R = (R_0 \subset ... \subset R_{13})$

2.2. 2. Präsentationsstufe



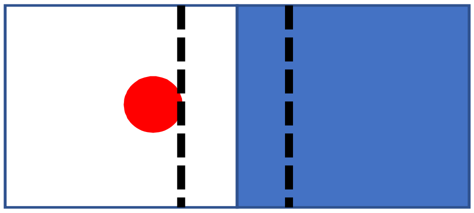
$R = (R_0 \subset R_1 \subset ... \subset R_{13})$

2.3. 3. Präsentationsstufe



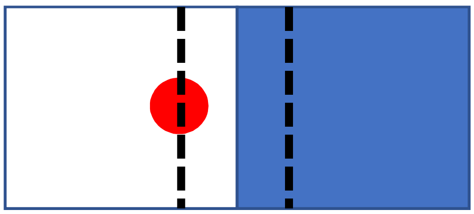
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset ... \subset R_{13})$

2.4. 4. Präsentationsstufe



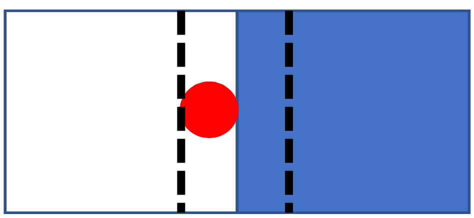
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset \ldots \subset R_{13})$

2.5. 5. Präsentationsstufe



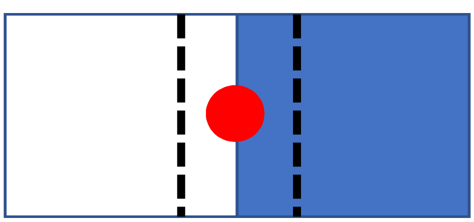
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset \ldots \subset R_{13})$

2.6. 6. Präsentationsstufe



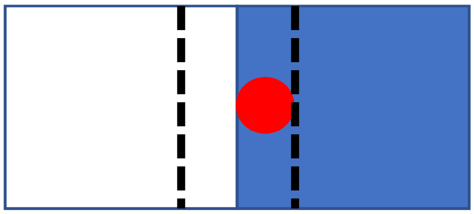
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset \ldots \subset R_{13})$

2.7. 7. Präsentationsstufe



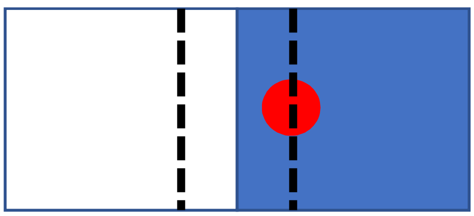
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset R_6 \subset \ldots \subset R_{13})$

2.8. 8. Präsentationsstufe



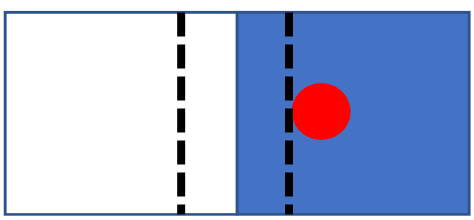
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset R_6 \subset R_7 \subset ... \subset R_{13})$

2.9. 9. Präsentationsstufe



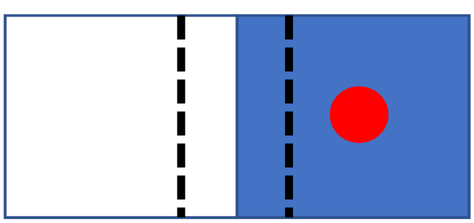
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset R_6 \subset R_7 \subset R_8 \subset ... \subset R_{13})$

2.10. 10. Präsentationsstufe



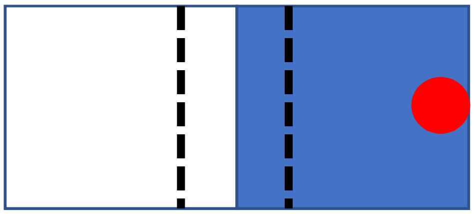
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset R_6 \subset R_7 \subset R_8 \subset R_9 \subset ... \subset R_{13})$

2.11. 11. Präsentationsstufe



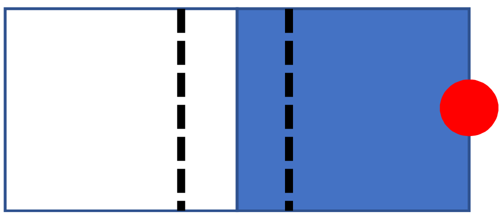
$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset R_6 \subset R_7 \subset R_8 \subset R_9 \subset R_{10} \subset ... \subset R_{13})$

2.12. 12. Präsentationsstufe



$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset R_6 \subset R_7 \subset R_8 \subset R_9 \subset R_{10} \subset R_{11} \subset ... \subset R_{13})$

2.13. 13. Präsentationsstufe



$R = (R_0 \subset R_1 \subset R_2 \subset R_3 \subset R_4 \subset R_5 \subset R_6 \subset R_7 \subset R_8 \subset R_9 \subset R_{10} \subset R_{11} \subset R_{12} \subset R_{13})$

Literatur

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige Objekt-Präsentationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Relationalarithmetische Definitionen hierarchisch-heterarchischer Systeme

1. Im folgenden wird die in Toth (2015) skizzierte Arithmetik der Relationalzahlen vorausgesetzt. Die Menge der Peanozahlen P wird in funktionale Abhängigkeit von einer Menge von Einbettungszahlen E gesetzt, d.h. P = f(E) läßt sich im folgenden 2-dimensionalen Zahlenfeld anordnen.

		1	2	3	...	P
+2		1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}		
+1		1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}		
0		1_0	2_0	3_0		
-1		1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}		
-2	E	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}		

Systeme, welche die arithmetische Struktur von P = f(E) aufweisen, sind also vermöge Adjazenz heterarchisch, vermöge Subjazenz hierarchisch und vermöge Transjazenz sowohl hierarchisch als auch heterarchisch.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

2.1.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$

$x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \rightarrow 2_{+2} \rightarrow 3_{+2}$

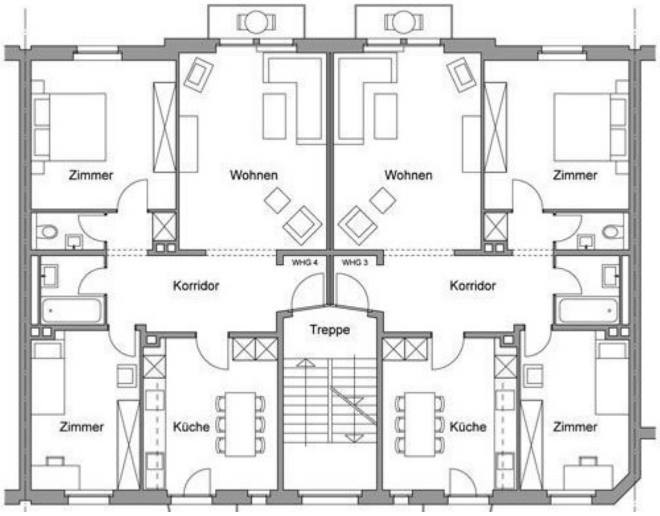
$1_{+1} \rightarrow 2_{+1} \rightarrow 3_{+1}$

$1_0 \rightarrow 2_0 \rightarrow 3_0$

$1_{-1} \rightarrow 2_{-1} \rightarrow 3_{-1}$

$1_{-2} \rightarrow 2_{-2} \rightarrow 3_{-2}$

2.1.2. Ontisches Modell



Magnolienstr. o.N., 8008 Zürich

2.2. Subjazente Relationalzahlen

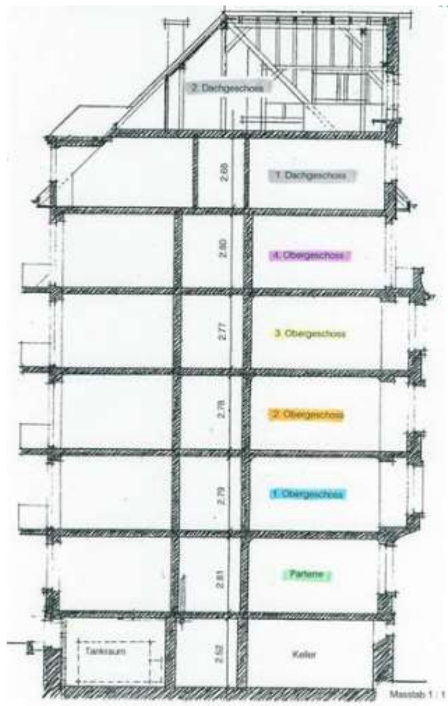
2.2.1. Definition

$R = (x_m, y_n)$

$x = y$ und $m \neq n$

1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}
↓	↓	↓
1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}
↓	↓	↓
1_0	2_0	3_0
↓	↓	↓
1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}
↓	↓	↓
1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}

2.2.2. Ontisches Modell



Burgstr. 29, 9000 St. Gallen

2.3. Transjazente Relationalzahlen

2.3.1. Definition

$R = (x_n, y_m)$

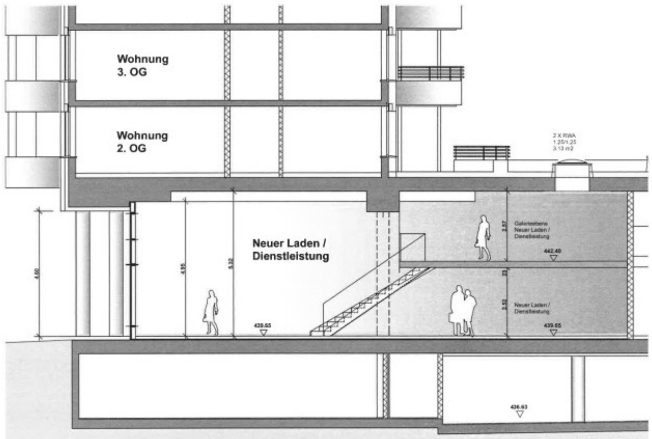
$x \neq y$ und $m \neq n$

$$
\begin{array}{ccccc}
1_{+2} & & 2_{+2} & & 3_{+2} \\
 & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\
1_{+1} & & 2_{+1} & & 3_{+1} \\
 & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\
1_{0} & & 2_{0} & & 3_{0} \\
 & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\
1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccccc}
1_{+2} & & 2_{+2} & & 3_{+2} \\
 & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\
1_{+1} & & 2_{+1} & & 3_{+1} \\
 & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\
1_{0} & & 2_{0} & & 3_{0} \\
 & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\
1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1}
\end{array}
$$

↗↙ ↗↙ ↖↘ ↖↘

1_{-2} 2_{-2} 3_{-2} 1_{-2} 2_{-2} 3_{-2}

2.3.2. Ontisches Modell



Ruedi Walter-Str. 2, 8050 Zürich

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Mitführung ontischer Orte bei der thetischen Setzung von Zeichen

1. Der Begriff der Mitführung wurde von Bense im Zusammenhang mit dem Begriff der Evidenz eingeführt: "Unter 'Evidenz' verstehe ich danach die Mitführung der 'Selbstgegebenheit' (eines Objekts, eines Sachverhalts, eines Phänomens etc.) in objektbezogener Repräsentanz, wobei 'Mitführung' heißt, daß das 'Präsentamen' im 'Repräsentamen' graduell bzw. partiell erhalten bleibt" (Bense 1979, S. 43).

2. Die Einführung der ortsfunktionalen Arithmetik und ihre Einbettung in eine Relationalzahlarithmetik (vgl. Toth 2015) gesteht jeder Zahl, jedem Objekt und jedem Zeichen einen eigenen ontischen Ort zu, d.h. dieser wird bei der thetischen Einführung eines Zeichens aus der Ontik in die Semiotik im Sinne Benses mitgeführt

m_1: $\Omega_1(\omega_1) \rightarrow M(\omega_1)$

m_2: $\Omega_2(\omega_2) \rightarrow O(\omega_2)$

m_3: $\Sigma(\omega_3) \rightarrow I(\omega_3)$.

(Falls der Zeichenträger ein ontischer Teil des Referenzobjektes ist, folgt aus $\Omega_1 \subset \Omega_1$ natürlich $\omega_1 = \omega_2$.)

Diese Mitführung betrifft also die Gültigkeit des ontischen Satzes, wonach jedes Objekt einen Ort haben muß

$\Omega = f(\omega)$,

auch für Zeichen und Zahlen. Dadurch kann man die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf die folgende ortsfunktionale Matrix abbilden

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

darin jedes Subzeichen durch E = (m, n) ontisch lokalisiert ist, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	n	n+1	n+2
m	1.1	1.2	1.3
m+1	2.1	2.2	2.3
m+2	3.1	3.2	3.3.

Erst die Ortsfunktionalität dieser Subzeichen vermag also zu erklären, weshalb innerhalb der Trichotomien

$(x.y) + (x.(y+1)) < (x.(y+2))$

und innerhalb der Triaden

$(x.y) + ((x+1).y) < ((x+2).y)$,

d.h. also Hyperadditivität, gilt. Durch die funktionale Abhängigkeit der Peanozahlen von einer Menge von Einbettungszahlen, P = f(E), wird ein Teil der Qualität des bezeichneten Objektes im bezeichnenden Zeichen vermöge des ontischen Ortes des ersteren über die Kontexturgrenze zwischen Objekt und Zeichen hinweg mitgeführt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Elementares System einer vollständigen qualitativen Arithmetik

1. Wie bereits in Toth (2015a) dargelegt, führt die Einführung eines Einbettungsoperators E und seine Anwendung auf das Zahlenpaar P = (0, 1), das als arithmetische Struktur der 2-wertigen aristotelischen Logik sowie aller ihr isomorphen rein quantitativen Systeme dient, zu 2-dimensionalen Zahlenfeldern, in denen zwar 1-dimensionale Zahlenfolgen nicht aufgehoben, aber stark marginalisiert sind und in denen es statt einer drei Zählweisen gibt, die wir als adjazente, subjazente und transjazente bezeichnet hatten. Benutzt man nun die in Toth (2015b) definierten Relationalzahlen zur Definition dieser Raumfelder, ergibt sich das im folgenden präsentierte elementare System einer vollständigen qualitativen Arithmetik.

2.1. Arithmetische Adjazenz

2.1.1. Definition

$R(adj) = (x_m, y_n)$ mit $x \neq y$ und $m = n$

2.1.2. Zahlenfelder

0_i	1_j		1_i	0_j		1_j	0_i		0_j	1_i
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
0_i	1_j		1_i	0_j		1_j	0_i		0_j	1_i

2.1.3. Relationalzahlen

$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(0_1, 1_1)$	$(1_1, 0_1)$
$(0_{-1}, 1_{-1})$	$(1_{-1}, 0_{-1})$	$(0, 1)$	$(1, 0)$

2.2. Arithmetische Subjazenz

2.2.1. Definition

R(subj) = (x_m, y_n) mit x = y und m ≠ n

2.2.2. Zahlenfelder

0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$
1_i	$Ø_j$	$Ø_i$	1_j	$Ø_j$	1_i	1_j	$Ø_i$
	×		×		×		
1_i	$Ø_j$	$Ø_i$	1_j	$Ø_j$	1_i	1_j	$Ø_i$
0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$

2.2.3. Relationalzahlen

$(0 \leftarrow 1_{-1})$ $(1_{-1} \rightarrow 0)$

$(0_{-1} \leftarrow 1)$ $(1 \rightarrow 0_{-1})$

2.3. Arithmetische Transjazenz

2.3.1. Definition

R(transj) = (x_n, y_m) mit x ≠ y und m ≠ n

2.3.2. Zahlenfelder

0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$
$Ø_i$	1_j	1_i	$Ø_j$	1_j	$Ø_i$	$Ø_j$	1_i
	×		×		×		
$Ø_i$	1_j	1_i	$Ø_j$	1_j	$Ø_i$	$Ø_j$	1_i
0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$

2.3.3. Relationalzahlen

$(0, 1_{-1})$ $(1_{-1}, 0)$

$(0_{-1}, 1)$ $(1, 0_{-1})$

2.4. Als einzige nicht-verwandte Definition verbleibt somit

$R = (x_n, y_m)$ mit $x = y$ und $m = n$,

d.h. es handelt sich um Zahlenfolgen der Form

(1), (1, 1), (1, 1, 1), ...,

die überhaupt keine Einbettungsgrade – außer der trivialen mit $E = 0$ – kennen.

Literatur

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Ontische Verankerung semiotischer Relationen

1. Wie in Toth (2015a) gezeigt, kann man die Peanozahlen P = (1, 2, 3, ...) funktional von einer Menge von Einbettungszahlen (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n) abhängig machen

P = f(E)

und damit die lineare Folge der Peanozahlen in ein 2-dimensionales Zahlenfeld transformieren, das sich vom Zahlenfeld der komplexen Zahlen dadurch unterscheidet, daß für jedes Paar von Zahlen durch P und E eindeutig angegeben werden kann, welche Zahl kleiner und welche größer ist

E \ P	1	2	3	...
+2	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}	
+1	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}	
0	1_{0}	2_{0}	3_{0}	
-1	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}	
-2	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}.	

2. Bildet man entsprechend die Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf P(E) ab, so erhält man

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

d.h. jedes Subzeichen ist durch $E = (m, n)$ ontisch lokalisiert, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	m	m+1	m+2
n	1.1	2.1	3.1
n+1	1.2	2.2	2.3
n+2	1.3	2.3	3.3 .

Der Unterschied zwischen der benseschen und der zuletzt präsentierten Matrix ist also der, daß die für vollständige Zeichenrelationen der Form

$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$,

d.h. für "Relationen über Relationen" (Bense 1979, S. 53 u. 67), geltenden Selbsteinbettungen auf die die vollständigen Zeichenrelationen konstituierenden semiotischen Teilrelationen übertragen werden. Wie bereits in Toth (2015b) gezeigt, fallen dadurch konverse und duale Subzeichen nicht mehr länger zusammen, und dies gilt selbstverständlich sowohl für Dualität wie für Selbstdualität

$\times(1_m, 1_n) \neq (1_n, 1_m)$

$\times(1_m, 2_{n+1}) \neq (2_{m+1}, 1_n)$, usw.

Damit wird also der für jedes Objekt erforderliche Ort, den der ontische Satz

$\Omega = f(\omega)$

festlegt (vgl. Toth 2014), via thetische Einführung des Zeichens vom Objekt auf das ihm zugeordnete "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9) semiotisch "mitgeführt" (Bense 1979, S. 29). Semiotische Relationen sind damit genauso wie ihre bezeichneten Objekte ontisch verankert.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Nicht-Dualität von Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Mitführung ontischer Orte bei der thetischen Setzung von Zeichen

1. Der Begriff der Mitführung wurde von Bense im Zusammenhang mit dem Begriff der Evidenz eingeführt: "Unter 'Evidenz' verstehe ich danach die Mitführung der 'Selbstgegebenheit' (eines Objekts, eines Sachverhalts, eines Phänomens etc.) in objektbezogener Repräsentanz, wobei 'Mitführung' heißt, daß das 'Präsentamen' im 'Repräsentamen' graduell bzw. partiell erhalten bleibt" (Bense 1979, S. 43).

2. Die Einführung der ortsfunktionalen Arithmetik und ihre Einbettung in eine Relationalzahlarithmetik (vgl. Toth 2015) gesteht jeder Zahl, jedem Objekt und jedem Zeichen einen eigenen ontischen Ort zu, d.h. dieser wird bei der thetischen Einführung eines Zeichens aus der Ontik in die Semiotik im Sinne Benses mitgeführt

m_1: $\Omega_1(\omega_1) \rightarrow M(\omega_1)$

m_2: $\Omega_2(\omega_2) \rightarrow O(\omega_2)$

m_3: $\Sigma(\omega_3) \rightarrow I(\omega_3)$.

(Falls der Zeichenträger ein ontischer Teil des Referenzobjektes ist, folgt aus $\Omega_1 \subset \Omega_1$ natürlich $\omega_1 = \omega_2$.)

Diese Mitführung betrifft also die Gültigkeit des ontischen Satzes, wonach jedes Objekt einen Ort haben muß

$\Omega = f(\omega)$,

auch für Zeichen und Zahlen. Dadurch kann man die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf die folgende ortsfunktionale Matrix abbilden

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

darin jedes Subzeichen durch E = (m, n) ontisch lokalisiert ist, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

$$\begin{array}{l|lll}
 & n & n+1 & n+2 \\
\hline
m & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\
m+1 & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\
m+2 & 3.1 & 3.2 & 3.3.
\end{array}$$

Erst die Ortsfunktionalität dieser Subzeichen vermag also zu erklären, weshalb innerhalb der Trichotomien

$$(x.y) + (x.(y+1)) < (x.(y+2))$$

und innerhalb der Triaden

$$(x.y) + ((x+1).y) < ((x+2).y),$$

d.h. also Hyperadditivität, gilt. Durch die funktionale Abhängigkeit der Peanozahlen von einer Menge von Einbettungszahlen, P = f(E), wird ein Teil der Qualität des bezeichneten Objektes im bezeichnenden Zeichen vermöge des ontischen Ortes des ersteren über die Kontexturgrenze zwischen Objekt und Zeichen hinweg mitgeführt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Selbstreferenz von Zeichen

1. Objekten wird in der klassischen Metaphysik und somit auch in der Semiotik die Fähigkeit zur Selbstreferenz abgesprochen, denn Objekt und Subjekt sind innerhalb der zugrunde liegenden 2-wertigen aristotelischen Logik kraft des Verbotes eines der Vermittlung dienen Tertiums strikt voneinander geschieden, d.h. es können innerhalb von L = (0, 1) zwar die Werte ausgetauscht werden, und es gilt sogar

$(L = (0, 1)) \cong (L^{-1} = (1, 0))$,

aber es gibt keine Teilrelationen der Form $(0, 1) \subset 0$, $(0, 1) \subset 1$ oder $(1, 0) \subset 0$, $(1, 0) \subset 1$, d.h. L ist eine Funktion absoluter Kategorien, nämlich objektiver Objekte und subjektiver Subjekte.

2. Wenn nun das Zeichen innerhalb der Dichotomie L = (0, 1) die Subjektposition einnimmt, da es ja kein Objekt ist, dann kann es auf dem Boden der klassischen Logik auch keine Vermittlung zwischen bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen geben. Dies ist also die logische Wurzel des Arbitraritätsgesetzes. Warum es dennoch möglich, ein Bild eines Objektes, d.h. ein iconisches Zeichen, zu setzen, widerspricht also bereits der klassischen Logik, denn offenbar ist hier die Schnittmenge der Merkmalsmengen des Objektes und des Zeichens nicht-leer und somit also vermittelt. Dies widerspricht aber dem Satz vom Ausgeschlossenen Dritten. Ferner verbietet die klassische Logik auch die Selbstreferenz von Zeichen, denn diese bedeutete eine Iteration der Subjektposition und somit wiederum mindestens einen zusätzlichen Wert, der also die 2-Wertigkeit der aristotelischen Logik sprengte. In dieser sind somit Objekt und Zeichen diskontextural geschieden, und es gibt somit nicht nur keine Selbstreferenz des Objektes, sondern auch keine solche des Subjektes.

3. Allerdings besagt ein Satz der Ontik (vgl. Toth 2014), daß jedes Objekt einen ontischen Ort haben muß,

$\Omega = f(\omega)$,

denn Objekte teilen ihre Umgebungen in paarweise Differenzen, sonst wären sie gar nicht wahrnehmbar, und nur wahrnehmbare Objekte sind Objekte, nämlich subjektive Objekte. Auch wenn Objekte nicht durch den Wahrnehmungsprozeß erzeugt werden und diesem also vorgegeben sein müssen, ist die Vorstellung ortsloser Objekte absurd. Nun hatte bereits Bense in einem seiner Frühwerke erkannt: "Form und Inhalt, zwei Phänomene, zwischen denen ja sicher Isomorphie besteht" (Bense 1939, S. 83), und man braucht also nicht die marxistische Abbildtheorie zu bemühen, um zu erkennen, daß die aus der Logik folgende Unvermitteltheit zwischen Objekt und Zeichen falsch ist. Das bedeutet aber, daß bei der Abbildung von Objekten auf Zeichen die für Objekte obligatorischen ontischen Ort "mitgeführt" (vgl. Bense 1979, S. 34), d.h. auf die Zeichen abgebildet werden müssen, und es gilt somit

f: $\Omega = f(\omega) \rightarrow Z = f(\omega)$,

und da nur wahrgenommene oder gedachte, also in jedem Falle subjektive Objekte zu Zeichen erklärt werden können und die letzteren von Bense (1967, S. 9) als "Metaobjekte" eingeführt worden waren, ist also die Relation zwischen dem bezeichneten Objekt und seinem es bezeichnenden Zeichen dual

$R = (\Omega = f(\Sigma)) \times (\Sigma = f(\Omega))$.

Diese ontisch-semiotische Dualrelation wird nach abgeschlossener Metaobjektivation auf das Zeichenschema übertragen, das, wie seit Bense (1975) bekannt ist, ebenfalls verdoppelt ist und in der Form einer die erkenntnistheoretische Subjektposition repräsentierenden Zeichenthematik und einer dualen, die erkenntnistheoretische Objektposition repräsentierenden Realitätsthematik erscheint (vgl. Bense 1981, S. 105)

$RTh = \times(ZTh)$.

4. Die Mitführung ontischer Orte bei der thetischen Setzung von Zeichen, d.h. die Abbildung

f: $\Omega = f(\omega) \rightarrow Z = f(\omega)$,

erfordert nun aber eine Abbildung der ortsfreien semiotischen Matrix, wie sie durch Bense (1975, S. 37) eingeführt worden war

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

auf die folgende ortsfunktionale Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

darin jedes Subzeichen durch E = (m, n) ontisch "verankert" ist, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	n	n+1	n+2
m	1.1	1.2	1.3
m+1	2.1	2.2	2.3
m+2	3.1	3.2	3.3.

Erst die Ortsfunktionalität dieser Subzeichen vermag also zu erklären, weshalb innerhalb der Trichotomien

$(x.y) + (x.(y+1)) < (x.(y+2))$

und innerhalb der Triaden

$(x.y) + ((x+1).y) < ((x+2).y)$,

d.h. Hyperadditivität gilt, denn semiotische Drittheiten sind keine quantitativen, sondern qualitative Summen aus Erst- und Zweitheiten. Wenn wir allerdings die ortsfunktionalen Entsprechungen der in der benseschen Matrix dualen Subzeichenpaare

$\times(1.2) = (2.1)$

$\times(1.3) = (3.1)$

$\times(2.3) = (3.2)$

und selbstdualen Subzeichen

$\times(1.1) = (1.1)$

$\times(2.2) = (2.2)$

$\times(3.3) = (3.3)$

betrachten, finden wir, daß die Dualität bzw. Selbstdualität lediglich in den Peanozahlanteilen, nicht aber in den Einbettungszahlenanteilen der ortsfunktionalen Subzeichen vorhanden ist. Offenbar garantieren die letzteren, welche die ontischen Orte der bezeichneten Objekte in den Zeichen mitführen, die Ungültigkeit des quantitative Systeme wie die Logik oder die Mathematik garantierenden logischen Identitätssatzes, denn wir haben nun

$\times(1_m, 1_n) \neq (1_n, 1_m)$

$\times(2_{m+1}, 2_{n+1}) \neq (2_{n+1}, 2_{m+1})$

$\times(3_{m+2}, 3_{n+2}) \neq (3_{n+2}, 3_{m+2})$.

Damit ist bereits klar, daß die Kategorienrealität, welche von Bense (1992, S. 40) als "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" eingestuft wurde, nicht-eigenreal ist. Für das eigenreale Dualsystem gilt entsprechend

$\times((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \neq ((3_{n+2}, 1_m), (2_{n+1}, 2_{m+1}), (1_n, 3_{m+2}))$,

d.h. der auf der Basis einer nicht-ortsfunktionalen und damit rein quantitativen Semiotik formulierte Satz: "Ein Zeichen (eine Zahl, eine ästhetische Realität) ist selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden" (Bense 1992,

S. 16) ist ungültig geworden. Damit gibt es in einer qualitativen Semiotik keine Selbstreferenz von Zeichen mehr.

Literatur

Bense, Max, Geist der Mathematik. Berlin 1939

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Permutationen von Peanozahlen bei konstanten ontischen Orten

1. Durch die Abbildung der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

auf die folgende ortsfunktionale Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}$$

werden ortsfunktionale Einbettungszahlen auf Peanozahlen abgebildet (vgl. Toth 2015a-c). Man kann somit die semiotische Basis nicht nur durch Permutation der kategorialen Ordnung der vollständigen Zeichenrelation

$$Z = \quad (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))),$$

sondern auch durch Permutation der Einbettungszahlen verändern.

2. Andererseits ergibt sich eine nicht-triviale neue Darstellungsweise der semiotischen Basis, indem bei konstanten ontischen Orten die Teilrelationen von Z permutiert werden. Dies kann wiederum durch zwei Verfahren bewerkstelligt werden.

2.1. Zunächst können die Teilrelationen von Z allein permutiert werden.

$$
\begin{aligned}
Z = \quad & (1 \to ((1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3))) \to \\
& (1 \to ((1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3))) \\
& (1 \to ((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to 2))) \\
& ((1 \to 2) \to (1 \to (1 \to 2 \to 3))) \\
& ((1 \to 2) \to ((1 \to 2 \to 3) \to 1)) \\
& ((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to (1 \to 2))) \\
& ((1 \to 2 \to 3) \to ((1 \to 2) \to 1))
\end{aligned}
$$

2.2. Wegen der gruppentheoretischen Transformationen (vgl. Toth 2009) gilt ferner

$1 \leftrightarrow 2 \qquad\qquad 1 \leftrightarrow 3 \qquad\qquad 2 \leftrightarrow 3$

$3 = \text{const.} \qquad\qquad 2 = \text{const.} \qquad\qquad 1 = \text{const.},$

d.h. wir erhalten für jede der 6 Permutationen von 2.1. nun 3 weitere Möglichkeiten.

$$
\begin{aligned}
& (1 \to ((1 \to 2) \to (1 \to 2 \to 3))) \to \\
& \qquad (2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3))) \\
& \qquad (3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1))) \\
& \qquad (1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2))) \\
& (1 \to ((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to 2))) \to \\
& \qquad (2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3))) \\
& \qquad (3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1))) \\
& \qquad (1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2))) \\
& ((1 \to 2) \to (1 \to (1 \to 2 \to 3))) \to \\
& \qquad (2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))
\end{aligned}
$$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$((1 \to 2) \to ((1 \to 2 \to 3) \to 1)) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$((1 \to 2 \to 3) \to (1 \to (1 \to 2))) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

$((1 \to 2 \to 3) \to ((1 \to 2) \to 1)) \to$

$(2 \to ((2 \to 1) \to (2 \to 1 \to 3)))$

$(3 \to ((3 \to 2) \to (3 \to 2 \to 1)))$

$(1 \to ((1 \to 3) \to (1 \to 3 \to 2)))$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I

1. Innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

genügt es, die Semiosen durch folgende semiotische Morphismen

α: (.1.) → (.2.)

β: (.2.) → (.3.),

die zugehörigen konversen Morphismen

$\alpha°$: (.2.) → (.1.)

$\beta°$: (.3.) → (.2.),

die komponierten Morphismen

$\beta\alpha$: (.1.) → (.3)

$\alpha°\beta°$: (.3.) → (.1).

und die identitiven Morphismen

id_1: (.1.) → (.1.)

id_2: (.2.) → (.2.)

id_3: (.3.) → (.3.)

zu definieren, denn die 9 Subzeichen, obwohl in einer 2-dimensionalen Matrix angeordnet, haben keine ontischen Orte, d.h. sie sind rein quantitativ relevant.

2. In der in Toth (2015) eingeführten ortsfunktionalen und daher qualitativen semiotischen Matrix

$$
\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}
$$

hingegen, darin die die Zeichenzahlen repräsentierenden Peanozahlen, von Bense (1981, S. 17 ff.) als "Primzeichen" eingeführt, ontisch "verankert" sind, sind entsprechend der 2-Dimensionalität 3 Zählweisen unterscheidbar, die wir mit Hilfe der sog. Relationalzahlen, die als von Einbettungszahlen funktional abhängige Peanozahlen definiert sind, P = f(E) oder kurz P(E) geschrieben, definieren können.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$ mit $x \neq y$ und $m = n$

$1_{+2} \quad \rightarrow \quad 2_{+2} \quad \rightarrow \quad 3_{+2}$

$1_{+1} \quad \rightarrow \quad 2_{+1} \quad \rightarrow \quad 3_{+1}$

$1_{0} \quad \rightarrow \quad 2_{0} \quad \rightarrow \quad 3_{0}$

$1_{-1} \quad \rightarrow \quad 2_{-1} \quad \rightarrow \quad 3_{-1}$

$1_{-2} \quad \rightarrow \quad 2_{-2} \quad \rightarrow \quad 3_{-2}$

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$ mit $x = y$ und $m \neq n$

$$\begin{array}{ccc} 1_{+2} & 2_{+2} & 3_{+2} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1_{+1} & 2_{+1} & 3_{+1} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1_{0} & 2_{0} & 3_{0} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1_{-1} & 2_{-1} & 3_{-1} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1_{-2} & 2_{-2} & 3_{-2} \end{array}$$

2.3. Transjazente Relationalzahlen

$R = (x_n, y_m)$ mit $x \neq y$ und $m \neq n$

$$\begin{array}{ccccc} 1_{+2} & & 2_{+2} & & 3_{+2} \\ & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\ 1_{+1} & & 2_{+1} & & 3_{+1} \\ & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\ 1_{0} & & 2_{0} & & 3_{0} \\ & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\ 1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1} \\ & \nearrow\swarrow & & \nearrow\swarrow & \\ 1_{-2} & & 2_{-2} & & 3_{-2} \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 1_{+2} & & 2_{+2} & & 3_{+2} \\ & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\ 1_{+1} & & 2_{+1} & & 3_{+1} \\ & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\ 1_{0} & & 2_{0} & & 3_{0} \\ & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\ 1_{-1} & & 2_{-1} & & 3_{-1} \\ & \nwarrow\searrow & & \nwarrow\searrow & \\ 1_{-2} & & 2_{-2} & & 3_{-2} \end{array}$$

3. Wie man leicht erkennt, müssen für diese qualitativen Zeichenzahlen auch qualitative Morphismen eingeführt werden, d.h. es genügt, die bereits für die quantitative Semiotik definierten Morphismen mit Hilfe der Einbettungszahlen

bzw. den Abbildungen zwischen ihnen, zu redefinieren. Dadurch erhält man sofort

$\alpha_{\rightarrow}$: $(.1._i) \rightarrow (.2._j)$

$\beta_{\rightarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.3._j)$

$\alpha_{\leftarrow}$: $(.1._j) \rightarrow (.2._i)$

$\beta_{\leftarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.3._i)$

$\alpha°_{\rightarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.1._i)$

$\beta°_{\rightarrow}$: $(.3._j) \rightarrow (.2._i)$

$\alpha°_{\leftarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.1._j)$

$\beta°_{\leftarrow}$: $(.3._i) \rightarrow (.2._j)$.

Dasselbe gilt selbstverständlich für die identitiven Morphismen

$id_{x\rightarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$

$id_{x\leftarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$

$id°_{x\rightarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$

$id°_{x\leftarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$

(mit $x \in \{1, 2, 3\}$), da es wegen der einbettungstheoretischen Differenz trotz konstanter Peanozahl nun auch semiotische "konverse Identitäten" gibt, wobei aber in diesen Fällen

$id_{x\rightarrow} = id°_{x\leftarrow}$

$id_{x\leftarrow} = id°_{x\rightarrow}$

gilt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen II

1. Bildet man die von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf die in Toth (2015) eingeführte ortsfunktionalen semiotische Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2})
\end{array}$$

ab, so bekommt man nicht nur ortsfunktionale, d.h. in adjazente, subjazente und transjazente Zählweise ausdifferenzierbare Zahlen, sondern auch Abbildungen, die wir bereits in Teil I (vgl. Toth 2015) eingeführt hatten

$\alpha_{\rightarrow}$: $(.1._i) \rightarrow (.2._j)$ $\alpha_{\leftarrow}$: $(.1._j) \rightarrow (.2._i)$

$\beta_{\rightarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.3._j)$ $\beta_{\leftarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.3._i)$

$\alpha°_{\rightarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.1._i)$ $\alpha°_{\leftarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.1._j)$

$\beta°_{\rightarrow}$: $(.3._j) \rightarrow (.2._i)$ $\beta°_{\leftarrow}$: $(.3._i) \rightarrow (.2._j)$.

Dasselbe gilt selbstverständlich für die identitiven Morphismen

$id_{x\rightarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$ $id°_{x\rightarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$

$id_{x\leftarrow}$: $(.x._{j}) \rightarrow (.x._{i})$ $\qquad$ $id°_{x\leftarrow}$: $(.x._{i}) \rightarrow (.x._{j})$

mit $x \in \{1, 2, 3\}$, wobei in diesem Falle aber

$id_{x\rightarrow} = id°_{x\leftarrow}$

$id_{x\leftarrow} = id°_{x\rightarrow}$

gilt.

2. Wir haben somit zwei verschiedene Formen von semiotisch-kategorialen Morphismen (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) vor uns. Da sich ortsfunktionale Zahlen durch P = f(E), kurz auch P(E) geschrieben, darstellen lassen, darin P = (1, 2, 3, ...) die Menge der Peanozahlen und E = (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n) die Menge der Einbettungszahlen sind, gibt es für die drei Paare zueinander konverser Morphismen der Semiotik folgende kombinierten kategorialen Abbildungstypen.

