

Prof. Dr. Alfred Toth

Eine Zeichenrelation, basierend auf der Folge der Fibonacci-Zahlen

1. Dass die bekannte Peircesche Zeichenrelation auf den Peano-Zahlen, den sog. Primzeichen (Bense 1980), basiert, ist so selbstverständlich, dass man es gar nicht als Einschränkung empfindet. Natürlich kann man aber statt der Peano-Folge irgendeine Zahlenfolge nehmen; das Ergebnis wird niemals trivial ausfallen.

2. Wir waren deshalb in unseren letzten Arbeiten, z.B. Toth (2010), von der Folge der Fibonacci-Zahlen

$FZ = 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$

ausgegangen. Während das n -te Glied der Peano-Zahlen immer um den Wert 1 grösser ist als das $(n-1)$ -te, stellt das n -te Glied der Fibonacci-Zahlen die Summe der beiden Vorgängerzahlen dar.

3. Wird gehen nun bewusst so vor, dass wir die kategoriale Nullheit nach Bense (1975, S. 65 f.) in die ZR einbetten und nach einem Vorschlag Kaehrs (2008) die relationale Erstheit als Dublette einführen. Dann bekommen wir genau, was wir wollen

$ZR_F = (0.a \ 1.b \ 1.c \ 2.d \ 3.e).$

4. Da nun sowohl ZR_P als auch ZR_F auf einer Zahlenfolge mit partieller Inklusion der Vorderglieder in das n -te Glied definiert sind, benötigen wir als mengentheoretische Basis eine Mengentheorie mit Anti-Fundierungsaxiom und/oder Plenituditätsaxiom.

4.1. Das erste System von bisimulativen Gleichungen basiere auf einer Mengentheorie mit AFA allein; die Definition sollen bereits die Inklusionsverhältnisse abbilden. Dann können wir z.B. folgendes System aufstellen:

$$0 = \langle 0 \rangle$$

$$1 = \{\{1\}, \{1\}\} \text{ bzw. } \langle 1, 1 \rangle$$

$$2 = \{\{\{2\}\}\}$$

$$3 = \{\{\{\{3\}\}\}\}$$

Wir haben dann

$$ZR_F = \{\langle 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \{\{\{2\}\}\}, \{\{\{\{3\}\}\}\}\}$$

bzw. in Analogie zu

$$ZR_{F^*} = ((0, ((1 \leftrightarrow 1), ((1 \rightarrow 2), (2 \rightarrow 3))))$$

haben wir

$$ZR_{F^*} = \{\langle 0 \rangle, (\{\{1\}, \{1\}\}), (\{\{1\}, \{1\}\} \rightarrow \{\{\{2\}\}\}), (\{\{\{2\}\}\} \rightarrow \{\{\{\{3\}\}\}\})\}$$

4.2. Das zweite System von bisimulativen Gleichungen basiere auf einer Mengentheorie mit AFA und Urelement. Da wir im relationalen Rahmen unserer Zeichenrelation bleiben, setzen wir für das Urelement p jedoch einen Wert aus $\{x, y, z, w\}$ ein, z.B. x . Dann können wir z.B. folgendes System aus Barwise/Moss (1996, S. 78) benutzen:

$$x = \{y, z, w\}$$

$$y = \{p, w\}$$

$$z = \{w\}$$

$$w = \{z, w\}$$

Wir haben dann

$$ZR_F = \{\{y, z, w\}, \{\{x, w\}, \{x, w\}\}, \{w\}, \{z, w\}\}$$

und

$$ZR_{F^*} = \{\langle x, z, w \rangle, \{\{\{x, w\}, \{x, w\}\}\}, \{\{\{x\}, \{w\}\} \rightarrow \{\{\{w\}\}\}\}, (\{\{\{w\}\}\} \rightarrow \{\{\{z, mw\}\}\})\}$$

Bibliographie

Barwise, John/Moss, Lawrence, Vicious Circles. Cambridge 1996

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III,3, 1980

Toth, Alfred, Zum Verhältnis von Relations- und Stufenüberschuss. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010 (erscheint)

21.9.2010