Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische Thetik, Hypotypose und Modelltheorie

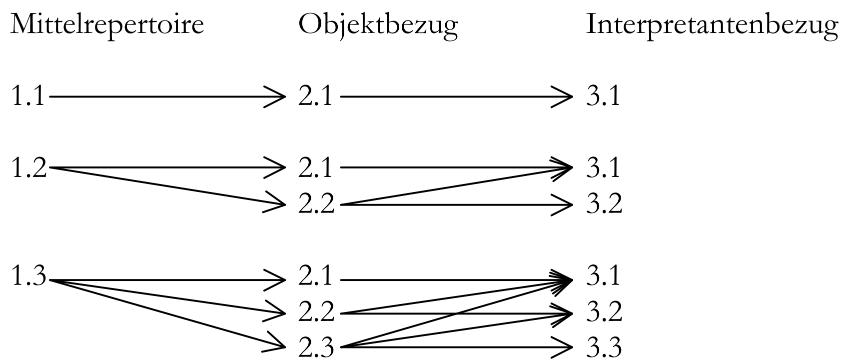
1. Vorbemerkung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht darin, George Spencer Browns "Laws of form" (1969), also der sogenannte "Calculus of Indications (CI)", in der Form von und mit den Modifikationen und Ergänzungen von Francisco Varelas "A Calculus for Self-Reference (CSR)" (1975), auch bekannt als "Extended Calculus" (EC), mit Hilfe der von Max Bense inaugurierten Theoretischen Semiotik darzustellen, um dadurch einen semiotischen EC zu begründen, mit dem die Einführung von Zeichen und ihre modelltheoretische Bildung präzisiert werden können. Von hieraus werden sich auch Anschlüsse zum immer noch strittigen Problem des Verhältnisses von Semiotik und Polykontexturaler Logik ergeben.

2. Thetik, Hypothetik, Hypotypotik

Bereits in seinem ersten semiotischen Buch, erklärte Max Bense: "Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur was zum Zeichen erklärt wird. Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9). Später präzisierte Bense: "Unter 'Einführung des Zeichens' wird die Tatsache verstanden, dass ein Zeichen nicht wie ein Naturobjekt gegeben ist, sondern durch ein Bewusstsein 'eingeführt' wird. Diese Einführung kann als 'Setzung', als 'Erklärung', als 'Selektion' verstanden werden. Ein Zeichen ist also nur als 'thetisches' Etwas zu verstehen; es hat grundsätzlich 'thetischen Charakter', und dementsprechend ist jede Zeichenthematik, jeder Zeichenprozess primär thetischer Natur; sie thematisieren oder generieren letztlich nicht faktische objektive Objekte, sondern künstliche Metaobjekte, die sich im Sinne der triadischen Relation auf faktische Objekte beziehen" (Bense und Walther 1973, S. 26).

Spätestens um 1976 wurde die "thetische Einführung" von Zeichen als semiotische Operation verstanden: "Die Operationalität des Zeichens beginnt mit seiner Setzung. Die thetische oder selektive Setzung ist die erste Zeichenoperation, die Einleitung jeder repräsentierenden Semiose. Mit dem Zeichen ist stets eine Semiose verbunden, und in ihr ist die selektive Setzung gewissermassen 'erblich'" (Bense 1976, S. 117). Es ist nicht klar, was Bense hier meint: Ist die Selektion aus einem vorgegebenen Mittelrepertoire auch für den Objekt- und den Interpretantenbezug "erblich"? In diesem Fall hätten wir aber eine "konditionierte Erblichkeit" vor uns, denn nur die folgenden Semiosen sind möglich:



Wie man sieht, gibt es also semiosische "Erblichkeit" nur bei den Hauptzeichenklassen (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2) und (3.3 2.3 1.3) vorhanden. Es ist aber bemerkenswert, dass Bense einen mathematischen Erblichkeitsbegriff zehn Jahre vor Erscheinen von Touretzky's Standardwerk (1984) einführte.

Etwas später erklärte Walther die thetische Einführung zur basalen semiotischen Operation und die mit ihr vorausgesetzte Handlung als hypothetisch: "Die grundlegende Operation der Semiotik ist die 'thetische Einführung des Zeichens' (Bense), die ganz allgemein bei jeder Zeichensetzung, Zeichenerfindung, Zeichenverwendung benutzt wird. Jede Zeichengebung muss als ein 'hypo-thetischer' Akt verstanden werden, als frei, unbestimmt und willkürlich. Erst durch andere Zeichen wird eine Verbindung des hypothetisch eingeführten Zeichens mit anderen Zeichen und damit eine Bindung, Abhängigkeit und Konventionalität geschaffen" (Walther 1979, S. 117). Nach Walther (1979, S. 121) soll die thetische Einführung durch das Zeichen $\vdash$ markiert werden.