$1 \longrightarrow 2$ $\qquad$ $1 \longrightarrow 2$

$i \longrightarrow j$ $\qquad$ $i \longleftarrow j$

$1 \longleftarrow 2$ $\qquad$ $1 \longleftarrow 2$

$i \longrightarrow j$ $\qquad$ $i \longleftarrow j$

$2 \longrightarrow 3$ $\qquad$ $2 \longrightarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\qquad$ $i \longleftarrow j$

$2 \longleftarrow 3$ $\qquad$ $2 \longleftarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\qquad$ $i \longleftarrow j$

$$\begin{array}{ccc} 1 & \longrightarrow & 3 \\ i & \longrightarrow & j \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 1 & \longrightarrow & 3 \\ i & \longleftarrow & j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & \longleftarrow & 3 \\ i & \longrightarrow & j \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 1 & \longleftarrow & 3 \\ i & \longleftarrow & j \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Einbettungszahlen als Morphismen I

1. In Toth (2015) hatten wir gezeigt, daß innerhalb der ortsfunktionalen semiotischen Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2})
\end{array}$$

für jedes P = f(E) Morphismen nicht nur für die Peanozahlenanteile, sondern auch für die Einbettungszahlenanteile angesetzt werden müssen, d.h. wir haben für die vollständige obige Matrix das folgende System von semiotischen kategorialen Abbildungen

$$1 \longrightarrow 2 \qquad\qquad 1 \longrightarrow 2$$
$$i \longrightarrow j \qquad\qquad i \longleftarrow j$$

$$1 \longleftarrow 2 \qquad\qquad 1 \longleftarrow 2$$
$$i \longrightarrow j \qquad\qquad i \longleftarrow j$$

$$2 \longrightarrow 3 \qquad\qquad 2 \longrightarrow 3$$
$$i \longrightarrow j \qquad\qquad i \longleftarrow j$$

$$2 \longleftarrow 3 \qquad\qquad 2 \longleftarrow 3$$
$$i \longrightarrow j \qquad\qquad i \longleftarrow j$$

$$\begin{array}{lll} 1 \longrightarrow 3 & \qquad & 1 \longrightarrow 3 \\ i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 1 \longleftarrow 3 & \qquad & 1 \longleftarrow 3 \\ i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \end{array}$$

2. Genauso wie man in der algebraischen Kategorietheorie bekanntlich, um Mac Lane zu zitieren, "mit Pfeilen" rechnen kann, kann man in der kategorialen Relationalzahlenarithmetik "mit Orten", d.h. mit Einbettungszahlen, welche sie arithmetisch beschreiben, rechnen. Dadurch erhält man

$$\begin{array}{ccccc} m \supset n & \subset & m \supset (n+1) & \subset & m \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+1) \supset n & \subset & (m+1) \supset (n+1) & \subset & (m+1) \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+2) \supset n & \subset & (m+2) \supset (n+1) & \subset & (m+2) \supset (n+2). \end{array}$$

Im einzelnen gelten also zwischen den Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix und den ontischen Orten der Subzeichen qua Einbettungszahlen die folgenden Abbildungen

$(1.1) \rightarrow \quad m \supset n$

$(1.2) \rightarrow \quad m \supset (n+1)$

$(1.3) \rightarrow \quad m \supset (n+2)$

$(2.1) \rightarrow \quad (m+1) \supset n$

$(2.2) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+1)$

$(2.3) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+2)$

$(3.1) \rightarrow \quad (m+2) \supset n$

$(3.2) \rightarrow \quad (m+2) \supset (n+1)$

$(3.3) \rightarrow \quad (m+2) \supset (n+2).$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Einbettungszahlen als Morphismen II

Ähnlich, wie man in der algebraischen Kategorietheorie "ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann" (Mac Lane 1972, S. iii) , kann man in der kategorialen Relationalzahlenarithmetik, wie in Toth (2015) gezeigt, "mit Orten", d.h. mit Einbettungszahlen, welche sie arithmetisch beschreiben, rechnen und ohne Elemente auskommen. Dadurch erhält man

$$\begin{array}{ccccc}
m \supset n & \subset & m \supset (n+1) & \subset & m \supset (n+2) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(m+1) \supset n & \subset & (m+1) \supset (n+1) & \subset & (m+1) \supset (n+2) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(m+2) \supset n & \subset & (m+2) \supset (n+1) & \subset & (m+2) \supset (n+2).
\end{array}$$

Im einzelnen gelten also zwischen den Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix und den ontischen Orten der Subzeichen qua Einbettungszahlen die folgenden Abbildungen

$(1.1) \rightarrow m \supset n$ $\quad$ $(2.1) \rightarrow (m+1) \supset n$

$(1.2) \rightarrow m \supset (n+1)$ $\quad$ $(2.2) \rightarrow (m+1) \supset (n+1)$

$(1.3) \rightarrow m \supset (n+2)$ $\quad$ $(2.3) \rightarrow (m+1) \supset (n+2)$

$(3.1) \rightarrow (m+2) \supset n$

$(3.2) \rightarrow (m+2) \supset (n+1)$

$(3.3) \rightarrow (m+2) \supset (n+2)$.

2. Jedes Subzeichen kann somit durch funktionale Abhängigkeit einer Peanozahl P = (1, 2, 3, ...) von einer Einbettungszahl E = (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n),

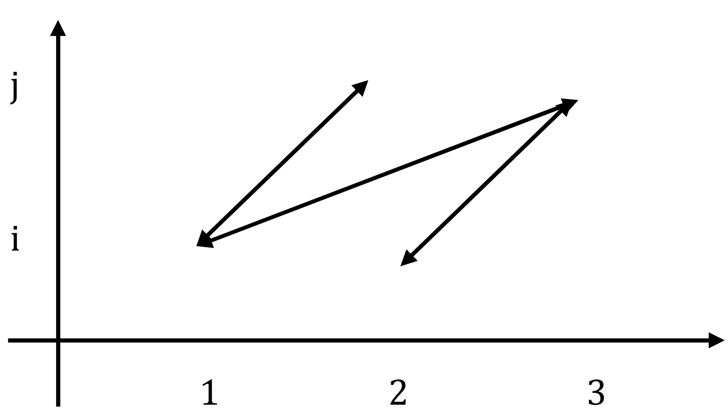
kurz als P(E) geschrieben, dargestellt werden. Für die ortsfunktionale semiotische Matrix gibt es genau folgende Morphismen von P und von von E

$$
\begin{array}{lll}
1 \longrightarrow 2 & \qquad & 1 \longrightarrow 2 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \\
1 \longleftarrow 2 & & 1 \longleftarrow 2 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
2 \longrightarrow 3 & \qquad & 2 \longrightarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \\
2 \longleftarrow 3 & & 2 \longleftarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
1 \longrightarrow 3 & \qquad & 1 \longrightarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \\
1 \longleftarrow 3 & & 1 \longleftarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}
$$

und das dazugehörige Koordinatensystem



Allerdings verschwinden von den 24 qualitativen Differenzen der P(E)-Morphismen bei der Abbildung auf das rein quantitative Koordinatensystem alle bis auf die 6 durch die die Doppelpfeile angedeuteten, d.h. diese geben nur die P-Abbildungen wieder.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Konvexe und nichtkonvexe Relationalzahlen

1. Gegeben sei die Menge von Peanozahlen P = (0, 1) und der in Toth (2015a) eingeführte Einbettungsoperator E. Dann erhält man statt der linearen Peanofolge mit einer einzigen, horizontalen, Zählweise, eine Menge von Quadrupeln von Zahlenfeldern und drei Zählweisen, neben der horizontalen noch die vertikale und die beiden diagonalen.

1.1. Adjazente Zählweise

0	1		1	0		1	0		0	1
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø
		×			×				×	
Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø		Ø	Ø
0	1		1	0		1	0		0	1

1.2. Subjazente Zählweise

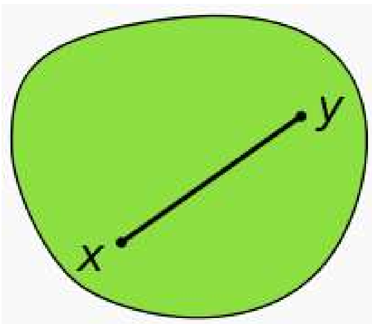
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
		×			×			×		
1	Ø		Ø	1		Ø	1		1	Ø
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

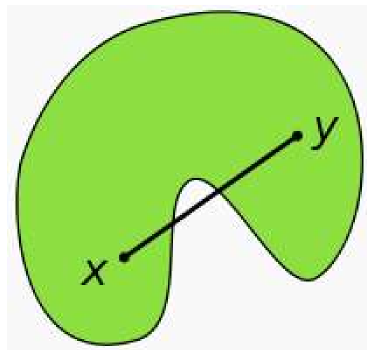
1.3. Transjazente Zählweise

0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø
Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
		×			×			×		

Ø	1		1	Ø		1	Ø		Ø	1
0	Ø		Ø	0		Ø	0		0	Ø

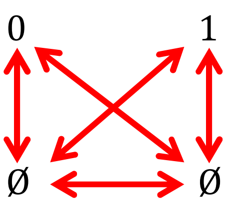
2. Eine Menge heißt konvex gdw. wenn für 2 Punkte der Menge auch die Verbindungsstrecke der beiden Punkte zur Menge gehört (vgl. dazu Toth 2015b, c), vgl. die beiden folgenden Bilder aus der Wikipedia.



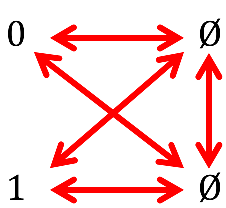


Ein Relationalzahlenfeld ist somit nichtkonvex gdw. es ein Teilfeld enthält, das eine Nullstelle (Ø) enthält. In den folgenden Beispielen sind nichtkonvexe Verbindungsstrecken mit roten Doppelpfeilen eingezeichnet.

2.1. Beispiel für adjazente Nichtkonvexität



2.2. Beispiel für subjazente Nichtkonvexität



2.3. Beispiel für transjazente Nichtkonvexität

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] & \varnothing \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dl, leftrightarrow] \\ \varnothing \arrow[r, leftrightarrow] & 1 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} \varnothing \arrow[r, leftrightarrow] \arrow[d, leftrightarrow] \arrow[dr, leftrightarrow] & 1 \arrow[d, leftrightarrow] \\ 0 \arrow[r, leftrightarrow] & \varnothing \end{tikzcd}$$

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Nichtkonvexe Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Nichtkonvexe Umgebungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Ortsfunktionale Mengentheorie

1. Wie bekannt, läßt sich die logische Basisrelation L = [0, 1], auf der auch die quantitative Mathematik beruht, vermöge Toth (2015a) auf ein Quadrupel der Form

$$L = [0, 1] \quad \rightarrow \left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_2 = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_4 = [1, [0]] \end{array}\right)$$

abbilden. Einzige Voraussetzung ist ein Einbettungsoperator E, der als differentielles Tertium in L wirkt, der also die beiden Werte auf verschiedene Einbettungsstufen abbildet und sie somit aus ihrer juxtapositiven Linearität befreit. Wie in Toth (2015b) gezeigt wurde, führt E zu Zahlenfeldern, in denen statt der einen Peano-Zählweise drei ortsfunktionale Zählweisen unterschieden werden müssen.

1.1. Adjazente Zählweise

1.1.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \times \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \times \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \times \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 \end{array}$$

1.1.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

1.2. Subjazente Zählweise

1.2.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset \\
1 & \emptyset & & \emptyset & 1 & & \emptyset & 1 & & 1 & \emptyset \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
1 & \emptyset & & \emptyset & 1 & & \emptyset & 1 & & 1 & \emptyset \\
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset
\end{array}$$

1.2.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

1.3. Transjazente Zählweise

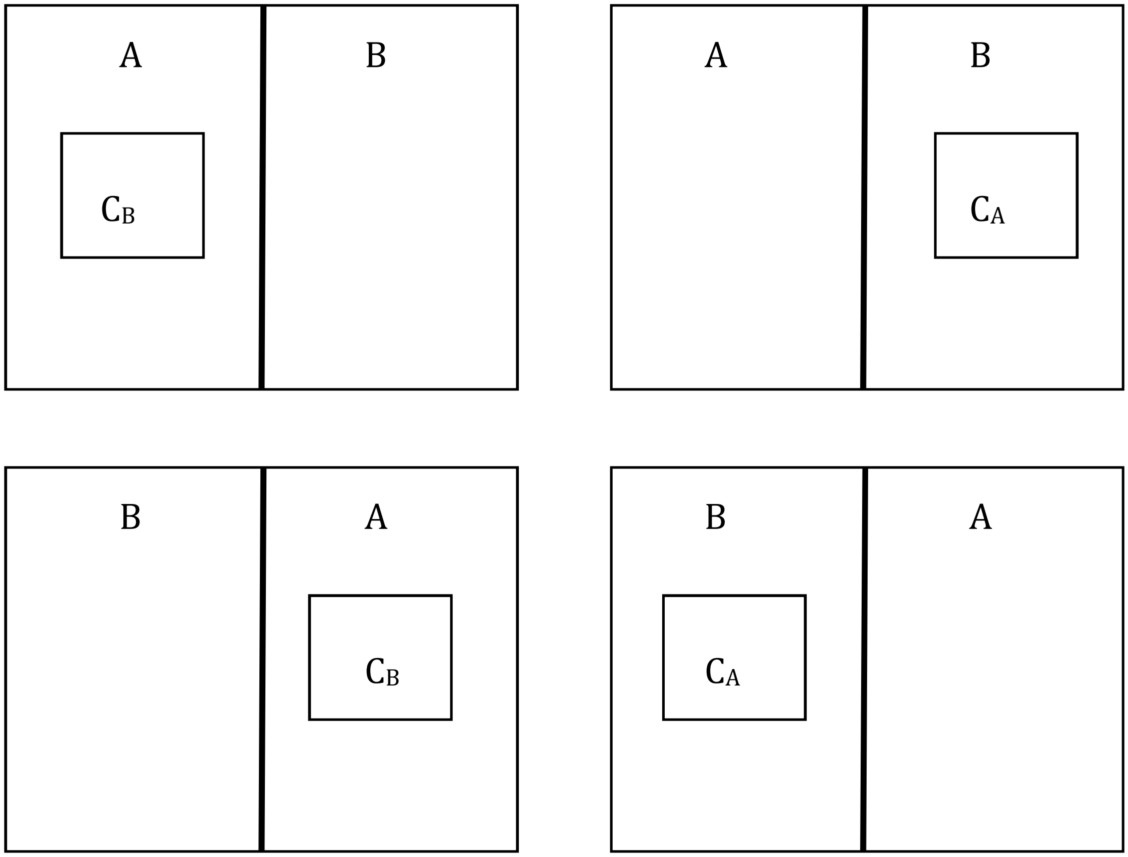
1.3.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset \\
\emptyset & 1 & & 1 & \emptyset & & 1 & \emptyset & & \emptyset & 1 \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset & 1 & & 1 & \emptyset & & 1 & \emptyset & & \emptyset & 1 \\
0 & \emptyset & & \emptyset & 0 & & \emptyset & 0 & & 0 & \emptyset
\end{array}$$

2.3.2. Relationalzahlen

$R = ((0_{\pm n}, 1_{\pm n}), (0_{\pm n}, 1_{\pm m}))$

2. Man kann nun, wie bereits in Toth (2015c) angedeutet, einen entscheidenden Schritt von der ortsfunktionalen Arithmetik zu einer ortsfunktionalen Mengentheorie gehen. Gegeben seien zwei Mengen A und B und eine Teilmenge C, die entweder zu A oder zu B gehören kann. Dann erhält man wiederum ein Quadrupel der Form



mit den zugehörigen mengentheoretischen Relationen

$R_1 = [[C_B \subset A], B]$

$R_2 = [A, [C_A \subset B]]$

$R_3 = [B, [C_B \subset A]$

$R_4 = [[C_A \subset B, A]$.

Vermöge Kapitel 1 gilt somit ebenfalls

$R_1 = [[x_1 \subset 0], B]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]]$

$R_4 = [[x_0 \subset 1], 0]$,

sofern 0 und 1 als Mengen eingeführt werden. Man erhält also für die Durchschnittsoperation

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [0, [x_0 \subset 1]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[[x_1 \subset 0], 1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[[x_1 \subset 0], 1], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cap R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[0, [x_0 \subset 1]], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[0, [x_0 \subset 1], 0]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] \cap R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[1, [x_1 \subset 0]], [[x_0 \subset 1], 0]]$

und für die Vereinigungsoperation

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [0, [x_0 \subset 1]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[[x_1 \subset 0], 1], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_1 = [[x_1 \subset 0], 1] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[[x_1 \subset 0], 1], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cup R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] = [[0, [x_0 \subset 1]], [1, [x_1 \subset 0]]]$

$R_2 = [0, [x_0 \subset 1]] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[0, [x_0 \subset 1]], [[x_0 \subset 1], 0]]$

$R_3 = [1, [x_1 \subset 0]] \cup R_4 = [[x_0 \subset 1], 0] = [[1, [x_1 \subset 0]], [[x_0 \subset 1], 0]]$.

Literatur

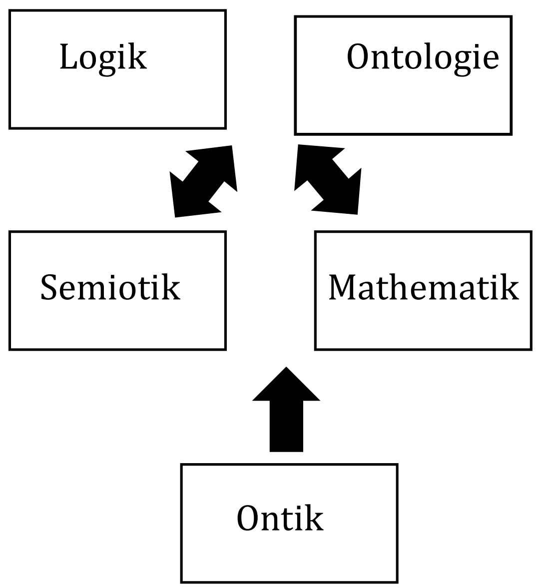
Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Konvexität und Nichtkonvexität von Enklaven und Exklaven. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Die Fundierung der Ontik durch die qualitative Arithmetik

1. In Toth (2015a) hatten wir folgendes hierarchisch-heterarchisches wissenschaftstheoretisches Stufenmodell der "fundamentalen" Wissenschaften entwickelt.



Die Ontik liegt somit tiefer als die Semiotik, d.h. sie fundiert sie. Andererseits gibt es keinen Grund, die Mathematik tiefer oder höher als die Semiotik einzustufen, da die Mathematik sich gemäß dem folgenden semiotischen Inklusionssystem von Zahlen

Zahl := (M)
$\downarrow$
Anzahl:= $(M \rightarrow (M \rightarrow O))$
$\downarrow$
Nummer: = $(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

mit Zeichen als Mittelbezügen befaßt und somit ein Teilgebiet der Semiotik darstellt. Dasselbe gilt für die Theorie der Anzahlen und die Theorie der Nummern neben den Theorien der "reinen", d.h. der einzigen in der traditionellen quantitativen Mathematik verwandten Zahlen.

Ähnlich verhält es sich mit der Logik. Da auch sie rein quantitativ ist und vermöge des Gesetzes vom Ausgeschlossenen Dritten keine Vermittlung erlaubt, kann sie kein Repräsentationssystem sein und daher in Sonderheit nicht tiefer als das Repräsentationssystem der Semiotik liegen. Andererseits setzt nicht die Mathematik die Logik, sondern die Logik die Mathematik voraus, denn die Geschichte der Logik zeigt, daß ihre Formalisierung erst durch diejenige der Mathematik möglich wurde. Hegels "Große Logik" ist eine Erkenntnistheorie. Hingegen stehen Logik und Ontologie auf der gleichen Stufe. Bemerkenswerterweise tritt diese Erkenntnis erst mit der Polykontexturalitätstheorie explizit ins Licht der Wissenschaft. Nach Günther (1980, S. 146) kann man eine Ontologie sogar als Spezialfall einer Logik definieren, dann nämlich, wenn eine Menge von Werten 0 designationsfreie Werte enthält.

2. Allerdings benötigt die Ontik mehr als die in Toth (2014a-c) skizzierte (und später in zahlreichen Einzelstudien ausgebaute), sich aus Objektsyntax, Objektsemantik und Objektpragmatik zusammensetzende Objektgrammatik. Die in Toth (2015b) formal eingeführte qualitative Arithmetik hat indessen nichts mit der qualitativen Mathematik der polykontexturalen Logik zu tun (vgl. Kronthaler 1986). Denn die letztere stellt nicht mehr als ein Verbundsystem 2-wertiger aristotelischer Logiken dar, d.h. für jede ihrer theoretisch unendlich vielen, durch logische Transjunktionen und mathematische Transoperatoren vermittelte Kontexturen gelten weiterhin die Gesetze der klassischen Logik. Die polykontexturale Logik hält somit an der fundamentalen aristotelischen Dichotomie $L = [0, 1]$ fest, worin sich zwei spiegelbildliche, d.h. reflexionsidentische Werte gegenüberstehen, die weder substantiell, d.h. durch weitere Werte, noch differentiell, d.h. durch Einbettungen der Form $L = [[0], 1]$ oder $L = [0, [1]]$, vermittelt sind. Der einzige Unterschied zwischen mono- und polykontexturaler Logik ist die von der letzteren zugelassene Iteration der logischen Subjektposition, aber sowohl das Objekt ist weiterhin ein objektives, d.h. absolutes Objekt, als auch das nunmehr iterierbare Subjekt ist weiterhin ein subjektives, d.h. absolutes Subjekt. Dagegen basiert die in Toth (2015b) skizzierte qualitative Arithmetik auf subjektiven Objekten und objektiven Subjekten, d.h. nicht-absoluten erkenntnistheoretischen Funktionen. Legitimiert wird dies durch die jedem Kind einsichtige Tatsache, daß wahrge-

nommene Objekte naturgemäß durch Subjekte wahrgenommene (und also subjektive) Objekte sind und daß bei der Selbstwahrnehmung des Subjektes dieses ebenfalls als objektives und nicht als subjektives Subjekt erscheint. ERST EINE LOGIK, DIE STATT AUF OBJEKTIVEN OBJEKTEN UND SUBJEKTIVEN SUBJEKTEN AUF SUBJEKTIVEN OBJEKTEN UND OBJEKTIVEN SUBJEKTEN FUNDIERT WÜRDE, WÄRE EINE IM WAHRHAFTIGEN SINNE POLYKONTEXTURALE LOGIK. Dies wird aber, wie bereits gesagt, in der güntherschen Polykontexturalitätstheorie auch nicht ansatzweise durchgeführt.

3. Erlaubt man differentielle Vermittlung der beiden linearen, horizontalen und juxtapositiven Werte in der 2-wertigen aristotelischen Dichotomie L = [0, 1], dann läßt sich diese auf das folgende Quadrupel abbilden

$$L = [0, 1] \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} L_1 = [0, [1]] & L_2 = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_4 = [1, [0]] \end{pmatrix} ,$$

und man erhält somit statt einer linearen Folge von Peanozahlen Zahlenfelder, in denen die drei Zählarten der (horizontalen) Adjazenz, der (vertikalen) Subjazenz und der (diagonalen) Transjazenz unterschieden werden müssen.

3.1. Adjazente Zählweise

3.1.1. Zahlenfelder

$$\begin{array}{cccccccccccc}
0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i
\end{array}$$

3.1.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

3.2. Subjazente Zählweise

3.2.1. Zahlenfelder

0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$
1_i	$Ø_j$	$Ø_i$	1_j	$Ø_j$	1_i	1_j	$Ø_i$
	×		×		×		
1_i	$Ø_j$	$Ø_i$	1_j	$Ø_j$	1_i	1_j	$Ø_i$
0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$

3.2.2. Relationalzahlen

$R = (0_{\pm n}, 1_{\pm m})$

3.3. Transjazente Zählweise

3.3.1. Zahlenfelder

0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$
$Ø_i$	1_j	1_i	$Ø_j$	1_j	$Ø_i$	$Ø_j$	1_i
	×		×		×		
$Ø_i$	1_j	1_i	$Ø_j$	1_j	$Ø_i$	$Ø_j$	1_i
0_i	$Ø_j$	$Ø_i$	0_j	$Ø_j$	0_i	0_j	$Ø_i$

3.3.2. Relationalzahlen

$R = ((0_{\pm n}, 1_{\pm n}), (0_{\pm n}, 1_{\pm m}))$

Diese hier skizzierte qualitative Arithmetik stellt somit die tiefste mögliche Begründung der im eingangs abgebildeten hierarchisch-heterarchischen wissenschaftstheoretischen Stufenbau tiefsten Wissenschaft der Ontik dar. Sie bildet somit die absolute Grundlage für sämtliche Wissenschaften.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Objektadjunktion als Syntax der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Objektabhängigkeit als Semantik der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Objektpragmatische Patterns. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Die Ontik als tiefste wissenschaftstheoretische Fundierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Identitive qualitative Morphismen

1. Identität im Sinne der Logik kann es nur in solchen Systemen geben, die auf der 2-wertigen aristotelischen Logik basieren. Diese aber verbietet vermöge des Grundgesetzes des Tertium non datur eine Vermittlung der beiden linearen, horizontalen und juxtapositiven Werte in ihrer Basisdichotomie L = [0, 1]. Genauer gesagt, bedeutet dies: Sie schließt nicht nur einen dritten Wert als materiellen Wert aus, sondern auch einen differentiellen Wert, der durch Einbettungsrelationen der vier möglichen Formen $L_1 = [0, [1]]$, $L_2 = [[1], 0]$, $L_3 = [[0], 1]$, $L_4 = [1, [0]]$ entstünde. Somit garantiert logische Zweiwertigkeit die hegelsche Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität. Folgerichtig müssen auch die erkenntnistheoretischen Interpretationen der beiden Werte 0 und 1 als Objekt und Subjekt absolut, d.h. unvermittelt sein. Es handelt sich somit um objektive Objekte und subjektive Subjekte. Damit werden aber die Logik und alle auf ihr basierenden quantitativen Systeme für qualitative Systeme, allen voran die beiden qualitativen Basiswissenschaften der Ontik und der Semiotik, unbrauchbar, denn von einem Objekt zu sprechen ist nur dann sinnvoll, wenn es wahrgenommen werden kann, und wahrgenommen werden kann es nur von einem Subjekt, also ist es ein subjektives und damit ein vermitteltes Objekt. Dasselbe gilt für das Subjekt: Ein Subjekt, das sich selbst wahrnimmt, kann sich nur als Objekt wahrnehmen, und wenn einander zwei Subjekte gegenübertreten, ist jeder für den andern kein subjektives, sondern ein objektives und damit wiederum ein vermitteltes Subjekt. Da es somit keine unvermittelten epistemischen Funktionen gibt, kann es auch keine unvermittelten Zahlenwerte nach dem logischen Schema L = [0, 1] geben, darin die Werte, bloße Spiegelbilder voneinander, also reflexionsidentisch sind. Dies hatte bereits Günther erkannt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt

wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

2. Es ist somit zu erwarten, daß es in den qualitativen Systemen der Ontik und der Semiotik im Gegensatz zum quantitativen System der Logik keine Identität im Sinne von Reflexionsidentität geben kann. Stattdessen gibt es, wie im folgenden mit Hilfe von qualitativen kategorientheoretischen Morphismen dargelegt werden soll, für jedes Quadrupel von Zahlenfeldern der in Toth (2015a-c) eingeführten qualitativen Arithmetik der Relationalzahlen, welche die qualitativ-mathematische Basis für Ontik und Semiotik bildet, 8 Identitäten, welche durch identitive Morphismen definierbar sind.

2.1. Identitive Morphismen adjazenter Zählweise

$$\begin{array}{ccccc} 0_i & 1_j & & 0_i & 1_j \\ Ø_i & Ø_j & \rightarrow_{id1} & Ø_i & Ø_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1_i & 0_j & & 1_i & 0_j \\ Ø_i & Ø_j & \rightarrow_{id2} & Ø_i & Ø_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1_j & 0_i & & 1_j & 0_i \\ Ø_j & Ø_i & \rightarrow_{id3} & Ø_j & Ø_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 0_j & 1_i & & 0_j & 1_i \\ Ø_j & Ø_i & \rightarrow_{id4} & Ø_j & Ø_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j \\ 0_i & 1_j & \rightarrow_{id5} & 0_i & 1_j \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j \\ 1_i & 0_j & \rightarrow_{id6} & 1_i & 0_j \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\ 1_j & 0_i & \rightarrow_{id7} & 1_j & 0_i \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\ 0_j & 1_i & \rightarrow_{id8} & 0_j & 1_i \end{array}$$

2.2. Identitive Morphismen subjazenter Zählweise

$$\begin{array}{lllll} 0_i & \emptyset_j & & 0_i & \emptyset_j \\ 1_i & \emptyset_j & \rightarrow_{id1} & 1_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} \emptyset_i & 0_j & & \emptyset_i & 0_j \\ \emptyset_i & 1_j & \rightarrow_{id2} & \emptyset_i & 1_j \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} \emptyset_j & 0_i & & \emptyset_j & 0_i \\ \emptyset_j & 1_i & \rightarrow_{id3} & \emptyset_j & 1_i \end{array}$$

$$\begin{array}{lllll} 0_j & \emptyset_{iq} & & 0_j & \emptyset_i \\ 1_j & \emptyset_i & \rightarrow_{id4} & 1_j & \emptyset_i \end{array}$$

$1_i \quad Ø_j \quad\quad 1_i \quad Ø_j$

$0_i \quad Ø_j \quad \rightarrow_{id5} \quad 0_i \quad Ø_j$

$Ø_i \quad 1_j \quad\quad Ø_i \quad 1_j$

$Ø_i \quad 0_j \quad \rightarrow_{id6} \quad Ø_i \quad 0_j$

$Ø_j \quad 1_i \quad\quad Ø_j \quad 1_i$

$Ø_j \quad 0_i \quad \rightarrow_{id7} \quad Ø_j \quad 0_i$

$1_j \quad Ø_i \quad\quad 1_j \quad Ø_i$

$0_j \quad Ø_i \quad \rightarrow_{id8} \quad 0_j \quad Ø_i$

2.3. Identitive Morphismen transjazenter Zählweise

$0_i \quad Ø_j \quad\quad 0_i \quad Ø_j$

$Ø_i \quad 1_j \quad \rightarrow_{id1} \quad Ø_i \quad 1_j$

$Ø_i \quad 0_j \quad\quad Ø_i \quad 0_j$

$1_i \quad Ø_j \quad \rightarrow_{id2} \quad 1_i \quad Ø_j$

$Ø_j \quad 0_i \quad\quad Ø_j \quad 0_i$

$1_j \quad Ø_i \quad \rightarrow_{id3} \quad 1_j \quad Ø_i$

$$\begin{array}{ccccc} 0_j & \varnothing_i & & 0_j & \varnothing_i \\ \varnothing_j & 1_i & \rightarrow_{id4} & \varnothing_j & 1_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \varnothing_i & 1_j & & \varnothing_i & 1_j \\ 0_i & \varnothing_j & \rightarrow_{id5} & 0_i & \varnothing_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1_i & \varnothing_j & & 1_i & \varnothing_j \\ \varnothing_i & 0_j & \rightarrow_{id6} & \varnothing_i & 0_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1_j & \varnothing_i & & 1_j & \varnothing_i \\ \varnothing_j & 0_i & \rightarrow_{id7} & \varnothing_j & 0_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \varnothing_j & 1_i & & \varnothing_j & 1_i \\ 0_j & \varnothing_i & \rightarrow_{id8} & 0_j & \varnothing_i \end{array}$$

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Ontik als tiefste wissenschaftstheoretische Fundierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Die Fundierung der Ontik durch die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Definition der qualitativen Zahl

1. Peanozahlen basieren auf der logischen unvermittelten und linearen Dichotomie

$L = [0, 1]$,

darin die Werte austauschbar sind, d.h. es gilt $L = L^{-1} = [1, 0]$, und damit spielen auch ontische Orte keine Rolle. In Sonderheit verbietet das Tertiumgesetz daher nicht nur die Einführung eines dritten Wertes, sondern auch die funktionelle Abhängigkeit der beiden Werte voneinander, d.h.

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$.

Dasselbe gilt natürlich in Sonderheit für $0 = f(0)$ und $1 = f(1)$, denn eine Funktion darf nicht als ihr eigenes Argument fungieren (vgl. Wittgenstein, Tractatus 5.251, vgl. auch 3.333).

2. Im Anschluß an Toth (2015a-d) kann man allerdings das Verbot der funktionellen Abhängigkeit durch Einführung eines Einbettungsoperators

E: $x \rightarrow [x]$

umgehen, und wir bekommen zunächst

$[0] = f(0)$

$[1] = f(1)$.

Damit werden nun auch ontische Orte, an denen Zahlen stehen, relevant

$0 \rightarrow [0] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2]$

$1 \rightarrow [1] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2]$

und weiter

$[0] \rightarrow [[0]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4]$

$[1] \rightarrow [[1]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4]$

und weiter

$[[0]] \rightarrow [[[0]]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8]$

$[[1]] \rightarrow [[[1]]] \quad \Rightarrow \quad [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8]$,

usw.

3. Jede gleiche Zahl kann somit, sofern sie nicht auf der gleichen Einbettungsstufe steht, von jedem anderen Zahlwert funktionell abhängig sein und einen ontischen Ort entsprechend den obigen Schemata einnehmen, z.B.

$0 = f(1) \qquad 1 = f(0)$

$0 = f([0]) \qquad 1 = f([1])$

$0 = f([[0]]) \qquad 1 = f([[1]])$, usw.

$[0] = f(0) \qquad [1] = f(1)$

$[0] = f([[0]]) \qquad [1] = f([[1]])$

$[[0]] = f([0]) \qquad [[1]] = f([1])$, usw.

Graphisch können wir also zwischen der 0-stufige Peanozählweise und den n-stufigen Nicht-Peanozählweisen ($n > 0$) unterscheiden.

0-stufige Zählweise

0 1 1 0

--------- ----------

1-stufige Zählweise

$$\frac{0}{\quad 1} \qquad \frac{1}{\quad 0}$$

2-stufige Zählweise

$$\frac{\frac{0}{\quad 0}}{\qquad 1} \qquad \frac{\frac{0}{\quad 0}}{\qquad 1}, \text{ usw.}$$

Die qualitative Zahl läßt sich somit definieren als Tripel

$Z = [(x \in \mathbb{N}), E, \omega]$.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Grundlagen einer colinearen Zahlentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Grundlegung einer qualitativen Semiotik

> Nur Gründe haben Folgen. Aber Gründe haben keine grundlose Tiefe; echte Gründe sind letzte Gründe. Tiefere Gründe gibt es nicht. Man erkennt die letzten Gründe an der reflexiven Autoreproduktion ihrer selbst.
>
> Max Bense

1. Die in Toth (2015a) definierte qualitative Zahl

$Z = [(x \in \mathbb{N}), E, \omega]$,

darin x eine natürliche Zahl, z.B. eine Peanozahl, ist, E den Einbettungsoperator

$E: x \rightarrow [x]$

und ω den ontischen Ort bezeichnet, hat den außerordentlichen Vorteil, zugleich als (wohl abstraktest mögliche) Definition des Zeichens zu dienen. Man bedenke dabei, daß bereits Bense (1992) das invariante semiotische Dualsystem

$DS = (3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$

gleichzeitig als Repräsentationsschema des Zeichens und der Zahl (sowie des, mathematisch meßbaren) ästhetischen Zustandes bestimmt hatte.

2. Damit können Zeichen genauso wie Zahlen vermöge Toth (2015b-e) in 2-dimensionalen Zeichenfeldern adjazent, subjazent und transjazent dargestellt werden.

2.1. Adjazente Zeichenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

2.2. Subjazente Zeichenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \O_j & & \O_i & x_j & & \O_j & x_i & & x_j & \O_i \\
y_i & \O_j & & \O_i & y_j & & \O_j & y_i & & y_j & \O_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \O_j & & \O_i & y_j & & \O_j & y_i & & y_j & \O_i \\
x_i & \O_j & & \O_i & x_j & & \O_j & x_i & & x_j & \O_i
\end{array}$$

2.3. Transjazente Zeichenfelder

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \O_j & & \O_i & x_j & & \O_j & x_i & & x_j & \O_i \\
\O_i & y_j & & y_i & \O_j & & y_j & \O_i & & \O_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\O_i & y_j & & y_i & \O_j & & y_j & \O_i & & \O_j & y_i \\
x_i & \O_j & & \O_i & x_j & & \O_j & x_i & & x_j & \O_i
\end{array}$$

Man beachte, daß jedes der 3 mal 8 Zeichenfelder verschieden ist. Die insgesamt 24 Zeichenfelder geben also für die erkenntnistheoretische (ontisch-semiotische) Basisdichotomie $E = [\Omega, Z]$, d.h. für ein Objekt, das durch ein Zeichen bezeichnet wird und ein Zeichen, das ein Objekt bezeichnet, alle theoretisch möglichen Fälle einschließlich der wechselnden Subjektperspektiven des die thetische Einführung bzw. Metaobjektivation (vgl. Bense 1967, S. 9) vollziehenden Subjektes (anhand der Indizes i und j) an. Ob dabei $x = \Omega$ oder $x = Z$ bzw. $y = Z$ oder $y = \Omega$ gesetzt wird, ist natürlich völlig belanglos, da die ortsfunktionale Differenzierung auf dem dyadischen logischen Schema $L = [0, 1]$ basiert, dessen Werte bekanntlich austauschbar sind (vgl. dazu Günther 2000, S. 203 f.).

3. An dieser Stelle ist ein Wort zu der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix nötig. Bekanntlich ist die peircesche Zeichenrelation eine triadische Relation über einer monadischen (.1.), einer dyadischen (.2.) und einer triadischen (.3.) Relation, so daß sich das Zeichen in seiner Drittheit also

selbst enthält (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67). Vom rein quantitativen Standpunkt des nicht durch E vermittelten logischen Schemas L = [0, 1] aus betrachtet kommen also die durch kartesische Produktbildung erzeugten Subzeichen

1.1., 2.2, 3.3

deswegen nicht in Frage, weil sie Funktionen der Form

$1 = f(1)$

$2 = f(2)$

$3 = f(3)$

sind (vgl. Wittgenstein, Tractatus 5.251 u. 3.333). Ebenfalls ausgeschlossen sein müssten Subzeichen der Form $S = <x.y>$ mit $y > x$, d.h. die Funktionen

$1 = f(2)$

$1 = f(3)$

$2 = f(3)$,

da eine n-stellige Relation von ihrer Valenz her keine m-stellige Relation mit $m > n$ binden kann. Solche Funktionen sind hingegen typisch für qualitative Systeme, in denen Funktionen als ihre eigenen Argumente auftreten können. Man bedenke auch, daß die semiotische Matrix im Gegensatz zum doppelt positiven Quadranten der komplexen Zahlen anordbar ist, d.h. es handelt sich bei den Subzeichen um nicht-komplexe, aber 2-dimensionale Zahlen, denn je nach Anordnung der Matrix sind die Trichotomien adjazent, die Triaden subjazent und die beiden Diagonalen transjazent. Wie es also aussieht, ist unsere ortsfunktionale qualitative Begründung einer mathematischen Semiotik durchaus mit der ursprünglichen Intention einer mathematischen Begründung der Semiotik vereinbar, auch wenn dies bislang völlig unerkannt geblieben ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Grundlagen einer colinearen Zahlentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Isomorphie ontischer Orte von Quaternionen und qualitativen Zahlen

1. Der folgende Beitrag weist auf ein ganz erstaunliches Ergebnis hin. Wie man seit Toth (2015a, b) weiß, haben die qualitativen Zahlen, wie sie in der ortsfunktionalen Arithmetik, die Ontik und Semiotik zugrunde liegt, benutzt werden, die 2-Dimensionalität von Zahlenfeldern mit den komplexen Zahlen gemeinsam (und stehen somit beide der Peano-Linearität gegenüber). Das ist aber auch schon alles, denn im Gegensatz zu den komplexen Zahlen sind bereits die Subzeichen-Zahlen, die Bense (1975, S. 37) in der Form der sog. semiotischen Matrix eingeführt hatte, anordbar

$$\begin{array}{ccccc}
(1.1) & < & (1.2) & < & (1.3) \\
\wedge & & \wedge & & \wedge \\
(2.1) & < & (2.2) & < & (2.3) \\
\wedge & & \wedge & & \wedge \\
(3.1) & < & (3.2) & < & (3.3),
\end{array}$$

während die komplexen Zahlen bekanntlich nicht-anordbar sind.

