Prof. Dr. Alfred Toth

Zeichenklassen, definiert über austauschbaren Domänen und Codomänen

1. Die definitorische Eigenschaft von Kategorien, dass man zwei Morphismen bei gleicher Domäne/Codomäne bzw. umgekehrt komponieren kann, wurde in der Semiotik von Walther (1979, S. 79) genutzt, um triadische Zeichenrelationen aus dyadischen Partialrelationen, nämlich den sogenannten Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktionen, zu konkatenieren. Dieses Verfahren Walthers, genau und nur die 10 vorab definierten Peirceschen Zeichenklassen zu bekommen, funktioniert allerdings nur dann, wenn bereits den Partialrelationen eine verkürzte Form der semiotischen Inklusionsordnung aufgeprägt wird. Abstrakt notiert, sieht das wie folgt aus:

$(1.a \rightarrow 2.b) \circ (2.b \rightarrow 3.c) \Rightarrow (1.a \rightarrow 2.b \rightarrow 3.c)$,
mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} und b $\leq$ a sowie c $\leq$ b,

denn sonst bekäme man $3^3 = 27$ Kombinationen, ebenso viele also, wie wenn man alle Zeichenklassen der Form (3.a 2.b 1.c) bildete.

2. Die Frage ist nur, ob Walthers Methode wirklich korrekt ist. Monokontextural gesehen ist sie korrekt, doch seit Kaehr (2008) sollte man sich vielleicht Gedanken machen, dass zwischen jedem Paar von Objekten 8 Morphismen möglich sind: $\leftrightarrows$

1. $(A \rightarrow B)$	5. $(A \rightleftarrows B)$
2. $(A \leftarrow B)$	6. $(A \leftrightarrows B)$
3. $(B \rightarrow A)$	7. $(B \rightleftarrows A)$
4. $(B \leftarrow A)$	8. $(B \leftrightarrows A)$

Wenn nun für alle A = (a.b) und B = (c.d) jeweils alle 9 Subzeichen der semiotischen Matrix stehen können, sind also 8 mal 81 = 648 Kombinationen möglich, vorausgesetzt natürlich, wir pflanzen nicht schon zum voraus eine arbiträre Ordnung auf. Unter Berücksichtigung der zur Konkatenation nötigen gemeinsamen Domänen/Codomänen ergeben sich also 2 mal 324 triadische Relationen.

3. Wir wollen, ausgehend von Toth (2009), uns einmal die Morphismen anschauen, unter der Voraussetzung allerdings, dass A, B $\in$ {1, 2, 3}, d.h. dass Primzeichen und nicht Subzeichen abgebildet werden, d.h. semiotische 1-Kategorien vorliegen. Sei A = 1 und B = 2:

1. $(1 \rightarrow 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}$	5. $(1 \rightleftarrows 2) \equiv \alpha^{\rightarrow}\alpha^{\leftarrow}$
2. $(1 \leftarrow 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}$	6. $(1 \leftrightarrows 2) \equiv \alpha^{\leftarrow}\alpha^{\rightarrow}$
3. $(2 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}$	7. $(2 \rightleftarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\rightarrow}\alpha^{\circ\leftarrow}$
4. $(2 \leftarrow 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}$	8. $(2 \leftrightarrows 1) \equiv \alpha^{\circ\leftarrow}\alpha^{\circ\rightarrow}$

Ausgehend von der Bezeichnung α des semiotischen Morphismus $(1 \rightarrow 2)$ und der Operation $\circ$ für den „inversen" Morphismus $(2 \rightarrow 1)$, ergeben sich bei dieser Darstellungsweise, welche zugleich die Domänen und Codomänen austauscht, 8 Möglichkeiten, die das Kombinationspotential ausschöpfen. Da in der Semiotik 2 Morphismen, α und β, unterschieden werden, haben wir somit 16 Basismorpismen mit ihren Inversen zusammen, mit denen man 36 Komponierte bilden kann, von denen in der klassischen Semiotik nur $(1 \rightarrow 3) \equiv \beta\alpha$ und $(3 \rightarrow 1) \equiv \alpha^{\circ}\beta^{\circ}$ vorhanden sind. Allein die Tatsache, dass somit bereits in der klassichen Semiotik $\alpha\beta$ und $\beta^{\circ}\alpha^{\circ}$ fehlen, sollte zu denken geben.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Bikategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Kat.%20u.%20Bikat..pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

24.9.2009