Mit der Erklärung, dass Zeichen durch einen "hypothetischen Akt" eingeführt werden, ist ein erster Schritt in Richtung der erst viel später von Bense im Kapitel "Bemerkungen über zukünftige Aufgabe" in seinem letzten zu Lebzeiten veröffentlichten Buch geforderten "semiotischen Modelltheorie" (Bense 1986, S. 129) gemacht. Doch vorerst differenziert Bense zwischen der Einführung der abstrakten Primzeichen-Relation und der konkreten Zeichen: "Während jedoch die pragmatisch eingeführten Zeichen, wie Peirce auch mehrfach hervorhub, einen hypothetischen, also voraus-setzenden Status haben, zeichnen sich die konstituierend eingeführten kategorialen Primzeichen durch einen hypotypotischen, d.h. unter-legenden Charakter aus. Den zur pragmatischen Verwendung vorausgesetzten Zeichen werden zur fundierenden Konstituierung Primzeichen unterlegt" (Bense 1981, S. 56). Wir kommen in Kap. 4 darauf zurück, nachdem wir die "Gesetze der semiotischen Form" erarbeitet haben werden.

3. Varelas "Calculus for Self-Reference (Extended Calculus)"

Im folgenden gliedern wir den EC gemäss Varelas Text fortlaufend.

3.1. Kontext

Co1: Let the calculus of indications, and the context from which it is seen to arise, be valid, except for the modifications introduced hereinafter.

Im folgenden soll gezeigt werden, dass der CI mit dem System der Theoretischen Semiotik logisch isomorph ist.

3.2. Definition

D1: Let there be a third state, distinguishable in the form, distinct from the marked and unmarked states. Let this state arise autonomously, that is, by self-indication. Call this third state appearing in a distinction, the autonomous state.

Die theoretische Semiotik ist sowohl hinsichtlich ihrer Triaden wie hinsichtlich ihrer Trichotomien, d.h. sowohl hinsichtlich ihres Begründungs- als auch Realisationszusammenhanges (vgl. Walther 1979, S. 89) triadisch.

3.3. Notierung

N1: Let the autonomous state be marked with the mark □, and let this mark be taken for the operation of an autonomous state, and be itself called self-cross to indicate its operation.

Da der CI rein syntaktisch ist, also den semiotischen Mittelbezug betrifft, kommt als einzige semiotische Funktion eines autonomen Status die Einführung des Legizeichens (1.3) durch die "konventionell-normierende Funktion" (Bense 1979, S. 22) in Frage. Diese wird gemäss Bense wie folgt notiert: ╠ 1.3.

3.4. Definitionen

D2: Call the form of a number of tokens ┐ , , □, considered with respect to one another an arrangement.

In der Semiotik handelt es sich um Ausdrücke, welche entweder repertoiriell-thetische (├), singularisierende (┤) oder konventionell-normierende (╠) Funktionen enthalten (Bense 1979, S. 22). Dabei werden durch ├ Subzeichen des trichotomischen Mittelbezugs, durch ┤ Subzeichen des trichotomischen Objektbezugs und durch ╠ Subzeichen des trichotomischen Interpretantenbezugs eingeführt, d.h. der semiotische "EC" ist also nicht nur auf die Syntaktik beschränkt, sondern umfasst auch Semantik und Pragmatik (vgl. Toth 1997, S. 33).

D3: Call any arrangement intended as an indicator an expression.
D4: Call a state indicated by an expression the value of the expression.

3.5. Notierung

N2: Let v stand for any one of the marks of the states distinguished or self-distinguished: ┐ , , □. Call v a marker.

3.6. Definition

D5: Note that the arrangements ┐,   , □ are, by definition, expressions. Call a marker a simple expression. Let there be no other simple expressions.

3.7. Arithmetische Initialen

I1: ┐ v = ┐ (Dominanz)

├ s = ├, s ∈ {1, 2, 3} oder s ∈ <a.b> mit a, b ∈ {1, 2, 3} oder s ∈ <<<a.b>, <c.d>>, <e.f.>> mit a = 3, c = 2, e = 1 und b, d, f ∈ {1, 2, 3} und b ≤ d ≤ f.

I2: ┐⌉ = (Ordnung)

├┤ =

I3: □┐ = □ (Konstanz)

╟ ├ = ╟

I4: □□ = □ (Anzahl)

╟ ╟ = ╟

Demnach korrespondieren also mit den logischen Initialen ┐, ⌉, □ die semiotischen Initialen ├, ┤, ╟.

3.8. Theoreme

T1: The value indicated by an expression consisting of a finite number of crosses and self-crosses can be taken to be the value of a simple expression, that is, any expression can be simplified to a simple expression.

T2: If any space pervades an empty cross, the value indicated by the space is the marked state.

Da Subzeichen und Zeichenklassen (bzw. Realitätsthematiken von je her) ohne die einführenden Funktionsoperatoren notiert werden, sind die beiden letzten Theoreme semiotisch betrachtet trivial.

3.9. Regel der Dominanz

R1: Let m stand for any number, larger than zero, of expressions indicating the marked state. Let a stand, similarly, for any number of expressions indicating the autonomous state. Let n stand for any number of expressions indicating the unmarked state.

3.10. Theorem

T3: The simplification of an expression is unique.