2. Ein Quaternion bzw. eine Hamilton-Zahl kann man durch das Quadrupel (in einer bewußt gewählten unüblichen Form)

R(Quat) = $(\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k)$

definieren. Diese sog. hyperkomplexe Zahl besteht also aus dem reellen Zahlenanteil 1 und drei differenzierbaren imaginären Zahlenanteilen i, j und k, wobei alle vier Glieder sowohl positiv als auch negativ auftreten können. Der Zusammenhang zwischen den Relata von R regeln die sog. Hamilton-Regeln:

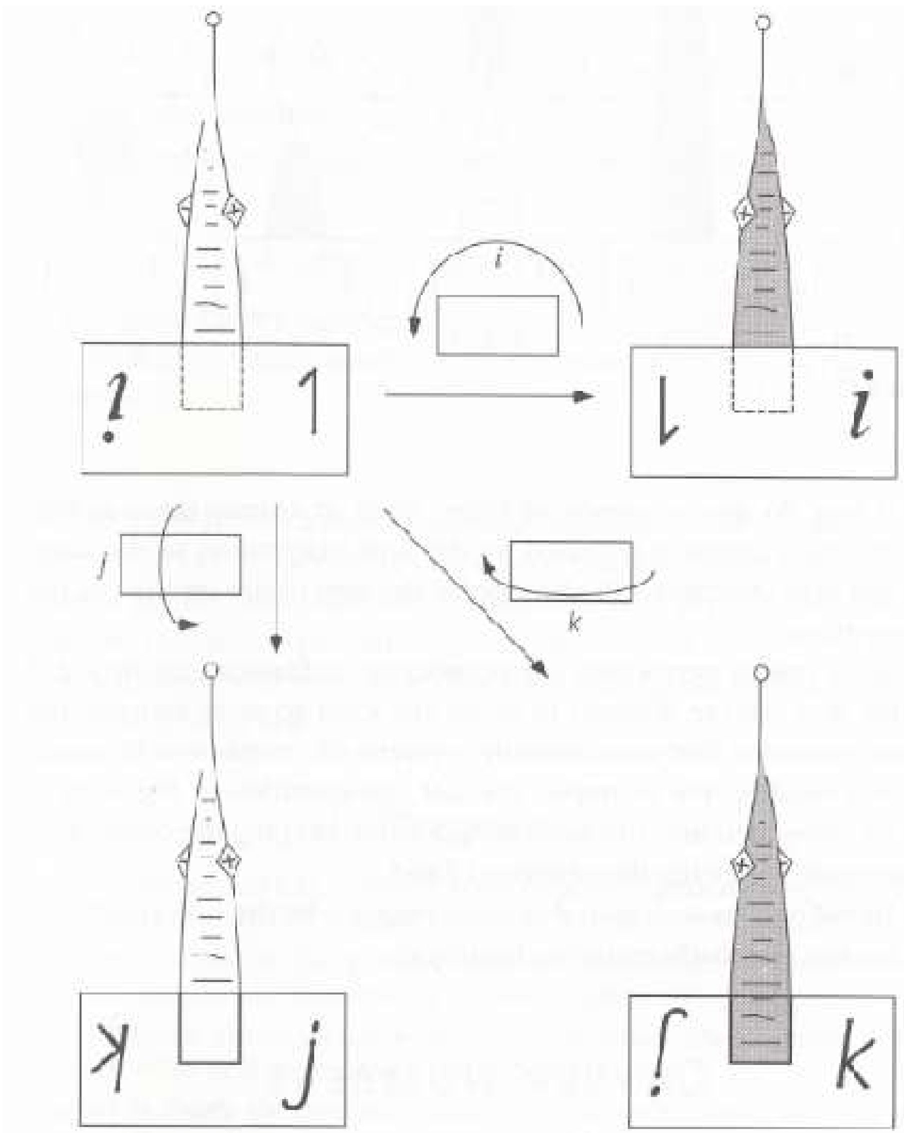
$$\begin{array}{l}
i^2 = j^2 = k^2 = -1 \\
ij = +k, \quad jk = +i, \quad ki = +j \\
ji = -k, \quad kj = -i, \quad ik = -j
\end{array}$$

.

Ausführlich orientiert über alle 8 × 8 möglichen paarweisen reell-imaginären Produkte die folgende vollständige Tabelle.

	−1	**−i**	**−j**	**−k**	**1**	**i**	**j**	**k**
−1	1	i	j	k	−1	−i	−j	−k
−i	i	−1	k	−j	−i	1	−k	j
−j	j	−k	−1	i	−j	k	1	−i
−k	k	j	−i	−1	−k	−j	i	1
1	−1	−i	−j	−k	1	i	j	k
i	−i	1	−k	j	i	−1	k	−j
j	−j	k	1	−i	j	−k	−1	i
k	−k	−j	i	1	k	j	−i	−1

Wie Conway und Guy (1995, S. 233) gezeigt haben, kann man sowohl Paare von reellen und imaginären als auch von imaginären Zahlenanteilen von Quaternionen durch sog. "Quaternionenmaschinen" darstellen. Wie man aus der folgenden, äußerst suggestiven Darstellung Conways leicht ersieht, werden dabei die ontischen Orte der Relata der Quaternionen einerseits in der Oben-Unten-Relation und andererseits in der Links-Rechts-Relation vertauscht.



Vier Positionen der conwayschen Quaternionenmaschinen (Conway/Guy 1995, S. 233)

3. Dagegen wurde die qualitative ortsfunktionale Zahl in Toth (2015a, b) wie folgt definiert

R(Qual) = ((n ∈ ℕ), E, ω),

darin n wie üblich eine natürliche Zahl ist, E den Einbettungsoperator

E: n → [n]

und ω den ontischen Ort einer Zahl angibt. Qualitative Zahlen sind also insofern "komplex", als sie sowohl ontisch als auch ordinativ (d.h. koordinativ, subordinativ oder superordinativ) verankerte Peanozahlen sind. Während also für Peanozahlen die strikte unvermittelte Linearität

$L = [0, 1]$

der logischen Basisdichotomie gilt, ergeben sich durch Anwendung von E die folgenden 4 möglichen Zahlenstrukturen

$L_1 = [0, [1]] \qquad L_2 = [[1], 0]$

$L_3 = [[0], 1] \qquad L_4 = [1, [0]]$,

d.h. wir haben neben der koordinativen Zahlenstruktur L nun außerdem die subordinativ/superordinativen Zahlenstrukturen L_1 bis L_4, für die natürlich außerdem $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$ gilt. Das bedeutet also nicht anderes, als daß in L die beiden Zahlenwerte 0 und 1 funktionell unabhängig voneinander und daher beliebig austauschbar sind, während für L_1 bis L_4 gilt

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$.

Da aber E auch die ontischen Orte ω vertauscht, gilt nun außerdem

$0 = f(1) \quad \neq \quad f(1) = 0$

$1 = f(0) \quad \neq \quad f(0) = 1$.

Daraus folgt, daß es für alle drei möglichen Zählweisen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern, d.h. für die horizontale, die vertikale und die beiden diagonalen Zählweisen, jeweils genau 4 mögliche Positionen gibt. In Toth (2015c-e), wo die qualitative Arithmetik eingeführt worden war, waren hierfür die "geometriefreien" Begriffe der adjazenten, subjazenten und transjazenten Zählweisen eingeführt worden. Ferner können, da die Werte 0 und 1 logisch durch die Objekt- und Subjektposition besetzt werden können, diese 4 Positionen verdoppelt aufscheinen, nämlich zusätzlich in perspektivischem Wechsel von einem kybernetischen Subjektstandpunkt aus betrachtet.

Die zweimal 4 möglichen Positionen für die adjazente Zählweise

x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i

Die zweimal 4 möglichen Positionen für die subjazente Zählweise

x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$
y_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	y_j		$\emptyset_j$	y_i		y_j	$\emptyset_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
y_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	y_j		$\emptyset_j$	y_i		y_j	$\emptyset_i$
x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$

Die zweimal 4 möglichen Positionen für die transjazente Zählweise

x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$
$\emptyset_i$	y_j		y_i	$\emptyset_j$		y_j	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	y_i
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\emptyset_i$	y_j		y_i	$\emptyset_j$		y_j	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	y_i
x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$

Sowohl bei den Quaternionen $R = R(\text{Quat}) = (\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k)$ als auch bei den qualitativen Zahlen $R(\text{Qual}) = ((n \in \mathbb{N}), E, \omega)$ werden also die Oben-Unten-Relationen und die Links-Rechts-Relationen gleichzeitig umgekehrt, d.h. die ontischen Orte von Quaternionen und von qualitativen Zahlen sind isomorph.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Conway, John H./Guy, Richard K., The Book of Numbers. New York 1995

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundlegung einer qualitativen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Qualitative logische Zweiwertigkeit

1. In Toth (2015a, b) wurde die qualitative Zahl wie folgt definiert

$Z(Qual) = ((n \in \mathbb{N}), E, \omega)$,

darin n wie üblich eine natürliche Zahl ist, E den Einbettungsoperator

$E: \quad n \rightarrow [n]$

und ω den ontischen Ort einer Zahl angibt. Qualitative Zahlen sind also insofern "komplex", als sie sowohl ontisch als auch ordinativ (d.h. koordinativ, subordinativ oder superordinativ) verankerte Peanozahlen sind. Während also für Peanozahlen die strikte unvermittelte Linearität

$L = [0, 1]$

der logischen Basisdichotomie gilt, ergeben sich durch Anwendung von E die folgenden 4 möglichen Zahlenstrukturen

$L_1 = [0, [1]] \qquad L_2 = [[1], 0]$

$L_3 = [[0], 1] \qquad L_4 = [1, [0]]$,

d.h. wir haben neben der koordinativen Zahlenstruktur L nun außerdem die subordinativ/superordinativen Zahlenstrukturen L_1 bis L_4, für die natürlich außerdem $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$ gilt. Das bedeutet also nicht anderes, als daß in L die beiden Zahlenwerte 0 und 1 funktionell unabhängig voneinander und daher beliebig austauschbar sind, während für L_1 bis L_4 gilt

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$.

Da aber E auch die ontischen Orte ω vertauscht, gilt außerdem

$0 = f(1) \quad \neq \quad f(1) = 0$

$1 = f(0) \quad \neq \quad f(0) = 1$.

Daraus folgt, daß es für alle drei möglichen Zählweisen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern, d.h. für die horizontale, die vertikale und die beiden diagonalen Zählweisen, jeweils genau 4 mögliche Positionen gibt. In Toth (2015c-e), wo die qualitative Arithmetik eingeführt worden war, waren hierfür die "geometriefreien" Begriffe der adjazenten, subjazenten und transjazenten Zählweisen eingeführt worden. Ferner können, da die Werte 0 und 1 logisch durch die Objekt- und Subjektposition besetzt werden können, diese 4 Positionen verdoppelt aufscheinen, nämlich zusätzlich in perspektivischem Wechsel von einem kybernetischen Subjektstandpunkt aus betrachtet.

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\
y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \\
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i
\end{array}$$

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die transjazente Zählweise

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}
$$

2. Die wesentliche Neuerung von L_1 bis L_4 gegenüber L beruht somit darauf, daß die absoluten Kategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjektes, wie sie der aristotelischen Logik, welche die reine Quantität der Mathematik garantiert, zugrundeliegen, nur noch als koordinativer Spezialfall existieren. Die beiden möglichen Funktionsabhängigkeiten

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$

mit

$0 = f(1) \quad \neq \quad f(1) = 0$

$1 = f(0) \quad \neq \quad f(0) = 1$

bedeuten also nichts anderes, als daß das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile bekommen kann. Nimmt ein Subjekt ein Objekt wahr, dann handelt es sich beim Objekt um ein wahrgenommenes und somit subjektives Objekt und beim Subjekt um ein wahrnehmendes und somit objektives Subjekt. Diese beiden Fälle werden also je nach Subjektabhängigkeit von Objekten oder Objektabhängigkeit von Subjekten durch die vier subordinativen und superordinativen Fälle abgedeckt, d.h. der Einbettungsoperator fungiert als differentielles Tertium, das jedoch, da es eben nicht material ist, nicht gegen die logische Zweiwertigkeit verstößt. Somit bringt der Einbettungsoperator Qualität in die Quantität.

Im Gegensatz zur polykontexturalen Logik Günthers (vgl. Günther 1976-80) kann hier allerdings nicht nur die logische Subjektposition iteriert werden, während die logische Objektposition konstant, d.h. im hegelschen Sinne "totes" Objekt bleibt, denn wir haben für das Objekt

0 = f(1, 0)

0 = f(1, 0, 1)

0 = f(1, 0, 1, 0), usw.

und für das Subjekt

1 = f(0, 1)

1 = f(0, 1, 0)

1 = f(0, 1, 0, 1), usw.,

d.h. vermöge Subjektanteile von Objekten und Objektanteile von Subjekten werden einander Objekt und Subjekt trotz zweiwertig bestehender Kontexturgrenze immer mehr in einem infiniten Regreß angenähert. Eine Logik, welche auf durch E vermittelten Kategorien basiert, vermittelt also nicht primär zwischen Kontexturen, die allein subjektfunktional sind, sondern zwischen Werten innerhalb jeder einzelnen von theoretisch ebenfalls unendlich vielen Kontexturen, ohne daß die zweiwertige aristotelische Basis aufgegeben werden muß.[2] Dagegen vermag die polykontexturale als Verbundsystem unendlich vieler zweiwertiger Logiken vermöge ihrer Transoperatoren zwar zwischen Kontexturen zu zählen, aber im Grunde ändert sich gegenüber der logischen Basis der quantitativen Mathematik überhaupt nichts, da die logische Zweiwertigkeit wegen Unvermitteltheit der Werte in jeder Kontextur bestehen bleibt. Das einzige, was sich ändert, ist die Verschiebung des Tertium non datur zu einem Quartum, Quintum, Sextum ... non datur. Ein Logik, die nur Subjekte, und zwar wohl verstanden absolute Subjekte, nicht aber Objekte, vermitteln kann, dürfte daher kaum als die revolutionäre Neuerung aufgefaßt werden, als die sie v.a. in den 1970er Jahren von einigen ihrer Exponenten gefeiert wurde.

[2] Weshalb Günther auf die Idee gekommen war, ausgerechnet dem Subjekt Qualität zuzuschreiben, wo doch das Objekt per definitionem qualitativ ist, ist mir auch nach jahrzehntelanger Beschäftigung mit der polykontexturalen Logik unklar.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundlegung einer qualitativen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Einführung in die elementare qualitative Arithmetik

1. In der quantitativen Mathematik gibt es nur eine einzige Zählweise, die lineare, welche durch die Peano-Axiome festgelegt ist. Weshalb dies so ist, ist auch den meisten Mathematikern nicht bewußt. Der Grund liegt darin, daß die zweiwertige aristotelische Logik, welche die Grundlage für die quantitative Mathematik bildet, in ihrer Basisdichotomie

$L = [0, 1]$

keine Vermittlung zwischen den Werten 0 und 1 zuläßt, d.h. sie sind absolut. Nun hatte bereits Günther festgestellt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Damit gilt natürlich

$L = [0, 1] = [1, 0] = L^{-1}$.

0 oder Position und 1 oder Negation (bzw. umgekehrt) stehen also erkenntnistheoretisch für das objektive Objekt einerseits und für das subjektive Subjekt andererseits.

2. Tatsächlich ist es aber so, daß die Begriffe Objekt und Subjekt ohne einander sinnlos sind. Ein Objekt kann nur dann ein solches sein, wenn es ein solches für ein Subjekt ist. Und ein Subjekt kann es nur dann geben, wenn es ein Objekt gibt, von dem es sich unterscheidet. Ontisch gesehen ist es daher nur dann sinnvoll, von einem Objekt zu sprechen, wenn es von einem Subjekt wahrgenommen wird. Durch die Wahrnehmung erhält aber das Objekt – als vom Subjekt Wahrgenommenes – Subjektanteile, und das Subjekt – als das Objekt Wahrnehmendes -. erhält Objektanteile. Es ist daher, wie bereits in Toth

(2015a) ausgeführt, nötig, statt von L von einem Quadrupel von L-Funktionen der Form

$L_1 = [0, [1]]$ $\qquad$ $L_1^{-1} = [[1], 0]$

$L_3 = [[0], 1]$ $\qquad$ $L_2^{-1} = [1, [0]]$

auszugehen, die im Gegensatz zu $L = L^{-1}$ paarweise ungleich sind. Man kann diese vier L-Funktionen unter Vernachläßigung der Positionen der Werte in den vier Gleichungen durch

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$

ausdrücken. Je nachdem, ob man 0 oder 1 die erkenntnistheoretische Funktion des Objektes und 1 oder 0 diejenige des Subjektes zuweist, formalisieren daher die beiden letzten Gleichungen das subjektive Objekt und das objektive Subjekt. Rein formal wird für die Transformation

$\tau: \quad L \rightarrow (L_1, L_1^{-1}, L_2, L_2^{-1})$

lediglich ein Einbettungsoperator der Form

$E: \quad x \rightarrow [x]$ (mit $x \in (0, 1)$)

benötigt, d.h. kein dritter Wert, welcher als (substantielles) Tertium die aristotelische Basis der Logik zerstört. Wenn man E als Tertium bezeichnen will, dann handelt es sich um ein differentielles Tertium, das tatsächlich innerhalb der aristotelischen Logik nicht vorgesehen ist.

3. Wie man sieht, spielt innerhalb des Quadrupels von L-Funktionen allerdings nicht nur die Tatsache, ob ein Wert eingebettet oder nicht-eingebettet ist, eine Rolle, sondern auch, wo der Wert, d.h. die Zahl, steht, denn wie bereits gesagt, gilt

$[0, [1]] \neq [[1], 0]$

$[[0], 1] \neq [1, [0]]$

$[1, [0]] \neq [[0], 1]$

$[[1], 0] \neq [0, [1]]$.

Jede Zahl ist somit nicht nur von E, sondern auch von einem Ort ω abhängig, d.h. für jede Peanozahl x gilt

$x = f(E, \omega)$,

und diese Abhängigkeit ist es, was sie zur qualitativen Zahl macht (vgl. Toth 2015b-d) und nicht etwa die Orthogonalität von Paaren von Peanozahlen (vgl. Günther 1991, S. 419 ff.). In der in diesem Aufsatz zu skizzierenden qualitativen Arithmetik erhält man für Paare von Peanozahlen $P = (x, y)$ unter Anwendung von $x = f(E, \omega)$ und $y = f(E, \omega)$ statt der einen, linearen Zählweise der quantitativen Arithmetik drei Zählweisen mit je acht verschiedenen qualitativen Zahlen.

3.1. Sind x und y linear, so liegt in meiner Terminologie die adjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{llcllcllcll}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i.
\end{array}$$

3.2. Sind x und y orthogonal, so liegt in meiner Terminologie die subjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{llcllcllcll}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i.
\end{array}$$

3.3. Sind x und y diagonal, so liegt in meiner Terminologie die transjazente Zählweise vor

x_i	$Ø_j$	$Ø_i$	x_j	$Ø_j$	x_i	x_j	$Ø_i$
$Ø_i$	y_j	y_i	$Ø_j$	y_j	$Ø_i$	$Ø_j$	y_i
	×		×		×		
$Ø_i$	y_j	y_i	$Ø_j$	y_j	$Ø_i$	$Ø_j$	y_i
x_i	$Ø_j$	$Ø_i$	x_j	$Ø_j$	x_i	x_j	$Ø_i$.

(In diesen Schemata referieren die Indizes auf die Subjektstandpunkte. Diese ermöglichen die Kompatibilisierung unserer qualitativen Arithmetik mit der von Kronthaler geschaffenen Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik beruht, welche ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken ist und jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht. Da hier aber nur das Subjekt iterierbar ist, während das Objekt, wie Hegel sagte, totes Objekt bleibt, gibt es in der Mathematik der Qualitäten im Gegensatz zu unserer qualitativen Arithmetik keine Vermittlung der Werte innerhalb der auch in der Mathematik der Qualitäten unangetasteten Dichotomie L = [0, 1].)

4. In der qualitativen Arithmetik kann also jede Peanozahl x vermöge x = f(E, ω) entweder adjazent, subjazent oder transjazent gezählt werden, wobei es acht Möglichkeiten in jeder der drei Zählweisen gibt. Das bedeutet, daß bereits die elementare und nur quantitativ eindeutige Peano-Addition (0 + 1) qualitativ in 24 Möglichkeiten mehrdeutig ist. Jede qualitative Zahl ist somit in der allgemeinen Form

$x_{n, m}$

notierbar, darin n den Wert von E und m den Wert von ω angibt. Die quantitative Addition (0 + 1) ist somit ein Spezialfall für n = m. Beschränken wir uns zur Illustration auf das L-Quadrupel, so erhält man zunächst die folgenden Ungleichungen

$[0, [1]] \neq [[1], 0] \quad \rightarrow \quad (0, 1_{-1}) \neq (1_{-1}, 0)$

$[[0], 1] \neq [1, [0]] \quad \rightarrow \quad (0_{-1}, 1) \neq (1, 0_{-1})$

$[1, [0]] \neq [[0], 1] \quad \rightarrow \quad (1, 0_{-1}) \neq (0_{-1}, 1)$

$[[1], 0] \neq [0, [1]] \quad \rightarrow \quad (1_{-1}, 0) \neq (0, 1_{-1})$.

Damit entsteht allerdings eine Ambiguität zwischen Subjazenz und Transjazenz, denn z.B. kann $(0, 1_{-1})$

0

1

oder

0

    1

bedeuten. Daher muß auch bei Zahlenpaaren mit festgelegter Ordnung nicht nur die E-, sondern auch die ω-Position indiziert werden, d.h.

0

1 = $(0_{n, m}, 1_{n-1, m})$,

aber

0

    1 = $(0_{n, m}, 1_{n-1, m+1})$,

wogegen

    0

1 = $(0_{n, m}, 1_{n-1, m-1})$, usw.

Es ist somit möglich, alle 3 mal 8 Zählweisen der qualitativen Arithmetik für jede quantitative Peanozahl x durch x = f(E, ω) qualitativ darzustellen. Da ferner alle 24 Zählweisen paarweise voneinander verschieden sind, ist die

Abbildung von quantitativen auf qualitative Zahlen bijektiv. Man braucht also nicht wie in der Mathematik der Qualitäten auf die Korzybski-Mehrdeutigkeit auszuweichen, welche dazu führt, daß kein einziger Satz der Mathematik der Qualitäten beweisbar ist. Dagegen werden alle Sätze einer qualitativen Mathematik, welche auf der Basis der qualitativen Arithmetik errichtet werden wird, auch beweisbar sein.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Qualitative Zählweisen und Relationalzahlen

1. Dieser Aufsatz setzt Toth (2016) fort. Obwohl sowohl die qualitative Arithmetik als auch die Relationalzahlen von uns schon zuvor eingeführt worden waren, ist eine vollständige formale Darstellung der drei qualitativen Zählweisen erst heute möglich. Wie bekannt, können qualitative Zahlen auf drei Weisen gezählt werden: linear, orthogonal und diagonal. Da die den qualitativen Zahlen zugrunde liegenden Zahlenfelder jedoch durch Quadrate der Form n^2 (mit $n \geqq 1$) definiert sind, fällt die einzige Zählweise der quantitativen Arithmetik, die lineare Peano-Zählweise, nicht mit der Linearität der qualitativen Arithmetik zusammen. Dasselbe gilt für die übrigen, in der quantitativen Zählweise gar nicht definierbaren, Zählweisen, und wir sprechen daher von adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise. Für sie ist charakteristisch, daß jeweils in zwei verschiedenen Raumrelationen gezählt werden kann: im Falle der Adjazenz oben und unten, im Falle der Subjazenz vorn und hinten, und im Falle der Transjazenz haupt- und nebendiagonal.

2. Bereits eine einzelne Zahl, sagen wir 0 ist qualitativ mehrdeutig, da die Zahlenfelder, in der sie plaziert werden kann, verschieden sind

0

0 Ø   Ø 0   Ø Ø   Ø Ø
Ø Ø,   Ø Ø,   0 Ø,   Ø 0

0 Ø Ø   Ø 0 Ø   Ø Ø 0
Ø Ø Ø   Ø Ø Ø   Ø Ø Ø
Ø Ø Ø,   Ø Ø Ø,   Ø Ø Ø, usw.

Eine qualitative Zahl x ist daher eine Funktion ihres Ortes ω, und dieser ist innerhalb der der Zahl zugehörigen Zahlenfelder bestimmbar, d.h. es gilt

$x = f(\omega)$.

Ferner erkennt man aus der obigen kleinen Auswahl an Zahlenfeldern ebenfalls, daß es horizontale, vertikale und diagonale Einbettungsstufen E gibt, d.h. es gilt

$x = f(E)$.

Somit haben wir die qualitative Zahl oder Relationalzahl

$x = f(\omega, E)$,

denn es ist z.B.

$$\begin{array}{ccccc} 0 & \emptyset & & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \neq & \emptyset & \emptyset, \end{array}$$

da $\omega_1 \neq \omega_2$,

und es ist z.B.

$$\begin{array}{ccccc} 0 & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neq & 0 & \emptyset; \end{array}$$

da $E_1 \neq E_2$.

Im Falle von

$$\begin{array}{ccccc} 0 & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \neq & \emptyset & 0 \end{array}$$

gilt also $\omega_1 \neq \omega_2$ und $E_1 \neq E_2$. Übrigens sind mit diesen drei Ungleichungen alle drei qualitativen Zählweisen definierbar, d.h.

SATZ DER ADJAZENZ. Eine Zählweise ist adjazent gdw. $\omega_i \neq \omega_j$ gilt.

SATZ DER SUBJAZENZ. Eine Zählweise ist subjazent gdw. $E_i \neq E_j$ gilt.

SATZ DER TRANSJAZENZ. Eine Zählweise ist transjazent gdw. $\omega_i \neq \omega_j$ und $E_i \neq E_j$ gilt.

Im folgenden indizieren wir jede Peanozahl 0, 1, 2, ... mit den beiden Indizes m und n, wobei m den Ort ω und n die Einbettungsstufe E angibt. Ferner führen wir wegen der in Toth (2015) und (2016) benutzten verdoppelten Zählschemata, welche den Wechsel des Subjektstandpunktes formalisieren, die beiden Indizes i und j ein.

2.1. Adjazente Zählweise

2.1.1. Zählschemata

x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_i$	$Ø_j$		$Ø_j$	$Ø_i$		$Ø_j$	$Ø_i$
x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i.

2.1.2. Relationalzahlen

$0_{0,0,i}$	$1_{0,1,j}$	$1_{0,0,i}$	$0_{1,1,j}$	$1_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,j}$	$1_{0,1,i}$
$Ø_{-1,0,i}$	$Ø_{-1,1,j}$	$Ø_{-10,i}$	$Ø_{-1,1,j}$	$Ø_{-10,j}$	$Ø_{-1,1,i}$	$Ø_{-1,0,j}$	$Ø_{-1,1,i}$
$Ø_{0,0,i}$	$Ø_{0,1,j}$	$Ø_{0,0,i}$	$Ø_{1,1,j}$	$Ø_{0,0,j}$	$Ø_{1,1,i}$	$Ø_{0,0,j}$	$Ø_{0,1,i}$
$0_{-1,0,i}$	$1_{-1,1,j}$	$1_{-10,i}$	$0_{-1,1,j}$	$1_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$

2.2. Subjazente Zählweise

2.2.1. Zählschemata

x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$

y_i $Ø_j$ $Ø_i$ y_j $Ø_j$ y_i y_j $Ø_i$

$\times$ $\times$ $\times$

y_i $Ø_j$ $Ø_i$ y_j $Ø_j$ y_i y_j $Ø_i$

x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$.

2.2.2. Relationalzahlen

$0_{0,0,i}$ $Ø_{0,1,j}$ $Ø_{0,0,i}$ $0_{1,1,j}$ $Ø_{0,0,j}$ $0_{1,1,i}$ $0_{0,0,j}$ $Ø_{0,1,i}$

$1_{-1,0,i}$ $Ø_{-1,1,j}$ $Ø_{-10,i}$ $1_{-1,1,j}$ $Ø_{-10,j}$ $1_{-1,1,i}$ $1_{-1,0,j}$ $Ø_{-1,1,i}$

$1_{0,0,i}$ $Ø_{0,1,j}$ $Ø_{0,0,i}$ $1_{1,1,j}$ $Ø_{0,0,j}$ $1_{1,1,i}$ $1_{0,0,j}$ $Ø_{0,1,i}$

$0_{-1,0,i}$ $Ø_{-1,1,j}$ $Ø_{-10,i}$ $0_{-1,1,j}$ $Ø_{-10,j}$ $0_{-1,1,i}$ $0_{-1,0,j}$ $1_{-1,1,i}$

2.3. Transjazente Zählweise

2.3.1. Zählschemata

x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$

$Ø_i$ y_j y_i $Ø_j$ y_j $Ø_i$ $Ø_j$ y_i

$\times$ $\times$ $\times$

$Ø_i$ y_j y_i $Ø_j$ y_j $Ø_i$ $Ø_j$ y_i

x_i $Ø_j$ $Ø_i$ x_j $Ø_j$ x_i x_j $Ø_i$.

2.3.2. Relationalzahlen

$0_{0,0,i}$ $Ø_{0,1,j}$	$Ø_{0,0,i}$ $0_{1,1,j}$	$Ø_{0,0,j}$ $0_{1,1,i}$	$0_{0,0,j}$ $Ø_{0,1,i}$
$Ø_{-1,0,i}$ $1_{-1,1,j}$	$1_{-10,i}$ $Ø_{-1,1,j}$	$1_{-10,j}$ $Ø_{-1,1,i}$	$Ø_{-1,0,j}$ $1_{-1,1,i}$

$Ø_{0,0,i}$ $1_{0,1,j}$	$1_{0,0,i}$ $Ø_{1,1,j}$	$1_{0,0,j}$ $Ø_{1,1,i}$	$Ø_{0,0,j}$ $1_{0,1,i}$
$0_{-1,0,i}$ $Ø_{-1,1,j}$	$Ø_{-10,i}$ $0_{-1,1,j}$	$Ø_{-10,j}$ $0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$ $Ø_{-1,1,i}$

Literatur

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

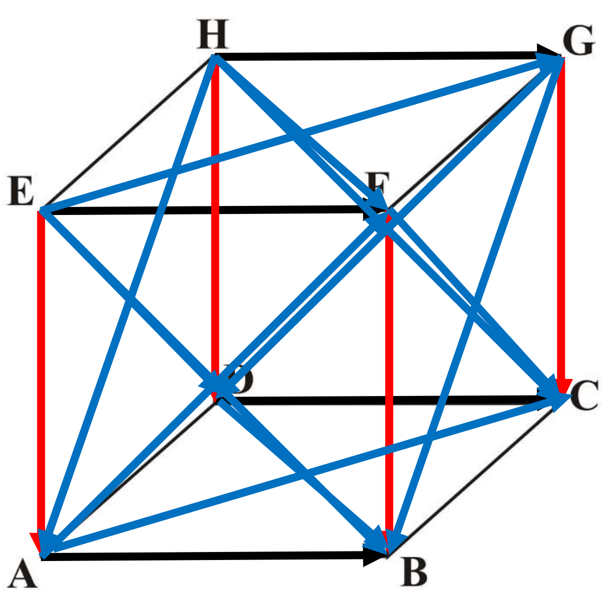
Die ontische Ambiguität der qualitativen Zählweisen

1. Die in Toth (2015, 2016a, b) eingeführte qualitative Arithmetik besagt, daß die lineare Zählweise der quantitativen Peanozahlen lediglich eine von 6 möglichen qualitativen Zählweisen ist. In der adjazenten Zählweise kann nämlich nicht nur horizontal gezählt werden, sondern auch Oben oder Unten. In der subjazenten Zählweise kann nicht nur vertikal, sondern auch Vorn und Hinten gezählt werden. Und in der transjazenten Zählweise kann nicht nur diagonal, sondern auch von Oben Hinten nach Unten Vorne oder umgekehrt, d.h. nicht nur hauptdiagonal, sondern auch nebendiagonal gezählt werden. Diese relationale Abhängigkeit jeder qualitativen Zahl der Form

$x = f(\omega, E)$,

die also sowohl von einem ontischen Ort ω als auch von einem Einbettungsgrad E funktionell abhängig ist, erzeugt somit innerhalb der bisher bekannten Mathematik – wozu auch die von Kronthaler (1986) geschaffene qualitative Mathematik zu zählen ist – eine völlig neue Art von Zahl, die Relationalzahl.

2. Gehen wir aus von einem Kubus der Form



so sind die adjazenten Zählachsen schwarz, die subjazenten Zählachsen rot und die transjazenten Zählachsen blau markiert. Das bedeutet, daß die Differenz zwischen qualitativer Zahl und gezähltem Objekt aufgehoben ist, da jedes Objekt ebenfalls durch Ort und Einbettungsgrad ontisch vollständig beschreibbar ist. Somit ist es möglich, die ontische Ambiguität der qualitativen Zählweisen (Oben vs. Unten, Vorn vs. Hinten, Links Oben vs. Rechts unten u. umgekehrt) mittels ontischer Modelle zu illustrieren. Dies gilt allerdings, wenn wir uns die in Toth (2016b) formal in der Form von Relationalzahlen dargestellten qualitativen Zahlen betrachten

Adjazente Zählweise

$0_{0,0,i}$	$1_{0,1,j}$	$1_{0,0,i}$	$0_{1,1,j}$	$1_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,j}$	$1_{0,1,i}$
$Ø_{-1,0,i}$	$Ø_{-1,1,j}$	$Ø_{-1,0,i}$	$Ø_{-1,1,j}$	$Ø_{-1,0,j}$	$Ø_{-1,1,i}$	$Ø_{-1,0,j}$	$Ø_{-1,1,i}$

$Ø_{0,0,i}$	$Ø_{0,1,j}$	$Ø_{0,0,i}$	$Ø_{1,1,j}$	$Ø_{0,0,j}$	$Ø_{1,1,i}$	$Ø_{0,0,j}$	$Ø_{0,1,i}$
$0_{-1,0,i}$	$1_{-1,1,j}$	$1_{-1,0,i}$	$0_{-1,1,j}$	$1_{-1,0,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$

Subjazente Zählweise

$0_{0,0,i}$	$Ø_{0,1,j}$	$Ø_{0,0,i}$	$0_{1,1,j}$	$Ø_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,j}$	$Ø_{0,1,i}$
$1_{-1,0,i}$	$Ø_{-1,1,j}$	$Ø_{-1,0,i}$	$1_{-1,1,j}$	$Ø_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$	$1_{-1,0,j}$	$Ø_{-1,1,i}$

$1_{0,0,i}$	$Ø_{0,1,j}$	$Ø_{0,0,i}$	$1_{1,1,j}$	$Ø_{0,0,j}$	$1_{1,1,i}$	$1_{0,0,j}$	$Ø_{0,1,i}$
$0_{-1,0,i}$	$Ø_{-1,1,j}$	$Ø_{-1,0,i}$	$0_{-1,1,j}$	$Ø_{-1,0,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$

Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{llllllll} 0_{0,0,i} & \emptyset_{0,1,j} & \emptyset_{0,0,i} & 0_{1,1,j} & \emptyset_{0,0,j} & 0_{1,1,i} & 0_{0,0,j} & \emptyset_{0,1,i} \\ \emptyset_{-1,0,i} & 1_{-1,1,j} & 1_{-1,0,i} & \emptyset_{-1,1,j} & 1_{-1,0,j} & \emptyset_{-1,1,i} & \emptyset_{-1,0,j} & 1_{-1,1,i} \end{array}$$

$$\begin{array}{llllllll} \emptyset_{0,0,i} & 1_{0,1,j} & 1_{0,0,i} & \emptyset_{1,1,j} & 1_{0,0,j} & \emptyset_{1,1,i} & \emptyset_{0,0,j} & 1_{0,1,i} \\ 0_{-1,0,i} & \emptyset_{-1,1,j} & \emptyset_{-1,0,i} & 0_{-1,1,j} & \emptyset_{-1,0,j} & 0_{-1,1,i} & 0_{-1,0,j} & \emptyset_{-1,1,i}, \end{array}$$

nur für den Fall, daß $i = j = \emptyset$ ist, d.h. wenn die Objekte unabhängig vom Subjektstandpunkt sind. Tatsächlich gilt dies z.B. im Falle von architektonischen Objekten, etwa den von Bense im Rahmen seiner Raumsemiotik unterschiedenen Systemen, Abbildungen und Repertoires (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80), also etwa Häusern, Straßen und Plätzen, durchwegs, denn sowohl der Ort als auch der Einbettungsgrad dieser Objekte sind insofern subjektunabhängig, als sich z.B. die Eingangstüre nicht dadurch verschiebt, ob ein Subjekt das Haus von Oben oder Unten, von Links oder Rechts oder in den beiden diagonalen Relationen betrachtet. Das bedeutet allerdings, daß wir die obigen Schemata für den Fall, daß $i = j = \emptyset$ gilt, auf die folgenden "subjektfreien" Schemata vereinfachen können

Adjazente Zählweise | Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{llllllll} 0_{0,0} & 1_{0,1} & 1_{0,0} & 0_{1,1} & 0_{0,0} & \emptyset_{0,1} & \emptyset_{0,0} & 0_{1,1} \\ \emptyset_{-1,0} & \emptyset_{-1,1} & \emptyset_{-1,0} & \emptyset_{-1,1} & 1_{-1,0} & \emptyset_{-1,1} & \emptyset_{-1,0} & 1_{-1,1} \end{array}$$

$$\begin{array}{llllllll} \emptyset_{0,0} & \emptyset_{0,1} & \emptyset_{0,0} & \emptyset_{1,1} & 1_{0,0} & \emptyset_{0,1} & \emptyset_{0,0} & 1_{1,1} \\ 0_{-1,0} & 1_{-1,1} & 1_{-1,0} & 0_{-1,1} & 0_{-1,0} & \emptyset_{-1,1} & \emptyset_{-1,0} & 0_{-1,1} \end{array}$$

Transjazente Zählweise

$0_{0,0}$	$Ø_{0,1}$		$Ø_{0,0}$	$0_{1,1}$
$Ø_{-1,0}$	$1_{-1,1}$		$1_{-1,0}$	$Ø_{-1,1}$

$Ø_{0,0}$	$1_{0,1}$		$1_{0,0}$	$Ø_{1,1}$
$0_{-1,0}$	$Ø_{-1,1}$		$Ø_{-1,0}$	$0_{-1,1}$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Qualitative Zählweisen und Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Einführung gerichteter Objekte mit Hilfe von Relationalzahlen

1. Wie seit Beginn der Entwicklung der Objekttheorie (Ontik) bekannt ist (vgl. Toth 2009), ist deren Grundelement nicht das Objekt, sondern das gerichtete Objekt. Diese Vorstellung war durch Joedicke (1985, S. 84 ff.) inspiriert worden, dessen "gerichtete Räume" insofern mit unseren gerichteten Objekten übereinstimmen, als topologisch bekanntlich jedes Objekt als topologischer Raum definierbar ist, indem seine Menge als Umgebung zu ihm als Element gebildet wird.

2. Wie in Toth (2016) ausgeführt wurde, ist eine Relationalzahl eine Peanozahl der Form

$P = f(\omega, E)$,

darin ω den ontischen Ort und E die Einbettungsstufe angeben. Da jede Relationalzahl $P_{m,n}$ mit $m \in \omega$ und $n \in E$ in Zahlenfeldern gezählt wird, können drei Zählweisen unterschieden werden, die wir adjazent, subjazent und transjazent nennen.

