Prof. Dr. Alfred Toth

n-wertige Semiotiken als Verbände

1. Dass die Semiotik einen Verband darstellt, ist längst bekannt, vgl. Beckmann (1976). Die mathematischen Bedingungen, die eine Menge erfüllen muss, um ein Verband zu sein, sind:

An algebraic structure $(L, \vee, \wedge)$, consisting of a set L and two binary operations $\vee$, and $\wedge$, on L is a **lattice** if the following axiomatic identities hold for all elements a, b, c of L.

Commutative laws	Associative laws	Absorption laws
$a \vee b = b \vee a$,	$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$,	$a \vee (a \wedge b) = a$,
$a \wedge b = b \wedge a$.	$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$.	$a \wedge (a \vee b) = a$.

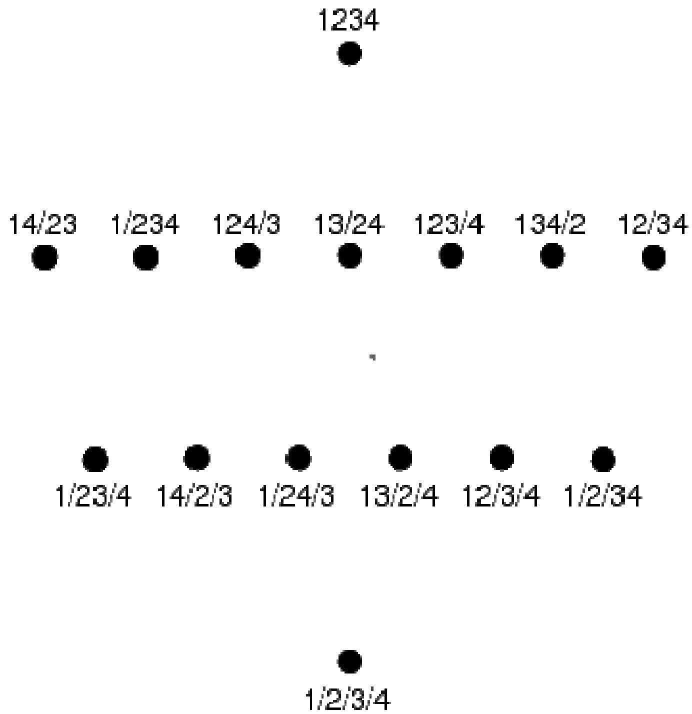
The following two identities are also usually regarded as axioms, even though they follow from the two absorption laws taken together.[1]

Idempotent laws

$a \vee a = a$,

$a \wedge a = a$.

2. Im Falle der 3-adischen (3-stelligen) Semiotik führt die Verbandstheorie zwar zu einer ganz bestimmten Anordnung des Systems der Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken, aber ansonsten ergeben sich keine besonderen Einsichten. Anders ist es bereits bei einer 4-stelligen Semiotik (vgl. Toth 2011): Sobald man 4 statt 3 Kategorien nimmt, bilden die völlige Separation und die völlige Union der Kategorien nur die beiden Extremfälle, zwischen denen sich, entsprechend der Partition der betreffenden Menge, eine grosse Zahl von Kombinationen aus (1, (n-1)), (2, (n-2)), ..., (1, 2, (n-3)), ..., (1, 2, 3, (n-6)), usw. Elementen einstellen, mit welchen also die $\binom{n}{k}$ k-stelligen Partialrelationen der n-stelligen Relation sich hierarchisch darstellen lassen. Den Fall einer 4-stelligen (tetradischen) Relation illustriert das folgende Bild:



aus: Wikipedia, s.v. „Verband“

Z.B. tritt also die Kategorie 1 (die man in einer n-stelligen Semiotik mit „M“, dem Peirceschen Mittelbezug identifizieren kann, aber nicht muss), in singulärer Kombination als (1/234), (1/23/4), (1/24/3), (1/2/34) sowie (1/2/3/4) auf, also z.B. nie von einer singulären Kategorie 3 (evtl. = Interpretantenbezug) und auch nie von einer singulären Kategorie 4 (evtl. = Qualität) gefolgt, die alle nur in Zweier- oder Dreierkombinationen mit anderen Kategorien folgen können. Wenn man z.B. das Fragment einer 7-stelligen Relation betrachtet, das Menne (1991, S. 153) gegeben hatte und worin er sich auf 2-stellige Partialrelationen beschränkte:

12.7218 $_7WL(x,y,W,I,H,V,G)$ =df $_7E \restriction_{123456}$ [wissenschaftlich]
Wissenschaftliche Lehre ist eine siebenstellige Relation, die sich aus $_7E$ ergibt durch Beschränkung der ersten sechs Bereiche auf die Klasse des Wissenschaftlichen. Sie besteht zwischen Hochschullehrer, Studenten, nach Prüfungsart abgestuften Lehrgehalten von Studienfächern, wissenschaftlichen Hochschulen, Hilfsmitteln für den Wissenschaftsbetrieb, wissenschaftlich fundierten Kunstfertigkeiten und dem G wie in 12.7217.