Semiotisch gesehen ist dieses Theorem wiederum trivial, nämlich deshalb, weil die Funktionen ├, ┤ und ╠ trichotmische Erst-, Zweit- und Drittheit in dieser Reihenfolge einführen.

3.11. Korollar

K1: The value of an expression constructed by taking steps from a given simple expression is distinct from the value of an expression constructed from a different simple expression.

Das semiotisch äquivalente Korollar folgt direkt aus T3 wegen der Bijektion zwischen den semiotischen Funktionen und den Subzeichen des Mittelbezugs.

3.12. Kommentar zur Konsistenz

C1: The preceding results show that the three values of the calculus are not confused, that is, the calculus is consistent. Indeed its consistency is seen, by the form of the proofs, to follow closely that of the calculus of indications. By this consistency the following rules are seen to be evident consequences.

3.13. Regeln der Konsistenz

R2: p, p = p (Regeln der Identität)

s, s = s (vgl. 3.7.)

R3: In every case where p, q express the same value, p = q (Regeln des Wertes)

Da semiotische Ausdrücke Subzeichen und Zeichenklasse (bzw. Realitätsthematiken) mit oder ohne ihre eineindeutig koordinierten semiotischen Funktionen sind, drükken sie semiotische Werte aus und sind also wie im logischen Falle äquivalent.

R4: Expressions equivalent to an identical expression are equivalent to one another. (Regeln der Folgerung)

Dieses Gesetz der klassisch-aristotelischen Logik gilt selbstverständlich für die Semiotik ebenfalls (vgl. Toth 2004).

3.14. Theorem

T4: Let p, q be of any expressions. Then in any case p ┐ q ⌉ p = p.

s_1 ├ s_2 ┤ $s_1 = s_1$ ($s_i \subset s$, vgl. 3.7.).

T5: Let p be any expression. Then in every case p □ ⌉p = p □.

s_1 ╠┤ s_1 = s_1╠

T6: Let p, q, r be any expressions. Then in any case pr ┐ ⌉qr ┐ ⌉= p ┐ q ┐ ⌉r.

s_1 s_3 ├┤ s_2 s_3 ├┤ = s_1 ├ s_2 ├┤ s_3.

3.15. Algebraische Initialen

Let the results of three preceding theorems be taken as initials to determine a new calculus. Call this calculus the "Extended Algebra".

I5: p ┐ q ⌉p = p (Okkultation)

s_1 ├ s_2 ┤ s_1 = s_1

I6: p r ┐ q r ┐ ⌉= p ┐ q ┐ ⌉r (Transposition)

s_1 r ├ s_2 s_3 ├┤ = s_1 ├ s_2 ├┤ s_3

I7: p □ ⌉p = p □ (Autonomie)

s_1 ╠┤ s_1 = s_1 ╠

3.16. Behauptungen

B1: p = p ┐ ⌉

s_1 = s_1 ├┤

B2: p p = p

s_1 s_1 = s_1

B3: p ┐ = ┐

s_1 ├ = ├

B4: p ┐ q ⌉r ⌉= p r ┐ q ┐ r ⌉

s_1 ┤ s_2 ┤ s_3 ┤ = s_1 s_3 ├ s_2 ├ s_3 ┤

B5: p ┐ q r ┐ s r ┐ ⌉= p ┐ q ┐ s ┐ ⌉p ┐ r ┐ ⌉

$s_1 \vdash s_2\, r \vdash s_4\, s_3 \vdash\dashv\; = s_1 \vdash s_2 \vdash s_4 \vdash\dashv\; s_1 \vdash s_3 \vdash\dashv$

B6: $\square = p \neg\; p \rceil \square$

$\Vdash\; = s_1 \vdash s_1 \dashv\; \Vdash$

B7: $p \neg\; p \rceil p\, \square \rceil = p\, \square \rceil$

$s_1 \vdash s_1 \dashv\; s_1 \Vdash\dashv\; = s_1 \Vdash\dashv$

B8: $p\, r \neg\; \rceil q\, r \rceil \square = p \neg\; r \neg\; \rceil q \neg\; r \rceil r \neg\; r \rceil\rceil \square$

$s_1\, r \vdash\dashv\; s_2\, s_3 \dashv\; \Vdash = s_1 \vdash s_3 \vdash\dashv\; s_2 \vdash s_3 \dashv\; s_3 \vdash s_3 \dashv\; \dashv\; \Vdash$

3.17. Kommentar zur primären und erweiterten Algebra

It is interesting to note how some of the results valid in the primary algebra, are also valid in this algebra. In fact, only the following are found to be invalid:

K2: $p \neg\; p \rceil =$

$s_1 \vdash s_1 \dashv\; =$

K3: $a\, b \rceil = a \neg\; b$

$s_1\, s_2 \dashv\; = s_1 \vdash s_2$

K4: $a \neg\; b \neg\; \rceil a \neg\; b \rceil = a$

$s_1 \vdash s_2 \vdash\dashv\; s_1 \vdash s_2 \dashv\; = s_1$

K5: $b \neg\; r \neg\; \rceil a \neg\; r \neg\; \rceil x \neg\; r \rceil y \neg\; r \rceil\rceil = r \neg\; a\, b \rceil r\, x\, y \rceil$

$s_2 \vdash s_3 \vdash\dashv\; s_1 \vdash s_3 \vdash\dashv\; s_4 \vdash s_3 \dashv\; s_5 \vdash\dashv\; \dashv\; = s_3 \vdash s_1\, s_2 \dashv\; s_3\, s_4\, s_5 \dashv$

3.18. Theoreme

T7: For any given expression, an equivalent expression not more than two crosses deep can be derived.