2.1. Sind x und y linear, so liegt adjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i.
\end{array}$$

2.2. Sind x und y orthogonal, so liegt subjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{cccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i.
\end{array}$$

2.3. Sind x und y diagonal, so liegt transjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{cccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
& & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i.
\end{array}$$

3. Nun haben Peanozahlen keine Referenz, d.h. sie haben weder eine Bezeichnungs- noch eine Bedeutungsfunktion (und damit auch keine Gebrauchsfunktion). Daraus folgt, daß die Zahl erkenntnistheoretisch ein Objekt ist, denn die Welt besteht nur aus Zeichen und Objekten. Das bedeutet, daß die obigen drei Zählweisen auch für Objekte anwendbar sind, d.h. man kann z.B., ausgehend von der benseschen Raumsemiotik (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80),

0 = System (2.1)

0 = Abbildung (2.2)

0 = Repertoire (2.3)

setzen. Ferner ist es somit möglich, die 8 möglichen Formen von Gerichtetheit eines beliebigen Objektes Ω wie folgt durch Zahlenfelder zu definieren.

$\Omega^{\rightarrow} := \quad (0, \varnothing) \qquad \Omega^{\leftarrow} := \quad (\varnothing, 0)$

$$\Omega^{\uparrow} := \begin{pmatrix} \varnothing \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\downarrow} := \begin{pmatrix} 0 \\ \varnothing \end{pmatrix}$$

$$\Omega^{\nwarrow} := \begin{pmatrix} \varnothing & \\ & 0 \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\searrow} := \begin{pmatrix} 0 & \\ & \varnothing \end{pmatrix}$$

$$\Omega^{\nearrow} := \begin{pmatrix} & \varnothing \\ 0 & \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\swarrow} := \begin{pmatrix} & 0 \\ \varnothing & \end{pmatrix}$$

Dabei sind also die ersten beiden Matrizen diejenigen adjazenter Objekte, die zweiten beiden Matrizen diejenigen subjazenter Objekte und die dritten beiden Matrizen diejenigen transjazenter Objekte.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2016

Darstellung der semiotischen Matrix mit Hilfe von Relationalzahlen

1. Wie seit Beginn der Entwicklung der Objekttheorie (Ontik) bekannt ist (vgl. Toth 2009), ist deren Grundelement nicht das Objekt, sondern das gerichtete Objekt. Diese Vorstellung war durch Joedicke (1985, S. 84 ff.) inspiriert worden, dessen "gerichtete Räume" insofern mit unseren gerichteten Objekten übereinstimmen, als topologisch bekanntlich jedes Objekt als topologischer Raum definierbar ist, indem seine Menge als Umgebung zu ihm als Element gebildet wird.

2. Wie in Toth (2016a) ausgeführt wurde, ist eine Relationalzahl eine Peanozahl der Form

$P = f(\omega, E)$,

darin ω den ontischen Ort und E die Einbettungsstufe angeben. Da jede Relationalzahl $P_{m,n}$ mit $m \in \omega$ und $n \in E$ in Zahlenfeldern gezählt wird, können drei Zählweisen unterschieden werden, die wir adjazent, subjazent und transjazent nennen. Nun hatten wir in Toth (2016b) gezeigt, daß man Zahlen und Objekte im allgemeinen wie folgt durch Relationalzahlen definieren kann.

2.1. Adjazente Objekte

$\Omega^{\rightarrow} := \quad (0, \emptyset) \qquad \Omega^{\leftarrow} := \quad (\emptyset, 0)$

2.2. Subjazente Objekte

$$\Omega^{\uparrow} := \begin{pmatrix} \emptyset \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\downarrow} := \begin{pmatrix} 0 \\ \emptyset \end{pmatrix}$$

2.3. Transjazente Objekte

$$\Omega^{\nwarrow} := \begin{pmatrix} \emptyset & \\ & 0 \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\searrow} := \begin{pmatrix} 0 & \\ & \emptyset \end{pmatrix}$$

$$\Omega^{\nearrow} := \begin{pmatrix} & \varnothing \\ 0 & \end{pmatrix} \qquad \Omega^{\swarrow} := \begin{pmatrix} & 0 \\ \varnothing & \end{pmatrix}$$

Adjazent sind also genau diejenigen Relationzahlen, die horizontal gezählt werden, subjazent sind genau diejenigen Relationalzahlen, die vertikal gezählt werden, und transjazent sind genau diejenigen Relationalzahlen, die diagonal gezählt werden. Damit ergibt sich jedoch eine weitere Isomorphie zwischen Objekten und Zeichen, insofern man mit Hilfe der obigen Definitionen die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix ebenfalls mit Hilfe von Relationalzahlen definieren kann.

$$(1.1) := \begin{pmatrix} 0 & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \end{pmatrix}$$

$$(1.2) := \begin{pmatrix} \varnothing & 0 & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \end{pmatrix}$$

$$(1.3) := \begin{pmatrix} \varnothing & \varnothing & 0 \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \end{pmatrix}$$

$$(2.1) := \begin{pmatrix} \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ 0 & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \end{pmatrix}$$

$$(2.2) := \begin{pmatrix} \varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & 0 & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \varnothing \end{pmatrix}$$

$$(2.3) := \begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{pmatrix}$$

$$(3.1) := \begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ 0 & \emptyset & \emptyset \end{pmatrix}$$

$$(3.2) := \begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 0 & \emptyset \end{pmatrix}$$

$$(3.3) := \begin{pmatrix} \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 0 \end{pmatrix}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Einführung gerichteter Objekte mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2016b

Zweidimensionale Mehrdeutigkeit der semiotischen Zahlen

1. In Toth (2016) wurde gezeigt, wie aus den zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik

$S^1 = 0(1), (0)1, 1(0), (1)0$

$S^2 = 01, 10$

redundanzfreie Systeme konstruiert werden können. Man rufe sich in Erinnerung, daß n-stellige Folgen für $n \geqq 3$ auf 2-stellige reduzierbar sind, d.h. es ist z.B. 010 = 0(10) oder 010 = (01)0. Wegen des Verbotes von Folgen der Form 00 und 11 ist die Reduktion etwa bei 011 = (01)1 eindeutig, sonst mehrdeutig.

2. Im folgenden werden die redundanzfreien Folgen 1-stelliger und 2-stelliger semiotischer Zahlen für n = 1 bis und mit n = 5 zusammengestellt.

2.1. 1-stellige semiotische Zahlen

n = 1	0(1), 1(0), (0)1, (1)0
n = 2	01(0), 10(0), 01(1), 10(1)
n = 3	010(0), 101(0), 010(1), 101(1)
n = 4	0101(0), 1010(0), 0101(1), 1010(1)
n = 5	01010(0), 10101(0), 01010(1), 10101(1)
...	...

----

n = 1	(0)1, 0(1), (1)0, 1(0)
n = 2	(0)01, (0)10, (1)01, (1)10
n = 3	(0)010, (0)101, (1)010, (1)101
n = 4	(0)0101, (0)1010, (1)0101, (1)1010

n = 5 (0)01010, (0)10101, (1)01010, (1)10101

... ...

2.2. 2-stellige semiotische Zahlen

n = 1 0(01), 1(01), 0(10), 1(10)

n = 2 01(01), 10(01), 01(10), 10(10)

n = 3 010(01), 101(01), 010(10), 101(10)

n = 4 0101(01), 1010(01), 0101(10), 1010(10)

n = 5 01010(01), 10101(01), 01010(10), 10101(10)

... ...

----

n = 1 (01), 0, (01), 1, (10)0, (10)1

n = 2 (01)01, (01)10), (10)01, 10(10)

n = 3 (01)010, (01)101, (10)010), (10101)

n = 4 (01)0101, (01)1010, (10)0101, (10)1010

n = 5 (01)01010, (01)10101, (10)01010, (10)10101

... ...

3. Historisch betrachtet, sind die semiotischen Zahlen natürlich Verwandte der von uns schon in Toth (2012) eingeführten Relationalzahlen, die ortsfunktionale Peanozahlen sind, d.h. es gilt für jede Peanozahl P und jeden ontischen Ort ω

P = f(ω),

und somit sind Relationalzahlen dimensionale Zahlen, die nicht auf die Linearität des "Peano-Gänsemarsches" (E. Kronthaler) beschränkt sind. Für eine 1-stellige semiotische Zahl der allgemeinen Form S = x(y) gilt daher

$$x(y) = \begin{array}{c} x \\ y \end{array} = (y)x$$

und konvers

$$(x)y = \begin{array}{c} y \\ x \end{array} = y(x).$$

Dementsprechend gilt für 2-stellige semiotische Zahlen der allgemeinen Form S = xy

$$x(xy) = \begin{array}{cc} x & \\ x & y. \end{array}$$

$$(xy)x = \begin{array}{cc} & x \\ x & y. \end{array}$$

Bereits für n = 1 begegnen wir also allen drei in Toth (2015) eingeführten ortsfunktionalen Zählweisen, d.h.

der adjazenten Zählweise. Beispiele: (xy), (yx),

der subjazenten Zählweise. Beispiele

$$x(y) = \begin{array}{c} x \\ y, \end{array} \qquad \begin{array}{c} y \\ x \end{array} = y(x)$$

und der transjazenten Zählweise. Beispiele

$$x(xy) = \begin{array}{cc} x & \\ x & y, \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & x \\ x & y \end{array} = (xy)x.$$

(Man beachte, daß bei diesen beiden Relationen nur die transjazente Zählweise im linken Zahlenfeld, d.h. (x → y), nicht aber diejenige im rechten Zahlenfeld, d.h. (x → x), eine definierte Zahlenfolge darstellt.)

Sobald die nicht-eingebetteten n-stelligen Zahlenfolgen des Typs S = xy größer als n = 2 werden, entstehen rasch äußerst komplexe subjazente und transjazente Relationen zwischen Paaren von nicht-eingebetteten und eingebetteten Zahlen, vgl. z.B.

	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
10101(10) =				1	0,			1		0,
	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1
		1			0,	1				0,

ferner ergibt sich eine Form von Unentscheidbarkeit zuwischen den Zahlenfolgen 10101(10) und (10)10101, vgl.

1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	
1				0,	1			0		,

1	0	1	0	1	
1		0			,

denn

1	0	1	0	1			
1	0				=	(10)10101.	

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Redundanzfreie Systeme der qualitativen semiotischen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Das System der Raumsemiotik

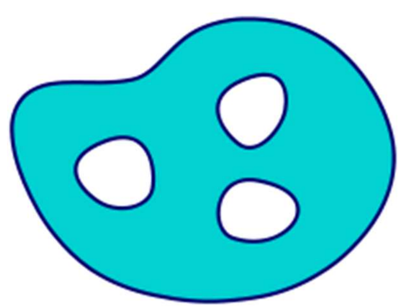
1. Wir hatten bereits in Toth (2017a) darauf hingewiesen, daß Benses Wörterbuch-Lemma „semiotischer Raum“ ein raumsemiotisches Modell lediglich für die Objekttrichotomie, nicht aber für die Mittel- und die Interpretantentrichotomie des Zeichens bringt und somit natürlich keine vollständige Raumsemiotik sein kann. Wir wiederholen hier die drei objektrelationalen Definitionen Benses (ap. Bense/Walther 1973, S. 80).

Definition des Icons: Jedes Icon teilt den semiotischen Raum des Repertoires in zwei Bereiche (z.B. in Übereinstimmungsmerkmale und Nichtübereinstimmungsmerkmale bzw. inhärente und nicht.inhärente Prädikate).

Definition des Index: Jeder Index stellt die Verknöpfung zweier beliebiger Elemente des semiotischen Raums des Repertoires dar (ein Weg als Index, bezeichnet durch den Wegweiser, verknüpft stets zwei Örter).

Definition des Symbols: Jedes Symbol ist eine Darstellung des semiotischen Raumes als pures Repertoires. (Bense/Walther 1973, S. 80).

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2015a) gezeigt, daß die Triade von System, Abbildung und Repertoire nicht einmal ausreicht, um die topologische Differenzierung zwischen System und Umgebung zu repräsentieren, denn der Rand bleibt in Benses Objektrelation natürlich undefinierbar, da er interpretantenreal ist. So können wir etwa sagen, in der folgenden Abbildung



stehen die weißen Flächen für Systeme. Dann ist die blaue Fläche die Vereinigungsmenge der Umgebungen dieser Systeme, aber die das Gesamt aus Systemen und Umgebung(en) einfassende Linie, der Rand, ist natürlich weder ein System, noch eine Abbildung und auch kein Repertoire, d.h. wir stehen hier bereits mit der elementaren Systenmdefinition

$S^* = (S, U, E)$

an einem Punkt, an dem es nötig ist, auch den Interpretantenbezug des Zeichens raumsemiotisch zu deuten. Es scheint sich, wie andernorts bereits ausgeführt, so zu verhalten, daß den drei Zeichenbezügen im Rahmen einer Raumsemiotik die folgenden drei Teilgebiete der Mathematik zugeordnet werden können

Mittelbezug:	Zeichenklassifikation nach der Arithmetik der Zeichen
Objektbezug:	Zeichenklassifikation nach der Algebra der Zeichen
Interpretantenbezug:	Zeichenklassifikation nach der Topologie der Zeichen.

In Sonderheit hat es also der semiotische Mittelbezug nur mit der Form der Zeichen zu tun. Das in Toth (2017b) vorgeschlagene Klassifikationsmodell einer vollständigen kategorialen Raumsemiotik sieht daher wie folgt aus.

Materiale Relation

Strukturale Relation

Objektale Relation

Systemische Relation

Abbildungstheoretische Relation

Repertoirielle Relation

Offene Relation

Halboffene Relation

Abgeschlossene Relation

Man beachte, daß dieses raumsemiotische Modell auch in seiner Objektrelation universell ist, d.h. es kann auch ein System als Abbildung (Passage) oder als Repertoire (Bühne), eine Abbildung als System (Brücke) oder als Repertoire (Eisbahn) auftreten.

3. Dieses raumsemiotische Klassifikationsmodell kategorisiert architektonische und städtebauliche Objekte unabhängig von ihrer ontischen Realität, d.h. es setzt voraus, daß wir es bei den Häusern, Wegen, Plätze, Zäunen usw. nicht mit Objekten, sondern mit Zeichen zu tun haben. Dies ist aber natürlich nur dann korrekt, wenn ein Objekt explizit, d.h. thetisch als Zeichen eingeführt ist, denn es gibt keine nicht-erklärten Zeichen (vgl. Toth 2015b). Tatsächlich aber ist es so, daß ein Haus nicht dazu gebaut wurde, um als Icon zu dienen, sondern um von Subjekten bewohnt zu werden, eine Abbildung, um von einem ontischen Ort A zu einem ontischen Ort B zu führen und ein Repertoire als reales Stück Land dient, das als Leerform für eine ontische Belegung, d.h. als Form eines Systems, einer Abbildung oder eines anderen Repertoires, dienen kann. Eine Raumsemiotik, die allein auf dem Zeichenbegriff basiert, wie er in der pansemiotischen Theorie von Peirce bzw. im „Universum der Zeichen“ von Bense (vgl. Bense 1983) verwendet wird, ist daher etwa soviel wert wie eine Reise durch ein fernes Land in Form des Durchschauens eines Bildbandes über dieses Land.

Wir benötigen daher spezifisch ontische Funktionen, welche die Objekte, die wir innerhalb der Raumsemiotik semiotisch repräsentieren, in ihrer Präsentation determinieren. Diese präsentativen Eigenschaften gehen natürlich bei der Metaobjektivation, d.h. der Transformation von der Präsentation zur Repräsentation, verloren, aber sie erlauben es uns, ontische Funktionen für Objekte zu definieren, welche die semiotische Repräsentation dieser Objekte durch Zeichen nicht zu einer „Verdoppelung der Welt“ in der Form einer Menge von wertlosen Surrogaten verkommen läßt. Es handelt sich hier um einige der in Toth (2016) definierten als invariant nachgewiesenen Objektrelationen. Ihre ursprüngliche Anzahl von 8 Relationen reduziert sich wegen des nun vorhandenen vollständigen triadisch-trichotomischen raumsemiotischen Modelles.

Positionen: Linear: $C = (X_\lambda, Y_Z, Z_\rho)$

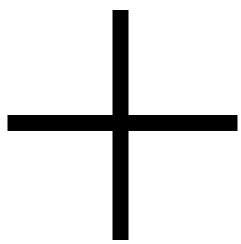
Orthogonal: $R = (Ad, Adj, Ex)$

Lagerelationen: $L = (Ex, Ad, In)$

Ortsfunktionalität: $Q = (Adj, Subj, Transj)$

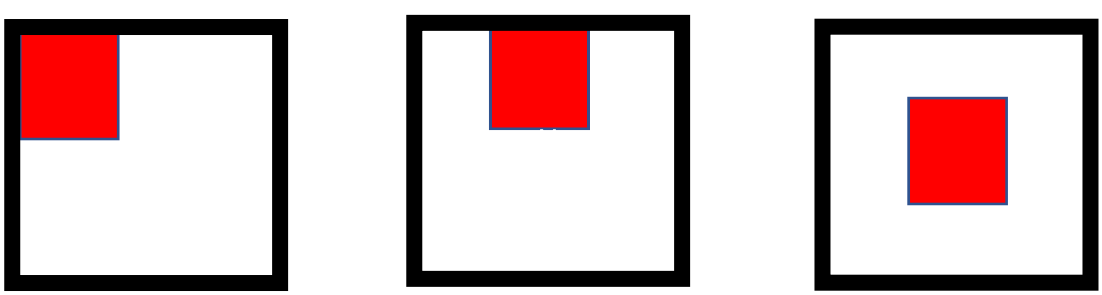
Ordination: $O = (Sub, Koo, Sup)$

3.1. Objekte können also relativ zu ihrer Position (links, Mitte, recht) oder vorn, Mitte, hinten bestimmt werden, d.h. nach der Form



und somit zwei- bzw. dreidimensional. So kann etwa ein Haus einen Anbau links oder rechts oder einen Vorbau haben. Ein Eingang kann links, mittig oder rechts sein, usw.

3.2. Objekte können ferner lagerelational, d.h. relativ zu ihrer Einbettung in ein System bzw. Teilsystem, bestimmt werden. Sie können exessiv, adessiv oder inessiv sein.



3.3. Für Zahlen, die semiotisch gesehen Mittelbezüge von Zeichen und damit natürlich reine Quantitäten sind, genügt die lineare Zählweise des Peano-„Gänsemarsches". Wie man aber weiß, sind etwa Häuser keineswegs nur linear angeordnet, sie können vor und hinter anderen Häusern und auf alle möglichen Arten quer stehen. Wie in Toth (2015c) nachgewiesen, gibt es jedoch nur 3 Zählweisen, welche diesen qualitativen Ordnungen von Objekten invariant sind, und wir nannten sie adjazent (links-rechts), subjazent (vorn-hinten) und transjazent (beide Diagonalen).

3.3.1. Adjazente Zählweise

x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\emptyset_j$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
x_i	y_j		y_i	x_j		y_j	x_i		x_j	y_i

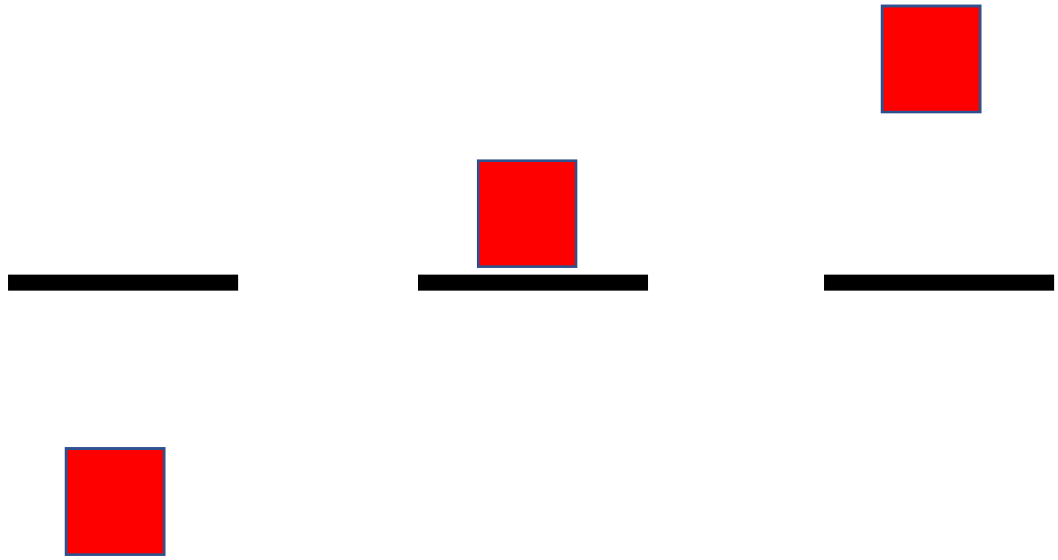
3.3.2. Subjazente Zählweise

x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$
y_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	y_j		$\emptyset_j$	y_i		y_j	$\emptyset_i$
		$\times$			$\times$			$\times$		
y_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	y_j		$\emptyset_j$	y_i		y_j	$\emptyset_i$
x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$

3.3.3. Transjazente Zählweise

x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$
$\emptyset_i$	y_j		y_i	$\emptyset_j$		y_j	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	y_i
		$\times$			$\times$			$\times$		
$\emptyset_i$	y_j		y_i	$\emptyset_j$		y_j	$\emptyset_i$		$\emptyset_j$	y_i
x_i	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	x_j		$\emptyset_j$	x_i		x_j	$\emptyset_i$1

3.4. Die Ordination bestimmt, ob Objekte auf einer Ebene, unterhalb oder oberhalb dieser Ebene, die natürlich von Fall zu Fall als Referenzebene zu bestimmen ist, plaziert werden. Entsprechend wird unterschieden zwischen Subordination, Koordination und Superordination.



4. Das vollständige System der ontisch determinierten Raumsemiotik, das, wie gezeigt, aus invarianten Relationen besteht und somit redundanzfrei ist, unterscheidet demnach folgende ontisch-semiotische Funktionen. Man kann sie als Grundlage eines neuen Typs von Grammatiken nehmen, deren Elemente nicht Zeichen, sondern Objekte sind.

$$\mathrm{Mat} = f(C, R, L, Q, O)$$

$$\mathrm{Str} = f(C, R, L, Q, O)$$

$$\mathrm{Obj} = f(C, R, L, Q, O)$$

$$\mathrm{Sys} = f(C, R, L, Q, O)$$

$$\mathrm{Abb} = f(C, R, L, Q, O)$$

$$\mathrm{Rep} = f(C, R, L, Q, O)$$

$$\mathrm{Off} = f(C, R, L, Q, O)$$

$$\mathrm{Hal} = f(C, R, L, Q, O)$$

Abg = f(C, R, L, Q, O)

mit

$C = (X_\lambda, Y_Z, Z_\rho)$

R = (Ad, Adj, Ex)

L = (Ex, Ad, In)

Q = (Adj, Subj, Transj)

O = (Sub, Koo, Sup).

Es gibt somit genau 9 mal 15 = 135 ontisch-semiotische Abbildungen.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Was kann eine Raumsemiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017a

Toth, Alfred, Klassifikation durch Kategorisation I-XXXVI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017b

Günther-Zahlen und P(ω)-Zahlen

1. Bekanntlich sind die qualitativen Zahlen der Güntherlogik und der auf ihr basierenden "Mathematik der Qualitäten" (Kronthaler 1986) nicht als anderes als Leerformen, in die Peanozahlen eingesetzt werden und über deren Verteilung die Sterlingzahlen 2. Art (bzw. deren Summierungen, die Bell-Zahlen), Auskunft geben. Auf jeden Fall handelt es sich nicht um Zahlen, denen neben Quantität auch bereits Qualität inhäriert, sondern die letztere folgt aus einer behaupteten strukturellen Anordnung dieser soweit also immer noch rein quantitativen Zahlen. Bei Günther sind es drei Sorten: die Proto-, die Deutero- und die Trito-Zahlen, die sich auf Grund der sog. Schadach-Äquivalenzen ergeben (vgl. Schadach 1967)

1.1. Theorem der Proto-Äquivalenz

$\mathrm{card}\ B^A / \underset{\sim}{p} = \min \{\mathrm{card}\ A, \mathrm{card}\ B\}$

1.2. Theorem der Deutero-Äquivalenz

$\mu_1 \sim^d \mu_1 \Leftrightarrow A/\ker \mu_1 \cong A/\ker \mu_2$

1.3. Theorem der Trito-Äquivalenz

$$\mathrm{card}\ B^A / \underset{\sim}{d} = \sum_{k=1}^{M} P(n,k) \quad .$$

2. Stirling-Zahlen 2. Art sind Zahlen, die angeben, auf wie viele Arten eine Menge von n Zahlen in k nicht-leere disjunkte Teilmengen zerlegt werden können. Als Beispiel stehe die Menge M= (a, b, c, d).

((a. b), (c, d))

((a, c), (b, d))

((a, d), (b, c))

((a, b, c), (d))

((a, b, d), (c))

((a, c, d), (b))

((b, c, d), (a)).

Also ist $S_{4.2} = 7$.

2. Dagegen wurde für die qualitative Arithmetik, wie sie innerhalb der von uns begründeten Ontik Anwendung findet (vgl. Toth 2015), Qualität im Sinne von Ort von Anfang an in den Zahlbegriff gebracht. Gegeben sei also eine Peano-Zahl P und ihr Ort (ω). D.h. eine qualitative ontische Zahl ist eine Zahl der Form

$P = f(\omega)$.

Dementsprechend gibt es natürlich den logischen Austausch der Spiegebildlichkeit, wie sie in der logischen Basisdichotomie der aristotelischen Logik durch

$L = (a, b) = (b, a)$

definitorisch verankert ist, nicht mehr, denn ein Ausdruck wie

$a = b$

bedeutet ja, wie Wittgenstein einmal gesagt hatte, daß an der Stelle von a auch b und an der Stelle von b auch an auftreten könne. Und dies widerspricht ja $P = f(\omega)$.

Das bedeutet, daß wir eine Abbildung bekommen der Form

$L = (a, b) \rightarrow$

$L^* = ((a), b), (a, (b)), ((b), a), (b, (a)),$

d.h. wir gehen statt von L aus von $L^* = (L, E)$, darin E ein Einbettungsoperator ist mit

$E: a \rightarrow (a)$.

3. Sowohl im Falle der Stirling-Zahlen als auch im Falle der P(ω)-Zahlen haben wir also Mengen mit vier Elementen. Berechnen wir also die Sterling-Zahl für $L^* = ((a), b), (a, (b)), ((b), a), (b, (a))$. Man sieht allerdings sehr schnell, daß

dies unmöglich ist, denn eine L*-Zahl wie ((a), b) oder ((b), a) besteht ja nicht aus zwei voneinander unabhängigen Zahlen, sondern ist eine Funktion und somit eine Relation. Die Frage, auf wie viele Arten eine Menge von n Zahlen in k nicht-leere disjunkte Teilmengen zerlegt werden können, ist also bei ortsfunktionalen Zahlen etwa so sinnlos wie der Versuch, die Höhe eines Tisches in Sekunden oder die Länge einer Strecke in Kalorien zu berechnen. Stattdessen bekommen wir wiederum drei qualitativ differenzierbare Zahlen, die wir adjazente, subjazente und transjazente Zahlen genannt hatten:

3.1. Adjazente P(ω)-Zahlen

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
Ø_i & Ø_j & & Ø_i & Ø_j & & Ø_j & Ø_i & & Ø_j & Ø_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

3.2. Subjazente P(ω)-Zahlen

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\
y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & Ø_j & & Ø_i & y_j & & Ø_j & y_i & & y_j & Ø_i \\
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i
\end{array}$$

3.3. Transjazente P(ω)-Zahlen

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}
$$

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Schadach, Dieter J., A Classification of Mappings. BCL Report No. 2/2. Department of Electrical Engineering, Univ. of Illinois, Urbana, Illinois 1967

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Von deiktischen Zahlen zu Relationalzahlen

1. In der quantitativen Mathematik gibt es nur eine einzige Zählweise, die lineare, welche durch die Peano-Axiome festgelegt ist (vgl. zuletzt Toth 2018). Weshalb dies so ist, ist auch den meisten Mathematikern nicht bewußt. Der Grund liegt darin, daß die zweiwertige aristotelische Logik, welche die Grundlage für die quantitative Mathematik bildet, in ihrer Basisdichotomie

$L = [0, 1]$

keine Vermittlung zwischen den Werten 0 und 1 zuläßt, d.h. sie sind absolut. Nun hatte bereits Günther festgestellt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Damit gilt natürlich

$L = [0, 1] = [1, 0] = L^{-1}$.

0 oder Position und 1 oder Negation (bzw. umgekehrt) stehen also erkenntnistheoretisch für das objektive Objekt einerseits und für das subjektive Subjekt andererseits.

2. Tatsächlich ist es aber so, daß die Begriffe Objekt und Subjekt ohne einander sinnlos sind. Ein Objekt kann nur dann ein solches sein, wenn es ein solches für ein Subjekt ist. Und ein Subjekt kann es nur dann geben, wenn es ein Objekt gibt, von dem es sich unterscheidet. Ontisch gesehen ist es daher nur dann sinnvoll, von einem Objekt zu sprechen, wenn es von einem Subjekt wahrgenommen wird. Durch die Wahrnehmung erhält aber das Objekt – als vom Subjekt Wahrgenommenes – Subjektanteile, und das Subjekt – als das das Objekt Wahrnehmendes -. erhält Objektanteile. Es ist daher, wie bereits in Toth

(2015a) ausgeführt, nötig, statt von L von einem Quadrupel von L-Funktionen der Form

$L_1 = [0, [1]]$ $\qquad$ $L_1^{-1} = [[1], 0]$

$L_3 = [[0], 1]$ $\qquad$ $L_2^{-1} = [1, [0]]$

auszugehen, die im Gegensatz zu $L = L^{-1}$ paarweise ungleich sind. Man kann diese vier L-Funktionen unter Vernachläßigung der Positionen der Werte in den vier Gleichungen durch

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$

ausdrücken. Je nachdem, ob man 0 oder 1 die erkenntnistheoretische Funktion des Objektes und 1 oder 0 diejenige des Subjektes zuweist, formalisieren daher die beiden letzten Gleichungen das subjektive Objekt und das objektive Subjekt. Rein formal wird für die Transformation

$\tau: \quad L \rightarrow (L_1, L_1^{-1}, L_2, L_2^{-1})$

lediglich ein Einbettungsoperator der Form

$E: \quad x \rightarrow [x]$ (mit $x \in (0, 1)$)

benötigt, d.h. kein dritter Wert, welcher als (substantielles) Tertium die aristotelische Basis der Logik zerstört. Wenn man E als Tertium bezeichnen will, dann handelt es sich um ein differentielles Tertium, das tatsächlich innerhalb der aristotelischen Logik nicht vorgesehen ist.

3. Wie man sieht, spielt innerhalb des Quadrupels von L-Funktionen allerdings nicht nur die Tatsache, ob ein Wert eingebettet oder nicht-eingebettet ist, eine Rolle, sondern auch, wo der Wert, d.h. die Zahl, steht, denn wie bereits gesagt, gilt

$[0, [1]] \neq [[1], 0]$

$[[0], 1] \neq [1, [0]]$

$[1, [0]] \neq [[0], 1]$

$[[1], 0] \neq [0, [1]]$.

Jede Zahl ist somit nicht nur von E, sondern auch von einem Ort ω abhängig, d.h. für jede Peanozahl x gilt

$x = f(E, \omega)$,

und diese Abhängigkeit ist es, was sie zur qualitativen Zahl macht (vgl. Toth 2015b-d) und nicht etwa die Orthogonalität von Paaren von Peanozahlen (vgl. Günther 1991, S. 419 ff.). In der im folgenden skizzierten qualitativen Arithmetik erhält man für Paare von Peanozahlen $P = (x, y)$ unter Anwendung von $x = f(E, \omega)$ und $y = f(E, \omega)$ statt der einen, linearen Zählweise der quantitativen Arithmetik drei Zählweisen mit je acht verschiedenen qualitativen Zahlen.

3.1. Sind x und y linear, so liegt die adjazente Zählweise vor.

1_i	$\leftrightarrow$	1_j		1_j	$\leftrightarrow$	1_i		1_j	$\leftrightarrow$	1_i		1_i	$\leftrightarrow$	1_j
$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$
$\emptyset_j$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_i$		$\emptyset_i$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_j$		$\emptyset_j$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_i$
$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\nearrow\swarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\nearrow\swarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$	$\nearrow\swarrow$	$\updownarrow$		$\updownarrow$
$\emptyset_j$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_i$		$\emptyset_i$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_j$		$\emptyset_i$	$\leftrightarrow$	$\emptyset_j$
$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$		$\updownarrow$
1_i	$\leftrightarrow$	1_j		1_j	$\leftrightarrow$	1_i		1_j	$\leftrightarrow$	1_i		1_j	$\leftrightarrow$	1_i

3.2. Sind x und y orthogonal, so liegt die subjazente Zählweise vor.

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & 1_j & \leftrightarrow & \emptyset_j \\
\updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\
1_j & \leftrightarrow & \emptyset_i & & \emptyset_i & \leftrightarrow & 1_j & & \emptyset_i & \leftrightarrow & 1_j & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j \\
\updownarrow & & \updownarrow & \nearrow\swarrow & \updownarrow & & \updownarrow & \nearrow\swarrow & \updownarrow & & \updownarrow & \nearrow\swarrow & \updownarrow & & \updownarrow \\
1_j & \leftrightarrow & \emptyset_i & & \emptyset_i & \leftrightarrow & 1_j & & \emptyset_i & \leftrightarrow & 1_j & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j \\
\updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\
1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j
\end{array}$$

3.3. Sind x und y diagonal, so liegt die transjazente Zählweise vor.

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j \\
\updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\
\emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i \\
\updownarrow & & \updownarrow & \nearrow\swarrow & \updownarrow & & \updownarrow & \nearrow\swarrow & \updownarrow & & \updownarrow & \nearrow\swarrow & \updownarrow & & \updownarrow \\
\emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & 1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & \emptyset_i & \leftrightarrow & 1_j \\
\updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\
1_i & \leftrightarrow & \emptyset_j & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & \emptyset_j & \leftrightarrow & 1_i & & 1_j & \leftrightarrow & \emptyset_i
\end{array}$$

In diesen Schemata referieren die Indizes auf die Subjektstandpunkte. Diese ermöglichen die Kompatibilisierung unserer qualitativen Arithmetik mit der von Kronthaler geschaffenen Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik beruht, welche ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken ist und jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht. Da dort aber nur das Subjekt iterierbar ist, während das Objekt, wie Hegel sagte, totes Objekt bleibt, gibt es in der Mathematik der Qualitäten im Gegensatz zu unserer qualitativen Arithmetik keine Vermittlung der Werte innerhalb der auch in der Mathematik der Qualitäten unangetasteten Dichotomie L = [0, 1].

4. In der qualitativen Arithmetik kann also jede Peanozahl x vermöge x = f(E, ω) entweder adjazent, subjazent oder transjazent gezählt werden, wobei es acht Möglichkeiten in jeder der drei Zählweisen gibt. Das bedeutet, daß bereits die elementare und nur quantitativ eindeutige Peano-Addition (0 + 1) qualitativ in 24 Möglichkeiten mehrdeutig ist. Jede qualitative Zahl ist somit in der allgemeinen Form

$x_{n, m}$

notierbar, darin n den Wert von E und m den Wert von ω angibt. Die quantitative Addition (0 + 1) ist somit ein Spezialfall für n = m. Beschränken wir uns zur Illustration auf das L-Quadrupel, so erhält man zunächst die folgenden Ungleichungen

$[0, [1]] \neq [[1], 0] \quad \rightarrow \quad (0, 1_{-1}) \neq (1_{-1}, 0)$

$[[0], 1] \neq [1, [0]] \quad \rightarrow \quad (0_{-1}, 1) \neq (1, 0_{-1})$

$[1, [0]] \neq [[0], 1] \quad \rightarrow \quad (1, 0_{-1}) \neq (0_{-1}, 1)$

$[[1], 0] \neq [0, [1]] \quad \rightarrow \quad (1_{-1}, 0) \neq (0, 1_{-1})$.

Damit entsteht allerdings eine Ambiguität zwischen Subjazenz und Transjazenz, denn z.B. kann $(0, 1_{-1})$

0

1

oder

0

    1

bedeuten. Daher muß auch bei Zahlenpaaren mit festgelegter Ordnung nicht nur die E-, sondern auch die ω-Position indiziert werden, d.h.

0

1 = $(0_{n, m}, 1_{n-1, m})$,

aber

0

1 = $(0_{n, m}, 1_{n-1, m+1})$,

wogegen

0

1 = $(0_{n, m}, 1_{n-1, m-1})$, usw.

Es ist somit möglich, alle 3 mal 8 Zählweisen der qualitativen Arithmetik für jede quantitative Peanozahl x durch x = f(E, ω) qualitativ darzustellen. Da ferner alle 24 Zählweisen paarweise voneinander verschieden sind, ist die Abbildung von quantitativen auf qualitative Zahlen bijektiv. Man braucht also nicht wie in der Mathematik der Qualitäten auf die Korzybski-Mehrdeutigkeit auszuweichen, welche dazu führt, daß kein einziger Satz der Mathematik der Qualitäten beweisbar ist. Dagegen werden alle Sätze einer qualitativen Mathematik, welche auf der Basis der qualitativen Arithmetik errichtet werden wird, auch beweisbar sein.

SATZ DER ADJAZENZ. Eine Zählweise ist adjazent gdw. $\omega_m \neq \omega_{m\pm1}$ gilt.

SATZ DER SUBJAZENZ. Eine Zählweise ist subjazent gdw. $E_n \neq E_{n\pm1}$ gilt.

SATZ DER TRANSJAZENZ. Eine Zählweise ist transjazent gdw. $\omega_m \neq \omega_{m\pm1}$ und $E_n \neq E_{n\pm1}$ gilt.

5. Wenn wir nun noch die subjektperspektivische Indizierung der drei qualitativen Zahlenfelder, wie sie oben dargestellt wurden, hinzunehmen, können wir die drei ortsfunktionalen Zahlenfelder wie folgt in Form von Feldern von

sowohl subjektal (, j) als auch objektal (n, m) indizierten Relationalzahlen darstellen.