12.722 Es sind hier insgesamt 119 Partialrelationen möglich. Wir beschränken uns auf wenige Beispiele:

12.723 $WL(x,y)$
Das ist die Beziehung zwischen Hochschullehrer und Student.

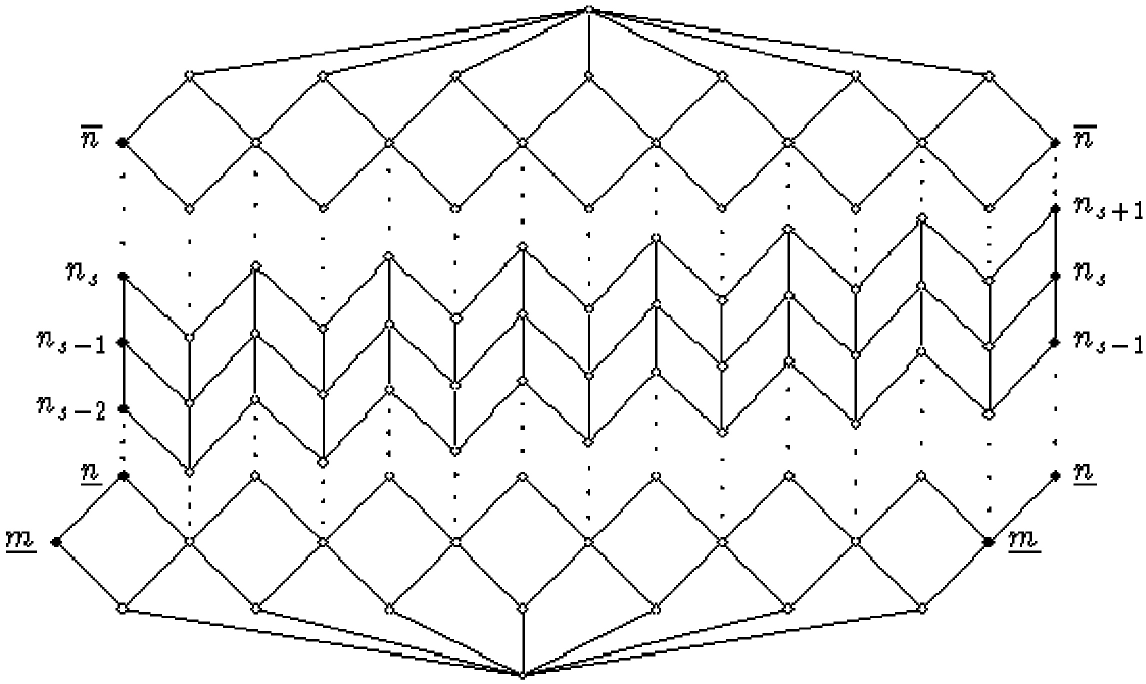
12.724 $WL(y,I)$
Das ist die durch Immatrikulation begründete Beziehung zwischen Student und wissenschaftlicher Hochschule.

12.725 $WL(y,V)$
Das ist die Beziehung zwischen dem Studenten und den Zielen seines Studiums.

12.726 $_3WL(x,W,H)$
Das ist die Beziehung zwischen einem Hochschullehrer, seinem Fachgebiet und den benötigten Hilfsmitteln.

12.727 $_3WL(y,H,V)$
Das ist die Beziehung zwischen einem Studenten, den Hilfsmitteln und dem Studienerfolg.

dann erkennt man leicht, dass wegen der einzigen Existenz der Kombination (1/2/(...)) im tetradischen Verband dieser natürlich viel zu klein ist, um 7-wertige Zweierkombinationen zu analysieren. Das ist zwar völlig klar, aber wie wir wissen, ist er eben auch zu klein um die 4-stelligen Zweierkombinationen 1/3 und ¼ darzustellen. Reflexive Kombinationen sind ganz ausgeschlossen, d.h. man könnte also im Kontext der 7-wertigen Relation z.B. das Verhältnis ees Studenten zu sich nach dem Austausch eines Hochschullehrers gar nicht darstellen. Wie gross das n einer n-stelligen Relation eines Verbandes sein muss, um eine m-stellige Relation darzustellen ($n \neq m$!!), muss erst noch untersucht. Falls es überhaupt einen geeigneten Verband gibt, ist er eine Teilmenge des unendlichen Verbandes, der abschliessend angedeutet sei:



aus: http://www.math.hawaii.edu/LatThy/

Bibliographie

Beckmann, Peter, Verbandstheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Überlegungen zu einer Neubestimmung der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

30.1.2011