T8: From any given expression an equivalent expression can be derived so as to contain not more than two appearances of any given variable.

Alternativ lassen sich Subzeichen als <□□> und Zeichenklassen (Realitätsthematiken) als <<<□□>, <□□>>, □□>> mit Leerplätzen für die Primzeichen notieren. Bei Zeichenklassen können auch bloss die triadischen Hauptzeichenbezüge vorgegeben werden: <<<3.□□>, <2.□>>, 1.□>>, so dass T7 und T8 wegen 3.7. erfüllt sind.

3.19. Kommentar

K6: If the algebra is to be of real interest with respect to the arithmetic, it must be shown to be complete, that is, we must be convinced that every valid arithmetic form must be demonstrable in the algebra. This is shown in the next theorem.

3.20. Theorem

T9: The extended algebra is complete.

Die mit EC korrespondiere "Theorie der semiotischen Form" ist ebenfalls komplett, und zwar nicht nur auf syntaktischer Ebene, denn die durch die semiotischen Operatoren ├, ┤, ╠ eingeführten repertoiriellen Subzeichen sind zugleich die einzigen, die in allen Zeichenklassen und Realitätsthematiken des semiotischen Zehnersystems aufscheinen können.

3.21. Kontext

Co2: Let any expression in the calculus be permitted to re-enter its own indicative space at an odd or an even depth.

3.22. Kommentar (Indeterminanz)

K7: Consider the expression f = f ┐ f ⏋, where f re-enters its own space at an odd and an even depth. In this case the value of f cannot be obtained by fixing the values of the variables which appear in the expression. By allowing re-entry we have introduced a degree of indeterminancy which we must try to classify.

Nach Bense (1992) wird das Zeichen selbst, das als autoreproduktiv eingeführt ist, durch die dualinvariante Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) repräsentiert. Demnach ist Selbstbezüglichkeit Bestandteil des ganzen semiotischen Systems, da es keine Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik gibt, die nicht (3.1), (2.2) oder (1.3) bzw. zwei dieser Subzeichen enthält. (Sogar die nicht-wohlgeformte Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) enthält eines dieser Subzeichen.)

3.23. Definition (Grad)

D6: Let the deepest space in which re-entry occurs in an expression determine a way to classify such expressions. Call an expression with no re-entry, of first degree; those expressions with deepest re-entry in the next most shallow space of second degree, and so on.

Da gemäss 3.22. jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik mindestens eines der Subzeichen (3.1), (2.2), (1.3) enthält, enthalten also alle Zkln und Rthn re-entry.

Semiotische Gebilde ohne re-entry können daher nur auf der Ebene der Subzeichen ((1.2), (2.1), (2.3), (3.2)) auftreten, wobei hier die aus genuinen Kategorien bestehenden Subzeichen (1.1) und (3.3) als Identitätsmorphismen ebenfalls als re-entries fungieren. Bei den Subzeichenpaaren, also Dyaden, dürfen daher nur solche Gebilde auftreten, bei denen eines der beiden Subzeichen nicht das duale Korrelat des anderen ist, also z.B. (3.2 1.2), nicht aber (3.2 2.3), usw.

3.24. Notierung

N3: Where re-entry takes place as part of a larger expression it is necessary to indicate clearly the part reinserted and where re-entry takes place. We shall indicate this by direct connection, f. ex. f = ┐ ⊔ ─┘ ⎤

Da re-entry in der Semiotik sowohl auf der Ebene der Primzeichen, der Subzeichen, der Paare von Subzeichen als auch auf der Ebene der Zeichenklassen und Realitätsthematiken an die Art und die Distribution der entsprechenden semiotischen Gebilde gebunden ist, erübrigt sich eine der logischen entsprechende semiotische Notationskonvention.

3.25. Regeln der lexiographischen Konsistenz

R5: Any of the re-entries of a marker may be replaced by writing, in the place of re-insertion, an expression equivalent to the marker. Thus we may write: f = ┐ ⊔ ─┘ ⎤ = f ┐ f ⎤.

R6: Any variable whose value is the autonomous state can be taken to be a second degree expression.

3.26. Theorem

T10: For a given expression of any degree an equivalent expression can be found of degree at most 3 and containing a number of additional variables equal to the number of higher degree markers other than self-crosses.

3.27. Kommentar (Verwechslung)

K8: An expression consisting of variables derived from markers can be seen by this theorem to confuse the richness that the markers convey to a point that is impossible to follow. By approaching the algebra with an expression of higher degree, the structure is lost, although not its sense, which we can keep by recursive records of what the variables actually indicate at successive depths. Yet this same confusion also reveals a connection between the variety of re-entering expressions and more simple forms in the calculus.