5.1. Adjazente Zählweise

$0_{0,0,i}$	$1_{0,1,j}$	$1_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$1_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,i}$	$1_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
Ø$_{-1,0j}$	Ø$_{-1,1i}$	Ø$_{-10,i}$	Ø$_{-1,1,j}$	Ø$_{-10,i}$	Ø$_{-1,1,j}$	Ø$_{-1,0,j}$	Ø$_{-1,1,i}$
↕	↕ ↗↙	↕	↕ ↗↙	↕	↕ ↗↙	↕	↕
Ø$_{0,0,j}$	Ø$_{0,1,i}$	Ø$_{0,0,i}$	Ø$_{1,1,j}$	Ø$_{0,0,i}$	Ø$_{1,1,j}$	Ø$_{0,0,i}$	Ø$_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$0_{-1,0,i}$	$1_{-1,1,j}$	$1_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$1_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$

5.2. Subjazente Zählweise

$0_{0,0,i}$	Ø$_{0,1,j}$	Ø$_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	Ø$_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,i}$	Ø$_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$1_{-1,0,j}$	Ø$_{-1,1,i}$	Ø$_{-10,i}$	$1_{-1,1,j}$	Ø$_{-10,i}$	$1_{-1,1,j}$	$1_{-1,0,j}$	Ø$_{-1,1,i}$
↕	↕ ↗↙	↕	↕ ↗↙	↕	↕ ↗↙	↕	↕
$1_{0,0,j}$	Ø$_{0,1,i}$	Ø$_{0,0,i}$	$1_{1,1,j}$	Ø$_{0,0,i}$	$1_{1,1,j}$	$1_{0,0,i}$	Ø$_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$0_{-1,0,i}$	Ø $_{-1,1,j}$	Ø$_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	Ø$_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$

5.3. Transjazente Zählweise

$$
\begin{array}{llllllll}
0_{0,0,i} & \varnothing_{0,1,j} & \varnothing_{0,0,i} & 0_{1,1,i} & \varnothing_{0,0,j} & 0_{1,1,i} & 0_{0,0,i} & \varnothing_{0,1,j} \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\varnothing_{-1,0,j} & 1_{-1,1,i} & 1_{-10,i} & \varnothing_{-1,1,j} & 1_{-10,i} & \varnothing_{-1,1,j} & \varnothing_{-1,0,j} & 1_{-1,1,i} \\
\updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\varnothing_{0,0,j} & 1_{0,1,i} & 1_{0,0,i} & \varnothing_{1,1,j} & 1_{0,0,i} & \varnothing_{1,1,j} & \varnothing_{0,0,i} & 1_{0,1,j} \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
0_{-1,0,i} & \varnothing_{-1,1,j} & \varnothing_{-10,j} & 0_{-1,1,i} & \varnothing_{-10,j} & 0_{-1,1,i} & 0_{-1,0,j} & \varnothing_{-1,1,i}
\end{array}
$$

Da man durch Entfernung von ω und E diese ortsfunktionalen Einbettungszahlen in Peanozahlen zurückverwandeln kann und da die Peircezahlen eine Teilmenge der Peanozahlen sind (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.), gelten diese hier geschaffenen deiktischen Relationalzahlen für alle drei Arten von Zahlen, in Sonderheit also nicht nur für die qualitativen, sondern auch für die quantitativen Zahlen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Qualitative Zählweisen und Relationalzahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Von deiktischen Zahlen zu Relationalzahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2018

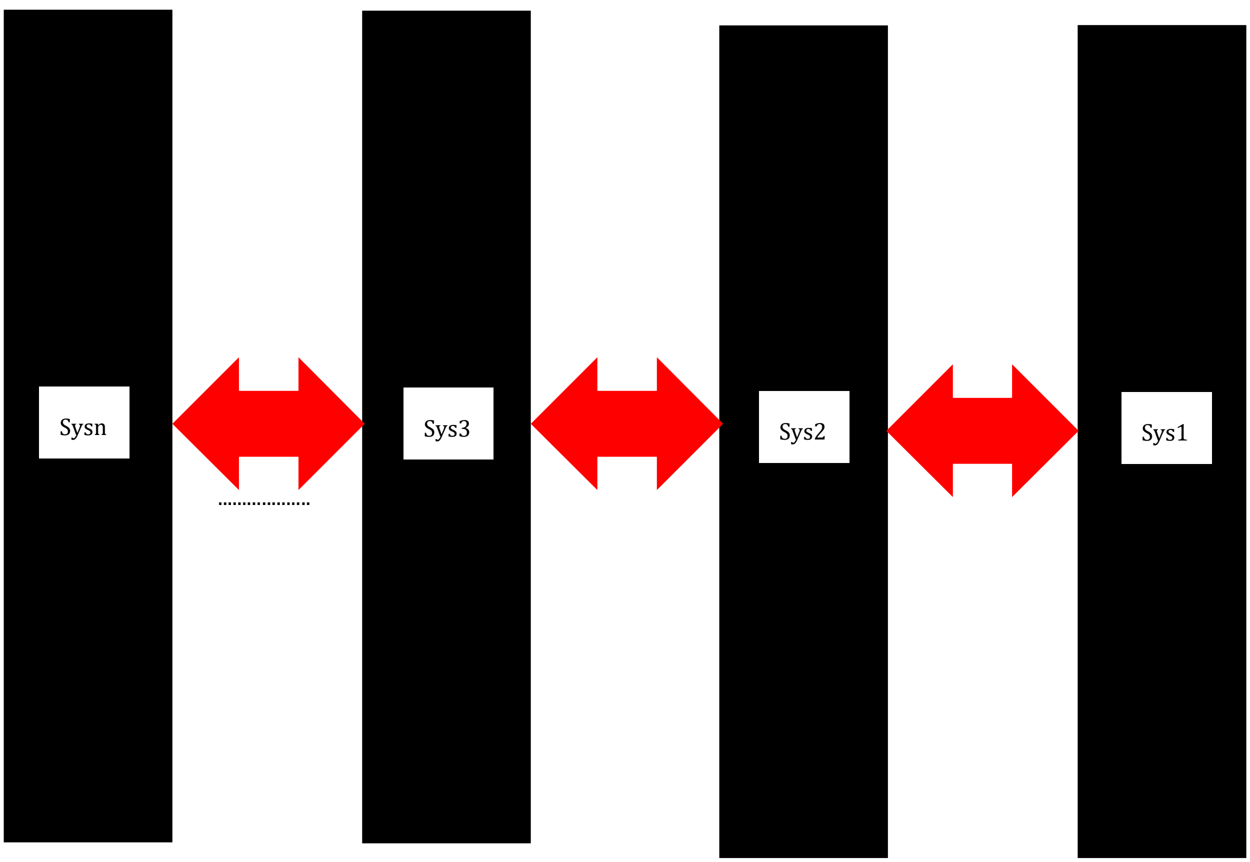
Ontische Einbettungszahlen und Reihigkeit

1. Reihigkeit ist bekanntlich eine der in Toth (2013) definierten ontisch invarianten Eigenschaften. Die ontischen Einbettungszahlen wurden zuletzt in Toth (2018a) als qualitatives System ortsfunktionaler Peanozahlen der Form

$$R = (0, 1, \omega, E, i, j)$$

definiert, darin ω und E die Indizes für den Ort der Zahl und ihre Einbettungsstufe, d.h. für die Objektreferenz der Zahl, sowie i und j die Indizes für die Subjektreferenz der Zahl sind.

2. Ontische Reihigkeit kann, ausgehend vom allgemeinen Modell der Colinearität (vgl. Toth 2018b), ontotopologisch wie folgt dargestellt werden.



Im folgenden nehmen wir die sowohl objektal als auch subjektal indizierten Relationalzahlen R als qualitativ-mathematische Basis und unterscheiden zwischen positiven und negativen Relationalzahlen.

2.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
\pm 0_{0,0,i} & \pm 1_{0,1,j} & \pm 1_{0,0,j} & \pm 0_{1,1,i} & \pm 1_{0,0,j} & \pm 0_{1,1,i} & \pm 0_{0,0,i} & \pm 1_{0,1,j} \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\pm \varnothing_{-1,0j} & \pm \varnothing_{-1,1i} & \pm \varnothing_{-10,i} & \pm \varnothing_{-1,1,j} & \pm \varnothing_{-10,i} & \pm \varnothing_{-1,1,j} & \pm \varnothing_{-1,0,j} & \pm \varnothing_{-1,1,i} \\
\updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\pm \varnothing_{0,0,j} & \pm \varnothing_{0,1,i} & \pm \varnothing_{0,0,i} & \pm \varnothing_{1,1,j} & \pm \varnothing_{0,0,i} & \pm \varnothing_{1,1,j} & \pm \varnothing_{0,0,i} & \pm \varnothing_{0,1,j} \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\pm 0_{-1,0,i} & \pm 1_{-1,1,j} & \pm 1_{-10,j} & \pm 0_{-1,1,i} & \pm 1_{-10,j} & \pm 0_{-1,1,i} & \pm 0_{-1,0,j} & \pm 1_{-1,1,i}
\end{array}$$

2.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
\pm 0_{0,0,i} & \pm \varnothing_{0,1,j} & \pm \varnothing_{0,0,j} & \pm 0_{1,1,i} & \pm \varnothing_{0,0,j} & \pm 0_{1,1,i} & \pm 0_{0,0,i} & \pm \varnothing_{0,1,j} \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\pm 1_{-1,0,j} & \pm \varnothing_{-1,1,i} & \pm \varnothing_{-10,i} & \pm 1_{-1,1,j} & \pm \varnothing_{-10,i} & \pm 1_{-1,1,j} & 1_{-1,0,j} & \varnothing_{-1,1,i} \\
\updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \quad \nearrow\swarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\pm 1_{0,0,j} & \pm \varnothing_{0,1,i} & \pm \varnothing_{0,0,i} & \pm 1_{1,1,j} & \pm \varnothing_{0,0,i} & \pm 1_{1,1,j} & \pm 1_{0,0,i} & \pm \varnothing_{0,1,j} \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\pm 0_{-1,0,i} & \pm \varnothing_{-1,1,j} & \pm \varnothing_{-10,j} & \pm 0_{-1,1,i} & \pm \varnothing_{-10,j} & \pm 0_{-1,1,i} & \pm 0_{-1,0,j} & \pm 1_{-1,1,i}
\end{array}$$

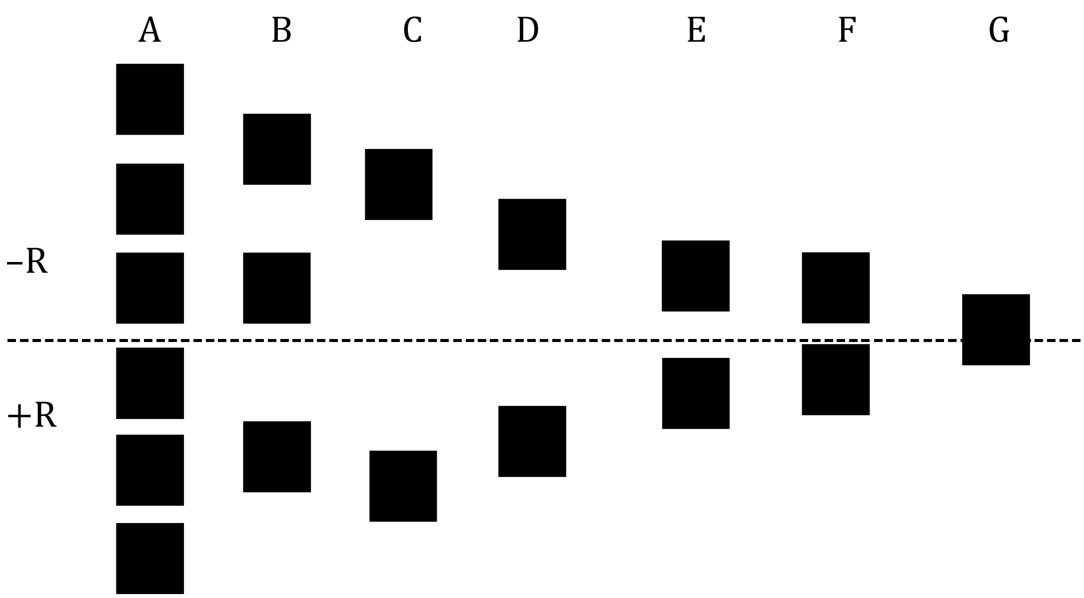
2.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
\pm 0_{0,0,i} & \pm \varnothing_{0,1,j} & \pm \varnothing_{0,0,i} & \pm 0_{1,1,i} & \pm \varnothing_{0,0,j} & \pm 0_{1,1,i} & \pm 0_{0,0,i} & \pm \varnothing_{0,1,j} \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\pm \varnothing_{-1,0,j} & \pm 1_{-1,1,i} & \pm 1_{-10,i} & \pm \varnothing_{-1,1,j} & \pm 1_{-10,i} & \pm \varnothing_{-1,1,j} & \pm \varnothing_{-1,0,j} & \pm 1_{-1,1,i}
\end{array}$$

$\updownarrow$	$\updownarrow$ $\nearrow\swarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$ $\nearrow\swarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$ $\nearrow\swarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$
$\pm Ø_{0,0,j}$	$\pm 1_{0,1,i}$	$\pm 1_{0,0,i}$	$\pm Ø_{1,1,j}$	$\pm 1_{0,0,i}$	$\pm Ø_{1,1,j}$	$\pm Ø_{0,0,i}$	$\pm 1_{0,1,j}$
$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$	$\updownarrow$
$\pm 0_{-1,0,i}$	$\pm Ø_{-1,1,j}$	$\pm Ø_{-10,j}$	$\pm 0_{-1,1,i}$	$\pm Ø_{-10,j}$	$\pm 0_{-1,1,i}$	$\pm 0_{-1,0,j}$	$\pm Ø_{-1,1,i}$

3. Auf das ontotopologische Colinearitätsmodell übertragen, können wir die funktionale Abhängigkeit der Reihigkeit von den Ebenen der Relationalzahen also in subjazenter Weise sehr grob also wie folgt skizzieren.

Reih = f(R = ((0, 1, ω, E, i, j)) =



Literatur

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal für Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Von deiktischen Zahlen zu Relationalzahlen. In: Electronic Journal für Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Colinearität als Vermittlung von Biadessivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018b

Relationalzahlen topologischer semiotischer Relationen I

1. Die in Toth (2019) definierten 6 möglichen Einbettungsstufen 1. Stufe logisch-semiotisch-ontischer Relationen lassen sich mit Hilfe von Relationalzahlen (vgl. Toth 2015) wie folgt definieren

$R = (A, B) = (1, 2)$

$R = ((A, B)) = ((1, 2)_{-1})$

$R = ((A), B) = (1_{-1}, 2)$

$R = (B, (A)) = (2, 1_{-1})$

$R = ((B), A) = (2_{-1}, 1)$

$R = (B, (A)) = (2, 1_{-1})$.

2. Die 6 mal 36 = 216 durch E differenzierbaren topologischen semiotischen Relationen, d.h. das vollständige System einer topologischer dyadisch-trichotomischen Semiotik, läßt sich hernach wie folgt formal darstellen.

$(1.1, 2.1)$	$(1.1_{-1}, 2.1)$	$(1.1, 2.1_{-1})$	$(2.1_{-1}, 1.1)$	$(2.1, 1.1_{-1})$	$((2.1, 1.1)_{-1})$
$(1.1, 2.1]$	$(1.1_{-1}, 2.1]$	$(1.1, 2.1_{-1}]$	$(2.1_{-1}, 1.1]$	$(2.1, 1.1_{-1}]$	$((1.1, 2.1)_{-1}]$
$[1.1, 2.1)$	$[1.1_{-1}, 2.1)$	$[1.1, 2.1_{-1})$	$[2.1_{-1}, 1.1)$	$[2.1, 1.1_{-1})$	$[(1.1, 2.1)_{-1})$
$[1.1, 2.1]$	$[1.1_{-1}, 2.1]$	$[1.1, 2.1_{-1}]$	$[2.1_{-1}, 1.1]$	$[2.1, 1.1_{-1}]$	$[(1.1, 2.1)_{-1}]$
$(1.1, 2.2)$	$(1.1_{-1}, 2.2)$	$(1.1, 2.2_{-1})$	$(2.2_{-1}, 1.1)$	$(2.2, 1.1_{-1})$	$((1.1, 2.2)_{-1})$
$(1.1, 2.2]$	$(1.1_{-1}, 2.2]$	$(1.1, 2.2_{-1}]$	$(2.2_{-1}, 1.1]$	$(2.2, 1.1_{-1}]$	$((1.1, 2.2)_{-1}]$
$[1.1, 2.2)$	$[1.1_{-1}, 2.2)$	$[1.1, 2.2_{-1})$	$[2.2_{-1}, 1.1)$	$[2.2, 1.1_{-1})$	$[(1.1, 2.2)_{-1})$
$[1.1, 2.2]$	$[1.1_{-1}, 2.2]$	$[1.1, 2.2_{-1}]$	$[2.2_{-1}, 1.1]$	$[2.2, 1.1_{-1}]$	$[(1.1, 2.2)_{-1}]$
$(1.1, 2.3)$	$(1.1_{-1}, 2.3)$	$(1.1, 2.3_{-1})$	$(2.3_{-1}, 1.1)$	$(2.3, 1.1_{-1})$	$((1.1, 2.3)_{-1})$
$(1.1, 2.3]$	$(1.1_{-1}, 2.3]$	$(1.1, 2.3_{-1}]$	$(2.3_{-1}, 1.1]$	$(2.3, 1.1_{-1}]$	$((1.1, 2.3)_{-1}]$

$[1.1, 2.3)$	$[1.1_{-1}, 2.3)$	$[1.1, 2.3_{-1})$	$[2.3_{-1}, 1.1)$	$[2.3, 1.1_{-1})$	$[(1.1, 2.3)_{-1})$
$[1.1, 2.3]$	$[1.1_{-1}, 2.3]$	$[1.1, 2.3_{-1}]$	$[2.3_{-1}, 1.1]$	$[2.3, 1.1_{-1}]$	$[(1.1, 2.3)_{-1}]$
$(1.2, 2.1)$	$(1.2_{-1}, 2.1)$	$(1.2, 2.1_{-1})$	$(2.1_{-1}, 1.2)$	$(2.1, 1.2_{-1})$	$((1.2, 2.1)_{-1})$
$(1.2, 2.1]$	$(1.2_{-1}, 2.1]$	$(1.2, 2.1_{-1}]$	$(2.1_{-1}, 1.2]$	$(2.1, 1.2_{-1}]$	$((1.2, 2.1)_{-1}]$
$[1.2, 2.1)$	$[1.2_{-1}, 2.1)$	$[1.2, 2.1_{-1})$	$[2.1_{-1}, 1.2)$	$[2.1, 1.2_{-1})$	$[(1.2, 2.1)_{-1})$
$[1.2, 2.1]$	$[1.2_{-1}, 2.1]$	$[1.2, 2.1_{-1}]$	$[2.1_{-1}, 1.2]$	$[2.1, 1.2_{-1}]$	$[(1.2, 2.1)_{-1}]$
$(1.2, 2.2)$	$(1.2_{-1}, 2.2)$	$(1.2, 2.2_{-1})$	$(2.2_{-1}, 1.2)$	$(2.2, 1.2_{-1})$	$((1.2, 2.2)_{-1})$
$(1.2, 2.2]$	$(1.2_{-1}, 2.2]$	$(1.2, 2.2_{-1}]$	$(1.2_{-1}, 2.2]$	$(1.2, 2.2_{-1}]$	$((1.2, 2.2)_{-1}]$
$[1.2, 2.2)$	$[1.2_{-1}, 2.2)$	$[1.2, 2.2_{-1})$	$[2.2_{-1}, 1.2)$	$[2.2, 1.2_{-1})$	$[(1.2, 2.2)_{-1})$
$[1.2, 2.2]$	$[1.2_{-1}, 2.2]$	$[1.2, 2.2_{-1}]$	$[2.2_{-1}, 1.2]$	$[2.2, 1.2_{-1}]$	$[(1.2, 2.2)_{-1}]$
$(1.2, 2.3)$	$(1.2_{-1}, 2.3)$	$(1.2, 2.3_{-1})$	$(2.3_{-1}, 1.2)$	$(2.3, 1.2_{-1})$	$(1.2, 2.3)_{-1})$
$(1.2, 2.3]$	$(1.2_{-1}, 2.3]$	$(1.2, 2.3_{-1}]$	$(2.3_{-1}, 1.2]$	$(2.3, 1.2_{-1}]$	$((1.2, 2.3)_{-1}]$
$[1.2, 2.3)$	$[1.2_{-1}, 2.3)$	$[1.2, 2.3_{-1})$	$[2.3_{-1}, 1.2)$	$[2.3, 1.2_{-1})$	$[(1.2, 2.3)_{-1})$
$[1.2, 2.3]$	$[1.2_{-1}, 2.3]$	$[1.2, 2.3_{-1}]$	$[2.3_{-1}, 1.2]$	$[2.3, 1.2_{-1}]$	$[(1.2, 2.3)_{-1}]$
$(1.3, 2.1)$	$(1.3_{-1}, 2.1)$	$(1.3, 2.1_{-1})$	$(2.1_{-1}, 1.3)$	$(2.1, 1.3_{-1})$	$((1.3, 2.1)_{-1})$
$(1.3, 2.1]$	$(1.3_{-1}, 2.1]$	$(1.3, 2.1_{-1}]$	$(2.1_{-1}, 1.3]$	$(2.1, 1.3_{-1}]$	$((1.3, 2.1)_{-1}]$
$[1.3, 2.1)$	$[1.3_{-1}, 2.1)$	$[1.3, 2.1_{-1})$	$[2.1_{-1}, 1.3)$	$[2.1, 1.3_{-1})$	$[(1.3, 2.1)_{-1})$
$[1.3, 2.1]$	$[1.3_{-1}, 2.1]$	$[1.3, 2.1_{-1}]$	$[2.1_{-1}, 1.3]$	$[2.1, 1.3_{-1}]$	$[(1.3, 2.1)_{-1}]$
$(1.3, 2.2)$	$(1.3_{-1}, 2.2)$	$(1.3, 2.2_{-1})$	$(2.2_{-1}, 1.3)$	$(2.2, 1.3_{-1})$	$((1.3, 2.2)_{1})$
$(1.3, 2.2]$	$(1.3_{-1}, 2.2]$	$(1.3, 2.2_{-1}]$	$(2.2_{-1}, 1.3]$	$(2.2, 1.3_{-1}]$	$((1.3, 2.2)_{-1}]$
$[1.3, 2.2)$	$[1.3_{-1}, 2.2)$	$[1.3, 2.2_{-1})$	$[2.2_{-1}, 1.3)$	$[2.2, 1.3_{-1})$	$[(1.3, 2.2)_{-1})$
$[1.3, 2.2]$	$[1.3_{-1}, 2.2]$	$[1.3, 2.2_{-1}]$	$[2.2_{-1}, 1.3]$	$[2.2, 1.3_{-1}]$	$[(1.3, 2.2)_{-1}]$

$(1.3, 2.3)$ $(1.3_{-1}, 2.3)$ $(1.3, 2.3_{-1})$ $(2.3_{-1}, 1.3)$ $(2.3, 1.3_{-1})$ $((1.3, 2.3)_{-1})$

$(1.3, 2.3]$ $(1.3_{-1}, 2.3]$ $(1.3, 2.3_{-1}]$ $(2.3_{-1}, 1.3]$ $(2.3, 1.3_{-1}]$ $((1.3, 2.3)_{-1}]$

$[1.3, 2.3)$ $[1.3_{-1}, 2.3)$ $[1.3, 2.3_{-1})$ $[2.3_{-1}, 1.3)$ $[2.3, 1.3_{-1})$ $[(1.3, 2.3)_{-1})$

$[1.3, 2.3]$ $[1.3_{-1}, 2.3]$ $[1.3, 2.3_{-1}]$ $[2.3_{-1}, 1.3]$ $[2.3, 1.3_{-1}]$ $[(1.3, 2.3)_{-1}]$.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Ein Sextupel topologischer semiotischer Relationen als Basis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Relationalzahlen topologischer semiotischer Relationen II

1. Die in Toth (2019a) definierten 6 möglichen Einbettungsstufen 1. Stufe logisch-semiotisch-ontischer Relationen lassen sich mit Hilfe von Relationalzahlen (vgl. Toth 2015) wie folgt definieren

$$R = (A, B) = (1, 2)$$

$$R = ((A, B)) = ((1, 2)_{-1})$$

$$R = ((A), B) = (1_{-1}, 2)$$

$$R = (B, (A)) = (2, 1_{-1})$$

$$R = ((B), A) = (2_{-1}, 1)$$

$$R = (B, (A)) = (2, 1_{-1}).$$

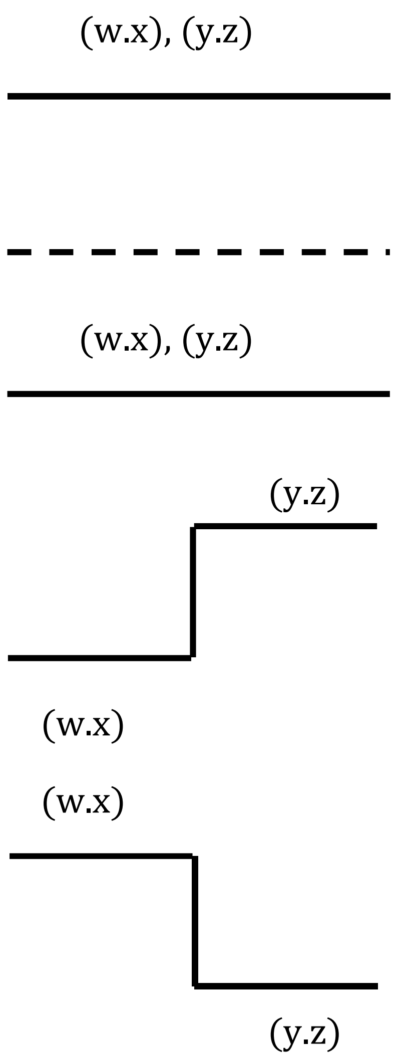
Die 6 mal 36 = 216 durch E differenzierbaren topologischen semiotischen Relationen, d.h. das vollständige System einer topologischer dyadisch-trichotomischen Semiotik, läßt sich hernach wie folgt formal darstellen.

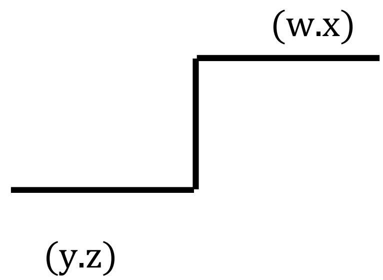
$(1.1, 2.1)$	$(1.1_{-1}, 2.1)$	$(1.1, 2.1_{-1})$	$(2.1_{-1}, 1.1)$	$(2.1, 1.1_{-1})$	$((2.1, 1.1)_{-1})$
$(1.1, 2.1]$	$(1.1_{-1}, 2.1]$	$(1.1, 2.1_{-1}]$	$(2.1_{-1}, 1.1]$	$(2.1, 1.1_{-1}]$	$((1.1, 2.1)_{-1}]$
$[1.1, 2.1)$	$[1.1_{-1}, 2.1)$	$[1.1, 2.1_{-1})$	$[2.1_{-1}, 1.1)$	$[2.1, 1.1_{-1})$	$[(1.1, 2.1)_{-1})$
$[1.1, 2.1]$	$[1.1_{-1}, 2.1]$	$[1.1, 2.1_{-1}]$	$[2.1_{-1}, 1.1]$	$[2.1, 1.1_{-1}]$	$[(1.1, 2.1)_{-1}]$
$(1.1, 2.2)$	$(1.1_{-1}, 2.2)$	$(1.1, 2.2_{-1})$	$(2.2_{-1}, 1.1)$	$(2.2, 1.1_{-1})$	$((1.1, 2.2)_{-1})$
$(1.1, 2.2]$	$(1.1_{-1}, 2.2]$	$(1.1, 2.2_{-1}]$	$(2.2_{-1}, 1.1]$	$(2.2, 1.1_{-1}]$	$((1.1, 2.2)_{-1}]$
$[1.1, 2.2)$	$[1.1_{-1}, 2.2)$	$[1.1, 2.2_{-1})$	$[2.2_{-1}, 1.1)$	$[2.2, 1.1_{-1})$	$[(1.1, 2.2)_{-1})$
$[1.1, 2.2]$	$[1.1_{-1}, 2.2]$	$[1.1, 2.2_{-1}]$	$[2.2_{-1}, 1.1]$	$[2.2, 1.1_{-1}]$	$[(1.1, 2.2)_{-1}]$
$(1.1, 2.3)$	$(1.1_{-1}, 2.3)$	$(1.1, 2.3_{-1})$	$(2.3_{-1}, 1.1)$	$(2.3, 1.1_{-1})$	$((1.1, 2.3)_{-1})$
$(1.1, 2.3]$	$(1.1_{-1}, 2.3]$	$(1.1, 2.3_{-1}]$	$(2.3_{-1}, 1.1]$	$(2.3, 1.1_{-1}]$	$((1.1, 2.3)_{-1}]$

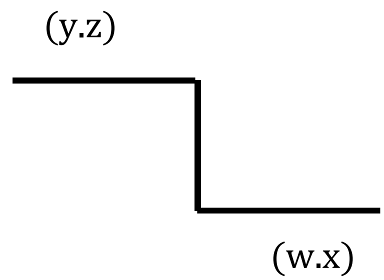
$[1.1, 2.3)$	$[1.1_{-1}, 2.3)$	$[1.1, 2.3_{-1})$	$[2.3_{-1}, 1.1)$	$[2.3, 1.1_{-1})$	$[(1.1, 2.3)_{-1})$
$[1.1, 2.3]$	$[1.1_{-1}, 2.3]$	$[1.1, 2.3_{-1}]$	$[2.3_{-1}, 1.1]$	$[2.3, 1.1_{-1}]$	$[(1.1, 2.3)_{-1}]$
$(1.2, 2.1)$	$(1.2_{-1}, 2.1)$	$(1.2, 2.1_{-1})$	$(2.1_{-1}, 1.2)$	$(2.1, 1.2_{-1})$	$((1.2, 2.1)_{-1})$
$(1.2, 2.1]$	$(1.2_{-1}, 2.1]$	$(1.2, 2.1_{-1}]$	$(2.1_{-1}, 1.2]$	$(2.1, 1.2_{-1}]$	$((1.2, 2.1)_{-1}]$
$[1.2, 2.1)$	$[1.2_{-1}, 2.1)$	$[1.2, 2.1_{-1})$	$[2.1_{-1}, 1.2)$	$[2.1, 1.2_{-1})$	$[(1.2, 2.1)_{-1})$
$[1.2, 2.1]$	$[1.2_{-1}, 2.1]$	$[1.2, 2.1_{-1}]$	$[2.1_{-1}, 1.2]$	$[2.1, 1.2_{-1}]$	$[(1.2, 2.1)_{-1}]$
$(1.2, 2.2)$	$(1.2_{-1}, 2.2)$	$(1.2, 2.2_{-1})$	$(2.2_{-1}, 1.2)$	$(2.2, 1.2_{-1})$	$((1.2, 2.2)_{-1})$
$(1.2, 2.2]$	$(1.2_{-1}, 2.2]$	$(1.2, 2.2_{-1}]$	$(1.2_{-1}, 2.2]$	$(1.2, 2.2_{-1}]$	$((1.2, 2.2)_{-1}]$
$[1.2, 2.2)$	$[1.2_{-1}, 2.2)$	$[1.2, 2.2_{-1})$	$[2.2_{-1}, 1.2)$	$[2.2, 1.2_{-1})$	$[(1.2, 2.2)_{-1})$
$[1.2, 2.2]$	$[1.2_{-1}, 2.2]$	$[1.2, 2.2_{-1}]$	$[2.2_{-1}, 1.2]$	$[2.2, 1.2_{-1}]$	$[(1.2, 2.2)_{-1}]$
$(1.2, 2.3)$	$(1.2_{-1}, 2.3)$	$(1.2, 2.3_{-1})$	$(2.3_{-1}, 1.2)$	$(2.3, 1.2_{-1})$	$(1.2, 2.3)_{-1})$
$(1.2, 2.3]$	$(1.2_{-1}, 2.3]$	$(1.2, 2.3_{-1}]$	$(2.3_{-1}, 1.2]$	$(2.3, 1.2_{-1}]$	$((1.2, 2.3)_{-1}]$
$[1.2, 2.3)$	$[1.2_{-1}, 2.3)$	$[1.2, 2.3_{-1})$	$[2.3_{-1}, 1.2)$	$[2.3, 1.2_{-1})$	$[(1.2, 2.3)_{-1})$
$[1.2, 2.3]$	$[1.2_{-1}, 2.3]$	$[1.2, 2.3_{-1}]$	$[2.3_{-1}, 1.2]$	$[2.3, 1.2_{-1}]$	$[(1.2, 2.3)_{-1}]$
$(1.3, 2.1)$	$(1.3_{-1}, 2.1)$	$(1.3, 2.1_{-1})$	$(2.1_{-1}, 1.3)$	$(2.1, 1.3_{-1})$	$((1.3, 2.1)_{-1})$
$(1.3, 2.1]$	$(1.3_{-1}, 2.1]$	$(1.3, 2.1_{-1}]$	$(2.1_{-1}, 1.3]$	$(2.1, 1.3_{-1}]$	$((1.3, 2.1)_{-1}]$
$[1.3, 2.1)$	$[1.3_{-1}, 2.1)$	$[1.3, 2.1_{-1})$	$[2.1_{-1}, 1.3)$	$[2.1, 1.3_{-1})$	$[(1.3, 2.1)_{-1})$
$[1.3, 2.1]$	$[1.3_{-1}, 2.1]$	$[1.3, 2.1_{-1}]$	$[2.1_{-1}, 1.3]$	$[2.1, 1.3_{-1}]$	$[(1.3, 2.1)_{-1}]$
$(1.3, 2.2)$	$(1.3_{-1}, 2.2)$	$(1.3, 2.2_{-1})$	$(2.2_{-1}, 1.3)$	$(2.2, 1.3_{-1})$	$((1.3, 2.2)_{1})$
$(1.3, 2.2]$	$(1.3_{-1}, 2.2]$	$(1.3, 2.2_{-1}]$	$(2.2_{-1}, 1.3]$	$(2.2, 1.3_{-1}]$	$((1.3, 2.2)_{-1}]$
$[1.3, 2.2)$	$[1.3_{-1}, 2.2)$	$[1.3, 2.2_{-1})$	$[2.2_{-1}, 1.3)$	$[2.2, 1.3_{-1})$	$[(1.3, 2.2)_{-1})$
$[1.3, 2.2]$	$[1.3_{-1}, 2.2]$	$[1.3, 2.2_{-1}]$	$[2.2_{-1}, 1.3]$	$[2.2, 1.3_{-1}]$	$[(1.3, 2.2)_{-1}]$

(1.3, 2.3)	$(1.3_{-1}, 2.3)$	$(1.3, 2.3_{-1})$	$(2.3_{-1}, 1.3)$	$(2.3, 1.3_{-1})$	$((1.3, 2.3)_{-1})$
(1.3, 2.3]	$(1.3_{-1}, 2.3]$	$(1.3, 2.3_{-1}]$	$(2.3_{-1}, 1.3]$	$(2.3, 1.3_{-1}]$	$((1.3, 2.3)_{-1}]$
[1.3, 2.3)	$[1.3_{-1}, 2.3)$	$[1.3, 2.3_{-1})$	$[2.3_{-1}, 1.3)$	$[2.3, 1.3_{-1})$	$[(1.3, 2.3)_{-1})$
[1.3, 2.3]	$[1.3_{-1}, 2.3]$	$[1.3, 2.3_{-1}]$	$[2.3_{-1}, 1.3]$	$[2.3, 1.3_{-1}]$	$[(1.3, 2.3)_{-1}]$.

2. Wie man leicht zeigen kann, liegen den 6 durch E differenzierbaren topologischen semiotischen Relationen nur 3 geometrische Darstellungen ihrer zahlentheoretischen Strukturen zu Grunde.

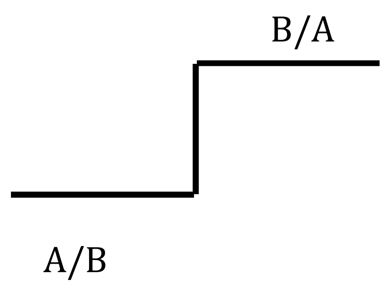


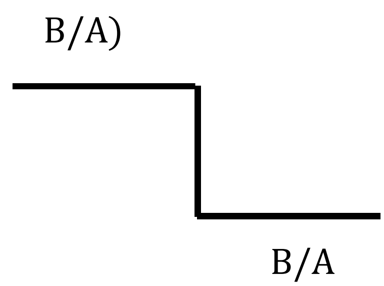




Wir haben also die 3 folgenden geometrischen Basisstrukturen

$(A, B), ((A, B)_{-1})$





(A_{-1}, B)

(A, B_{-1})

(B_{-1}, A)

(B, A_{-1})

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Ein Sextupel topologischer semiotischer Relationen als Basis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Relationalzahlen topologischer semiotischer Relationen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Ortsfunktionale Zweistufigkeit dyadisch-trichotomischer semiotischer Relationen

1. Im Toth (2019a) hatten wir ein Stufenschema für dyadisch trichotomische Relationen der allgemeinen Form

$Z = ((w.x), (y.z))$

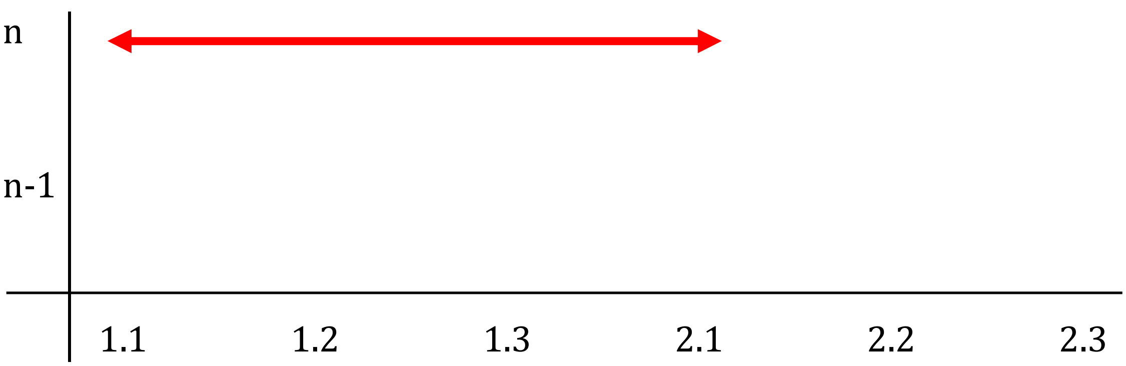
für E, d.h. für 2-stufige Einbettung mit

E: $x \rightarrow (x)$

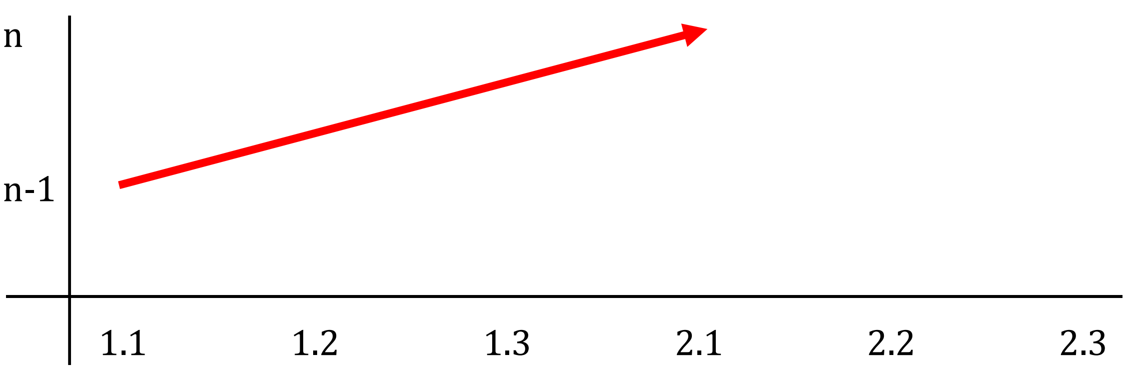
konstruiert. Zur Erinnerung seinen hier die Funktionsverläufe der ersten Folge der 6-tupel semiotischer Relationen (vgl. Toth 2019b) nochmals aufgezeigt.

$(1.1, 2.1)$ $(1.1_{-1}, 2.1)$ $(1.1, 2.1_{-1})$ $(2.1_{-1}, 1.1)$ $(2.1, 1.1_{-1})$ $((2.1, 1.1)_{-1})$.

