

Prof. Dr. Alfred Toth

Zahl und Zeichen II

1. In Benses kurzem Aufsatz „Die Einführung der Primzeichen“ findet sich eine bisher kaum gewürdigte Stelle: „Die Hypothese, die nun im Folgenden in eine These überführt werden soll, besteht in der Behauptung, dass ‚Zahlen‘ (im Sinne dessen, was Peirce als ‚ideal state of things‘ oder Hilbert als ‚Gedankendinge‘ gelegentlich bezeichneten) keine benannten, sondern (im denkenden Bewusstsein) konstruktiv *gegebene* ‚Zeichen‘ sind und als solche *intelligibel* existieren, wobei ‚Ziffern‘, die wir zur Bezeichnung von ‚Zahlen‘ benutzen, in analoger Weise fungieren wie die Ausdrücke ‚Icon‘, ‚Index‘, ‚Rhema‘, etc., die wir als semiotische Terme benutzen“ (Bense 1980, S. 288).

2. Später wird Bense die Zahl, das Zeichen und den ästhetischen Zustand von allen übrigen Repräsentanten der Isomorphieklassen von Zeichen, die er Zeichenklassen nennt, dadurch abheben, dass sie „selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden“ sind (Bense 1992, S. 16), d.h. dass ihre Realität die durch die Zeichenthematik thematisierte Realitätsthematik ist, so dass also Zeichen- und Realitätsthematik identisch erscheinen und Zahl, Zeichen und ästhetischer Zustand „eigenreal“ sind, was sich formal in der Dualinvarianz von Zeichen- und Realitätsthematik ausdrückt:

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3).$$

Interpretativ bedeutet das also, dass diese Peircianischen „ideal states of thing“ bzw. diese Hilbertschen „Gedankendinge“ keine äussere, sondern nur eine innere, d.h. keine objektale, sondern nur eine semiotische Realität besitzen. Die Zahl, das Zeichen und der ästhetische Zustand sind also keine realen, substantiellen Etwas, die dadurch vom ontologischen in den semiotischen Raum transportiert werden, indem sie „metaobjektiviert“ werden (Bense 1967, S. 9), sondern sie sind immer schon im semiotischen Raum, so dass sich streng genommen die Frage nach ihrer Schöpfung und damit nach ihrer Semiose verbietet; sie mögen, wie dies Kronecker gesagt hat, göttliche Schöpfungen sein, wenigstens die natürlichen Zahlen. Damit sind sie, was ebenfalls aus dem obigen Bense-Zitat hervorgeht, von sämtlichen übrigen Zeichen dadurch geschieden, dass sie nicht wie diese nicht-vorgegebenen sind, indem sie erst aus vorgegebenen Objekten zu Zeichen erklärt werden müssen, sondern sie sind selbst eben „konstruktiv gegeben“ und damit nicht-eingeführt.

3. Damit stellen also Zahl, Zeichen und ästhetischer Zustand als reine Gedankenzeichen die bewusstseinsfunktionalen Pendants zu den weltfunktionalen natürlichen Zeichen dar. Können die Gedankenzeichen ganz auf die ausserweltliche, ontologische Referenz verzichten, so können die natürlichen Zeichen ganz auf die innerweltliche, semiotische Referenz verzichten, denn es sind ja keine Zeichen für, d.h. keine Substitutiva und Repräsentia, sondern sie sind ontologisch-eigenreal, wie die Gedankenzeichen semiotisch-eigenreal sind. Eine Eisblume repräsentiert in ihrer Objektivität nur sich selbst und nicht etwa, wie das verknotete Taschentuch, ein Anderes, genauso wie eine Zahl, ein Zeichen und ein ästhetischer Zustand in ihrer Subjektivität nichts über es Selbst hinausgehendes Anderes repräsentieren. So wie also natürliche Zeichen „reine“ Zeichen $\varphi\upsilon\sigma\epsilon\iota$ sind, sind Gedankenzeichen „reine“ Zeichen $\theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\iota$. Natürliche Zeichen können daher mit der in Toth (2009) besprochenen Objektrelation aus reinen ontologischen Kategorien