3.28. Definition (Lösung)

D7: Let α be an expression of any degree. Call a solution of α any simple expression, when it exists, to which α can be shown to be equivalent.

3.29. Kommentar

K9: According to the definition, any first degree expression will have one and only one solution. For higher degree more than one solution is possible. But we have no assurance that any such solution exists in all cases of re-entering expressions.

Das dem logischen entsprechende semiotische Problem der mehrfachen Lösung höherwertiger Ausdrücke stellt sich gemäss 3.23. dann, wenn eine Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik aus Subzeichen zusammengesetzt wird, und zwar deshalb, weil isoliert betrachtet keines der Subzeichen (1.1), (1.2), (1.3), ..., (3.3) primär als re-entry klassifizierbar ist, sondern erst in höheren semiotischen Gebilden wie Dyaden und Triaden/Trichotomien, hier allerdings in je verschiedener Weise, weil z.B. (3.1 2.2) auf dyadischer Ebene keine Selbstbezüglichkeit enthält, (2.2) wohl aber in einer Zkl wie etwa (3.2 2.2 1.2) wegen ihres Zusammenhanges mit der eigenrealen Zkl (3.1 2.2 1.2).

3.30. Theorem

T11: Every expression has at least one solution in the extended calculus.

Im Unterschied zur logischen Formulierung des CI und des EC kommt in der Semiotik die Einschränkung des "semiotischen Wohlgeordnetheitsprinzips" dazu, vgl. 3.7. und Toth (1996).

4. Thetische Einführung der Zeichen und semiotische Modelltheorie

Wie wir in Kap. 3 gesehen haben, können Zeichen auf drei verschiedene Arten eingeführt werden, wobei die Einführung eines Zeichens sich selbstverständlich auf den Mittelbezug beschränkt, denn es handelt sich hier auf jeden Fall um eine Selektion aus einem Repertoire. Bense (1979, S. 22) gibt die folgende Übersicht:

repertoiriell-thetische Funktionen ($\vdash$):	$\vdash 1.1 \times 1.1$ $\vdash 2.1 \times 1.2$ $\vdash 3.1 \times 1.3$
singularisierende Funktionen ($\dashv$):	$\dashv 1.2 \times 2.1$ $\dashv 2.2 \times 2.2$ $\dashv 3.2 \times 2.3$
konventionell-normierende Funktionen ($\Vdash$):	$\Vdash 1.3 \times 3.1$ $\Vdash 2.3 \times 3.2$ $\Vdash 3.3 \times 3.3$

Thetische Einführung ist also streng genommen auf trichotomische Erstheit beschränkt, d.h. nicht generell auf Erstheit und speziell nicht allein auf triadische Erstheit. Man kann die einführenden semiotischen Funktionen auch wie folgt mittels der kleinen semiotischen Matrix darstellen:

├1.1	├ ┤ 1.2	├ ╠1.3
├ ┤ 2.1	┤ 2.2	┤ ╠ 2.3
├ ╠ 3.1	┤ ╠ 3.2	╠ 3.3

Wie man sieht, wird also das Sinzeichen (1.2) doppelt, d.h. thetisch und singularisierend eingeführt, ebenso das ihm duale Icon (2.1). Doppelte Einführung (thetisch und normierend) kennzeichnet auch das Legizeichen (1.3) und das ihm duale Rhema (3.1) sowie das Symbol (2.3) und das ihm duale Dicent (3.2) (singularisierend und normierend). Mit anderen Worten: Einfache Einführung findet sich ausschliesslich bei den genuinen kategorialen Qualizeichen (1.1) (thetisch), Index (2.2) (singularisierend) und Argument (3.3) (normierend). Doppelte semiotische Einführungsfunktionen scheinen also dann benötigt zu werden, wenn ein Subzeichen nicht von sich selbst aus, d.h. durch seine innere Rückbezüglichkeit qua identitiver Morphismus als Selbstabbildung, als potentielles re-entry fungieren soll.

Wenn wir kurz zusammenfassen, wird also die abstrakte Primzeichenrelation PZ = (.1., .2., .3.) durch Hypotypose und werden die konkreten Zeichen in Form von Zeichenklassen und Realitätsthematiken durch Thetik eingeführt, deren handlungstheoretisches Pendant die repertoirielle Selektion ist. Da nun gemäss Bense (1967, S. 9) jedes beliebiges Objekt zum Zeichen erklärt werden kann, erhebt sich nun in voller Schärfe das Problem der logischen und semiotischen Differenz von Zeichen und Objekt und weiters dasjenige einer semiotischen Modelltheorie.