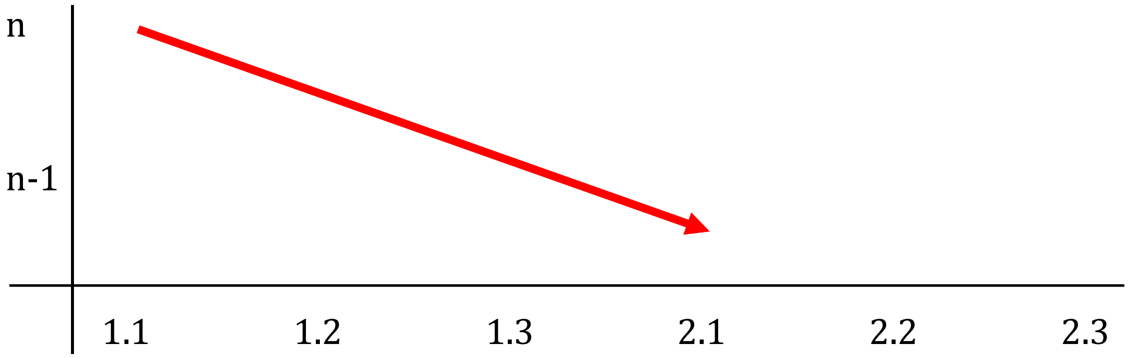
2.1. $Z = f((1.1, 2.1))$



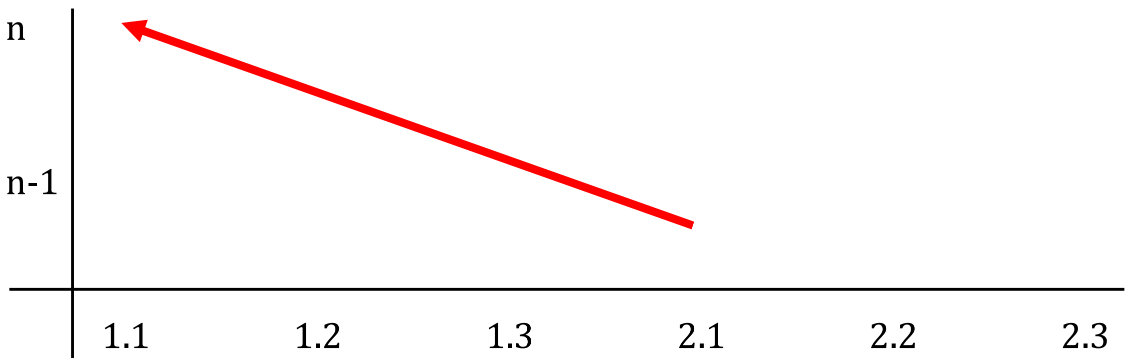
2.2. $Z = f((1.1_{-1}, 2.1))$



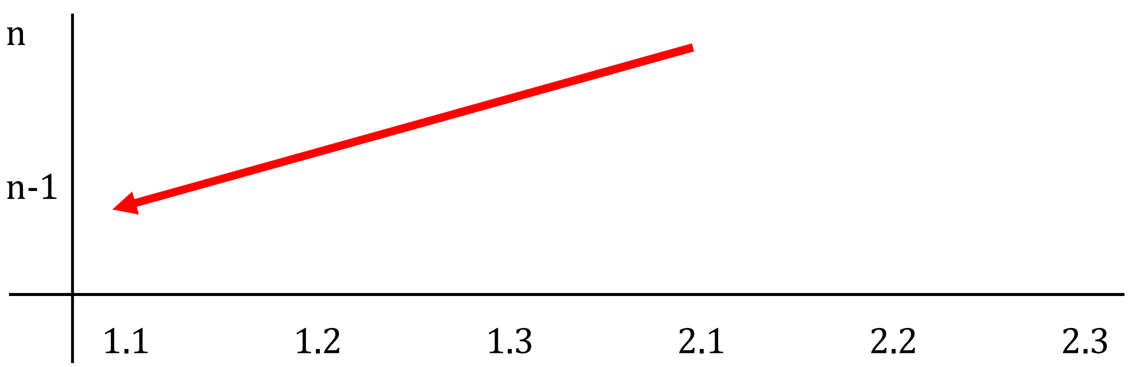
2.3. $Z = f((1.1, 2.1_{-1}))$



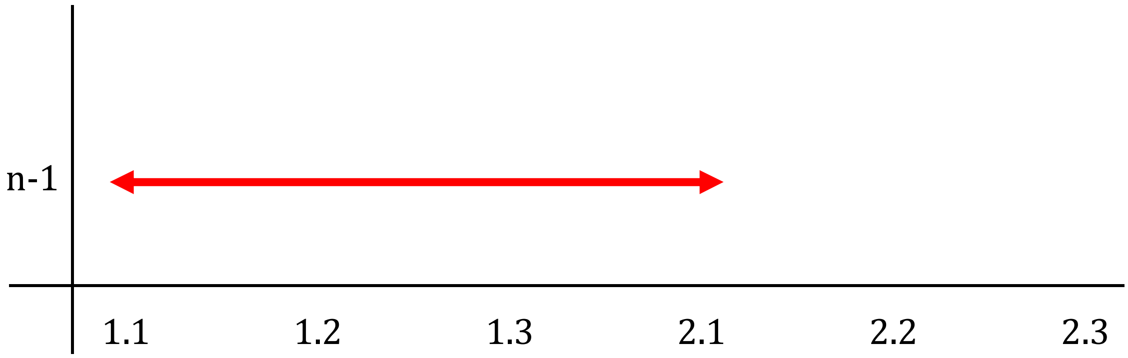
2.4. $Z = f((2.1_{-1}, 1.1))$



2.5. $Z = f((2.1, 1.1_{-1}))$



2.6. $Z = f(((2.1, 1.1)_{-1}))$



Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Relationalzahlen topologischer semiotischer Relationen VIII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Ein Sextupel topologischer semiotischer Relationen als Basis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Relationalzahlen topologischer Peircezahlen

1. Die Peircezahlen wurden in Toth (2011) in die mathematische Semiotik eingeführt. Bense (1981, S. 17 ff.) sprach von “Primzeichen” oder “Zeichenzahlen”. Danach wird ein Subzeichen der allgemeinen Form

$S = (x.y)$

durch kartesische Produktbildung aus einer triadischen Peircezahl

$P_{td} = (x.)$

und einer trichotomischen Peircezahl

$P_{tt} = (.y)$

vermöge

$S = (x.) \times (.y)$

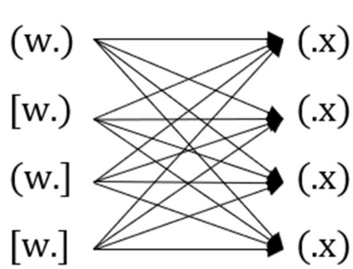
gebildet.

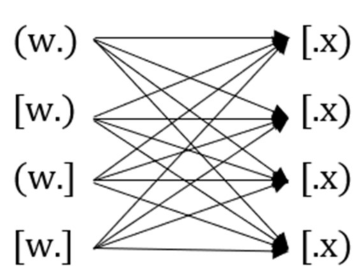
Wie jede semiotische Relation offen, halboffen oder abgeschlossen sein kann (vgl. Toth 2019a), so kann nach Toth (2019b) auch jede Peircezahl in dreifachem topologischem Abschluß erscheinen

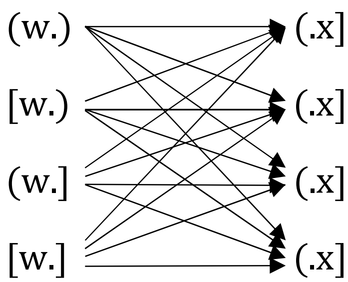
$P_{td} = ((x.), [x.), (x.], [x.])$

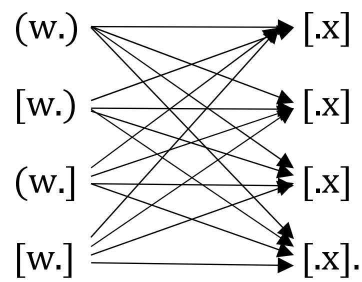
$P_{tt} = ((.y), [.y), (,y], [.y])$.

Diese je vier topologischen Öffnungsgrade von Peircezahlen können wir also durch folgende Abbildungen zu Subzeichen kombinieren









Damit erhalten wir 64 Subzeichen der Form (w.x). Diese müssen wegen der Definition des dyadisch-trichotomischen Zeichens

$Z^{2,3}$ = ((w.x), (y.z))

zu 64 mal 64 = 4096 Paaren von Subzeichen kombiniert werden.

2. Damit erhalten wir also Subzeichen der Form

(x.)(.y)	(x.](.y)	[x.)(.y)	[x.](.y)
(x.)(.y]	(x.](.y]	[x.)(.y]	[x.](.y]
(x.)[.y)	(x.][.y)	[x.)[.y)	[x.][.y)
(x.)[.y]	(x.][.y]	[x.)[.y]	[x.][.y].

Jedes dieser 16 Subzeichen kann nun vermöge Toth (2019c) als 6-tupel erscheinen

(x.)(.y)	((x.))(.y)	(x.)((.y))	((y.))(.x)	(y.)((.x))	((x.))((.y))
(x.)(.y]	((x.))(.y]	(x.)((.y)]	((y.))(.x]	(y.)((.x)]	((x.))((.y)]
(x.)[.y)	((x.))[.y)	(x.)[(.y))	((y.))[.x)	(y.)[(.x))	((x.))[(.y))
(x.)[.y]	((x.))[.y]	(x.)[(.y)]	((y.))[.x]	(y.)[(.x)]	((x.))[(.y)]

(x.](.y)	((x.)](.y)	(x.]((.y))	((y.)](.x)	(y.]((.x))	((x.)]((.y))

(x.](.y]	((x.)](.y]	(x.]((.y)]	((y.)](.x]	(y.]((.x)]	(x.]((.y)]
(x.][.y)	((x.)][.y)	(x.][(.y))	((y.)][.x)	(y.][(.x))	((x.)][(.y))
(x.][.y]	((x.)][.y]	(x.][(.y)]	((y.)][.x]	(y.][(.x)]	((x.)][(.y)]

[x.)(.y)	[(x.))(.y)	[x.)((.y))	[(y.))(.x)	[y.)((.x))	[(x.))((.y))
[x.)(.y]	[(x.))(.y]	[x.)((.y)]	[(y.))(.x]	[y.)((.x)]	[(x.))((.y)]
[x.)[.y)	[(x.))[.y)	[x.)[(.y))	[(y.))[.x)	[y.)[(.x))	[(x.))[(.y))
[x.)[.y]	[(x.))[.y]	[x.)[(.y)]	[(y.))[.x]	[y.)[(.x)]	[(x.))[(.y)]

[x.](.y)	[(x.)](.y)	[x.]((.y))	[(y.)](.x)	[y.]((.x))	[(x.)]((.y))
[x.](.y]	[(x.)](.y]	[x.]((.y)]	[(y.)](.x]	[y.]((.x)]	[(x.)]((.y)]
[x.][.y)	[(x.)][.y)	[x.][(.y))	[(y.)][.x)	[y.][(.x))	[(x.)][(.y))
[x.][.y]	[(x.)][.y]	[x.][(.y)]	[(y.)][.x]	[y.][(.x)]	[(x.)][(.y)].

3. Diese 96 einbettungstheoretischen topologischen Peirce-Zahlen können nun als Relationalzahlen dargestellt werden (vgl. Toth 2015). Als Beispiel stehe das 6-tupel

(x.)(.y] ((x.))(.y] (x.)((.y)] ((y.))(.x] (y.)((.x)] ((x.))((.y)].

(x.) (.y]

– – – – –

= (x.)(.y]

(.y]

– – – – –

(x.) = ((x.))(.y] = (x.)$_{-1}$(.y]

(x.)

– – – – –

(.y] = (x.)((.y)] = (x.)(.y]$_{-1}$

(x.]

(.y) $= ((y.))(.x] = (y.)_{-1}\ (.x]$

(.y)

(x.] $= (y.)((.x)] = (y.)(.x]_{-1}$

(x.) (.y] $= ((x.))((.y)] = (x.)_{-1}\ (.y]_{-1}$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Topologie der Peirce-Zahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Ein Sextupel topologischer semiotischer Relationen als Basis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Semiotisch-ontische Isomorphie beim dyadisch-trichotomischen Zeichenmodell

1. Die Peircezahlen wurden in Toth (2011) in die mathematische Semiotik eingeführt. Bense (1981, S. 17 ff.) sprach von "Primzeichen" oder "Zeichenzahlen". Danach wird ein Subzeichen der allgemeinen Form

$S = (x.y)$

durch kartesische Produktbildung aus einer triadischen Peircezahl

$P_{td} = (x.)$

und einer trichotomischen Peircezahl

$P_{tt} = (.y)$

vermöge

$S = (x.) \times (.y)$

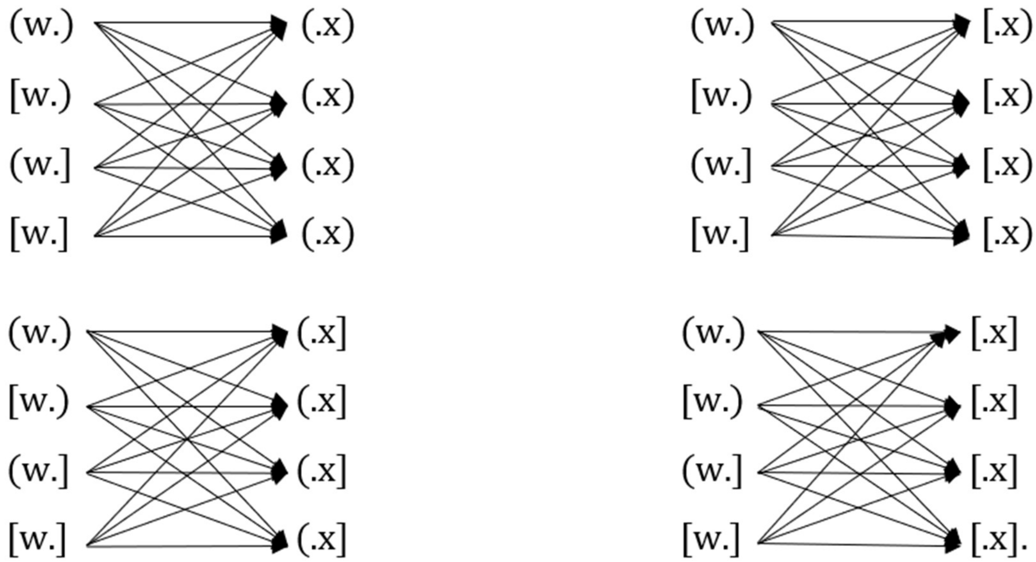
gebildet.

Wie jede semiotische Relation offen, halboffen oder abgeschlossen sein kann (vgl. Toth 2019a), so kann nach Toth (2019b) auch jede Peircezahl in dreifachem topologischem Abschluß erscheinen

$P_{td} = ((x.), [x.), (x.], [x.])$

$P_{tt} = ((.y), [.y), (,y], [.y]).$

Diese je vier topologischen Öffnungsgrade von Peircezahlen können wir also durch folgende Abbildungen zu Subzeichen kombinieren.



Damit erhalten wir 64 Subzeichen der Form (w.x). Diese müssen wegen der Definition des dyadisch-trichotomischen Zeichens

$Z^{2,3}$ = ((w.x), (y.z))

zu 64 mal 64 = 4096 Paaren von Subzeichen kombiniert werden.

Damit erhalten wir also Subzeichen der Form

(x.)(.y)	(x.](.y)	[x.)(.y)	[x.](.y)
(x.)(.y]	(x.](.y]	[x.)(.y]	[x.](.y]
(x.)[.y)	(x.][.y)	[x.)[.y)	[x.][.y)
(x.)[.y]	(x.][.y]	[x.)[.y]	[x.][.y].

Jedes dieser 16 Subzeichen kann nun vermöge Toth (2019c) als 6-tupel erscheinen

(x.)(.y)	((x.))(.y)	(x.)((.y))	((y.))(.x)	(y.)((.x))	((x.))((.y))
(x.)(.y]	((x.))(.y]	(x.)((.y)]	((y.))(.x]	(y.)((.x)]	((x.))((.y)]
(x.)[.y)	((x.))[.y)	(x.)[(.y))	((y.))[.x)	(y.)[(.x))	((x.))[(.y))
(x.)[.y]	((x.))[.y]	(x.)[(.y)]	((y.))[.x]	(y.)[(.x)]	((x.))[(.y)]

(x.](.y)	((x.)](.y)	(x.]((.y))	((y.)](.x)	(y.]((.x))	((x.)]((.y))
(x.](.y]	((x.)](.y]	(x.]((.y)]	((y.)](.x]	(y.]((.x)]	(x.]((.y)]
(x.][.y)	((x.)][.y)	(x.][(.y))	((y.)][.x)	(y.][(.x))	((x.)][(.y))
(x.][.y]	((x.)][.y]	(x.][(.y)]	((y.)][.x]	(y.][(.x)]	((x.)][(.y)]

[x.)(.y)	[(x.))(.y)	[x.)((.y))	[(y.))(.x)	[y.)((.x))	[(x.))((.y))
[x.)(.y]	[(x.))(.y]	[x.)((.y)]	[(y.))(.x]	[y.)((.x)]	[(x.))((.y)]
[x.)[.y)	[(x.))[.y)	[x.)[(.y))	[(y.))[.x)	[y.)[(.x))	[(x.))[(.y))
[x.)[.y]	[(x.))[.y]	[x.)[(.y)]	[(y.))[.x]	[y.)[(.x)]	[(x.))[(.y)]

[x.](.y)	[(x.)](.y)	[x.]((.y))	[(y.)](.x)	[y.]((.x))	[(x.)]((.y))
[x.](.y]	[(x.)](.y]	[x.]((.y)]	[(y.)](.x]	[y.]((.x)]	[(x.)]((.y)]
[x.][.y)	[(x.)][.y)	[x.][(.y))	[(y.)][.x)	[y.][(.x))	[(x.)][(.y))
[x.][.y]	[(x.)][.y]	[x.][(.y)]	[(y.)][.x]	[y.][(.x)]	[(x.)][(.y)].

2. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Toth (2019d) können wir nun aufgrund der beiden ontischen Basisrelationen

1. Form-Relation (F-Relation)

M = (Mat, Str, Obj)

2. Inhalts-Relation (I-Relation)

O = (Sys, Abb, Rep)

folgende Einsetzungen vornehmen:

M = (1.1, 1.2, 1.3)

O = (2.1, 2.2, 2.3) (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) und erhalten das folgende außerordentlich komplexe System von 9 semiotisch-ontisch isomorphen Teilsystemen.

2.1. (FI = MatSys = (1.1, 2.1)-System

2.1.1. Semiotisches System

(1.1)(2.1)	((1.1))(2.1)	(1.1)((2.1))	((2.1))(1.1)	(2.1)((1.1))	((1.1))((2.1))
(1.1)(2.1]	((1.1))(2.1]	(1.1)((2.1)]	((2.1))(1.1]	(2.1)((1.1)]	((1.1))((2.1)]
(1.1)[2.1)	((1.1))[2.1)	(1.1)[(2.1))	((2.1))[1.1)	(2.1)[(1.1))	((1.1))[(2.1))
(1.1)[2.1]	((1.1))[2.1]	(1.1)[(2.1)]	((2.1))[1.1]	(2.1)[(1.1)]	((1.1))[(2.1)]

(1.1](2.1)	((1.1)](2.1)	(1.1]((2.1))	((2.1)](1.1)	(2.1]((1.1))	((1.1)]((2.1))
(1.1](2.1]	((1.1)](2.1]	(1.1]((2.1)]	((2.1)](1.1]	(2.1]((1.1)]	(1.1]((2.1)]
(1.1][2.1)	((1.1)][2.1)	(1.1][(2.1))	((2.1)][1.1)	(2.1][(1.1))	((1.1)][(2.1))
(1.1][2.1]	((1.1)][2.1]	(1.1][(2.1)]	((2.1)][1.1]	(2.1][(1.1)]	((1.1)][(2.1)]

[1.1)(2.1)	[(1.1))(2.1)	[1.1)((2.1))	[(2.1))(1.1)	[2.1)((1.1))	[(1.1))((2.1))
[1.1)(2.1]	[(1.1))(2.1]	[1.1)((2.1)]	[(2.1))(1.1]	[2.1)((1.1)]	[(1.1))((2.1)]
[1.1)[2.1)	[(1.1))[2.1)	[1.1)[(2.1))	[(2.1))[1.1)	[2.1)[(1.1))	[(1.1))[(2.1))
[1.1)[2.1]	[(1.1))[2.1]	[1.1)[(2.1)]	[(2.1))[1.1]	[2.1)[(1.1)]	[(1.1))[(2.1)]

[1.1](2.1)	[(1.1)](2.1)	[1.1]((2.1))	[(2.1)](1.1)	[2.1]((1.1))	[(1.1)]((2.1))
[1.1](2.1]	[(1.1)](2.1]	[1.1]((2.1)]	[(2.1)](1.1]	[2.1]((1.1)]	[(1.1)]((2.1)]
[1.1][2.1)	[(1.1)][2.1)	[1.1][(2.1))	[(2.1)][1.1)	[2.1][(1.1))	[(1.1)][(2.1))
[1.1][2.1]	[(1.1)][2.1]	[1.1][(2.1)]	[(2.1)][1.1]	[2.1][(1.1)]	[(1.1)][(2.1)].

2.1.2. Ontisches System

(Mat)(Sys)	((Mat))(Sys)	(Mat)((Sys))	((Sys))(Mat)	(Sys)((Mat))	((Mat))((Sys))
(Mat)(Sys]	((Mat))(Sys]	(Mat)((Sys)]	((Sys))(Mat]	(Sys)((Mat)]	((Mat))((Sys)]
(Mat)[Sys)	((Mat))[Sys)	(Mat)[(Sys))	((Sys))[Mat)	(Sys)[(Mat))	((Mat))[(Sys))
(Mat)[Sys]	((Mat))[Sys]	(Mat)[(Sys)]	((Sys))[Mat]	(Sys)[(Mat)]	((Mat))[(Sys)]

(Mat](Sys)	((Mat)](Sys)	(Mat]((Sys))	((Sys)](Mat)	(Sys]((Mat))	((Mat)]((Sys))
(Mat](Sys]	((Mat)](Sys]	(Mat]((Sys)]	((Sys)](Mat]	(Sys]((Mat)]	(Mat]((Sys)]
(Mat][Sys)	((Mat)][Sys)	(Mat][(Sys))	((Sys)][Mat)	(Sys][(Mat))	((Mat)][(Sys))
(Mat][Sys]	((Mat)][Sys]	(Mat][(Sys)]	((Sys)][Mat]	(Sys][(Mat)]	((Mat)][(Sys)]

[Mat)(Sys)	[(Mat))(Sys)	[Mat)((Sys))	[(Sys))(Mat)	[Sys)((Mat))	[(Mat))((Sys))
[Mat)(Sys]	[(Mat))(Sys]	[Mat)((Sys)]	[(Sys))(Mat]	[Sys)((Mat)]	[(Mat))((Sys)]
[Mat)[Sys)	[(Mat))[Sys)	[Mat)[(Sys))	[(Sys))[Mat)	[Sys)[(Mat))	[(Mat))[(Sys))
[Mat)[Sys]	[(Mat))[Sys]	[Mat)[(Sys)]	[(Sys))[Mat]	[Sys)[(Mat)]	[(Mat))[(Sys)]

[Mat](Sys)	[(Mat)](Sys)	[Mat]((Sys))	[(Sys)](Mat)	[Sys]((Mat))	[(Mat)]((Sys))
[Mat](Sys]	[(Mat)](Sys]	[Mat]((Sys)]	[(Sys)](Mat]	[Sys]((Mat)]	[(Mat)]((Sys)]
[Mat][Sys)	[(Mat)][Sys)	[Mat][(Sys))	[(Sys)][Mat)	[Sys][(Mat))	[(Mat)][(Sys))
[Mat][Sys]	[(Mat)][Sys]	[Mat][(Sys)]	[(Sys)][Mat]	[Sys][(Mat)]	[(Mat)][(Sys)].

2.2. (FI = MatAbb= (1.1, 2.2)-System

2.2.1. Semiotisches System

(1.1)(2.2)	((1.1))(2.2)	(1.1)((2.2))	((2.2))(1.1)	(2.2)((1.1))	((1.1))((2.2))
(1.1)(2.2]	((1.1))(2.2]	(1.1)((2.2)]	((2.2))(1.1]	(2.2)((1.1)]	((1.1))((2.2)]
(1.1)[2.2)	((1.1))[2.2)	(1.1)[(2.2))	((2.2))[1.1)	(2.2)[(1.1))	((1.1))[(2.2))
(1.1)[2.2]	((1.1))[2.2]	(1.1)[(2.2)]	((2.2))[1.1]	(2.2)[(1.1)]	((1.1))[(2.2)]

(1.1](2.2)	((1.1)](2.2)	(1.1]((2.2))	((2.2)](1.1)	(2.2]((1.1))	((1.1)]((2.2))
(1.1](2.2]	((1.1)](2.2]	(1.1]((2.2)]	((2.2)](1.1]	(2.2]((1.1)]	(1.1]((2.2)]
(1.1][2.2)	((1.1)][2.2)	(1.1][(2.2))	((2.2)][1.1)	(2.2][(1.1))	((1.1)][(2.2))
(1.1][2.2]	((1.1)][2.2]	(1.1][(2.2)]	((2.2)][1.1]	(2.2][(1.1)]	((1.1)][(2.2)]

[1.1)(2.2)	[(1.1))(2.2)	[1.1)((2.2))	[(2.2))(1.1)	[2.2)((1.1))	[(1.1))((2.2))
[1.1)(2.2]	[(1.1))(2.2]	[1.1)((2.2)]	[(2.2))(1.1]	[2.2)((1.1)]	[(1.1))((2.2)]
[1.1)[2.2)	[(1.1))[2.2)	[1.1)[(2.2))	[(2.2))[1.1)	[2.2)[(1.1))	[(1.1))[(2.2))
[1.1)[2.2]	[(1.1))[2.2]	[1.1)[(2.2)]	[(2.2))[1.1]	[2.2)[(1.1)]	[(1.1))[(2.2)]

[1.1](2.2)	[(1.1)](2.2)	[1.1]((2.2))	[(2.2)](1.1)	[2.2]((1.1))	[(1.1)]((2.2))
[1.1](2.2]	[(1.1)](2.2]	[1.1]((2.2)]	[(2.2)](1.1]	[2.2]((1.1)]	[(1.1)]((2.2)]
[1.1][2.2)	[(1.1)][2.2)	[1.1][(2.2))	[(2.2)][1.1)	[2.2][(1.1))	[(1.1)][(2.2))
[1.1][2.2]	[(1.1)][2.2]	[1.1][(2.2)]	[(2.2)][1.1]	[2.2][(1.1)]	[(1.1)][(2.2)].

2.2.2. Ontisches System

(Mat)(Abb) ((Mat))(Abb) (Mat)((Abb)) ((Abb))(Mat) (Abb)((Mat)) ((Mat))((Abb))

(Mat)(Abb] ((Mat))(Abb] (Mat)((Abb)] ((Abb))(Mat] (Abb)((Mat)] ((Mat))((Abb)]

(Mat)[Abb) ((Mat))[Abb) (Mat)[(Abb)) ((Abb))[Mat) (Abb)[(Mat)) ((Mat))[(Abb))

(Mat)[Abb] ((Mat))[Abb] (Mat)[(Abb)] ((Abb))[Mat] (Abb)[(Mat)] ((Mat))[(Abb)]

(Mat](Abb) ((Mat)](Abb) (Mat]((Abb)) ((Abb)](Mat) (Abb]((Mat)) ((Mat)]((Abb))

(Mat](Abb] ((Mat)](Abb] (Mat]((Abb)] ((Abb)](Mat] (Abb]((Mat)] (Mat]((Abb)]

(Mat][Abb) ((Mat)][Abb) (Mat][(Abb)) ((Abb)][Mat) (Abb][(Mat)) ((Mat)][(Abb))

(Mat][Abb] ((Mat)][Abb] (Mat][(Abb)] ((Abb)][Mat] (Abb][(Mat)] ((Mat)][(Abb)]

[Mat)(Abb) [(Mat))(Abb) [Mat)((Abb)) [(Abb))(Mat) [Abb)((Mat)) [(Mat))((Abb))

[Mat)(Abb] [(Mat))(Abb] [Mat)((Abb)] [(Abb))(Mat] [Abb)((Mat)] [(Mat))((Abb)]

[Mat)[Abb) [(Mat))[Abb) [Mat)[(Abb)) [(Abb))[Mat) [Abb)[(Mat)) [(Mat))[(Abb))

[Mat)[Abb] [(Mat))[Abb] [Mat)[(Abb)] [(Abb))[Mat] [Abb)[(Mat)] [(Mat))[(Abb)]

[Mat](Abb) [(Mat)](Abb) [Mat]((Abb)) [(Abb)](Mat) [Abb]((Mat)) [(Mat)]((Abb))

[Mat](Abb] [(Mat)](Abb] [Mat]((Abb)] [(Abb)](Mat] [Abb]((Mat)] [(Mat)]((Abb)]

[Mat][Abb) [(Mat)][Abb) [Mat][(Abb)) [(Abb)][Mat) [Abb][(Mat)) [(Mat)][(Abb))

[Mat][Abb] [(Mat)][Abb] [Mat][(Abb)] [(Abb)][Mat] [Abb][(Mat)] [(Mat)][(Abb)].

2.3. (FI = MatRep = (1.1, 2.3)-System

2.3.1. Semiotisches System

(1.1)(2.3)	((1.1))(2.3)	(1.1)((2.3))	((2.3))(1.1)	(2.3)((1.1))	((1.1))((2.3))
(1.1)(2.3]	((1.1))(2.3]	(1.1)((2.3)]	((2.3))(1.1]	(2.3)((1.1)]	((1.1))((2.3)]
(1.1)[2.3)	((1.1))[2.3)	(1.1)[(2.3))	((2.3))[1.1)	(2.3)[(1.1))	((1.1))[(2.3))
(1.1)[2.3]	((1.1))[2.3]	(1.1)[(2.3)]	((2.3))[1.1]	(2.3)[(1.1)]	((1.1))[(2.3)]
(1.1](2.3)	((1.1)](2.3)	(1.1]((2.3))	((2.3)](1.1)	(2.3]((1.1))	((1.1)]((2.3))
(1.1](2.3]	((1.1)](2.3]	(1.1]((2.3)]	((2.3)](1.1]	(2.3]((1.1)]	(1.1]((2.3)]
(1.1][2.3)	((1.1)][2.3)	(1.1][(2.3))	((2.3)][1.1)	(2.3][(1.1))	((1.1)][(2.3))
(1.1][2.3]	((1.1)][2.3]	(1.1][(2.3)]	((2.3)][1.1]	(2.3][(1.1)]	((1.1)][(2.3)]
[1.1)(2.3)	[(1.1))(2.3)	[1.1)((2.3))	[(2.3))(1.1)	[2.3)((1.1))	[(1.1))((2.3))
[1.1)(2.3]	[(1.1))(2.3]	[1.1)((2.3)]	[(2.3))(1.1]	[2.3)((1.1)]	[(1.1))((2.3)]
[1.1)[2.3)	[(1.1))[2.3)	[1.1)[(2.3))	[(2.3))[1.1)	[2.3)[(1.1))	[(1.1))[(2.3))
[1.1)[2.3]	[(1.1))[2.3]	[1.1)[(2.3)]	[(2.3))[1.1]	[2.3)[(1.1)]	[(1.1))[(2.3)]
[1.1](2.3)	[(1.1)](2.3)	[1.1]((2.3))	[(2.3)](1.1)	[2.3]((1.1))	[(1.1)]((2.3))
[1.1](2.3]	[(1.1)](2.3]	[1.1]((2.3)]	[(2.3)](1.1]	[2.3]((1.1)]	[(1.1)]((2.3)]
[1.1][2.3)	[(1.1)][2.3)	[1.1][(2.3))	[(2.3)][1.1)	[2.3][(1.1))	[(1.1)][(2.3))
[1.1][2.3]	[(1.1)][2.3]	[1.1][(2.3)]	[(2.3)][1.1]	[2.3][(1.1)]	[(1.1)][(2.3)].

2.3.2. Ontisches System

(Mat)(Rep)   ((Mat))(Rep) (Mat)((Rep)) ((Rep))(Mat) (Rep)((Mat)) ((Mat))((Rep))

(Mat)(Rep]   ((Mat))(Rep] (Mat)((Rep)] ((Rep))(Mat] (Rep)((Mat)] ((Mat))((Rep)]

(Mat)[Rep)   ((Mat))[Rep) (Mat)[(Rep)) ((Rep))[Mat) (Rep)[(Mat)) ((Mat))[(Rep))

(Mat)[Rep]   ((Mat))[Rep] (Mat)[(Rep)] ((Rep))[Mat] (Rep)[(Mat)] ((Mat))[(Rep)]

(Mat](Rep)   ((Mat)](Rep) (Mat]((Rep)) ((Rep)](Mat) (Rep]((Mat)) ((Mat)]((Rep))

(Mat](Rep]   ((Mat)](Rep] (Mat]((Rep)] ((Rep)](Mat] (Rep]((Mat)] (Mat]((Rep)]

(Mat][Rep)   ((Mat)][Rep) (Mat][(Rep)) ((Rep)][Mat) (Rep][(Mat)) ((Mat)][(Rep))

(Mat][Rep]   ((Mat)][Rep] (Mat][(Rep)] ((Rep)][Mat] (Rep][(Mat)] ((Mat)][(Rep)]

[Mat)(Rep)   [(Mat))(Rep) [Mat)((Rep)) [(Rep))(Mat) [Rep)((Mat)) [(Mat))((Rep))

[Mat)(Rep]   [(Mat))(Rep] [Mat)((Rep)] [(Rep))(Mat] [Rep)((Mat)] [(Mat))((Rep)]

[Mat)[Rep)   [(Mat))[Rep) [Mat)[(Rep)) [(Rep))[Mat) [Rep)[(Mat)) [(Mat))[(Rep))

[Mat)[Rep]   [(Mat))[Rep] [Mat)[(Rep)] [(Rep))[Mat] [Rep)[(Mat)] [(Mat))[(Rep)]

[Mat](Rep)   [(Mat)](Rep) [Mat]((Rep)) [(Rep)](Mat) [Rep]((Mat)) [(Mat)]((Rep))

[Mat](Rep]   [(Mat)](Rep] [Mat]((Rep)] [(Rep)](Mat] [Rep]((Mat)] [(Mat)]((Rep)]

[Mat][Rep)   [(Mat)][Rep) [Mat][(Rep)) [(Rep)][Mat) [Rep][(Mat)) [(Mat)][(Rep))

[Mat][Rep]   [(Mat)][Rep] [Mat][(Rep)] [(Rep)][Mat] [Rep][(Mat)] [(Mat)][(Rep)].

2.4. (FI = StrSys = (1.2, 2.1)-System

2.4.1. Semiotisches System

(1.2)(2.1)	((1.2))(2.1)	(1.2)((2.1))	((2.1))(1.2)	(2.1)((1.2))	((1.2))((2.1))
(1.2)(2.1]	((1.2))(2.1]	(1.2)((2.1)]	((2.1))(1.2]	(2.1)((1.2)]	((1.2))((2.1)]
(1.2)[2.1)	((1.2))[2.1)	(1.2)[(2.1))	((2.1))[1.2)	(2.1)[(1.2))	((1.2))[(2.1))
(1.2)[2.1]	((1.2))[2.1]	(1.2)[(2.1)]	((2.1))[1.2]	(2.1)[(1.2)]	((1.2))[(2.1)]

(1.2](2.1)	((1.2)](2.1)	(1.2]((2.1))	((2.1)](1.2)	(2.1]((1.2))	((1.2)]((2.1))
(1.2](2.1]	((1.2)](2.1]	(1.2]((2.1)]	((2.1)](1.2]	(2.1]((1.2)]	(1.2]((2.1)]
(1.2][2.1)	((1.2)][2.1)	(1.2][(2.1))	((2.1)][1.2)	(2.1][(1.2))	((1.2)][(2.1))
(1.2][2.1]	((1.2)][2.1]	(1.2][(2.1)]	((2.1)][1.2]	(2.1][(1.2)]	((1.2)][(2.1)]

[1.2)(2.1)	[(1.2))(2.1)	[1.2)((2.1))	[(2.1))(1.2)	[2.1)((1.2))	[(1.2))((2.1))
[1.2)(2.1]	[(1.2))(2.1]	[1.2)((2.1)]	[(2.1))(1.2]	[2.1)((1.2)]	[(1.2))((2.1)]
[1.2)[2.1)	[(1.2))[2.1)	[1.2)[(2.1))	[(2.1))[1.2)	[2.1)[(1.2))	[(1.2))[(2.1))
[1.2)[2.1]	[(1.2))[2.1]	[1.2)[(2.1)]	[(2.1))[1.2]	[2.1)[(1.2)]	[(1.2))[(2.1)]

[1.2](2.1)	[(1.2)](2.1)	[1.2]((2.1))	[(2.1)](1.2)	[2.1]((1.2))	[(1.2)]((2.1))
[1.2](2.1]	[(1.2)](2.1]	[1.2]((2.1)]	[(2.1)](1.2]	[2.1]((1.2)]	[(1.2)]((2.1)]
[1.2][2.1)	[(1.2)][2.1)	[1.2][(2.1))	[(2.1)][1.2)	[2.1][(1.2))	[(1.2)][(2.1))
[1.2][2.1]	[(1.2)][2.1]	[1.2][(2.1)]	[(2.1)][1.2]	[2.1][(1.2)]	[(1.2)][(2.1)].

2.4.2. Ontisches System

(Str)(Sys)	((Str))(Sys)	(Str)((Sys))	((Sys))(Str)	(Sys)((Str))	((Str))((Sys))
(Str)(Sys]	((Str))(Sys]	(Str)((Sys)]	((Sys))(Str]	(Sys)((Str)]	((Str))((Sys)]
(Str)[Sys)	((Str))[Sys)	(Str)[(Sys))	((Sys))[Str)	(Sys)[(Str))	((Str))[(Sys))
(Str)[Sys]	((Str))[Sys]	(Str)[(Sys)]	((Sys))[Str]	(Sys)[(Str)]	((Str))[(Sys)]

(Str](Sys)	((Str)](Sys)	(Str]((Sys))	((Sys)](Str)	(Sys]((Str))	((Str)]((Sys))
(Str](Sys]	((Str)](Sys]	(Str]((Sys)]	((Sys)](Str]	(Sys]((Str)]	(Str]((Sys)]
(Str][Sys)	((Str)][Sys)	(Str][(Sys))	((Sys)][Str)	(Sys][(Str))	((Str)][(Sys))
(Str][Sys]	((Str)][Sys]	(Str][(Sys)]	((Sys)][Str]	(Sys][(Str)]	((Str)][(Sys)]

[Str)(Sys)	[(Str))(Sys)	[Str)((Sys))	[(Sys))(Str)	[Sys)((Str))	[(Str))((Sys))
[Str)(Sys]	[(Str))(Sys]	[Str)((Sys)]	[(Sys))(Str]	[Sys)((Str)]	[(Str))((Sys)]
[Str)[Sys)	[(Str))[Sys)	[Str)[(Sys))	[(Sys))[Str)	[Sys)[(Str))	[(Str))[(Sys))
[Str)[Sys]	[(Str))[Sys]	[Str)[(Sys)]	[(Sys))[Str]	[Sys)[(Str)]	[(Str))[(Sys)]

[Str](Sys)	[(Str)](Sys)	[Str]((Sys))	[(Sys)](Str)	[Sys]((Str))	[(Str)]((Sys))
[Str](Sys]	[(Str)](Sys]	[Str]((Sys)]	[(Sys)](Str]	[Sys]((Str)]	[(Str)]((Sys)]
[Str][Sys)	[(Str)][Sys)	[Str][(Sys))	[(Sys)][Str)	[Sys][(Str))	[(Str)][(Sys))
[Str][Sys]	[(Str)][Sys]	[Str][(Sys)]	[(Sys)][Str]	[Sys][(Str)]	[(Str)][(Sys)].