$$\text{OR} = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{P})$$

und Gedankenzeichen mit der bekannten Peirceschen Zeichenrelation mit reinen semiotischen Kategorien

$$\text{ZR} = (\mathcal{M}, \mathcal{O}, \mathcal{I})$$

dargestellt werden. Da es also zwei Formen von Eigenrealität gibt: die ontologische und die semiotische, bedeutet das, dass sich alle übrigen Zeichenklassen von den beiden eigenrealen dadurch unterscheiden, dass sie in der Form

$$\text{KZR} = (\Omega, \mathcal{M}, \mathcal{O}, \mathcal{I}),$$

d.h. als konkrete Zeichenrelation mit realem, ontologischem Objekt dargestellt werden können ohne ihren metaphysischen Status zu wechseln. Das ist es wohl, wenn Bense im obigen Zitat zur Differenz zwischen Zahl und Ziffer bemerkt. Eine Ziffer referiert auf eine Zahl als ontologisches Objekt, eine Zahl aber hat nur ein semiotisches Objekt. Die Zahl ist also eigenreal, aber die Ziffer ist es nicht. Nur solche Zeichen, die äussere Objekte besitzen, können also in der Form KZR dargestellt werden. Eigenreale, d.h. natürliche und Gedankenzeichen lassen dagegen die Transformation $\text{OR/ZR} \rightarrow \text{KZR}$ nicht zu.

4. Sowohl ontologisch-eigenreale wie semiotisch-eigenreale Zeichen haben mathematische Eigenschaften, welche die übrigen Zeichen nicht haben. Wenn

wir eine Eisblume betrachten, so ist ihr Zeichenträger das zu Eis gefrorene Kondenswasser, ihr Objekt das charakteristische Pattern, das der Eisblume den Namen gegeben hat und ihr Interpretant das Klima, also im Gegensatz zu künstlichen Zeichen kein menschlich/tierliches oder maschinelles Bewusstsein, das sie intentional erzeugt hat. Nun ist es aber das Eis eine Teilmenge des Pattern, denn jenes formt dieses, aber beide sind „Teilmengen“ (bzw. Funktionen) des Klimas, das sie erzeugt. Wir haben somit als Charakteristikum für ontologisch-eigenreale Zeichen

$$\text{OR} = (\mathcal{M} \subset \Omega \subset \mathcal{J}).$$

Ein Zeichen ist von Peirce definiert als eine „triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation“ (Bense 1979, S. 53), d.h. es gilt

$$\text{ZR} = (M \subset O \subset I).$$

Streng genommen folgt sogar

$$\text{ZR} = (M \rightarrow (M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I) \equiv (M \subset (M \subset O) \subset (M \subset O \subset I))$$

und nach den obigen Ausführungen über natürliche Zeichen

$$\text{OR} = (\mathcal{m} \rightarrow (\mathcal{m} \rightarrow \Omega) \rightarrow (\mathcal{m} \rightarrow \Omega \rightarrow \mathcal{J}) \equiv (\mathcal{m} \subset (\mathcal{m} \subset \Omega) \subset (\mathcal{m} \subset \Omega \subset \mathcal{J})),$$

so dass die Inklusionsketten des ontologisch-eigenrealen und des semiotisch-eigenrealen Zeichens völlig parallel sind. Damit stehen die beiden eigenrealen Zeichen also auch in dieser Hinsicht abseits von sämtlichen übrigen Zeichen. Denn z.B. ist bei einem Wegweiser der Mittelbezug, also z.B. die Angabe von Ort und Distanz, keine Teilmenge des Objektbezugs, d.h. der Richtung, in die der Wegweiser weist, sondern eine zusätzliche Spezifizierung, und der Interpretantenbezug, welcher den Konnex zwischen dem Wegweiser als Zeichen und dem verwiesenen Ort als Objekt herstellt, steht völlig ausserhalb der Bezeichnungsfunktion.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zur Arithmetik semiotischer Objektrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Arithm.%20sem.%20OR.pdf> (2009)

9.12.2009