Bereits sehr früh hatte Bense festgehalten: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80). Mit anderen Worten: Von den Qualitäten der Welt der Objekte "überleben" nur diejenigen, die sich mittels des semiotischen Zehnersystems durch die neun Subzeichen der kleinen Matrix repräsentieren lassen. Von hier aus müsste der nächste Schritt die Erarbeitung einer Theorie der "partiellen Erhaltung der Wirklichkeit in der semiotischen Repräsentation" sein. Da diese jedoch zu einer polykontexturalen Semiotik führen würde, in der die Grenzen zwischen Zeichen und Objekt und damit zwischen Subjekt und Objekt aufgehoben wären, kehrt Bense seine frühe Einsicht um und behauptet: "Insbesondere muss in diesem Zusammenhang das duale Symmetrieverhältnis zwischen den einzelnen Zeichenklassen und ihren entsprechenden Realitätsthematiken hervorgehoben werden. Dieses Symmetrieverhältnis besagt, dass man im Prinzip nur die Realität bzw. die Realitätsverhältnisse metasemiotisch zu präsentieren, die man semiotisch zu repräsentieren vermag" (Bense 1981, S. 259). Es mutet jedoch seltsam an, dass man in Benses gleichem Buch auch das genaue Gegenteil liest: "Was überhaupt in natürlichen oder künstlichen bzw. formalisierten Sprachen oder Ausdrucksmitteln einzeln und zusammenhängend formuliert werden kann, kann auch in den (selbst nur repräsentierenden) Repräsentationsschemata der triadischen Zeichenrelation und ihren trichotomischen Stellenwerten erkannt, vermittelt und dargestellt werden" (Bense 1981, S. 135).

Da es nun offensichtlich falsch ist, dass wir nur diejenigen Qualitäten metasemiotisch zu präsentieren vermögen, die im semiotischen Repräsentationssystem erhalten bleiben, erzwingt die semiotische Repräsentationstheorie eine polykontexturale Semiotik. Vorerst aber muss das Verhältnis von Semiotik und Polykontexturalitätstheorie untersucht werden, vor allem muss klar gemacht werden, ob nicht der Akt der hypotypotischen Einführung der Primzeichenrelation bereits eine Semiose darstellt. Bense (1979) spricht hier von "Prä-Semiotik", wobei nicht klar ist, ob wir es hier noch mit Kenogrammatik oder bereits mit Semiotik zu tun haben. Nach Kronthaler (1992) stellt die Semiotik ein "Vermittlungssystem" zwischen quantitativer und qualitativer Mathematik und zwischen mono- und polykontexturaler Logik dar, wobei allerdings "Semiotik und Struktur auch deswegen getrennt [sind], da in der Zweiwertigkeit eben 'Vermittlung' fehlt" (1992, S. 294). Wir halten hier vorläufig die folgenden Tatsachen fest:

1. Die Semiotik ist ein gleichermassen qualitatives wie quantitatives Repräsentationssystem und daher anders als die klassische Mathematik und Logik polykontextural angelegt.
2. Die Semiotik repräsentiert in ihren zehn Zeichenklassen und Realitätsthematiken einen qualitativen Ausschnitt aus der Welt der Objekte und impliziert damit die Aufhebung der Grenze zwischen Zeichen und Objekt (Subjekt und Objekt). Semiotische Repräsentation bedeutet damit immer auch semiotische Erhaltung.
3. Die primär monokontexturale Semiotik kann daher zu einer polykontexturalen erweitert werden.

Bevor wir auf das Verhältnis von Semiotik und Kenogrammatik und damit zu den Wurzeln einer semiotischen Modelltheorie zurückkommen, wollen wir noch auf die Konsequenzen des Zusammenhangs von Hypotypose und thetischer Einführung mit der Autoreproduktivität von Zeichen hinweisen: "Doch muss man dabei festhalten, dass alle diese Prozeduren oder Phasen der pragmatischen Semiose des kreativen Prozesses auf einem fundamentalen Prinzip der semiotischen Prozesse überhaupt beruhen, nämlich auf dem Prinzip der durchgängigen (iterativen) Reflexivität der Zeichen, dass jedes Zeichen wieder ein Zeichen hat. Es ist ein Prinzip, das Peirce formulierte, als er davon ausging, dass kein Zeichen allein auftreten könne und immer schon und nur repräsentiert sei. Hanna Buczynska-Garewicz hat von der Fähigkeit der Zeichen zur Autoreproduktion gesprochen [Buczynska-Garewicz 1976]. Alle Phasen dieser Fähigkeit zusammenfassend, würde ich, von der fundamentalen Repertoireabhängigkeit der Zeichen und Superzeichen ausgehend, vom Prinzip der katalytischen und autoreflexiven Selbstreproduzierbarkeit der Zeichen sprechen, weil der Ausdruck katalytisch besagt, dass jedes Zeichen die Gegenwart anderer Zeichen (eben des Repertoires mit dem möglichen Vor- und Nachzeichen) nicht nur voraussetzt, sondern (aufgrund der Semiose, die mit jedem Zeichen verbunden ist) auch erzwingt, und zwar als fortlaufender Prozess der Repräsentation der Repräsentation" (Bense 1976, S. 163 f.)