2.5. (FI = StrAbb= (1.2, 2.2)-System

2.5.1. Semiotisches System

(1.2)(2.2)	((1.2))(2.2)	(1.2)((2.2))	((2.2))(1.2)	(2.2)((1.2))	((1.2))((2.2))
(1.2)(2.2]	((1.2))(2.2]	(1.2)((2.2)]	((2.2))(1.2]	(2.2)((1.2)]	((1.2))((2.2)]
(1.2)[2.2)	((1.2))[2.2)	(1.2)[(2.2))	((2.2))[1.2)	(2.2)[(1.2))	((1.2))[(2.2))
(1.2)[2.2]	((1.2))[2.2]	(1.2)[(2.2)]	((2.2))[1.2]	(2.2)[(1.2)]	((1.2))[(2.2)]
(1.2](2.2)	((1.2)](2.2)	(1.2]((2.2))	((2.2)](1.2)	(2.2]((1.2))	((1.2)]((2.2))
(1.2](2.2]	((1.2)](2.2]	(1.2]((2.2)]	((2.2)](1.2]	(2.2]((1.2)]	(1.2]((2.2)]
(1.2][2.2)	((1.2)][2.2)	(1.2][(2.2))	((2.2)][1.2)	(2.2][(1.2))	((1.2)][(2.2))
(1.2][2.2]	((1.2)][2.2]	(1.2][(2.2)]	((2.2)][1.2]	(2.2][(1.2)]	((1.2)][(2.2)]
[1.2)(2.2)	[(1.2))(2.2)	[1.2)((2.2))	[(2.2))(1.2)	[2.2)((1.2))	[(1.2))((2.2))
[1.2)(2.2]	[(1.2))(2.2]	[1.2)((2.2)]	[(2.2))(1.2]	[2.2)((1.2)]	[(1.2))((2.2)]
[1.2)[2.2)	[(1.2))[2.2)	[1.2)[(2.2))	[(2.2))[1.2)	[2.2)[(1.2))	[(1.2))[(2.2))
[1.2)[2.2]	[(1.2))[2.2]	[1.2)[(2.2)]	[(2.2))[1.2]	[2.2)[(1.2)]	[(1.2))[(2.2)]
[1.2](2.2)	[(1.2)](2.2)	[1.2]((2.2))	[(2.2)](1.2)	[2.2]((1.2))	[(1.2)]((2.2))
[1.2](2.2]	[(1.2)](2.2]	[1.2]((2.2)]	[(2.2)](1.2]	[2.2]((1.2)]	[(1.2)]((2.2)]
[1.2][2.2)	[(1.2)][2.2)	[1.2][(2.2))	[(2.2)][1.2)	[2.2][(1.2))	[(1.2)][(2.2))
[1.2][2.2]	[(1.2)][2.2]	[1.2][(2.2)]	[(2.2)][1.2]	[2.2][(1.2)]	[(1.2)][(2.2)].

2.5.2. Ontisches System

(Str)(Abb)	((Str))(Abb)	(Str)((Abb))	((Abb))(Str)	(Abb)((Str))	((Str))((Abb))
(Str)(Abb]	((Str))(Abb]	(Str)((Abb)]	((Abb))(Str]	(Abb)((Str)]	((Str))((Abb)]
(Str)[Abb)	((Str))[Abb)	(Str)[(Abb))	((Abb))[Str)	(Abb)[(Str))	((Str))[(Abb))
(Str)[Abb]	((Str))[Abb]	(Str)[(Abb)]	((Abb))[Str]	(Abb)[(Str)]	((Str))[(Abb)]

(Str](Abb)	((Str)](Abb)	(Str]((Abb))	((Abb)](Str)	(Abb]((Str))	((Str)]((Abb))
(Str](Abb]	((Str)](Abb]	(Str]((Abb)]	((Abb)](Str]	(Abb]((Str)]	(Str]((Abb)]
(Str][Abb)	((Str)][Abb)	(Str][(Abb))	((Abb)][Str)	(Abb][(Str))	((Str)][(Abb))
(Str][Abb]	((Str)][Abb]	(Str][(Abb)]	((Abb)][Str]	(Abb][(Str)]	((Str)][(Abb)]

[Str)(Abb)	[(Str))(Abb)	[Str)((Abb))	[(Abb))(Str)	[Abb)((Str))	[(Str))((Abb))
[Str)(Abb]	[(Str))(Abb]	[Str)((Abb)]	[(Abb))(Str]	[Abb)((Str)]	[(Str))((Abb)]
[Str)[Abb)	[(Str))[Abb)	[Str)[(Abb))	[(Abb))[Str)	[Abb)[(Str))	[(Str))[(Abb))
[Str)[Abb]	[(Str))[Abb]	[Str)[(Abb)]	[(Abb))[Str]	[Abb)[(Str)]	[(Str))[(Abb)]

[Str](Abb)	[(Str)](Abb)	[Str]((Abb))	[(Abb)](Str)	[Abb]((Str))	[(Str)]((Abb))
[Str](Abb]	[(Str)](Abb]	[Str]((Abb)]	[(Abb)](Str]	[Abb]((Str)]	[(Str)]((Abb)]
[Str][Abb)	[(Str)][Abb)	[Str][(Abb))	[(Abb)][Str)	[Abb][(Str))	[(Str)][(Abb))
[Str][Abb]	[(Str)][Abb]	[Str][(Abb)]	[(Abb)][Str]	[Abb][(Str)]	[(Str)][(Abb)].

2.6. (FI = StrRep = (1.2, 2.3)-System

2.6.1. Semiotisches System

(1.2)(2.3)	((1.2))(2.3)	(1.2)((2.3))	((2.3))(1.2)	(2.3)((1.2))	((1.2))((2.3))
(1.2)(2.3]	((1.2))(2.3]	(1.2)((2.3)]	((2.3))(1.2]	(2.3)((1.2)]	((1.2))((2.3)]
(1.2)[2.3)	((1.2))[2.3)	(1.2)[(2.3))	((2.3))[1.2)	(2.3)[(1.2))	((1.2))[(2.3))
(1.2)[2.3]	((1.2))[2.3]	(1.2)[(2.3)]	((2.3))[1.2]	(2.3)[(1.2)]	((1.2))[(2.3)]

(1.2](2.3)	((1.2)](2.3)	(1.2]((2.3))	((2.3)](1.2)	(2.3]((1.2))	((1.2)]((2.3))
(1.2](2.3]	((1.2)](2.3]	(1.2]((2.3)]	((2.3)](1.2]	(2.3]((1.2)]	(1.2]((2.3)]
(1.2][2.3)	((1.2)][2.3)	(1.2][(2.3))	((2.3)][1.2)	(2.3][(1.2))	((1.2)][(2.3))
(1.2][2.3]	((1.2)][2.3]	(1.2][(2.3)]	((2.3)][1.2]	(2.3][(1.2)]	((1.2)][(2.3)]

[1.2)(2.3)	[(1.2))(2.3)	[1.2)((2.3))	[(2.3))(1.2)	[2.3)((1.2))	[(1.2))((2.3))
[1.2)(2.3]	[(1.2))(2.3]	[1.2)((2.3)]	[(2.3))(1.2]	[2.3)((1.2)]	[(1.2))((2.3)]
[1.2)[2.3)	[(1.2))[2.3)	[1.2)[(2.3))	[(2.3))[1.2)	[2.3)[(1.2))	[(1.2))[(2.3))
[1.2)[2.3]	[(1.2))[2.3]	[1.2)[(2.3)]	[(2.3))[1.2]	[2.3)[(1.2)]	[(1.2))[(2.3)]

[1.2](2.3)	[(1.2)](2.3)	[1.2]((2.3))	[(2.3)](1.2)	[2.3]((1.2))	[(1.2)]((2.3))
[1.2](2.3]	[(1.2)](2.3]	[1.2]((2.3)]	[(2.3)](1.2]	[2.3]((1.2)]	[(1.2)]((2.3)]
[1.2][2.3)	[(1.2)][2.3)	[1.2][(2.3))	[(2.3)][1.2)	[2.3][(1.2))	[(1.2)][(2.3))
[1.2][2.3]	[(1.2)][2.3]	[1.2][(2.3)]	[(2.3)][1.2]	[2.3][(1.2)]	[(1.2)][(2.3)].

2.6.2. Ontisches System

(Str)(Rep)	((Str))(Rep)	(Str)((Rep))	((Rep))(Str)	(Rep)((Str))	((Str))((Rep))
(Str)(Rep]	((Str))(Rep]	(Str)((Rep)]	((Rep))(Str]	(Rep)((Str)]	((Str))((Rep)]
(Str)[Rep)	((Str))[Rep)	(Str)[(Rep))	((Rep))[Str)	(Rep)[(Str))	((Str))[(Rep))
(Str)[Rep]	((Str))[Rep]	(Str)[(Rep)]	((Rep))[Str]	(Rep)[(Str)]	((Str))[(Rep)]
(Str](Rep)	((Str)](Rep)	(Str]((Rep))	((Rep)](Str)	(Rep]((Str))	((Str)]((Rep))
(Str](Rep]	((Str)](Rep]	(Str]((Rep)]	((Rep)](Str]	(Rep]((Str)]	(Str]((Rep)]
(Str][Rep)	((Str)][Rep)	(Str][(Rep))	((Rep)][Str)	(Rep][(Str))	((Str)][(Rep))
(Str][Rep]	((Str)][Rep]	(Str][(Rep)]	((Rep)][Str]	(Rep][(Str)]	((Str)][(Rep)]
[Str)(Rep)	[(Str))(Rep)	[Str)((Rep))	[(Rep))(Str)	[Rep)((Str))	[(Str))((Rep))
[Str)(Rep]	[(Str))(Rep]	[Str)((Rep)]	[(Rep))(Str]	[Rep)((Str)]	[(Str))((Rep)]
[Str)[Rep)	[(Str))[Rep)	[Str)[(Rep))	[(Rep))[Str)	[Rep)[(Str))	[(Str))[(Rep))
[Str)[Rep]	[(Str))[Rep]	[Str)[(Rep)]	[(Rep))[Str]	[Rep)[(Str)]	[(Str))[(Rep)]
[Str](Rep)	[(Str)](Rep)	[Str]((Rep))	[(Rep)](Str)	[Rep]((Str))	[(Str)]((Rep))
[Str](Rep]	[(Str)](Rep]	[Str]((Rep)]	[(Rep)](Str]	[Rep]((Str)]	[(Str)]((Rep)]
[Str][Rep)	[(Str)][Rep)	[Str][(Rep))	[(Rep)][Str)	[Rep][(Str))	[(Str)][(Rep))
[Str][Rep]	[(Str)][Rep]	[Str][(Rep)]	[(Rep)][Str]	[Rep][(Str)]	[(Str)][(Rep)].

2.7. (FI = ObjSys = (1.3, 2.1)-System

2.7.1. Semiotisches System

(1.3)(2.1)	((1.3))(2.1)	(1.3)((2.1))	((2.1))(1.3)	(2.1)((1.3))	((1.3))((2.1))
(1.3)(2.1]	((1.3))(2.1]	(1.3)((2.1)]	((2.1))(1.3]	(2.1)((1.3)]	((1.3))((2.1)]
(1.3)[2.1)	((1.3))[2.1)	(1.3)[(2.1))	((2.1))[1.3)	(2.1)[(1.3))	((1.3))[(2.1))
(1.3)[2.1]	((1.3))[2.1]	(1.3)[(2.1)]	((2.1))[1.3]	(2.1)[(1.3)]	((1.3))[(2.1)]

(1.3](2.1)	((1.3)](2.1)	(1.3]((2.1))	((2.1)](1.3)	(2.1]((1.3))	((1.3)]((2.1))
(1.3](2.1]	((1.3)](2.1]	(1.3]((2.1)]	((2.1)](1.3]	(2.1]((1.3)]	(1.3]((2.1)]
(1.3][2.1)	((1.3)][2.1)	(1.3][(2.1))	((2.1)][1.3)	(2.1][(1.3))	((1.3)][(2.1))
(1.3][2.1]	((1.3)][2.1]	(1.3][(2.1)]	((2.1)][1.3]	(2.1][(1.3)]	((1.3)][(2.1)]

[1.3)(2.1)	[(1.3))(2.1)	[1.3)((2.1))	[(2.1))(1.3)	[2.1)((1.3))	[(1.3))((2.1))
[1.3)(2.1]	[(1.3))(2.1]	[1.3)((2.1)]	[(2.1))(1.3]	[2.1)((1.3)]	[(1.3))((2.1)]
[1.3)[2.1)	[(1.3))[2.1)	[1.3)[(2.1))	[(2.1))[1.3)	[2.1)[(1.3))	[(1.3))[(2.1))
[1.3)[2.1]	[(1.3))[2.1]	[1.3)[(2.1)]	[(2.1))[1.3]	[2.1)[(1.3)]	[(1.3))[(2.1)]

[1.3](2.1)	[(1.3)](2.1)	[1.3]((2.1))	[(2.1)](1.3)	[2.1]((1.3))	[(1.3)]((2.1))
[1.3](2.1]	[(1.3)](2.1]	[1.3]((2.1)]	[(2.1)](1.3]	[2.1]((1.3)]	[(1.3)]((2.1)]
[1.3][2.1)	[(1.3)][2.1)	[1.3][(2.1))	[(2.1)][1.3)	[2.1][(1.3))	[(1.3)][(2.1))
[1.3][2.1]	[(1.3)][2.1]	[1.3][(2.1)]	[(2.1)][1.3]	[2.1][(1.3)]	[(1.3)][(2.1)].

2.7.2. Ontisches System

(Obj)(Sys)	((Obj))(Sys)	(Obj)((Sys))	((Sys))(Obj)	(Sys)((Obj))	((Obj))((Sys))
(Obj)(Sys]	((Obj))(Sys]	(Obj)((Sys)]	((Sys))(Obj]	(Sys)((Obj)]	((Obj))((Sys)]
(Obj)[Sys)	((Obj))[Sys)	(Obj)[(Sys))	((Sys))[Obj)	(Sys)[(Obj))	((Obj))[(Sys))
(Obj)[Sys]	((Obj))[Sys]	(Obj)[(Sys)]	((Sys))[Obj]	(Sys)[(Obj)]	((Obj))[(Sys)]

(Obj](Sys)	((Obj)](Sys)	(Obj]((Sys))	((Sys)](Obj)	(Sys]((Obj))	((Obj)]((Sys))
(Obj](Sys]	((Obj)](Sys]	(Obj]((Sys)]	((Sys)](Obj]	(Sys]((Obj)]	(Obj]((Sys)]
(Obj][Sys)	((Obj)][Sys)	(Obj][(Sys))	((Sys)][Obj)	(Sys][(Obj))	((Obj)][(Sys))
(Obj][Sys]	((Obj)][Sys]	(Obj][(Sys)]	((Sys)][Obj]	(Sys][(Obj)]	((Obj)][(Sys)]

[Obj)(Sys)	[(Obj))(Sys)	[Obj)((Sys))	[(Sys))(Obj)	[Sys)((Obj))	[(Obj))((Sys))
[Obj)(Sys]	[(Obj))(Sys]	[Obj)((Sys)]	[(Sys))(Obj]	[Sys)((Obj)]	[(Obj))((Sys)]
[Obj)[Sys)	[(Obj))[Sys)	[Obj)[(Sys))	[(Sys))[Obj)	[Sys)[(Obj))	[(Obj))[(Sys))
[Obj)[Sys]	[(Obj))[Sys]	[Obj)[(Sys)]	[(Sys))[Obj]	[Sys)[(Obj)]	[(Obj))[(Sys)]

[Obj](Sys)	[(Obj)](Sys)	[Obj]((Sys))	[(Sys)](Obj)	[Sys]((Obj))	[(Obj)]((Sys))
[Obj](Sys]	[(Obj)](Sys]	[Obj]((Sys)]	[(Sys)](Obj]	[Sys]((Obj)]	[(Obj)]((Sys)]
[Obj][Sys)	[(Obj)][Sys)	[Obj][(Sys))	[(Sys)][Obj)	[Sys][(Obj))	[(Obj)][(Sys))
[Obj][Sys]	[(Obj)][Sys]	[Obj][(Sys)]	[(Sys)][Obj]	[Sys][(Obj)]	[(Obj)][(Sys)].

2.8. (FI = ObjAbb= (1.3, 2.2)-System

2.8.1. Semiotisches System

(1.3)(2.2)	((1.3))(2.2)	(1.3)((2.2))	((2.2))(1.3)	(2.2)((1.3))	((1.3))((2.2))
(1.3)(2.2]	((1.3))(2.2]	(1.3)((2.2)]	((2.2))(1.3]	(2.2)((1.3)]	((1.3))((2.2)]
(1.3)[2.2)	((1.3))[2.2)	(1.3)[(2.2))	((2.2))[1.3)	(2.2)[(1.3))	((1.3))[(2.2))
(1.3)[2.2]	((1.3))[2.2]	(1.3)[(2.2)]	((2.2))[1.3]	(2.2)[(1.3)]	((1.3))[(2.2)]

(1.3](2.2)	((1.3)](2.2)	(1.3]((2.2))	((2.2)](1.3)	(2.2]((1.3))	((1.3)]((2.2))
(1.3](2.2]	((1.3)](2.2]	(1.3]((2.2)]	((2.2)](1.3]	(2.2]((1.3)]	(1.3]((2.2)]
(1.3][2.2)	((1.3)][2.2)	(1.3][(2.2))	((2.2)][1.3)	(2.2][(1.3))	((1.3)][(2.2))
(1.3][2.2]	((1.3)][2.2]	(1.3][(2.2)]	((2.2)][1.3]	(2.2][(1.3)]	((1.3)][(2.2)]

[1.3)(2.2)	[(1.3))(2.2)	[1.3)((2.2))	[(2.2))(1.3)	[2.2)((1.3))	[(1.3))((2.2))
[1.3)(2.2]	[(1.3))(2.2]	[1.3)((2.2)]	[(2.2))(1.3]	[2.2)((1.3)]	[(1.3))((2.2)]
[1.3)[2.2)	[(1.3))[2.2)	[1.3)[(2.2))	[(2.2))[1.3)	[2.2)[(1.3))	[(1.3))[(2.2))
[1.3)[2.2]	[(1.3))[2.2]	[1.3)[(2.2)]	[(2.2))[1.3]	[2.2)[(1.3)]	[(1.3))[(2.2)]

[1.3](2.2)	[(1.3)](2.2)	[1.3]((2.2))	[(2.2)](1.3)	[2.2]((1.3))	[(1.3)]((2.2))
[1.3](2.2]	[(1.3)](2.2]	[1.3]((2.2)]	[(2.2)](1.3]	[2.2]((1.3)]	[(1.3)]((2.2)]
[1.3][2.2)	[(1.3)][2.2)	[1.3][(2.2))	[(2.2)][1.3)	[2.2][(1.3))	[(1.3)][(2.2))
[1.3][2.2]	[(1.3)][2.2]	[1.3][(2.2)]	[(2.2)][1.3]	[2.2][(1.3)]	[(1.3)][(2.2)].

2.8.2. Ontisches System

(Obj)(Abb) ((Obj))(Abb) (Obj)((Abb)) ((Abb))(Obj) (Abb)((Obj)) ((Obj))((Abb))

(Obj)(Abb] ((Obj))(Abb] (Obj)((Abb)] ((Abb))(Obj] (Abb)((Obj)] ((Obj))((Abb)]

(Obj)[Abb) ((Obj))[Abb) (Obj)[(Abb)) ((Abb))[Obj) (Abb)[(Obj)) ((Obj))[(Abb))

(Obj)[Abb] ((Obj))[Abb] (Obj)[(Abb)] ((Abb))[Obj] (Abb)[(Obj)] ((Obj))[(Abb)]

(Obj](Abb) ((Obj)](Abb) (Obj]((Abb)) ((Abb)](Obj) (Abb]((Obj)) ((Obj)]((Abb))

(Obj](Abb] ((Obj)](Abb] (Obj]((Abb)] ((Abb)](Obj] (Abb]((Obj)] (Obj]((Abb)]

(Obj][Abb) ((Obj)][Abb) (Obj][(Abb)) ((Abb)][Obj) (Abb][(Obj)) ((Obj)][(Abb))

(Obj][Abb] ((Obj)][Abb] (Obj][(Abb)] ((Abb)][Obj] (Abb][(Obj)] ((Obj)][(Abb)]

[Obj)(Abb) [(Obj))(Abb) [Obj)((Abb)) [(Abb))(Obj) [Abb)((Obj)) [(Obj))((Abb))

[Obj)(Abb] [(Obj))(Abb] [Obj)((Abb)] [(Abb))(Obj] [Abb)((Obj)] [(Obj))((Abb)]

[Obj)[Abb) [(Obj))[Abb) [Obj)[(Abb)) [(Abb))[Obj) [Abb)[(Obj)) [(Obj))[(Abb))

[Obj)[Abb] [(Obj))[Abb] [Obj)[(Abb)] [(Abb))[Obj] [Abb)[(Obj)] [(Obj))[(Abb)]

[Obj](Abb) [(Obj)](Abb) [Obj]((Abb)) [(Abb)](Obj) [Abb]((Obj)) [(Obj)]((Abb))

[Obj](Abb] [(Obj)](Abb] [Obj]((Abb)] [(Abb)](Obj] [Abb]((Obj)] [(Obj)]((Abb)]

[Obj][Abb) [(Obj)][Abb) [Obj][(Abb)) [(Abb)][Obj) [Abb][(Obj)) [(Obj)][(Abb))

[Obj][Abb] [(Obj)][Abb] [Obj][(Abb)] [(Abb)][Obj] [Abb][(Obj)] [(Obj)][(Abb)].

2.9. (FI = ObjRep = (1.3, 2.3)-System

2.9.1. Semiotisches System

(1.3)(2.3)	((1.3))(2.3)	(1.3)((2.3))	((2.3))(1.3)	(2.3)((1.3))	((1.3))((2.3))
(1.3)(2.3]	((1.3))(2.3]	(1.3)((2.3)]	((2.3))(1.3]	(2.3)((1.3)]	((1.3))((2.3)]
(1.3)[2.3)	((1.3))[2.3)	(1.3)[(2.3))	((2.3))[1.3)	(2.3)[(1.3))	((1.3))[(2.3))
(1.3)[2.3]	((1.3))[2.3]	(1.3)[(2.3)]	((2.3))[1.3]	(2.3)[(1.3)]	((1.3))[(2.3)]

(1.3](2.3)	((1.3)](2.3)	(1.3]((2.3))	((2.3)](1.3)	(2.3]((1.3))	((1.3)]((2.3))
(1.3](2.3]	((1.3)](2.3]	(1.3]((2.3)]	((2.3)](1.3]	(2.3]((1.3)]	(1.3]((2.3)]
(1.3][2.3)	((1.3)][2.3)	(1.3][(2.3))	((2.3)][1.3)	(2.3][(1.3))	((1.3)][(2.3))
(1.3][2.3]	((1.3)][2.3]	(1.3][(2.3)]	((2.3)][1.3]	(2.3][(1.3)]	((1.3)][(2.3)]

[1.3)(2.3)	[(1.3))(2.3)	[1.3)((2.3))	[(2.3))(1.3)	[2.3)((1.3))	[(1.3))((2.3))
[1.3)(2.3]	[(1.3))(2.3]	[1.3)((2.3)]	[(2.3))(1.3]	[2.3)((1.3)]	[(1.3))((2.3)]
[1.3)[2.3)	[(1.3))[2.3)	[1.3)[(2.3))	[(2.3))[1.3)	[2.3)[(1.3))	[(1.3))[(2.3))
[1.3)[2.3]	[(1.3))[2.3]	[1.3)[(2.3)]	[(2.3))[1.3]	[2.3)[(1.3)]	[(1.3))[(2.3)]

[1.3](2.3)	[(1.3)](2.3)	[1.3]((2.3))	[(2.3)](1.3)	[2.3]((1.3))	[(1.3)]((2.3))
[1.3](2.3]	[(1.3)](2.3]	[1.3]((2.3)]	[(2.3)](1.3]	[2.3]((1.3)]	[(1.3)]((2.3)]
[1.3][2.3)	[(1.3)][2.3)	[1.3][(2.3))	[(2.3)][1.3)	[2.3][(1.3))	[(1.3)][(2.3))
[1.3][2.3]	[(1.3)][2.3]	[1.3][(2.3)]	[(2.3)][1.3]	[2.3][(1.3)]	[(1.3)][(2.3)].

2.9.2. Ontisches System

(Obj)(Rep)	((Obj))(Rep)	(Obj)((Rep))	((Rep))(Obj)	(Rep)((Obj))	((Obj))((Rep))
(Obj)(Rep]	((Obj))(Rep]	(Obj)((Rep)]	((Rep))(Obj]	(Rep)((Obj)]	((Obj))((Rep)]
(Obj)[Rep)	((Obj))[Rep)	(Obj)[(Rep))	((Rep))[Obj)	(Rep)[(Obj))	((Obj))[(Rep))
(Obj)[Rep]	((Obj))[Rep]	(Obj)[(Rep)]	((Rep))[Obj]	(Rep)[(Obj)]	((Obj))[(Rep)]

(Obj](Rep)	((Obj)](Rep)	(Obj]((Rep))	((Rep)](Obj)	(Rep]((Obj))	((Obj)]((Rep))
(Obj](Rep]	((Obj)](Rep]	(Obj]((Rep)]	((Rep)](Obj]	(Rep]((Obj)]	(Obj]((Rep)]
(Obj][Rep)	((Obj)][Rep)	(Obj][(Rep))	((Rep)][Obj)	(Rep][(Obj))	((Obj)][(Rep))
(Obj][Rep]	((Obj)][Rep]	(Obj][(Rep)]	((Rep)][Obj]	(Rep][(Obj)]	((Obj)][(Rep)]

[Obj)(Rep)	[(Obj))(Rep)	[Obj)((Rep))	[(Rep))(Obj)	[Rep)((Obj))	[(Obj))((Rep))
[Obj)(Rep]	[(Obj))(Rep]	[Obj)((Rep)]	[(Rep))(Obj]	[Rep)((Obj)]	[(Obj))((Rep)]
[Obj)[Rep)	[(Obj))[Rep)	[Obj)[(Rep))	[(Rep))[Obj)	[Rep)[(Obj))	[(Obj))[(Rep))
[Obj)[Rep]	[(Obj))[Rep]	[Obj)[(Rep)]	[(Rep))[Obj]	[Rep)[(Obj)]	[(Obj))[(Rep)]

[Obj](Rep)	[(Obj)](Rep)	[Obj]((Rep))	[(Rep)](Obj)	[Rep]((Obj))	[(Obj)]((Rep))
[Obj](Rep]	[(Obj)](Rep]	[Obj]((Rep)]	[(Rep)](Obj]	[Rep]((Obj)]	[(Obj)]((Rep)]
[Obj][Rep)	[(Obj)][Rep)	[Obj][(Rep))	[(Rep)][Obj)	[Rep][(Obj))	[(Obj)][(Rep))
[Obj][Rep]	[(Obj)][Rep]	[Obj][(Rep)]	[(Rep)][Obj]	[Rep][(Obj)]	[(Obj)][(Rep)].

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Calculus semioticus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Topologie der Peirce-Zahlen (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Ein Sextupel topologischer semiotischer Relationen als Basis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Die ontisch-semiotische Isomorphie, revisited. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Reflektorische Teilsysteme der polykontexturalen Semiotik

1. Die von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführte 3×3-Matrix enthält bekanntlich in den Zeilen die Triaden und in den Spalten die Trichotomien

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3.

Da es sich hier um eine quadratische Matrix handelt, ist natürlich $n = m$.

Dagegen ist die in Toth (2019a) eingeführte dyadisch-trichotomische Matrix eine 2×3-Matrix, bei der also $n \neq m$ gilt

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3.

Während also die bensesche Zeichenrelation durch

$Z^{2,3} = (3.x, 2.y, 1.z)$

mit $x, y, z \in (1, 2, 3)$ definiert ist, ist unsere Zeichenrelation durch

$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

mit $w \dots z \in (1, 2, 3)$ definiert. Hier haben also bereits auf der immer noch monokontexturalen Ebene Zeilen und Spalten verschiedene Längen.

2. Wie in Toth (2019b) gezeigt wurde, kann man die Subzeichen der 2×3-Matrix in einer Pseudo-Proto-Darstellung wie folgt anordnen

$$
\begin{tikzcd}
 & & 1.1 \arrow[dl] \arrow[dr] & & \\
 & 1.2 \arrow[dl] \arrow[dr] & & 1.3 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
2.1 & & 2.2 & & 2.3
\end{tikzcd}
$$

Dagegen ist die echte Proto- und die ihr gleiche Deutero-Darstellung für die Kontexturen K = 1 bis K = 3

$$
\begin{tikzcd}
 & & 0 \arrow[dl] \arrow[dr] & & \\
 & 00 \arrow[dl] \arrow[dr] & & 01 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
000 & & 001 & & 002
\end{tikzcd}
$$

Dadurch sind wir erstmals in der Geschichte der polykontexturalen Semiotik, die mit Kronthaler (1992) und Toth (2003) begonnen hatte, imstande, die 6 Subzeichen von $Z^{2,3}$ einer (bijektiven) Kenose zu unterziehen, denn aus der Äquivalenz der Pseudo-Proto-Deutero-Struktur von $Z^{2,3}$ und der Proto-Deutero-Struktur von K =1 bis K = 3 folgt

(1.1) $\leftrightarrow$ 0

(1.2) $\leftrightarrow$ 00

(1.3) $\rightarrow$ 01

(2.1) $\leftrightarrow$ 000

(2.2) $\leftrightarrow$ 001

(2.3) $\leftrightarrow$ 012.

Was die dyadische Form-Inhalts (FI)-Differenz von $Z^{2,3}$ – wie aller dyadischen Zeichenrelationen - betrifft, so können wir die obigen umkehrbar eindeutigen Zuordnungen weiter wie folgt kategorisieren

$$\begin{array}{lcll}
(1.1) & \leftrightarrow & 0 & F \cup I \\
(1.2) & \leftrightarrow & 00 & \multirow{2}{*}{$\big\}\ F$} \\
(1.3) & \rightarrow & 01 & \\
(2.1) & \leftrightarrow & 000 & \\
(2.2) & \leftrightarrow & 001 & \Big\}\ I \\
(2.3) & \leftrightarrow & 012. &
\end{array}$$

3. Da wir in Toth (2019c) angedeutet hatten, daß man eine polykontexturale Semiotik konstruieren kann, stellen wir also fest, daß beim Übergang von der reinen Quantität der Bense-Semiotik zur Quali-Quantität der polykontexturalen Semiotik die Spalten für jede Zeile wachsen, d.h. statt -tomien haben wir in den entsprechenden Matrizen Kontexturen, d.h. Längen von Kenofolgen.

	Proto-Semiotik	Deutero-Semiotik	Trito-Semiotik
K = 1	$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$
K = 2	$\begin{pmatrix} 00 \\ 001 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 00 \\ 01 \end{pmatrix}$

$$K = 3 \qquad \begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ \text{—} \\ \text{—} \\ 012 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ \text{—} \\ \text{—} \\ 012 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 000 \\ 001 \\ 010 \\ 011 \\ 012 \end{pmatrix}$$

$$K = 4 \qquad \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ \text{—} \\ \text{—} \\ 0012 \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ 0123 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ \text{—} \\ 0011 \\ 0012 \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ \text{—} \\ 0123 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0000 \\ 0001 \\ 0010 \\ 0011 \\ 0012 \\ 0100 \\ 0101 \\ 0102 \\ 0110 \\ 0111 \\ 0112 \\ 0120 \\ 0121 \\ 0122 \\ 0123 \end{pmatrix}$$

Die Striche deuten hier die qualitative gaps zwischen den Proto-, Deutero- und Tritozahlen an. Da bei den Protozahlen nur die verschiedenen Zahlen, bei den Deuterozahlen die verschiedenen und die gleichen sowie bei den Tritozahlen zusätzlich die Orte relevant sind, findet also eine graduelle Ausdifferenzierung zwischen den drei polykontexturalen Zahlen statt:

Peanozahlen monokontextural

↓ (qualitative jump)

Protozahlen

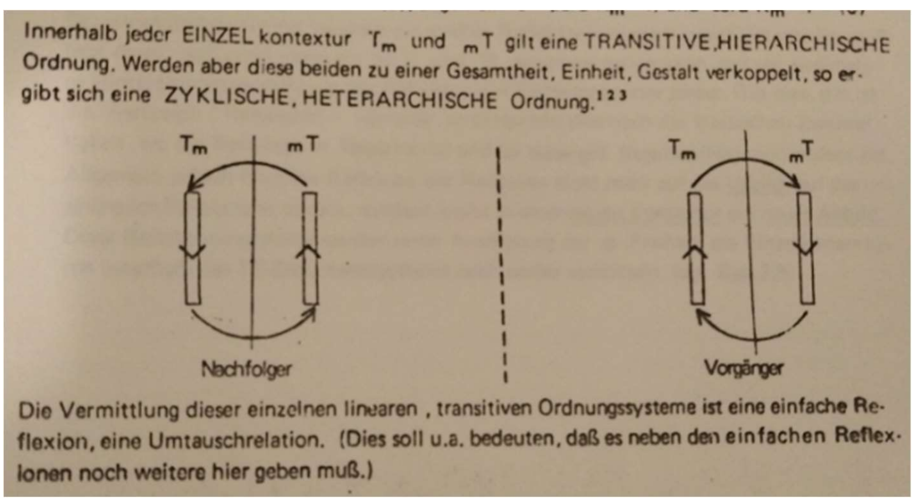
↓

Deuterozahlen polykontextural

↓

Tritozahlen

4. Auf die Existenz von Paaren von reflektorischen Systemen, die wir im folgenden mit R und R* bezeichnen, hatte bereits Kronthaler (1986, S. 48) hingewiesen.


Innerhalb jeder EINZEL kontextur T_m und $_mT$ gilt eine TRANSITIVE, HIERARCHISCHE Ordnung. Werden aber diese beiden zu einer Gesamtheit, Einheit, Gestalt verkoppelt, so ergibt sich eine ZYKLISCHE, HETERARCHISCHE Ordnung.[123]

Die Vermittlung dieser einzelnen linearen, transitiven Ordnungssysteme ist eine einfache Reflexion, eine Umtauschrelation. (Dies soll u.a. bedeuten, daß es neben den einfachen Reflexionen noch weitere hier geben muß.)

Deshalb stellen wir nun die Teilsysteme des vollständigen Systems der 18 Teilsysteme der polykontexturalen Semiotik (vgl. Toth 2019d) auf der Basis der dyadisch-trichotomischen topologischen Zeichenrelation (vgl. Toth 2019e)

$Z^{2,3}$ = ((w.x), (y.z))

mit w, ..., z ∈ (1, 2, 3)

als Paare von R : R*-Systemen dar.

4.1. (1.1, 2.1)-System

4.1.1. R-System

(0)(000)	((0))(000)	(0)((000))	((000))(0)	(000)((0))	((0))((000))
(0)(000]	((0))(000]	(0)((000)]	((000))(0]	(000)((0)]	((0))((000)]
(0)[000)	((0))[000)	(0)[(000))	((000))[0)	(000)[(0))	((0))[(000))
(0)[000]	((0))[000]	(0)[(000)]	((000))[0]	(000)[(0)]	((0))[(000)]

(0](000)	((0)](000)	(0]((000))	((000)](0)	(000]((0))	((0)]((000))
(0](000]	((0)](000]	(0]((000)]	((000)](0]	(000]((0)]	(0]((000)]
(0][000)	((0)][000)	(0][(000))	((000)][0)	(000][(0))	((0)][(000))
(0][000]	((0)][000]	(0][(000)]	((000)][0]	(000][(0)]	((0)][(000)]

[0)(000)	[(0))(000)	[0)((000))	[(000))(0)	[000)((0))	[(0))((000))
[0)(000]	[(0))(000]	[0)((000)]	[(000))(0]	[000)((0)]	[(0))((000)]
[0)[000)	[(0))[000)	[0)[(000))	[(000))[0)	[000)[(0))	[(0))[(000))
[0)[000]	[(0))[000]	[0)[(000)]	[(000))[0]	[000)[(0)]	[(0))[(000)]

[0](000)	[(0)](000)	[0]((000))	[(000)](0)	[000]((0))	[(0)]((000))
[0](000]	[(0)](000]	[0]((000)]	[(000)](0]	[000]((0)]	[(0)]((000)]
[0][000)	[(0)][000)	[0][(000))	[(000)][0)	[000][(0))	[(0)][(000))
[0][000]	[(0)][000]	[0][(000)]	[(000)][0]	[000][(0)]	[(0)][(000)].

4.1.2. R*-System

(000)(0)	((000))(0)	(000)((0))	((0))(000)	(0)((000))	((000))((0))
(000)(0]	((000))(0]	(000)((0)]	((0))(000]	(0)((000)]	((000))((0)]
(000)[0)	((000))[0)	(000)[(0))	((0))[000)	(0)[(000))	((000))[(0))
(000)[0]	((000))[0]	(000)[(0)]	((0))[000]	(0)[(000)]	((000))[(0)]
(000](0)	((000)](0)	(000]((0))	((0)](000)	(0]((000))	((000)]((0))
(000](0]	((000)](0]	(000]((0)]	((0)](000]	(0]((000)]	(000]((0)]
(000][0)	((000)][0)	(000][(0))	((0)][000)	(0][(000))	((000)][(0))
(000][0]	((000)][0]	(000][(0)]	((0)][000]	(0][(000)]	((000)][(0)]
[000)(0)	[(000))(0)	[000)((0))	[(0))(000)	[0)((000))	[(000))((0))
[000)(0]	[(000))(0]	[000)((0)]	[(0))(000]	[0)((000)]	[(000))((0)]
[000)[0)	[(000))[0)	[000)[(0))	[(0))[000)	[0)[(000))	[(000))[(0))
[000)[0]	[(000))[0]	[000)[(0)]	[(0))[000]	[0)[(000)]	[(000))[(0)]
[000](0)	[(000)](0)	[000]((0))	[(0)](000)	[0]((000))	[(000)]((0))
[000](0]	[(000)](0]	[000]((0)]	[(0)](000]	[0]((000)]	[(000)]((0)]
[000][0)	[(000)][0)	[000][(0))	[(0)][000)	[0][(000))	[(000)][(0))
[000][0]	[(000)][0]	[000][(0)]	[(0)][000]	[0][(000)]	[(000)][(0)]

4.2. (1.1, 2.2)-System

4.2.1. R-System

(0)(001)	((0))(001)	(0)((001))	((001))(0)	(001)((0))	((0))((001))
(0)(001]	((0))(001]	(0)((001)]	((001))(0]	(001)((0)]	((0))((001)]
(0)[001)	((0))[001)	(0)[(001))	((001))[0)	(001)[(0))	((0))[(001))
(0)[001]	((0))[001]	(0)[(001)]	((001))[0]	(001)[(0)]	((0))[(001)]

(0](001)	((0)](001)	(0]((001))	((001)](0)	(001]((0))	((0)]((001))
(0](001]	((0)](001]	(0]((001)]	((001)](0]	(001]((0)]	(0]((001)]
(0][001)	((0)][001)	(0][(001))	((001)][0)	(001][(0))	((0)][(001))
(0][001]	((0)][001]	(0][(001)]	((001)][0]	(001][(0)]	((0)][(001)]

[0)(001)	[(0))(001)	[0)((001))	[(001))(0)	[001)((0))	[(0))((001))
[0)(001]	[(0))(001]	[0)((001)]	[(001))(0]	[001)((0)]	[(0))((001)]
[0)[001)	[(0))[001)	[0)[(001))	[(001))[0)	[001)[(0))	[(0))[(001))
[0)[001]	[(0))[001]	[0)[(001)]	[(001))[0]	[001)[(0)]	[(0))[(001)]

[0](001)	[(0)](001)	[0]((001))	[(001)](0)	[001]((0))	[(0)]((001))
[0](001]	[(0)](001]	[0]((001)]	[(001)](0]	[001]((0)]	[(0)]((001)]
[0][001)	[(0)][001)	[0][(001))	[(001)][0)	[001][(0))	[(0)][(001))
[0][001]	[(0)][001]	[0][(001)]	[(001)][0]	[001][(0)]	[(0)][(001)].

4.2.2. R*-System

(001)(0)	((001))(0)	(001)((0))	((0))(001)	(0)((001))	((001))((0))
(001)(0]	((001))(0]	(001)((0)]	((0))(001]	(0)((001)]	((001))((0)]
(001)[0)	((001))[0)	(001)[(0))	((0))[001)	(0)[(001))	((001))[(0))
(001)[0]	((001))[0]	(001)[(0)]	((0))[001]	(0)[(001)]	((001))[(0)]

(001](0)	((001)](0)	(001]((0))	((0)](001)	(0]((001))	((001)]((0))
(001](0]	((001)](0]	(001]((0)]	((0)](001]	(0]((001)]	(001]((0)]
(001][0)	((001)][0)	(001][(0))	((0)][001)	(0][(001))	((001)][(0))
(001][0]	((001)][0]	(001][(0)]	((0)][001]	(0][(001)]	((001)][(0)]

[001)(0)	[(001))(0)	[001)((0))	[(0))(001)	[0)((001))	[(001))((0))
[001)(0]	[(001))(0]	[001)((0)]	[(0))(001]	[0)((001)]	[(001))((0)]
[001)[0)	[(001))[0)	[001)[(0))	[(0))[001)	[0)[(001))	[(001))[(0))
[001)[0]	[(001))[0]	[001)[(0)]	[(0))[001]	[0)[(001)]	[(001))[(0)]

[001](0)	[(001)](0)	[001]((0))	[(0)](001)	[0]((001))	[(001)]((0))
[001](0]	[(001)](0]	[001]((0)]	[(0)](001]	[0]((001)]	[(001)]((0)]
[001][0)	[(001)][0)	[001][(0))	[(0)][001)	[0][(001))	[(001)][(0))
[001][0]	[(001)][0]	[001][(0)]	[(0)][001]	[0][(001)]	[(001)][(0)]

4.3. (1.1, 2.3)-System

4.3.1. R-System

(0)(012)	((0))(012)	(0)((012))	((012))(0)	(012)((0))	((0))((012))
(0)(012]	((0))(012]	(0)((012)]	((012))(0]	(012)((0)]	((0))((012)]
(0)[012)	((0))[012)	(0)[(012))	((012))[0)	(012)[(0))	((0))[(012))
(0)[012]	((0))[012]	(0)[(012)]	((012))[0]	(012)[(0)]	((0))[(012)]

(0](012)	((0)](012)	(0]((012))	((012)](0)	(012]((0))	((0)]((012))
(0](012]	((0)](012]	(0]((012)]	((012)](0]	(012]((0)]	(0]((012)]
(0][012)	((0)][012)	(0][(012))	((012)][0)	(012][(0))	((0)][(012))
(0][012]	((0)][012]	(0][(012)]	((012)][0]	(012][(0)]	((0)][(012)]

[0)(012)	[(0))(012)	[0)((012))	[(012))(0)	[012)((0))	[(0))((012))
[0)(012]	[(0))(012]	[0)((012)]	[(012))(0]	[012)((0)]	[(0))((012)]
[0)[012)	[(0))[012)	[0)[(012))	[(012))[0)	[012)[(0))	[(0))[(012))
[0)[012]	[(0))[012]	[0)[(012)]	[(012))[0]	[012)[(0)]	[(0))[(012)]

[0](012)	[(0)](012)	[0]((012))	[(012)](0)	[012]((0))	[(0)]((012))
[0](012]	[(0)](012]	[0]((012)]	[(012)](0]	[012]((0)]	[(0)]((012)]
[0][012)	[(0)][012)	[0][(012))	[(012)][0)	[012][(0))	[(0)][(012))
[0][012]	[(0)][012]	[0][(012)]	[(012)][0]	[012][(0)]	[(0)][(012)].

4.3.2. R*-System

(012)(0)	((012))(0)	(012)((0))	((0))(012)	(0)((012))	((012))((0))
(012)(0]	((012))(0]	(012)((0)]	((0))(012]	(0)((012)]	((012))((0)]
(012)[0)	((012))[0)	(012)[(0))	((0))[012)	(0)[(012))	((012))[(0))
(012)[0]	((012))[0]	(012)[(0)]	((0))[012]	(0)[(012)]	((012))[(0)]

(012](0)	((012)](0)	(012]((0))	((0)](012)	(0]((012))	((012)]((0))
(012](0]	((012)](0]	(012]((0)]	((0)](012]	(0]((012)]	(012]((0)]
(012][0)	((012)][0)	(012][(0))	((0)][012)	(0][(012))	((012)][(0))
(012][0]	((012)][0]	(012][(0)]	((0)][012]	(0][(012)]	((012)][(0)]

[012)(0)	[(012))(0)	[012)((0))	[(0))(012)	[0)((012))	[(012))((0))
[012)(0]	[(012))(0]	[012)((0)]	[(0))(012]	[0)((012)]	[(012))((0)]
[012)[0)	[(012))[0)	[012)[(0))	[(0))[012)	[0)[(012))	[(012))[(0))
[012)[0]	[(012))[0]	[012)[(0)]	[(0))[012]	[0)[(012)]	[(012))[(0)]

[012](0)	[(012)](0)	[012]((0))	[(0)](012)	[0]((012))	[(012)]((0))
[012](0]	[(012)](0]	[012]((0)]	[(0)](012]	[0]((012)]	[(012)]((0)]
[012][0)	[(012)][0)	[012][(0))	[(0)][012)	[0][(012))	[(012)][(0))
[012][0]	[(012)][0]	[012][(0)]	[(0)][012]	[0][(012)]	[(012)][(0)]

4.4. (1.2, 2.1)-System

4.4.1. R-System

(00)(000)	((00))(000)	(00)((000))	((000))(00)	(000)((00))	((00))((000))
(00)(000]	((00))(000]	(00)((000)]	((000))(00]	(000)((00)]	((00))((000)]
(00)[000)	((00))[000)	(00)[(000))	((000))[00)	(000)[(00))	((00))[(000))
(00)[000]	((00))[000]	(00)[(000)]	((000))[00]	(000)[(00)]	((00))[(000)]

(00](000)	((00)](000)	(00]((000))	((000)](00)	(000]((00))	((00)]((000))
(00](000]	((00)](000]	(00]((000)]	((000)](00]	(000]((00)]	(00]((000)]
(00][000)	((00)][000)	(00][(000))	((000)][00)	(000][(00))	((00)][(000))
(00][000]	((00)][000]	(00][(000)]	((000)][00]	(000][(00)]	((00)][(000)]

[00)(000)	[(00))(000)	[00)((000))	[(000))(00)	[000)((00))	[(00))((000))
[00)(000]	[(00))(000]	[00)((000)]	[(000))(00]	[000)((00)]	[(00))((000)]
[00)[000)	[(00))[000)	[00)[(000))	[(000))[00)	[000)[(00))	[(00))[(000))
[00)[000]	[(00))[000]	[00)[(000)]	[(000))[00]	[000)[(00)]	[(00))[(000)]

[00](000)	[(00)](000)	[00]((000))	[(000)](00)	[000]((00))	[(00)]((000))
[00](000]	[(00)](000]	[00]((000)]	[(000)](00]	[000]((00)]	[(00)]((000)]
[00][000)	[(00)][000)	[00][(000))	[(000)][00)	[000][(00))	[(00)][(000))
[00][000]	[(00)][000]	[00][(000)]	[(000)][00]	[000][(00)]	[(00)][(000)].

4.4.2. R*-System

(000)(00)	((000))(00)	(000)((00))	((00))(000)	(00)((000))	((000))((00))
(000)(00]	((000))(00]	(000)((00)]	((00))(000]	(00)((000)]	((000))((00)]
(000)[00)	((000))[00)	(000)[(00))	((00))[000)	(00)[(000))	((000))[(00))
(000)[00]	((000))[00]	(000)[(00)]	((00))[000]	(00)[(000)]	((000))[(00)]

(000](00)	((000)](00)	(000]((00))	((00)](000)	(00]((000))	((000)]((00))
(000](00]	((000)](00]	(000]((00)]	((00)](000]	(00]((000)]	(000]((00)]
(000][00)	((000)][00)	(000][(00))	((00)][000)	(00][(000))	((000)][(00))
(000][00]	((000)][00]	(000][(00)]	((00)][000]	(00][(000)]	((000)][(00)]

[000)(00)	[(000))(00)	[000)((00))	[(00))(000)	[00)((000))	[(000))((00))
[000)(00]	[(000))(00]	[000)((00)]	[(00))(000]	[00)((000)]	[(000))((00)]
[000)[00)	[(000))[00)	[000)[(00))	[(00))[000)	[00)[(000))	[(000))[(00))
[000)[00]	[(000))[00]	[000)[(00)]	[(00))[000]	[00)[(000)]	[(000))[(00)]

[000](00)	[(000)](00)	[000]((00))	[(00)](000)	[00]((000))	[(000)]((00))
[000](00]	[(000)](00]	[000]((00)]	[(00)](000]	[00]((000)]	[(000)]((00)]
[000][00)	[(000)][00)	[000][(00))	[(00)][000)	[00][(000))	[(000)][(00))
[000][00]	[(000)][00]	[000][(00)]	[(00)][000]	[00][(000)]	[(000)][(00)]

4.5. (1.2, 2.2)-System

4.5.1. R*-System

(00)(001)	((00))(001)	(00)((001))	((001))(00)	(001)((00))	((00))((001))
(00)(001]	((00))(001]	(00)((001)]	((001))(00]	(001)((00)]	((00))((001)]
(00)[001)	((00))[001)	(00)[(001))	((001))[00)	(001)[(00))	((00))[(001))
(00)[001]	((00))[001]	(00)[(001)]	((001))[00]	(001)[(00)]	((00))[(001)]

(00](001)	((00)](001)	(00]((001))	((001)](00)	(001]((00))	((00)]((001))
(00](001]	((00)](001]	(00]((001)]	((001)](00]	(001]((00)]	(00]((001)]
(00][001)	((00)][001)	(00][(001))	((001)][00)	(001][(00))	((00)][(001))
(00][001]	((00)][001]	(00][(001)]	((001)][00]	(001][(00)]	((00)][(001)]

[00)(001)	[(00))(001)	[00)((001))	[(001))(00)	[001)((00))	[(00))((001))
[00)(001]	[(00))(001]	[00)((001)]	[(001))(00]	[001)((00)]	[(00))((001)]
[00)[001)	[(00))[001)	[00)[(001))	[(001))[00)	[001)[(00))	[(00))[(001))
[00)[001]	[(00))[001]	[00)[(001)]	[(001))[00]	[001)[(00)]	[(00))[(001)]

[00](001)	[(00)](001)	[00]((001))	[(001)](00)	[001]((00))	[(00)]((001))
[00](001]	[(00)](001]	[00]((001)]	[(001)](00]	[001]((00)]	[(00)]((001)]
[00][001)	[(00)][001)	[00][(001))	[(001)][00)	[001][(00))	[(00)][(001))
[00][001]	[(00)][001]	[00][(001)]	[(001)][00]	[001][(00)]	[(00)][(001)].

4.5.2. R*-System

(001)(00)	((001))(00)	(001)((00))	((00))(001)	(00)((001))	((001))((00))
(001)(00]	((001))(00]	(001)((00)]	((00))(001]	(00)((001)]	((001))((00)]
(001)[00)	((001))[00)	(001)[(00))	((00))[001)	(00)[(001))	((001))[(00))
(001)[00]	((001))[00]	(001)[(00)]	((00))[001]	(00)[(001)]	((001))[(00)]
(001](00)	((001)](00)	(001]((00))	((00)](001)	(00]((001))	((001)]((00))
(001](00]	((001)](00]	(001]((00)]	((00)](001]	(00]((001)]	(001]((00)]
(001][00)	((001)][00)	(001][(00))	((00)][001)	(00][(001))	((001)][(00))
(001][00]	((001)][00]	(001][(00)]	((00)][001]	(00][(001)]	((001)][(00)]
[001)(00)	[(001))(00)	[001)((00))	[(00))(001)	[00)((001))	[(001))((00))
[001)(00]	[(001))(00]	[001)((00)]	[(00))(001]	[00)((001)]	[(001))((00)]
[001)[00)	[(001))[00)	[001)[(00))	[(00))[001)	[00)[(001))	[(001))[(00))
[001)[00]	[(001))[00]	[001)[(00)]	[(00))[001]	[00)[(001)]	[(001))[(00)]
[001](00)	[(001)](00)	[001]((00))	[(00)](001)	[00]((001))	[(001)]((00))
[001](00]	[(001)](00]	[001]((00)]	[(00)](001]	[00]((001)]	[(001)]((00)]
[001][00)	[(001)][00)	[001][(00))	[(00)][001)	[00][(001))	[(001)][(00))
[001][00]	[(001)][00]	[001][(00)]	[(00)][001]	[00][(001)]	[(001)][(00)]

4.6. (1.2, 2.3)-System

4.6.1. R-System

(00)(012)	((00))(012)	(00)((012))	((012))(00)	(012)((00))	((00))((012))
(00)(012]	((00))(012]	(00)((012)]	((012))(00]	(012)((00)]	((00))((012)]
(00)[012)	((00))[012)	(00)[(012))	((012))[00)	(012)[(00))	((00))[(012))
(00)[012]	((00))[012]	(00)[(012)]	((012))[00]	(012)[(00)]	((00))[(012)]

(00](012)	((00)](012)	(00]((012))	((012)](00)	(012]((00))	((00)]((012))
(00](012]	((00)](012]	(00]((012)]	((012)](00]	(012]((00)]	(00]((012)]
(00][012)	((00)][012)	(00][(012))	((012)][00)	(012][(00))	((00)][(012))
(00][012]	((00)][012]	(00][(012)]	((012)][00]	(012][(00)]	((00)][(012)]

[00)(012)	[(00))(012)	[00)((012))	[(012))(00)	[012)((00))	[(00))((012))
[00)(012]	[(00))(012]	[00)((012)]	[(012))(00]	[012)((00)]	[(00))((012)]
[00)[012)	[(00))[012)	[00)[(012))	[(012))[00)	[012)[(00))	[(00))[(012))
[00)[012]	[(00))[012]	[00)[(012)]	[(012))[00]	[012)[(00)]	[(00))[(012)]

[00](012)	[(00)](012)	[00]((012))	[(012)](00)	[012]((00))	[(00)]((012))
[00](012]	[(00)](012]	[00]((012)]	[(012)](00]	[012]((00)]	[(00)]((012)]
[00][012)	[(00)][012)	[00][(012))	[(012)][00)	[012][(00))	[(00)][(012))
[00][012]	[(00)][012]	[00][(012)]	[(012)][00]	[012][(00)]	[(00)][(012)].

4.6.2. R*-System

(012)(00)	((012))(00)	(012)((00))	((00))(012)	(00)((012))	((012))((00))
(012)(00]	((012))(00]	(012)((00)]	((00))(012]	(00)((012)]	((012))((00)]
(012)[00)	((012))[00)	(012)[(00))	((00))[012)	(00)[(012))	((012))[(00))
(012)[00]	((012))[00]	(012)[(00)]	((00))[012]	(00)[(012)]	((012))[(00)]

(012](00)	((012)](00)	(012]((00))	((00)](012)	(00]((012))	((012)]((00))
(012](00]	((012)](00]	(012]((00)]	((00)](012]	(00]((012)]	(012]((00)]
(012][00)	((012)][00)	(012][(00))	((00)][012)	(00][(012))	((012)][(00))
(012][00]	((012)][00]	(012][(00)]	((00)][012]	(00][(012)]	((012)][(00)]

[012)(00)	[(012))(00)	[012)((00))	[(00))(012)	[00)((012))	[(012))((00))
[012)(00]	[(012))(00]	[012)((00)]	[(00))(012]	[00)((012)]	[(012))((00)]
[012)[00)	[(012))[00)	[012)[(00))	[(00))[012)	[00)[(012))	[(012))[(00))
[012)[00]	[(012))[00]	[012)[(00)]	[(00))[012]	[00)[(012)]	[(012))[(00)]

[012](00)	[(012)](00)	[012]((00))	[(00)](012)	[00]((012))	[(012)]((00))
[012](00]	[(012)](00]	[012]((00)]	[(00)](012]	[00]((012)]	[(012)]((00)]
[012][00)	[(012)][00)	[012][(00))	[(00)][012)	[00][(012))	[(012)][(00))
[012][00]	[(012)][00]	[012][(00)]	[(00)][012]	[00][(012)]	[(012)][(00)]

4.7. (1.3, 2.1)-System

4.7.1. R-System

(01)(000)	((01))(000)	(01)((000))	((000))(01)	(000)((01))	((01))((000))
(01)(000]	((01))(000]	(01)((000)]	((000))(01]	(000)((01)]	((01))((000)]
(01)[000)	((01))[000)	(01)[(000))	((000))[01)	(000)[(01))	((01))[(000))
(01)[000]	((01))[000]	(01)[(000)]	((000))[01]	(000)[(01)]	((01))[(000)]

(01](000)	((01)](000)	(01]((000))	((000)](01)	(000]((01))	((01)]((000))
(01](000]	((01)](000]	(01]((000)]	((000)](01]	(000]((01)]	(01]((000)]
(01][000)	((01)][000)	(01][(000))	((000)][01)	(000][(01))	((01)][(000))
(01][000]	((01)][000]	(01][(000)]	((000)][01]	(000][(01)]	((01)][(000)]

[01)(000)	[(01))(000)	[01)((000))	[(000))(01)	[000)((01))	[(01))((000))
[01)(000]	[(01))(000]	[01)((000)]	[(000))(01]	[000)((01)]	[(01))((000)]
[01)[000)	[(01))[000)	[01)[(000))	[(000))[01)	[000)[(01))	[(01))[(000))
[01)[000]	[(01))[000]	[01)[(000)]	[(000))[01]	[000)[(01)]	[(01))[(000)]

[01](000)	[(01)](000)	[01]((000))	[(000)](01)	[000]((01))	[(01)]((000))
[01](000]	[(01)](000]	[01]((000)]	[(000)](01]	[000]((01)]	[(01)]((000)]
[01][000)	[(01)][000)	[01][(000))	[(000)][01)	[000][(01))	[(01)][(000))
[01][000]	[(01)][000]	[01][(000)]	[(000)][01]	[000][(01)]	[(01)][(000)].

4.7.2. R*-System

(000)(01)	((000))(01)	(000)((01))	((01))(000)	(01)((000))	((000))((01))
(000)(01]	((000))(01]	(000)((01)]	((01))(000]	(01)((000)]	((000))((01)]
(000)[01)	((000))[01)	(000)[(01))	((01))[000)	(01)[(000))	((000))[(01))
(000)[01]	((000))[01]	(000)[(01)]	((01))[000]	(01)[(000)]	((000))[(01)]

(000](01)	((000)](01)	(000]((01))	((01)](000)	(01]((000))	((000)]((01))
(000](01]	((000)](01]	(000]((01)]	((01)](000]	(01]((000)]	(000]((01)]
(000][01)	((000)][01)	(000][(01))	((01)][000)	(01][(000))	((000)][(01))
(000][01]	((000)][01]	(000][(01)]	((01)][000]	(01][(000)]	((000)][(01)]

[000)(01)	[(000))(01)	[000)((01))	[(01))(000)	[01)((000))	[(000))((01))
[000)(01]	[(000))(01]	[000)((01)]	[(01))(000]	[01)((000)]	[(000))((01)]
[000)[01)	[(000))[01)	[000)[(01))	[(01))[000)	[01)[(000))	[(000))[(01))
[000)[01]	[(000))[01]	[000)[(01)]	[(01))[000]	[01)[(000)]	[(000))[(01)]

[000](01)	[(000)](01)	[000]((01))	[(01)](000)	[01]((000))	[(000)]((01))
[000](01]	[(000)](01]	[000]((01)]	[(01)](000]	[01]((000)]	[(000)]((01)]
[000][01)	[(000)][01)	[000][(01))	[(01)][000)	[01][(000))	[(000)][(01))
[000][01]	[(000)][01]	[000][(01)]	[(01)][000]	[01][(000)]	[(000)][(01)]

4.8. (1.3, 2.2)-System

4.8.1. R-System

(01)(001)	((01))(001)	(01)((001))	((001))(01)	(001)((01))	((01))((001))
(01)(001]	((01))(001]	(01)((001)]	((001))(01]	(001)((01)]	((01))((001)]
(01)[001)	((01))[001)	(01)[(001))	((001))[01)	(001)[(01))	((01))[(001))
(01)[001]	((01))[001]	(01)[(001)]	((001))[01]	(001)[(01)]	((01))[(001)]
(01](001)	((01)](001)	(01]((001))	((001)](01)	(001]((01))	((01)]((001))
(01](001]	((01)](001]	(01]((001)]	((001)](01]	(001]((01)]	(01]((001)]
(01][001)	((01)][001)	(01][(001))	((001)][01)	(001][(01))	((01)][(001))
(01][001]	((01)][001]	(01][(001)]	((001)][01]	(001][(01)]	((01)][(001)]
[01)(001)	[(01))(001)	[01)((001))	[(001))(01)	[001)((01))	[(01))((001))
[01)(001]	[(01))(001]	[01)((001)]	[(001))(01]	[001)((01)]	[(01))((001)]
[01)[001)	[(01))[001)	[01)[(001))	[(001))[01)	[001)[(01))	[(01))[(001))
[01)[001]	[(01))[001]	[01)[(001)]	[(001))[01]	[001)[(01)]	[(01))[(001)]
[01](001)	[(01)](001)	[01]((001))	[(001)](01)	[001]((01))	[(01)]((001))
[01](001]	[(01)](001]	[01]((001)]	[(001)](01]	[001]((01)]	[(01)]((001)]
[01][001)	[(01)][001)	[01][(001))	[(001)][01)	[001][(01))	[(01)][(001))
[01][001]	[(01)][001]	[01][(001)]	[(001)][01]	[001][(01)]	[(01)][(001)].

4.8.2. R*-System

(001)(01)	((001))(01)	(001)((01))	((01))(001)	(01)((001))	((001))((01))
(001)(01]	((001))(01]	(001)((01)]	((01))(001]	(01)((001)]	((001))((01)]
(001)[01)	((001))[01)	(001)[(01))	((01))[001)	(01)[(001))	((001))[(01))
(001)[01]	((001))[01]	(001)[(01)]	((01))[001]	(01)[(001)]	((001))[(01)]
(001](01)	((001)](01)	(001]((01))	((01)](001)	(01]((001))	((001)]((01))
(001](01]	((001)](01]	(001]((01)]	((01)](001]	(01]((001)]	(001]((01)]
(001][01)	((001)][01)	(001][(01))	((01)][001)	(01][(001))	((001)][(01))
(001][01]	((001)][01]	(001][(01)]	((01)][001]	(01][(001)]	((001)][(01)]
[001)(01)	[(001))(01)	[001)((01))	[(01))(001)	[01)((001))	[(001))((01))
[001)(01]	[(001))(01]	[001)((01)]	[(01))(001]	[01)((001)]	[(001))((01)]
[001)[01)	[(001))[01)	[001)[(01))	[(01))[001)	[01)[(001))	[(001))[(01))
[001)[01]	[(001))[01]	[001)[(01)]	[(01))[001]	[01)[(001)]	[(001))[(01)]
[001](01)	[(001)](01)	[001]((01))	[(01)](001)	[01]((001))	[(001)]((01))
[001](01]	[(001)](01]	[001]((01)]	[(01)](001]	[01]((001)]	[(001)]((01)]
[001][01)	[(001)][01)	[001][(01))	[(01)][001)	[01][(001))	[(001)][(01))
[001][01]	[(001)][01]	[001][(01)]	[(01)][001]	[01][(001)]	[(001)][(01)]

4.9. (1.3, 2.3)-System

4.9.1. R-System

(01)(012)	((01))(012)	(01)((012))	((012))(01)	(012)((01))	((01))((012))
(01)(012]	((01))(012]	(01)((012)]	((012))(01]	(012)((01)]	((01))((012)]
(01)[012)	((01))[012)	(01)[(012))	((012))[01)	(012)[(01))	((01))[(012))
(01)[012]	((01))[012]	(01)[(012)]	((012))[01]	(012)[(01)]	((01))[(012)]

(01](012)	((01)](012)	(01]((012))	((012)](01)	(012]((01))	((01)]((012))
(01](012]	((01)](012]	(01]((012)]	((012)](01]	(012]((01)]	(01]((012)]
(01][012)	((01)][012)	(01][(012))	((012)][01)	(012][(01))	((01)][(012))
(01][012]	((01)][012]	(01][(012)]	((012)][01]	(012][(01)]	((01)][(012)]

[01)(012)	[(01))(012)	[01)((012))	[(012))(01)	[012)((01))	[(01))((012))
[01)(012]	[(01))(012]	[01)((012)]	[(012))(01]	[012)((01)]	[(01))((012)]
[01)[012)	[(01))[012)	[01)[(012))	[(012))[01)	[012)[(01))	[(01))[(012))
[01)[012]	[(01))[012]	[01)[(012)]	[(012))[01]	[012)[(01)]	[(01))[(012)]

[01](012)	[(01)](012)	[01]((012))	[(012)](01)	[012]((01))	[(01)]((012))
[01](012]	[(01)](012]	[01]((012)]	[(012)](01]	[012]((01)]	[(01)]((012)]
[01][012)	[(01)][012)	[01][(012))	[(012)][01)	[012][(01))	[(01)][(012))
[01][012]	[(01)][012]	[01][(012)]	[(012)][01]	[012][(01)]	[(01)][(012)].

4.9.2. R*-System

(012)(01)	((012))(01)	(012)((01))	((01))(012)	(01)((012))	((012))((01))
(012)(01]	((012))(01]	(012)((01)]	((01))(012]	(01)((012)]	((012))((01)]
(012)[01)	((012))[01)	(012)[(01))	((01))[012)	(01)[(012))	((012))[(01))
(012)[01]	((012))[01]	(012)[(01)]	((01))[012]	(01)[(012)]	((012))[(01)]
(012](01)	((012)](01)	(012]((01))	((01)](012)	(01]((012))	((012)]((01))
(012](01]	((012)](01]	(012]((01)]	((01)](012]	(01]((012)]	(012]((01)]
(012][01)	((012)][01)	(012][(01))	((01)][012)	(01][(012))	((012)][(01))
(012][01]	((012)][01]	(012][(01)]	((01)][012]	(01][(012)]	((012)][(01)]
[012)(01)	[(012))(01)	[012)((01))	[(01))(012)	[01)((012))	[(012))((01))
[012)(01]	[(012))(01]	[012)((01)]	[(01))(012]	[01)((012)]	[(012))((01)]
[012)[01)	[(012))[01)	[012)[(01))	[(01))[012)	[01)[(012))	[(012))[(01))
[012)[01]	[(012))[01]	[012)[(01)]	[(01))[012]	[01)[(012)]	[(012))[(01)]
[012](01)	[(012)](01)	[012]((01))	[(01)](012)	[01]((012))	[(012)]((01))
[012](01]	[(012)](01]	[012]((01)]	[(01)](012]	[01]((012)]	[(012)]((01)]
[012][01)	[(012)][01)	[012][(01))	[(01)][012)	[01][(012))	[(012)][(01))
[012][01]	[(012)][01]	[012][(01)]	[(01)][012]	[01][(012)]	[(012)][(01)]

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Die Subzeichen der dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation und ihre Kenose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Anfänge einer polykontexturalen Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Toth, Alfred, Relationalzahlen topologischer Peircezahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019e

Das vollständige System der Operatoren 2-dimensionaler ortsfunktionaler Zahlen

1. Wir wollen die in Toth (2012, 2015) sowie in weiteren Arbeiten eingeführten Relationalzahlen für 2-dimensionale ortsfunktionale Zahlen (vgl. Toth 2016) erweitern, so daß jedes Teilfeld des adjazenten, subjazenten und transjazenten Zahlfeldes bijektiv auf eine Relationalzahl abgebildet werden kann.

2.1. Adjazente Zählweise

S	O		Ø	Ø		O	S		Ø	Ø
Ø	Ø		S	O		Ø	Ø		O	S

2.2. Subjazente Zählweise

S	Ø		Ø	S		O	Ø		Ø	O
O	Ø		Ø	O		S	Ø		Ø	S

2.3. Transjazente Zählweise

S	Ø		Ø	S		O	Ø		Ø	O
Ø	O		O	Ø		Ø	S		S	Ø

3. Es seien folgende Operatoren eingeführt.

Adj = (⮳, ⮲; ⮱, ⮰)

Subj = (↳, ↲, ↱, ↰)

Transj = (⬀, ⬃; ⬂, ⬁)

Für P = (1, 2) bekommen wir also

⮳(1, 2) =	1	2
	Ø	Ø

⮨$(1, 2) = \begin{matrix} 2 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{matrix}$

⮯$(1, 2) = \begin{matrix} \emptyset & \emptyset \\ 1 & 2 \end{matrix}$

⮮$(1, 2) = \begin{matrix} \emptyset & \emptyset \\ 2 & 1 \end{matrix}$

↳$(1, 2) = \begin{matrix} 1 & \emptyset \\ 2 & \emptyset \end{matrix}$

↲$(1, 2) = \begin{matrix} \emptyset & 1 \\ \emptyset & 2 \end{matrix}$

↱$(1, 2) = \begin{matrix} 2 & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{matrix}$

↰$(1, 2) = \begin{matrix} \emptyset & 2 \\ \emptyset & 1 \end{matrix}$

⬀$(1, 2) = \begin{matrix} \emptyset & 2 \\ 1 & \emptyset \end{matrix}$

⬃$(1, 2) = \begin{matrix} \emptyset & 1 \\ 2 & \emptyset \end{matrix}$

⬂$(1, 2) = \begin{matrix} 1 & \emptyset \\ \emptyset & 2 \end{matrix}$

⬁$(1, 2) = \begin{matrix} 2 & \emptyset \\ \emptyset & 1 \end{matrix}.$

Für jede Zahl P gilt also nicht nur Ortsfunktionalität

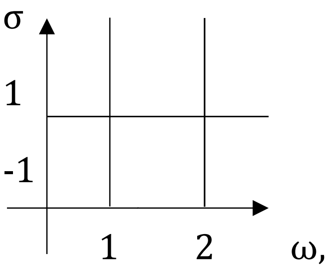
$P = f(\omega)$,

sondern auch Stufenfunktionalität

$P = f(\sigma)$,

d.h. es ist

$P = f(\omega, \sigma)$:



und damit können wir die 12 Operatoren über P = (1, 2), d.h. den einfachsten Fall mit 2 Orten und 2 Stufen, wie folgt in der Form von 2-dimensionalen Relationalzahlen notieren.

⮫(1, 2) = $R^{1}_{1,2}$

⮪(1, 2) = $R^{1}_{2,1}$

⮯(1, 2) = $R^{-1}_{1,2}$

⮮(1, 2) = $R^{-1}_{2,1}$

↳(1, 2) = $R^{1,-1}_{1}$

↲(1, 2) = $R^{1,-1}_{2}$

↱(1, 2) = $R^{-1,1}_{1}$

↰(1, 2) = $R^{-1,1}_{2}$

⬀(1, 2) = $R^{-1,1}_{1,2}$

⬃(1, 2) = $R^{-1,1}_{2,1}$

⬂(1, 2) = $R^{1,-1}{}_{1,2}$

⬁(1, 2) = $R^{1,-1}{}_{2.1}$

Wir haben also folgende duale Paare.

⮣(1, 2) =	$R^{1}{}_{1,2}$	×	⮢(1, 2) =	$R^{1}{}_{2,1}$
⮧(1, 2) =	$R^{-1}{}_{1,2}$	×	⮦(1, 2) =	$R^{-1}{}_{2,1}$
↳(1, 2) =	$R^{1,-1}{}_{1}$	×	↲(1, 2) =	$R^{1,-1}{}_{2}$
↱(1, 2) =	$R^{-1,1}{}_{1}$	×	↰(1, 2) =	$R^{-1,1}{}_{2}$
⬀(1, 2) =	$R^{-1,1}{}_{1,2}$	×	⬃(1, 2) =	$R^{-1,1}{}_{2,1}$
⬂(1, 2) =	$R^{1,-1}{}_{1,2}$	×	⬁(1, 2) =	$R^{1,-1}{}_{2.1}$

Literatur

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Schauspieler und Zuschauer

1. E.T.A. Hoffmanns "Die Elixiere des Teufels" erschienen 1815/16 (vgl. dazu Toth 2006). Der folgende Text, in dem es ebenfalls um Doppelpersonen geht, 1868 (de Nerval 1868, S. 26 f.)

> Une idée terrible me vint :
> — L'homme est double, me dis-je.
> « Je sens deux hommes en moi, » a écrit un Père de l'Église. Le concours de deux âmes a déposé ce germe mixte dans un corps qui lui-même offre à la vue deux portions similaires reproduites dans tous les organes de sa structure. Il y a en tout homme un spectateur et un acteur, celui qui parle et celui qui répond.

2. Die generelle Frage ist diejenige nach der Anzahl der Möglichkeiten von Spiegelungen. Vor dem Hintergrund der klassischen aristotelischen Logik ist die Frage allerdings trivial, denn im Grundschema dieser Logik

$L = (0, 1)$

können die linke und die rechte Seite beliebig vertauscht werden: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht" (Günther 2000, S. 230 f.). Es gilt also

$L = L^{-1} = (0, 1) = (1, 0)$.

Ersetzt man die lineare Peanozählweise durch die drei 2-dimensionalen ortsfunktionalen Zählweisen, die adjazente, die subjazente und die transjazente (vgl. Toth 2016), so können die je Zählweise verschiedenne Stellungen eines n-tupels von Peanozahlen durch genau 4 Operatoren je Zählweise bewerkstelligt werden (vgl. Toth 2019). Es sind dann pro Zählweise 4 mal 3 = 12 duale

Reflexionen möglich, insgesamt also 36. Dies ist also auch die mathematisch präzise Anzahl von „Doppelpersonen“, oder welche realen oder imaginären Modelle man immer für ortsfunktionale qualitative Zählung heranziehen möchte.

2.1. Adjazente Zählweise

2.1.1. Zahlenfelder

S	O	Ø	Ø		O	S	Ø	Ø
Ø	Ø	S	O		Ø	Ø	O	S

2.1.2. Reflexionen

⮭(1, 2) = $R^{1}_{1,2}$ × ⮬(1, 2) = $R^{1}_{2,1}$

⮭(1, 2) = $R^{1}_{1,2}$ × ⮯(1, 2) = $R^{-1}_{1,2}$

⮭(1, 2) = $R^{1}_{1,2}$ × ⮮(1, 2) = $R^{-1}_{2,1}$

⮬(1, 2) = $R^{1}_{2,1}$ × ⮭(1, 2) = $R^{1}_{1,2}$

⮬(1, 2) = $R^{1}_{2,1}$ × ⮯(1, 2) = $R^{-1}_{1,2}$

⮬(1, 2) = $R^{1}_{2,1}$ × ⮮(1, 2) = $R^{-1}_{2,1}$

⮯(1, 2) = $R^{-1}_{1,2}$ × ⮭(1, 2) = $R^{1}_{1,2}$

⮯(1, 2) = $R^{-1}_{1,2}$ × ⮬(1, 2) = $R^{1}_{2,1}$

⮯(1, 2) = $R^{-1}_{1,2}$ × ⮮(1, 2) = $R^{-1}_{2,1}$

⮮(1, 2) = $R^{-1}_{2,1}$ × ⮭(1, 2) = $R^{1}_{1,2}$

⮮(1, 2) = $R^{-1}_{2,1}$ × ⮬(1, 2) = $R^{1}_{2,1}$

⮮(1, 2) = $R^{-1}_{2,1}$ × ⮯(1, 2) = $R^{-1}_{1,2}$

2.2. Subjazente Zählweise

2.2.1. Zahlenfelder

S	Ø	Ø	S	O	Ø	Ø	O
O	Ø	Ø	O	S	Ø	Ø	S

2.2.2. Reflexionen

↳(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1}$	×	↲(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2}$
↳(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1}$	×	↱(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1}$
↳(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1}$	×	↰(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2}$
↲(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2}$	×	↳(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1}$
↲(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2}$	×	↱(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1}$
↲(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2}$	×	↰(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2}$
↱(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1}$	×	↳(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1}$
↱(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1}$	×	↲(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2}$
↱(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1}$	×	↰(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2}$
↰(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2}$	×	↳(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1}$
↰(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2}$	×	↲(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2}$
↰(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2}$	×	↱(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1}$

2.3. Transjazente Zählweise

2.3.1. Zahlenfelder

S	Ø	Ø	S	O	Ø	Ø	O
Ø	O	O	Ø	Ø	S	S	Ø

2.3.2. Reflexionen

⬀(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1,2}$	×	⬃(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2,1}$
⬀(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1,2}$	×	⬂(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1,2}$
⬀(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1,2}$	×	⬁(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2.1}$
⬃(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2,1}$	×	⬀(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1,2}$
⬃(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2,1}$	×	⬂(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1,2}$
⬃(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2,1}$	×	⬁(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2.1}$
⬂(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1,2}$	×	⬀(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1,2}$
⬂(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1,2}$	×	⬃(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2,1}$
⬂(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1,2}$	×	⬁(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2.1}$
⬁(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2.1}$	×	⬀(1, 2) =	$R^{-1,1}_{1,2}$
⬁(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2.1}$	×	⬃(1, 2) =	$R^{-1,1}_{2,1}$
⬁(1, 2) =	$R^{1,-1}_{2.1}$	×	⬂(1, 2) =	$R^{1,-1}_{1,2}$

Literatur

de Nerval, Gérard, Oeuvres complètes. Bd. V. Paris 1868

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, E.T.A. Hoffmanns chiastischer Karneval. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2006

Toth, Alfred, Einführung in die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Das vollständige System der Operatoren 2-dimensionaler ortsfunktionaler Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019