Es zeigt sich, dass Autoreproduktivität "Eigenrealität" nach sich zieht, wodurch schliesslich erklärt ist, weshalb jedes Objekt qua Metaobjekt in ein Zeichen verwandelt werden kann: "Ein Zeichen, das ein Etwas bezeichnet, bezeichnet stets auch sich selbst in seiner Eigenrealität, daher kann weiterhin im Prinzip jedes Etwas zum 'Zeichen für ... anderes' erklärt werden und besitzt jedes Zeichen ein vorangehendes wie auch ein nachfolgendes Zeichen" (Bense 1992, S. 26). Wir bekommen damit:

Objekt → Hypotypose → Primzeichen-Relation → thetische Einführung → Zeichenklassen (Realitätsthematiken) → Autoreproduktion → Eigenrealität → Repräsentation der Repräsentation

Dadurch ergibt sich aber eine weitere Tatsache:

4. Der Begriff der "Repräsentation der Repräsentation" qua Autoreproduktion und daher qua Selbstbezüglichkeit lässt sich nicht mit Hilfe der monokontexturalen Logik und quantitativen Mathematik beschreiben und ist daher per definitionem polykontextural.

Nun setzt aber Eigenrealität die Identität des Zeichens mit sich selbst voraus, wodurch sich umgekehrt auch die Iterativität von Zeichen als notwendige Bedigung ihrer Konnektivität im Sinne der Repräsentation der Repräsentation ergibt. Identitive Zeichen sind jedoch monokontextural (Kaehr 2004, S. 4 ff.). Daraus folgt, dass die Semiotik ein Vermittlungssystem zwischen metasemiotischen Systemen (vgl. Bens 1981, S. 91 ff.) und der Kenogrammatik ist und gleichermassen monokontexturale und polykontexturale Strukturcharakteristiken aufweist, worauf übrigens bereits Siegfried Maser (1973, S. 29 ff.) hingewiesen hatte. die Semiotik geht damit natürlich weit über die klassisch-aristotelische Logik und die auf ihre basierende quantitative Mathematik hinaus und ist in ihrer Struktur der doppelten strukturellen Partizipation unitär. Von hier aus lässt sich also endlich auch die schon von Peirce gestellte Frage nach dem Verhältnis von Logik und Semiotik endültig beantworten: Die Semiotik ist als Vermittlungssystem zwischen Kenozeichen und Zeichen fundamentalkategorial "tiefer" als die Logik.

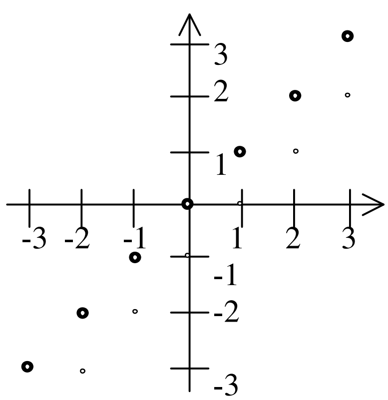
Während die angestellten Überlegungen auf der tiefsten semiotischen Ebene, derjenigen der Hypotypose, d.h. in der Vermittlung von Proto-, Deutero- und Tritozeichen sowie der Primzeichenrelation, Gültigkeit haben, kann eine semiotische Modelltheorie als Vermittlungssystem zwischen präsentierten Objekten und in Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken repräsentierten Zeichen, d.h. auf der Ebene ihrer thetischen Einführung, angesehen werden.

Im semiotischen Mittelbezug lässt sich das Sinzeichen (1.2) durch die Signalfunktion Sig = f(q1, q2, q3, t) erfassen, wobei q1, q2, q3 voneinander unabhängige Ortskoordinaten und t die Zeitkoordinate ist (Meyer-Eppler 1969, S. 6). Während jedoch das Signal wegen seines singulären Status zeitgebunden ist (Walther 1979, S. 59), können das als Symptom zu bestimmende Qualizeichen (1.1) und das (im Mittelbezug) als Symbol zu bestimmende Legizeichen (1.3) allein durch Ortskoordinaten bestimmt werden, wobei sich für das Qualizeichen, das "ein dem ursprünglichen Zeichen ähnliches Zeichen" ist (Walther 1979, S. 58) die inverse Funktion $x = \varphi(y)$ ergibt, die notabene gleichermassen die Kenozeichen liefert (Günther und von Foerster 1967, S. 875), was damit in Einklang steht, dass das Qualizeichen als "tiefestes" semiotisches Zeichen mit grösster Objektnähe als den Kenozeichen am nächsten liegt. Alternativ liesse sich die Singularität von Sinzeichen mittels Fixpunkten erfassen, zumal sich jede Funktion $y = f(x)$ in eine Fixpunktform $g(x) = f(x) - y + x$ umwandeln lässt. Das Legizeichen (1.3), das ein konventionelles Zeichen ist und "in jeder Realisation als 'dasselbe' erscheint" (Walther 1979, S. 59 f.), lässt sich dementsprechend als Menge von Funktionen verstehen, welche das Einselement $ae = ea = a$ enthalten.

Einfacher (und daher besser untersucht als der Mittelbezug) ist der semiotische Objektbezug. Icon (2.1), Index (2.2) und Symbol (2.3) lassen sich mit Hilfe von metrischen topologischen Räumen (Berger 1980, Toth 2007a, S. 96 ff.) bzw. mit Venn-Diagrammen (Zellmer 1982, Toth 2007b, S. 41 ff.) erfassen.

Zur Analyse des semiotischen Interpretantenbezugs haben Berger (1976) und Stiebing (1978) mengentheoretische Verbände bzw. Hasse-Diagramme vorgeschlagen. Auf Marty (1977) und Walther (1978, 1979, S. 138) geht die Idee zurück, kategorietheoretische Verbände zu benutzen. Zur Einführung kategorietheoretischer topologischer Räume vgl. Toth (1997).

Generell könnte man zur Veranschaulichung der semiotischen "Verdünnung" der Welt der Objekte in den 10 semiotischen Repräsentationsschemata bzw. für das Wirken von semiotischen Hadamard-Funktoren (Toth 2007a, S. 228 ff.) von der Gaussklammer (Abrundungsfunktion) ausgehen: Für eine relle Zahl x ist $\lfloor x \rfloor$ die grösste ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist: $\lfloor x \rfloor := \max_{k \in Z,\, k \leq x} (k)$. Graph der Gaussklammerfunktion:



Man muss sich hier allerdings vorstellen, dass die fetten Punkte die präsentierten Objekte und die nicht-fetten Punkte die repräsentierten Zeichen veranschaulichen. Dies würde daher voraussetzen, dass sich präsentierte Objekte und repräsierte Zeichen im gleichen Koordinatensystem darstellen lassen, was wiederum zu Benses "Prä-Semiotik" und damit zur oben bereits besprochenen Problematik von Zeichen und Kenozeichen zurückführen würde. Grundsätzlich jedoch scheint eine "semiotische Ramsey-Theorie" (vgl. Ramsey 1930) insofern ein Desiderat zu sein, als eine semiotische Modelltheorie ja gerade die folgenden zentralen Fragen beantworten sollte:

1. Wie funktioniert die Selektion von präsentierten Objekten und die Zuordnung von semiotischen Repräsentationsschemata?

2. Wie lässt sich formal der Zusammenhang zwischen der Qualität von präsentierten Objekten und repräsentierten Zeichen erfassen? In Sonderheit: Gibt es ein "semiotisches Differential" zur Messung des Qualitätsverlustes bei der Transformation eines Objektes in ein Metaobjekt?

Problem Nr. 2 ist auch der Grund für die von Bense so genannte "Polyrepräsentativität" von Zeichen (Bense 1983, S. 45), die sich unmittelbar aus der semiotischen "Verdünnung" ergibt: Hier liegt ein semiotisches "Schubfachprinzip" (pigeonhole principle) vor: Falls man n Objekte auf m Mengen (n, m > 0) verteilt, und n > m ist, dann gibt es mindestens eine Menge, in der mehr als ein Objekt landet, oder semiotisch ausgedrückt: Der theoretisch unendlich grossen Vielfalt an Qualitäten der präsentamentischen Welt stehen einzig 10 Zeichenklassen der repräsentamentischen Welt gegenüber, die nun natürlich unsere Wirklichkeit, topologisch gesprochen fasern und filtrieren.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die funktionale Konzeption der repräsentationstheoretischen Semiotik. In: Semiosis 13, 1979, S. 17-28

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Bense, Max und Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, S. 20-24

Berger, Wolfgang, Über Iconizität. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 19-22

Buczynska-Garewicz, Hanna, Der Interpretant, die Autoreproduktion des Symbols und die pragmatische Maxime. In: Semiosis 2, 1976, S. 10-17

Günther, Gotthard/Heinz von Foerster, The logical structure of evolution and emanation. In: Annals of the New York Academy of Sciences 138, 1967, S. 874-891

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2004. www.vordenker.de

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Marty, Robert, Catégories et foncteurs en sémiotique. In: Semiosis 6, 1977, S. 5-15

Meyer-Eppler, W[olfgang], Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Ramsey, Frank Plumpton, On a problem of formal logic. In: Proceedings of the London Mathematical Society, series 2, 30, 1930, S. 264-286

Spencer Brown, George, Laws of Form. London 1969

Stachowiak, Herbert, Allgemeine Modelltheorie. Wien und New York 1973

Stiebing, Hans Michael, Ansatz zu einer allgemeinen Zeichengrammatik. In: Semiosis 9, 1978, S. 5-16

Toth, Alfred, Grundriss einer ordnungstheoretischen Semiotik. In: European Journal for Semiotic Studies 8, 1996, S. 503-526

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Ist die Semiotik idiographisch oder nomothetisch? In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 45, 2004, S. 1-9

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007 (= 2007a)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007 (= 2007b)
Touretzky, David S., The Mathematics of Inheritence Systems. London 1986
Varela, Francisco J., A calculus for self-reference. In: International Journal of General Systems 2, 1975, S. 5-24
Walther, Elisabeth, Notiz zur Frage des Zusammenhangs des Zeichenklassen. In: Semiosis 11, 1978, S. 67-71
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979
Zellmer, Siegfried, Zum mathematischen Zusammenhang zwischen Ikonizität, Indexikalität und Symbolizität. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-14